

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS
COSMOS
DOUTORADO EM FÍSICA

MARCUS VINÍCIUS BOMFIM DE JESUS

TÍTULO: Mecanismos de Bariogênese e Magnetogênese em Modelo Cosmológico do
Tipo Ricochete com Campo Escalar.

RIO DE JANEIRO
2024

MARCUS VINÍCIUS BOMFIM DE JESUS

TÍTULO: Mecanismos de Bariogênese e Magnetogênese em Modelo Cosmológico do Tipo Ricochete com Campo Escalar.

Trabalho de conclusão do curso de Doutorado Acadêmico apresentado ao departamento de Astrofísica, Cosmologia e Interações Fundamentais (COSMO) do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas do Rio de Janeiro como parte dos requisitos para obtenção do grau de Doutor em Física.

Orientador: Prof. Nelson Pinto Neto

Co-orientador:

RIO DE JANEIRO

2024

"MECANISMO DE BARIOGÊNESE E MAGNETOGÊNESE EM MODELO
COSMOLÓGICO DO TIPO RICOCHETE COM CAMPO ESCALAR"

MARCUS VINICIUS BOMFIM DE JESUS

Tese de Doutorado em Física apresentada no
Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas do
Ministério da Ciência Tecnologia e Inovação.
Fazendo parte da banca examinadora os
seguintes professores:

Documento assinado digitalmente
gov.br NELSON PINTO NETO
Data: 02/12/2024 09:51:07-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Nelson Pinto Neto - Orientador/CBPF



Santiago Esteban Perez Bergliaffa - UERJ

Documento assinado digitalmente
gov.br JULIO CESAR FABRIS
Data: 29/11/2024 09:57:02-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Julio César Fabris - UFES



Rudnei de Oliveira Ramos – UERJ

Documento assinado digitalmente
gov.br SERGIO EDUARDO DE CARVALHO EYER JORAS
Data: 02/12/2024 08:40:10-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Sérgio Eduardo de Carvalho Eyer Joras – UFF

Rio de Janeiro, 02 de outubro de 2024.

AGRADECIMENTOS

Expresso minha mais profunda gratidão à minha esposa, Daniela Porto Faus, cujo apoio incondicional foi fundamental para a realização deste trabalho. Sua imensa paciência e compreensão tornaram esse processo muito mais leve. Aos meus pais, Valdir Bispo de Jesus e Milady Bomfim de Jesus, e ao meu irmão, João Victor Bomfim de Jesus, sou eternamente grato pelo incentivo constante ao longo de toda minha trajetória acadêmica – sem vocês, esta conquista não seria possível. Agradeço, também, ao meu orientador, Nelson Pinto Neto, por todo o conhecimento compartilhado e pela paciência e orientação ao longo do caminho. A todos que, de alguma forma, contribuíram para a concretização deste trabalho, o meu sincero agradecimento.

RESUMO

O presente trabalho investiga a produção de bárions e campos magnéticos em modelos cosmológicos com ricochetes quânticos. Na bariogênese, são explorados mecanismos gravitacionais e espontâneos, com acoplamentos entre a corrente bariônica, o gradiente do escalar de Ricci e um campo escalar, demonstrando eficácia na geração da assimetria de bárions observada. A assimetria bárion-antibárion, evidenciada por dados observacionais da anisotropia da radiação cósmica de fundo, previsões da nucleossíntese primordial e a ausência de radiação intensa proveniente da aniquilação de matéria-antimatéria, constitui um enigma não resolvido na cosmologia. Dois mecanismos para essa assimetria foram propostos como extensões do Modelo Padrão da Física de Partículas em altas energias: a Bariogênese Espontânea, que envolve um acoplamento entre a corrente bariônica e um campo escalar, e a Bariogênese Gravitacional, que envolve um acoplamento com a curvatura do espaço-tempo. Esses mecanismos são investigados em diversos cenários de ricochete, tanto simétricos quanto assimétricos em torno do ricochete. Mostra-se que as restrições nos parâmetros livres desses cenários, impostas para obter a razão observada de bárion-para-entropia, são suaves, já incluindo valores compatíveis com outras restrições observacionais derivadas das características dos espectros de potência das perturbações cosmológicas. Na magnetogênese, investiga-se a geração de campos magnéticos primordiais em um modelo de ricochete quântico impulsionado por um campo escalar. Um acoplamento não-minimal entre o campo eletromagnético e o campo escalar torna-se efetivo apenas ao redor do ricochete, criando um campo magnético primordial durante essa fase. O campo escalar possui um potencial exponencial, fazendo com que ele se comporte como matéria sem pressão no passado assintótico da fase de contração, matéria rígida ao redor do ricochete e energia escura durante um período da fase de expansão. As equações dinâmicas na presença de acoplamentos foram integradas, e as análises numéricas indicaram que esses campos, embora inicialmente fracos, podem ter sido amplificados significativamente por mecanismos físicos, como o efeito dínamo, ao longo da evolução do Universo. Portanto, as investigações mostraram que os modelos de ricochete podem explicar tanto a assimetria bariônica quanto a geração de campos magnéticos compatíveis com as observações cosmológicas atuais.

Palavras-chave: Magnetogenesis. Baryogenesis. Bounce. Scalar Field.

ABSTRACT

The present work investigates the production of baryons and magnetic fields in cosmological models with quantum bounces. In baryogenesis, gravitational and spontaneous mechanisms are explored, with couplings between the baryonic current, the gradient of the Ricci scalar, and a scalar field, demonstrating effectiveness in generating the observed baryon asymmetry. The baryon-antibaryon asymmetry, evidenced by observational data from cosmic microwave background anisotropy, primordial nucleosynthesis predictions, and the absence of intense radiation from matter-antimatter annihilation, constitutes an unresolved enigma in cosmology. Two mechanisms for this asymmetry have been proposed as extensions of the Standard Model of Particle Physics at high energies: Spontaneous Baryogenesis, which involves a coupling between the baryonic current and a scalar field, and Gravitational Baryogenesis, which involves a coupling with the curvature of space-time. These mechanisms are investigated in various bounce scenarios, both symmetric and asymmetric around the bounce. It is shown that the constraints on the free parameters of these scenarios, imposed to obtain the observed baryon-to-entropy ratio, are mild, already including values compatible with other observational constraints derived from the characteristics of the power spectra of cosmological perturbations. In magnetogenesis, the generation of primordial magnetic fields is investigated in a quantum bounce model driven by a scalar field. A non-minimal coupling between the electromagnetic field and the scalar field becomes effective only around the bounce, creating a primordial magnetic field during this phase. The scalar field has an exponential potential, causing it to behave like matter without pressure in the asymptotic past of the contraction phase, stiff matter around the bounce, and dark energy during a period of the expansion phase. The dynamic equations in the presence of couplings were integrated, and numerical analyses indicated that these fields, although initially weak, could have been significantly amplified by physical mechanisms, such as the dynamo effect, throughout the evolution of the Universe. Therefore, the investigations have shown that bounce models can explain both the baryon asymmetry and the generation of magnetic fields compatible with current cosmological observations.

Keywords: Magnetogenesis. Baryogenesis. Bounce. Scalar Field.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Soluções do espaço de fases para o sistema de Eqs. (2.65) para $d = -1$ e $\sigma = 1$. Notamos soluções de bounce e soluções cíclicas. Figura retirada da referência [1]. | 36 |
| Figura 2 – Evolução do número de e-folds $\alpha - \alpha_b$ com τ . A linha verde vertical marca o tempo durante a fase de contração quando o raio de Hubble é igual ao raio de Hubble atual. A linha azul vertical indica o mesmo momento durante a fase de expansão. O campo escalar varia dentro do intervalo $\approx (-50, 200)$ ao longo do intervalo de tempo exibido, abrangendo a maior parte das escalas relevantes do modelo. | 37 |
| Figura 3 – a vs. T para $\omega = 1/3$. As curvas são obtidas para alguns valores representativos de a_b e σ | 43 |
| Figura 4 – a_+ vs T para $\sigma = 1, a_b = 1, \omega = \frac{1}{3}$ | 45 |
| Figura 5 – a_- vs T para $\sigma = 1, a_b = 1, \omega = \frac{1}{3}$ | 45 |
| Figura 6 – a vs T para $\sigma = 1, 0, a_i = 1, 0, T_i = 1, 0, \omega = \frac{1}{3}$ | 47 |
| Figura 7 – Espaço de parâmetros de x_B, T_D, M_* que dá $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_b), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente. | 52 |
| Figura 8 – Espaço dos parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 0, 50\sqrt{\Omega_{r0}}$ que levam à $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para fator de escala a_+ | 57 |
| Figura 9 – Espaço dos parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 0, 90\sqrt{\Omega_{r0}}$ que levam à $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para fator de escala a_+ | 57 |
| Figura 10 – Espaço dos parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 0, 99\sqrt{\Omega_{r0}}$ que levam à $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para fator de escala a_+ | 57 |
| Figura 11 – Espaço dos parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 10^2\sqrt{\Omega_{r0}}$ que levam à $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para fator de escala a_- | 57 |
| Figura 12 – Espaço dos parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 10^3\sqrt{\Omega_{r0}}$ que levam à $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para fator de escala a_- | 58 |
| Figura 13 – Espaço dos parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 10^4\sqrt{\Omega_{r0}}$ que levam à $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para fator de escala a_- | 58 |

| | |
|---|----|
| Figura 14 – Espaço dos parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 10^{11} \sqrt{\Omega_{r0}}$ que levam à $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\text{bar}M_*)$, respectivamente, para fator de escala a_- | 58 |
| Figura 15 – Evolução da frequência ν e da escala de Ricci com τ . | 66 |
| Figura 16 – Evolução temporal dos modos magnéticos $ A_{sk} ^2$. As curvas vermelhas representam modos com acoplamento de Cauchy, enquanto as curvas azuis representam modos com acoplamento Gaussiano. A curva preta corresponde ao caso não acoplado. Os modos magnéticos só começam a evoluir significativamente durante a fase de expansão ($\tau > 0$). Para ambos os acoplamentos, a amplitude dos modos aumenta com α_G , com a amplificação ocorrendo à medida que os modos se tornam super-Hubble na fase de expansão. | 71 |
| Figura 17 – Evolução temporal dos modos elétricos $ \Pi_{sk} ^2$. As curvas vermelhas representam modos com acoplamento de Cauchy, e as curvas azuis representam modos com acoplamento Gaussiano. A curva preta corresponde ao caso não acoplado. Os modos elétricos começam a evoluir na fase de contração ($\tau < 0$). Para o acoplamento de Cauchy, a amplitude do momento é ampliada em relação ao caso sem acoplamento próximo ao ricochete. Os modos Gaussianos seguem um padrão semelhante, mas com escalas de tempo de amplificação variadas. Ambos os acoplamentos resultam em maiores amplitudes à medida que α_G aumenta. | 72 |
| Figura 18 – Evolução do espectro de potência magnético P_B com o tempo para os modos $k = 4,000$. As cores e parâmetros são os mesmos para os modos nas figuras 16 e 17. Um acoplamento de Cauchy é incapaz de explicar a origem ou os campos magnéticos em grandes escalas, enquanto um acoplamento Gaussiano é uma forma eficiente de produzir fortes campos magnéticos sementes. | 73 |
| Figura 19 – Evolução do espectro de potência elétrico P_E com o tempo para os modos $k = 4,000$. As cores e parâmetros são os mesmos para os modos nas figuras 16 e 17. Ambos os acoplamentos de Cauchy e Gaussiano veem suas amplitudes diminuírem durante a contração ($\tau < 0$) e aumentarem durante a expansão ($\tau > 0$), embora a amplificação seja muito mais forte no caso Gaussiano. | 73 |

- Figura 20 – Espaço de parâmetros viável (α_G, β_G) para a geração de campos magnéticos primordiais compatíveis com observações. O espaço de parâmetros para o Set-1 está à esquerda, e para o Set-2 à direita. A curva verde corresponde às restrições superiores nas amplitudes de campos magnéticos ≈ 1 nG, a curva laranja às restrições inferiores de raios γ , e a curva azul ao limite inferior para iniciar a amplificação de dínamo. A região laranja contém valores de α_G e β_G que levam a campos magnéticos sementes viáveis, e se sobrepõe à região do dínamo (azul). Para ambos os conjuntos, há um aumento acentuado no valor de α_G necessário para obter uma amplitude de campo magnético de 1 nG quando $\beta_G \rightarrow 3$ 74
- Figura 21 – Com β_G fixo, aumentar α_G acaba mudando a inclinação do campo magnético. Começando com uma inclinação negativa para valores menores de α_G (curva azul) e aumentando α_G , a inclinação muda de sinal. Neste exemplo, para $\alpha_G > 14.48$, todas as curvas estão sobrepostas. Portanto, há um mecanismo de saturação relacionado ao sinal da inclinação. . . . 75
- Figura 22 – Evolução da amplitude dos campos magnéticos hoje com a escala. Mantemos o mesmo código de cores para os limites de amplitude da Figura 20. As figuras para o Set-1 estão à esquerda, e para o Set-2 à direita. Para todos os valores de α_G e β_G , os campos magnéticos têm um índice espectral inclinado para o azul n_B . Nas maiores escalas $0 < k \leq 30$, $n_B = 4$ sempre. Para escalas $k > 30$, temos $n_B \simeq 3$ enquanto $1 < \beta < 2.8$, e $0.5 < n_B < 3$ para $\beta > 2.8$ 76

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 1 – Conjuntos de parâmetros para o modelo cosmológico de bouncing impulsionado por campo escalar que geram perturbações primordiais consistentes com as observações da CMB. Esses parâmetros determinam a amplitude escalar Δ_{ζ_k} , o índice espectral escalar e a razão tensor-escalar r no cruzamento do horizonte. O Conjunto-1 produz $\Delta_{\zeta_k} = 1.4 \times 10^{-10}$ e $r = 1.9 \times 10^{-7}$, enquanto o Conjunto-2 resulta em $\Delta_{\zeta_k} = 4.6 \times 10^{-11}$ e $r = 1.3 \times 10^{-5}$. Esses valores correspondem às restrições de dados da CMB, garantindo a viabilidade do modelo para previsões do universo primordial. Para mais detalhes, veja [1]. | 38 |
| Tabela 2 – Intervalo dos parâmetros de acoplamento α_G e β_G | 69 |

SUMÁRIO

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 13 |
| 2 | COSMOLOGIA QUÂNTICA. | 18 |
| 2.1 | O FORMALISMO DA INTERPRETAÇÃO DE COPENHAGEN. . . | 19 |
| 2.2 | A MECÂNICA QUÂNTICA DE DE BROGLIE BOHM. | 21 |
| 2.3 | QUANTIZAÇÃO CANÔNICA DA RELATIVIDADE GERAL. | 23 |
| 2.3.1 | Quantização de Teorias Invariantes por Reparametrização Temporal. | 24 |
| 2.3.2 | Quantização Canônica da Relatividade Geral. | 26 |
| 2.4 | A TEORIA DE DE BROGLIE BOHM APLICADA AO UNIVERSO. | 30 |
| 2.4.1 | Equação de Wheeler DeWitt na presença de um campo escalar | 30 |
| 2.4.2 | O Ricochete Quântico Dirigido pelo Campo Escalar. | 32 |
| 3 | BARIOGÊNESE EM MODELOS COSMOLÓGICOS COM RICOCHETES | 39 |
| 3.1 | CONDIÇÕES PARA BARIOGÊNESE COSMOLÓGICA. | 39 |
| 3.2 | O MODELO COSMOLÓGICO COM RICOCHETE SEM CAMPO ESCALAR. | 42 |
| 3.3 | BARIOGÊNESE COM ACOPLAMENTO COM A CURVATURA . . | 48 |
| 3.3.1 | Ricochete Simétrico | 51 |
| 3.3.2 | Ricochete Assimétrico | 52 |
| 3.4 | BARIOGÊNESE COM ACOPLAMENTO COM CAMPO ESCALAR. | 60 |
| 4 | MAGNETOGENESE EM MODELO COSMOLÓGICO COM RICOCHETE NA PRESENÇA DO CAMPO ESCALAR . . . | 63 |
| 4.1 | O SETOR ELETROMAGNÉTICO | 64 |
| 4.1.1 | Equações de Movimento e Espectros de Potência | 64 |
| 4.1.2 | Condições Iniciais de Vácuo | 67 |
| 4.2 | ANÁLISE NUMÉRICA DAS PERTURBAÇÕES | 69 |
| 4.2.1 | Modos | 69 |
| 4.2.2 | Espectros de Potência | 70 |
| 4.2.3 | Retroalimentação | 72 |
| 4.2.4 | Espaço de Parâmetros | 72 |
| 4.2.5 | Amplitude dos Campos Magnéticos | 74 |
| 4.3 | DISCUSSÃO | 74 |

| | | |
|---|-----------------------|----|
| 5 | CONCLUSÃO | 78 |
| | REFERÊNCIAS | 81 |

1 INTRODUÇÃO

O modelo Cosmológico Padrão, fundamentado na Relatividade Geral, prevê a existência de uma singularidade no início do Universo. No entanto, a Relatividade Geral, por si só, não oferece uma descrição completa do que acontece nesse ponto, pois as equações da teoria se tornam inválidas nas condições extremas da singularidade. Portanto, é necessário recorrer a novas abordagens para lidar com essa questão. No entanto, é possível evitar a singularidade através de efeitos quânticos que estejam além da Relatividade Geral Clássica. Nos modelos com essa propriedade [2], a etapa de domínio dos fenômenos quânticos, que impede a ocorrência da singularidade, é precedida de uma fase em que o Universo se contrai. Após esse momento, o Universo atinge um volume mínimo e, em seguida, entra em uma fase de expansão. Por esta descrição estes modelos são chamados de modelos de Grande Ricochete.

A interpretação de Copenhague da mecânica quântica não se aplica diretamente à cosmologia quântica. Isso ocorre porque, nessa interpretação, derivada do formalismo de minisuperespaço, surge o problema do observador. Na interpretação de Copenhague, o ato de medição por um agente externo usando aparatos de medida clássicos colapsa a função de onda do sistema quântico, que, antes da medição, estava em uma superposição de estados possíveis. Esse colapso faz com que o sistema assuma um estado específico entre as possibilidades previamente existentes.

Por outro lado, na mecânica quântica de de Broglie-Bohm (dBB), além da equação de Schrödinger, existem equações de movimento para as partículas, conhecidas como equações guia. Essas equações guiam as trajetórias das partículas com base na fase da função de onda, enquanto a amplitude da função de onda determina a distribuição de probabilidade. Segundo essa abordagem, a trajetória de uma partícula é determinada de maneira precisa pelas condições iniciais, que incluem a posição inicial da partícula e a função de onda associada a ela. Diferente da interpretação de Copenhague, onde a função de onda colapsa durante a medição, na teoria de Bohm, a partícula segue uma trajetória definida o tempo todo, influenciada pela função de onda através da equação guia.

Os 'demais caminhos' referem-se a todas as trajetórias possíveis que a partícula poderia percorrer, de acordo com as várias possibilidades descritas pela função de onda. Na interpretação de Bohm, embora apenas uma trajetória seja seguida pela partícula (determinada pelas condições iniciais), as outras trajetórias teoricamente ainda existem, mas perdem seu significado físico porque a partícula não as segue. Ou seja, essas outras trajetórias não colapsam ou desaparecem como ocorre na interpretação de Copenhague, onde as outras possibilidades são 'destruídas' quando ocorre uma medição. Em Bohm, elas ainda estão presentes, mas a partícula segue apenas uma trajetória específica.

Nesse formalismo, as quantidades quânticas são tratadas de forma clássica, de modo

que a observação corresponde à interação entre o sistema quântico e um medidor clássico. Essa interpretação pode ser aplicada à cosmologia, onde o universo é descrito pela evolução do fator de escala $a(t)$, derivado da função de onda que resolve a equação de quantização canônica da Relatividade Geral, equação de Wheeler-DeWitt [3].

Em termos do fator de escala o ricochete quântico de dBB ocorre pela diminuição de $a(t)$ (fase de contração) até um valor mínimo. Ocorrido o ricochete o Universo entra em uma fase de expansão. Nos limites em que a expansão e a contração dominam, longe da fase quântica, a evolução do Universo é descrita de maneira clássica, seguindo exatamente as previsões do modelo de Friedmann.

O primeiro modelo de ricochete na versão de dBB é subdividido em ricochetes simétricos e assimétricos, conforme descrito na referência [4], com evolução unitária e não-unitária. Neste cenário como resultado temos apenas uma equação guia, o fator de escala desempenha um papel de tempo. Um resultado particularmente interessante foi uma solução descrevendo um universo cosmológico em expansão surgindo de um espaço-tempo quase plano. Esse tipo de assimetria é particularmente relevante porque essas soluções podem ser usadas para explicar o *back reaction* não negligenciável devido à produção de partículas quânticas em torno do ricochete (consulte referências [5, 6]), o que é importante para o estudo da bariogênese.

O segundo modelo, que exibe uma dinâmica de ricochete mais complexa, é apresentado nas referências [1], onde um único campo escalar com potencial exponencial conduz o ricochete como um fluido de matéria rígida, comportando-se como um fluido de poeira no passado e futuro assintóticos, e também apresenta um comportamento transitório de tipo energia escura, ocorrendo apenas no futuro da fase de expansão. Este ricochete é assimétrico porque a época transitória de energia escura ocorre apenas na fase de expansão, não na fase de contração, evitando problemas relacionados à imposição de condições iniciais de estado de vácuo na fase de contração se a energia escura estiver presente lá, e à superprodução de ondas gravitacionais, que são típicas em modelos de ricochete contendo um campo escalar canônico como argumento da função de onda. O fato do campo escalar não ser encarado como tempo, por não estar em seu estado de vácuo, faz com que se tenha duas equações guia no modelo, uma para o campo escalar e outra para o fator de escala.

O propósito deste trabalho é verificar a consistência entre os dados observacionais e os resultados numéricos dos mecanismos de produção de bárions e de campos magnéticos em regiões com grande curvatura. Na bariogênese foram abordados mecanismos para ambos os modelos de fundo. Já na proposta de magnetogênese o modelo de fundo é a versão em que o campo escalar dirige o ricochete. O artigo [7] exibe um mecanismo de magnetogênese gravitacional para a versão simétrica do modelo de fundo [4].

A assimetria bárion-antibárion (excesso de matéria sobre antimatéria em nosso Universo), indicada por dados observacionais do Fundo Cósmico de Micro-ondas [22], previsões da Nucleossíntese do Big Bang [23], e a ausência de radiação intensa proveniente da

aniquilação matéria-antimatéria [24], constitui um quebra-cabeça não resolvido na cosmologia. A razão bárion-entropia é $n_B/s = 9,2_{-0,4}^{+0,6} \times 10^{-11}$. Os mecanismos de produção de bárions atuais geralmente são baseados nas condições de Sakharov [8], que devem ser satisfeitas durante o Universo quente inicial, resultando em uma assimetria líquida de bárions, e devem deixar de serem satisfeitas à medida que o Universo se expande e esfria. Uma teoria importante sobre este assunto é a bariogênese eletrofraca [9, 10, 11] tem o potencial de satisfazer todas as condições de Sakharov. No entanto, a eficácia desse mecanismo em gerar a assimetria bariônica observada no universo ainda enfrenta desafios, especialmente em relação à violação de CP e às condições fora de equilíbrio. A bariogênese eletrofraca é incapaz de produzir assimetria bariônica suficiente dentro do Modelo Padrão da Física de Partículas (Standard Model of Particle Physics - SMPP). Para resolver este problema, é necessário explorar a física além do SMPP, como na referência [12]. Outro mecanismo relevante é o da chamada Bariogênese Espontânea [13, 14], que é baseado no acoplamento de um campo escalar ao fluxo de número bariônico. O ponto principal é que a assimetria bariônica é gerada em uma época em que o Universo ainda está em equilíbrio térmico, o que é uma alternativa as condições de Sakharov, pois o acoplamento com o campo escalar, em um universo em expansão, viola a invariância CPT. Um terceiro mecanismo, denominado Bariogênese Gravitacional [15], é uma extensão natural deste último mecanismo, que pode ocorrer naturalmente em uma teoria de gravitação efetiva. Introduzindo um acoplamento entre a derivada do escalar de Ricci e o fluxo de número bariônico, essa interação fornece sinais opostos para as contribuições de energia para partículas e antipartículas, também violando a simetria CPT. Isso induz mudanças nas distribuições de equilíbrio térmico que resultam em um número bariônico líquido não nulo. Esses dois mecanismos são semelhantes: os novos termos de interação violam CP e conservam CPT no vácuo, mas ambos quebram dinamicamente a simetria CPT em um universo em expansão, onde, no caso da Bariogênese Gravitacional, a curvatura varia no tempo, ou, no caso da Bariogênese Espontânea, onde o campo escalar, não estando em seu estado de vácuo, conduz a evolução cosmológica e, portanto, evolui no tempo.

Além da bariogênese, também estudamos um mecanismo de produção de campo magnético através do modelo cosmológico de ricochete. A existência de campos magnéticos em uma variedade de escalas no Universo (ver por exemplo [16, 17]) chama a questão de sua origem. Em particular, há várias observações consistentes com campos fracos no meio intergaláctico de $\approx 10^{-16}$ Gauss, coerentes nas escalas da ordem de 1 Mega parsec (Mpc): a linha de hidrogênio de 21 *cm* [18], a anisotropia de raios cósmicos de energia ultra-alta [19], distorções da radiação cósmica de fundo (Cosmic Microwave Background - CMB) [20, 21], medições de polarização em modo *B* [22, 23], reaquecimento magnético [24], Nucleossíntese do Big Bang (BBN) [25] e raios γ [26], entre outros. Uma vez que tais campos permaneceram em grande parte imperturbáveis durante a evolução cosmológica, eles oferecem uma janela para sua origem, que geralmente é considerada primordial. Cam-

pos magnéticos primordiais, que podem ser posteriormente amplificados pelo mecanismo dínamo [27], são gerados antes da formação de estruturas cosmológicas. Esses campos podem surgir, por exemplo, ao longo do ricochete quântico em modelos cosmológicos com ricochete [28, 29, 30]. No entanto, uma vez que o eletromagnetismo minimamente acoplado é conformalmente invariante, a expansão não pode afetar seu estado de vácuo. Portanto, tal invariância deve ser quebrada para gerar os campos magnéticos primordiais.

Vários modelos foram propostos neste contexto até agora: Através da adição de um termo de massa [31], acoplando o campo eletromagnético (EM) a um campo escalar carregado sem massa [32] ou com o axion [33], e por um acoplamento não mínimo com a gravidade. A última opção tem sido amplamente estudada no caso de modelos inflacionários [34, 35, 36, 37, 38]. Muitas vezes, verifica-se que, para gerar campos magnéticos de amplitude suficiente durante a inflação, a função de acoplamento que quebra a invariância conforme da ação eletromagnética tem que crescer rapidamente em tempos tardios. Por esta razão, os cenários mais simples de magnetogênese inflacionária sofrem de reação inversa (back reaction) ou do problema do acoplamento não mínimo [36, 39, 40].

Assim, em vez de um modelo inflacionário, adotando o modelo cosmológico de ricochete, com campo escalar que dirige o bouncing, [1], propomos um mecanismo de acoplamento $f(\phi)$ para estudar a produção de campos magnéticos primordiais. Modelos cosmológicos não singulares são capazes de solucionar tanto o problema da sensibilidade exponencial do resultado, bem como o problema do acoplamento forte, uma vez que se expandem mais lentamente que os modelos inflacionários. Além disso, verificaremos que o back reaction não é um problema para o modelo aqui escolhido. Vale ressaltar que a magnetogênese em modelos cosmológicos não singulares na presença de um campo escalar já foi bastante estudada antes, no entanto tais modelos não estão relacionados ao formalismo de de Broglie–Bohm, de maneira que os aspectos da produção de campos ao longo do ricochete não são detalhados.

O texto está dividido da seguinte maneira. No segundo capítulo nós apresentamos os modelos com ricochete, ou seja, o formalismo de mini-superespaço junto da teoria dBB. O primeiro modelo é obtido de uma função de onda do Universo dependente do campo escalar ϕ que dirige o ricochete, campo que será utilizado nas produções de partícula e campo magnético.

No terceiro capítulo apresentamos os principais aspectos da bariogênese cosmológica padrão, que estão sujeitos às condições de Sakharov. Os mecanismos de bariogênese espontânea e gravitacional são introduzidos, enfatizando o fato de que a terceira condição de Sakharov pode ser superada nesses cenários. Trabalhamos essas condições em detalhes para um decaimento hipotético e mostramos que a assimetria bariônica pode ocorrer em equilíbrio térmico. Discutimos um conjunto de ricochetes sem campo escalar, cujas as equações guia são obtidas a partir de funções de onda gaussianas estáticas iniciais centradas na origem, ou seja, sem velocidade de fase. Em segundo lugar, apresentamos

trajetórias quânticas assimétricas de ricochete para uma função de onda evoluída de modo não unitário, a partir de uma função de onda gaussiana inicial com velocidade de fase não nula. Também exibimos a solução para uma função de onda que resulta de uma superposição de funções de onda gaussianas multiplicadas por fatores da forma $(\exp 2\chi)$, evoluída por um operador não unitário. Esses novos parâmetros quânticos são responsáveis pela assimetria. Ao final do capítulo analisamos os mecanismos de bariogênese gravitacional e espontânea para os modelos cosmológicos apresentados. Alguns resultados analíticos são obtidos para a razão bárion-entropia, e restrições sobre os parâmetros físicos da teoria são obtidas.

No quarto capítulo iremos rever as equações que governam o comportamento das perturbações do campo eletromagnético em um espaço-tempo curvo, afim de resumir o mecanismo de produção de campos magnéticos primordiais por meio do acoplamento entre o campo ϕ , que dirige o ricochete, e o campo eletromagnético. Com isso seremos capazes de violarmos a invariância conforme do eletromagnetismo. Usamos as soluções analíticas no limite assintótico, longe do ricochete, para o campo de calibre e seu momento conjugado e comparamos com as soluções numéricas.

2 COSMOLOGIA QUÂNTICA.

Apesar de seu sucesso, a mecânica quântica continua sendo um dos campos mais fascinantes e desafiadores da física. Os princípios fundamentais da mecânica quântica foram verificados experimentalmente inúmeras vezes, mas ainda contradizem nossas experiências cotidianas e conceitos clássicos. Por exemplo, a ideia de que uma partícula pode estar em vários lugares ao mesmo tempo, ou que pode "tunelar" através de barreiras pelas quais não deveria ser capaz de passar, pode parecer contra-intuitiva.

Além disso, a mecânica quântica permite o fenômeno conhecido como "emaranhamento quântico", onde duas ou mais partículas podem se correlacionar de tal forma que o estado de uma partícula pode afetar instantaneamente o estado de outra partícula, mesmo que estejam separadas por grandes distâncias. Esse conceito de "ação fantasmagórica à distância", como Einstein se referiu a ele, é outro aspecto da mecânica quântica que desafia nossa compreensão clássica do mundo.

O colapso da função de onda é uma interpretação sobre o que ocorre quando a superposição de estados quânticos se reduz a um único estado após a realização de uma medição. Embora essa teoria funcione bem no mundo microscópico, a aplicação da mecânica quântica ao mundo macroscópico é controversa. Alguns autores propõem que a interação do sistema quântico com o ambiente leva à decoerência [41]. O colapso da função de onda ocorre após a decoerência, o que leva o mundo macroscópico a parecer clássico. No entanto, outros acreditam que a mecânica quântica pode se aplicar a sistemas macroscópicos e que ainda há muito a ser descoberto sobre a relação entre o mundo quântico e o clássico.

A aplicação da mecânica quântica ao estudo do universo como um todo é um campo ativo de pesquisa conhecido como cosmologia quântica. Este campo visa entender o comportamento e a evolução do universo nas menores escalas e conciliar a mecânica quântica com a relatividade geral, a teoria da gravidade que descreve a estrutura em grande escala do universo. Apesar do progresso feito neste campo, ainda há muito que se desconhece e muitas questões permanecem sem resposta, tornando a cosmologia quântica uma área de pesquisa ativa.

Discutiremos aspectos que nos serão úteis da quantização canônica da gravidade e utilizaremos a equação dinâmica resultante desse processo para formular uma cosmologia quântica na interpretação de De Broglie–Bohm capaz contornar o problema do tempo na equação de Wheeler de Witt. Assim seremos capazes de formular um modelo de Universo não singular com ricochete que em sua evolução espontaneamente apresenta mecanismos de produção de partículas e de campo magnético.

2.1 O FORMALISMO DA INTERPRETAÇÃO DE COPENHAGEN.

Nesta seção, apresentaremos brevemente alguns aspectos importantes do formalismo da mecânica quântica não relativística na perspectiva da interpretação de Copenhagen. Os conceitos e postulados fundamentais dessa interpretação podem ser explorados em mais detalhes nas referências [42, 43].

O estado de um sistema quântico é descrito por uma função de onda $\Psi(x, t)$, que é um objeto matemático do qual podemos obter a amplitude de probabilidade de um sistema estar nesse estado, além de outras informações como a massa e carga elétrica, por exemplo. O vetor de estado é uma representação matricial do estado de um sistema quântico. Na notação de Dirac, esse vetor é denotado por $|\Psi(x, t)\rangle$, em que x é a posição e t o tempo.

Um observável é uma quantidade física que pode ser medida e é representada por um operador auto-adjunto em um espaço de Hilbert. Os autovalores do operador representam os possíveis valores que o observável pode assumir, e os autovetores do operador representam os estados quânticos correspondentes para os quais o valor do observável está bem definido. A representação matemática de um observável, A , pode ser escrita como um operador linear hermitiano, \hat{A} , atuando sobre seu autovetor, $|\phi\rangle$, da seguinte forma:

$$\hat{A}|\phi\rangle = a|\phi\rangle \quad (2.1)$$

onde a é o auto valor associado a esse autovetor.

A equação de Schrödinger descreve a evolução temporal da função de onda $\Psi(x, t)$. Ela é dada por:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi(x, t) \quad (2.2)$$

onde \hat{H} é o operador Hamiltoniano que representa a energia total do sistema, i é a unidade imaginária, e \hbar é a constante de Planck reduzida.

A equação de Schrödinger pode ser reescrita como uma equação diferencial para o vetor de estado $|\Psi(x, t)\rangle$:

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi(x, t)\rangle}{\partial t} = \hat{H}|\Psi(x, t)\rangle \quad (2.3)$$

Note que, nesta forma, \hat{H} é necessariamente uma matriz, já que $|\Psi(x, t)\rangle$ é um vetor. A equação de Schrödinger para o vetor de estado descreve a evolução temporal da função de onda, e é a base da mecânica quântica.

O produto interno é uma operação matemática que atribui a dois vetores no espaço de Hilbert um escalar. Na mecânica quântica, isso é representado, usando a notação de colchetes de Dirac, do seguinte modo:

$$\langle \psi | \phi \rangle = \sum_i \psi_i^* \phi_i \quad (2.4)$$

onde ψ e ϕ são dois vetores no espaço de Hilbert e a soma é feita sobre todos os componentes desses vetores na base em que estão representados. O ψ_i^* é o complexo conjugado de ψ_i . O produto interno é linear conjugado no primeiro argumento e linear no segundo argumento, o que significa que satisfaz as propriedades:

$$\langle \psi | \alpha \phi_1 + \beta \phi_2 \rangle = \alpha \langle \psi | \phi_1 \rangle + \beta \langle \psi | \phi_2 \rangle \quad \langle \alpha \psi_1 + \beta \psi_2 | \phi \rangle = \alpha^* \langle \psi_1 | \phi \rangle + \beta^* \langle \psi_2 | \phi \rangle \quad (2.5)$$

para quaisquer coeficientes escalares α e β . O produto interno também é positivo definido, significando que para qualquer vetor diferente de zero ψ no espaço de Hilbert, $\langle \psi | \psi \rangle > 0$. Essa propriedade é fundamental para a interpretação do quadrado do módulo do produto interno como uma probabilidade na mecânica quântica, como veremos mais adiante.

O estado $|\psi\rangle$ pode ser expresso como uma superposição dos autovetores do operador (2.1),

$$|\psi\rangle = \sum_i c_i |a_i\rangle, \quad (2.6)$$

onde os coeficientes c_i , que são as componentes de $|\psi\rangle$ nessa base, podem ser obtidos a partir de

$$c_i = \frac{\langle a_i | \psi \rangle}{\langle a_i | a_i \rangle} = \langle a_i | \psi \rangle. \quad (2.7)$$

Usando os autovetores e autovalores do observável \hat{A} , o estado $|\psi\rangle$ pode ser expresso como:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \sum_i \langle a_i | \psi \rangle |a_i\rangle = \sum_i c_i |a_i\rangle = \sum_i c_i \langle a_i | \hat{A} |a_i\rangle |a_i\rangle. \\ &= \sum_i c_i |a_i\rangle \langle a_i | \hat{A} |a_i\rangle \\ &= \sum_i c_i \hat{P}_i (\hat{A} |a_i\rangle) \end{aligned} \quad (2.8)$$

em que $\hat{P}_i = |a_i\rangle \langle a_i|$ é o operador de projeção sobre a direção do estado $|a_i\rangle$. Vale a pena notar que os projetores são não triviais apenas em espaços de Hilbert de dimensão infinita. Em espaços de Hilbert de dimensão finita, todo operador é idempotente e todo estado puro é autoestado de algum operador.

A probabilidade de encontrar um sistema quântico descrito pelo vetor $|\psi\rangle$ em um determinado estado $|\phi_i\rangle$ pode ser calculada usando a regra de Born, que afirma que ser

esta probabilidade dada pelo quadrado do módulo da componente c_i associada ao vetor $|\phi_i\rangle$,

$$P(|\phi_i\rangle) = |\langle\psi|\phi_i\rangle| = |c_i|^2. \quad (2.9)$$

De acordo com a interpretação de Copenhague o processo de medição na mecânica quântica é descrito pelo colapso da função de onda, que é uma transição da função de onda de uma superposição de estados, no sentido vetorial do termo, para um único estado correspondente ao resultado da medição.

Após a medição, o estado do sistema pode ser descrito pelo colapso em um dos autostados do observável medido, de modo que a matriz de densidade do sistema é dada por

$$\rho_S = \sum_i p_i |\psi_{S,i}\rangle \langle\psi_{S,i}|,$$

onde $p_i = |a_i|^2$ é a probabilidade de encontrar o sistema no estado $|\psi_{S,i}\rangle$, com a_i representando a amplitude associada a esse estado.

Apesar da utilidade dessa abordagem, o problema de medição na mecânica quântica permanece uma questão em aberto na física. A dificuldade em descrever o processo de colapso da função de onda de forma consistente é um dos principais desafios no desenvolvimento de uma teoria completa da mecânica quântica. O problema de medição surge porque a redução da função de onda é um processo não unitário e irreversível, e não está claro como conciliar isso com a evolução unitária descrita pela equação de Schrödinger. A interpretação de Broglie-Bohm da mecânica quântica fornece uma solução para o problema de medição, assumindo que, em um cenário não relativístico, as posições das partículas descritas são variáveis ocultas, determinantes para os resultados das medições. Ou seja, nesta interpretação, a função de onda fornece um campo orientador para o movimento das partículas, mas as posições reais das partículas são determinadas pelos valores das variáveis ocultas, como veremos na seção seguinte.

2.2 A MECÂNICA QUÂNTICA DE DE BROGLIE BOHM.

A Teoria Quântica de Broglie-Bohm é uma abordagem única da mecânica quântica que busca eliminar a divisão entre os mundos quântico e clássico. John Stewart Bell disse uma vez que a única maneira de obter precisão na mecânica quântica é conciliar a função de onda, Ψ , e a variável de posição, x em uma única descrição, de modo que ambas se refiram ao mundo inteiro. Esta é a base para o desenvolvimento da teoria dBB. Mostraremos a teoria em sua versão não relativística, que pode ser consultada na referência [44].

Para conseguir isso, a teoria postula não apenas a equação de Schrödinger para Ψ , mas também uma equação para x . A função de onda de uma única partícula não relativística na representação de coordenadas, como já mostramos, satisfaz a equação de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(x) \right] \Psi(x, t) \quad (2.10)$$

onde $V(x)$ é o potencial clássico. Adotando como solução $\Psi = R \exp(iS/\hbar)$, duas equações reais podem ser derivadas:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} + V - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R} = 0, \quad (2.11a)$$

$$\frac{\partial R^2}{\partial t} + \nabla \cdot \left(R^2 \frac{\nabla S}{m} \right) = 0. \quad (2.11b)$$

A equação (2.11a), é semelhante a uma equação de Hamilton-Jacobi para S , mas com um termo adicional. Notemos que o movimento da partícula é influenciado tanto pelo potencial clássico $V(x)$ quanto por um novo potencial quântico,

$$Q \equiv -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R}. \quad (2.12)$$

A (2.11b), por outro lado, pode ser vista como a equação de continuidade para uma distribuição de probabilidade do conjunto de partículas R^2 , com $\nabla S/m$ servindo como o campo de velocidade. Pois nessa interpretação as partículas quânticas possuem trajetórias reais e objetivas, $x(t)$, que devem obedecer à equação de orientação

$$p = m\dot{x} = \nabla S, \quad (2.13)$$

Este inclusive é tido como o primeiro postulado da mecânica quântica de dBB.

Alternativamente, como originalmente proposto por de Broglie, esta equação também pode ser escrita como:

$$v(x(t), t) \equiv \dot{x} = \frac{J}{R^2}, \quad (2.14)$$

onde v é o campo de velocidade e J é a corrente quântica expressa como $J = \text{Im}(\hbar\Psi^*\nabla\Psi/m)$.

O segundo postulado da teoria sugere que as partículas quânticas estão sempre conectadas à função de onda Ψ , que influencia seu comportamento por meio da equação (2.14), é regida pela Equação de Schrödinger. Essas duas equações de primeira ordem requerem conhecimento da posição inicial x_0 e do estado inicial da função de onda $\Psi(x, 0)$ para serem resolvidas, respectivamente. O estado inicial da função de onda normalmente pode ser obtido por meio de medições de um conjunto completo de observáveis no sistema. No entanto, determinar a posição inicial da partícula perturbaria o sistema quântico e, portanto, a posição exata da partícula permanece desconhecida e é considerada uma variável oculta na teoria.

Para concluir, é importante mencionar alguns pontos sobre a teoria dBB. Em primeiro lugar, o limite da mecânica clássica é facilmente obtido nesta teoria simplesmente tornando o potencial quântico insignificante em comparação com as energias cinética e potencial clássicas. Isso mostra que a chegada do sistema no limite clássico é resultado de sua evolução. No entanto, vale a pena notar que, embora o potencial quântico forneça uma compreensão clara da mecânica Bohmiana, não é um componente necessário na obtenção de resultados da mecânica quântica. Veremos que quando aplicada ao Universo a mecânica quântica de dBB fornece equações guia que permitem expressar a evolução temporal do Universo por meio do tempo cosmológico ou tempo conforme, ao contrário do que ocorre com a equação de Wheeler De Witt .

2.3 QUANTIZAÇÃO CANÔNICA DA RELATIVIDADE GERAL.

Podemos sistematizar o procedimento de quantização canônica de um sistema físico, que possua apenas vínculos de primeira classe, [45], da seguinte maneira:

1. Inicialmente as coordenadas generalizadas q^i e seus momenta associados p_i , de todos os seus $i = 1, 2, \dots, N$ constituintes, são convertidos nos operadores quânticos de posição \hat{q}^i e de momentum \hat{p}_i , respectivamente;
2. Sejam $A(p^i, q_i)$ e $B(p^i, q_i)$ funções das variáveis canônicas e $\hat{A}(\hat{p}^i, \hat{q}_i)$ e $\hat{B}(\hat{p}^i, \hat{q}_i)$ sua contrapartida quântica. Elas devem satisfazer a seguinte correspondência

$$\{A(p^i, q_i), (p^i, q_i)\} \rightarrow i\hbar [\hat{A}(\hat{p}^i, \hat{q}_i), \hat{B}(\hat{p}^i, \hat{q}_i)] \quad (2.15)$$

onde $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$ é o comutador entre \hat{A} e \hat{B} .

3. A equação dinâmica é a equação de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}_c(\hat{q}, \hat{p})\psi, \quad (2.16)$$

onde tomamos a Hamiltoniana como sendo a Hamiltoniana de primeira classe mais geral possível, ou seja, uma Hamiltoniana clássica com vínculos [46]. Nesta altura é preciso encontrar a função de onda ψ que soluciona esta equação;

4. Devemos impor que todas as equações de vínculo, $\phi_m(q, p) \approx 0$, sejam restrições sobre a função de onda que soluciona a equação de Schrödinger

$$\phi_m(\hat{q}, \hat{p})\psi = 0. \quad (2.17)$$

Não podemos considerar restrições de primeira classe como identidades de operadores ou, conseqüentemente, a (2.15) seria violada. É simples verificarmos essa

condição, para tal imaginemos um vínculo $\phi_j(q, p)$ e uma função $F(q, p)$ qualquer das coordenadas e momenta generalizados tal que $\{\phi_j(q, p), F(q, p)\} \neq 0$. Ao quantizarmos esta equação teremos $[\phi_j(\hat{q}, \hat{p}), F(\hat{q}, \hat{p})] \neq 0$. Porém, se fizermos $\phi_j(\hat{q}, \hat{p}) = 0$, teríamos $[\phi_j(\hat{q}, \hat{p}), F(\hat{q}, \hat{p})] = 0$ pois o comutador de um operador identicamente nulo é zero com qualquer outra função de operadores e, claramente, isto não é possível.

Esses serão os passos seguidos para quantizarmos modelos cosmológicos. No entanto, antes trataremos das particularidades de sistemas invariantes por reparametrização, caso da Relatividade Geral.

2.3.1 Quantização de Teorias Invariantes por Reparametrização Temporal.

Seja um sistema físico clássico, com $2n$ graus de liberdade, invariante por reparametrização temporal. A conversão desse sistema do antigo parâmetro de tempo t para o novo parâmetro de tempo τ , leva t a tornar-se a nova coordenada generalizada do sistema em questão [46]. A esta altura, o antigo conjunto de coordenadas generalizadas desse sistema $\{q^i\}_{i=1}^n$, é ampliado para $\{q^\mu\}_{\mu=0}^n$, pois agora $t(\tau) = q^0$. Como é mostrado por Dirac em [47], o momenta associado à coordenada t é

$$\Pi_0 = -H(q^i, \Pi_i, t) \quad (2.18)$$

o que leva ao vínculo

$$\phi_0 = \Pi_0 + H(q^i, \Pi_i, t) = 0 \quad (2.19)$$

Esse vínculo se conserva no tempo. Sendo \dot{t} a derivada de t em respeito a τ , vemos que o Hamiltoniano computado após a conversão é identicamente nulo,

$$H_C(q^\mu, t) = \dot{t} [\Pi_0 + H(q^i, \Pi_i, t)] = 0 \quad (2.20)$$

onde utiliza-se o resultado (2.19)

No entanto, o Hamiltoniano capaz de nos levar as equações dinâmicas corretas è o Hamiltoniano total

$$H_T = H_C + N\phi_0 = N\phi_0 \quad (2.21)$$

O Hamiltoniano total é quem descreverá a evolução do sistema, pois a equação de Schrödinger relacionada a H_C não nos traria nenhuma informação já que o mesmo é igual a zero. A atuação de H_C sobre a função de onda $\psi(q^\mu, \tau)$ também é identicamente nula

e, portanto, só nos diz que essa função não depende explicitamente de τ . Já quando ϕ_0 atua sobre $\psi(t, q^i, t)$ temos que

$$[\Pi_0 + H(q^i, \Pi_i, t)] \psi(t, q^i, t) = 0 \quad (2.22a)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(t, q^i, t) = \psi(t, q^i, t) H(q^i, \Pi_i, t), \quad (2.22b)$$

onde $\Pi_0 = i\hbar \partial / \partial t$. Vemos, portanto, que neste caso a evolução física do sistema pode estar contida apenas no vínculo ϕ_0 , daí a necessidade de acrescentar os vínculos ao Hamiltoniano da teoria.

2.3.2 Quantização Canônica da Relatividade Geral.

O formalismo ADM é uma abordagem para a Relatividade Geral que descreve a geometria do espaço-tempo em termos de variáveis que são naturais para um observador em repouso no universo. As variáveis ADM são:

- h_{ij} : o tensor métrico induzido sobre a hiper-superfície espacial,
- K_{ij} : tensor de curvatura extrínseca, que mede a taxa de variação da direção normal à hiper-superfície conforme ela é transportada ao longo do tempo,
- N : o lapso temporal que mede a quantidade de tempo próprio que passa entre duas hiper-superfícies espaciais adjacentes,
- N^i : o "shift" que mede o deslocamento espacial entre pontos correspondentes em duas hiper-superfícies espaciais adjacentes.

A ação da relatividade geral em termos das variáveis ADM é dada por:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} (R + 2\Lambda) = \int dt d^3x \sqrt{h} N (K_{ij} K^{ij} - K^2 + R^{(3)} - 2\Lambda) \quad (2.23)$$

onde $R^{(3)}$ é a curvatura escalar induzida na hiper-superfície espacial e Λ é a constante cosmológica.

Ao quantizarmos canonicamente a Relatividade Geral o único comutador entre operadores canônicos diferente de zero é

$$\{h_{ij}(x), \Pi^{kl}(x')\} = \delta_{ij}^{kl} \delta^3(x - x') \Rightarrow [\hat{h}_{ij}(x), \hat{\pi}^{kl}(x')] = i\hbar \delta_{ij}^{kl} \delta^3(x - x'), \quad (2.24)$$

em que o (π^{ij}, h_{ij}) é a representação em coordenadas do resultado da conversão das variáveis canônicas em operadores

$$\hat{h}_{ij}(x) = h_{ij}(x), \quad \text{e} \quad \hat{\pi}^{ij}(x) = -i\hbar \frac{\delta}{\delta h_{ij}(x)}. \quad (2.25)$$

Podemos escrever o Hamiltoniano como

$$H = \int d^3x (N\mathcal{H}_0 + N_i\mathcal{H}^i). \quad (2.26)$$

No formalismo de decomposição da Relatividade Geral em variáveis ADM, os vínculos primários desempenham um papel fundamental na formulação Hamiltoniana da teoria. Elas surgem da invariância sob certas transformações e são essenciais para garantir que as equações de campo de Einstein sejam satisfeitas corretamente.

As restrições primárias incluem:

- **Vínculo Hamiltoniano (H_0):** Este vínculo surge da invariância sob reparametrizações temporais. Matematicamente, é uma combinação linear das componentes da métrica espacial e seus momentos conjugados. O vínculo Hamiltoniano garante a consistência temporal da evolução do sistema gravitacional.
- **Vínculos de Difeomorfismo (H_i):** Esses vínculos surgem da invariância sob difeomorfismos espaciais, refletindo a liberdade de realizar mudanças de coordenadas no espaço. São combinações das derivadas covariantes dos momentos canonicamente conjugados à métrica. Os vínculos de difeomorfismo garantem a consistência das transformações coordenadas espaciais.

As restrições simbolizadas por H_0 e H_i desempenham um papel crucial na evolução temporal consistente de um sistema gravitacional. São, na verdade, restrições Hamiltonianas na formulação da dinâmica do sistema e devem ser satisfeitos em todos os instantes. Maiores detalhes da construção do formalismo ADM podem ser vistos em [48].

As quantidades N e N^i são multiplicadores de Lagrange associados aos vínculos H_0 e H_i , respectivamente. Assim, o Hamiltoniano total da Relatividade Geral pode ser expresso em termos das restrições H_0 e H_i e suas variáveis conjugadas N e N^i . No espaço de Hilbert, essas variáveis são representadas pelos operadores

$$\hat{P}(x) = -i\hbar \frac{\delta}{\delta N(x)}, \quad \hat{P}_i(x) = -i\hbar \frac{\delta}{\delta N^i(x)}. \quad (2.27)$$

Tais operadores devem satisfazer a condição (2.17), de modo que, qualquer que seja a função de onda, $\psi(N, N^i, h_{kl}, t)$, sempre tenhamos:

$$\frac{\delta \psi}{\delta N}(N, N^i, h_{kl}, t) = 0, \quad (2.28)$$

$$\frac{\delta \psi}{\delta N^i}(N, N^i, h_{kl}, t) = 0. \quad (2.29)$$

A função de onda, portanto, não dependerá de N e nem de N^i , i.e., $\psi = \psi(h_{kl}, t)$. O mesmo pode ser dito sobre H_0 e H_i . Pois, dados seus operadores associados, na representação de coordenadas,

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = \hat{G}_{ijkl} \hat{\pi}^{ij} \hat{\pi}^{kl} - \hat{h}^{\frac{1}{2}} \hat{R} = G_{ijkl} \frac{\delta^2}{\delta h_{ij} \delta h_{kl}} + h^{\frac{1}{2}} \hat{R}, \quad (2.30a)$$

$$\hat{\mathcal{H}}^i = \hat{\pi}^{ij} \hat{p}_j + \hat{\Gamma}_{ab}^i \hat{\pi}^{ab} = \nabla_j \left(\frac{\delta}{\delta h_{ij}} \right) = \left(\frac{\delta}{\delta h_{ij}} \right); j \quad (2.30b)$$

podemos atuar sobre $\psi = \psi(h_{kl}, t)$ da seguinte maneira:

$$\hat{\mathcal{H}}_0\psi = 0 = \left(\hat{G}_{ijkl}\hat{\pi}^{ij}\hat{\pi}^{kl} - \hat{h}^{\frac{1}{2}}\hat{R} \right) \psi, \implies G_{ijkl}\frac{\delta^2\psi}{\delta h_{ij}\delta h_{kl}} + h^{\frac{1}{2}}\hat{R}\psi = 0, \quad (2.31)$$

$$\hat{\mathcal{H}}^i\psi = 0 = \left(\hat{\pi}^{ij}{}_{,j} + \hat{\Gamma}_{ab}^i\hat{\pi}^{ab} \right) \psi, \implies \left(\frac{\delta\psi}{\delta h_{ij}} \right)_{,j} = 0. \quad (2.32)$$

A (2.31) é uma equação diferencial funcional conhecida como equação de Wheeler De Witt [49], cuja ordenação ainda não é consenso [50]. Embora a equação de Wheeler-DeWitt tenha soluções em casos simplificados, o problema completo, em sua forma mais geral, as soluções, quando encontradas, podem ser difíceis de interpretar devido à ausência de uma variável de tempo explícita na equação. O fato do Hamiltoniano ser um vínculo impede a descrição da evolução da função de onda em respeito ao tempo cosmológico, daí a constatação de que a função de onda é independente do tempo.

Esta expressão é análoga à restrição $\pi_0 + H(q^i, p_j, t) \approx 0$ como no caso de teorias invariantes por reparametrização no tempo [51].

O maior problema da (2.31) é encontrar alguma variável dentro das dependências funcionais de h_{ij} , que possa desempenhar o papel de tempo. Este é o famoso problema do tempo na quantização canônica da cosmologia [52].

Outra forma de considerar a equação (2.31) seria utilizar a chamada métrica de de Witt G_{ijkl} , definida como a métrica no espaço das métricas espaciais $h_{ij}(x)$, conhecido como super-espaço. Nesse caso, qual seria a assinatura de G_{ijkl} ? Na referencia [53] nos é mostrado que a métrica de de Witt é simétrica nas trocas de (i, j) com (j, i) , (k, l) com (l, k) e também (i, j) com (l, k) . Portanto, G_{ijkl} pode ser escrita como uma matriz simétrica 6×6 bidimensional M_{AB} através do seguinte mapeamento de índices

$$(1, 1) \rightarrow (1), \quad (1, 2) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(4)$$

$$(2, 2) \rightarrow (2), \quad (2, 3) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(5)$$

$$(3, 3) \rightarrow (3), \quad (3, 1) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(6).$$

Os fatores $\frac{1}{\sqrt{2}}$ aparecem para que o mapeamento $\delta_{kl}^{ij} \rightarrow \delta_B^A$ seja possível. No caso particular em que $h_{ij} = \delta_{ij}$, a matriz M_{AB} associada a G_{ijkl} é

$$M_{AB} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & -1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Logo, encontrar os autovalores de M_{AB} , consiste em encontrar os autovalores do primeiro bloco de M_{AB} , denominado \mathbb{N} . Como sabemos da álgebra linear,[54] , a equação de autovalores é:

$$\det(\mathbb{N} - \lambda\mathbb{I}) = 0 \Rightarrow \lambda^3 - \frac{3}{2}\lambda^2 + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow (\lambda - 1)^2 \left(\lambda + \frac{1}{2} \right) = 0$$

Portanto, os autovalores de N são $(-1/2, 1, 1)$, e os autovalores de M_{AB} e, consequentemente, de G_{ijkl} são $(-1/2, 1, 1, 1, 1)$. Pode-se concluir desta análise que a equação (2.31) tem uma estrutura de equação de Klein-Gordon com potencial $R(h_{ij})$ no superespaço. Pode-se mostrar que existe uma única coordenada temporal neste superespaço associada a $\det(h_{ij})$ [52, 45]. Entretanto, considerar a equação de Wheeler-DeWitt como sendo uma generalização da equação de Klein-Gordon põe em risco a interpretação probabilística de $\psi(h_{ij})$, pois como se sabe, não pode ser construída uma corrente conservada de probabilidade da equação de Klein-Gordon com a componente zero definido positivamente. Com efeito, a equação de Klein-Gordon relativística é dada como:

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + m^2 c^2 \right) \psi(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (2.34)$$

onde $\psi(\mathbf{x}, t)$ é a função de onda complexa que descreve a partícula com spin zero, m a massa da partícula e c é a velocidade da luz no vácuo. A equação de probabilidade associada à equação de Klein-Gordon é dada por:

$$j^\mu = \frac{\hbar}{2im} (\psi^* \partial^\mu \psi - \psi \partial^\mu \psi^*) \quad (2.35)$$

no qual j^μ é a corrente de probabilidade, ∂^μ o operador derivada, ψ^* o conjugado complexo da função de onda e \hbar é a constante reduzida de Planck. Note que a equação de probabilidade não depende da componente temporal da função de onda. No entanto, o problema é que a densidade de probabilidade associada à equação de Klein-Gordon, dada pela componente temporal j^0 da corrente de probabilidade, pode assumir valores negativos. Por essa razão, não é possível garantir uma densidade de probabilidade sempre positivamente definida a partir da equação de Klein-Gordon, o que dificulta a sua interpretação probabilística usual.

Uma solução poderia ser tentar extrair uma raiz quadrada da equação de Wheeler-DeWitt, de maneira análoga à transição da equação de Klein-Gordon para a equação de Dirac. No entanto, este método falha devido à não positividade do potencial $R(h_{ij})$, o que impede a construção de uma raiz quadrada definida positiva da equação. Dessa forma, fica claro que o problema está na estrutura matemática e não em uma questão de interpretação específica.

Uma segunda solução seria quantizar a própria função de onda $\psi(h_{ij})$ e fazê-la atuar sobre estados de vácuo, similarmente ao que é feito em teoria quântica de campos chamada de segunda quantização [55, 56, 57]. No entanto, no caso da RG isso seria uma terceira quantização. Argumenta-se que na aproximação semiclássica tal interpretação probabilística pode ser restaurada [58]. Todos esses problemas ainda estão sem solução.

2.4 A TEORIA DE DE BROGLIE BOHM APLICADA AO UNIVERSO.

2.4.1 Equação de Wheeler DeWitt na presença de um campo escalar

Nesta subseção, exploraremos como desenvolver a quantização canônica de um modelo de Universo, na aproximação de minisuperespaço e apresentaremos os principais resultados alcançados nas referências [59, 1]. Vamos estudar o sistema sem considerar qualquer perturbação, ou seja, assumindo que o Universo é estritamente homogêneo e isotrópico. Seja então um campo escalar sem massa e livre, para o qual $p = \rho$, comumente conhecido como matéria dura ("stiff matter") na literatura.

Antes de quantizarmos canonicamente o Hamiltoniano da Relatividade Geral com campo escalar, assumiremos que a descrição será sobre um Universo homogêneo e isotrópico. O elemento de linha mais geral para um Universo deste tipo é caracterizado apenas pelo fator de escala $a(t)$ e pelo valor da constante que define a curvatura das seções espaciais, $\epsilon = 0, \pm 1$, ou seja, a curvatura das hiper-superfícies de simultaneidade definidas por $t = \text{constante}$. Escrevemos este elemento de linha como:

$$ds^2 = N^2 dt^2 - \frac{a^2(t)}{(1 + \frac{\epsilon}{4}r^2)^2} [dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2(\theta) d\varphi^2]. \quad (2.36)$$

Importante não confundirmos a coordenada azimutal φ com o campo escalar ϕ .

A Lagrangeana para esse sistema em unidades naturais, $\hbar = c = 1$, é dada por

$$L = \sqrt{-g} [R - C_w \phi_{;\mu} \phi^{;\mu} + V(\phi)], \quad (2.37)$$

O fator

$$C_w \equiv \left(\omega + \frac{3}{2} \right)$$

é definido como sendo estritamente positivo, para que ao menos classicamente não seja violada qualquer uma das condições de energia.

Escolhemos um potencial de auto interação exponencial útil na resolução dos problemas em modelos cosmológicos:

$$V(\phi) = V_0 e^{-\lambda\phi/\sqrt{8\pi G_N}}, \quad (2.38)$$

onde a constante V_0 tem unidade de massa e λ é adimensional. Falaremos mais sobre este potencial quando tratarmos da bariogênese espontânea na seção 3.

Para o caso em que a dinâmica é dominada pelo termo cinético, a Lagrangeana (2.37) se reduz para

$$L = \sqrt{-g} [R - C_w \phi_{,\mu} \phi^{,\mu}], \quad (2.39)$$

Inserindo a métrica evidenciada pelo elemento de linha (2.36) nesta Lagrangeana, e expressando o comprimento de Planck como $l_p \equiv \sqrt{G_N}$, obtemos a seguinte integral de ação:

$$S = \frac{3V}{4\pi l_p^2} \int \frac{Na^3}{2} \left(\frac{-\dot{a}^2}{N^2 a^2} + C_w \frac{\dot{\phi}^2}{6N^2} + \frac{\epsilon}{a^2} \right) dt. \quad (2.40)$$

Da qual obtém-se a Hamiltoniana

$$H = N\mathcal{H} = \frac{N}{2l_p e^{3\alpha}} (-\Pi_\alpha^2 + \Pi_\phi^2 + \epsilon e^{4\alpha}), \quad (2.41)$$

onde empregamos a definição $\alpha \equiv \ln(a)$. Com isso as expressões dos momentos tornaram-se mais simples,

$$\Pi_\alpha = -\frac{l_p}{N} e^{3\alpha} \dot{\alpha}, \quad (2.42a)$$

$$\Pi_\phi = \frac{l_p}{N} e^{3\alpha} \dot{\phi} \quad (2.42b)$$

A primeira condição para a realização da quantização no modelo de mini-super-espaço é a de uma função de onda independente de N . A segunda condição necessária é da aniquilação da função de onda pela Hamiltoniana, isto é,

$$\frac{\partial}{\partial N} \Psi(\alpha, \varphi, N) = 0, \quad \hat{\mathcal{H}} \Psi(\alpha, \varphi, N) = 0 \quad (2.43)$$

Tais condições dão início ao chamado procedimento de quantização de Dirac, que mostra como quantizar sistemas Hamiltonianos vinculados e invariantes por reparametrização temporal, como visto na seção 2.3.

Um ponto q qualquer no espaço $\alpha - \phi$ no qual está definida a função de onda possui coordenadas $(q) = (q_\mu) = (q_0, q_1) = (\alpha, \phi)$. Deste modo, para que o ordenamento temporal dos operadores quânticos seja mais naturalmente estabelecido, podemos escolher um ordenamento covariante com relação a uma dada definição dos campos nesse espaço. Satisfazemos essa necessidade com uma métrica Lorentziana no plano $\alpha - \phi$, da forma

$$f_{\mu\nu} = e^{3\alpha} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.44)$$

sendo sua inversa e seu determinante, respectivamente, expressas como:

$$f^{\mu\nu} = e^{-3\alpha} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

$$\sqrt{-f} = e^{3\alpha}. \quad (2.46)$$

Consequentemente, na representação de coordenadas os operadores de momento são derivadas usuais,

$$\hat{\Pi}_\alpha \rightarrow i \frac{\partial}{\partial \alpha}, \quad (2.47a)$$

$$\hat{\Pi}_\phi \rightarrow i \frac{\partial}{\partial \phi}, \quad (2.47b)$$

logo, de acordo com a métrica (2.44) a equação (2.41) em sua versão quântica é

$$\hat{\mathcal{H}}\Psi(\alpha, \phi) = 0 \Rightarrow [f_{\mu\nu}\partial^\mu\partial^\nu + \epsilon e^{7\alpha}] \Psi(\alpha, \phi) = \left[-\frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \epsilon e^{4\alpha} \right] \Psi(\alpha, \phi) = 0. \quad (2.48)$$

Esta é a equação de Wheeler-DeWitt para um Universo que, além do fator de escala $a \equiv e^\alpha$, depende do campo escalar ϕ .

Estenderemos o formalismo das ondas piloto para obtermos as trajetórias Bohmianas do sistema no plano $\alpha - \phi$ no caso do Universo de seção espacial plana.

2.4.2 O Ricochete Quântico Dirigido pelo Campo Escalar.

Mostramos a equação de Wheeler-DeWitt de um sistema que consiste em um espaço-tempo homogêneo e isotrópico na presença de um campo escalar com um termo cinético dominante. Definiremos a função de onda do Universo, na descrição de de Broglie Bohm, para mostrarmos como as evoluções do fator de escala e do campo escalar são dadas pela evolução ao longo de trajetórias Bohmianas, nessa interpretação. Como na descrição para uma partícula na seção 2.2, tais trajetórias serão encontradas ao resolvermos o sistema de equações guia para α e ϕ . A equação (2.58) é completamente análoga as equações que desenvolveremos nessa seção. A principal diferença será a quantidade de equações guia. Na seção 2.2 a função de onda dependia apenas de x , por isso apenas uma equação guia é derivada. Resumiremos como obter tais trajetórias. Detalhes desta construção podem ser encontrados nas referências [60, 59].

Aplicando o método de separação de variáveis a equação (2.48) temos:

$$\Psi(\alpha, \phi) = \int F(\bar{k}) A_{\bar{k}}(\alpha) B_{\bar{k}}(\phi) d\bar{k}, \quad (2.49)$$

em que \bar{k} é uma constante de separação, no qual a barra sobre escrita serve para diferenciar o valor k da variável de integração \bar{k} . $F(k)$ é uma função arbitrária de k . O fator $B_k(\phi)$ é escolhido como uma superposição de gaussianas em ϕ ,

$$B_k(\phi) = b_1 \exp(ik\phi) + b_2 \exp(-ik\phi), \quad (2.50)$$

A expressão do fator $A_k(\alpha)$ irá depender do tipo de curvatura ϵ apresentada pelo Universo em que está definido o elemento de linha (2.36). Com efeito, para $\epsilon = 0$

$$A_k(\alpha) = a_1 \exp(ik\alpha) + a_2 \exp(-ik\alpha), \quad (2.51)$$

para $\epsilon = 1$

$$A_k(\alpha) = a_1 I_{ik/2}(e^{2\alpha}/2) + a_2 K_{ik/2}(e^{2\alpha/2}), \quad (2.52)$$

e para $\epsilon = -1$

$$A_k(\alpha) = a_1 J_{ik/2}(e^{2\alpha}/2) + a_2 N_{ik/2}(e^{2\alpha}/2). \quad (2.53)$$

As funções J, N, I, K são funções de Bessel e Bessel modificadas de primeiro e segundo tipo.

Para o caso de um Universo homogêneo, isotrópico (minisuperespaço) e com a presença de um potencial clássico dependente dos graus de liberdade canônicos, a equação de Wheeler DeWitt é dada simplesmente por:

$$\mathcal{H}[\hat{p}^\mu(t), \hat{q}_\mu(t)] \Psi(\alpha, \phi) = \left[-\frac{1}{2} f_{\rho\sigma}(q_\mu) \frac{\partial^2}{\partial q_\rho \partial q_\sigma} + U(q^\mu) \right] \Psi(\alpha, \phi) = 0. \quad (2.54)$$

O ponto de partida para aplicarmos a interpretação de de Broglie Bohm se dá quando escrevemos a função de onda em sua forma polar, $\Psi = R \exp(iS)$, e a substituímos na equação (2.54). Ao separarmos a parte real e imaginária obtemos duas equações envolvendo a amplitude R e a fase S ,

$$\frac{1}{2} f_{\rho\sigma} \frac{\partial S}{\partial q_\rho} \frac{\partial S}{\partial q_\sigma} + U(q^\mu) - \frac{1}{2R} f_{\rho\sigma} \frac{\partial^2 R}{\partial q_\rho \partial q_\sigma} = 0 \quad (2.55)$$

$$\frac{1}{\sqrt{-f}} \frac{\partial}{\partial q_\rho} \left(R^2 f_{\rho\sigma} \sqrt{-f} \frac{\partial S}{\partial q_\sigma} \right) = \frac{\partial R^2}{\partial q_\rho} \frac{\partial S}{\partial q_\sigma} + R^2 \frac{\partial^2 S}{\partial q_\rho \partial q_\sigma} = 0 \quad (2.56)$$

onde $q_\rho \in \{q_0, q_1\} = \{\alpha, \phi\}$. sendo o potencial quântico

$$Q(q_\mu) \equiv -\frac{1}{2\sqrt{-f}R} \frac{\partial}{\partial q_\rho} \left(f^{\rho\sigma} \sqrt{-f} \frac{\partial R}{\partial q_\sigma} \right) = -\frac{1}{2R} f_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 R}{\partial q_\alpha \partial q_\beta}. \quad (2.57)$$

Para que o laplaciano possa ser calculado operadores derivadas covariantes, construídos por meio do emprego de densidades tensoriais, são necessários, [61, 42], i.e.,

$$\nabla_\mu \nabla^\mu F \equiv \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu (g^{\mu\nu} \sqrt{-g} \partial_\nu) F.$$

A interpretação de de Broglie-Bohm aplicada à cosmologia quântica afirma que as trajetórias $q_\mu(t)$ são reais, independentemente de quaisquer observações. O potencial quântico pode ser interpretado como um termo corretivo adicional na equação de Hamilton-Jacobi, afetando tanto a fase S quanto a dinâmica das variáveis cosmológicas. Neste

quadro, o potencial quântico Q responsável pelos efeitos quânticos que podem, em certos modelos, evitar a singularidade clássica em $t = 0$. O ricochete (ou bounce) do fator de escala ocorre em um regime no qual o potencial quântico desempenha um papel dominante, alterando a evolução cosmológica clássica.

Para obtermos as trajetórias quânticas precisamos resolver o seguinte sistema de equações diferenciais de primeira ordem, chamado de equação guia (2.58):

$$\frac{\partial S(q_\rho)}{\partial q_\rho} = f^{\rho\sigma} \frac{1}{N} \dot{q}_\sigma \quad (2.58)$$

A partir da fase da função de onda proposta, obtém-se o sistema formado pelos momentos associados às variáveis α e ϕ ,

$$\Pi_\alpha = \frac{\partial S}{\partial \alpha} = -\frac{l_p}{N} e^{3\alpha} \dot{\alpha}, \quad (2.59a)$$

$$\Pi_\phi = \frac{\partial S}{\partial \phi} = \frac{l_p}{N} e^{3\alpha} \dot{\phi}. \quad (2.59b)$$

O potencial quântico (2.57), calculado em função da equação de Wheeler-DeWitt (2.54) é da forma

$$Q(\alpha, \phi) = \frac{e^{3\alpha}}{2R} \left[\frac{\partial^2 R}{\partial \alpha^2} - \frac{\partial^2 R}{\partial \phi^2} \right]. \quad (2.60)$$

A equação (2.58) é invariante por reparametrização temporal. Portanto, mesmo no nível quântico, diferentes escolhas de $N(t)$ produzem a mesma geometria de espaço-tempo para uma dada solução não clássica $q_\rho(t)$. Não há problema de tempo na interpretação de de Broglie Bohm da cosmologia quântica do minisuperespaço, já que a função de onda depende de α e ϕ que por sua vez são funções não nulas do tempo. A interpretação de de Broglie Bohm resolve naturalmente o problema do tempo na quantização canônica, [60].

Para uma dada solução da equação de Wheeler De Witt, as equações guia nos permitem encontrar as equações guia e descrever a evolução do sistema. Veremos que ao longo da trajetória o ricochete corresponderá ao limite quântico. Embora tenhamos a solução formal da equação de Wheeler De Witt para o caso com curvatura, $\epsilon \in \{-1, 0, 1\}$, deste ponto em diante, toda a análise levará em conta apenas o caso de um Universo com seção espacial plana, $\epsilon = 0$, inclusive para os mecanismos de bariogênese e maganetogênese.

A equação de Wheeler De Witt (2.49) representa uma simples equação de Klein-Gordon no minisuperespaço, quando particularizada para o caso $\epsilon = 0$. A função de onda 2.49 é solução para esta equação. A única arbitrariedade, cuja consistência deverá ser posteriormente verificada, é a expressão do fator $F(k)$ na (2.49). Por conveniência escolhemos a função

$$F(k) = \exp \left[-\frac{(k-d)^2}{\sigma^2} \right]. \quad (2.61)$$

Assim, com base nos fatores (2.50) e (2.51) a função de onda que é solução geral pode ser separada em duas funções independentes

$$\Psi_1(\alpha, \phi) = \int F(\bar{k}) B_{\bar{k}}(\phi) [A_{\bar{k}}(\alpha) + A_{-\bar{k}}(\alpha)] d\bar{k} \quad (2.62)$$

e

$$\Psi_2(\alpha, \phi) = \int F(\bar{k}) A_{\bar{k}}(\alpha) [B_{\bar{k}}(\phi) + B_{-\bar{k}}(\phi)] d\bar{k}, \quad (2.63)$$

ambas com $a_2 = b_2 = 0$. Já Ψ_1 é quem produz os resultados mais interessantes, além disso, através dessa solução, sempre podemos obter os resultados oriundos de Ψ_2 bastando, para tal, trocar α por ϕ nos resultados com Ψ_1 . Por esta constatação nos restringiremos apenas a Ψ_1 .

Fazendo a integração em k obtemos, para Ψ_1 ,

$$\begin{aligned} \Psi_1 = \sigma \sqrt{\pi} \left\{ \exp \left[-\frac{(\alpha + \phi)^2 \sigma^2}{4} \right] \exp[ik(\alpha + \phi)] \right. \\ \left. + \exp \left[-\frac{(\alpha - \phi)^2 \sigma^2}{4} \right] \exp[-ik(\alpha - \phi)] \right\}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Podemos extrair a fase S da Eq. (2.64). Ao inserir essa fase nas equações de orientação (2.59), obtemos as trajetórias Bohmianas para $\alpha(t)$ e $\phi(t)$, onde t é o tempo cósmico para o qual a função lapso é $N = 1$. As equações formam um sistema planar representado como segue:

$$l_p \dot{\alpha} = \frac{\phi \sigma^2 \sin(2d\alpha) + 2d \sinh(\sigma^2 \alpha \phi)}{2e^{3\alpha} [\cos(2d\alpha) + \cosh(\sigma^2 \alpha \phi)]}, \quad (2.65a)$$

$$l_p \dot{\phi} = \frac{-\alpha \sigma^2 \sin(2d\alpha) + 2d \cos(2d\alpha) + 2d \cosh(\sigma^2 \alpha \phi)}{2e^{3\alpha} [\cos(2d\alpha) + \cosh(\sigma^2 \alpha \phi)]}. \quad (2.65b)$$

O ponto indica uma derivada em relação ao tempo cósmico t . Isso leva à relação

$$\begin{aligned} X &\equiv \frac{d\alpha}{d\phi}, \\ &= \frac{\phi \sigma^2 \sin(2d\alpha) + 2d \sinh(\sigma^2 \alpha \phi)}{-\alpha \sigma^2 \sin(2d\alpha) + 2d \cos(2d\alpha) + 2d \cosh(\sigma^2 \alpha \phi)}. \end{aligned} \quad (2.66)$$

A Figura 1 mostra o espaço de fases formado por α e ϕ , restrito a soluções com um limite clássico. Todas essas soluções possuem um bounce, ocorrendo ao longo da linha $\phi = 0$. O limite clássico é recuperado para grandes valores de α (ou seja, $X \approx \pm 1$ para grandes α , como visto na Eq. (2.66)). Embora soluções cíclicas também existam, elas não são físicas porque não contêm um limite clássico.

Para qualquer solução da equação de Wheeler-De Witt, as equações de orientação nos permitem encontrar as trajetórias Bohmianas que descrevem a evolução do sistema. Observamos que as soluções Bohmianas para o fator de escala que contêm um limite clássico não apresentam singularidades, exibindo um ponto de bounce que conecta a fase de contração com a fase de expansão.

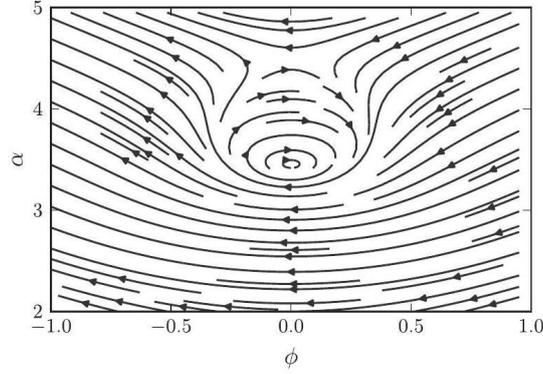


Figura 1 – Soluções do espaço de fases para o sistema de Eqs. (2.65) para $d = -1$ e $\sigma = 1$. Notamos soluções de bounce e soluções cíclicas. Figura retirada da referência [1].

Para os cálculos numéricos, usamos o tempo τ definido em [1] como

$$\alpha = \alpha_b + \frac{\tau^2}{2}, \quad (2.67)$$

onde o bounce ocorre em $\tau = 0$. Esta escolha de tempo é computacionalmente mais adequada do que o tempo cósmico ou conforme, pois esses variam em várias ordens de magnitude durante a evolução do modelo. A função lapso N para esta escolha de tempo é

$$N = \frac{\tau}{H}. \quad (2.68)$$

Onde $H \equiv \dot{a}/a$ é o parâmetro de Hubble, enquanto H_0 denotará seu valor atual.

Calculamos os limites clássicos das Eqs. (2.65) para grandes valores de α , especificamente nos pontos onde a função hiperbólica domina. Esse cálculo resulta nas seguintes relações:

$$\begin{aligned} X &\approx \coth(\sigma^2 \alpha \phi), \\ \frac{H}{H_0} &\approx \frac{R_H}{l_p} \frac{de^{-3\alpha}}{\coth(\sigma^2 \alpha \phi)}, \\ l_p \dot{\phi} &\approx de^{-3\alpha}. \end{aligned}$$

Nessa abordagem, as Eqs. (2.65) descrevem o comportamento de qualquer modelo no minisuperespaço contendo um campo escalar canônico, independentemente do seu potencial, uma vez que o termo cinético geralmente domina em torno do bounce. Essa dominância permite uma conexão com qualquer campo escalar canônico clássico com potenciais genéricos, desde que o potencial se torne desprezível perto do bounce.

A referência [1] investiga um modelo de campo escalar canônico com potencial exponencial que conecta o comportamento clássico apresentado na Ref. [62] com a evolução quântica descrita na Ref. [63]. O modelo apresenta várias características interessantes: perturbações escalares e tensoriais consistentes com observações da CMB, um bounce quântico dominado cineticamente ocorrendo longe o suficiente da escala de Planck para evitar comprometer a abordagem de Wheeler-DeWitt, e uma fase transitória de energia escura durante a expansão tardia. Como ambas as fases quântica e clássica apresentam o mesmo comportamento de matéria rígida em altas curvaturas, onde o potencial é desprezível, elas podem ser unidas, resultando em um modelo completo que se contrai de uma fase dominada por poeira no passado assintótico, passa por um bounce quântico quando o campo escalar tem comportamento de matéria rígida, e se expande para uma era onde o campo escalar se comporta como energia escura, quando o potencial se torna significativo. Para que essas propriedades sejam atendidas, os parâmetros d , α_b , σ , e χ_b (χ_b controla quando o campo escalar se comporta como energia escura na fase de expansão, veja [1] para mais detalhes) devem estar dentro de um domínio específico.

Na Fig. 2, apresentamos a evolução de α em relação a τ , juntamente com a evolução do campo escalar ϕ . A partir deste ponto, evoluímos todas as quantidades de fundo e perturbação até $\tau = 9.3$, que corresponde a um momento pouco antes do campo escalar começar a se comportar como energia escura, conforme determinado pelos parâmetros na Tabela 1. Esse momento foi selecionado para alinhar-se com nosso entendimento atual do universo, onde a energia escura atualmente domina o orçamento energético. Além disso, limitamos a evolução a esse ponto para evitar as complexidades associadas à fase de energia escura, que exigiria um tratamento mais detalhado das perturbações.

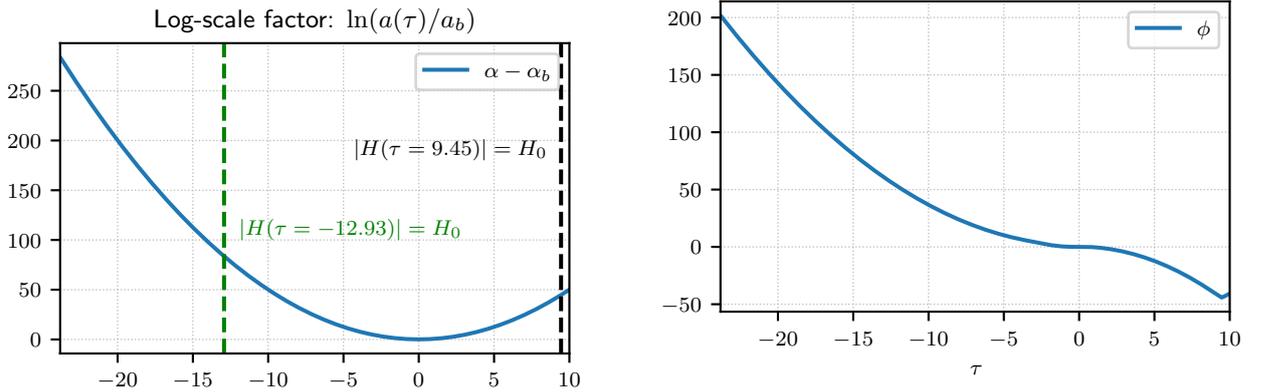


Figura 2 – Evolução do número de e-folds $\alpha - \alpha_b$ com τ . A linha verde vertical marca o tempo durante a fase de contração quando o raio de Hubble é igual ao raio de Hubble atual. A linha azul vertical indica o mesmo momento durante a fase de expansão. O campo escalar varia dentro do intervalo $\approx (-50, 200)$ ao longo do intervalo de tempo exibido, abrangendo a maior parte das escalas relevantes do modelo.

Em [1], selecionamos dois conjuntos específicos de parâmetros, apresentados na sua

| | d | σ | α_b | χ_b |
|-------|---------------------|----------|-------------------------|--------------------|
| Set-1 | -9×10^{-4} | 9 | 8.3163×10^{-2} | 2×10^{36} |
| Set-2 | -9×10^{-4} | 100 | 7.4847×10^{-3} | 4×10^{36} |

Tabela 1 – Conjuntos de parâmetros para o modelo cosmológico de bouncing impulsionado por campo escalar que geram perturbações primordiais consistentes com as observações da CMB. Esses parâmetros determinam a amplitude escalar Δ_{ζ_k} , o índice espectral escalar e a razão tensor-escalar r no cruzamento do horizonte. O Conjunto-1 produz $\Delta_{\zeta_k} = 1.4 \times 10^{-10}$ e $r = 1.9 \times 10^{-7}$, enquanto o Conjunto-2 resulta em $\Delta_{\zeta_k} = 4.6 \times 10^{-11}$ e $r = 1.3 \times 10^{-5}$. Esses valores correspondem às restrições de dados da CMB, garantindo a viabilidade do modelo para previsões do universo primordial. Para mais detalhes, veja [1].

Tabela 1, que também utilizamos em nossas integrações. Esses conjuntos produzem modelos fisicamente motivados, conforme discutido na legenda da tabela. Tendo estabelecido o modelo de fundo e seus parâmetros-chave, agora prosseguimos para investigar a magnetogênese dentro deste contexto. Todos os cálculos e análises subsequentes serão conduzidos dentro deste cenário cosmológico de bouncing.

3 BARIOGÊNESE EM MODELOS COSMOLÓGICOS COM RICOCHETES

Nesta seção apresentamos o cenário da bariogênese no contexto da cosmologia quântica de dBB, em realizações não unitárias e unitárias simétricas e assimétricas, com base nos resultados das Refs. [2, 1]. Nós consideramos mecanismos de Bariogênese Espontânea e Gravitacional, que chamamos de Bariogênese com Acoplamento Escalar e Bariogênese com Acoplamento de Curvatura, respectivamente. Aqui os Mecanismos de bariogênese são apresentados, salientando o fato da terceira condição de Sakharov [8] poder ser superada nesse contexto. Trabalhamos essas condições em detalhes para um decaimento hipotético, que nos mostra que a assimetria bariônica pode ocorrer em condições de equilíbrio térmico.

3.1 CONDIÇÕES PARA BARIOGENESE COSMOLÓGICA.

As propostas de um mecanismo de bariogênese estão tradicionalmente preocupadas em satisfazer as três condições de Sakharov, que são as seguintes: (i) violação do número bariônico B , (ii) violação de C e CP , e (iii) desvio do equilíbrio térmico.

O entendimento dessas condições pode ser elucidado pela análise de um decaimento hipotético. Suponhamos que no decaimento de uma partícula X a transformação CP implique que esta decaia apenas em dois canais, o que produz os números bariônicos B_1 e B_2 , onde as respectivas taxas de decaimento são $\Gamma(X \rightarrow q_1 q_1)$ e $\Gamma(X \rightarrow q_2 q_2)$. Então, o decaimento total de X é da forma

$$\Gamma_X = \Gamma(X \rightarrow q_1 q_1) + \Gamma(X \rightarrow q_2 q_2). \quad (3.1)$$

Portanto, a probabilidade de X decair no canal que produz o número B_1 é dada por

$$r = \Gamma(X \rightarrow q_1 q_1) / \Gamma_X, \quad (3.2)$$

onde o canal associado ao número bariônico B_2 tem uma probabilidade complementar de ocorrência, ou seja, $1 - r$. O decaimento da antipartícula de x , X, \bar{X} , produz o número bariônico $\bar{B}_1 = -B_1$, no qual, por seu turno, tem probabilidades, respectivamente, dadas por \bar{r} e $\bar{r} - 1$. Portanto, a diferença do número bariônico é simplesmente

$$\begin{aligned} \Delta B &= rB_1 + (1 - r)B_2 - \bar{r}\bar{B}_1 - (1 - \bar{r})\bar{B}_2 \\ &= (r - \bar{r})(B_1 - B_2). \end{aligned} \quad (3.3)$$

A variação total do número de bárions requer que B_1 e B_2 tenham diferentes números bariônicos, daí a necessidade da condição A. No entanto, as probabilidades de decaimento de partículas e suas antipartículas também devem ser diferentes, levando a condição B, como veremos agora.

A simetria CPT impõe que as taxas de decaimento total da partícula e de sua antipartícula associada sejam iguais: $\Gamma_X = \Gamma_{\bar{X}}$. Quando inspecionamos um canal de decaimento simples, tal como $\Gamma(X \rightarrow qq)$ a necessidade de violação de C neste contexto fica clara. De fato,

$$r = \frac{\Gamma(X \rightarrow qq)}{\Gamma_X} \quad (3.4a)$$

$$\bar{r} = \frac{\Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{q}\bar{q})}{\Gamma_X} \quad (3.4b)$$

Portanto, se a conjugação de carga é uma simetria válida,

$$r = Cr = \bar{r} \Rightarrow r - \bar{r} = 0 \quad (3.5)$$

logo, C deve ser violada. Suponha agora que a simetria CP , que consiste em transformações de carga e paridade, seja válida, mesmo que C seja violada. Assim, para o hipotético canal de decaimento de probabilidade,

$$r = \frac{\Gamma(X \rightarrow q_L q_L) + \Gamma(X \rightarrow q_R q_R)}{\Gamma_X} \quad (3.6a)$$

$$\bar{r} = \frac{\Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{q}_L \bar{q}_L) + \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{q}_R \bar{q}_R)}{\Gamma_X}, \quad (3.6b)$$

a transformação CP implica que

$$CP[\Gamma(X \rightarrow q_L q_L)] = \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{q}_R \bar{q}_R) \quad (3.7a)$$

$$CP[\Gamma(X \rightarrow q_R q_R)] = \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{q}_L \bar{q}_L). \quad (3.7b)$$

Se assumirmos que CP é uma simetria desse decaimento, obtemos

$$CP[\Gamma(X \rightarrow q_L q_L)] = \Gamma(X \rightarrow q_L q_L) \quad (3.8a)$$

$$CP[\Gamma(X \rightarrow q_R q_R)] = \Gamma(X \rightarrow q_R q_R), \quad (3.8b)$$

então é claro que

$$r - \bar{r} = \frac{\Gamma(X \rightarrow q_L q_L) + \Gamma(X \rightarrow q_R q_R)}{\Gamma_X} - \frac{\Gamma(X \rightarrow \bar{q}_L \bar{q}_L) + \Gamma(X \rightarrow \bar{q}_R \bar{q}_R)}{\Gamma_X} = 0, \quad (3.9)$$

levando a diferença na quantidade de bárions também ser nula na equação (3.3). Finalmente, para explicar o terceiro critério de Sakharov, é suficiente calcularmos a média do operador número bariônico \hat{B} em equilíbrio térmico a uma temperatura $T = 1/\beta$, da

forma

$$\begin{aligned}
\langle \hat{B} \rangle_T &= Tr \left[e^{-\beta H} \hat{B} \right] \\
&= Tr \left[(CPT)(CPT)^{-1} e^{-\beta H} \hat{B} \right] \\
&= Tr \left[e^{-\beta H} (CPT)^{-1} \hat{B} (CPT) \right] \\
&= -Tr \left[e^{-\beta H} \hat{B} \right] \\
&= -\langle \hat{B} \rangle_T.
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Nós consideramos o fato de que o hamiltoniano H comuta com o operador CPT . Assim, no equilíbrio térmico, não há geração média de bárions, ou seja, $\langle \hat{B} \rangle_T = 0$. Concluindo, as abordagens usuais para a bariogênese dependem em encontrar situações no Universo onde as três condições de Sakharov estão satisfeitas. O cenário de bariogênese espontânea, no entanto toma outro caminho. O novo acoplamento com a corrente bariônica proposto [13, 64], leva a uma violação da simetria CPT em um espaço-tempo dependente do tempo, como o modelo de Friedmann. Portanto, a geração de bárions ocorre em condições de equilíbrio térmico, desde que a primeira condição de Sakharov seja válida. Neste caso, em altas temperaturas, onde esperamos que o mecanismo proposto não conserve o número bariônico, levando a diferença entre as leituras de densidade numérica de bárions e antibárions [65].

$$n_B - n_{\bar{B}} = \frac{g_B T^3}{3} \frac{\mu_B}{T}, \tag{3.11}$$

onde g_B é o número de graus de liberdade dos bárions, μ_B é a nova densidade numérica encontrada através do acoplamento proposto. A densidade de entropia total, por sua vez, é dada por [65]

$$s = \frac{2\pi^2 g_* T^3}{45}, \tag{3.12}$$

no qual g_* é a multiplicidade total de graus de liberdade relativísticos, calculado em função do total de graus de liberdade dos bósons g_b e do total de graus de liberdade dos férmions g_f , da seguinte forma

$$g_* = \sum_i g_{b,i} + \frac{7}{8} \sum_j g_{f,j}. \tag{3.13}$$

Graus de liberdade relativísticos são uma função do tempo, especialmente no contexto cosmológico. À medida que o universo expande e esfria, diferentes partículas relativísticas deixam de ser relativísticas à medida que sua energia térmica diminui e sua massa se torna relevante. No início do universo, quando a temperatura era muito alta, muitas partículas eram relativísticas, o que contribuía significativamente para g_* . Conforme o universo esfria, partículas mais pesadas tornam-se não relativísticas, e suas contribuições desaparecem, reduzindo o número efetivo de graus de liberdade relativísticos ao longo do tempo.

Finalmente a razão bárion-entropia é então dada por

$$\frac{n_B}{s} = \frac{15g_B\mu_B}{4\pi^2g_*T}. \quad (3.14)$$

O mecanismo da bariogênese espontânea deve levar a um valor de μ_B dependente da evolução temporal particular da estrutura de fundo, pois será a dinâmica de expansão do Universo a responsável pelo seu valor atual. Portanto, consideramos o modelo de Friedmann. Na próxima seção, descrevemos o mecanismo em si.

3.2 O MODELO COSMOLÓGICO COM RICOCHETE SEM CAMPO ESCALAR.

Os mecanismos de produção de partículas são derivados de dois modelos cosmológicos oriundos da interpretação de dBB. O primeiro é descrito na seção 3.2. Nos resta, portanto, discutir brevemente sobre o modelo da Ref. [4].

A equação de Wheeler-DeWitt a ser satisfeita para um universo plano, homogêneo e isotrópico preenchido com um fluido perfeito com equação de estado $P = \omega\rho$, onde P é a pressão, ρ a densidade de energia e ω a equação do parâmetro de estado, para uma escolha particular de ordenação em a é dada por

$$i\frac{\partial\Psi(\chi, T)}{\partial T} = \frac{1}{4}\frac{\partial^2\Psi(\chi, T)}{\partial\chi^2}, \quad (3.15)$$

onde a dependência da função de onda em relação ao fator de escala é intermediada pela função

$$\chi = \frac{2}{3(1-\omega)}a^{\frac{3(1-\omega)}{2}}. \quad (3.16)$$

Na equação de Wheeler-DeWitt (3.15) Ψ é a função de onda do universo, já na função (3.16) a é o fator de escala e T é um parâmetro relacionado ao fluido perfeito, que desempenha o papel do tempo através de $dt = a^{3\omega}dT$. Observe que para $\omega = 1/3$, o parâmetro T torna-se igual ao tempo conforme η . No artigo [4], são estudados ricochetes assimétricos com soluções que surgem tanto de evoluções quânticas unitárias quanto não-unitárias, no contexto da equação de Wheeler-DeWitt e da interpretação de de Broglie-Bohm. A assimetria é resultado de termos adicionais presentes nas fases das funções de onda que solucionam a equação (3.15).

Impondo a função de onda inicial Gaussiana em $T = 0$ como

$$\Psi_0(\chi) = \left(\frac{8}{\sigma^2\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{\chi^2}{\sigma^2}\right) \quad (3.17)$$

e implementando uma evolução unitária, obtemos a solução da função de onda

$$\Psi(\chi, T) = \left[\frac{8\sigma^2}{\pi(\sigma^4 + T^2)} \right]^{\frac{1}{4}} \exp \left[-\frac{\sigma^2 \chi^2}{\sigma^4 + T^2} \right] \times \exp \left[-i \left(\frac{T\chi^2}{\sigma^4 + T^2} + \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{\sigma^2}{T} \right) - \frac{\pi}{4} \right) \right]. \quad (3.18)$$

Usando a equação de orientação do formalismo de dBB, como fizemos na seção 3.2,

$$\frac{d\chi}{dT} = -\frac{1}{2} \frac{\partial S}{\partial \chi} \quad (3.19)$$

onde S é a fase da função de onda, a trajetória Bohmiana correspondente para o fator de escala a é da forma:

$$a(T) = a_b \left[1 + \left(\frac{T}{\sigma^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3(1-\omega)}} \quad (3.20)$$

no qual a_b é o valor do fator de escala a no momento do ricochete $T = 0$. A expressão (3.20) descreve um ricochete simétrico, que corresponde à solução clássica no limite em que T tem valores absolutos grandes comparado a $T = 0$, e está representada na Fig. 4. O valor considerado para o parâmetro da equação de estado, $\omega = 1/3$, representa um universo repleto de fluido de radiação, como esperamos para os instantes de tempo próximos a origem.

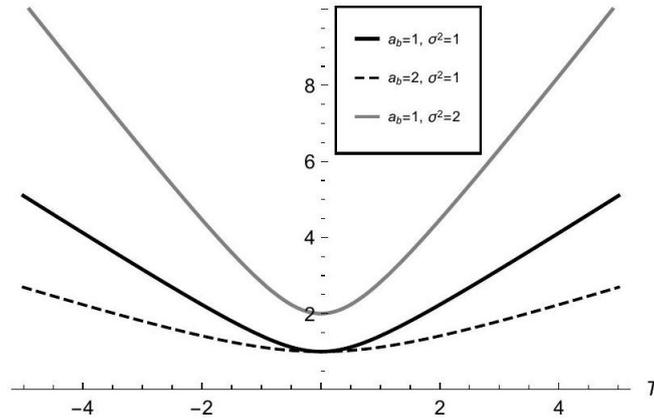


Figura 3 – a vs. T para $\omega = 1/3$. As curvas são obtidas para alguns valores representativos de a_b e σ

Para relacionar os parâmetros da função de onda aos observáveis, obtemos o parâmetro de Hubble $H = \dot{a}/a$, onde o ponto sobre a letra denota derivada em relação ao tempo cósmico físico. Para valores grandes de T , o parâmetro Hubble quadrado se lê

$$H^2 = \frac{a_b^2}{a^4 \sigma^4} = H_0^2 \Omega_{r0} \frac{a_0^4}{a^4} \quad (3.21)$$

onde o subscrito 0 em todas as quantidades indica seus valores atuais. Em seguida, identificamos o parâmetro de densidade adimensional para a radiação medida hoje como

$$\Omega_{r0} = \frac{a_b^2}{a_0^4 H_0^2 \sigma^4} \quad (3.22)$$

Fazendo a mudança de variáveis dada por $x_b = a_0/a_b$ e $\bar{\sigma} = \sigma\sqrt{a_0 H_0}$, obtemos

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{x_b \sqrt{\Omega_{r0}}}. \quad (3.23)$$

A escala de curvatura no ricochete é dada por

$$L_b = \frac{1}{\sqrt{R}} \Big|_{T=0} = \frac{1}{x_b^2 H_0 \sqrt{6\Omega_{r0}}} \quad (3.24)$$

onde R é o escalar de Ricci. Ele nos permite encontrar limites inferiores e superiores para x_b exigindo que a escala de curvatura no ricochete seja algumas poucas ordens de magnitude maior que a escala de Planck para garantir que a equação de Wheeler-DeWitt seja válida aproximação de uma teoria mais fundamental da gravidade quântica, e menor que a escala de nucleossíntese. Como resultado, temos

$$10^{11} \ll x_b < 10^{31} \quad (3.25)$$

Também consideraremos soluções assimétricas decorrentes da seguinte função de onda inicial

$$\Psi_0(\chi) = \exp\left(-\frac{\chi^2}{\sigma^2} \mp ip\chi\right) \quad (3.26)$$

Implementando uma evolução não unitária, detalhada em [4], obtemos a trajetória resultante para o fator de escala a , que é dada por

$$a_{\pm}(T) = \left\{ \pm \frac{3p(1-\omega)}{4} T + a_b^{\frac{3(1-\omega)}{2}} \left[1 + \left(\frac{T}{\sigma^2} \right)^2 + \left(\frac{3p(1-\omega)}{4} \right)^2 \frac{(T^2 + \sigma^4)}{a_b^{3(1-\omega)}} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{2}{3(1-\omega)}}, \quad (3.27)$$

onde a_b é o fator de escala no momento do ricochete $T_b = \mp \frac{p\sigma^4}{2\chi_b}$ e χ_b está relacionado a a_b por meio da Eq. (3.16). As soluções a_+ e a_- na Eq. (3.27) estão representados nas Figs. 4 e 5. respectivamente, para $\omega = 1/3$. A solução clássica também ocorre para grandes valores de T em ambos os casos.

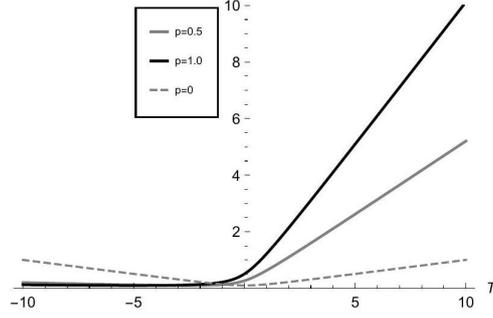


Figura 4 – a_+ vs T para $\sigma = 1, a_b = 1, \omega = \frac{1}{3}$

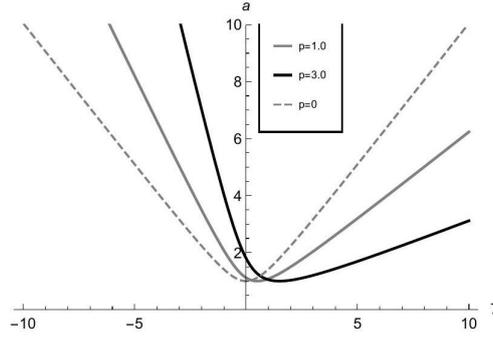


Figura 5 – a_- vs T para $\sigma = 1, a_b = 1, \omega = \frac{1}{3}$

Neste caso, realizamos a seguinte mudança de variáveis

$$x_b = \frac{a_0}{a_b}, \quad (3.28)$$

$$\bar{\sigma} = \sigma \sqrt{a_0 H_0}, \quad (3.29)$$

$$\bar{p} = \frac{p}{a_0^2 H_0}, \quad (3.30)$$

$$\bar{\eta} = \frac{T}{\sigma^2}, \quad (3.31)$$

$$y^2 = \frac{x_b \bar{p} \bar{\sigma}^2}{2}, \quad (3.32)$$

o que leva a um parâmetro de Hubble quadrado na fase de expansão dado por

$$H^2 = \frac{(\pm y^2 + \sqrt{1 + y^4})^2 a_b^2 H_0^2 a_0^2}{\bar{\sigma}^4 a^4}. \quad (3.33)$$

Assim, o parâmetro de densidade adimensional da radiação hoje é

$$\Omega_{r0} = \frac{(\pm y^2 + \sqrt{1 + y^4})^2}{\bar{\sigma}^4 x_b^2}, \quad (3.34)$$

enquanto o parâmetro da função de onda $\bar{\sigma}$ é da forma

$$\bar{\sigma}^2 = \left[x_b^2 \Omega_{r0} \left(1 \mp \bar{p} / \sqrt{\Omega_{r0}} \right) \right]^{-1/2}. \quad (3.35)$$

Como consequência, para a solução a_+ , a relação $\bar{p} < \sqrt{\Omega_{r0}}$ deve ser satisfeita. Conforme argumentado em [4], esta solução é de especial interesse, uma vez que pode representar uma solução do tipo ricochete com uma fase de contratação quase Minkowski conforme \bar{p} se aproxima de $\sqrt{\Omega_{r0}}$.

Para esta solução assimétrica, a escala de curvatura mínima não ocorre no ricochete, mas em $\bar{\eta}_{\min} = \mp \sqrt{\frac{\sqrt{1+y^4}-1}{2}}$. Logo,

$$\begin{aligned} L_{\min} &= \frac{1}{\sqrt{R}} \Big|_{\bar{\eta}_{\min}} \\ &= \frac{R_{H0} \left(1 + \sqrt{1 \mp \frac{\bar{p}}{\sqrt{\Omega_{r0}}}} \right)^3}{8\sqrt{3\Omega_{r0}}x_b^2 \left(1 \mp \frac{\bar{p}}{\sqrt{\Omega_{r0}}} \right)^2 \sqrt{\left(2 \mp \frac{\bar{p}}{\sqrt{\Omega_{r0}}} \right)}}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Observe que, para as soluções assimétricas, a presença de parâmetro(s) extra(s) relacionado(s) à assimetria faz com que os limites físicos estejam em L_{\min} ao invés de x_b . Eles são dados por

$$10^{-58} \ll \frac{L_{\min}}{R_{H0}} < 10^{-20} \quad (3.37)$$

Outra solução assimétrica é obtida considerando a seguinte função de onda inicial

$$\begin{aligned} \Psi_0(\chi) &= C \left[\exp \left(-\frac{\chi^2}{\sigma^2} + ip_1^2 \chi^2 \right) \right. \\ &\quad \left. + \exp \left(-\frac{\chi^2}{\sigma^2} - ip_2^2 \chi^2 \right) \right], \end{aligned} \quad (3.38)$$

em que

$$\begin{aligned} C &= \frac{\sqrt{2}}{\pi^{\frac{1}{4}}} \left\{ \left[-i(p_1^2 + p_2^2) + \frac{2}{\sigma^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \right. \\ &\quad \left. + \left[i(p_1^2 + p_2^2) + \frac{2}{\sigma^2} \right]^{-\frac{1}{2}} + \sqrt{2}\sigma \right\}^{-1/2}. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Implementando uma evolução unitária e seguindo o procedimento dBB, obtemos uma equação diferencial, que é mostrada em [4] e pode ser resolvida numericamente com a condição inicial $a_i = a(T_i)$. As soluções numéricas são plotadas na Fig.6. O limite clássico surge para grandes valores de T . Esta solução também abrange vários ricochetes. No entanto, para nosso propósito neste trabalho, consideramos apenas as soluções de ricochete único.

Para o limite onde $p_1\sigma \ll 1$ e $p_2\sigma \ll 1$, é possível relacionar os parâmetros da função de onda com observáveis. O parâmetro de Hubble quadrado é dado como:

$$H^2 = \frac{a_i^2}{a^4 (T_i^2 + \sigma^4)} \quad (3.40)$$

permitindo-nos identificar o parâmetro de densidade adimensional para a radiação hoje como

$$\Omega_{r0} = \frac{a_i^2}{a_0^4 H_0^2 (T_i^2 + \sigma^4)}. \quad (3.41)$$

Substituindo os valores iniciais T_i e $a_i = a_i(T_i)$ por T_b e $a_b = a(T_b)$, onde $T_b = (p_1^2 - p_2^2)\sigma^4/2$, e realizando a seguinte mudança de variáveis

$$x_b = \frac{a_0}{a_b}, \quad (3.42)$$

$$\bar{\sigma} = \sigma \sqrt{a_0 H_0}, \quad (3.43)$$

$$\bar{p}_i^2 = \frac{p_i^2}{a_0 H_0}, \quad (3.44)$$

no qual $i = 1, 2$, obtemos o parâmetro $\bar{\sigma}^2$ como

$$\bar{\sigma}^2 = \left\{ \frac{x_b^2 \Omega_{r0}}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{(\bar{p}_1^2 - \bar{p}_2^2)}{x_b^2 \Omega_{r0}}} \right] \right\}^{-1/2} \quad (3.45)$$

Observe que T_b aparece em Ω_{r0} ao quadrado, portanto $p_1\sigma$ e $p_2\sigma$ aparecem na quarta

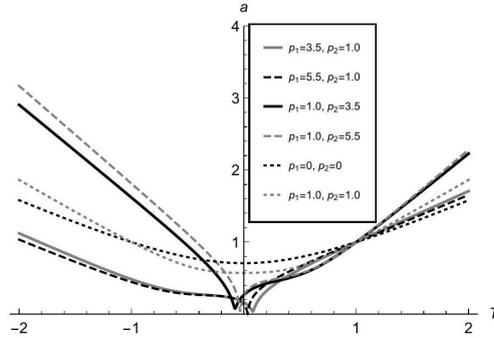


Figura 6 – a vs T para $\sigma = 1, 0$, $a_i = 1, 0$, $T_i = 1, 0$, $0\omega = \frac{1}{3}$

ordem. Desconsiderando esses termos, a Eq. (3.45) se reduz à Eq. (3.23) do caso simétrico.

Como estamos considerando um limite no qual os parâmetros relativos à assimetria são pequenos, a diferença entre a escala de curvatura no ricochete L_b e a escala de curvatura mínima L_{\min} não é relevante. A expressão para L_b é dada pela Eq. (3.24), pois $p_1\sigma$ e $p_2\sigma$ aparecem na quarta ordem e são desconsiderados. Como consequência, os limites inferior e superior

$$10^{-58} \ll \frac{L_b}{R_{H0}} < 10^{-20} \quad (3.46)$$

impõem restrições à Eq. (3.25) .

3.3 BARIOGÊNESE COM ACOPLAMENTO COM A CURVATURA

Nas últimas décadas, muitas sugestões foram feitas em relação à produção de matéria bariônica no início do Universo. Nesta seção, exploramos a proposta de bariogênese gravitacional da Ref. [66], implementado através de um termo de acoplamento entre a derivada do escalar da curvatura de Ricci, $\partial_\mu R$, e a corrente bariônica, J^μ , nos casos de rícochetes simétricos e assimétricos da seção 3.2. Conforme proposto na Ref. [15], assumimos que o termo de acoplamento é uma interação de violação de CP com a forma

$$S = \frac{1}{M_*^2} \int d^4x \sqrt{-g} (\partial_\mu R) J^\mu, \quad (3.47)$$

em que M_* é a escala de energia de corte do acoplamento efetivo. Este termo, em um universo em expansão, também quebra CPT, e favorece uma assimetria líquida para a produção de bárions sobre anti-bárions. Isso acontece porque o termo $J^0 (= n_B)$ tem um sinal diferente para matéria versus antimatéria e, como demonstraremos aqui, pode ser usado para calcular a assimetria líquida da matéria e antimatéria uma vez que o universo atinge uma temperatura de desacoplamento para esta teoria efetiva. Então, se assumirmos também que a escala de tempo característica τ da interação é muito menor do que a taxa de expansão do universo, ou seja,

$$\tau \ll H^{-1} \quad (3.48)$$

a quantidade H é a função de Hubble, podemos usar as relações de equilíbrio térmico para calcular a razão bárion-entropia. Identificando o termo multiplicando a densidade bariônica n_B como seu potencial químico μ_B , ou seja

$$\mu_B = \pm \frac{\dot{R}}{M_*^2} \quad (3.49)$$

sendo o sinal de mais (menos) representação de partículas (antipartículas), e usando a Eq. (3.14), a razão bárion-entropia na temperatura de desacoplamento é

$$\frac{n_B}{s} = \frac{15g_B}{4\pi^2g_*} \frac{\dot{R}}{M_*^2 T} \Big|_{T=T_D}, \quad (3.50)$$

onde s é a entropia e T_D é a temperatura efetiva de desacoplamento da interação. Quando a temperatura cai abaixo de T_D , a produção efetiva de bárions congela e a assimetria resultante é preservada. Para buscar soluções físicas, devemos exigir que essa razão seja igual ao valor observado $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$, e então olhar para o espaço de parâmetros para obter a região onde a igualdade é satisfeita.

Para calcular n_B/s , a Eq. (3.50), o primeiro passo é calcular \dot{R} . O escalar de Ricci é dado por

$$R(\bar{\eta}) = \frac{6}{a_b^2 \sigma^4} \frac{A''(\bar{\eta})}{A^3(\bar{\eta})}, \quad (3.51)$$

onde $\bar{\eta} \equiv \eta/\sigma^2$ é o tempo conforme adimensional, $' \equiv d/d\bar{\eta}$, e $A(\bar{\eta}) \equiv a(\bar{\eta})/a_b$. A derivada do escalar de Ricci, Eq. (3.51), no tempo cósmico em função do tempo conforme resulta então,

$$\dot{R}(\bar{\eta}) = \frac{6}{a_b^3 \sigma^6} \frac{A(\bar{\eta})A'''(\bar{\eta}) - 3A'(\bar{\eta})A''(\bar{\eta})}{A^5(\bar{\eta})}. \quad (3.52)$$

O próximo passo é obter uma relação do tipo $\bar{\eta} = \bar{\eta}(T)$ longe do ricochete, o que é necessário para avaliar n_B/s em $T = T_D$. Isso pode ser feito avaliando as relações $t = t(T)$ e $t = t(\bar{\eta})$, ambas distantes do ricochete. Combinando essas relações, obtém-se $\bar{\eta} = \bar{\eta}(T)$. Para obter a primeira relação, usamos o fato de que, para valores razoáveis de T_D , esperamos que o universo ainda seja dominado por radiação, e podemos escrever a densidade de energia em função de ambas as variáveis temporais

$$\rho(t) = \frac{3M_p^2}{32\pi t^2} \quad (3.53)$$

e

$$\rho(T) = \frac{g_* \pi^2 T^4}{30} \quad (3.54)$$

onde M_p é a massa de Planck. Da equivalência entre as Eqs. (3.53) e (3.54), podemos obter $t(T)$, o que resulta em

$$t(T) = 0,3 \times g_*^{-1/2} \frac{M_P}{T^2}. \quad (3.55)$$

Para obter $t = t(\bar{\eta})$, precisamos especificar o fator de escala $A(\bar{\eta})$. Então, podemos finalmente expressar a razão bárion-entropia apenas como uma função de T e avaliá-la na temperatura de desacoplamento T_D . A partir de agora trabalharemos com $g_* \approx 100$, e $g_b \approx 1$.

Já podemos mencionar que a Eq. (3.50) dependerá das variáveis físicas x_b, T_D e M_* . A primeira, x_b , é uma variável de deslocamento para o vermelho no ricochete, situada no intervalo $10^{15} \leq x_b \leq 10^{31}$. O limite inferior garante que o cálculo seja realizado muito antes do início da nucleossíntese primordial, enquanto o limite superior está relacionado à

escala de Planck. A temperatura de desacoplamento T_D está no intervalo $10 \text{ TeV} \leq T_D \leq 10^{19} \text{ GeV}$, com o limite inferior evitando efeitos observáveis no LHC e o limite superior também na escala de Planck. Finalmente, a escala de energia de corte M_* é definida no intervalo $10^{-16} M_p \leq M_* \leq M_p$, pelos mesmos motivos que T_D . Portanto, temos

$$10^{15} \leq x_b \leq 10^{31}, \quad (3.56a)$$

$$10^7 \leq \bar{T}_D \leq 10^{22}, \quad (3.56b)$$

$$10^{-16} \leq \bar{M}_* \leq 1, \quad (3.56c)$$

onde $\bar{T}_D = T_D/\text{MeV}$ e $\bar{M}_* = M_*/M_p$ são quantidades adimensionais.

A seguir consideramos as produções nos casos de ricochetes simétricos e unitários e assimétricos vistos na subseção 3.2.

3.3.1 Ricochete Simétrico

Para o caso simétrico, consideramos o ricochete gerado pela função de onda gaussiana inicial dada pela Eq. (3.17), que produz o fator de escala dado pela Eq. (3.20). Para um ricochete dominado por radiação ($\omega = 1/3$), em tempo adimensional conforme, temos:

$$a(\bar{\eta}) = a_b \sqrt{1 + \bar{\eta}^2}, \quad (3.57)$$

onde $\bar{\eta} = \eta/\sigma^2$. Longe do ricochete, podemos relacionar o tempo cósmico t com $\bar{\eta}$ como:

$$t(\bar{\eta}) = \frac{a_b \sigma^2 \bar{\eta}^2}{2} \quad (3.58)$$

no qual, da Eq. (3.23), $\sigma = \bar{\sigma} (a_0 H_0)^{-1/2}$ pode ser relacionado ao raio de Hubble $R_{H_0} = 1/H_0$ e a densidade de radiação hoje Ω_{r0} como

$$\sigma^2 = \frac{R_{H_0}}{a_b x_b^2 \sqrt{\Omega_{r0}}} \quad (3.59)$$

Considerando os valores $H_0 = 1,22 \times 10^{-61} M_p$, $M_p = 1,22 \times 10^{22} \text{MeV}$, das Eqs. (3.55) e (3.58) obtém-se

$$\bar{\eta}(\bar{T}) = \frac{1.0 \times 10^{-10} x_b}{\bar{T}}. \quad (3.60)$$

Para o fator de escala simétrico dado pela Eq. (3.57), usando a Eq. (3.60) na Eq. (3.50), o resultado para n_B/s longe do ricochete ($\bar{\eta} \gg 1$) é:

$$\frac{n_B}{s} = 6.2 \times 10^{-86} \frac{\bar{T}_D^7}{x_b^2 \bar{M}_*^2}, \quad (3.61)$$

onde usamos $\Omega_{r0} = 8 \times 10^{-5}$. Finalmente, n_B/s é dado em função dos parâmetros x_b , \bar{T}_D e \bar{M}_* . Deve-se notar que a Eq.(3.60) foi obtida através de uma expansão assumindo que $\bar{\eta} \gg 1$, o que impõe a condição

$$\frac{x_b}{\bar{T}} \gtrsim 1.0 \times 10^{11} \quad (3.62)$$

Portanto, esta desigualdade deve ser considerada em conjunto com as condições (3.56) quando procuramos as regiões de interesse no espaço paramétrico.

Na Figura 7, apresentamos um plot de região para $\bar{T}_D \times x_B$ e linhas para valores constantes de \bar{M}_* . A região dos parâmetros que dão $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$ são os valores da região cinza que são atravessados pelas linhas que representam valores constantes de \bar{M}_* .

A seguir, apresentamos resultados análogos para os casos de ricochete assimétrico e comparamos os resultados.

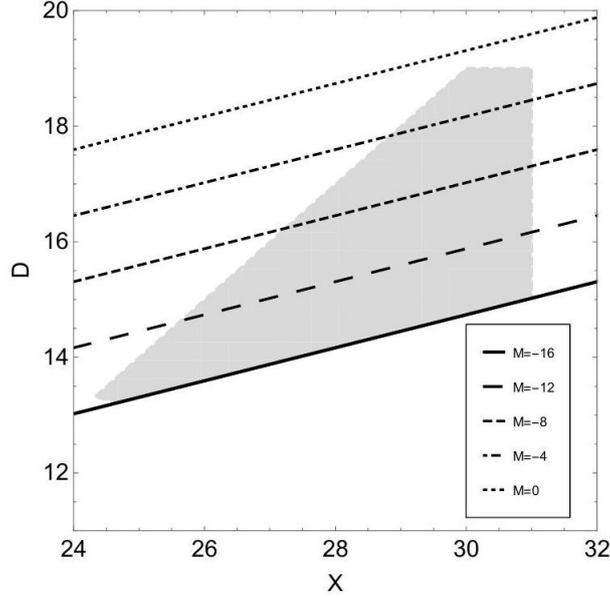


Figura 7 – Espaço de parâmetros de x_B, T_D, M_* que dá $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_b)$, $D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente.

3.3.2 Ricochete Assimétrico

Vamos agora considerar o caso de ricochetes assimétricos e procurar os efeitos da assimetria. Os cálculos são semelhantes aos do caso simétrico. Também abordamos o papel da unitariedade na evolução quântica. A seguir, escolhemos dois casos diferentes, um ricochete assimétrico não unitário e outro unitário.

Ricochete assimétrico não unitário

Para o caso assimétrico não unitário, consideramos o resricochete gerado pela função de onda gaussiana inicial dada pela Eq. (3.26), que produz as duas classes de fatores de escala, dadas pela Eq. (3.27). Para um ricochete dominado por radiação com dependência no tempo conforme adimensional,

$$a_{\pm}(\bar{\eta}) = a_b \left(\pm y^2 \bar{\eta} + \sqrt{1 + y^4} \sqrt{1 + \bar{\eta}^2} \right) \quad (3.63)$$

onde $\bar{\eta} = T/\sigma^2$, $y^2 = x_b \bar{p} \bar{\sigma}^2 / 2$, $\bar{\sigma} = \sigma \sqrt{a_0 H_0}$ e $\bar{p} = p / (a_0^2 H_0)$, assumindo $p > 0$, são variáveis adimensionais e os sinais \pm representam duas possíveis soluções, ou seja, os modelos de ricochete ocorrem para $\bar{\eta}_b = \mp y^2$.

Como antes, usando as equações clássicas de Friedmann na era da expansão longe do ricochete, quando os efeitos quânticos são desprezíveis, podemos obter as relações relevantes para o nosso propósito. O fator de escala, Eq. (3.63), resulta em:

$$a(\bar{\eta}) = \frac{a_b \bar{\eta}}{\sqrt{1 \mp \frac{\bar{p}}{\sqrt{\Omega_{r0}}}}} \quad , \quad (\eta \gg 1). \quad (3.64)$$

O parâmetro de densidade de radiação Ω_{r0} é dado pela Eq. (3.34), que é usado para expressar $\bar{\sigma}$ na forma da Eq. (3.35). Além disso, devido à assimetria do fator de escala, podemos definir um parâmetro de densidade para a fase de contração, Ω_{cr} (a razão entre a densidade de energia de radiação e a densidade crítica quando o parâmetro de Hubble na contração tem o mesmo de hoje), em termos de Ω_{r0} , que resulta em:

$$\Omega_{cr} = \left(1 \mp \frac{\bar{p}}{\sqrt{\Omega_{r0}}}\right)^2 \Omega_{r0}. \quad (3.65)$$

Para simplificar, definimos o seguinte parâmetro:

$$\lambda = \sqrt{1 \mp \frac{\bar{p}}{\sqrt{\Omega_{r0}}}} \quad (3.66)$$

observando a restrição $\bar{p} < \sqrt{\Omega_{r0}}$ para o caso $(-)(a_+)$. Em termos desse parâmetro, as Eqs. (3.64) - (3.65) pode ser reescrita como:

$$a(\bar{\eta}) = \frac{a_b \bar{\eta}}{\lambda}, \quad \Omega_{r0} = \frac{1 + \lambda^4 \pm (1 - \lambda^4)}{2\lambda^2 x_b^2 \bar{\sigma}^4}, \quad (3.67)$$

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{x_b \sqrt{\Omega_{r0}} \lambda}, \quad \Omega_{cr} = \lambda^4 \Omega_{r0}, \quad (3.68)$$

onde λ inclui ambos os casos \pm .

Usando essa descrição unificada, procuramos restrições analíticas nos parâmetros livres da teoria, que produzem a razão bárion-entropia observada.

Longe do ricochete, podemos relacionar o tempo cósmico t com $\bar{\eta}$ como:

$$t(\bar{\eta}) = \frac{a_b \sigma^2 \bar{\eta}^2}{2\lambda} \quad (3.69)$$

Das Eqs. (3.55) e (3.69), usando os parâmetros do caso simétrico, obtemos

$$\bar{\eta}(\bar{T}) = \frac{1.0 \times 10^{-10} x_b \lambda}{\bar{T}}. \quad (3.70)$$

A partir desta última equação, nossa aproximação exige que consideremos $\eta \gg 1$, o que resulta:

$$\frac{x_b}{\bar{T}} \gtrsim \frac{1.0 \times 10^{11}}{\lambda} \quad (3.71)$$

Como explicado na seção 3.2, temos que usar a condição (3.36) em $L_{\min} = 1/R(\bar{\eta}_{\max})$ diretamente. Definindo o novo parâmetro $\bar{L} = R_{H_0}/L_{\min}$, obtém-se

$$10^{20} < \bar{L} < 10^{58} \quad (3.72)$$

O limite inferior é devido à imposição de $L_{\min} > 10^3 l_p$, onde l_p é o comprimento de Planck, enquanto o limite superior vem da exigência de que a escala de energia no ricochete deve ser muito maior do que a escala de energia na nucleossíntese, $L_{\min} < L_{\text{nucl}}$. Da definição do escalar de Ricci, a Eq. (3.51), podemos escrever \bar{L} como

$$\bar{L} = \frac{\sqrt{6\Omega_{r0}x_b^2}}{\mathcal{C}(\lambda)} \quad (3.73)$$

onde

$$\mathcal{C}(\lambda) = \frac{(1+\lambda)^3}{4\sqrt{2}\lambda^2\sqrt{1+\lambda^2}} \quad (3.74)$$

Quando $\mathcal{C}(1) = 1$, \bar{L} reduz ao resultado simétrico (para detalhes ver Ref. [5]). Em termos de \bar{L} , \bar{T}_D , \bar{M}_* e λ , a relação bárion-entropia resulta em

$$\frac{n_B}{s} = 1.4 \times 10^{-87} \frac{T_D^7}{M_*^2 \bar{L}} \mathcal{H}(\lambda), \quad (3.75)$$

onde

$$\mathcal{H}(\lambda) = \frac{2\sqrt{2}(1+\lambda^2)^{3/2}}{(1+\lambda)^3} = \frac{1+\lambda^2}{2\lambda^2\mathcal{C}(\lambda)} \quad (3.76)$$

Quando $\mathcal{H}(1) = 1$ e, usando a Eq. (3.73) na Eq. (3.75), recuperamos o resultado para o caso simétrico, da Eq. (3.61).

Agora procuramos a região no espaço de parâmetros que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Definindo $S = \log \bar{L}$, $D = \log \bar{T}_D$ e $M = \log \bar{M}_*$, da Eq. (3.75) obtém-se:

$$D(S, M, \lambda) = 11 + 0.14(S + 2M - \log \mathcal{H}(\lambda)). \quad (3.77)$$

Precisamos aplicar a condição (3.56b) a essa igualdade e também considerar as condições (3.56a) e (3.72). Para além destas condições, consideramos também que $\eta \gg 1$, uma vez que os nossos resultados são válidos longe do ricochete. Impondo essas condições à Eq. (3.70), e usando a Eq. (3.73) para eliminar x_b ,

$$S > 2D + 20.4 - 0.434 \log(\lambda^2 \mathcal{C}(\lambda)). \quad (3.78)$$

Portanto, o conjunto completo de condições nos parâmetros é:

$$7 \leq D \leq 22, \quad (3.79a)$$

$$-16 \leq M_* \leq 0, \quad (3.79b)$$

$$20 < S < 58, \quad (3.79c)$$

$$S > 2D + 20.4 - 0.434 \log(\lambda^2 \mathcal{C}(\lambda)), \quad (3.79d)$$

$$D(S, M, \lambda) = 11 + 0.14(S + 2M - \log \mathcal{H}(\lambda)). \quad (3.79e)$$

No entanto, ainda queremos usar x_b para comparar com os resultados com o caso simétrico. A partir dos valores permitidos para \bar{L} , pode-se obter os valores correspondentes para x_b . Escrevendo $X = \log x_b$, da Eq. (3.73) obtém-se,

$$S = 2X - 3.8 - \log C(\lambda). \quad (3.80)$$

Isso significa que para cada valor permitido de S , existe um correspondente para X . Das Eqs. (3.79), pode-se notar que a assimetria se manifesta devido à presença das funções $\mathcal{C}(\lambda)$ e $\mathcal{H}(\lambda)$ nessas condições. Inspeccionando o comportamento dessas funções, podemos perceber qualitativamente que valores maiores de λ implicam valores menores de x_b , e valores maiores de D e \bar{M} em relação ao caso simétrico, e o contrário para pequenos valores de λ , aumentando ou diminuindo a região cinza permitida como um todo. Para confirmar a análise anterior, consideremos agora alguns gráficos representativos desses resultados em termos de X , D e M para alguns valores de λ , em ambos os casos (\pm).

Consideremos primeiro o caso (+), ou seja, a_+ da Eq. (3.63). Nesse caso, há uma restrição em \bar{p} na Eq. (3.66), que define o limite superior $\bar{p} < \sqrt{\Omega_{r0}}$. Esperamos que valores de \bar{p} próximos a esse limite sejam os mais relevantes, pois $\lambda \rightarrow 0$ como $\bar{p} \rightarrow \sqrt{\Omega_{r0}}$, enquanto \bar{p} menor tende ao caso simétrico $\lambda \rightarrow 1$.

Nas Figuras 11, 12 e 14, notamos que, à medida que aumentamos \bar{p} , a região cinza é continuamente esmagada a esquerda, de modo que alguns valores menores de X e valores maiores de M não são mais permitidos. Portanto, quanto maior a assimetria, quanto mais λ se aproxima de 1, menor é a região no espaço de parâmetros compatível com a razão bárion-entropia observada.

No caso (-), correspondente ao fator de escala a_- na Eq. (3.63), notamos nas Figs. 9, 10 que aumentar \bar{p} aumenta a região permitida no espaço de parâmetros. O lado direito desta região não muda, enquanto o lado esquerdo cresce para a esquerda. À medida que \bar{p} aumenta, X menores (ou S), e maiores D e M são permitidos para que a bariogênese ocorra com o valor correto. Para $\bar{p} \gtrsim 10^{11} \sqrt{\Omega_{r0}}$, a região permitida se estabiliza: X , M e D atingem seus intervalos mais amplos.

A seguir, consideramos outro caso de ricochete assimétrico, onde há dois parâmetros de assimetria ao invés de um.

Ricochete Assimétrico unitário

Agora consideramos o ricochete assimétrico unitário dado pela função de onda inicial da Eq.(3.38), da qual podemos obter uma solução para a trajetória do fator de escala $a(T)$. A equação diferencial para $a(T)$ é bastante complicada (ver Eq. (54) da Ref. [4]), de modo que realizamos algumas aproximações em $a(T)$. Já que a relação entre $\bar{\sigma}$ e o parâmetro de densidade de energia adimensional da radiação hoje Ω_{r0} , dado pela Eq. (3.45), é obtido no limite $p_1\sigma \ll 1$ e $p_2\sigma \ll 1$, a análise da bariogênese com acoplamento de curvatura nesta seção também se refere a essa expansão. Neste limite é possível obter uma expressão analítica para o fator de escala considerando os termos $p_1\sigma, p_2\sigma$ e $\sqrt{p_1 p_2}\sigma$ somente até segunda ordem. Logo,

$$a(\bar{\eta}) = a_b \left[1 - \frac{(p_1^2 - p_2^2) \sigma^2 \bar{\eta}}{2(1 + \bar{\eta}^2)} \right] \sqrt{1 + \bar{\eta}^2} \quad (3.81)$$

A partir de agora aplicamos a transformação das variáveis $x_b = a_0/a_b, \bar{\sigma} = \sigma\sqrt{a_0 H_0}$ e $\bar{p}_i^2 = p_i^2/a_0 H_0, i = 1, 2$. Longe do ricochete, o fator de escala é:

$$a(\bar{\eta}) = a_b \bar{\eta}, \quad (3.82)$$

tal que o tempo cósmico t em termos de $\bar{\eta}$ dá

$$t(\bar{\eta}) = \frac{a_b \sigma^2 \bar{\eta}^2}{2}. \quad (3.83)$$

Tanto t quanto $\bar{\eta}$ são idênticos ao caso simétrico. Como fizemos nos casos anteriores, combinando as Eqs. (3.53) e (3.54), conseguimos encontrar uma relação entre $\bar{\eta}$ e a temperatura \bar{T} . Usando a Eq.(3.83), obtemos

$$\bar{\eta}(\bar{T}) = \frac{1.0 \times 10^{-10} x_b}{\bar{T}}, \quad (3.84)$$

que também é idêntico ao ricochete simétrico. Como mencionado anteriormente, desconsiderando os termos $(\bar{p}_1 \bar{\sigma})^4, (\bar{p}_2 \bar{\sigma})^4$ e $(\bar{p}_1 \bar{p}_2)^2 \bar{\sigma}^4$, obtemos $\bar{\sigma}$, dado pela Eq. (3.45), também se reduz à Eq. (3.23) do caso simétrico.

Como fizemos para as outras soluções de ricochete, usando as Eqs. (3.81) e (3.70) e as constantes definidas no caso simétrico, obtemos n_B/s igual ao resultado simétrico, Eq. (3.61), até a sétima ordem, mais um termo extra na oitava ordem:

$$\frac{n_B}{s} = \frac{n_B}{s} \Big|_{\text{sym}} + 2,8 \times 10^{-73} \frac{\bar{T}_D^8}{M_\star^2 x_b^4} |\bar{p}_1^2 - \bar{p}_2^2| \quad (3.85)$$

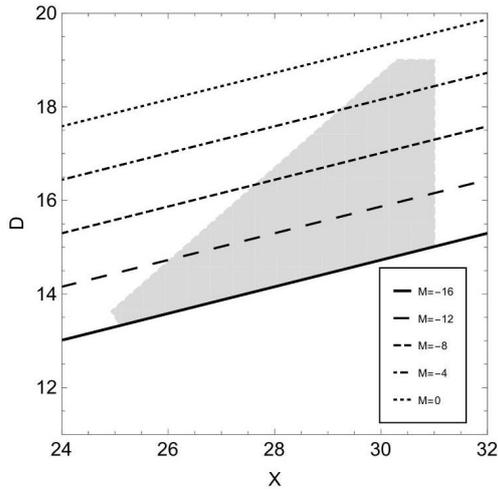


Figura 8 – Espaço dos parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 0,50\sqrt{\Omega_{r0}}$ que levam à $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\text{bar}M_*)$, respectivamente, para fator de escala a_+

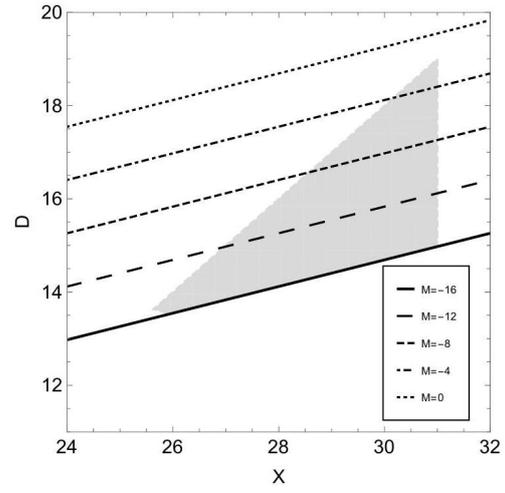


Figura 9 – Espaço dos parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 0,90\sqrt{\Omega_{r0}}$ que levam à $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\text{bar}M_*)$, respectivamente, para fator de escala a_+

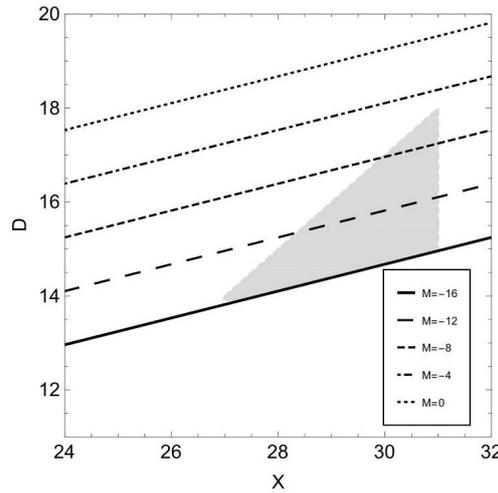


Figura 10 – Espaço dos parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 0,99\sqrt{\Omega_{r0}}$ que levam à $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\text{bar}M_*)$, respectivamente, para fator de escala a_+

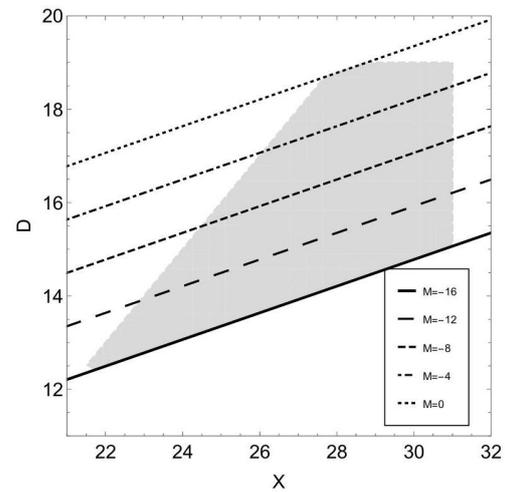


Figura 11 – Espaço dos parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 10^2\sqrt{\Omega_{r0}}$ que levam à $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\text{bar}M_*)$, respectivamente, para fator de escala a_-

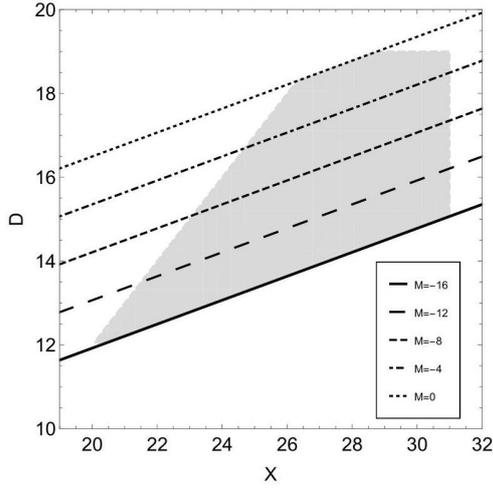


Figura 12 – Espaço dos parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 10^3 \sqrt{\Omega_{r0}}$ que levam à $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\text{bar}M_*)$, respectivamente, para fator de escala a_-

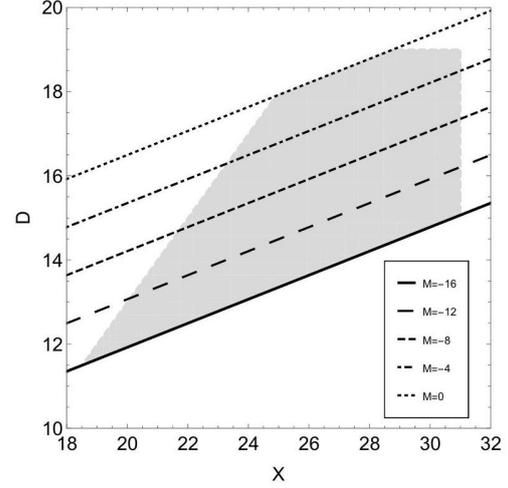


Figura 13 – Espaço dos parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 10^4 \sqrt{\Omega_{r0}}$ que levam à $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\text{bar}M_*)$, respectivamente, para fator de escala a_-

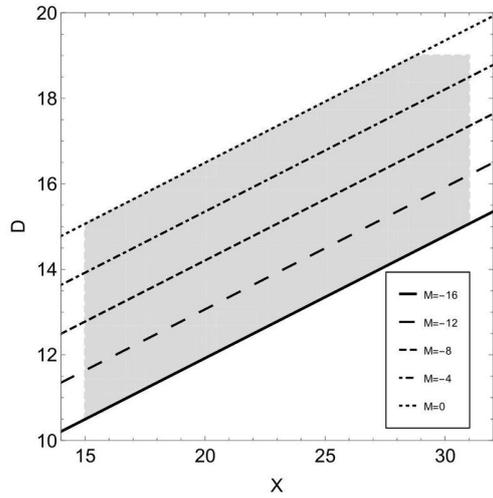


Figura 14 – Espaço dos parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 10^{11} \sqrt{\Omega_{r0}}$ que levam à $n_B/s \approx 9 * 10^{-11}$. Estes são parametrizados por $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\text{bar}M_*)$, respectivamente, para fator de escala a_-

Observe que o valor máximo do novo termo corresponde ao valor máximo da diferença $|\bar{p}_1^2 - \bar{p}_2^2|$. Para garantir $\bar{\eta} \geq 1$ ($\bar{\eta} \gtrsim 10$), encontramos a mesma condição obtida para o ricochete simétrico:

$$\frac{x_b}{T} \gtrsim 1.0 \times 10^{11}. \quad (3.86)$$

Por fim, considerando valores razoáveis de x_b , T_D e M_* , dados pelas condições (3.56), obtemos a região de parâmetros que permite $n_B/s = 9 \times 10^{-11}$. Considerando n_B/s até oitava ordem, obtemos o mesmo gráfico do caso simétrico, dado pela Figura 7, para qualquer valor dos parâmetros \bar{p}_1 e \bar{p}_2 que satisfazem $\bar{p}_1\bar{\sigma} \ll 1$ e $\bar{p}_2\bar{\sigma} \ll 1$. Isso significa que a oitava ordem não traz novas possibilidades de valores de parâmetros permitidos. Assim, a bariogênese gravitacional de ricochete assimétrico unitário neste limite é igual à bariogênese gravitacional no caso do ricochete simétrico.

3.4 BARIOGENESE COM ACOPLAMENTO COM CAMPO ESCALAR.

Inicialmente empregaremos uma ação semelhante a que utilizamos para encontrar as trajetórias Bohmianas do Universo na seção 2.4.2.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} \phi_{,\mu} \phi^{,\mu} - V(\phi) \right]. \quad (3.87)$$

em que ϕ é um campo escalar canônico em um espaço-tempo com métrica $g_{\mu\nu}$. Conforme é discutido nas referências [13, 64], a bariogênese espontânea pode ser conduzida pelo acoplamento da corrente bariônica com a derivada do campo escalar $\partial_\mu \phi$ através do setor

$$\frac{1}{M_*} \int d^4x \sqrt{-g} (\partial_\mu \phi) J^\mu. \quad (3.88)$$

O potencial químico neste caso é dado por

$$\mu_B = \frac{\dot{\phi}}{M_*}, \quad (3.89)$$

onde M é a escala de energia do acoplamento. Novamente, em um universo dinâmico onde ϕ evolui no tempo, a invariância CPT é quebrada e bárions podem ser criados mesmo em equilíbrio térmico.

Neste quadro, a dinâmica de fundo com ricochete é a representada pelas equações (2.65), onde um campo escalar sob efeito de um potencial exponencial (auto interação) impulsiona o ricochete como sendo um fluido de matéria rígida. No passado assintótico, muito antes do ricochete, o comportamento é de um fluido de poeira. Já no futuro garante um espectro quase invariante de escala nas perturbações escalares ; ver referência [1]), e também apresenta um comportamento transitório do tipo energia escura ocorrendo apenas no futuro da fase de expansão. Este ricochete é assimétrico porque a época de energia escura transitória ocorre apenas na fase de expansão, não na fase de contração, evitando problemas relacionados à imposição de condições iniciais do estado de vácuo na fase de contração, caso a energia escura estivesse presente lá. Um outro problema a ser evitado é a superprodução de ondas gravitacionais, típica em modelos de ricochete que utilizam campos escalares canônicos. Nestes modelos, as perturbações gravitacionais são amplificadas durante a fase de contração, levando à criação excessiva de ondas gravitacionais.

A densidade de pressão e energia associada a ϕ são, respectivamente,

$$P_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi), \quad (3.90a)$$

$$\rho_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad (3.90b)$$

e o potencial escolhido é do tipo exponencial como na equação (2.38)

$$V(\phi) = V_0 e^{-\lambda \kappa \phi}, \quad (3.91)$$

onde a constante V_0 tem unidades de massa elevada à quarta potência, aqui é suficiente considerarmos um λ adimensional, escolhido para satisfazer $\lambda \approx \sqrt{3}$, de modo que obtenhamos um espectro quase invariante em escala de perturbações escalares. O sistema planar (2.65) caracteriza a evolução dinâmica do Universo na contração próxima ao ricochete, no ricochete e na expansão logo após ricochete, quando o potencial quântico (??) torna-se importante.

A dinâmica de fundo nas fases de expansão e contração do Universo, afastadas do ricochete, são dadas pelas equações de Friedmann [67], acrescidas da equação de estado, e podem ser simplificadas através de uma escolha de variáveis adimensionais,

$$x = \frac{\sqrt{8\pi}\dot{\phi}}{\sqrt{6}M_P H}, \quad y = \frac{\sqrt{8\pi V}}{\sqrt{3}M_P H} \quad (3.92)$$

Nessas novas variáveis, o vínculo de Friedmann e a equação efetiva do parâmetro de estado, $w = P/\rho$, tem a forma

$$x^2 + y^2 = 1, \quad w = 2x^2 - 1. \quad (3.93)$$

As definições acima levam ao sistema planar,

$$\frac{dx}{d\alpha} = -3x(1 - x^2) + \lambda\sqrt{\frac{3}{2}}y^2 \quad (3.94a)$$

$$\frac{dy}{d\alpha} = xy \left(3x - \lambda\sqrt{\frac{3}{2}} \right), \quad (3.94b)$$

onde, assim como na seção 2.4.2, $\alpha \equiv \ln(a)$. Este sistema é complementado pela equações

$$\dot{\alpha} = H, \quad \dot{H} = -3H^2x^2. \quad (3.95)$$

Na fase de expansão, a variável x está próxima de 1 próximo ao ricochete (a parte cinética domina, portanto $w \approx 1$, como matéria rígida) e diminui para 0 (uma equação de estado efetiva $w \approx -1$, como energia escura), entre esses dois estágios passando por $x = \sqrt{2/3}$, ou $w \approx 1/3$, onde está relacionada com a evolução cosmológica padrão antes da nucleossíntese. A produção de bárions deve terminar nesta época. Depois, o número bariônico “congela” no valor atual de $n_B = s \approx 9 \times 10^{-11}$ [64]. Assim, o desacoplamento ocorre quando

$$P_\phi \approx \frac{1}{3}\rho_\phi, \quad (3.96)$$

que, das equações (3.90a) e (3.90b), nos leva à

$$\rho_\phi \approx \frac{3}{4}\dot{\phi}^2. \quad (3.97)$$

A densidade de radiação, por sua vez, é dada pela lei de Stefan-Boltzmann,

$$\rho_r = \frac{\pi^2 g_*}{30} T^4 \quad (3.98)$$

que, juntamente com a equação (3.97), implica em

$$\dot{\phi} \approx \sqrt{\frac{2\pi^2 g_*}{45}} T^2. \quad (3.99)$$

Portanto, o potencial químico (3.89) é dado como

$$\mu_B \approx \sqrt{\frac{2\pi^2 g_*}{45}} \frac{T^2}{M_*}. \quad (3.100)$$

A razão bárion-fóton (entropia), dada em termos de temperatura de desacoplamento T_D e o parâmetro de acoplamento M , agora é da forma

$$\frac{n_B}{s} \approx \sqrt{\frac{5}{8\pi^2 g_*}} \frac{T_D}{M_*}. \quad (3.101)$$

Assim, obtemos a condição do parâmetro livre

$$\frac{M_*}{T_D} \approx 2.8 \times 10^8. \quad (3.102)$$

Para $M_* < M_P$ e $T_D > 10\text{TeV}$, obtém-se

$$\begin{aligned} 10^4 \text{GeV} < T_D < 10^{11} \text{GeV}, \\ 10^{12} \text{GeV} < M_* < M_P. \end{aligned} \quad (3.103)$$

Com este tipo de acoplamento, devido a ausência de um vetor Killing semelhante ao tempo em um Universo dinâmico, a invariância CPT é quebrada e um número líquido de bárion pode emergir, mesmo em equilíbrio térmico.

4 MAGNETOGENESE EM MODELO COSMOLÓGICO COM RICOCHETE NA PRESENÇA DO CAMPO ESCALAR

Modelos de ricochete fornecem um excelente quadro para investigar a criação de partículas gravitacionais, pois eles necessariamente incluem um período de tempo caracterizado por campos gravitacionais fortes. Tais modelos podem produzir partículas escalares e fermiônicas [68, 69, 70], bárions [71] e campos magnéticos primordiais (PMF) [72, 28, 29, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82], que podem servir como sementes para os campos magnéticos observados em várias escalas [83, 84, 17, 18, 19, 85, 21, 22, 23, 86, 25, 26].

A criação de campos magnéticos primordiais também foi explorada no contexto de acoplamentos não mínimos entre campos eletromagnéticos e campos escalares em uma variedade de modelos [87, 33, 88, 89, 90, 91, 92, 93]. Este capítulo tem como objetivo, em sequência à Ref. [72], examinar a possibilidade de produzir PMF a partir desses acoplamentos não mínimos entre campos eletromagnéticos e escalares dentro do contexto de um modelo de ricochete. Para tanto, adotamos o modelo de ricochete introduzido na seção 2.4.2. Vimos que este modelo apresenta um campo escalar com um potencial exponencial, que é ao mesmo tempo simples e rico em suas implicações, pois o campo escalar se comporta como matéria sem pressão no passado assintótico da fase de contração, como matéria rígida em torno do ricochete, e como energia escura durante uma parte da fase de expansão. Além disso, este modelo produz espectros de perturbação escalar e tensorial e amplitudes compatíveis com observações da Radiação Cósmica de Fundo (CMB). Notavelmente, efeitos quânticos no ricochete levam à amplificação de perturbações escalares em relação a perturbações tensoriais, uma característica que é difícil de alcançar com campos escalares canônicos, pelo menos no âmbito clássico.

Os acoplamentos não mínimos investigados entre os campos eletromagnéticos e escalares incluem funções Gaussianas e de Cauchy do campo escalar. Esses acoplamentos variam significativamente em sua eficácia: os acoplamentos Gaussianos exibem uma queda rápida, enquanto os acoplamentos de Cauchy decaem mais lentamente, estendendo sua influência em uma faixa mais ampla. Ao estudar ambos os tipos de decaimento rápido (Gaussiano) e lento (Cauchy), nossa análise não apenas explora mais a fundo o acoplamento Gaussiano, mas também fornece uma análise abrangente dos efeitos de diferentes taxas de decaimento do acoplamento. Enquanto acoplamentos Gaussianos foram utilizados em cenários de magnetogênese inflacionária [94], sua aplicação à magnetogênese em modelos de ricochete ainda não havia sido explorada.

O presente capítulo está dividido da seguinte forma: Na Sec. 4.1, descrevemos o setor eletromagnético e sua quantização e condições iniciais de vácuo. Na Sec. 4.2, apresentamos os dois acoplamentos não mínimos estudados e realizamos cálculos numéricos para obter as amplitudes dos campos elétrico e magnético, espectros de potência e índices espec-

trais. Também abordamos a retroalimentação e fazemos comparações com observações. Concluimos e discutimos nossos resultados na Sec. 4.3.

4.1 O SETOR ELETROMAGNÉTICO

4.1.1 Equações de Movimento e Espectros de Potência

Para quebrar a invariância conforme do eletromagnetismo de Maxwell, introduzimos um acoplamento entre o campo eletromagnético e um campo escalar, descrito pela Lagrangiana

$$L = -f(\phi)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} , \quad (4.1)$$

onde $f(\phi)$ representa a função de acoplamento. Em nossa análise, consideramos três formas específicas: o acoplamento Gaussiano $f_G(\phi)$, o acoplamento de Cauchy $f_C(\phi)$ e o caso conforme $f_0(\phi)$, dados por:

$$f_G(\phi) = \frac{1}{4} + e^{(\gamma_G^2 - \phi^2)/\beta_G^2} \quad (4.2)$$

$$= \frac{1}{4} + e^{\alpha_G^2 - (\phi/\beta_G)^2} \quad (4.3)$$

$$f_C(\phi) = \frac{1}{4} + \frac{e^{\alpha_C^2}}{1 + (\phi/\beta_C)^2}, \quad (4.4)$$

$$f_0(\phi) = \frac{1}{4}. \quad (4.5)$$

Aqui, α_i controla a amplitude e β_i define a escala para $i = G, C$, ambos tratados como parâmetros livres. Para o acoplamento Gaussiano, a transição entre os regimes conforme e não conforme ocorre em $\phi = \pm\gamma_G = \alpha_G\beta_G$. O comportamento do acoplamento de Cauchy espelha o Gaussiano quando $\phi/\beta_C \ll 1$, mas para $\phi/\beta_C \gg 1$, a função de Cauchy decai mais lentamente, seguindo um padrão de $1/\phi^2$, enquanto o Gaussiano decai exponencialmente. Na Fig. 2, observamos que o campo escalar ϕ varia entre aproximadamente -50 e 200 durante o intervalo de tempo relevante. Consequentemente, a supressão no acoplamento de Cauchy permanece modesta, alcançando no máximo $(\beta_C/200)^2$. Para atingir uma supressão significativa, é necessário um β_C muito pequeno. Portanto, definimos $\alpha_C = \alpha_G$ e $\beta_C = \alpha_G\beta_G e^{-\alpha_G^2/2}$ para que ambos os acoplamentos, de Cauchy e Gaussiano, entrem no regime conforme no mesmo valor de ϕ (assumindo que $e^{\alpha_C^2} \gg 1$). Essa escolha de parâmetros alinha os dois acoplamentos para uma comparação consistente, ou seja, $f_G(\alpha_G\beta_G) \approx f_C(\alpha_G\beta_G) \approx 1$.

As equações de campo eletromagnético assumem a forma

$$\partial_\mu(\sqrt{-g} f F^{\mu\nu}) = 0 , \quad (4.6)$$

onde $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, e A_μ representa o potencial de calibre. Utilizamos o calibre de Coulomb em relação à foliação do tempo cósmico, definindo $A_0 = 0$ e $\partial_i A^i = 0$.

Para quantizar o campo eletromagnético, expandimos o operador associado à parte espacial do potencial vetorial da seguinte forma:

$$\hat{A}_i(t, \mathbf{x}) = \sum_{\sigma=1,2} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} [\epsilon_{i,\sigma}(\mathbf{k}) \hat{a}_{\mathbf{k},\sigma} A_{k,\sigma}(t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + \text{H.C.}], \quad (4.7)$$

onde $\epsilon_{i,\sigma}(\mathbf{k})$ são os dois vetores de polarização ortonormais e transversais associados ao calibre de Coulomb, permanecendo constantes nas fatias espaciais. O vetor de onda comovente \mathbf{k} tem uma magnitude dada por k , e H.C. denota o conjugado Hermitiano. Os operadores $\hat{a}_{\mathbf{k},\sigma}$ e $\hat{a}_{\mathbf{k},\sigma}^\dagger$ são os operadores de aniquilação e criação, respectivamente, que satisfazem as seguintes relações de comutação:

$$[\hat{a}_{\mathbf{k},\sigma}, \hat{a}_{\mathbf{k}',\sigma'}^\dagger] = \delta_{\sigma\sigma'} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'),$$

e

$$[\hat{a}_{\mathbf{k},\sigma}^\dagger, \hat{a}_{\mathbf{k}',\sigma'}^\dagger] = 0; [\hat{a}_{\mathbf{k},\sigma}, \hat{a}_{\mathbf{k}',\sigma'}] = 0.$$

Os coeficientes dependentes do tempo $A_{k,\sigma}(t)$ e seus momentos correspondentes $\Pi_{k,\sigma} \equiv 4af \dot{A}_{k,\sigma}(t)$ devem satisfazer a normalização do vácuo

$$A_{k,\sigma}(t) \Pi_{k,\sigma}^*(t) - A_{k,\sigma}^*(t) \Pi_{k,\sigma}(t) = i, \quad (4.8)$$

para cada k e σ .

Como é bem conhecido, o campo eletromagnético fixado no calibre, na ausência de cargas, é equivalente a dois campos escalares reais livres, correspondentes a cada direção de polarização σ . Como estamos considerando um fundo isotrópico, escolhemos um único coeficiente dependente do tempo para descrever ambas as polarizações, ou seja, $A_{k,1} = A_{k,2} \equiv A_k$, o que produz o mesmo vácuo para ambos os casos.

Inserindo esta decomposição nas equações de movimento Eq. (4.6) somos levados as seguintes equações para os modos $A_k(t)$:

$$\ddot{A}_k + \left(\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{f}}{f} \right) \dot{A}_k + \frac{k^2}{a^2} A_k = 0. \quad (4.9)$$

onde na equação acima, pontos denotam derivadas em relação ao tempo cósmico. Agora introduzimos um conjunto de quantidades adimensionais que simplificam a análise:

$$Y \equiv \frac{a}{a_0}, \quad A_{sk} \equiv \frac{A_k}{\sqrt{R_H}}, \quad (4.10)$$

$$x_b \equiv \frac{a_0}{a_b}, \quad k_s \equiv \frac{k R_{H_0}}{a_0}, \quad \eta_s \equiv \int \frac{dt}{R_{H_0} Y}, \quad (4.11)$$

onde $R_H \equiv R_{H_0}/a_0$ é o raio de Hubble comovente, e R_{H_0} é o raio de Hubble hoje. Portanto, a Eq. (4.9) se transforma em

$$A_{sk}'' + \frac{f'}{f} A_{sk}' + k_s^2 A_{sk} = 0, \quad (4.12)$$

onde agora o primo indica uma derivada em relação a η_s .

Geralmente, o hamiltoniano gerador da evolução geral de τ ($t = N\tau$) de tais sistemas é

$$\mathcal{H} = \frac{\Pi_{sk}^2}{2m} + \frac{m\nu^2 A_{sk}^2}{2}, \quad (4.13)$$

equivalente a um hamiltoniano que descreve um oscilador harmônico com massa efetiva dependente do tempo $m = af/N$ e frequência $\nu = Nk_s/a$. Plotamos a frequência ν ao longo da escala de Ricci $l_R \equiv R^{-1/2}$, onde R é o escalar de Ricci, na Fig. 15. Note que, dadas nossas escolhas de variáveis adimensionais, todas as variáveis com unidades de distância são expressas em unidades do raio de Hubble hoje.

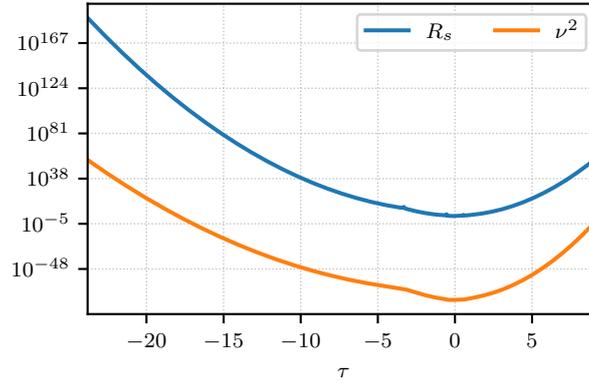


Figura 15 – Evolução da frequência ν e da escala de Ricci com τ .

As densidades de energia dos campos elétrico e magnético são dadas, respectivamente, por:

$$\rho_E = \frac{f}{8\pi} g^{ij} \dot{A}_i \dot{A}_j, \quad (4.14)$$

$$\rho_B = \frac{f}{16\pi} g^{ij} g^{lm} (\partial_j A_m - \partial_m A_j) (\partial_i A_l - \partial_l A_i), \quad (4.15)$$

onde $g^{ij} = \delta^{ij}/a^2$ representa os componentes espaciais da métrica inversa. Para derivar as densidades espectrais de energia, inserimos a expansão (4.7) em ρ_E e ρ_B , transformando assim $\hat{\rho}_E$ e $\hat{\rho}_B$ em operadores quânticos e calculando seus valores esperados no vácuo:

$$\langle 0 | \hat{\rho}_B | 0 \rangle = \frac{f}{2\pi^2 R_{H_0}^4 Y^4} \int \ln k_s |A_{sk}|^2 k_s^5, \quad (4.16)$$

$$\langle 0 | \hat{\rho}_E | 0 \rangle = \frac{f}{2\pi^2 R_{H_0}^4 Y^4} \int \ln k_s |A'_{sk}|^2 k_s^3. \quad (4.17)$$

Definindo os espectros como

$$P_i \equiv \frac{d \langle 0 | \hat{\rho}_i | 0 \rangle}{\ln k}, \quad i = E, B, \quad (4.18)$$

encontramos:

$$P_B \equiv B_\lambda^2 = \frac{f}{2\pi^2 R_{H_0}^4} \frac{|A_{sk}|^2}{Y^4} k_s^5, \quad (4.19)$$

$$P_E \equiv E_\lambda^2 = \frac{f}{2\pi^2 R_{H_0}^4} \frac{|A'_{sk}|^2}{Y^4} k_s^3 = \frac{1}{2\pi^2 R_{H_0}^4} \frac{|\Pi_{sk}|^2}{fY^4} k_s^3. \quad (4.20)$$

Na última linha, também expressamos P_E em termos do momento canonicamente conjugado ao campo de calibre, $\Pi_{sk} = fA'_{sk}$, que é equivalente ao próprio modo do campo elétrico. Além de um acoplamento potencialmente dependente do tempo, note que ambos os espectros de potência exibem o mesmo comportamento Y^{-4} , como esperado para um campo eletromagnético. Qualquer desvio desse comportamento deve surgir da função f e da magnitude dos modos de campo, que variam apenas se o acoplamento não for constante.

Finalmente, expressamos os campos magnético e elétrico, B_λ e E_λ , usando $H_0^2 \approx 1.15 \times 10^{-64}$ G. Essa conversão do raio de Hubble para Gauss é feita para facilitar comparações com a literatura existente, que comumente usa Gauss como unidade de medida.

$$B_\lambda = \sqrt{\frac{f}{2\pi^2} \frac{|A_{sk}|}{Y^2}} k_s^{5/2} 1.15 \times 10^{-64} G, \quad (4.21)$$

$$E_\lambda = \sqrt{\frac{1}{2\pi^2 f} \frac{|\Pi_{sk}|}{Y^2}} k_s^{3/2} 1.15 \times 10^{-64} G. \quad (4.22)$$

4.1.2 Condições Iniciais de Vácuo

No contexto de um modelo cosmológico de ricochete impulsionado por um campo escalar, definimos condições iniciais de vácuo para determinar com precisão o comportamento do campo eletromagnético ao longo do ricochete e da fase de expansão subsequente. Nosso modelo considera dois tipos de acoplamentos não mínimos entre o campo eletromagnético e o campo escalar: acoplamentos Gaussiano e de Cauchy. Esses acoplamentos podem influenciar as condições iniciais e a evolução subsequente dos modos de campo.

Estabelecemos as condições iniciais de vácuo adiabático para garantir que cada modo do campo eletromagnético comece em seu estado de energia mais baixo dentro de um fundo que varia suavemente. Esta é uma suposição muito razoável, pois no passado assintótico desses modelos o universo está quase vazio e plano, com quase nada além de flutuações quânticas de um estado de vácuo quase Minkowski para campos e perturbações cosmológicas. Ao inicializar o campo em um estado de vácuo, garantimos que qualquer campo eletromagnético observado na fase de expansão possa ser atribuído unicamente à dinâmica da contração e do ricochete, sem interferência de modos iniciais. Essas condições iniciais são expressas matematicamente em termos da função de acoplamento $f(\phi(\eta_s))$, onde ϕ é o campo escalar dependente do tempo em tempo conforme η_s .

Para o campo eletromagnético A_μ em um fundo cosmológico, as condições iniciais de vácuo adiabático de ordem principal são especificadas como segue:

$$A_k(\eta_s) = \frac{e^{-ik\eta_s}}{\sqrt{2kf(\phi(\eta_s))}}, \quad (4.23)$$

$$\Pi_k(\eta_s) = f(\phi(\eta_s))A'_k(\eta_s) = -i\sqrt{\frac{f(\eta_s)k}{2}}e^{-ik\eta_s}. \quad (4.24)$$

Essas expressões garantem que, no passado distante (antes do ricochete), quando a função de acoplamento $f(\phi) \approx \frac{1}{4}$, os modos assumam a forma

$$|A_k| = \sqrt{\frac{2}{k}}, \quad (4.25)$$

$$|\Pi_k| = \sqrt{\frac{k}{8}}. \quad (4.26)$$

De forma geral, as condições iniciais de vácuo adiabático podem ser derivadas usando a abordagem de estrutura complexa apresentada na Ref. [95]. Nesse framework, baseado na ideia física de que a frequência efetiva do modo varia muito mais lentamente do que a escala de tempo definida pela própria frequência, as condições iniciais de vácuo adiabático são expressas como funções de

$$F_n = \left(\frac{1}{2\nu} \frac{d}{dt} \right)^n \xi, \quad (4.27)$$

onde $1 \gg F_1 \gg F_2 \gg F_n$, e $\xi = \ln(m\nu)$. Para nosso modelo, definimos $t = \eta_s$, $\nu = k_s$, e $m = f$. Essa condição implica que a função $\xi = \ln(fk_s)$ muda lentamente em comparação com $\int 2k_s d\eta_s$. Em nossa análise numérica, utilizamos as condições iniciais de vácuo adiabático até a quarta ordem, aplicando esta aproximação até que o erro de truncamento se torne significativo.

Para ilustrar como os acoplamentos satisfazem as condições iniciais de vácuo adiabático conforme $\eta_s \rightarrow -\infty$, examinamos seu comportamento assintótico. Nesse limite, o campo escalar $\phi(\eta_s)$ geralmente cresce bastante, como visto na Fig. 2. Para o acoplamento Gaussiano, o termo exponencial $e^{-\phi^2/\beta^2}$ rapidamente tende a zero, levando a $f_G(\phi(\eta_s)) \approx \frac{1}{4}$. Da mesma forma, para o acoplamento de Cauchy, o termo $\frac{1}{1+(\phi/\beta)^2}$ também se aproxima de zero, resultando em $f_C(\phi(\eta_s)) \approx \frac{1}{4}$. Assim, no limite $\eta_s \rightarrow -\infty$, ambas as funções de acoplamento convergem para um valor constante de $\frac{1}{4}$, simplificando as condições iniciais para:

$$A_k(\eta_s) \approx \sqrt{\frac{2}{k}}e^{-ik\eta_s}, \quad (4.28)$$

$$\Pi_k(\eta_s) \approx -i\sqrt{\frac{k}{8}}e^{-ik\eta_s}. \quad (4.29)$$

Ao estudar esses dois extremos – o Gaussiano que decai rapidamente e o de Cauchy que decai mais lentamente – podemos mapear efetivamente o comportamento geral desses

| Parâmetro | α_G | β_G |
|-----------|----------------|-----------|
| Intervalo | [13.15, 15.18] | [1, 2.99] |

Tabela 2 – Intervalo dos parâmetros de acoplamento α_G e β_G .

acoplamentos. Eles representam casos limite dentro de uma família mais ampla de funções decrescentes, permitindo-nos capturar uma ampla gama de dinâmicas possíveis e entender melhor a influência de diferentes comportamentos de acoplamento na evolução do campo eletromagnético no modelo.

Para capturar com precisão a dinâmica do campo eletromagnético, implementamos as condições iniciais de vácuo adiabático específicas para cada função de acoplamento em nossas simulações numéricas. Ao inicializar os modos de campo em seus estados de vácuo apropriados e evoluí-los através do ricochete, garantimos que as previsões resultantes, incluindo o espectro de potência do campo magnético, sejam robustas. Este método elimina potenciais artefatos que poderiam surgir de condições iniciais inadequadas, ao mesmo tempo que mantém a precisão até o ponto em que a aproximação adiabática se rompe devido a erros de truncamento.

4.2 ANÁLISE NUMÉRICA DAS PERTURBAÇÕES

4.2.1 Modos

Examinamos a evolução temporal dos modos magnéticos e elétricos, $|A_{sk}|^2$ e $|\Pi_{sk}|^2$, com foco em como o parâmetro de escala β_G afeta os modos magnéticos para $\alpha_G = 13.15$ e $\alpha_G = 14.4$. Os valores de β_G na Tabela 2 determinam o ponto de transição entre os regimes conforme e não conforme, definido por $\phi_0 = \alpha_G \beta_G$, que varia de aproximadamente 10 a 50. Como mostrado na Fig. 2, isso corresponde ao intervalo de tempo $\tau \in [-10, -5]$.

Começamos plotando esses modos porque, na ausência de um acoplamento não trivial, suas magnitudes devem permanecer constantes, fornecendo uma linha de base para comparação. A Figura 16 ilustra o impacto de β_G no modo magnético, enquanto a Fig. 17 demonstra efeitos semelhantes nos modos elétricos. Ambas as figuras focam em um número de onda fixo, $k = 4000$ (aproximadamente 1 Mpc), embora o comportamento geral seja consistente em escalas maiores. O caso não acoplado, representado pela linha preta, serve como referência ao longo da análise. A Tabela 2 fornece um resumo dos intervalos de parâmetros utilizados neste estudo.

Primeiro, observamos que, embora o acoplamento de Cauchy evolua ao longo do tempo, sua evolução ocorre em uma escala de tempo muito menor em comparação ao acoplamento Gaussiano, tornando seus efeitos quase imperceptíveis, em parte porque é necessário um valor muito pequeno de β_G para alcançar o limite conforme antes que a evolução do modelo cosmológico padrão no universo primitivo comece a ocorrer. Embora os parâmetros de

acoplamento influenciem a amplitude dos modos, o acoplamento de Cauchy (representado pelas curvas vermelhas) não consegue gerar campos magnéticos ou elétricos notáveis. Embora ocorra alguma amplificação, ela é insuficiente para produzir efeitos observáveis. Para o mesmo valor de α_G , o acoplamento de Cauchy resulta em efeitos que são muitas ordens de magnitude menores do que os do acoplamento Gaussiano. Poder-se-ia aumentar α_C ainda mais para amplificar os efeitos, mas isso exigiria um β_C ainda menor para manter o acoplamento dentro do regime conforme. Exploraremos esses efeitos com mais detalhes nas Figuras 18 e 19.

Em segundo lugar, observamos que os modos com acoplamento Gaussiano (mostrados pelas curvas azuis) evoluem de forma semelhante aos modos não acoplados no passado distante, como esperado, dado que o acoplamento é aproximadamente constante nesse regime. Durante a fase de contração, apenas os modos elétricos $|\Pi_{sk}|^2$ aumentam, enquanto os modos magnéticos $|A_{sk}|^2$ permanecem quase constantes. É apenas durante a fase de expansão que os modos magnéticos começam a crescer. Esse comportamento reflete o que é observado em outros modelos de ricochete acoplados à gravidade, conforme discutido em [72]. Um acoplamento Gaussiano mais amplo (com β maior, indicado pelos tons mais escuros de azul) afeta os modos mais distantes do ricochete, amplificando ainda mais o contraste entre a evolução dos modos elétricos e magnéticos. Esse resultado é esperado, pois valores maiores de β fazem com que o acoplamento transicione para o regime não conforme mais cedo, permitindo que os modos se amplifiquem mais rapidamente.

O comportamento dos modos pode ser compreendido pela evolução das equações hamiltonianas derivadas da Eq. (4.13):

$$\dot{A}_{sk} = \frac{\Pi_{sk}}{m}, \quad (4.30a)$$

$$\dot{\Pi}_{sk} = -m\nu^2 A_{sk}. \quad (4.30b)$$

No regime super-Hubble, à medida que o acoplamento aumenta, a massa efetiva m aumenta, levando a um aumento em Π_{sk} enquanto A_{sk} permanece aproximadamente constante. Quando o modo transita para o regime sub-Hubble durante a fase de expansão, o momento aumentado é transferido para a amplitude do modo. Essa dinâmica explica o comportamento observado nas Figuras 16 e 17. A principal diferença entre os acoplamentos reside no momento dessa variação: para o acoplamento de Cauchy, ela ocorre muito próxima do ricochete, enquanto para o acoplamento Gaussiano, a variação se espalha por um período mais longo, devido à grande diferença entre β_C e β_G , permitindo uma amplificação mais gradual.

4.2.2 Espectros de Potência

Com base na análise anterior, agora investigamos a dependência dos espectros de potência magnético e elétrico, P_B e P_E , nos parâmetros α_G e β_G . Como mostrado na

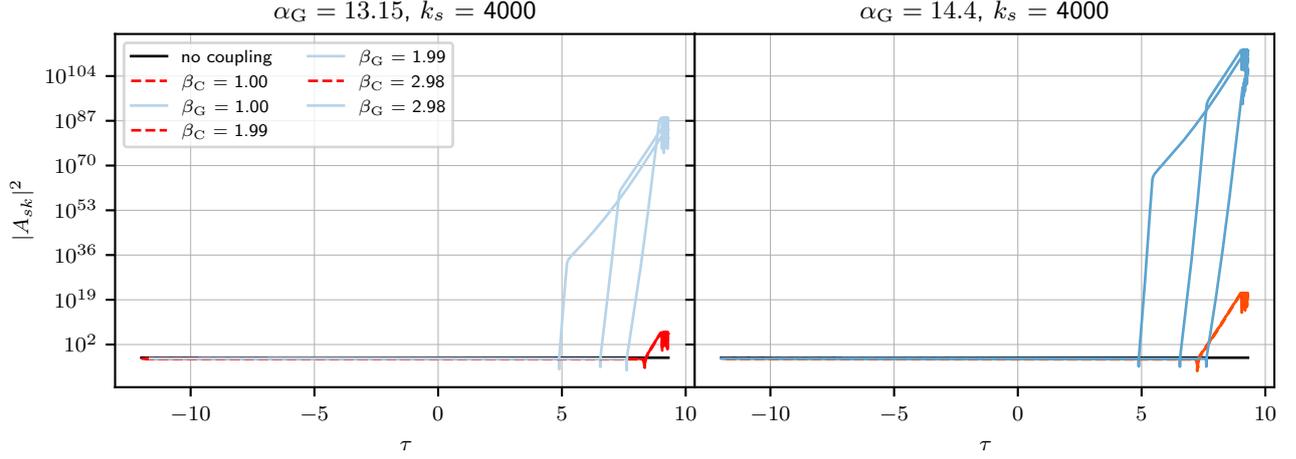


Figura 16 – Evolução temporal dos modos magnéticos $|A_{sk}|^2$. As curvas vermelhas representam modos com acoplamento de Cauchy, enquanto as curvas azuis representam modos com acoplamento Gaussiano. A curva preta corresponde ao caso não acoplado. Os modos magnéticos só começam a evoluir significativamente durante a fase de expansão ($\tau > 0$). Para ambos os acoplamentos, a amplitude dos modos aumenta com α_G , com a amplificação ocorrendo à medida que os modos se tornam super-Hubble na fase de expansão.

Figura 18, os espectros de potência magnéticos para os modos de Cauchy exibem uma amplificação mínima, começando perto da linha de base e aumentando apenas marginalmente durante a fase de expansão. Para $\alpha_G = 13.15$ (painel esquerdo), a diferença é de algumas ordens de magnitude, aumentando para cerca de 10 ordens de magnitude para $\alpha_G = 14.4$ (painel direito). Consequentemente, o acoplamento de Cauchy se mostra ineficaz na geração de campos magnéticos primordiais com amplitudes significativas. Em contraste, os modos Gaussianos passam por um crescimento substancial durante a fase de expansão, amplificando seus espectros de potência magnéticos a níveis capazes de explicar os campos magnéticos observados em escalas muito grandes. Nas seções seguintes, vamos restringir ainda mais o espaço de parâmetros do modelo para explorar as origens desses campos.

Enquanto os espectros de potência elétrica para os modos de Cauchy e Gaussiano exibem comportamentos qualitativos semelhantes, eles diferem em escala e amplitude. Especificamente, ambos os espectros de potência diminuem durante a contração ($\tau < 0$) e aumentam durante a expansão ($\tau > 0$). Isso é ilustrado na Figura 19, onde a principal distinção entre os dois tipos de acoplamentos é sua magnitude geral, em vez da tendência geral da evolução dos modos.

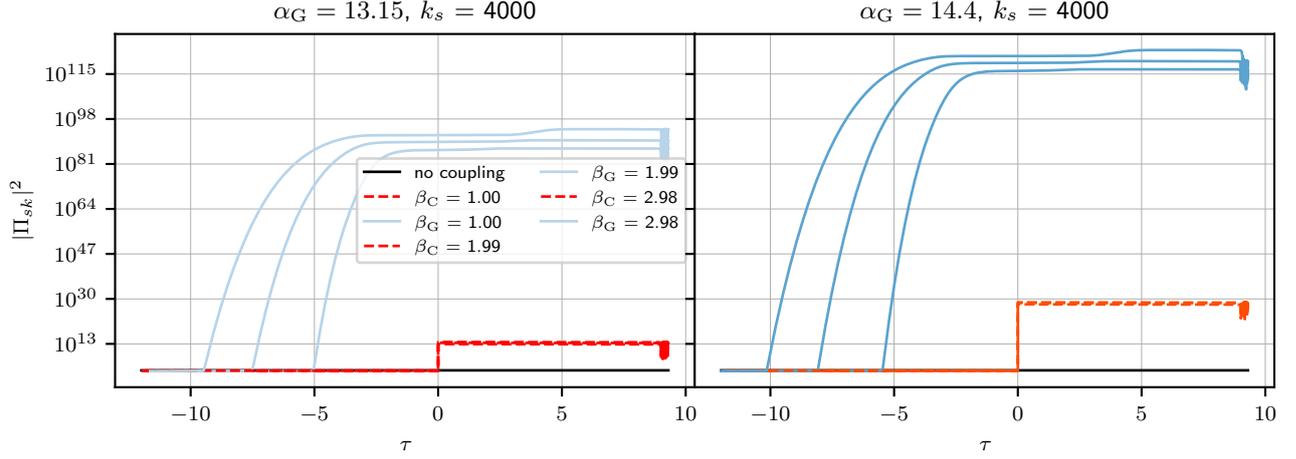


Figura 17 – Evolução temporal dos modos elétricos $|\Pi_{sk}|^2$. As curvas vermelhas representam modos com acoplamento de Cauchy, e as curvas azuis representam modos com acoplamento Gaussiano. A curva preta corresponde ao caso não acoplado. Os modos elétricos começam a evoluir na fase de contração ($\tau < 0$). Para o acoplamento de Cauchy, a amplitude do momento é ampliada em relação ao caso sem acoplamento próximo ao ricochete. Os modos Gaussianos seguem um padrão semelhante, mas com escalas de tempo de amplificação variadas. Ambos os acoplamentos resultam em maiores amplitudes à medida que α_G aumenta.

4.2.3 Retroalimentação

Semelhante aos espectros de potência magnéticos, os espectros de potência elétricos dominam apenas significativamente após o regime dominado por efeitos quânticos em torno do ricochete. Consequentemente, tanto as densidades de energia elétrica quanto magnética tornam-se importantes apenas no regime clássico, o que nos leva a concluir que não ocorre retroalimentação durante o regime quântico.

4.2.4 Espaço de Parâmetros

Na Fig. 20, ilustramos o espaço de parâmetros onde nosso modelo produz campos magnéticos sementes viáveis. A curva verde representa o limite superior de aproximadamente 1 nG na amplitude de campos magnéticos sementes, conforme restrições de vários levantamentos, incluindo observações da CMB [85], Raios Cósmicos de Ultra-Alta Energia (UHECR) [19], e linhas de hidrogênio de 21 cm [18]. A curva laranja denota o limite inferior derivado da não detecção de raios γ secundários de GeV em torno de blazares de TeV [96, 97], embora esse limite ainda seja debatido na comunidade astrofísica [98, 99] e deva ser interpretado com cautela. Além disso, a curva azul representa o limite teórico necessário para iniciar um dínamo galáctico [100, 101]. Para o restante deste estudo, focaremos exclusivamente no acoplamento Gaussiano devido à sua viabilidade em gerar

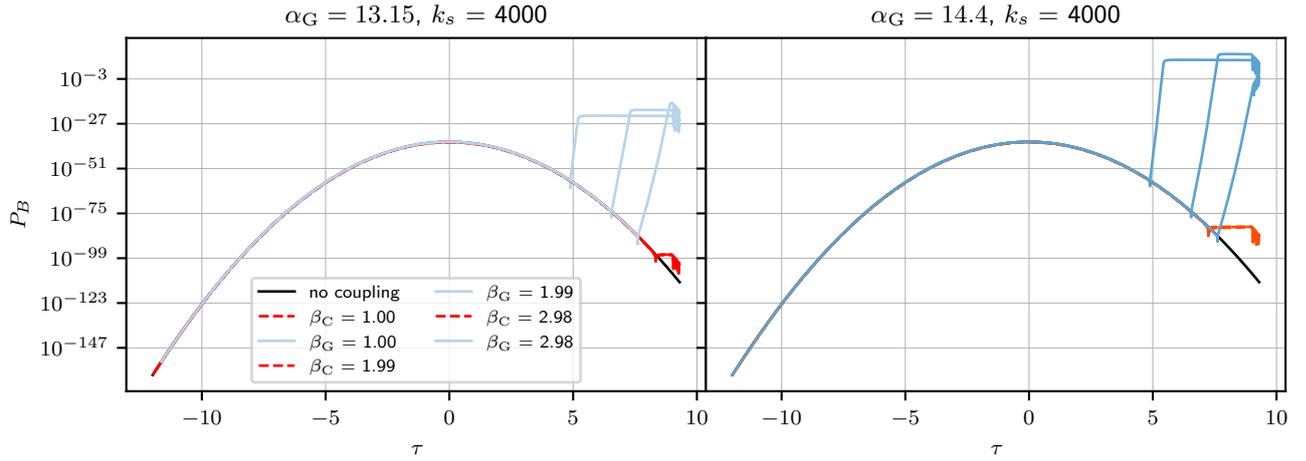


Figura 18 – Evolução do espectro de potência magnético P_B com o tempo para os modos $k = 4,000$. As cores e parâmetros são os mesmos para os modos nas figuras 16 e 17. Um acoplamento de Cauchy é incapaz de explicar a origem ou os campos magnéticos em grandes escalas, enquanto um acoplamento Gaussiano é uma forma eficiente de produzir fortes campos magnéticos sementes.

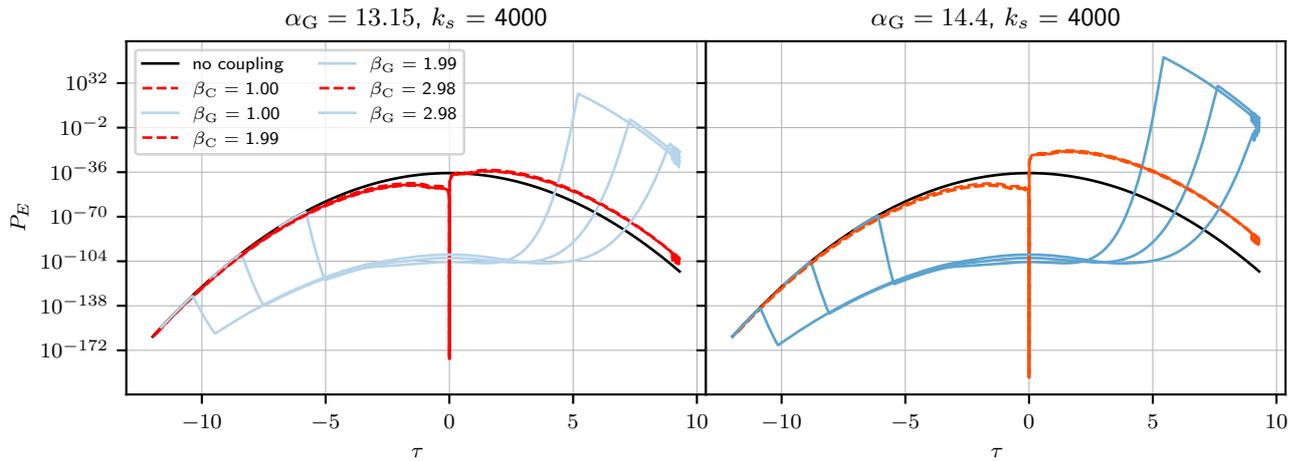


Figura 19 – Evolução do espectro de potência elétrico P_E com o tempo para os modos $k = 4,000$. As cores e parâmetros são os mesmos para os modos nas figuras 16 e 17. Ambos os acoplamentos de Cauchy e Gaussiano veem suas amplitudes diminuir durante a contração ($\tau < 0$) e aumentarem durante a expansão ($\tau > 0$), embora a amplificação seja muito mais forte no caso Gaussiano.

campos magnéticos dentro dessas restrições.

Os painéis esquerdo e direito da Fig. 20 exibem os espaços de parâmetros para Set-1 e Set-2, respectivamente. Ambos os casos exibem um padrão semelhante, com destaque para um aumento acentuado em α_G à medida que β_G se aproxima de 3, necessário para gerar um campo magnético semente com amplitude de 1 nG. Esse comportamento está relacionado à evolução temporal do campo magnético. Na Figura 21, ilustramos a evolução do campo

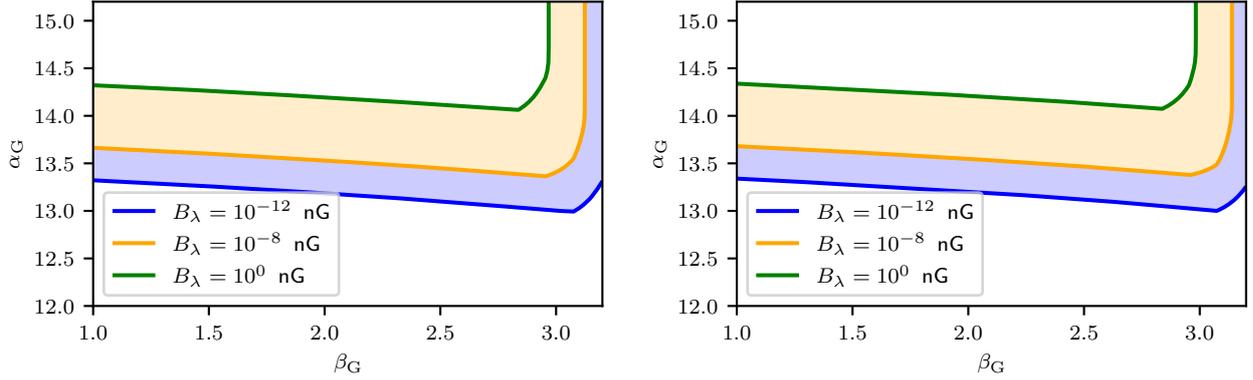


Figura 20 – Espaço de parâmetros viável (α_G, β_G) para a geração de campos magnéticos primordiais compatíveis com observações. O espaço de parâmetros para o Set-1 está à esquerda, e para o Set-2 à direita. A curva verde corresponde às restrições superiores nas amplitudes de campos magnéticos ≈ 1 nG, a curva laranja às restrições inferiores de raios γ , e a curva azul ao limite inferior para iniciar a amplificação de dínamo. A região laranja contém valores de α_G e β_G que levam a campos magnéticos sementes viáveis, e se sobrepõe à região do dínamo (azul). Para ambos os conjuntos, há um aumento acentuado no valor de α_G necessário para obter uma amplitude de campo magnético de 1 nG quando $\beta_G \rightarrow 3$.

magnético em um breve intervalo ($9.2 < \tau < 9.3$). Mantendo β_G fixo e aumentando α_G para alcançar uma amplitude de 1 nG hoje, vemos uma mudança de sinal na inclinação do espectro. Após esse ponto, aumentos adicionais em α_G levam a apenas mudanças marginais em B_λ .

4.2.5 Amplitude dos Campos Magnéticos

A Figura 22 mostra a amplitude dos campos magnéticos atualmente, $B_{\lambda,0}$, em diferentes escalas. As tendências observadas são consistentes entre Set-1 e Set-2. Para modos super-Hubble, especificamente no intervalo $1 < k \leq 30$, os campos magnéticos seguem uma distribuição em lei de potência com um índice espectral de $n_B \simeq 4$, largamente independente dos valores específicos de α_G e β_G . No entanto, para modos dentro do raio de Hubble, o índice espectral n_B torna-se mais sensível a β_G . Quando β_G está entre 1 e 2.8, o índice escalar médio n_B diminui de 4 para aproximadamente 3. Além desse intervalo, particularmente para $\beta_G > 2.8$, a inclinação sofre uma mudança mais pronunciada, caindo para até $n_B = 0.5$ para $\beta_G = 2.99$, embora permaneça positiva.

4.3 DISCUSSÃO

Os resultados deste estudo sugerem que um universo com ricochete, juntamente com um acoplamento entre o campo escalar ϕ , que dá origem ao modelo de fundo, e o campo eletromagnético, pode levar a uma magnetogênese primordial suficiente, em conformidade

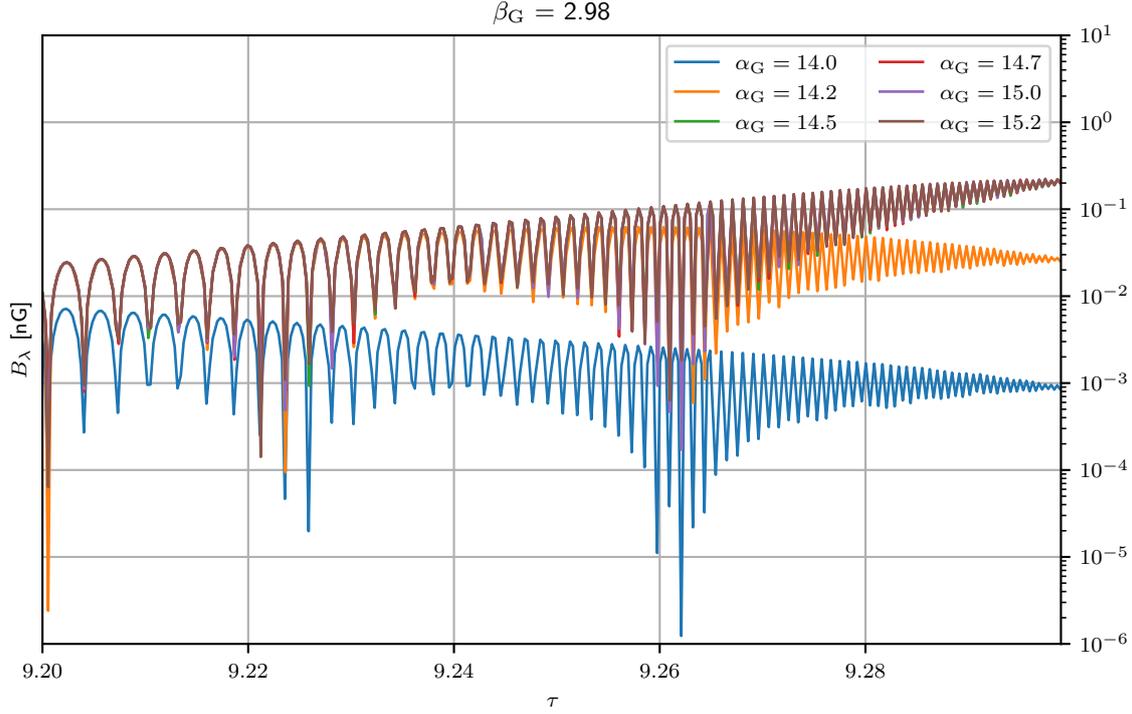


Figura 21 – Com β_G fixo, aumentar α_G acaba mudando a inclinação do campo magnético. Começando com uma inclinação negativa para valores menores de α_G (curva azul) e aumentando α_G , a inclinação muda de sinal. Neste exemplo, para $\alpha_G > 14.48$, todas as curvas estão sobrepostas. Portanto, há um mecanismo de saturação relacionado ao sinal da inclinação.

com as observações. Exploramos a evolução do campo eletromagnético, começando na fase de contração, passando pelo ricochete e entrando na fase de expansão, começando com um estado de vácuo adiabático inicial. Nossa análise numérica revela que campos magnéticos em uma escala de 1 Mpc podem alcançar amplitudes consistentes com as observações cosmológicas atuais. Isso é significativo porque mostra que, na presença do acoplamento, os campos magnéticos gerados durante o ricochete são suficientemente fortes para servir como sementes para a amplificação posterior por mecanismos de dínamo em estruturas astrofísicas, apoiando o potencial deste modelo para explicar os campos magnéticos observados no universo.

Dois parâmetros críticos no modelo são α_G e β_G , que desempenham um papel fundamental na definição dos resultados. O parâmetro β_G determina a largura das funções de acoplamento, enquanto α_G define a amplitude do acoplamento. O valor de β_G controla a duração da influência do acoplamento, com valores maiores estendendo o efeito do acoplamento por um período mais longo ao redor do ricochete. Nossa análise mostra que uma faixa de valores de β_G entre 1 e 2.99 pode gerar campos magnéticos consistentes com as observações atuais. Em particular, valores próximos ao limite superior, $\beta_G \approx 2.99$, geram campos magnéticos mais fortes. Isso ocorre porque valores mais altos de β_G prolongam a interação entre o campo escalar ϕ e o campo eletromagnético, levando a uma maior

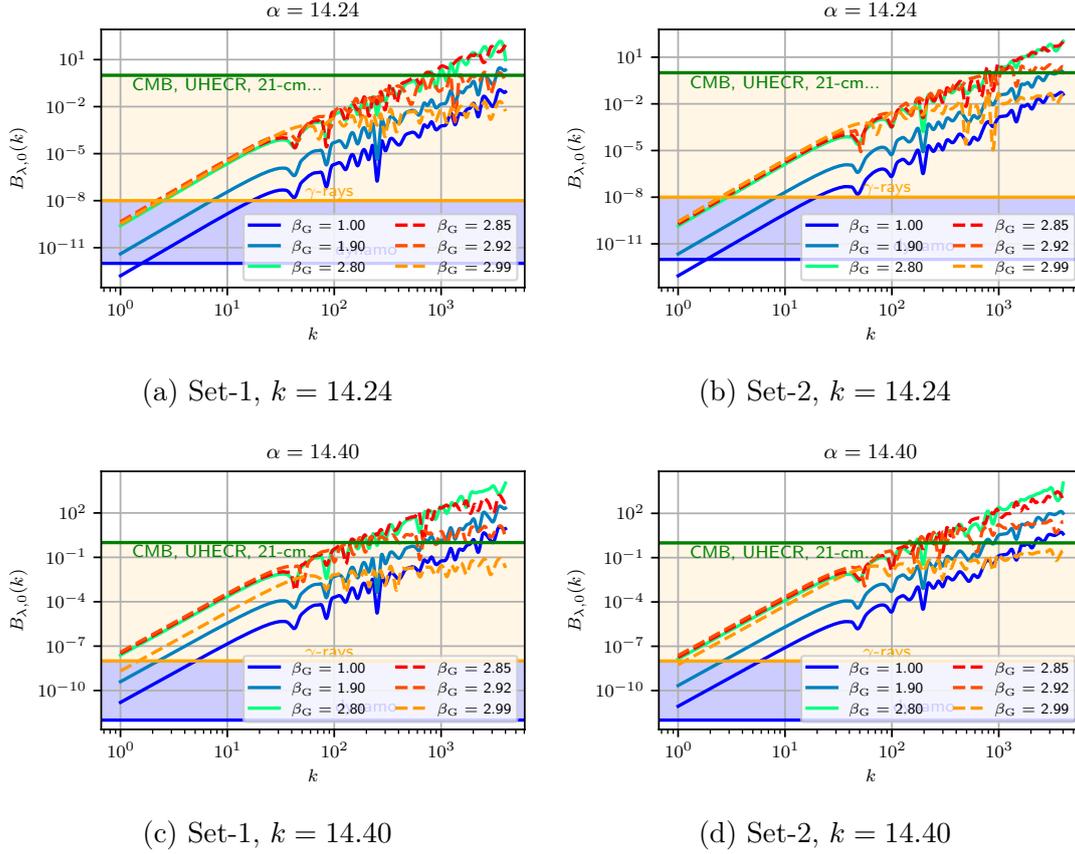


Figura 22 – Evolução da amplitude dos campos magnéticos hoje com a escala. Mantemos o mesmo código de cores para os limites de amplitude da Figura 20. As figuras para o Set-1 estão à esquerda, e para o Set-2 à direita. Para todos os valores de α_G e β_G , os campos magnéticos têm um índice espectral inclinado para o azul n_B . Nas maiores escalas $0 < k \leq 30$, $n_B = 4$ sempre. Para escalas $k > 30$, temos $n_B \simeq 3$ enquanto $1 < \beta < 2.8$, e $0.5 < n_B < 3$ para $\beta > 2.8$.

transferência de energia para o campo magnético. Isso não só amplifica a força do campo magnético, mas também suaviza e prolonga as oscilações no espectro de potência ao longo do tempo.

O parâmetro α_G influencia a força do acoplamento entre o campo escalar ϕ e o campo eletromagnético. Valores maiores de α_G resultam em maior amplificação dos modos magnéticos ao intensificar a interação entre ϕ e o campo eletromagnético. Nossos resultados mostram que, para α_G na faixa de 12.7 a 15.18, os campos magnéticos gerados estão alinhados com os limites observacionais. À medida que β_G se aproxima de 3, valores mais altos de α_G são necessários para alcançar uma amplitude de campo magnético de 1 nG atualmente. Isso ocorre porque um acoplamento mais forte (valores maiores de α_G) fornece energia adicional para amplificar os campos magnéticos de modo a corresponder às observações cosmológicas. Além disso, a variação de α_G afeta a inclinação do espectro de potência e o grau de amplificação, levando a mudanças significativas nas características qualitativas do espectro de potência, como a proeminência de picos e vales.

Outro aspecto importante são as oscilações observadas no final da evolução dos espectros de potência. Essas oscilações começam quando os modos entram no raio de Hubble e começam a se comportar como ondas eletromagnéticas típicas, uma vez que deixam de ser super-Hubble. Nesse ponto, as oscilações surgem puramente da dinâmica dos campos eletromagnéticos, em vez de interações com outros componentes materiais.

No contexto da magnetogênese primordial em um modelo de universo com ricochete, a questão da retroalimentação — isto é, a influência dos campos magnéticos gerados na dinâmica do universo — não se apresenta como um problema significativo. A densidade de energia dos campos magnéticos ρ_B deve ser comparada com a densidade de energia de fundo ρ_ϕ para avaliar o impacto da retroalimentação. Em nosso modelo, verificamos que ρ_B permanece significativamente menor que ρ_ϕ ao longo de toda a evolução cosmológica considerada. Especificamente, a densidade de energia dos campos magnéticos gerados ρ_B é dada por:

$$\rho_B = \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} \frac{d \ln k}{8\pi} P_B(k),$$

onde $P_B(k)$ é o espectro de potência do campo magnético, calculado numericamente. Comparando essa expressão com a densidade de energia de fundo ρ_ϕ , que é dada por:

$$\rho_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi).$$

Os termos que dominam ρ_ϕ dependem da fase do universo. Durante a fase de contração, o termo cinético $\frac{1}{2} \dot{\phi}^2$ tende a dominar, fazendo com que $\rho_\phi e^{-6\alpha}$. Na fase de expansão, a densidade de energia do campo escalar é influenciada pela contribuição do potencial $V(\phi)$, que se torna mais relevante. Essa dependência da densidade de energia de fundo no fator de escala, juntamente com o comprimento de Planck, corrobora a estabilidade do modelo em relação ao problema da retroalimentação. O mesmo é válido em relação à densidade de energia do campo elétrico.

Por exemplo, considerando valores típicos do potencial $V(\phi)$ e a evolução do fator de escala $a(t)$, a densidade de energia ρ_ϕ pode variar de 10^{-12}GeV^4 durante a fase de contração até 10^{-9}GeV^4 na fase de expansão. Esses valores são amplamente aceitos na literatura cosmológica e mostram que, mesmo com a amplificação dos campos magnéticos, a densidade de energia ρ_B permanece muito abaixo de ρ_ϕ , garantindo que a retroalimentação não seja um problema nesse cenário.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho, apresentamos a geração de campos magnéticos primordiais no contexto de um ricochete cosmológico, um cenário em que o universo passa por uma fase de contração seguida por um ricochete (ricochete) e, em seguida, uma fase de expansão. Esse modelo é particularmente interessante porque evita algumas das dificuldades enfrentadas pelos modelos de Big Bang, como a singularidade inicial. Para investigar essa geração de campos magnéticos, utilizamos um acoplamento específico entre o campo magnético e o universo em expansão. Consideramos um fundo homogêneo e isotrópico, preenchido com matéria (escura) sem pressão durante a fase de contração. Essa configuração é seguida por um ricochete, que é produzido por efeitos quânticos descritos na interpretação de de Broglie-Bohm da mecânica quântica. A escolha dessa interpretação é motivada pela inconsistência do uso da mecânica quântica padrão na cosmologia quântica, conforme discutido na literatura. Uma das vantagens da magnetogênese em ricochete é a ausência do problema de forte acoplamento. O modelo é caracterizado por três parâmetros principais: a amplitude do acoplamento B , a largura da função de acoplamento β e a forma específica do acoplamento (Gaussiano ou de Cauchy).

Na análise dos resultados, observamos que os campos magnéticos primordiais gerados são geralmente fracos. No entanto, para um acoplamento Gaussiano, podem ser gerados campos magnéticos em escalas muito grandes, mas sempre acompanhados por um campo elétrico forte. Futuramente poderemos investigar os limites teóricos na produção de ondas gravitacionais, algo que será ainda mais relevante com as futuras detecções do LISA. As ondas gravitacionais produzidas durante o ricochete podem fornecer informações valiosas sobre a dinâmica do universo primordial e as propriedades do campo escalar responsável pelo ricochete.

Um ponto de interesse futuro seria considerar outros possíveis efeitos do reaquecimento. Recentemente, foi mostrado que a polarização do vácuo em um meio dielétrico, conhecido como efeito Schwinger, aumenta a condutividade do meio e, subsequentemente, interrompe a produção do campo magnético. Isso resultaria em campos magnéticos mais fracos do que o esperado, podendo restringir ainda mais nosso modelo. É importante investigar como essas interações afetam a evolução do campo magnético e se existem maneiras de mitigar esses efeitos para preservar a viabilidade do modelo de magnetogênese com ricochete.

Como uma possível extensão deste trabalho, outros acoplamentos não mínimos entre o campo eletromagnético e o campo escalar podem ser investigados. Por exemplo, acoplamentos dependentes de formas funcionais diferentes do campo escalar ou acoplamentos que variam ao longo do tempo podem abrir novas perspectivas sobre a geração de campos magnéticos primordiais. Além disso, a inclusão de efeitos de interação entre diferentes tipos de campos, como campos de matéria escura, pode proporcionar uma visão mais

abrangente dos processos físicos que ocorreram no universo primordial.

Além da magnetogênese, também estudamos a bariogênese cosmológica no contexto da bariogênese gravitacional e espontânea. Em ambas as abordagens, há um novo acoplamento da corrente bariônica: primeiro com o gradiente do escalar de Ricci e, em segundo momento, com um campo escalar. Com esses tipos de acoplamentos, a ausência de um vetor Killing associado a simetria de reversão temporal em um universo dinâmico quebra a invariância CPT, permitindo o surgimento de um número líquido de bárions mesmo em condições de equilíbrio térmico.

Investigamos a produção de bárions em modelos de fundo com ricochete, estendendo as investigações no contexto da cosmologia de loops (laços) quânticos para modelos de ricochete oriundos da cosmologia quântica de Wheeler-DeWitt, no âmbito da teoria quântica de de Broglie-Bohm. Analisamos muitas possíveis soluções, simétricas e assimétricas ao redor do ricochete. Os parâmetros livres incluem a escala de energia do acoplamento, a escala de curvatura no ricochete e a temperatura de desacoplamento.

Para a bariogênese gravitacional, os resultados para o ricochete simétrico mostram que uma ampla região de valores dos parâmetros físicos leva à razão barion-entropia observada. No caso de ricochetes assimétricos, a região permitida de valores dos parâmetros é ampliada quando a fase de contração tem mais energia de radiação do que a fase de expansão e encolhe quando ocorre o contrário. No limite de uma contração quase vazia, nenhuma assimetria bariônica é obtida, mesmo na presença de densidade de energia de radiação observada na fase de expansão.

Para a bariogênese espontânea, conduzida por um campo escalar dependente do tempo, a assimetria bariônica depende da escala de energia do acoplamento e da temperatura de desacoplamento. Os parâmetros do ricochete afetam levemente o limite clássico do modelo, sendo limitados pela amplitude do espectro das perturbações cosmológicas escalares provenientes das observações da Radiação Cósmica de Fundo. As escalas de energia de acoplamento permitidas não podem estar muito longe da energia de Planck, enquanto os valores permitidos para a temperatura de desacoplamento não podem ser muito maiores do que seus valores mais baixos fixados por observações.

Em síntese, tanto os modelos de bariogênese quanto os de magnetogênese em cenários de ricochete foram investigados para explicar fenômenos distintos no universo primordial, cada um com seu papel específico na formação de assimetria bariônica e na geração de campos magnéticos primordiais. Enquanto a magnetogênese lida com a geração de campos magnéticos primordiais, a bariogênese aborda a criação de uma assimetria bariônica no universo. As investigações futuras devem considerar a bariogênese espontânea em outros modelos de campos escalares que dirigem o ricochete, bem como ricochetes quânticos originados de outras maneiras.

Deixamos essas questões em aberto para trabalhos futuros, incentivando a exploração de novos modelos e a consideração de efeitos adicionais que possam impactar a geração

e a evolução de campos magnéticos e bárions primordiais no contexto de um ricochete cosmológico.

REFERÊNCIAS

- 1 BACALHAU, A. P.; PINTO-NETO, N.; VITENTI, S. D. P. Consistent Scalar and Tensor Perturbation Power Spectra in Single Fluid Matter Bounce with Dark Energy Era. *Phys. Rev. D*, v. 97, n. 8, p. 083517, 2018.
- 2 PINTO-NETO, N.; SANTINI, E. S.; FALCIANO, F. T. Quantization of Friedmann cosmological models with two fluids: Dust plus radiation. *Phys. Lett. A*, v. 344, p. 131–143, 2005.
- 3 DEWITT, B. S. Quantum Theory of Gravity. 1. The Canonical Theory. *Phys. Rev.*, v. 160, p. 1113–1148, 1967.
- 4 DELGADO, P. C. M.; PINTO-NETO, N. Cosmological models with asymmetric quantum bounces. *Class. Quant. Grav.*, v. 37, n. 12, p. 125002, 2020.
- 5 CELANI, D. C. F.; PINTO-NETO, N.; VITENTI, S. D. P. Particle Creation in Bouncing Cosmologies. *Phys. Rev. D*, v. 95, n. 2, p. 023523, 2017.
- 6 SCARDUA, A. et al. Fermion Production in Bouncing Cosmologies. *Phys. Rev. D*, v. 98, n. 8, p. 083505, 2018.
- 7 FRION, E. et al. Primordial magnetogenesis in a bouncing universe. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), v. 101, n. 10, may 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.101.103503>.
- 8 SAKHAROV, A. D. Violation of CP Invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe. *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, v. 5, p. 32–35, 1967.
- 9 KUZMIN, V. A.; RUBAKOV, V. A.; SHAPOSHNIKOV, M. E. On the Anomalous Electroweak Baryon Number Nonconservation in the Early Universe. *Phys. Lett. B*, v. 155, p. 36, 1985.
- 10 SHAPOSHNIKOV, M. E. Baryon Asymmetry of the Universe in Standard Electroweak Theory. *Nucl. Phys. B*, v. 287, p. 757–775, 1987.
- 11 SHAPOSHNIKOV, M. E. Possible Appearance of the Baryon Asymmetry of the Universe in an Electroweak Theory. *JETP Lett.*, v. 44, p. 465–468, 1986.
- 12 ANTUNES, V.; BEDIAGA, I.; NOVELLO, M. Gravitational baryogenesis without CPT violation. *JCAP*, v. 10, p. 076, 2019.
- 13 COHEN, A. G.; KAPLAN, D. B. Thermodynamic Generation of the Baryon Asymmetry. *Phys. Lett. B*, v. 199, p. 251–258, 1987.
- 14 SIMONE, A. D.; KOBAYASHI, T. Cosmological Aspects of Spontaneous Baryogenesis. *JCAP*, v. 08, p. 052, 2016.
- 15 DAVOUDIASL, H. et al. Gravitational baryogenesis. *Phys. Rev. Lett.*, v. 93, p. 201301, 2004.

- 16 DURRER, R.; NERONOV, A. Cosmological magnetic fields: their generation, evolution and observation. *The Astronomy and Astrophysics Review*, Springer Science and Business Media LLC, v. 21, n. 1, jun 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1007%2Fs00159-013-0062-7>.
- 17 BECK, R.; WIELEBINSKI, R. Magnetic Fields in the Milky Way and in Galaxies. *Planets, Stars and Stellar Systems*, p. 641–723, 2 2013.
- 18 MINODA, T.; TASHIRO, H.; TAKAHASHI, T. Insight into primordial magnetic fields from 21-cm line observation with EDGES experiment. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 488, n. 2, p. 2001–2005, 2019.
- 19 BRAY, J.; SCAIFE, A. An upper limit on the strength of the extragalactic magnetic field from ultra-high-energy cosmic-ray anisotropy. *Astrophys. J.*, v. 861, n. 1, p. 3, 2018.
- 20 AGHANIM, N. et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, v. 641, p. A6, 2020. [Erratum: *Astron. Astrophys.* 652, C4 (2021)].
- 21 CHLUBA, J. et al. Spectral Distortions of the CMB as a Probe of Inflation, Recombination, Structure Formation and Particle Physics: Astro2020 Science White Paper. *Bull. Am. Astron. Soc.*, v. 51, n. 3, p. 184, 2019.
- 22 ZUCCA, A.; LI, Y.; POGOSIAN, L. Constraints on Primordial Magnetic Fields from Planck combined with the South Pole Telescope CMB B-mode polarization measurements. *Phys. Rev.*, D95, n. 6, p. 063506, 2017.
- 23 POGOSIAN, L.; ZUCCA, A. Searching for Primordial Magnetic Fields with CMB B-modes. *Class. Quant. Grav.*, v. 35, n. 12, p. 124004, 2018.
- 24 SAGA, S.; TASHIRO, H.; YOKOYAMA, S. Limits on primordial magnetic fields from direct detection experiments of gravitational wave background. *Phys. Rev. D*, v. 98, n. 8, p. 083518, 2018.
- 25 KAWASAKI, M.; KUSAKABE, M. Updated constraint on a primordial magnetic field during big bang nucleosynthesis and a formulation of field effects. *Phys. Rev. D*, v. 86, p. 063003, 2012.
- 26 BARAI, P.; PINO, E. M. de G. D. Large-Scale Diffuse Intergalactic Magnetic Fields Constraints with the Cherenkov Telescope Array. In: *Proceedings of Talk presented at the IAU Focus Meeting FM8: "New Insights in Extragalactic Magnetic Fields", held at the IAU General Assembly - Vienna, 2018 August 29-31*. [S.l.: s.n.], 2018.
- 27 BRANDENBURG, A.; SUBRAMANIAN, K. Astrophysical magnetic fields and nonlinear dynamo theory. *Physics Reports*, Elsevier BV, v. 417, n. 1-4, p. 1–209, oct 2005. Disponível em: <https://doi.org/10.1016%2Fj.physrep.2005.06.005>.
- 28 BATTEFELD, T. J.; BRANDENBERGER, R. Vector perturbations in a contracting universe. *Phys. Rev.*, D70, p. 121302, 2004.
- 29 SALIM, J. M. et al. Creation of cosmological magnetic fields in a bouncing cosmology. *JCAP*, v. 0704, p. 011, 2007.
- 30 MEMBIELA, F. A. Primordial magnetic fields from a non-singular bouncing cosmology. *Nucl. Phys. B*, v. 885, p. 196–224, 2014.

- 31 ENQVIST, K.; JOKINEN, A.; MAZUMDAR, A. Seed perturbations for primordial magnetic fields from MSSM flat directions. *JCAP*, v. 0411, p. 001, 2004.
- 32 EMAMI, R.; FIROUZJAH, H.; MOVAHED, M. S. Inflation from Charged Scalar and Primordial Magnetic Fields? *Phys. Rev. D*, v. 81, p. 083526, 2010.
- 33 ADSHEAD, P. et al. Magnetogenesis from axion inflation. *JCAP*, v. 10, p. 039, 2016.
- 34 TURNER, M. S.; WIDROW, L. M. Inflation Produced, Large Scale Magnetic Fields. *Phys. Rev. D*, v. 37, p. 2743, 1988.
- 35 BAMBA, K.; SASAKI, M. Large-scale magnetic fields in the inflationary universe. *JCAP*, v. 02, p. 030, 2007.
- 36 CAMPANELLI, L. et al. Inflation-Produced Magnetic Fields in $R^n F^2$ and IF^2 models. *Phys. Rev. D*, v. 77, p. 123002, 2008.
- 37 KUNZE, K. E. Large scale magnetic fields from gravitationally coupled electrodynamics. *Phys. Rev. D*, v. 81, p. 043526, 2010.
- 38 SAVCHENKO, O.; SHTANOV, Y. Magnetogenesis by non-minimal coupling to gravity in the Starobinsky inflationary model. *JCAP*, v. 1810, p. 040, 2018.
- 39 FERREIRA, R. J.; JAIN, R. K.; SLOTH, M. S. Inflationary magnetogenesis without the strong coupling problem. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2013, n. 10, p. 004–004, oct 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1088%2F1475-7516%2F2013%2F10%2F004>.
- 40 FERREIRA, R. J.; JAIN, R. K.; SLOTH, M. S. Inflationary magnetogenesis without the strong coupling problem II: constraints from CMB anisotropies and b-modes. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2014, n. 06, p. 053–053, jun 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1088%2F1475-7516%2F2014%2F06%2F053>.
- 41 SCHLOSSHAUER, M. Decoherence, the measurement problem, and interpretations of quantum mechanics. *Rev. Mod. Phys.*, American Physical Society, v. 76, p. 1267–1305, Feb 2005. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.76.1267>.
- 42 NAKAHARA, M. *Geometry, topology and physics*. Bristol: Hilger, 1990. (Graduate student series in physics). Disponível em: <https://cds.cern.ch/record/206619>.
- 43 COHEN-TANNOUJ, C.; DIU, B.; LALOË, F. *Quantum Mechanics, Volume 1: Basic Concepts, Tools, and Applications*. Wiley, 2019. ISBN 9783527345533. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=tVI_EAAAQBAJ.
- 44 PINTO-NETO, N.; FABRIS, J. C. Quantum cosmology from the de broglie–bohm perspective. *Classical and Quantum Gravity*, IOP Publishing, v. 30, n. 14, p. 143001, jun 2013. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/30/14/143001>.
- 45 Misner, C. W.; Thorne, K. S.; Wheeler, J. A. *Gravitation*. [S.l.: s.n.], 1973.
- 46 Nelson Pinto Neto. *Hamiltonian Formulation of General Relativity*. 2020. ed. Livraria da Física, 2020. 76 p. ISBN 9786555630428. Disponível em: https://www.livrariadafisica.com.br/detalhe_produto.aspx?id=149912&titulo=Hamiltonian+of+General+Relativity+and+applications.

- 47 DIRAC, P. *Lectures on Quantum Mechanics*. Dover Publications, 2001. (Belfer Graduate School of Science, monograph series). ISBN 9780486417134. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=GVwzb1rZW9kC>.
- 48 ARNOWITT, R. L.; DESER, S.; MISNER, C. W. The Dynamics of general relativity. *Gen. Rel. Grav.*, v. 40, p. 1997–2027, 2008.
- 49 DEWITT, B. S. Quantum theory of gravity. i. the canonical theory. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 160, p. 1113–1148, Aug 1967. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.160.1113>.
- 50 HAWKING, S. W.; PAGE, D. N. Operator Ordering and the Flatness of the Universe. *Nucl. Phys. B*, v. 264, p. 185–196, 1986.
- 51 DIRAC, P. *Lectures on Quantum Mechanics*. Belfer Graduate School of Science, Yeshiva University, 1964. (Belfer Graduate School of Science. Monographs series). Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=oQNRAAAAMAAJ>.
- 52 ROVELLI, C. *Quantum Gravity*. Cambridge University Press, 2004. (Cambridge Monographs on Mathematical Physics). ISBN 9780521837330. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=HrAzTmXdssQC>.
- 53 DEWITT, B. S. Quantum theory of gravity. i. the canonical theory. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 160, p. 1113–1148, Aug 1967. Disponível em: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.160.1113>.
- 54 LIMA, E.; (BRASIL), I. de Matematica Pura e A. *Álgebra linear*. IMPA, 2008. (Coleção matemática universitária). ISBN 9788524400896. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=QKDqtgAACAAJ>.
- 55 WEINBERG, S.; S, W. *The Quantum Theory of Fields*. Cambridge University Press, 1995. (Quantum Theory of Fields, Vol. 2: Modern Applications, v. 1). ISBN 9780521550017. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=doeDB3_WLvWC.
- 56 RYDER, L. *Quantum Field Theory*. Cambridge University Press, 1996. ISBN 9780521478144. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=nnuW_kVJ500C.
- 57 SAKURAI, J.; NAPOLITANO, J. *Modern Quantum Mechanics*. Addison-Wesley, 2011. (Ⓔ₁ (†)). ISBN 9780805382914. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=N4I-AQAACAAJ>.
- 58 HALLIWELL, J. J. *Introductory Lectures on Quantum Cosmology (1990)*. arXiv, 2009. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/0909.2566>.
- 59 JR, R.; FABRIS, J.; PINTO-NETO, N. Gaussian superpositions in scalar-tensor quantum cosmological models. *Physical Review D*, v. 62, 05 2000.
- 60 NETO, N. P. *Teorias e interpretações da mecânica quântica*. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2010. 160 p. ISBN 9788578610562.

- 61 CARMO, M. do. *Geometria riemanniana*. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1988. (Projeto Euclides). ISBN 9788524400360. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=J3wDSAAACAAJ>.
- 62 HEARD, I. P. C.; WANDS, D. Cosmology with positive and negative exponential potentials. *Classical and Quantum Gravity*, v. 19, n. 21, p. 5435, 2002.
- 63 JR, R. C.; FABRIS, J.; PINTO-NETO, N. Gaussian superpositions in scalar-tensor quantum cosmological models. *Physical Review D*, APS, v. 62, n. 8, p. 083507, 2000.
- 64 SIMONE, A. D.; KOBAYASHI, T. Cosmological aspects of spontaneous baryogenesis. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2016, n. 08, p. 052–052, aug 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1088%2F1475-7516%2F2016%2F08%2F052>.
- 65 MUKHANOV, V. *Physical Foundations of Cosmology*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2005.
- 66 ODINTSOV, S. D.; OIKONOMOU, V. K. Loop Quantum Cosmology Gravitational Baryogenesis. *EPL*, v. 116, n. 4, p. 49001, 2016.
- 67 WEINBERG, S.; STEVEN, W. *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. [s.n.], 1972. ISBN 9780471925675. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=XLbvAAAAMAAJ>.
- 68 CELANI, D. C. F.; PINTO-NETO, N.; VITENTI, S. D. P. Particle Creation in Bouncing Cosmologies. *Phys. Rev. D*, v. 95, n. 2, p. 023523, 2017.
- 69 QUINTIN, J.; CAI, Y.; BRANDENBERGER, R. H. Matter creation in a nonsingular bouncing cosmology. *Phys. Rev. D*, v. 90, n. 2, p. 063507, 2014.
- 70 SCARDUA, A. et al. Fermion production in bouncing cosmologies. *Phys. Rev. D*, v. 98, p. 083505, 2018.
- 71 DELGADO, P. et al. Baryogenesis in cosmological models with symmetric and asymmetric quantum bounces. *Phys. Rev. D*, v. 102, p. 063529, 2020.
- 72 FRION, E. et al. Primordial Magnetogenesis in a Bouncing Universe. *Phys. Rev. D*, v. 101, n. 10, p. 103503, 2020.
- 73 MEMBIELA, F. A. Primordial magnetic fields from a non-singular bouncing cosmology. *Nucl. Phys.*, B885, p. 196–224, 2014.
- 74 SRIRAMKUMAR, L.; ATMJEET, K.; JAIN, R. K. Generation of scale invariant magnetic fields in bouncing universes. *JCAP*, v. 1509, n. 09, p. 010, 2015.
- 75 CHOWDHURY, D.; SRIRAMKUMAR, L.; JAIN, R. K. Duality and scale invariant magnetic fields from bouncing universes. *Phys. Rev.*, D94, n. 8, p. 083512, 2016.
- 76 QIAN, P. et al. Magnetogenesis in bouncing cosmology. *Phys. Rev.*, D94, n. 8, p. 083524, 2016.
- 77 KOLEY, R.; SAMTANI, S. Magnetogenesis in Matter - Ekpyrotic Bouncing Cosmology. *JCAP*, v. 1704, n. 04, p. 030, 2017.

- 78 CHEN, J.-W. et al. Primordial magnetic fields from gravitationally coupled electrodynamics in nonsingular bounce cosmology. *Sci. China Phys. Mech. Astron.*, v. 61, n. 10, p. 100411, 2018.
- 79 LEITE, N.; PAVLOVIĆ, P. Magnetogenesis in Cyclical Universe. *Class. Quant. Grav.*, v. 35, n. 21, p. 215005, 2018.
- 80 CHOWDHURY, D.; SRIRAMKUMAR, L.; KAMIONKOWSKI, M. Cross-correlations between scalar perturbations and magnetic fields in bouncing universes. *JCAP*, v. 1901, p. 048, 2019.
- 81 BARRIE, N. D. Big Bounce Baryogenesis. *JCAP*, v. 08, p. 008, 2020.
- 82 MOTAHARFAR, M.; SINGH, P. Anisotropic non-singular quantum bounce as a seesaw and amplification mechanism for magnetic fields. *arXiv e-prints*, 6 2024.
- 83 DURRER, R.; NERONOV, A. Cosmological Magnetic Fields: Their Generation, Evolution and Observation. *Astron. Astrophys. Rev.*, v. 21, p. 62, 2013.
- 84 BECK, R. Magnetic fields in galaxies. *Space Science Reviews*, Springer, v. 166, n. 1-4, p. 215–230, 2012.
- 85 ADE, P. et al. Planck 2015 results. XIX. Constraints on primordial magnetic fields. *Astron. Astrophys.*, v. 594, p. A19, 2016.
- 86 SAGA, S.; TASHIRO, H.; YOKOYAMA, S. Magnetic reheating. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 474, n. 1, p. L52–L55, 2018.
- 87 EMAMI, R.; FIROUZJAH, H.; MOVAHED, M. S. Inflation from Charged Scalar and Primordial Magnetic Fields? *Phys. Rev.*, D81, p. 083526, 2010.
- 88 TURNER, M. S.; WIDROW, L. M. Inflation-produced, large-scale magnetic fields. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, v. 37, p. 2743–2754, May 1988.
- 89 BAMBA, K.; SASAKI, M. Large-scale magnetic fields in the inflationary universe. *JCAP*, v. 0702, p. 030, 2007.
- 90 CAMPANELLI, L. et al. Inflation-Produced Magnetic Fields in $R^n F^2$ and IF^2 models. *Phys. Rev.*, D77, p. 123002, 2008.
- 91 KUNZE, K. E. Large scale magnetic fields from gravitationally coupled electrodynamics. *Phys. Rev.*, D81, p. 043526, 2010.
- 92 KUNZE, K. E. Completing magnetic field generation from gravitationally coupled electrodynamics with the curvaton mechanism. *Phys. Rev.*, D87, n. 6, p. 063505, 2013.
- 93 SAVCHENKO, O.; SHTANOV, Y. Magnetogenesis by non-minimal coupling to gravity in the Starobinsky inflationary model. *JCAP*, v. 1810, p. 040, 2018.
- 94 TRIPATHY, S. et al. Challenges in the choice of the nonconformal coupling function in inflationary magnetogenesis. *Phys. Rev. D*, v. 105, n. 6, p. 063519, 2022.
- 95 PENNA-LIMA, M.; PINTO-NETO, N.; VITENTI, S. D. P. New formalism to define vacuum states for scalar fields in curved spacetimes. *Phys. Rev. D*, v. 107, n. 6, p. 065019, 2023.

- 96 TAYLOR, A.; VOVK, I.; NERONOV, A. Extragalactic magnetic fields constraints from simultaneous GeV-TeV observations of blazars. *Astron. Astrophys.*, v. 529, p. A144, 2011.
- 97 ACCIARI, V. A. et al. A lower bound on intergalactic magnetic fields from time variability of 1ES 0229+200 from MAGIC and Fermi/LAT observations. *Astron. Astrophys.*, v. 670, p. A145, 2023.
- 98 BRODERICK, A. E.; CHANG, P.; PFROMMER, C. The Cosmological Impact of Luminous TeV Blazars I: Implications of Plasma Instabilities for the Intergalactic Magnetic Field and Extragalactic Gamma-Ray Background. *Astrophys. J.*, v. 752, p. 22, 2012.
- 99 SUBRAMANIAN, K. From primordial seed magnetic fields to the galactic dynamo. *Galaxies*, v. 7, n. 2, p. 47, 2019.
- 100 SUBRAMANIAN, K.; NARASIMHA, D.; CHITRE, S. Thermal generation of cosmological seed magnetic fields in ionization fronts. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 271, n. 1, p. L15–L18, 11 1994. ISSN 0035-8711.
- 101 MARTIN, J.; YOKOYAMA, J. Generation of Large-Scale Magnetic Fields in Single-Field Inflation. *JCAP*, v. 01, p. 025, 2008.