

# Centro Brasileiro de Pesquisas físicas

Coordenação de Física de Baixas Energias

Tese de Doutorado

## DINÂMICA DE VÓRTICES MAGNÉTICOS ACOPLADOS EM NANODISCOS

Helmunt Eduardo Vigo Cotrina

Orientador: Dr. Alberto Passos Guimarães

Tese de Doutorado apresentada ao programa de pósgraduação do Centro Brasileiro de Pesquisas físicas como requisito para a obtenção do título de **Doutor em Física** sob a orientação do Prof. Dr. Alberto Passos Guimarães.

Rio de Janeiro

2016

## Ficha catalográfica

**VIGO COTRINA, Helmunt Eduardo**

DINÂMICA DE VÓRTICES MAGNÉTICOS ACOPLADOS EM NANODIS-  
COS/Helmunt Eduardo Vigo Cotrina. Rio de Janeiro: CBPF, 2017.

136f, il; 29.7 cm

Orientador: Prof. Dr. Alberto Passos Guimarães

Tese (Doutorado). CBPF/Programa de Pós-Graduação em Física, 2017.

Referências bibliográficas:124-136f

1. Nanomagnetismo.
  2. Vórtice magnético.
  3. Equação de Thiele.
  4. Simulação Micromagnética.
  5. Portas lógicas.
- I. Dr. Alberto Passos Guimarães. II. Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas. III. Programa de Pós-graduação em Física. IV. Tese.

Dedico esta tesis a mis padres Juan Vigo y Martha Cotrina.

# **Dinâmica de vórtices magnéticos acoplados em nanodiscos**

Helmunt Eduardo Vigo Cotrina

Banca examinadora:

Prof. Dr. Alberto Passos Guimarães, CBPF

---

Prof. Dr. Antonio Azevedo da Costa, IF/UFPE

---

Prof. Dr. Roberto Bechara Muniz, IF/UFF

---

Prof. Dr. Ivan Oliveira, CBPF

---

Prof. Dr. Tobias Micklitz, CBPF

---

## Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de expressar a minha profunda gratidão ao meu orientador Dr. Alberto Passos Guimarães, pelo apoio, paciência, compreensão e por todas as críticas construtivas que contribuíram tanto para meu crescimento acadêmico como pessoal.

Gostaria também de agradecer a colaboração dos professores Dr. João Paulo Sinnecker e Dr. Flávio Garcia, pelo constante apoio, pelas críticas construtivas e sugestões para meu trabalho .

Aos meus pais Juan Tomas Vigo Arias e Martha Cotrina de Vigo, meu irmão Juan Jose pelo apoio e carinho.

A minha família que desde Perú está sempre torcendo por mim: Oscar, Arlita, Lalo, Carmen, Manuel, Nani, Gloria, Fanny, Maria Elena.

A minha noiva e grande companheira Báslavi Cónedor pelo apoio emocional e constante durante todo este tempo.

Finalmente, agradeço também ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

## Resumo

Nesta tese foram estudadas as propriedades dinâmicas de vórtices magnéticos em discos de Permalloy (NiFe) e Galfenol (FeGa). O estudo foi feito usando simulação micromagnética e métodos analíticos. O programa usado para realizar as simulações micromagnéticas foi o Mumax<sup>3</sup>, que é de código aberto. Os resultados analíticos foram comparados com os obtidos por simulação micromagnética e há um bom acordo entre eles. Dependendo das dimensões e do tipo de material, os discos podem apresentar configuração de vórtice magnético como estado fundamental. Os vórtices magnéticos se caracterizam por ter uma magnetização circular no plano do disco e apresentar no centro um núcleo, onde a magnetização aponta para fora do plano do disco. A dinâmica do vórtice magnético é caracterizada por uma frequência característica (frequência girotrópica), que depende exclusivamente da razão entre a espessura e o raio do disco ( $\beta = L/R$ ), e de parâmetros intrínsecos do material. Discos acoplados magneticamente dão origem a novos efeitos físicos devido à interação magnética entre eles.

Inicialmente foi estudada a interação magnética em um sistema de dois discos acoplados com diâmetros diferentes. Foi desenvolvido um modelo analítico para encontrar as interações no eixo x e no eixo y (integrais de acoplamento) e a equação de Thiele foi usada para encontrar as frequências de acoplamento do sistema. As integrais de acoplamento mostram uma dependência polinomial de potências ímpares com o inverso da distância de separação entre os discos. Devido à interação magnética entre os discos, a frequência girotrópica mostra um desdobramento. Este desdobramento cai a zero quando a distância de separação entre os discos é tal que não exista interação entre eles.

Em seguida, os resultados obtidos aqui foram associados a um fenômeno recentemente descoberto, o eco de vórtice magnético (EVM), análogo ao eco de spin da Ressonância Magnética. O EVM foi obtido por simulação micromagnética e analiticamente, usando a equação de Thiele. Os resultados analíticos estão em bom acordo com os obtidos por simulação micromagnética.

Ainda no tema da dinâmica dos vórtices magnéticos, estudamos a influência da anisotropia uniaxial no plano (IPUA) sobre a troca de energia em um sistema de dois discos magnéticos acoplados. Os resultados mostram que o aumento da IPUA na direção x reduz os tempos característicos de troca de energia: é observada uma queda de até 70%. Quando a direção da IPUA aponta ao longo do eixo y os tempos de troca de energia

---

aumentam. Para ter um entendimento físico do problema, foi usado um modelo simples dipolar. Nossa modelo analítico explica satisfatoriamente a razão pela qual a direção da IPUA aumenta ou diminui os tempos de troca de energia entre um disco e outro.

Estudamos ainda, usando a simulação micromagnética, a influência da IPUA na eficiência de transmissão do sinal em uma cadeia de discos acoplados. Os resultados mostram uma melhoria na transmissão do sinal quando é aplicada a IPUA nos discos.

Finalmente, mostramos que é possível usar um arranjo de discos como uma porta lógica. Com um único arranjo mostramos que é possível realizar várias operações lógicas tipo E e OU.

**Palavras-chave:** Nanomagnetismo, Vórtice magnético, Equação de Thiele, Integrais de acoplamento.

# Abstract

In this thesis, the dynamic properties of magnetic vortices formed in Permalloy (NiFe) and Galfenol (FeGa) disks was studied. The study was performed using micromagnetic simulation and analytical models. The software used for the micromagnetic simulations was Mumax<sup>3</sup>, which is an open source code. The analytical results were compared with those by micromagnetic simulation and there was a good agreement between them. Depending on the size and type of material, the disks may have magnetic vortex configuration as the ground state. The magnetic vortices are characterized by having a curling magnetization in the plane of the disk, and a core where the magnetization points out of the plane. The dynamics of the magnetic vortex is characterized by an eigenfrequency (gyrotropic frequency). This frequency depends on the ratio of the thickness to the radius of the disk ( $\beta = L/R$ ) and on the intrinsic parameters of the material. Magnetic coupled disks give rise to new physical effects, due to the magnetic interaction between them.

We initially studied the magnetic interaction in a pair of coupled nonidentical disks. An analytical model was developed to find the interactions between the disks along x and y directions (the coupling integrals) and Thiele's equation was used to find the coupling frequencies of the system. The coupling integrals show an inverse dependence with terms with odd powers of the distance  $d$  between the disks. Due to the magnetic interaction there arises a frequency splitting (high frequency and low frequency). The splitting is zero when the distance between the disks is such that there is no magnetic interaction between them.

Next, the results obtained so far, were associated to a recently discovered phenomenon, the magnetic vortex echo (MVE), analogous to the spin echo in Magnetic Resonance. The MVE was obtained by micromagnetic simulation and analytically using Thiele's equation. The results of the simulations are in agreement with the analytical results.

Continuing with the dynamics of magnetic vortex, the influence of the in-plane uniaxial anisotropy (IPUA) in the mutual energy transfer time ( $\tau$ ) between two identical coupled disks was studied. The results show that the increase of the IPUA on the x direction, leads to shorter energy transfer times. We obtained a drop in the values of  $\tau$  of up to about 70%. When the IPUA is on the y direction,  $\tau$  values increase. A simple model was used, that explains why  $\tau$  increases or decreases with increasing IPUA.

Also, using micromagnetic simulation, the influence of the IPUA in the propagation

---

efficiency of the signal in a chain of coupled disks was studied. The results show an increase in the transmission efficiency with the increase of the IPUA.

Finally, using a disk array, we show that it is possible to use these as logical gates. With a single system, we show that it is possible to obtain AND and OR gates.

**Keywords:** Nanomagnetism, Magnetic vortex, Thiele's equation, Coupling integrals.

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>19</b>
<b>2</b>	<b>Teoria Micromagnética</b>	<b>22</b>
2.1	Termos de energia . . . . .	23
2.1.1	Energia de troca . . . . .	23
2.1.2	Energia magnetostática . . . . .	23
2.1.3	Energia de anisotropia . . . . .	24
2.1.4	Energia de Zeeman . . . . .	25
2.1.5	Campo efetivo . . . . .	25
2.2	A equação de Landau-Lifshitz-Gilbert . . . . .	27
2.3	Solução numérica da equação de Landau-Lifshitz-Gilbert . . . . .	29
2.3.1	Método das diferenças finitas . . . . .	29
2.3.2	Método de Runge-Kutta . . . . .	30
2.3.3	Mumax <sup>3</sup> . . . . .	31
<b>3</b>	<b>Discos com estrutura de vórtice magnético</b>	<b>34</b>
3.1	Dinâmica do vórtice magnético . . . . .	34
3.2	A equação de Thiele . . . . .	36
3.3	Controle da frequência girotrópica . . . . .	39
3.4	Sistema de dois discos acoplados . . . . .	42
3.5	Transferência de energia . . . . .	47
<b>4</b>	<b>Acoplamento entre discos magnéticos de raios diferentes</b>	<b>50</b>
4.1	Energia de interação magnetostática . . . . .	50
4.1.1	Dependência das integrais de acoplamento com a distância de separação entre os discos . . . . .	54

4.2 Expressões analíticas para as frequências do sistema de dois discos magnéticos acoplados . . . . .	58
<b>5 Eco de vórtice magnético</b>	<b>63</b>
5.1 EVM de uma matriz inhomogênea de 100 discos . . . . .	63
5.2 EVM de uma coleção de pares inhomogêneos de discos . . . . .	67
<b>6 Anisotropia uniaxial no plano e tempo de transferência de energia (<math>\tau</math>) em um sistema de dois discos magnéticos acoplados</b>	<b>73</b>
6.1 Influência da anisotropia nas propriedades de um disco magnético isolado . . . . .	73
6.2 Controlando $\tau$ em um sistema de dois discos magnéticos acoplados . . . . .	76
6.3 Modelo analítico dipolar . . . . .	83
6.4 Equações de movimento . . . . .	88
<b>7 Possíveis aplicações da IPUA em arranjos de discos magnéticos</b>	<b>92</b>
7.1 Transmitância em uma cadeia de discos . . . . .	92
7.2 Aplicações a dispositivos com portas lógicas . . . . .	97
7.2.1 Porta Fan-Out . . . . .	97
7.2.2 Portas E (AND) e OU (OR) . . . . .	101
<b>8 Conclusões</b>	<b>105</b>
<b>A Resolução da equação de Thiele</b>	<b>108</b>
A.1 Disco isolado . . . . .	108
A.2 Discos acoplados . . . . .	109
<b>B Artigos publicados durante a elaboração da Tese de doutorado</b>	<b>111</b>

# Listas de Tabelas

6.1	Valores da constante de restituição $\kappa$ em função da constante de anisotropia $K_\sigma$ . Estes valores foram obtidos do ajuste linear da energia total em função do quadrado do vetor posição. . . . .	76
6.2	Valores do parâmetro $\lambda$ para cada valor de anisotropia na direção x, obtidos usando a expressão 6.4. . . . .	85
6.3	Valores do parâmetro $\lambda$ para cada valor de anisotropia na direção y, obtidos usando a expressão 6.4. . . . .	86
7.1	Valores de $t_{max}$ dos discos de uma cadeia, para diferentes valores da constante de anisotropia magnética no plano (IPUA), para o arranjo do tipo 1. . . . .	96
7.2	Valores de $t_{max}$ dos discos de uma cadeia, para diferentes valores da constante de anisotropia magnética no plano (IPUA), para o arranjo do tipo 2. . . . .	97
7.3	Configurações lógicas obtidas no sistema de vórtices magnéticos acoplados, mostrado na figura 7.4 . . . . .	101

# Listas de Figuras

2.1	Precessão da magnetização com o termo de amortecimento. . . . .	28
2.2	Representação esquemática em 2D da discretização de uma estrutura. $\Delta x$ é o tamanho da aresta do cubo. . . . .	30
3.1	Configuração magnética tipo vórtice obtida por simulação, em um disco de Permalloy. Em (a) o vórtice apresenta circulação em sentido horário e em (b) sentido anti-horário. . . . .	35
3.2	(a) O núcleo do vórtice está deslocado da posição de equilíbrio, em (b) trajetória percorrida pelo núcleo durante o movimento girotrópico, (c) evolução temporal da componente $M_x$ da magnetização e (d) transformada de Fourier, obtida a partir da evolução temporal da componente $M_x$ , mostrando a frequência girotrópica $f_0 = 0.56$ GHz. . . . .	36
3.3	Frequência girotrópica em função do raio do disco, neste caso para espessura $L = 10$ nm. Os círculos azuis são os valores da frequência girotrópica obtidos por simulação micromagnética usando o programa Mumax <sup>3</sup> , a linha sólida vermelha representa os valores obtidos usando o modelo dos dois vórtices (TVA) e a linha verde representa os valores obtidos usando o modelo do vórtice rígido (RV). . . . .	39
3.4	Trajetória do núcleo do vórtice obtida resolvendo numericamente a equação de Thiele (equação 3.1). . . . .	39
3.5	Valores da frequência girotrópica em função do campo perpendicular aplicado, para um vórtice magnético . . . . .	40
3.6	Valores da frequência girotrópica em função da tensão aplicada a um disco de espessura $L = 7$ nm e raio $R = 128$ nm e formas das trajetórias do núcleo do vórtice . . . . .	41

3.7	Valores da frequência girotrópica em função da densidade de corrente $j_0$ aplicada perpendicularmente ao plano do vórtice. . . . .	42
3.8	Desdobramento de frequências em um sistema de dois discos acoplados e para várias combinações de circulação e polaridades . . . . .	43
3.9	Sistema acoplado de dois discos iguais separados por uma distância D centro a centro. . . . .	44
3.10	Integrais de acoplamento $I_x$ e $\ I_y\ $ para vários valores de $\beta = L/R$ em função da distância relativa $d = D/R$ . As linhas sólidas representam $\ I_y\ $ e as linhas pontilhadas representam os valores de $\ I_y\ $ . . . . .	45
3.11	Integrais de acoplamento em função da distância relativa $d = D/R$ . A linha sólida representa as interações $I_x$ e $I_y$ obtidas resolvendo as expressões 3.14 e 3.15. As linhas pontilhadas representam as interações considerando diferentes termos de interação . . . . .	46
3.12	Coordenadas dos núcleos dos vórtices magnéticos dos discos (1a) e (2b). Dados obtidos por simulação micromagnética e experimentalmente. . . . .	47
3.13	Módulo do vetor posição do núcleo do vórtice magnético em cada disco, em um par de discos em interação. Dados obtidos por simulação micromagnética e experimentalmente. . . . .	48
4.1	Representação dos dois discos magnéticos com vórtices no plano xy, com raios $R_1$ e $R_2$ , separados por uma distância $d$ . . . . .	51
4.2	Variação de $I_x$ e $I_y$ com a distância reduzida $\bar{d}$ para um par de discos com raios $R_1 = 150 \text{ nm}$ e $R_2 = 170 \text{ nm}$ , desde $340 \text{ nm}$ até $500 \text{ nm}$ . Estes valores foram obtidos resolvendo numericamente as expressões 4.14 e 4.15. O ajuste foi obtido com a expressão $I_{x,y} \approx \bar{d}^{-n}$ , para valores de $n = 3.41$ para $I_x$ e $n = 4.08$ para $I_y$ . . . . .	56
4.3	Integrais $I_x$ e $\ I_y\ $ com a distância $\bar{d}$ para um par de discos com raios $R_1 = 150 \text{ nm}$ e $R_2 = 170 \text{ nm}$ e espessura $L = 20 \text{ nm}$ . Estes valores foram obtidos resolvendo numericamente as expressões 4.14 e 4.15. A linha vermelha é o melhor ajuste para uma expansão multipolar considerando termos até $n = 9$ , a linha verde representa a expansão multipolar só considerando as contribuições dipolo-dipolo e dipolo-octupolo; a linha azul só considera a contribuição dipolo-dipolo. . . . .	57

4.4	Dependência das frequências de acoplamento (Expressão 4.22) com a distância de separação $d$ entre dois discos com raios $R_1 = 150\text{ nm}$ e $R_2 = 170\text{ nm}$ e espessura $L = 20\text{ nm}$ para os casos $p = +1$ e $p = -1$ . . . . .	60
4.5	Coordenadas dos núcleos dos vórtices dos discos magnéticos $x_i$ e $y_i$ ( $i = 1,2$ ) em função do tempo, obtidas da solução numérica da equação de Thiele, para o caso $p = p_1.p_2 = +1$ . . . . .	61
4.6	Coordenadas dos núcleos dos vórtices dos discos magnéticos $x_i$ e $y_i$ ( $i = 1,2$ ) em função do tempo, obtidas da solução numérica da equação de Thiele, para o caso $p = p_1.p_2 = -1$ . . . . .	62
5.1	A figura mostra de forma esquemática a formação do eco de vórtice magnético: cada figura é formada pela superposição dos gráficos de magnetização obtidos por simulação de 100 discos de uma matriz $10 \times 10$ . No gráfico mostramos em (a) a superposição dos discos em $t = 0$ com os núcleos dos vórtices na mesma posição, em (b) todos os núcleos dos vórtices magnéticos estão distribuídos em posições distintas nos discos em $t = \tau - \epsilon$ , no instante antes de inverter as polaridades dos vórtices, em (c) todos os vórtices magnéticos estão distribuídos em $t = \tau + \epsilon$ , no instante depois da inversão das polaridades dos núcleos dos vórtices, e em (d) no instante $t = 2\tau$ , mostra a refocalização dos núcleos dos vórtices na matriz $10 \times 10$ [1]. . . . .	64
5.2	Eco de vórtice magnético obtido via simulação micromagnética (linha preta) para a matriz de discos $10 \times 10$ e para uma distância de separação $d = \infty$ . A linha azul indica o campo magnético aplicado para a inversão da polaridade do vórtice. Em (a) $\sigma = 10\text{ nm}$ , $\tau = 30\text{ ns}$ , $\alpha = 0$ , $p = +1$ e circulação $C$ aleatória; (b) $\sigma = 10\text{ nm}$ , $\tau = 30\text{ ns}$ , $\alpha = 0$ em vermelho ajuste utilizando a equação 5.1; (c) $\sigma = 20\text{ nm}$ , $\tau = 10\text{ ns}$ e $\tau = 40\text{ ns}$ dois pulsos, com $\alpha = 0.001$ ; (d) $\sigma = 20\text{ nm}$ , $\tau = 20\text{ ns}$ , $\alpha = 0$ e (e) $\sigma = 10\text{ nm}$ , $\tau = 20\text{ ns}$ , $\alpha = 0.005$ . Os discos de (b) e (e) estão inicialmente com a mesma circulação $C = +1$ e polaridade $p = +1$ . . . . .	65
5.3	Variação de $T_2^*$ versus $d^{-1}$ para uma matriz de 100 discos com a distribuição de diâmetro centrado em $D = 250\text{ nm}$ ( $\sigma = 10\text{ nm}$ ), $\alpha = 0.001$ e distância de separação $d$ , a linha contínua é o melhor ajuste da equação 5.4. . . . .	66
5.4	Representação esquemática dos 50 pares de discos e a distribuição gaussiana do seus diâmetros, usados para obter o EVM. . . . .	68

5.5 Magnetização $M(t)$ de um arranjo de discos, separados por uma distância centro a centro $D = 450$ nm, em função do tempo, mostrando o decaimento inicial e a refocalização dos núcleos dos vórtices magnéticos no tempo $t = 60$ ns. A linha vermelha mostra o ajuste feito usando uma função envoltória da magnetização total. Em (a) O EVM foi obtido usando a equação de Thiele e em (b) o EVM foi obtido usando simulação micromagnética. . . . .	69
5.6 $T_2^*$ em função da distância de separação entre os discos que apresentam uma distribuição gaussiana de diâmetros. As linhas sólidas representam os ajustes feitos com a função $T_2^* = a + bd^{-n}$ , (a) círculos vermelhos representam os valores de $T_2^*$ obtidos por simulação micromagnética ( $n = 5.2 \pm 0.2$ ); (b) quadrados azuis representam os valores de $T_2^*$ obtidos analiticamente usando a equação de Thiele ( $n = 3.7 \pm 0.2$ ) . . . . .	72
6.1 Disco isolado com configuração de vórtice magnético; a direção da anisotropia uniaxial está no sentido $+x$ . . . . .	74
6.2 Variação da frequência girotrópica em função da constante de anisotropia $K_\sigma$ para um disco de $R = 128$ nm e espessura $L = 7$ nm. Os pontos vermelhos representam os valores das frequências obtidas pela equação de Thiele e losangos azuis os valores obtidos por simulação micromagnética. . . . .	75
6.3 Energia total vs. quadrado do vetor posição do núcleo do vórtice para a) $K_\sigma = 0$ e b) $K_\sigma = 58.5$ kJ/m <sup>3</sup> . Os círculos azuis representam a energia obtida por simulação micromagnética e a linha sólida vermelha representa o ajuste linear. . . . .	77
6.4 Valores das constantes $\kappa$ e $G$ em função de $K_\sigma$ obtidos por simulação micro-magnética. . . . .	78
6.5 Sistema de dois discos idênticos acoplados e separados por uma distância $D = dR$ , onde $d$ é a distância reduzida. . . . .	79
6.6 Densidade de energia em função do tempo, para um par de discos magnéticos acoplados. Os dados foram obtidas por simulação micromagnética. . . . .	79
6.7 Desdobramento de frequências de um par de discos, em função da constante de anisotropia no plano para as distâncias reduzidas $d = D/R = 2.27$ , em função da constante de anisotropia $K_\sigma$ . Os valores foram obtidos por simulação micro-magnética, em (a) e (c) para o caso de $p = +1$ , e (b) e (d) para o caso de $p = -1$ . . . . .	80

6.8 Sistema de dois discos idênticos acoplados e separados por uma distância $D = dR$ , onde $d$ é a distância reduzida, mostrando a direção da anisotropia uniaxial.	81
6.9 Valores de $\tau$ em função da constante de anisotropia $K_\sigma$ para uma distância de separação reduzida entre os discos magnéticos $d = D/R = 2.07$ , com a anisotropia em duas direções diferentes, calculados por simulação micromagnética. Os triângulos azuis representam os valores obtidos quando a direção da anisotropia está no eixo x e os quadrados vermelhos representam os valores obtidos quando a direção da anisotropia está no eixo y. . . . .	82
6.10 Integral de acoplamento $I_x$ em função da distância reduzida $d = D/R$ para um par de discos acoplados com raios $R = 128\text{ nm}$ e espessura $L = 7\text{ nm}$ . Estes resultados foram obtidos usando a expressão 6.7. . . . .	86
6.11 Integral de acoplamento $I_x$ em função da distância reduzida $d = D/R$ para um par de discos com raios $R = 128\text{ nm}$ e espessura $L = 7\text{ nm}$ . Estes resultados foram obtidos usando a expressão 6.7. . . . .	88
6.12 Frequências de acoplamento em função da distância reduzida $d = D/R$ para um par de discos com raio $R = 128\text{ nm}$ e espessura $L = 7\text{ nm}$ . A linha vermelha representa os valores obtidos usando a expressão 6.17 e os quadrados azuis representam os valores obtidos por simulação micromagnética. . . . .	91
7.1 Arranjos de discos magnéticos com vórtices: (a) arranjo tipo 1, onde todos os discos têm a mesma polaridade e (b) arranjo tipo 2, onde os discos têm polaridades alternadas. Os pontos brancos indicam $p = +1$ e os pontos pretos $p = -1$ . . . . .	93
7.2 Variação da componente $M_x$ da magnetização como o tempo, mostrando a propagação do sinal em uma cadeia de discos tipo 1. Dados obtidas por simulação micromagnética. . . . .	94
7.3 Valores da transmitância dos discos de uma cadeia, para diferentes valores da constante de anisotropia magnética no plano (IPUA), para dois tipos de arranjos.	95
7.4 Estrutura fan-out composta por 7 discos iguais, separados por uma distância $D$ . Os discos têm 120 de raio e 7 nm de espessura. . . . .	99
7.5 Configuração lógica 100 obtida em um sistema fan-out. . . . .	99

7.6	Configurações lógicas obtidas em um sistema fan-out, em (a) configuração 111, (b) configuração 101 e em (c) configuração 110. Dados obtidos por simulação micromagnética. . . . .	100
7.7	Estrutura fan-out composta por 7 discos iguais, separados por uma distância D. Os discos têm 120 nm de raio e 7 nm de espessura. . . . .	102
7.8	Sinais obtidos das operações lógicas da porta E, formada por discos com vórtices magnéticos, mostrada na figura 7.7 . . . . .	103
7.9	Sinais obtidos das operações lógicas da porta OU, formada por discos com vórtices magnéticos, mostrada na figura 7.7. . . . .	103
7.10	Sinais obtidos das operações lógicas tanto para a porta E, como para a porta OU formada por discos com vórtices magnéticos, mostrada na figura 7.7. . . . .	104

# Capítulo 1

## Introdução

Nanoestruturas magnéticas na forma de fios, filmes, discos, elipses, anéis, têm sido muito estudadas nos últimos anos [1–17]. Dependendo da geometria e do tipo de material, estas nanoestruturas podem apresentar configuração magnética estável tipo vórtice. Neste estado os momentos magnéticos estão no plano formando círculos concêntricos (fluxo fechado) e no centro apresentam um núcleo onde a magnetização é perpendicular ao plano [18–23].

Os vórtices magnéticos foram previstos teoricamente por Kittel em 1946 [24] e têm sido observados usando técnicas experimentais como microscopia de força atômica [25], microscopia eletrônica de spin polarizado [26], microscopia eletrônica de transmissão de Lorentz [27–29].

Estruturas com configuração de vórtice magnético têm potenciais aplicações, por exemplo, como dispositivos de armazenamento de dados [30, 31], portas lógicas [32–35], nano-osciladores de transferência de spin (STNOs) [36–45] e no campo da Medicina podem ser usadas no tratamento do câncer [46, 47].

Aplicações tecnológicas requerem que as estruturas formem arranjos ordenados [48–57]. Nessas condições está sempre presente a interação magnética entre nanodiscos, especialmente a interação dipolar magnética, de maior alcance. A questão da interação entre nanodiscos magnéticos é um problema físico muito interessante, especialmente se focalizarmos os aspectos dinâmicos do problema. Nas aplicações, por exemplo, nos STNOs, o acoplamento entre os nanodiscos é essencial para garantir a sincronização entre os dispositivos obtendo assim uma maior potência no sinal de saída [36–38, 44, 45, 58].

Outro aspecto importante no estudo dos vórtices magnéticos é a questão da troca de

energia entre nanodiscos acoplados [57, 59, 60], que é de vital importância para garantir a propagação do sinal em um sistema de muitos nanodiscos [61]. Para aplicações dos vórtices magnéticos como dispositivos de armazenamento de dados são exigidos tempos menores de troca de energia [62], já que isto incrementa a velocidade de propagação do sinal através de todo o arranjo formado pelas nanoestruturas. Além de melhorar os tempos de troca de energia entre as estruturas, é necessário aumentar a eficiência de transmissão do sinal (transmitância), isto é, aumentar o sinal da magnetização durante a propagação do sinal [54]. É assim que a obtenção de métodos para controlar em tempo real os tempos de troca de energia e a transmitância é um tema de pesquisa ainda aberto.

Os nanodiscos apresentando configuração de vórtice magnético ainda podem ser usadas para aplicações de portas lógicas, como foi mostrado em alguns trabalhos [32, 33, 35], onde diversas configurações lógicas poderiam ser obtidas dependendo do tipo de acoplamento magnético entre os nanodiscos.

Uma outra possível aplicação tecnológica é o uso dos vórtices magnéticos como osciladores de rádio frequências. Estes osciladores podem ser usados dentro de transistores para comunicação wireless, como por exemplo radares de comunicação, telefones celulares [63]. As possibilidades para novas aplicações tecnológicas ainda são objeto de estudos por muitos grupos de pesquisa no mundo. Tudo isto justifica a iniciativa de estudar a dinâmica e a interação magnética entre nanodiscos que apresentam configuração de vórtices magnéticos, usando simulação micromagnética ou métodos analíticos.

Esta tese está dividida em 8 capítulos. O Capítulo 1 aborda uma pequena introdução sobre a motivação do estudo dos vórtices magnéticos. O Capítulo 2 mostra uma breve resenha da teoria micromagnética, que é a base dos diversos programas de simulação micromagnética. No Capítulo 3 apresentamos uma revisão bibliográfica sobre as propriedades dos vórtices magnéticos que serviram como base para poder entender os resultados obtidos neste trabalho. Nos Capítulos 4, 5, 6 e 7 são apresentados os resultados obtidos durante o projeto de pesquisa.

O Capítulo 4 trata da interação magnética e da dinâmica entre discos de diferentes raios; estes resultados abrem as portas para o Capítulo 5 onde estes mesmos resultados são usados para a obtenção de um novo efeito proposto pelo grupo de pesquisa para o estudo da interação magnética em um sistema de muitos discos.

No Capítulo 6 é mostrada a influência da anisotropia no plano para o controle do tempo

de troca de energia de um nanodisco para outro. Esta ideia é a base para a segunda proposta que existe na literatura para este propósito.

No Capítulo 7 novamente é usada a influência da anisotropia no plano para diversas aplicações, como o controle da transmitância em uma cadeia de discos, por exemplo. Assim também mostramos que a IPUA (anisotropia uniaxial no plano) pode ser usada para obter diversas configurações lógicas.

Por último, no Capítulo 8 mostramos as conclusões finais da tese e algumas perspectivas para a extensão do projeto.

No anexo serão encontrados alguns tópicos sobre a equação de Thiele, que é usada na tese, assim como também os dois artigos publicados até agora, que refletem os resultados obtidos no período do trabalho de tese.

# Capítulo 2

## Teoria Micromagnética

A teoria micromagnética foi formulada por Brown em 1940 [64, 65]. Esta teoria toma como base o trabalho feito por Landau-Lifshitz, que derivaram uma expressão que descreve no limite contínuo, a energia de troca, e o trabalho feito por Becker e Döring sobre a energia de acoplamento magnetoelástico para cristais cúbicos [65]. A teoria micromagnética se converte assim em uma ponte entre a teoria de Maxwell de campos eletromagnéticos e a teoria quântica [66].

A teoria micromagnética considera que o vetor magnetização dentro da estrutura magnética é uma função contínua das coordenadas espaciais [67]. É assim que o vetor magnetização local pode mudar de direção, mas mantendo constante o seu módulo. Isto pode ser escrito como segue:

$$\mathbf{M}(\vec{r}) = M_s \vec{m}(r); \quad |\vec{m}| = 1 \quad (2.1)$$

O micromagnetismo permite descrever a magnetização de estruturas que estão na faixa de algumas centenas de nanômetros até micrômetros [64]. Embora não exista na literatura uma definição quantitativa exata destes limites, alguns autores sugerem que abaixo de 1 nm a teoria micromagnética não pode ser mais usada, já que é necessário considerar efeitos atômicos [64].

A primeira descrição da dinâmica da magnetização foi feita por F. Bloch sem considerar efeitos de dissipação [66], posteriormente L.D. Landau, E.M. Lifshitz e T.L. Gilbert descreveram a dinâmica considerando efeitos dissipativos [64]. O resultado deste esforço foi a equação de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG), que descreve a evolução temporal da magnetização (seção 2.2). Em conclusão, a teoria micromagnética é uma ferramenta muito

poderosa para a análise de estruturas de paredes de domínios magnéticos, o estudo dos processos de nucleação e interpretação dos ciclos de histerese [64, 65].

## 2.1 Termos de energia

### 2.1.1 Energia de troca

Esta interação é a responsável pela ordem magnética dos materiais e é de curto alcance [18]. Landau e Lifshitz calcularam a interação de troca contínua, desde o hamiltoniano de Heisenberg, trocando os vetores clássicos pelos operadores de spin [64, 65]. Considerando que o ângulo  $\theta$  entre os spins de átomos vizinhos seja pequeno, podemos expressar a energia de troca no regime contínuo como segue:

$$E_{troca} = A \int [(\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2] dV \quad (2.2)$$

onde  $A$  é a rigidez de troca, que é uma medida do nível de intensidade da interação de troca, que depende do tipo de material e tem unidades de Joules por metro no SI ( $J/m$ ) [18, 64]. Por exemplo, para ferro  $A = 2.1 \times 10^{-11} J/m$  e para Permalloy  $A = 1.3 \times 10^{-11} J/m$  [64]. O vetor unitário  $\vec{m} = \vec{M}(\vec{r})/M_s$  é a magnetização reduzida.

A energia de troca é minimizada quando o ângulo entre os spin é zero, que corresponde ao caso em que os spins estão alinhados paralelamente entre eles.

### 2.1.2 Energia magnetostática

A energia dipolar ou magnetoestática é originada pelo campo de desmagnetização  $H_d$ , este campo é gerado pela própria amostra, devido ao fato de que não existe uma compensação dos polos magnéticos na superfície do material ou à inhomogeneidade em  $\mathbf{M}$  na amostra [18, 65]. Aplicando a lei de Faraday no interior do material, temos:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (2.3)$$

onde  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} N/A^2$  é a permeabilidade magnética do vácuo,  $\mathbf{B}$  é a indução magnética,  $\mathbf{H}$  é o campo aplicado e  $\mathbf{M}$  é a magnetização do sistema.

Levando em consideração a Lei de Maxwell, temos:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot [\mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})] &= 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Sendo  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 - \mathbf{H}_d$ , então a equação 2.4 fica:

$$\vec{\nabla} \cdot \mathbf{H}_d = \vec{\nabla} \cdot \mathbf{M} \quad (2.5)$$

A energia dipolar  $E_{ms}$  é definida como [18]:

$$E_{ms} = -\frac{1}{2}\mu_0 \int_V \mathbf{H}_d \cdot \mathbf{M} dV \quad (2.6)$$

onde o termo  $1/2$  exclui a auto contagem da energia. A integral é calculada no volume da amostra. Usando as expressões 2.4 e 2.5, obtemos:

$$E_{ms} = \frac{1}{2}\mu_0 \int \mathbf{H}_d^2 dV \quad (2.7)$$

onde  $\mathbf{H}_d$  é o campo de desmagnetização definido como [18]:

$$\mathbf{H}_d = -N_d \mathbf{M} \quad (2.8)$$

sendo  $N_d$  o fator desmagnetizante que depende da forma da amostra e da direção da magnetização (no caso geral é um tensor).

### 2.1.3 Energia de anisotropia

As propriedades magnéticas de um material dependem geralmente da direção na qual são medidas [68]. Quando não existe alguma perturbação externa sobre o sistema, a magnetização  $\mathbf{M}$  pode se alinhar em uma ou em algumas direções definidas pela estrutura do cristal do material [64, 69]. A dependência com a orientação da magnetização resulta da interação spin-órbita e da interação entre os íons e o campo cristalino [18, 65]. Para um material com simetria uniaxial, a energia de anisotropia pode ser escrita na forma [18]:

$$E_{ani} = V(K_1 \sin^2 \theta + K_2 \sin^4 \theta) \quad (2.9)$$

$K_1$  e  $K_2$  são as constantes de anisotropia na direção do eixo fácil e têm unidades de  $J/m^3$ . Na expressão anterior podem ser adicionados termos de mais alta ordem, mas estes têm influência desprezível no cálculo da energia de anisotropia [18, 64, 70]. O ângulo  $\theta$  é o ângulo entre a magnetização e o eixo fácil. A energia de anisotropia é invariante ante uma rotação de  $180^\circ$ .

O sinais de  $K_1$  e  $K_2$  definem se existe um eixo ou um plano fácil onde a magnetização

tende a alinhar-se preferencialmente. Se  $K_1 > 0$ , o material tem um eixo fácil, e se  $K_1 < 0$  o material tem um plano fácil que é perpendicular ao eixo de anisotropia [18, 64, 70]. A forma da amostra também tem influência na orientação preferencial da magnetização. Isto é conhecido como anisotropia de forma [64, 70]. A anisotropia de forma leva em conta o efeito de que a magnetização tende se alinhar paralelamente às bordas [64].

Levando em consideração diversas possíveis contribuições para a energia de anisotropia, podemos expressar a densidade total de anisotropia dependendo de uma constante de anisotropia efetiva  $K_{efe}$  que leve em conta todas as possíveis contribuições, da seguinte forma:

$$\frac{E_{ani}}{V} = K_{efe} \sin^2 \theta \quad (2.10)$$

#### 2.1.4 Energia de Zeeman

Se sobre o sistema estudado é aplicado um campo magnético externo ( $\mathbf{H}_{ext}$ ), dependendo de sua intensidade, a magnetização tende a se alinhar como este campo. A interação do campo magnético com a magnetização é conhecida como energia de Zeeman. O alinhamento da magnetização com o campo magnético aplicado acontece devido a que o sistema tenta minimizar a sua energia [64]. A energia de Zeeman depende da orientação do campo magnético aplicado com a magnetização da amostra e é expressada da seguinte forma [64, 70]

$$\frac{E_{Zeeman}}{V} = -\mu_0(\mathbf{H}_{ext} \cdot \mathbf{M}) \quad (2.11)$$

Da expressão anterior podemos ver que a energia de Zeeman é mínima quando  $\mathbf{H}_{ext}$  e  $\mathbf{M}$  são paralelos.

#### 2.1.5 Campo efetivo

A energia livre de Gibbs ou energia total ( $E_{total}$ ) do sistema é dada pela soma das diferentes contribuições de energia: energia de troca, energia magnetostática, energia de anisotropia e energia de Zeeman (expressões 2.2, 2.7, 2.9 e 2.11 respectivamente) e é escrita da seguinte forma [18]:

$$E_{total} = \int (E_{troca} + E_{ms} + E_{ani} + E_{Zeeman}) dV$$

$$E_{total} = \int (A(\vec{\nabla} \vec{m})^2 + \frac{1}{2}\mu_0 \mathbf{H}_d^2 + K_{efe} \sin^2 \theta - \mu_0(\mathbf{H}_{ext} \cdot \mathbf{M})) dV \quad (2.12)$$

Dependendo das condições do sistema a ser estudado, nem todas as energias são consideradas na energia total. Nesta tese são consideradas somente as energias mencionadas anteriormente. No Capítulo 6 se usa o efeito de magnetostrição inversa, mas a energia associada a este efeito é considerada como uma energia de anisotropia uniaxial [71].

A configuração de equilíbrio magnético é alcançada minimizando a energia total. Brown usando o cálculo variacional encontra a condição necessária para esta minimização [18,64]:

$$\frac{\delta E_{total}}{\delta \vec{m}} = 0 \quad (2.13)$$

onde  $\delta$  é a derivada funcional.

Da expressão anterior podemos deduzir que a magnetização  $\vec{m}$  deve ser paralela ao campo efetivo ( $\mathbf{H}_{efe}$ ). Isto leva à condição do torque [18,64]:

$$\mu_0 \vec{m} \times \mathbf{H}_{efe} = 0 \quad (2.14)$$

O campo efetivo  $\mathbf{H}_{efe}$  devido a todas as contribuições de energia é encontrado aplicando a derivada à equação 2.12 com respeito a  $\vec{m}$  [18]:

$$\mathbf{H}_{efe} = \frac{\partial E_{total}}{\partial \vec{m}} = \frac{2}{\mu_0 M_s} \vec{\nabla} \cdot (A(\vec{\nabla} \vec{m}) - \frac{1}{\mu_0 M_s} \frac{\partial E_{ani}}{\partial \vec{m}} + \mathbf{H}_{ms} + \mathbf{H}_{ext}) \quad (2.15)$$

$$\mathbf{H}_{efe} = \frac{2A}{\mu_0 M_s} \nabla^2 \vec{m} - \frac{1}{\mu_0 M_s} \frac{\partial E_{ani}}{\partial \vec{m}} + \mathbf{H}_{ms} + \mathbf{H}_{ext} \quad (2.16)$$

Na equação 2.12 podemos definir duas grandezas magnéticas:

$$l_e = \sqrt{\frac{2A}{\mu_0 M_s^2}} \quad (2.17)$$

$$\kappa' = \frac{2K_1}{\mu_0 M_s^2} \quad (2.18)$$

A equação 2.17 é o comprimento de troca que indica a distância limite abaixo da qual a interação de troca é a dominante e a equação 2.18 é a rigidez que mede a importância relativa entre a energia de anisotropia e a energia magnetostática [18].

## 2.2 A equação de Landau-Lifshitz-Gilbert

Em 1935 Landau e Lifshitz descreveram a dinâmica da magnetização [65, 69]. O modelo proposto considera dois tipos de precessão da magnetização. O primeiro termo está associado à precessão da magnetização induzida pelo campo efetivo [18, 69]. Portanto o torque ( $\boldsymbol{\tau}$ ) exercido pelo campo efetivo sobre a magnetização é descrito como segue [64]:

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{efe} \quad (2.19)$$

sendo  $\mathbf{L} = -\mathbf{M}/\gamma_0$  o momento angular e  $\gamma_0 = 1.76 \times 10^{11} \text{ (Ts)}^{-1}$  é a razão giromagnética do elétron.

Substituindo o momento angular na expressão 2.19 temos:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_0[\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{efe}] \quad (2.20)$$

A equação 2.20 descreve um processo no qual a amplitude da magnetização é constante (processo não dissipativo).

O segundo termo de precessão está relacionado a um processo dissipativo, ou de amortecimento, e é proporcional ao campo efetivo e é perpendicular à magnetização. Este termo de precessão é puramente fenomenológico [18] e foi proposto por Gilbert [18, 64, 65]. Os processos de dissipação podem ter origem na difusão de spin, acoplamento spin-órbita, entre outros [64]. Este segundo termo leva em consideração todas estas possíveis contribuições para a dissipação e deve ser substraído do campo efetivo [64]:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_0[\mathbf{M} \times (\mathbf{H}_{efe} - \frac{\alpha}{M_s} \frac{d\mathbf{M}}{dt})] \quad (2.21)$$

onde  $\alpha$  é a constante de atenuação [64].

Portanto, temos:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_0 \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{efe} + \frac{\alpha}{M_s} \mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} \quad (2.22)$$

Esta última equação é conhecida como equação de Gilbert. Na figura 2.1 podemos ver a representação vetorial dos termos associados à equação 2.22.

A equação 2.22 tem dependência com a derivada temporal da magnetização em ambos os lados. Para facilitar a resolução numérica desta equação temos que ter em um único

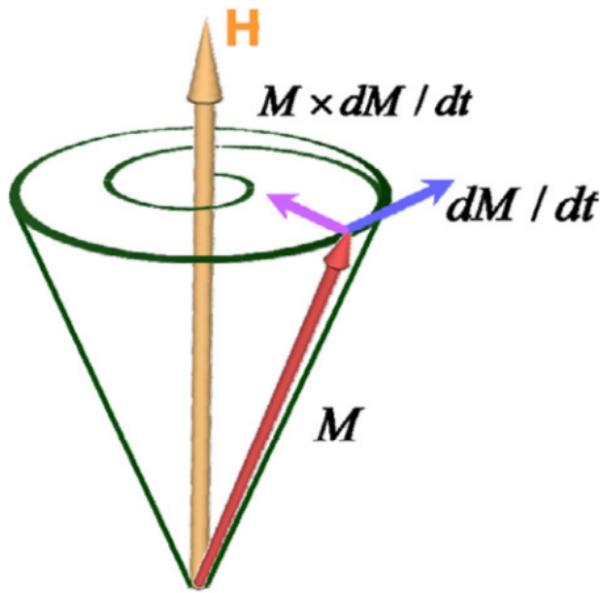


Figura 2.1: Precessão da magnetização com o termo de amortecimento [66].

lado a dependência temporal. Então, aplicamos o produto vetorial  $\mathbf{M} \times$  e o produto escalar  $\mathbf{M} \cdot$  a ambos os lados da equação:

$$\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_0 \mathbf{M} \times [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{efe}] + \frac{\alpha}{M_s} \mathbf{M} \times [\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt}] \quad (2.23)$$

$$\mathbf{M} \cdot \frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_0 \mathbf{M} \cdot (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{efe}) + \frac{\alpha}{M_s} \mathbf{M} \cdot (\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt}) \quad (2.24)$$

O lado direito da equação 2.24 é zero (ver figura 2.1), então temos a identidade  $\mathbf{M} \cdot \frac{d\mathbf{M}}{dt} = 0$ .

A equação 2.23 é substituída no lado direito da equação 2.22:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_0 (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{efe}) + \frac{\alpha}{M_s} [-\gamma_0 \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{efe}) + \frac{\alpha}{M_s} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt})] \quad (2.25)$$

Usando a identidade  $a \times (b \times c) = (a \cdot c)b - (a \cdot b)c$  e  $\|\mathbf{M}\| = M_s$ , a equação 2.25 fica:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_0 (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{efe}) - \frac{\alpha \gamma_0}{M_s} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{efe}) - \alpha^2 \frac{d\mathbf{M}}{dt} \quad (2.26)$$

Após um pouco de álgebra temos:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma' (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{efe}) - \frac{\alpha'}{M_s} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{efe}) \quad (2.27)$$

onde  $\gamma'$  e  $\alpha'$  são:

$$\gamma' = \frac{\gamma_0}{1 + \alpha^2} \quad (2.28)$$

$$\alpha' = \frac{\alpha\gamma_0}{1 + \alpha^2} \quad (2.29)$$

A equação 2.27 é conhecida como a equação de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG). A equação 2.22 e a equação 2.27 podem ser usadas para estudar a dinâmica da magnetização em sistemas onde não existem correntes. No caso de existir alguma corrente polarizada interagindo com o sistema, é necessário adicionar um termo a ambas equações considerando o torque exercido pela corrente sobre a magnetização (o termo de transferência de torque de spin STT) [3].

## 2.3 Solução numérica da equação de Landau-Lifshitz-Gilbert

Soluções analíticas da equação 2.27 envolvem diversas complicações relacionadas com a escolha de condições iniciais e de contorno [66]. De tal modo que o melhor caminho para resolver esta equação é o uso dos métodos numéricos. Para poder aplicar os métodos de solução numérica é necessário primeiro criar uma estrutura com as propriedades geométricas da amostra magnética a ser estudada.. Dentro da literatura existem dois tipos de abordagens para criar um modelo da estrutura magnética desejada: o método dos elementos finitos e o métodos das diferenças finitas [64, 66, 69]. Ambos métodos integram a equação de Landau-Lifshitz-Gilbert (equação 2.27) numericamente.

### 2.3.1 Método das diferenças finitas

Neste método o modelo do sistema magnético a ser estudado é dividido em pequenos prismas retangulares, usualmente cubos de ordem infinitesimal. Os cubos são chamados de células e estes não podem ter dimensões muito grandes porque a interação de troca é de curto alcance e portanto podemos perder propriedades físicas, o tamanho das células também não pode ser muito pequeno porque o número de células para discretizar a estrutura aumenta, portanto são necessários tempos de cálculo muito longos. Geralmente é escolhido um tamanho de célula da mesma ordem do comprimento de troca (expressão 2.17) [64]. Cada cubo apresenta uma magnetização associada  $\mathbf{M}$  e um vetor de posição

$r$  [66, 69, 72]. A equação de Landau-Lifshitz-Gilbert é integrada numericamente para cada cubo, portanto temos um conjunto de equações diferenciais acopladas a ser resolvidas. O acoplamento das equações é devido à presença dos campos dipolares que são de longo alcance, então a magnetização em um cubo vai depender da magnetização dos outros cubos que formam a estrutura. A ideia da discretização da amostra é mostrada na figura 2.2.

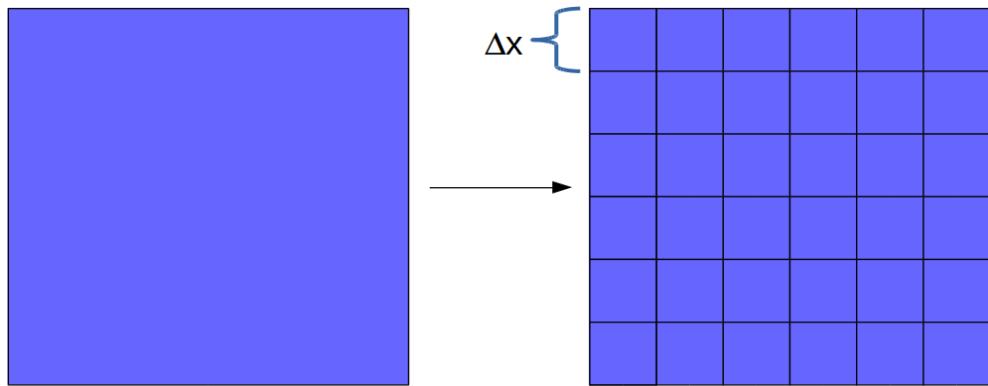


Figura 2.2: Representação esquemática em 2D da discretização de uma estrutura.  $\Delta x$  é o tamanho da aresta do cubo.

O outro método para resolver numericamente a equação de Landau-Lifshitz-Gilbert é o método dos elementos finitos, o qual também envolve uma discretização da estrutura a ser estudada, mas com a diferença de que as células têm a forma de tetraedros e seu tamanho pode variar ao longo da estrutura. Mas como o software usado nesta tese foi o Mumax<sup>3</sup>, que usa o método das diferenças finitas, não mencionaremos mais detalhes sobre este.

### 2.3.2 Método de Runge-Kutta

Uma vez criada a estrutura magnética a ser estudada, agora podemos buscar um método para resolver numericamente o sistema de equações diferenciais acopladas. O método de Runge-Kutta de quarta ordem é usado para encontrar as soluções numéricas de nosso sistema. Este método mostra resultados eficientes quando comparados com outros métodos como por exemplo o método de Euler [69], que é um método de integração de primeira ordem.

Seja a equação:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (2.30)$$

A solução desta equação terá a forma:

$$y^{n+1} = y^n + \frac{h_n}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad (2.31)$$

sendo:

$$\begin{aligned} K_1 &= f(t^n, y^n) \\ K_2 &= f(t^n + h_n/2, y^n + (h_n/2)K_1) \\ K_3 &= f(t^n + h_n/2, y^n + (h_n/2)K_2) \\ K_4 &= f(t^n + h_n, y^n + h_n K_3) \end{aligned} \quad (2.32)$$

em função das magnetizações temos:

$$m^{n+1} = m^n + \frac{\Delta m}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad (2.33)$$

Onde:  $\Delta m$  é o passo de integração

### 2.3.3 Mumax<sup>3</sup>

O programa usado para realizar as simulações micromagnéticas foi o Mumax<sup>3</sup> [72]. Este programa faz uso do método das diferenças finitas para resolver numericamente a equação de Landau-Lifshitz-Gilbert. É um programa que usa uma placa de processador gráfico e é de código livre. Este programa é de grande eficiência devido ao uso de processador gráfico para rodar as simulações micromagnéticas, portanto poupa o uso de memória do computador e permite tempos de simulação muito menores quando comparados com outros tipos de programas. Isto é muito importante quando se têm sistemas de grande escala.

A linguagem de programação GO [72] é usada para escrever as rotinas de simulação micromagnética. Os comandos usados pelo Mumax são simples e curtos, facilitando o uso do programa para os usuários.

### Definindo um sistema

O primeiro passo para realizar uma simulação é definir o tamanho do universo de trabalho e o tamanho de célula que será usado para a discretização do sistema (ver subseção

[2.3.1](#)). Dentro deste universo é que estará o sistema a ser simulado. Isto pode ser feito usando as funções implícitas do Mumax<sup>3</sup>: setgridsize e setcellsize.

Uma vez definido o universo e o tamanho da célula, podemos definir a geometria que terá nosso sistema. O Mumax<sup>3</sup> possui diferentes formas geométricas primitivas já definidas, como por exemplo: círculo, cilindro, elipse, etc. Cada uma destas formas geométricas têm uma função implícita dentro do entorno do Mumax<sup>3</sup>. Por exemplo, a forma geométrica cilindro está definida pela função cylinder(L,D) que precisa de dois argumentos: a espessura L e o diâmetro D. O Mumax<sup>3</sup> permite também operações de translação, rotação, inversão destas formas geométricas, o que facilita a construção de geometrias mais complicadas.

O Mumax<sup>3</sup> permite também definir parâmetros do tipo de material que será simulado. Estes parâmetros são: magnetização de saturação  $M_s$  (A/m), constante de troca A (J/m), constante de anisotropia  $K_u$  (J/m<sup>3</sup>) entre outras. Também é possível adicionar agentes externos como por exemplo: campos magnéticos externos, correntes polarizadas de spin.

### Método de solução numérica

O Mumax<sup>3</sup> resolve numericamente a equação [2.22](#) usando por default o método de Runge-Kutta. Adicionalmente o Mumax<sup>3</sup> tem outros métodos que podem ser escolhidos pelo usuário. Estes métodos podem ser encontrados em detalhe na referência [\[72\]](#). A função relax() pode ser usada para encontrar a configuração magnética na qual o sistema apresenta um mínimo de energia. Isto é de utilidade quando se deseja conhecer que tipo de configuração magnética apresenta uma amostra de determinada geometria. Existem outras funções que podem ser usadas para obter a configuração mínima de energia. Cada uma destas apresenta um método diferente para encontrar uma configuração estável do sistema (ver referência [\[72\]](#)).

### Exemplo de rotina para simular um vórtice magnético em um nanodisco

Aqui apresentamos uma rotina para simular um vórtice magnético em um nanodisco de Permalloy de 300 nm de diâmetro e 20 nm de espessura.

O símbolo \ \ é usado para adicionar comentários na rotina.

```

setgridsize(512,512,512)    \\ Número de células do universo em cada direção
setcellsize(5e-9,5e-9,20e-9) \\ Tamanho de células em cada direção
setgeom(cylinder(300e-9,20e-9)) \\ Definindo geometria
Msat = 8.6e5 \\ Magnetização de saturação
aex = 13e-12 \\ Constante de troca
alpha = 1 \\ Constante de atenuação
m = vortex(1,1) \\ Definimos o vórtice magnético

```

Se queremos deslocar o núcleo do vórtice magnético do centro do disco, podemos aplicar um campo magnético no plano do disco na direção x. Para isso, simplesmente adicionamos a seguinte linha na rotina anterior.

```

b_ext = vector(20e-3,0,0) \\ Campo externo na direção x
run(4e-9) \\ Tempo da simulação

```

Como podemos ver na rotina do exemplo anterior, o Mumax<sup>3</sup> permite escrever em umas poucas linhas uma rotina para realizar uma simulação micromagnética. Isto faz com que este software seja bem prático. Ainda é possível monitorar a simulação em tempo real usando qualquer navegador de internet, como por exemplo: firefox, chrome, etc.

# Capítulo 3

## Discos com estrutura de vórtice magnético

### 3.1 Dinâmica do vórtice magnético

Na configuração magnética tipo vórtice, os momentos magnéticos estão no plano do disco formando círculos concêntricos, apresentando um núcleo onde a magnetização é perpendicular ao plano. Os momentos magnéticos que estão no plano, podem se alinhar no sentido horário (H) ou anti-horário (AH). Isso define a circulação “C”, que tem valores de  $C = +1$  (AH) ou  $C = -1$  (H) (figura 3.1).

No centro do disco, os ângulos entre os momentos magnéticos são cada vez maiores o que implica um aumento na energia de troca. Para minimizar este efeito, a magnetização aponta para fora do plano, esta componente da magnetização do núcleo pode apontar para cima ou para baixo, e a partir desta característica se define a polaridade  $p$ , que tem valores de  $p = +1$  (quando a magnetização aponta para cima) ou  $p = -1$  (quando a magnetização aponta para baixo) [18, 73–75]. Portanto, existem 4 possíveis configurações para o vórtice, cada uma delas é energeticamente equivalente:

- $C = +1$  e  $p = +1$
- $C = +1$  e  $p = -1$
- $C = -1$  e  $p = +1$
- $C = -1$  e  $p = -1$

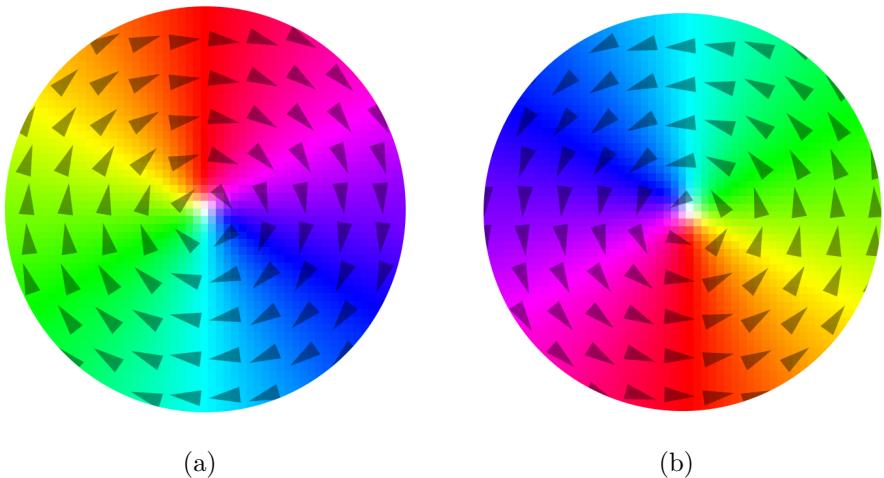


Figura 3.1: Configuração magnética tipo vórtice obtida por simulação, em um disco de Permalloy. Em (a) o vórtice apresenta circulação em sentido horário e em (b) sentido anti-horário.

A dinâmica do vórtice magnético tem sido um tema de muito interesse nos últimos anos [11, 23, 48, 51, 52, 55, 73–86]. O núcleo do vórtice pode ser deslocado da posição de equilíbrio (centro do disco) aplicando alguma perturbação externa, por exemplo um campo magnético estático no plano. O núcleo vai se deslocar perpendicularmente à direção do campo magnético. Depois do campo ser desligado, o núcleo voltará ao centro do disco percorrendo uma trajetória em forma de espiral; este movimento é conhecido como movimento girotrópico (Figura 3.2) e tem uma frequência natural ( $f_0 = \omega_0/2\pi$ ) que está na faixa dos sub-Gigahertz e depende unicamente da geometria do disco e de parâmetros intrínsecos do material [74]. A frequência natural é também conhecida como frequência girotrópica e é obtida aplicando uma transformada de Fourier (FFT) à evolução temporal das componentes da magnetização ( $M_x$  ou  $M_y$ ) ou à evolução temporal das coordenadas do núcleo do vórtice.

Na figura 3.2 é mostrada a evolução temporal da componente  $M_x$  e a respectiva FFT para um disco de raio  $R = 150$  nm e espessura  $L = 20$  nm. O sentido do movimento girotrópico depende da polaridade do núcleo, se  $p = +1$  o movimento é anti-horário e se  $p = -1$  o movimento é horário [74].

A frequência girotrópica pode ser controlada em tempo real aplicando campos magnéticos perpendiculares ao plano do disco [62, 87, 88], correntes de spin polarizadas perpendiculares ao plano do disco [89, 90] ou usando a influência da anisotropia uniaxial no plano do

disco [71].

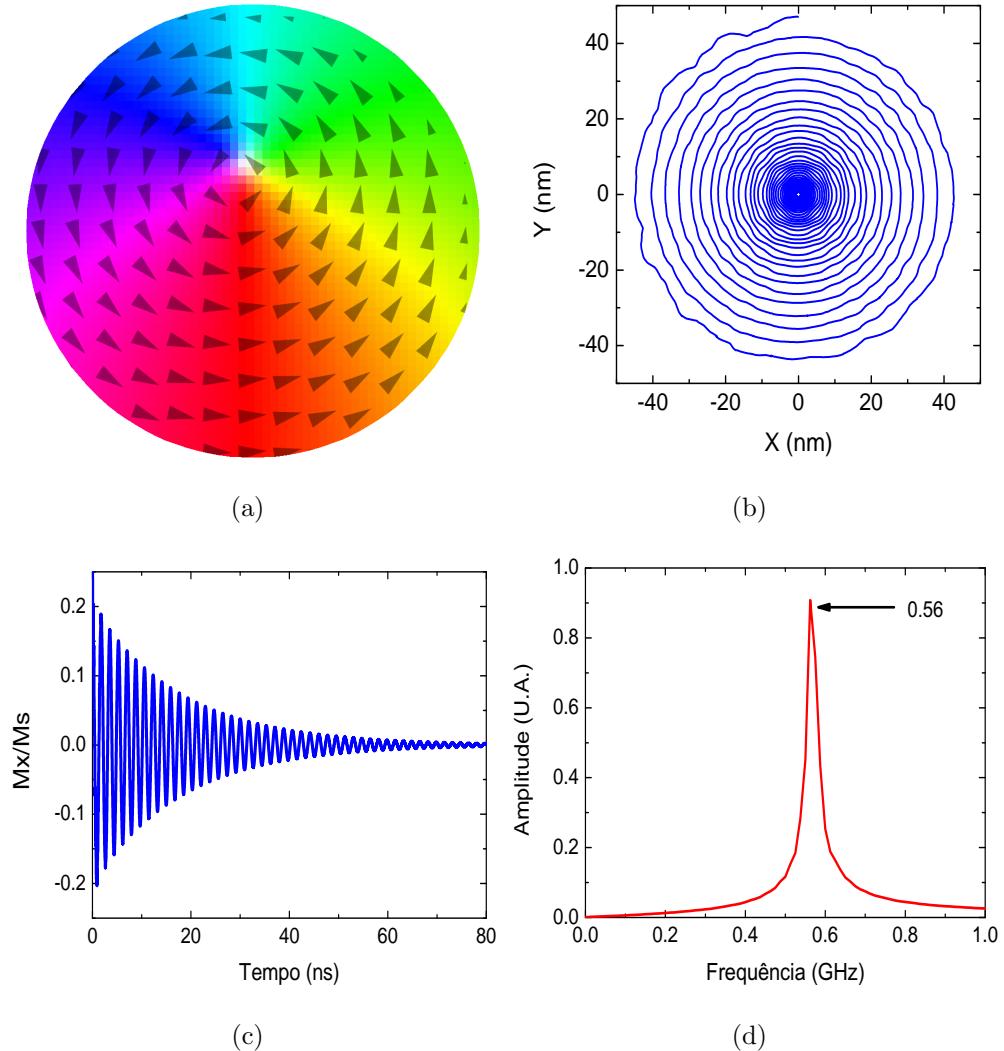


Figura 3.2: (a) O núcleo do vórtice está deslocado da posição de equilíbrio, em (b) trajetória percorrida pelo núcleo durante o movimento girotrópico, (c) evolução temporal da componente  $M_x$  da magnetização e (d) transformada de Fourier, obtida a partir da evolução temporal da componente  $M_x$ , mostrando a frequência girotrópica  $f_0 = 0.56$  GHz.

## 3.2 A equação de Thiele

A dinâmica do vórtice magnético pode ser descrita pela equação de Thiele [91], a qual considera as coordenadas espaciais ( $\mathbf{X} = (x,y)$ ) do núcleo do vórtice como variáveis temporais. A equação de Thiele é dada pela seguinte expressão:

$$\mathbf{G} \times \frac{d\mathbf{X}}{dt} + D \frac{d\mathbf{X}}{dt} - \frac{\partial W(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} = 0 \quad (3.1)$$

O primeiro termo da equação 3.1 é a força girotrópica, o segundo termo é a força de atenuação e o último termo é a força restauradora. O termo  $W(\mathbf{X})$  é a energia potencial do vórtice, a qual é definida como segue [92]:

$$W(\mathbf{X}) = W(0) + \frac{1}{2}\kappa |\mathbf{X}|^2 - \mu[\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{H}] \cdot \mathbf{X} + O(\mathbf{X}^4) \quad (3.2)$$

sendo  $W(0)$  a energia do vórtice em estado de equilíbrio. O segundo termo é a energia potencial harmônica do vórtice magnético, sendo  $\kappa$  a constante de restituição (definida mais adiante). O terceiro termo é a energia de Zeeman, sendo  $\mu = \frac{2}{3}\pi RLM_s C$ , onde  $C$  é a circulação,  $R$  e  $L$  são o raio e a espessura do disco,  $\mathbf{H}$  é o campo magnético aplicado e  $M_s$  a magnetização de saturação.

A força girotrópica depende do girovetor  $\mathbf{G}$ , o qual está definido como  $\mathbf{G} = -pG\hat{\mathbf{z}}$ , sendo  $p$  a polaridade do vórtice, e  $G$  a constante girotrópica:

$$G = \frac{2\pi\mu_0 LM_s}{\gamma_0} \quad (3.3)$$

onde  $\gamma_0 = \mu_0 \cdot \gamma = 2.21 \times 10^5 \text{ m/A.s}$  é a razão giromagnética do elétron.

A força de atenuação depende do termo de atenuação  $D$ :

$$D = -\frac{\alpha\mu_0\pi LM_s}{\gamma} \left\{ 2 + \ln\left(\frac{R}{R_c}\right) \right\} \quad (3.4)$$

onde  $\alpha$  é a constante de atenuação,  $R_c = 0.68L_e(L/l_e)^{1/3}$  é o raio do núcleo do vórtice, sendo  $l_e$  o comprimento de troca.

Na literatura são usados principalmente dois modelos analíticos para o estudo da dinâmica e do potencial de energia do vórtice magnético: o modelo do vórtice rígido (RV) [73] e o modelo dos dois vórtices (TVA) [73, 74]. O modelo do vórtice rígido considera que o perfil do vórtice não é distorcido durante o movimento girotrópico e o modelo dos dois vórtices considera que o núcleo do vórtice não existe, no lugar deste existe outro vórtice imagem fora do original [74]. A matemática por trás destes modelos é bem robusta e não será mostrada nesta tese já que não está dentro dos nossos objetivos. Maiores

detalhes podem ser encontrados nas referências citadas no inicio do parágrafo. Levando em consideração estes modelos, temos duas expressões analíticas para o valor de  $\kappa$ :

$$\kappa = 1.1089\mu_0 M_s^2 \frac{L^2}{R} \quad (3.5)$$

$$\kappa = 2.495\mu_0 M_s^2 \frac{L^2}{R} \quad (3.6)$$

A expressão 3.5 é obtida no modelo dos dois vórtices e a expressão 3.6 é para o modelo do vórtice rígido.

A frequência girotrópica é obtida analiticamente resolvendo a equação de Thiele (equação 3.1) para os casos onde  $\alpha = 0$  e  $\alpha \neq 0$ :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\kappa}{G} \right) \quad (3.7)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\kappa^2}{G^2 + D^2} \right) \quad (3.8)$$

Os valores pequenos de  $\alpha$  quase não têm influênciia no valor da frequência girotrópica [19, 31, 60, 74] portanto, a expressão 3.7 é suficiente para as considerações analíticas.

O modelo dos dois vórtices permite calcular analiticamente as frequências girotrópicas com uma boa aproximação, enquanto que o modelo do vórtice rígido superestima estes valores [74], já que a energia do vórtice aumenta pelo fato de o modelo não levar em conta a distorção do vórtice durante o movimento girotrópico. Na figura 3.3 apresentamos uma comparação entre os valores da frequência girotrópica obtidos analiticamente (TVA e RV) e pela simulação micromagnética.

Os valores analíticos mostrados na figura 3.3 são obtidos usando a expressão 3.7 e considerando as expressões 3.5 e 3.6 para o modelo dos dois vórtices e para o modelo do vórtice rígido, respectivamente.

Resolvendo numericamente a equação de Thiele (equação 3.1) podemos encontrar a trajetória do núcleo do vórtice (ver figura 3.4). Também é possível obter as variações temporais das coordenadas do núcleo do vórtice. Esta equação é a base fundamental para cálculos analíticos envolvendo sistemas de mais de um disco, o que será mostrado no capítulo 5, onde a equação de Thiele é usada para encontrar as frequências em um sistema de dois discos acoplados.

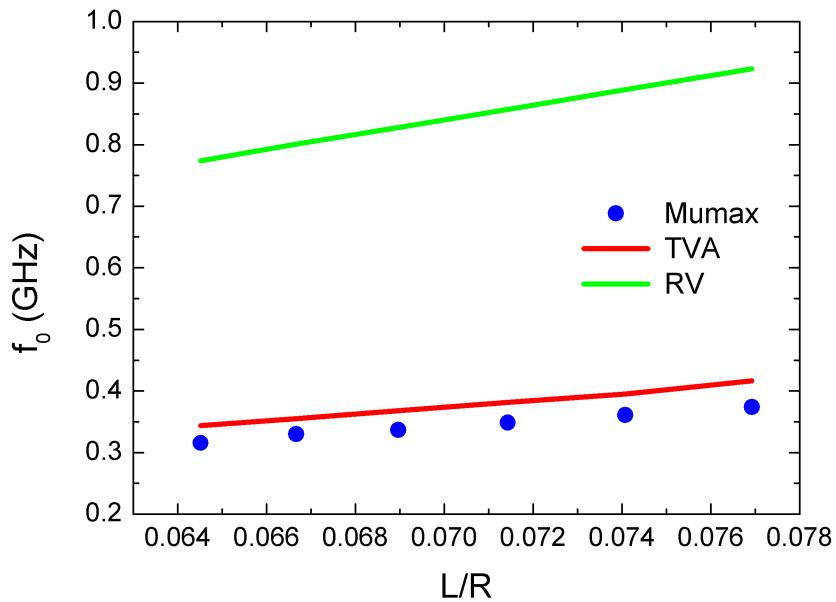


Figura 3.3: Frequência girotrópica em função do raio do disco, neste caso para espessura  $L = 10\text{ nm}$ . Os círculos azuis são os valores da frequência girotrópica obtidos por simulação micromagnética usando o programa Mumax<sup>3</sup>, a linha sólida vermelha representa os valores obtidos usando o modelo dos dois vórtices (TVA) e a linha verde representa os valores obtidos usando o modelo do vórtice rígido (RV).

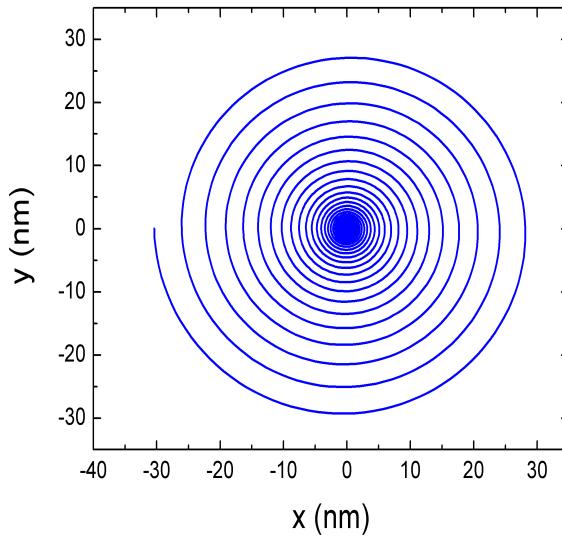


Figura 3.4: Trajetória do núcleo do vórtice obtida resolvendo numericamente a equação de Thiele (equação 3.1).

### 3.3 Controle da frequência girotrópica

Como já foi mencionado anteriormente, existem métodos para controlar o valor da frequência girotrópica. Um desses métodos consiste em aplicar campos magnéticos per-

perpendiculares ( $H_p$ ) ao plano do disco durante o movimento girotrópico. Se o campo é paralelo à polaridade  $p$ , o valor da frequência girotrópica aumenta. Enquanto que se o campo é antiparalelo à polaridade  $p$  então o valor da frequência diminui [62, 87]. Este comportamento pode ser visto na figura 3.5. Nesta figura também podemos ver a comparação entre os valores obtidos analiticamente pela expressão 3.9 e os obtidos pela simulação micromagnética. A expressão analítica é dada pela seguinte expressão [62, 87]:

$$\omega_0(H_p) = \omega_0(0)[1 + p(H_p/H_s)] \quad (3.9)$$

Onde  $H_s$  é o campo de saturação ao longo do eixo perpendicular ao plano do disco.

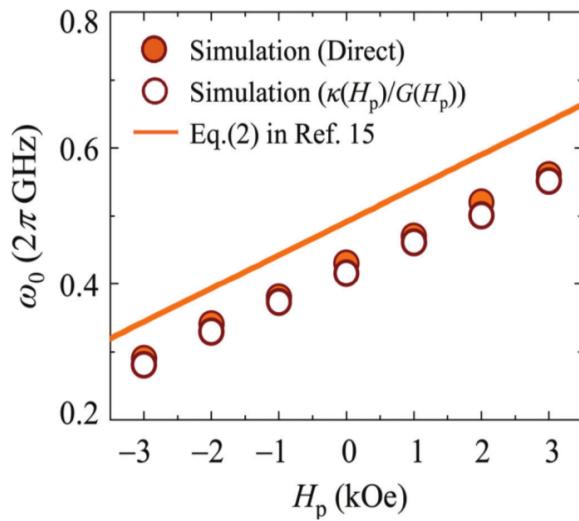


Figura 3.5: Valores da frequência girotrópica em função do campo perpendicular aplicado, para um vórtice magnético [62]. Na legenda da figura aparece menção à Eq.(2) da Ref.15, mas em nosso texto a equação é a 3.9.

O campo magnético perpendicular aplicado ao vórtice faz com que o perfil deste seja modificado [62], e portanto, as expressões 3.3 e 3.5 deixam de ser válidas, já que estas expressões são obtidas considerando um perfil do vórtice sem ser perturbado. As novas expressões para  $G$  e para  $\kappa$  em função do campo aplicado são dadas por:

$$G(H_p) = G(0)[1 - p(H_p/H_s)] \quad (3.10)$$

$$\kappa(H_p) = \kappa(0)[1 - p(H_p/H_s)^2] \quad (3.11)$$

A figura 3.5 mostra também a comparação entre os valores da frequência girotrópica obtidos por simulação micromagnética e os valores obtidos usando as expressões 3.10 e

### 3.11.

Outro método para controlar o valor da frequência girotrópica faz uso da influência da anisotropia uniaxial no plano, como foi mostrado por Roy [71]. A anisotropia uniaxial é induzida pelo efeito de magnetostrição inversa. O material usado neste caso foi galfenol (FeGa), que é um material magnetoresistivo. Roy demonstrou que o efeito da anisotropia uniaxial não afeta o perfil do vórtice, fazendo com que este seja um mecanismo efetivo para o controle da frequência girotrópica. A variação da frequência girotrópica em função da tensão aplicada  $\sigma$  é mostrada na figura 3.6. A queda nos valores da frequência girotrópica é atribuída à competição entre as energias de troca, energia desmagnetizante e a energia de anisotropia [71]. A força induzida pela anisotropia uniaxial puxa para fora do sistema o núcleo do vórtice enquanto que as forças de troca e desmagnetizante puxam o núcleo para o centro do sistema. O resultado desta competição pode ser visto na forma das trajetórias dos núcleos dos vórtices (figura 3.6) que ficam cada vez mais elípticas ao aumentar o valor da anisotropia.

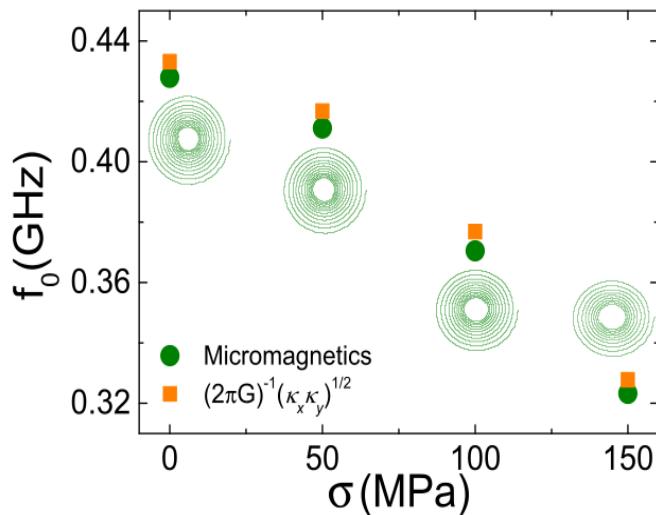


Figura 3.6: Valores da frequência girotrópica em função da tensão aplicado a um disco de espessura  $L = 7$  nm e raio  $R = 128$  nm e formas das trajetórias do núcleo do vórtice [71].

Também é possível controlar a frequência girotrópica usando a anisotropia uniaxial perpendicular ao plano, como já foi demonstrado por vários autores [1, 93]. A anisotropia neste caso é induzida variando a espessura do substrato onde se encontra a nano-estrutura. A desvantagem de usar este método é que não é possível controlar a frequência girotrópica em tempo real, e a variação nos valores da frequência é só de aproximadamente 3% antes de o vórtice ser aniquilado.

Outro método encontrado na literatura para controlar a frequência girotrópica é aplicar corrente polarizada de spin perpendicularmente ao plano da nanoestrutura [40–42, 94–96].

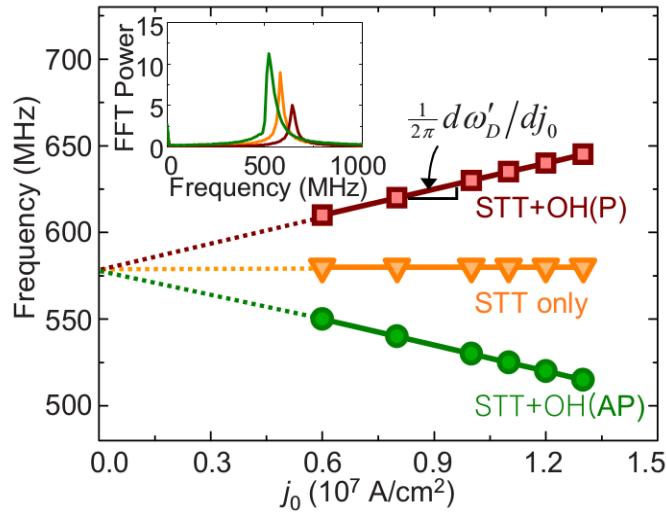


Figura 3.7: Valores da frequência girotrópica em função da densidade de corrente  $j_0$  aplicada perpendicularmente ao plano do vórtice [89].

Na figura 3.7 podemos ver a variação da frequência girotrópica em função da densidade de corrente  $j_0$ . Quando apenas o termo de torque é considerado, os valores da frequência não mudam, mas quando o campo de Oersted produzido pela corrente também é levado em consideração, os valores da frequência aumentam ou diminuem dependendo se o campo de Oersted é paralelo ou antiparalelo à circulação do vórtice. Quando o campo de Oersted é paralelo à circulação, os valores da frequência girotrópica aumentam, mas quando o campo de Oersted é antiparalelo à circulação, os valores diminuem [94, 95]. A explicação para isto é que o campo de Oersted modifica o perfil de energia do vórtice fazendo com que a constante de restituição  $\kappa$  mude de valor, e também a frequência girotrópica [94, 95].

### 3.4 Sistema de dois discos acoplados

Quando dois discos que apresentam configuração de vórtice magnético estão próximos, aparece uma energia de interação magnética entre eles. Devido a esta energia de interação aparece um desdobramento de frequências em cada disco [97]. Este efeito pode ser visto na figura 3.8, cada disco apresenta duas frequências, em contraste com o caso de um disco isolado onde está presente uma única frequência girotrópica.

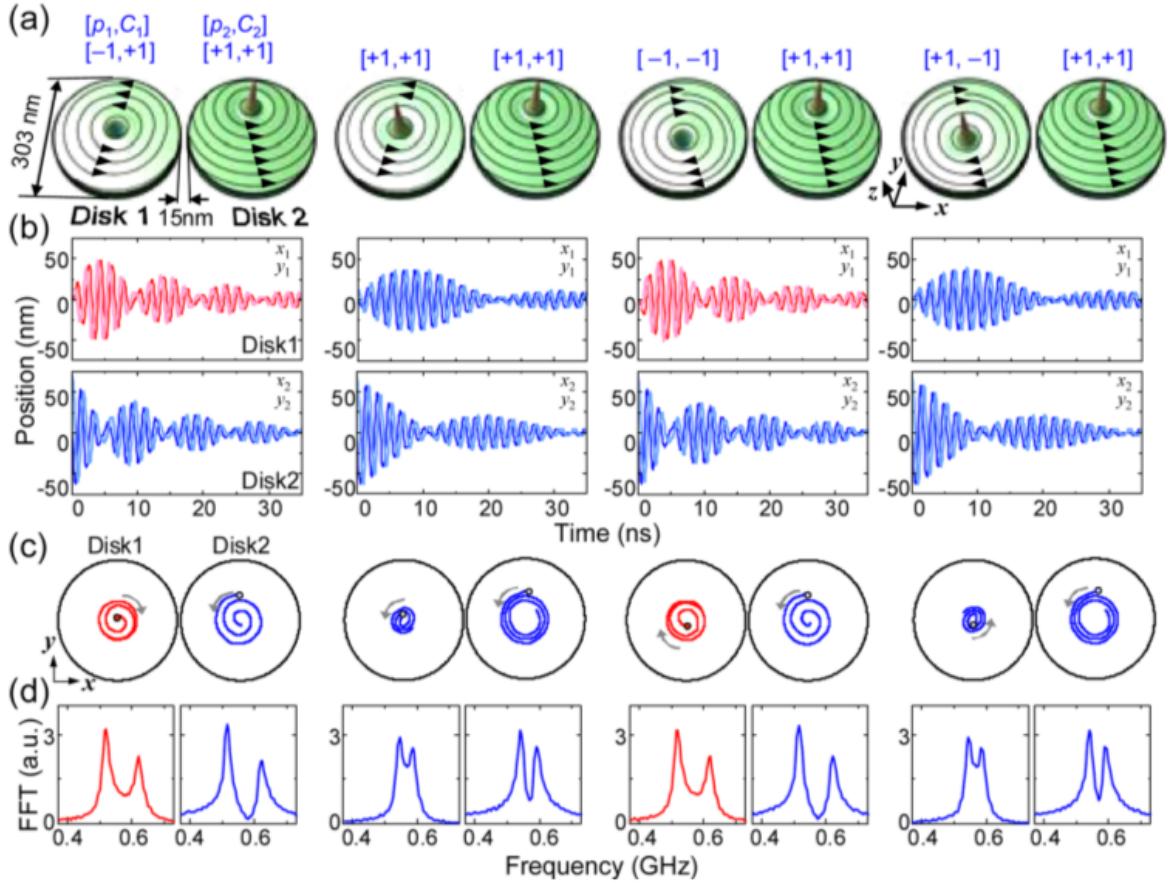


Figura 3.8: Desdobramento de frequências em um sistema de dois discos acoplados e para várias combinações de circulação e polaridades [97]. Em (a) representação do sistema de dois discos, em (b) variações temporais das coordenadas de cada disco, (c) as trajetórias dos núcleos dos vórtices e em (d) a transformada de Fourier obtidas a partir das variações temporais das coordenadas [97].

Na figura 3.8 podemos ver que o desdobramento (ou splitting) é maior nos casos onde o produto das polaridades  $p = p_1.p_2 = -1$  que nos casos nos quais  $p = +1$ . Isto é devido a que a interação magnética entre os discos é maior quando se tem polaridades antiparalelas. Por outra parte podemos ver que mudar o sentido da circulação não tem efeito no desdobramento de frequências, o que indica que a circulação não tem influência na interação magnética entre os discos [97].

Um modelo analítico foi desenvolvido por Sukhostavets *et al.* [98] para encontrar a energia de interação magnética e expressões para o desdobramento de frequências para um sistema de dois discos iguais acoplados. O sistema é mostrado na figura 3.9, cada disco tem associado um sistema de referência, tal que  $\mathbf{X}_1 = (x_1, y_1)$  é a coordenada do núcleo do

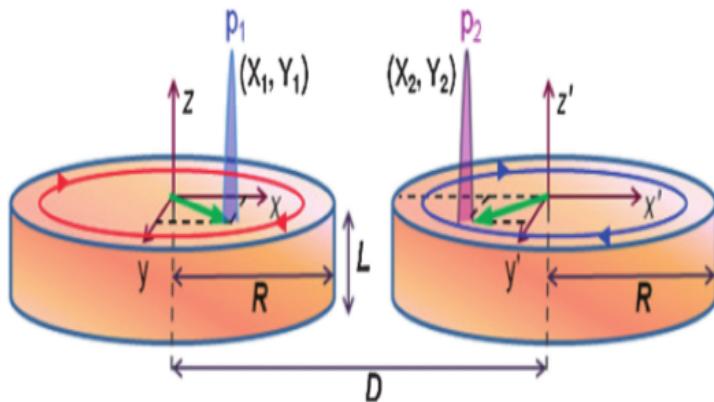


Figura 3.9: Sistema acoplado de dois discos iguais separados por uma distância  $D$  centro a centro [98].

vórtice no disco 1 (esquerda) e  $\mathbf{X}_2 = (x_2, y_2)$  é a coordenada do núcleo do vórtice no disco 2 (direita). O deslocamento do núcleo do vórtice da posição de equilíbrio leva à aparição de cargas magnéticas na superfície dos discos, e estas cargas são responsáveis pela interação magnética [98]. A energia de interação magnética é dada pela expressão [98]:

$$W_{int} = C_1 C_2 (\eta_x x_1 x_2 + \eta_y y_1 y_2) \quad (3.12)$$

onde  $\eta_x$  e  $\eta_y$  são as interações ao longo do eixo x e do eixo y, respectivamente.  $C_1$  e  $C_2$  representam a circulação do disco 1 e do disco 2, respectivamente. As grandezas  $\eta_x$  e  $\eta_y$  são conhecidas como integrais de acoplamento e são dadas pelas expressões [98]:

$$\eta_{x,y} = RM_s^2 I_{x,y}/2 \quad (3.13)$$

Onde:

$$I_x(d, \beta) = \int d\phi d\phi' \sin \phi \sin \phi' F(\phi, \phi', d, \beta) \quad (3.14)$$

$$I_x(d, \beta) = \int d\phi d\phi' \cos \phi \cos \phi' F(\phi, \phi', d, \beta) \quad (3.15)$$

sendo  $F(\phi, \phi', d, \beta)$  uma função que depende das dimensões dos discos e da distância de separação entre os discos. Os ângulos  $\phi$  e  $\phi'$  variam de 0 até  $2\pi$  na integração para encontrar os valores de  $I_x$  e  $I_y$  [98].

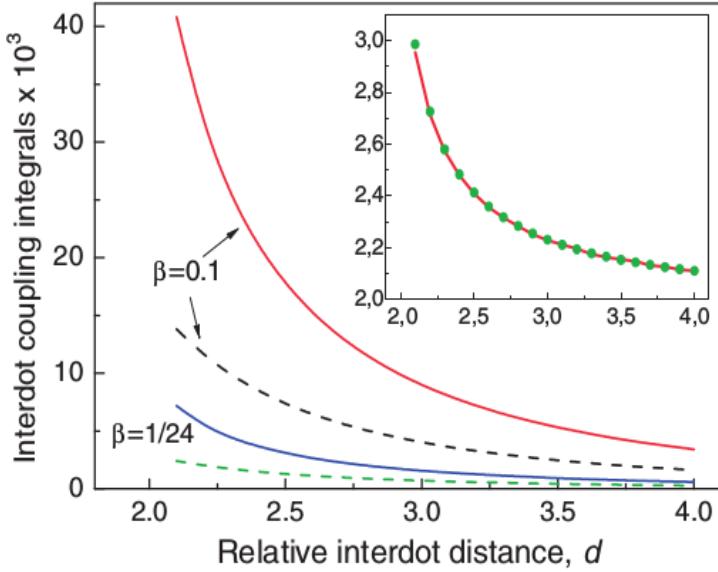


Figura 3.10: Integrais de acoplamento  $I_x$  e  $\|I_y\|$  para vários valores de  $\beta = L/R$  em função da distância relativa  $d = D/R$ . As linhas sólidas representam  $\|I_y\|$  e as linhas pontilhadas representam os valores de  $\|I_y\|$ . Na figura inserida está o gráfico de  $\|I_y\|/\|I_y\|$  [98].

Na figura 3.10 podemos ver a variação das integrais de acoplamento  $I_x$  e  $I_y$  em função da distância de separação entre os discos. Como esperado, quanto maior a distância de separação entre os discos, menores são as interações. Sukhostavets *et al.* encontram uma relação simples entre as integrais de acoplamento e a distância de separação entre os discos, da forma  $I_x \propto 1/d^{3.2}$  e  $I_y \propto 1/d^{3.6}$  para  $d < 5$ . Em outro artigo, um tratamento teórico mais complexo foi desenvolvido por Sukhostavets *et al.* para melhorar o entendimento das interações magnéticas. Deste modo, as interações magnéticas têm que ser entendidas como a soma de várias contribuições, tais como a interação dipolo-dipolo, dipolo-octupolo, octupolo-octupolo, etc [99]. Isto significa, para as integrais de acoplamento:

$$I_x = A_1 D^{-3} + A_2 D^{-5} + A_3 D^{-7} + A_4 D^{-9} \quad (3.16)$$

$$I_y = A_5 D^{-3} + A_6 D^{-5} + A_7 D^{-7} + A_8 D^{-9} \quad (3.17)$$

O primeiro termo representa a interação puramente dipolar, o segundo termo é a interação dipolo-octupolo, o terceiro termo é a interação octupolo-octupolo e o quarto termo é a interação dipolo-triacontadipolo.  $A_1, \dots, A_5$  são coeficientes. A importância de cada termo pode ser vista na figura 3.11.

Os termos de alta ordem são de importância para distâncias de separação pequenas.

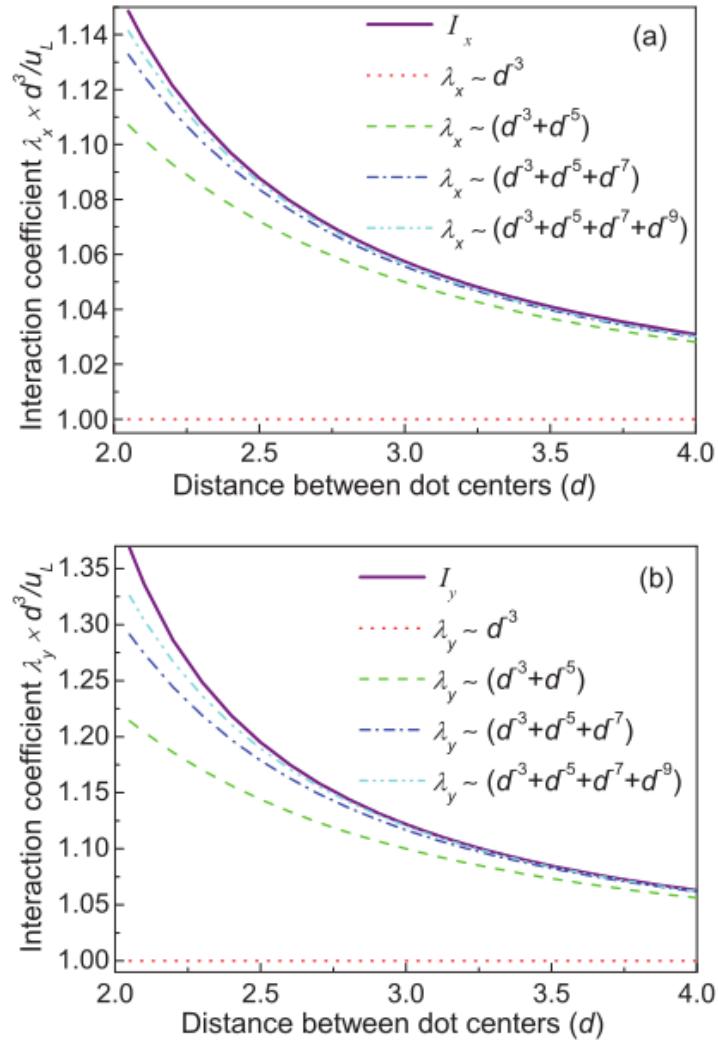


Figura 3.11: Integrais de acoplamento em função da distância relativa  $d = D/R$ . A linha sólida representa as interações  $I_x$  e  $I_y$  obtidas resolvendo as expressões 3.14 e 3.15. As linhas pontilhadas representam as interações considerando diferentes termos de interação [99].

Quanto mais termos forem considerados, melhor é a aproximação que se obtém com respeito às integrais de acoplamento.

O desdobramento de freqüências está relacionado com a interação magnética, quanto maior é a interação, maior é o desdobramento [98, 100–106].

### 3.5 Transferência de energia em um sistema de dois discos acoplados

Como foi visto na seção anterior, dois discos magnéticos acoplados interagem magneticamente, portanto é esperado que exista uma troca de energia entre um e outro. Isto foi demonstrado experimentalmente e por simulação micromagnética por Jung *et al.* [59]. O sistema usado foi um par de discos iguais separados por uma certa distância. Com o objetivo de induzir a dinâmica do sistema, o núcleo do vórtice magnético de um único disco foi deslocado da posição de equilíbrio pela aplicação de um campo magnético. Após o campo ser desligado, o movimento girotrópico se inicia neste disco, e este movimento transfere energia para o outro disco que inicialmente estava em repouso, iniciando assim o movimento girotrópico no segundo disco.

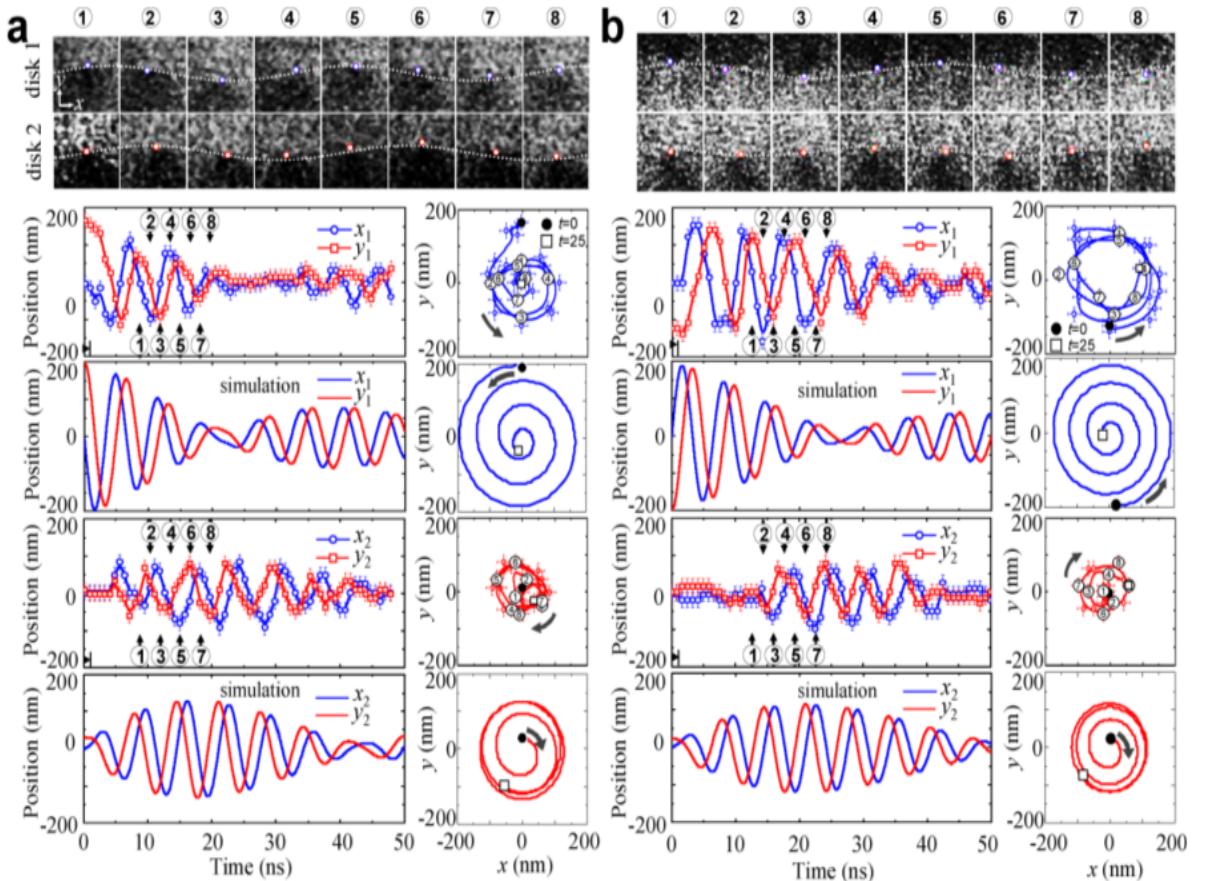


Figura 3.12: Coordenadas dos núcleos dos vórtices magnéticos dos discos (1a) e (2b). Dados obtidos por simulação micromagnética e experimentalmente [59].

As trajetórias dos dois núcleos são mostradas na figura 3.12. Podemos ver que, enquanto

o núcleo do vórtice no disco 1 inicia o deslocamento para o centro, o núcleo do disco 2 sai da posição de equilíbrio devido à transferência de energia por parte do disco 1. Na mesma figura podemos ver também as dependências temporais das coordenadas do vetor posição dos núcleos dos vórtices. Os máximos das coordenadas do disco 1 coincidem com os mínimos das coordenadas do disco 2. Esta situação descreve o estado no qual toda a energia está com o disco 1 e nenhuma com o disco 2. Quando a posição se inverte, é atingida a situação na qual toda a energia está com o disco 2, e nenhuma com o disco 1. Esta troca de energia de um disco para o outro se repetirá até que os dois núcleos alcancem o estado estático, no qual os dois núcleos estejam na posição de equilíbrio e não se movimentem mais.

A troca de energia de um disco para o outro é caracterizada pela variável  $\tau$  que mede o tempo em que o disco 1 transfere toda sua energia para o disco 2 em um ciclo. Isto acontece, quando o núcleo do disco 1 alcança a posição de equilíbrio pela primeira vez.

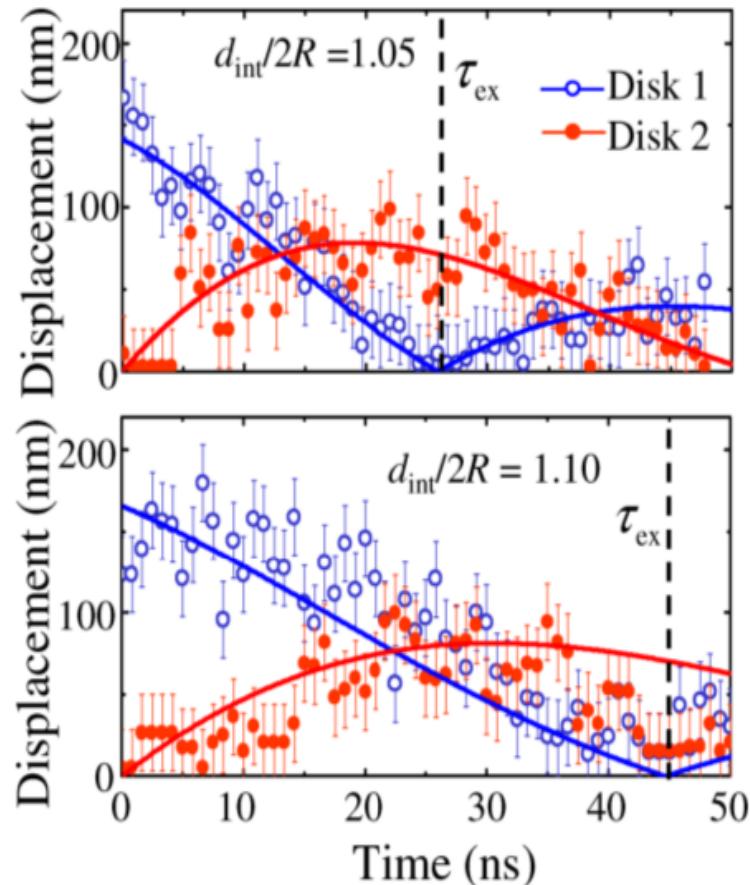


Figura 3.13: Módulo do vetor posição do núcleo do vórtice magnético em cada disco, em um par de discos em interação. Dados obtidos por simulação micromagnética e experimentalmente [59].

O valor de  $\tau$  é obtido a partir da dependência temporal do módulo do vetor posição do núcleo do vórtice, como pode ser visto na figura 3.13, para duas distâncias de separação entre os discos. Como é esperado, o valor de  $\tau$  aumenta com a distância de separação entre os discos.

# Capítulo 4

## Acoplamento entre discos magnéticos de raios diferentes

### 4.1 Energia de interação magnetostática

A interação magnetostática entre os discos é devido à aparição de cargas magnéticas nas superfícies de ambos discos, induzidas pelo deslocamento dos núcleos dos vórtices. Estas cargas magnéticas são fictícias e podem ser expressadas como  $\sigma(\mathbf{r}) = M_s \mathbf{n} \cdot \mathbf{m}(\mathbf{r})$ , sendo  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_s$  o vetor unitário da magnetização e  $\mathbf{n}$  o vetor normal à superfície do disco [88, 98]. O desenvolvimento matemático para encontrar a energia de interação magnetostática foi feito levando em conta o modelo do vórtice rígido, o qual considera só cargas magnéticas nas superfícies (não há contribuição volumétrica) [73, 74].

No estudo de sistemas de discos acoplados resulta muito interessante devido às suas possíveis aplicações como dispositivos de armazenamento magnético de dados [30, 31]. Eles podem estar em uma matriz, muito próximos uns de outros, o que levaria à interação magnetostática, mas ainda a fabricação de uma matriz de nanodiscos por técnicas de litografia faz com que estes não apresentem exatamente as mesmas dimensões (podem ter diferentes raios ou espessuras). Por isso, nosso estudo levará em conta estes detalhes de os discos apresentarem dimensões distintas, diferentemente de outros estudos que consideram pares de discos com as mesmas dimensões [60, 76, 98].

Nosso sistema de estudo consiste em dois discos, com raios  $R_1$  e  $R_2$ , mas com a mesma espessura  $L$ , separados uma distância  $d$  de centro a centro, como é mostrado na figura 4.1.

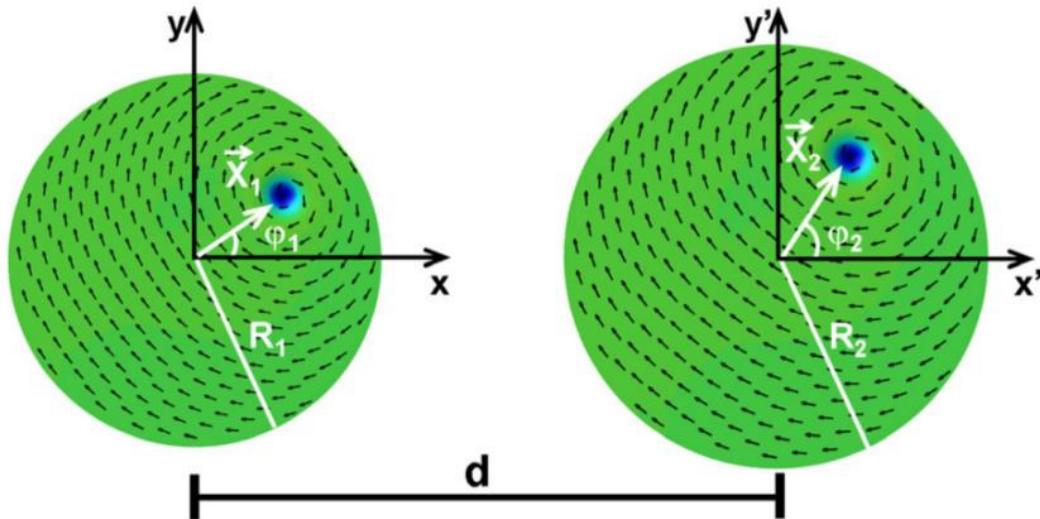


Figura 4.1: Representação dos dois discos magnéticos com vórtices no plano xy, com raios  $R_1$  e  $R_2$ , separados por uma distância  $d$ .

Cada núcleo do vórtice tem coordenadas  $\mathbf{X}_i = (x_i, y_i)$  medidas em um sistema de referência localizado no centro de cada disco. A energia de interação é dada pela seguinte expressão:

$$W_{int}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = \frac{\mu_0}{8\pi} \int ds_1 \int ds_2 \frac{\sigma_1 \sigma_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \quad (4.1)$$

As cargas magnéticas  $\sigma_i (i = 1, 2)$  neste caso são definidas pela seguinte expressão [98]:

$$\sigma_i = \frac{C_i M_s (\mathbf{n}_i \times \mathbf{X}_i) \cdot \hat{\mathbf{z}}}{|\boldsymbol{\rho}_i - \mathbf{X}_i|} \quad (4.2)$$

$C_i$  e  $\boldsymbol{\rho}_i$  são a circulação e as coordenadas polares em cada disco e  $n_i$  é o vetor normal à superfície de cada disco:

$$\mathbf{n}_i = (\cos \varphi_i, \sin \varphi_i) \quad (4.3)$$

Substituindo 4.3 em 4.2 obtemos:

$$\sigma_1 = \frac{-C_1 M_s (x_1 \sin \varphi - y_1 \cos \varphi)}{\sqrt{R_1^2 + |\mathbf{X}_1|^2 - 2R_1(x_1 \cos \varphi_1 + y_1 \sin \varphi_1)}} \quad (4.4)$$

$$\sigma_2 = \frac{-C_1 M_s (x_2 \sin \varphi - y_2 \cos \varphi)}{\sqrt{R_2^2 + |\mathbf{X}_2|^2 - 2R_2(x_2 \cos \varphi_2 + y_2 \sin \varphi_2)}} \quad (4.5)$$

Levando em conta que o deslocamento do núcleo do vórtice é muito menor que o raio do disco, fazemos a aproximação:

$$\frac{|\mathbf{X}_i|}{R_i} \approx 0$$

de modo que os denominadores das equações 4.4 e 4.5 ficam:

$$\begin{aligned} & \sqrt{R_i^2 + |\mathbf{X}_i|^2 - 2R_i(x_i \cos \varphi_i + y_i \sin \varphi_i)} \\ &= \sqrt{R_i^2(1 + |\mathbf{X}_i|^2/R_i^2 - 2(x_i \cos \varphi_i + y_i \sin \varphi_i)/R_i)} \approx R_i \end{aligned} \quad (4.6)$$

Levando em conta 4.4, 4.5 e 4.6, temos:

$$\sigma_1 \sigma_2 = \frac{C_1 C_2 M_s^2 (x_1 x_2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + y_1 y_2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2)}{R_1 R_2} \quad (4.7)$$

Na expressão 4.7 não foram considerados os produtos cruzados das coordenadas  $x_1 y_2$  e  $x_2 y_1$ .

As coordenadas polares em cada disco são  $\boldsymbol{\rho}_i = (\rho_i, \varphi_i)$  e a integração da expressão 4.1 é feita sobre as duas superfícies dos discos  $S_1$  e  $S_2$ ,  $dS_1 = R_1 dZ_1 d\varphi_1$ ,  $dS_2 = R_2 dZ_2 d\varphi_2$ .

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} \quad \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}' \quad (4.8)$$

Onde

$$\mathbf{r} = (\rho, z), \quad \mathbf{r}' = (\rho', z), \quad \boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_1, \quad \rho' = \rho_2 \quad (4.9)$$

Levando em conta 4.8 e 4.9, temos:

$$\mathbf{r}_1 = R_1 \cos \varphi_1 \hat{\mathbf{x}} + R_1 \sin \varphi_1 \hat{\mathbf{y}} + z_1 \hat{\mathbf{z}} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{r}_2 = (R_2 \cos \varphi_2 + d) \hat{\mathbf{x}} + R_2 \sin \varphi_2 \hat{\mathbf{y}} + z_2 \hat{\mathbf{z}} \quad (4.11)$$

E a diferença vetorial  $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ :

$$\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 = (R_1 \cos \varphi_1 - R_2 \cos \varphi_2 - d)\hat{\mathbf{x}} + (R_1 \sin \varphi_1 - R_2 \sin \varphi_2)\hat{\mathbf{y}} + (z_1 - z_2)\hat{\mathbf{z}}$$

$$|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2 = R_1^2 \cos^2 \varphi_1 + R_2^2 \cos^2 \varphi_2 + d^2 - 2R_1 R_2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - 2R_1 d \cos \varphi_1 +$$

$$2R_2 d \cos \varphi_2 + R_1^2 \sin^2 \varphi_1 + R_2^2 \sin^2 \varphi_2 - 2R_1 R_2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + (z_1 - z_2)^2$$

$$|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2 = R_1^2 + R_2^2 + d^2 - 2R_1 R_2 (\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2) + 2d(R_2 \cos \varphi_2 - R_1 \cos \varphi_1) + (z_1 - z_2)^2$$

$$|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| = \{R_1^2 + R_2^2 + d^2 - 2R_1 R_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + 2d(R_2 \cos \varphi_2 - R_1 \cos \varphi_1) + (z_1 - z_2)^2\}^{1/2}$$

Uma vez obtida a diferença vetorial e 4.7, podemos encontrar a expressão para a energia magnetostática 4.1:

$$W_{int}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = C_1 C_2 (\eta_x x_1 x_2 + \eta_y y_1 y_2) + \mathcal{O}(|X_i|^3) \quad (4.12)$$

Onde:

$$\eta_{x,y} = \frac{\mu_0 M_s^2 \bar{R}}{8\pi} I_{x,y} \quad (4.13)$$

$$I_x = \int T \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 d\varphi_1 d\varphi_2 d\bar{z}_1 d\bar{z}_2 \quad (4.14)$$

$$I_y = \int T \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 d\varphi_1 d\varphi_2 d\bar{z}_1 d\bar{z}_2 \quad (4.15)$$

Com:

$$T = [g_1^2 + g_2^2 + \bar{d}^2 - 2g_1 g_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + 2\bar{d}(g_2 \cos \varphi_2 - g_1 \cos \varphi_1) + (\bar{z}_1 - \bar{z}_2)^2]^{-1/2}$$

Aqui consideramos as variáveis  $g_i = R_i/\bar{R}$ ,  $\bar{z}_i = z_i/\bar{R}$ ,  $\bar{d} = d/\bar{R}$  com  $\bar{R} = (R_1 + R_2)/2$  para  $i = 1, 2$ . A expressão 4.12 é a energia magnetostática e as expressões 4.14 e 4.15 são as integrais de acoplamento no eixo x e no eixo y entre os dois discos e podem ser resolvidas numericamente. A integração de  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  vai de 0 até  $2\pi$  e de 0 até  $L/\bar{R}$  para  $z_1$  e  $z_2$ .

#### 4.1.1 Dependência das integrais de acoplamento com a distância de separação entre os discos

Para estudar a dependência das integrais de acoplamento com a distância de separação entre os discos, consideramos um sistema de dois discos acoplados (figura 4.1). O disco da esquerda tem um raio  $R_1 = 150$  nm e o disco da direita tem um raio  $R_2 = 170$  nm, ambos com espessura  $L = 20$  nm. A dependência das integrais de acoplamento ( $I_x$  e  $\|I_y\|$ ) com a distância de separação entre os discos é mostrada na figura 4.2. Estes valores foram obtidos resolvendo numericamente (envolvem uma integral quádrupla) as expressões 4.14 e 4.15.

As integrais de acoplamento dependem unicamente das dimensões do disco e da distância de separação entre eles. Os valores das integrais de acoplamento são menores com o aumento da distância de separação entre os discos. A dependência das integrais de acoplamento com a distância de separação entre os discos pode ser ajustada a um termo simples da forma  $\bar{d}^{-n}$ , onde  $\bar{d}$  é distância reduzida definida como  $\bar{d} = d/\bar{R}$ , obtendo um valor de  $n = 3.41 \pm 0.02$  e  $n = 4.08 \pm 0.07$  para  $I_x$  e  $\|I_y\|$ , respectivamente. Estes valores são aproximados aos encontrados por Sukhostavets *et al.* [98] e Garcia *et al.* [107] para parâmetros similares. A qualidade do ajuste para uma faixa de distâncias de separação entre os discos no intervalo  $340$  nm  $< d < 500$  nm pode ser vista na figura 4.2.

Quando se faz o ajuste para distâncias menores de separação, no intervalo  $340$  nm  $< d < 370$  nm obtemos valores de  $n = 3.70 \pm 0.02$  e  $n = 5.05 \pm 0.09$  para  $I_x$  e  $\|I_y\|$ , respectivamente. Este aumento nos valores de  $n$  dá um indicativo da existência de termos de alta ordem de interação magnética. Quanto menor a distância de separação a interação aumenta e os termos de interação de alta ordem como dipolo-octupolo, octupolo-octupolo têm uma alta contribuição, aumentando o valor de “ $n$ ” como foi encontrado por Sukhostavets *et al.* [98]. Em um artigo posterior, Sukhostavets *et al.* [99] encontram que a dependência das integrais de acoplamento  $I_x$  e  $\|I_y\|$  para um sistema de dois discos aco-

plados iguais pode ser descrita como uma expressão multipolar com termos ímpares da distância  $\bar{d}$ :

$$I_{x,y} = A\bar{d}^{-3} + B\bar{d}^{-5} + C\bar{d}^{-7} + D\bar{d}^{-9} \quad (4.16)$$

onde os termos da forma  $\bar{d}^{-n}$ , com  $n = 3, 5, 7$  e  $9$  são as interações dipolo-dipolo, dipolo-octupolo, octupolo-octupolo e dipolo-triacontadipolo, respectivamente. Portanto, não há mais razão para seguir ajustando a dependência das integrais de acoplamento com um termo simples da forma  $\bar{d}^{-n}$ . Levando em consideração esta contribuição física feita por Sukhostavets *et al.*, foi feito um ajuste com uma expressão polinomial da forma da expressão 4.16. Um bom ajuste pode ser encontrado usando todos os termos, como pode ser visto na figura 4.3 (linha vermelha). Para este caso temos os valores de  $A = 156.0 \pm 0.3$ ,  $B = 99 \pm 3$ ,  $C \approx 0$ ,  $D = (1.74 \pm 0.03) \times 10^3$  para  $I_x$  e  $A = 320 \pm 1$ ,  $B = 286 \pm 10$ ,  $C \approx 0$ ,  $D = (1.6 \pm 0.3) \times 10^3$  para  $\|I_y\|$ .

A relevância de cada termo da equação 4.16 pode ser vista desenhando as curvas usando os coeficientes obtidos do melhor ajuste (figura 4.3), mas considerando só as interações dipolo-dipolo (linha azul) e dipolo-octupolo (linha verde), vemos que estas curvas não descrevem muito bem os valores originais de  $I_x$  e  $\|I_y\|$ . Os termos de alta ordem têm mais importância quando a distância de separação entre os discos é menor. Embora os discos sejam de diferentes dimensões, o comportamento das interações magnéticas entre eles segue o mesmo comportamento que no caso dos discos serem iguais. Para distâncias menores de separação a relação entre as integrais de acoplamento  $I_x/\|I_y\|$  é quase 0.25. Para uma distância de separação limite ou umbral, estas interações caem para zero, o que significa que os discos não interagem mais entre eles. Esta distância umbral, dependendo das dimensões dos discos corresponde a uma distância de separação centro a centro entre os discos de aproximadamente 700 nm. Este valor tão alto é devido a que interações magnéticas de ordem mais baixa, que são de longo alcance (interação dipolar), estão presentes.

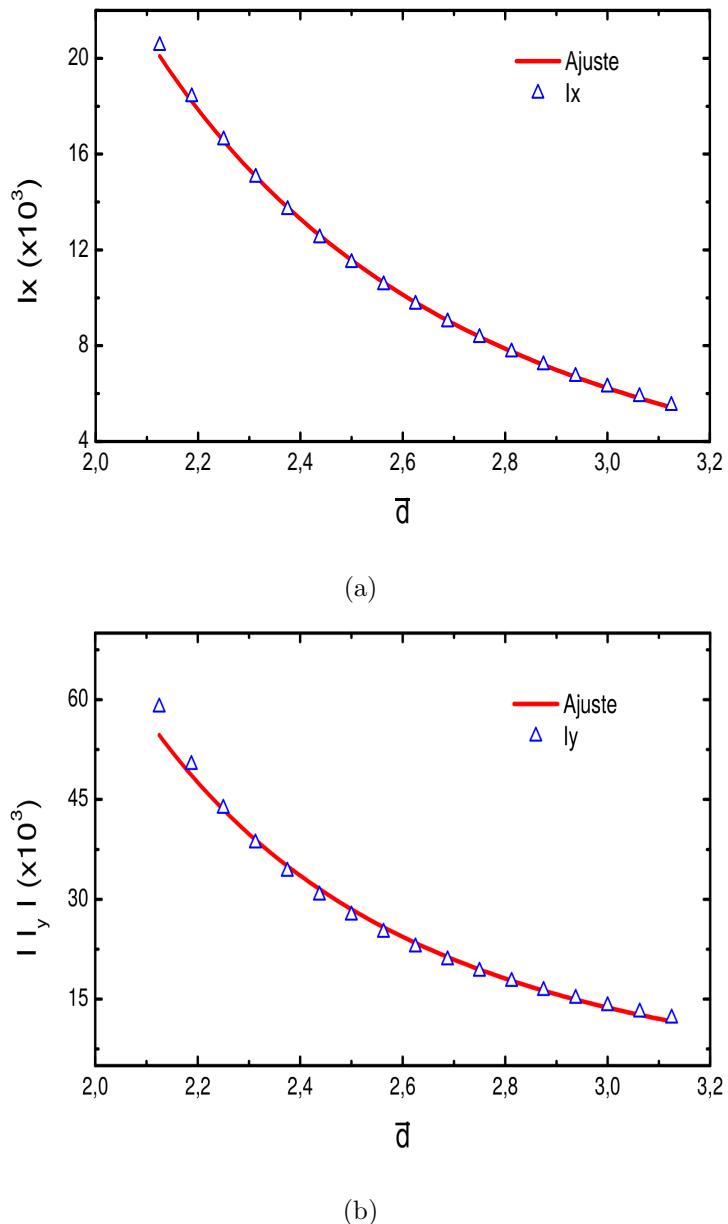


Figura 4.2: Variação de  $I_x$  e  $I_y$  com a distância reduzida  $\bar{d}$  para um par de discos com raios  $R_1 = 150\text{ nm}$  e  $R_2 = 170\text{ nm}$ , desde  $340\text{ nm}$  até  $500\text{ nm}$ . Estes valores foram obtidos resolvendo numericamente as expressões 4.14 e 4.15. O ajuste foi obtido com a expressão  $I_{x,y} \approx \bar{d}^{-n}$ , para valores de  $n = 3.41$  para  $I_x$  e  $n = 4.08$  para  $I_y$ .

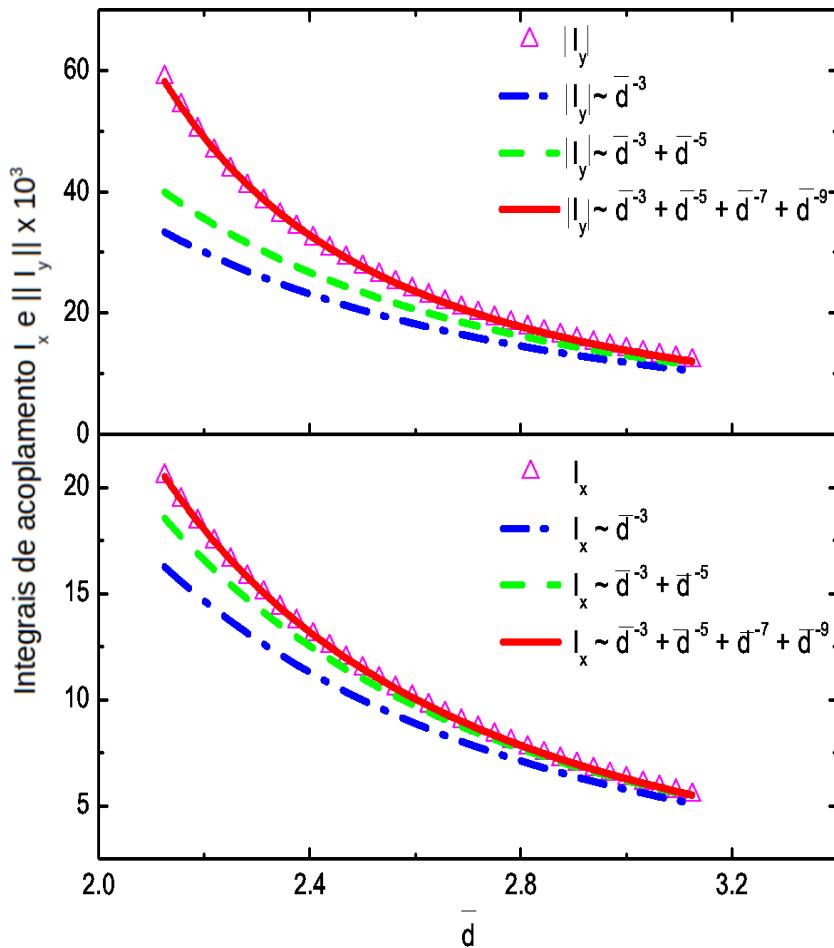


Figura 4.3: Integrais  $I_x$  e  $\|I_y\|$  com a distância  $\bar{d}$  para um par de discos com raios  $R_1 = 150$  nm e  $R_2 = 170$  nm e espessura  $L = 20$  nm. Estes valores foram obtidos resolvendo numericamente as expressões 4.14 e 4.15. A linha vermelha é o melhor ajuste para uma expansão multipolar considerando termos até  $n = 9$ , a linha verde representa a expansão multipolar só considerando as contribuições dipolo-dipolo e dipolo-octupolo; a linha azul só considera a contribuição dipolo-dipolo.

## 4.2 Expressões analíticas para as frequências do sistema de dois discos magnéticos acoplados

As frequências de acoplamento devido à interação magnética entre os discos, podem ser encontradas analiticamente a partir dos valores próprios da matriz das equações de movimento do sistema de dois discos acoplados. O sistema de equações de Thiele acopladas, está definido por:

$$\mathbf{G}_i \times \frac{d\mathbf{X}_i}{dt} - \frac{\partial W(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)}{\mathbf{X}_i} = 0, \quad D = 0 \quad (4.17)$$

Com:

$$W(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = W_1(\mathbf{X}_1) + W_2(\mathbf{X}_2) + W_{int}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)$$

Os termos  $W_1(\mathbf{X}_1)$  e  $W_2(\mathbf{X}_2)$  são as energias de cada disco isolado e  $W_{int}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)$  é a energia de interação magnetostática dada pela expressão 4.12:

$$W_i(\mathbf{X}_i) = W_i(0) + \frac{1}{2}\kappa\mathbf{X}_i^2$$

Desconsideramos a energia de Zeeman, já que o que queremos é encontrar as frequências durante o tempo de relaxação (tempo longo depois de desligado o campo magnético externo). A solução da equação diferencial 4.17 é da forma:

$$\mathbf{X}_i(t) = \mathbf{X}_i(\omega) \exp(i\omega t) \quad (4.18)$$

onde  $\omega$  é a frequência do sistema, inserindo 4.18 em 4.17 e resolvendo para  $i = 1, 2$ , temos um sistema de 4 equações acopladas:

$$\begin{aligned} -\omega_1 p_1 y_1 - C_1 C_2 p_1 \frac{\eta_y}{G} y_2 &= i\omega x_1 \\ \omega_1 p_1 x_1 + C_1 C_2 p_1 \frac{\eta_x}{G} x_2 &= i\omega y_1 \\ -\omega_2 p_2 y_2 - C_1 C_2 p_2 \frac{\eta_y}{G} y_1 &= i\omega x_2 \\ \omega_2 p_2 x_2 + C_1 C_2 p_2 \frac{\eta_x}{G} x_1 &= i\omega y_2 \end{aligned} \quad (4.19)$$

Considerando as novas variáveis,

$$\begin{aligned} a &= C_1 C_2 \frac{\eta_x}{G \omega_1} & b &= C_1 C_2 \frac{\eta_y}{G \omega_1} \\ c &= C_1 C_2 \frac{\eta_x}{G \omega_2} & d &= C_1 C_2 \frac{\eta_y}{G \omega_2} \end{aligned}$$

e  $\omega_1$  e  $\omega_2$  as frequências de cada disco isolado, o sistema de equações 4.19 agora pode ser expressado como:

$$\begin{aligned} -\omega_1 p_1 y_1 - b\omega_1 p_1 y_2 &= i\omega x_1 \\ \omega_1 p_1 x_1 + a\omega_1 p_1 x_2 &= i\omega y_1 \\ -\omega_2 p_2 y_2 - d\omega_2 p_2 y_1 &= i\omega x_2 \\ \omega_2 p_2 x_2 + c\omega_2 p_2 x_1 &= i\omega y_2 \end{aligned} \quad (4.20)$$

O sistema de equações 4.20 é expressado como uma equação matricial:

$$\begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 p_1 & 0 & -b\omega_1 p_1 \\ \omega_1 p_1 & 0 & a\omega_1 p_1 & 0 \\ 0 & -d\omega_2 p_2 & 0 & -\omega_2 p_2 \\ c\omega_2 p_2 & 0 & \omega_2 p_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = i\omega \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

A matriz  $4 \times 4$  tem autovalores  $i\omega$ ; com a solução da equação matricial, encontramos as expressões para as frequências  $\omega$  (frequências de acoplamento):

$$(\omega_{+,-}^p)^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 + 2bc\omega_1\omega_2 \pm \sqrt{\Delta}}{2} \quad (4.22)$$

Onde:

$$\Delta = (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\omega_1^2\omega_2^2(ca + bd) + 4p\omega_1\omega_2bc(\omega_1^2 + \omega_2^2)$$

$$p = p_1 p_2.$$

A expressão 4.22 dá justamente as frequências de acoplamento que aparecem em cada um dos discos devido ao efeito de interação. É importante notar que as frequências de acoplamento não dependem das circulações dos discos.

A dependência das frequências de acoplamento com a distância de separação entre os discos é mostrada na figura 4.4. Como é esperado, as frequências de acoplamento são menores quando a distância de separação é maior. Para uma distância suficientemente apreciável onde a interação entre os discos é zero, as frequências de acoplamento se convertem nas frequências naturais de cada disco.

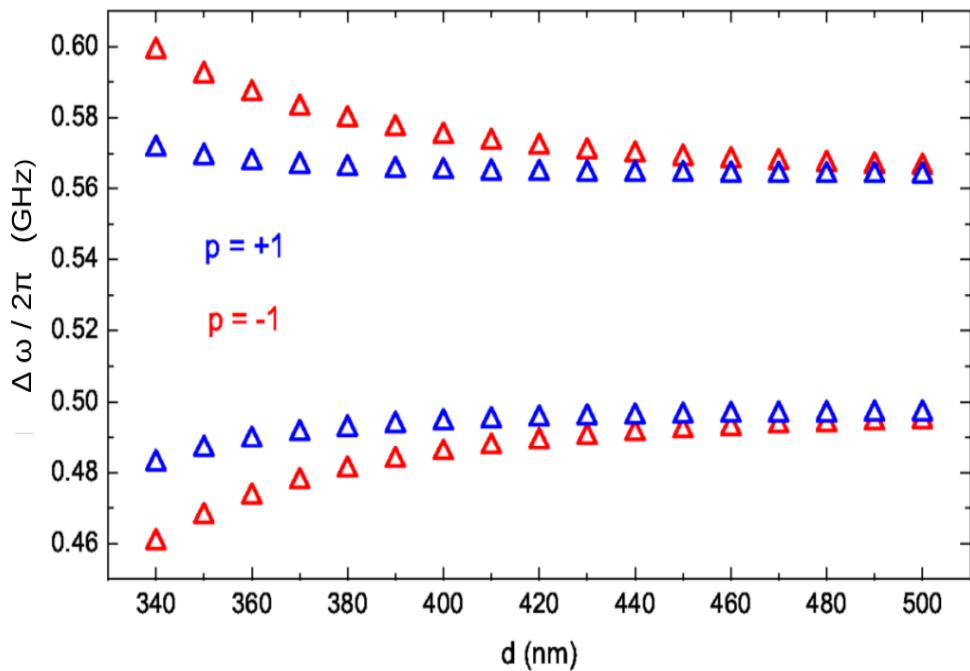


Figura 4.4: Dependência das frequências de acoplamento (Expressão 4.22) com a distância de separação  $d$  entre dois discos com raios  $R_1 = 150$  nm e  $R_2 = 170$  nm e espessura  $L = 20$  nm para os casos  $p = +1$  e  $p = -1$ .

Para verificar a validade da expressão 4.4, consideramos um sistema de dois discos acoplados, de raios 150 nm (esquerda) e 170 nm (direita), ambos com espessura de 20 nm, separados por uma distância  $d = 340$  nm. Usando a simulação micromagnética obtemos as seguintes frequências de acoplamento: 0.57 GHz e 0.51 GHz, e usando a expressão 4.4 obtemos 0.57 GHz e 0.48 GHz. Os resultados analíticos têm uma boa concordância com os obtidos usando simulação micromagnética. As dependências temporais das coordenadas do vetor posição dos núcleos dos vórtices são mostradas nas figuras 4.5 e 4.6. Os batimentos na figura 4.6 para o caso  $p = p_1.p_2 = -1$  são maiores comparados com os batimentos da figura 4.5 para o caso  $p = p_1.p_2 = +1$ . Isto ocorre devido ao fato de a interação magnética ser maior no caso em que os vórtices apresentam polaridades opostas. Também podemos ver que os batimentos no disco 1 são maiores que no disco 2, o que é devido ao fato de a influência da interação magnética ser maior sobre o disco 1 devido à diferença de tamanhos.

Os resultados obtidos até aqui serão usados no capítulo seguinte para a obtenção do eco de vórtice magnético.

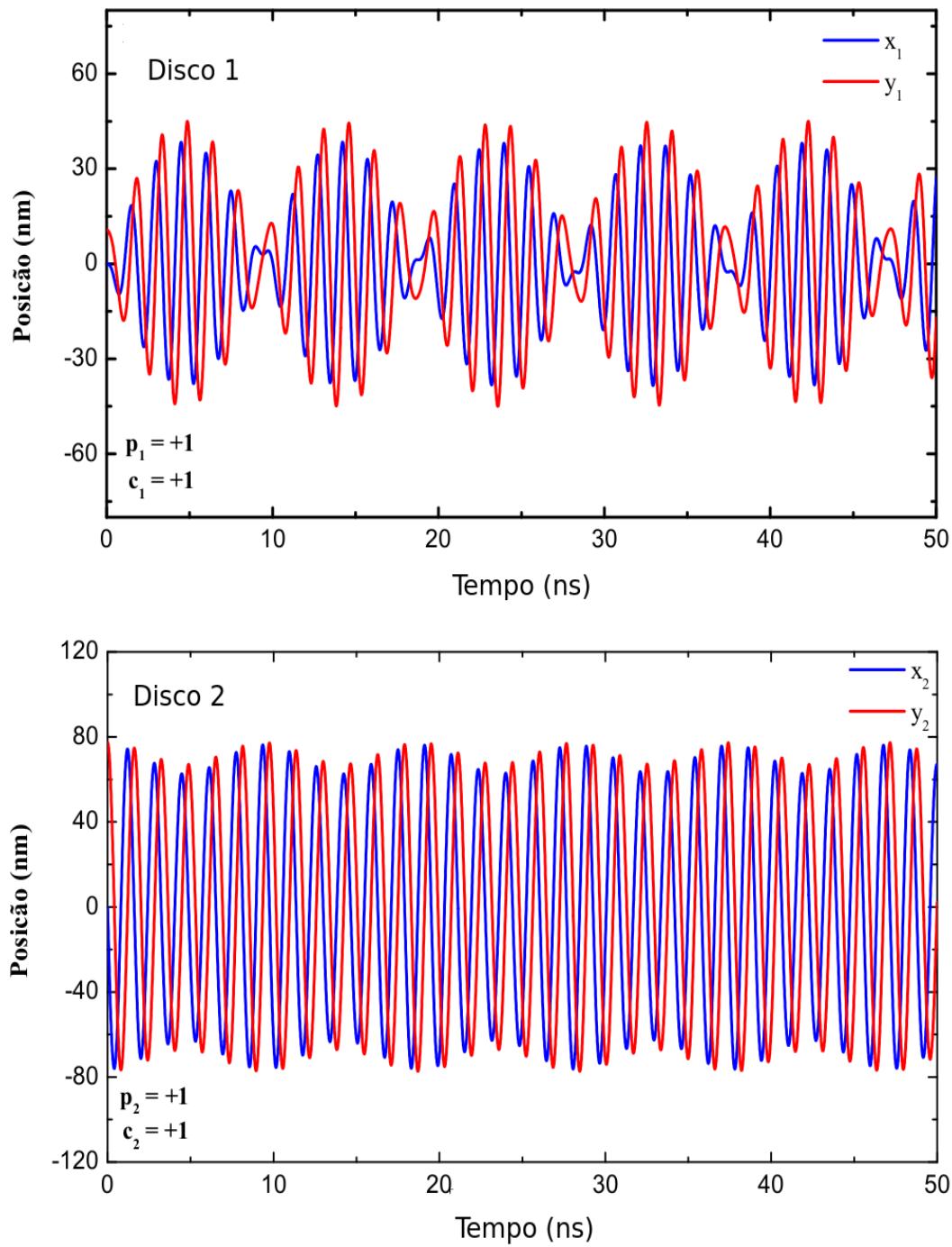


Figura 4.5: Coordenadas dos núcleos dos vórtices dos discos magnéticos  $x_i$  e  $y_i$  ( $i = 1,2$ ) em função do tempo, obtidas da solução numérica da equação de Thiele, para o caso  $p = p_1.p_2 = +1$ .

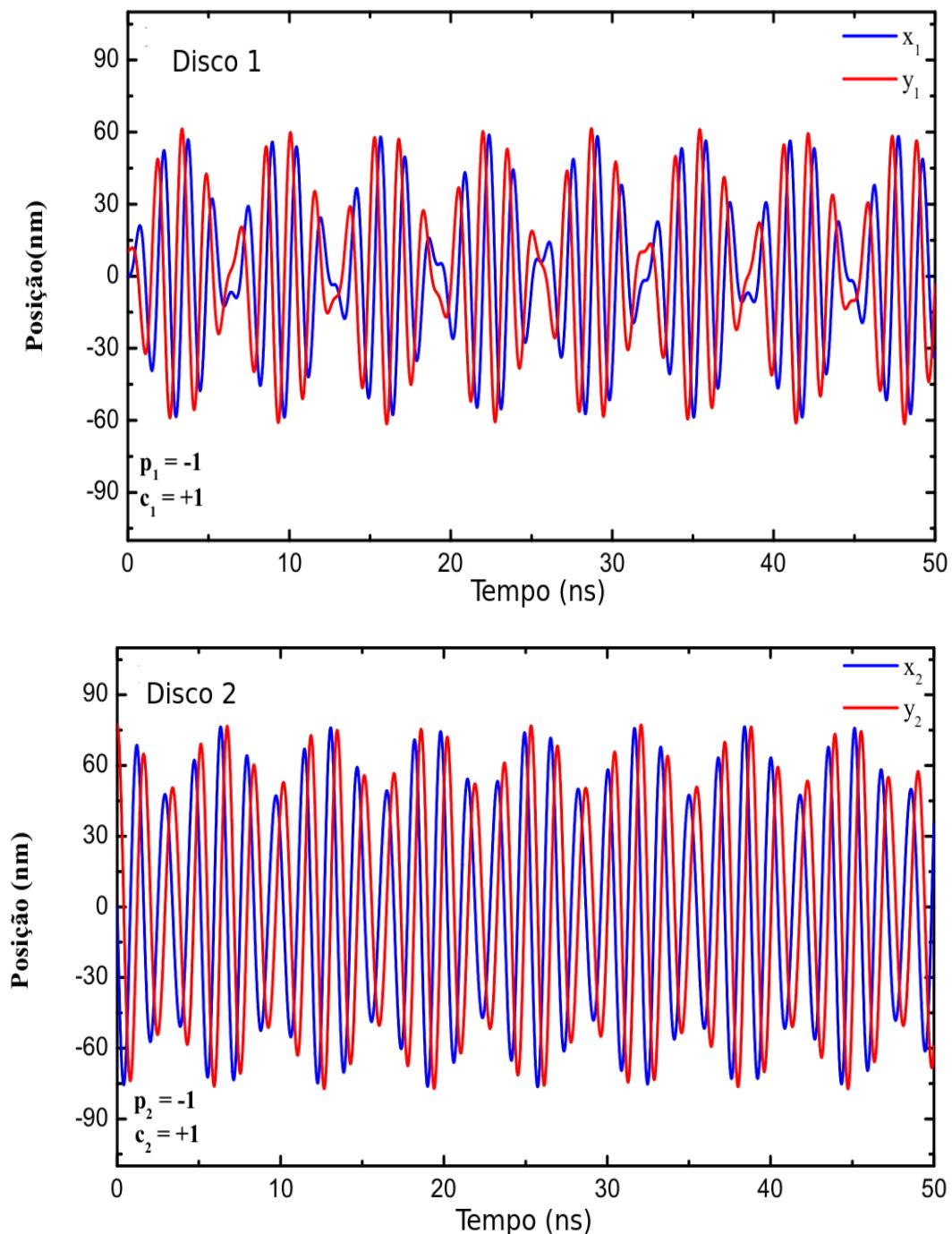


Figura 4.6: Coordenadas dos núcleos dos vórtices dos discos magnéticos  $x_i$  e  $y_i$  ( $i = 1,2$ ) em função do tempo, obtidas da solução numérica da equação de Thiele, para o caso  $p = p_1.p_2 = -1$

# Capítulo 5

## Eco de vórtice magnético

O eco de vórtice magnético (EVM) é um novo fenômeno proposto pelo nosso grupo para o estudo das interações magnéticas em um arranjo massivo de discos [107], onde efeitos como falta de homogeneidade ou estabilidade magnética são apreciáveis. Este fenômeno é análogo ao eco de spin observado em ressonância magnética nuclear, que é a base para a técnica de imagem por ressonância magnética.

Neste capítulo é proposta uma nova forma de obter o eco de vórtice magnético. Assim, este capítulo está dividido em duas seções, a seção 5.1, onde fazemos uma breve introdução sobre como foi obtido o EVM pelo nosso grupo em um trabalho anterior, e a seção 5.2 onde o EVM é obtido a partir de um novo método.

### 5.1 EVM de uma matriz inomogênea de 100 discos

Para obter o EVM, foi usada uma matriz de 100 discos ( $10 \times 10$ ). Os discos apresentam uma distribuição normal nos diâmetros (portanto, uma distribuição normal de frequências girotrópicas), como é esperado em arranjos de discos obtidos por técnicas experimentais, como por exemplo litografia. Inicialmente todos os núcleos dos vórtices se encontram na suas posições de equilíbrio (centro do disco) e com polaridade  $p = +1$ . Com o fim de induzir a dinâmica do sistema, foi aplicado um campo magnético no plano de 25 mT para deslocar os núcleos da posição de equilíbrio, em seguida o campo foi desligado e o sistema foi deixado relaxar até um tempo  $\tau$  no qual as polaridades dos núcleos foram invertidas ( $p = -1$ ). A inversão da polaridade foi conseguida pela aplicação de um pulso de campo magnético de forma gaussiana na direção -z. Durante o tempo de relaxação,

os núcleos dos vórtices se movimentam com diferentes frequências, portanto irão estar em posições diferentes (figura 5.1), e como consequência disto a magnetização total da matriz é reduzida até quase zero. Com a inversão da polaridade dos núcleos, o sentido do movimento girotrópico também se inverte, e uma refocalização das posições dos núcleos é observada no tempo  $t = 2\tau$ , alcançando assim um máximo na magnetização. Na figura 5.1 é mostrada didaticamente a sequência desde o momento inicial onde os núcleos dos vórtices estão deslocados da posição de equilíbrio, a inversão das polaridades dos núcleos e a consequente refocalização dos núcleos dos vórtices.

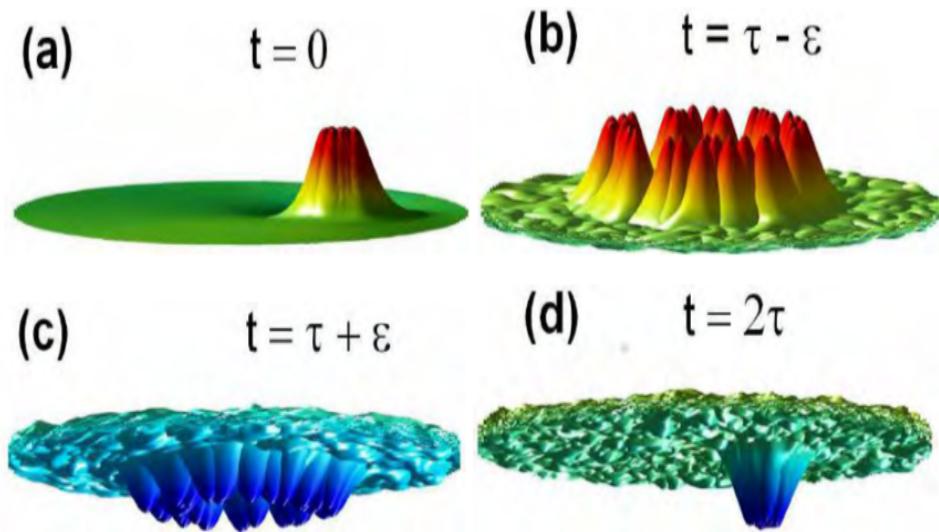


Figura 5.1: A figura mostra de forma esquemática a formação do eco de vórtice magnético: cada figura é formada pela superposição dos gráficos de magnetização obtidos por simulação de 100 discos de uma matriz  $10 \times 10$ . No gráfico mostramos em (a) a superposição dos discos em  $t = 0$  com os núcleos dos vórtices na mesma posição, em (b) todos os núcleos dos vórtices magnéticos estão distribuídos em posições distintas nos discos em  $t = \tau - \epsilon$ , no instante antes de inverter as polaridades dos vórtices, em (c) todos os vórtices magnéticos estão distribuídos em  $t = \tau + \epsilon$ , no instante depois da inversão das polaridades dos núcleos dos vórtices, e em (d) no instante  $t = 2\tau$ , mostra a refocalização dos núcleos dos vórtices na matriz  $10 \times 10$  [1].

A evolução temporal da magnetização da componente  $M_y(t)$  é mostrada na figura 5.2. Esta evolução é modelada pela seguinte expressão:

$$M_y(t) = M_y(0)e^{-\frac{1}{2} \frac{(t-2\tau)^2}{T_2^{*2}}} e^{-\frac{t-\tau}{T_2}} \cos(\omega_0 t) \quad (5.1)$$

onde  $T_2$  é um tempo de relaxação de spin análogo ao tempo de relaxação transversal  $T_2$  na ressonância magnética,  $T_2^*$  é o tempo característico, que é análogo ao decaimento de

indução livre (*free induction decay - FID*) em ressonância magnética nuclear.

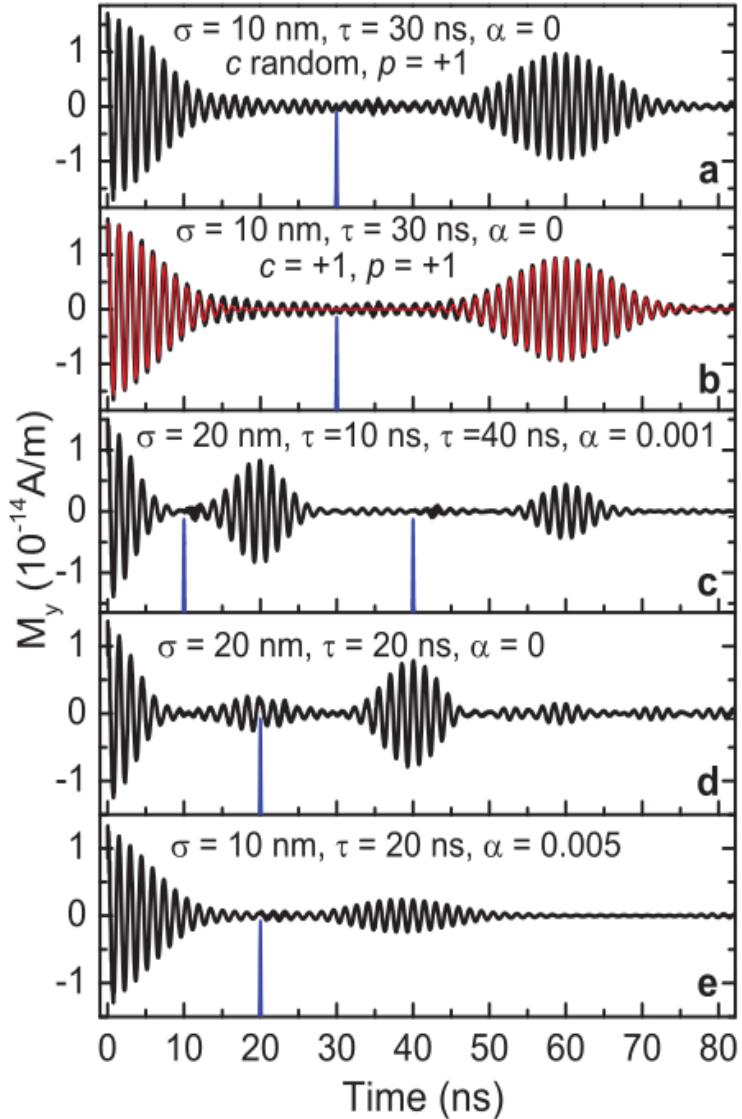


Figura 5.2: Eco de vórtice magnético obtido via simulação micromagnética (linha preta) para a matriz de discos  $10 \times 10$  e para uma distância de separação  $d = \infty$ . A linha azul indica o campo magnético aplicado para a inversão da polaridade do vórtice. Em (a)  $\sigma = 10 \text{ nm}$ ,  $\tau = 30 \text{ ns}$ ,  $\alpha = 0$ ,  $p = +1$  e circulação  $C$  aleatória; (b)  $\sigma = 10 \text{ nm}$ ,  $\tau = 30 \text{ ns}$ ,  $\alpha = 0$  em vermelho ajuste utilizando a equação 5.1; (c)  $\sigma = 20 \text{ nm}$ ,  $\tau = 10 \text{ ns}$  e  $\tau = 40 \text{ ns}$  dois pulsos, com  $\alpha = 0.001$ ; (d)  $\sigma = 20 \text{ nm}$ ,  $\tau = 20 \text{ ns}$ ,  $\alpha = 0$  e (e)  $\sigma = 10 \text{ nm}$ ,  $\tau = 20 \text{ ns}$ ,  $\alpha = 0.005$ . Os discos de (b) e (e) estão inicialmente com a mesma circulação  $C = +1$  e polaridade  $p = +1$ .

Os tempo  $T_2$  e  $T_2^*$  relacionam se mediante a seguinte expressão:

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \Delta\omega \quad (5.2)$$

onde  $\Delta\omega$  é a largura da distribuição de frequências girotrópicas na matriz de discos.

Os processos que contribuem para  $T_2^*$  são: a interação entre os discos que na primeira aproximação são os campos magnéticos aleatórios gerados pela variação de  $\omega$  de um dado elemento na matriz produzindo uma separação na largura da frequência  $\Delta\omega' = 1/T_2'$  e a perda de magnetização (taxa  $1/T_\alpha$ ) decorrente da dissipação da energia relacionada à constante de amortecimento  $\alpha$  que aparece na equação 2.22 [107]. É assim que o EVM também pode ser usado para determinar o valor de  $\alpha$  em um arranjo de discos com vórtices magnéticos. Levando em consideração isto, a equação 5.2 pode ser escrita como segue:

$$\frac{1}{T_2^*} = \Delta\omega + \frac{1}{T_2} = \Delta\omega + \frac{1}{T_2'} + \frac{1}{2T_\alpha} \quad (5.3)$$

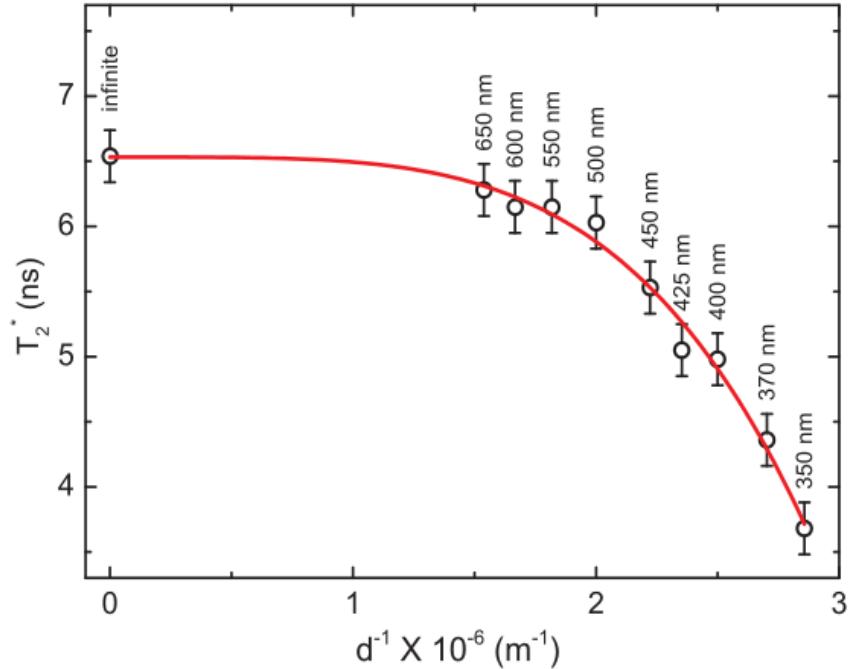


Figura 5.3: Variação de  $T_2^*$  versus  $d^{-1}$  para uma matriz de 100 discos com a distribuição de diâmetro centrado em  $D = 250$  nm ( $\sigma = 10$  nm),  $\alpha = 0.001$  e distância de separação  $d$ , a linha contínua é o melhor ajuste da equação 5.4.

Com o fim de determinar a interação entre os discos com vórtices magnéticos, foram encontrados os valores de  $T_2^*$  a partir dos EVM obtidos por simulação micromagnética (figura 5.2). Para isto foi necessário fazer um ajuste com uma função envoltória da magnetização total. Foi proposta uma dependência de  $T_2^*$  com a distância de separação entre os discos da seguinte forma:

$$T_2^* = B + \frac{1}{d^n} C \quad (5.4)$$

A qualidade deste ajuste é mostrada na figura 5.3, com  $n = 4.1 \pm 0.4$ , valor que está em bom acordo com os valores obtidos por Sukhostavets *et al.* [98] e também com os valores obtidos no capítulo anterior para o caso de interação entre discos com vórtices magnéticos de raios diferentes.

## 5.2 EVM de uma coleção de pares inomogêneos de discos

Na seção anterior o EVM foi obtido para uma matriz de discos, agora vamos discutir a aplicabilidade deste conceito a um conjunto de 50 pares de discos de diferentes raios (Figura 5.4), com uma distância de separação  $d$  centro a centro constante. Os discos têm espessura  $L = 20\text{ nm}$  e uma distribuição gaussiana de diâmetros (diâmetro meio de  $D = 250\text{ nm}$  e  $\sigma = 10\text{ nm}$ ); os 50 pares de discos foram formados com os mesmos discos usados na matriz de 100 discos. O material usado foi Permalloy (NiFe) com parâmetros: magnetização de saturação  $M_s = 8.6 \times 10^5\text{ A/m}^2$ , constante de rigidez de troca  $A = 1.3 \times 10^{-11}\text{ J/m}$ . Todos os discos apresentam polaridade  $p = +1$ . e circulação  $C = +1$ .

A simulação micromagnética foi feita usando o programa OOMMF, com células de  $5 \times 5 \times 20\text{ nm}^3$ ,  $\alpha = 0$ . Cada par foi simulado individualmente e a magnetização total dos 50 pares foi obtida fazendo a soma de cada contribuição. A faixa de distâncias de separação entre os discos vai desde  $260\text{ nm}$  até  $\infty$ .

Para induzir a dinâmica do sistema e obter o EVM, um campo magnético de  $25\text{ mT}$  no plano na direção  $+y$  foi aplicado durante uns três nanosegundos a cada par de discos para deslocar o núcleo do vórtice da posição de equilíbrio ( $t = 0$ ) usando  $\alpha = 1$  para uma rápida convergência. Depois este campo foi removido permitindo aos núcleos realizar o movimento girotrópico; durante o movimento girotrópico foi usado  $\alpha = 0$ . Devido à inomogeneidade da distribuição de frequências, a magnetização total  $\mathbf{M}(t) = (M_x, M_y)$  dos 50 pares tem um decaimento. Depois de um tempo  $t = \tau$  um pulso magnético gaussiano de amplitude  $300\text{ mT}$  foi aplicado na direção  $-z$  durante  $100\text{ ps}$  com o fim de inverter a polaridades dos núcleos dos vórtices. Como consequência da inversão das polaridades, uma refocalização dos núcleos dos vórtices acontece no tempo  $t = 2\tau$ , produzindo o EVM; este efeito é mostrado na figura 5.5. Foi calculada a magnetização em função do tempo para várias distâncias de separação entre os discos. A contribuição dos 50 pares é somada,

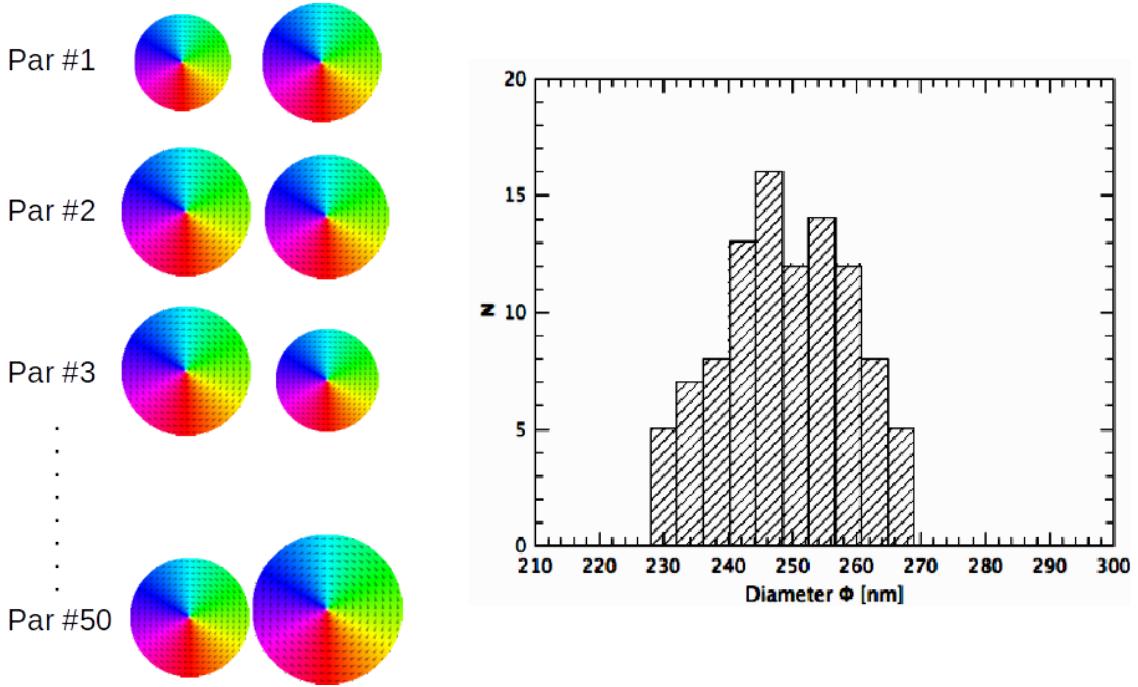


Figura 5.4: Representação esquemática dos 50 pares de discos e a distribuição gaussiana do seus diâmetros, usados para obter o EVM.

e assim é obtido o EVM 5.5.

Além dos resultados obtidos por simulação, o EVM foi obtido analiticamente a partir da equação de Thiele; o resultado também é mostrado na figura 5.5. A equação de Thiele permite obter as evoluções temporais das componentes do vetor posição do núcleo do vórtice  $\mathbf{X}_{1,2}(t) = (x_{1,2}, y_{1,2})$  em cada disco, como foi mostrado na Seção 3.2, mas é possível mudar de  $\mathbf{X}(t)$  para  $\mathbf{M}(t)$ , pois no regime linear a magnetização é proporcional ao vetor posição. Assim, a componente  $x_{1,2}$  do vetor posição é proporcional à componente da magnetização  $M_{y1,2}$  e a componente  $y_{1,2}$  é proporcional a  $M_{x1,2}$ . Esta dependência linear é dada pelas seguintes expressões [99]:

$$\begin{aligned} M_{x_i} &= \frac{2}{3} M_s \pi R_i L y_i V_i \\ M_{y_i} &= \frac{2}{3} M_s \pi R_i L x_i V_i \end{aligned} \quad (5.5)$$

sendo  $V_i$  o volume do disco  $i$  ( $i = 1,2$ ).

A evolução temporal das componentes do vetor posição  $\mathbf{X}(t)$  segue o mesmo comportamento das componentes de  $\mathbf{M}(t)$ , portanto o EVM será também observado. Dado que a equação de Thiele não leva em conta algum tipo de inversão das polaridades dos núcleos

pela aplicação de algum agente externo, a inversão das polaridades no método analítico foi imposta na rotina de cálculo com a seguinte condição: para  $t < \tau$ , então  $p_{1,2} = +1$ , e para  $t \geq \tau$ , então  $p_{1,2} = -1$ , sendo  $p_{1,2}$  as polaridades do disco 1 e do disco 2. As circulações dos núcleos dos vórtices não têm nenhum tipo de influência na dinâmica do sistema, já que o sentido de rotação dos núcleos durante o movimento girotrópico depende unicamente da polaridade do núcleo do vórtice.

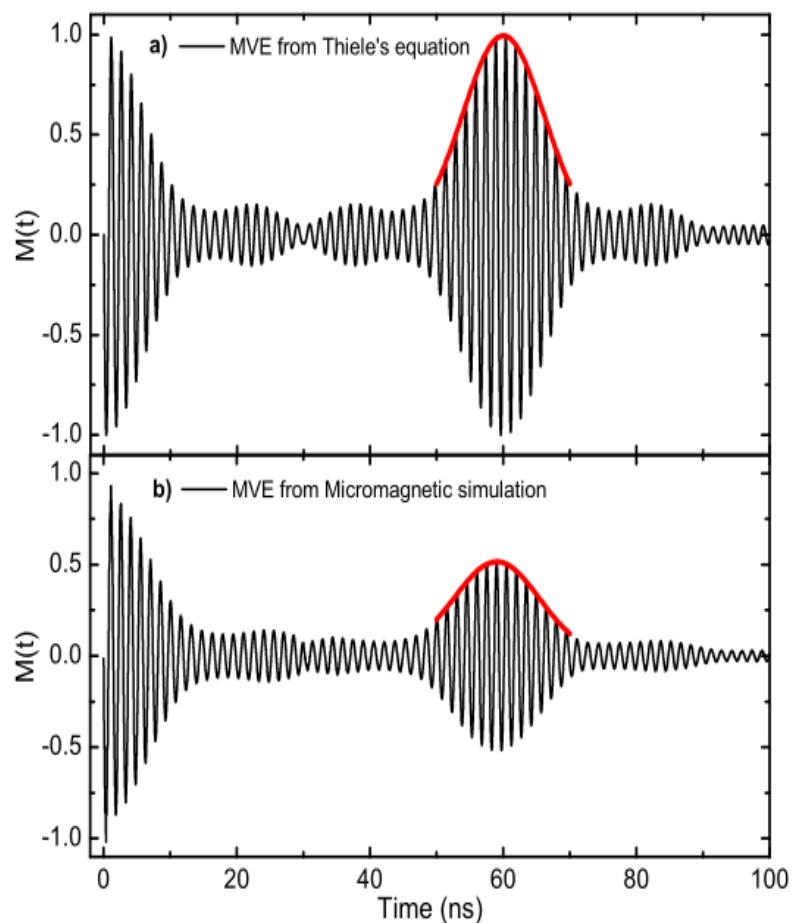


Figura 5.5: Magnetização  $M(t)$  de um arranjo de discos, separados por uma distância centro a centro  $D = 450$  nm, em função do tempo, mostrando o decaimento inicial e a refocalização dos núcleos dos vórtices magnéticos no tempo  $t = 60$  ns. A linha vermelha mostra o ajuste feito usando uma função envoltória da magnetização total. Em (a) O EVM foi obtido usando a equação de Thiele e em (b) o EVM foi obtido usando simulação micromagnética.

O sistema de equações a ser resolvido para obter o EVM é:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{G}(\kappa_1 y_1 + C_1 C_2 \eta_y y_2 + \mu_1 H_x) \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= \frac{1}{G}(\kappa_1 x_1 + C_1 C_2 \eta_x x_2 + \mu_1 H_y) \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{G}(C_1 C_2 \eta_y y_1 - \kappa_2 x_2 + \mu_2 H_x) \\ \dot{y}_2 &= \frac{1}{G}(C_1 C_2 \eta_x x_1 + \kappa_2 x_2 + \mu_2 H_y) \end{aligned} \quad (5.7)$$

onde  $H_x$  e  $H_y$  são as componentes do campo magnético no plano aplicado para deslocar os núcleos dos vórtices; neste caso o campo aplicado foi de  $\mu_0 H = 20$  mT na direção +x.  $C_1$  e  $C_2$  são as circulações no disco 1 e 2, respectivamente.  $G$  é a constante girotrópica, que é a mesma para ambos os discos, já que esta depende só da espessura dos discos. A constante  $\kappa_{1,2}$  usada foi obtida dentro do modelos dos dois vórtices, definida por:

$$\kappa = 2.495 \mu_0 M_s^2 \frac{L^2}{R}$$

onde  $\eta_x$  e  $\eta_y$  são as integrais de acoplamento para o caso de discos acoplados de diferentes raios. Os valores destas são obtidos para cada um dos 50 pares de discos. As circulações só foram consideradas durante a etapa de deslocamento dos núcleos dos vórtices, já que o sentido do deslocamento depende destas. Após o campo magnético ser desligado, foi considerado  $C_1 = C_2 = +1$ . Assim também  $H_x = H_y = 0$ . Este conjunto de equações diferenciais é resolvido numericamente para cada um dos 50 pares, seguindo o método descrito no início desta seção.

O tempo de relaxação  $T_2^*$  que leva em conta a interação entre os discos, foi obtido usando o EVM produzido pelas simulações micromagnéticas e o eco obtido usando a equação de Thiele. Estes dados são mostrados na figura 5.6. Os valores de  $T_2^*$  obtidos por diferentes métodos têm uma diferença de aproximadamente 10%. Para uma distância de separação centro a centro de  $d = 300$  nm obtemos  $T_2^* = 5.87 \times 10^{-9}$  ns (simulação micromagnética), e  $T_2^* = 5.03 \times 10^{-9}$  ns (equação de Thiele). Quando a distância de separação entre os discos vai aumentando, os valores de  $T_2^*$  aumentam, o que é esperado já que  $T_2^*$  é um indicador da interação entre os discos, portanto, quanto maior a separação entre os discos, maior o valor de  $T_2^*$ . A intensidade do eco obtido por simulação micromagnética é menor do que a magnetização inicial ( $t = 0$ ), enquanto que o eco obtido usando a equação de Thiele apresenta a mesma intensidade. Esta diferença é associada à energia

que é transferida como ondas de spin durante o processo de inversão das polaridades na simulação micromagnética. Este efeito de perda de energia não é levado em conta pela equação de Thiele, o que faz com que a refocalização dos núcleos dos vórtices conduza à mesma magnitude da magnetização inicial.

Para obter o resultado correspondente a uma distância de separação infinita ( $1/d \approx 0$ , distância de separação entre os discos para a qual não existe mais interação entre eles, que acontece aproximadamente a partir de  $d = 700\text{ nm}$ ), as simulações micromagnéticas foram feitas para cada disco isolado, sendo somadas as contribuições de todos os discos. Do mesmo modo foi aplicado o método a cada disco individualmente usando a equação de Thiele, caso em que a formulação é reduzida a um sistema de duas equações.

A diferença de 10% nos valores de  $T_2^*$  é devida ao desvio entre os valores das frequências analíticas e as obtidas por simulação micromagnética. Mesmo que o modelo analítico dos dois vórtices mostre uma boa aproximação em relação aos valores das frequências girotrópicas, sempre vai ocorrer uma diferença com os valores obtidos por simulação micromagnética (figura 3.3). Quanto maior é o valor de  $\Delta\omega$ , menor é o valor de  $T_2^*$  (equação 5.2), e vice-versa.

A dependência dos valores de  $T_2^*$  com a distância de separação entre os discos é ajustada com a seguinte função:

$$T_2^* = a + bd^{-n} \quad (5.8)$$

Encontramos um bom ajuste com  $n = 5.2$  para os valores obtidos por simulação micromagnética e um valor de  $n = 3.7$  para os valores obtidos usando a equação de Thiele. Há uma diferença de aproximadamente 30%, aparentemente devido ao fato de que interações magnéticas de alta ordem parecem ser mais relevantes nas simulações micromagnéticas. Até a data atual, as integrais de acoplamento são normalmente encontradas por métodos analíticos e todos os ajustes feitos à dependência destas com a distância de separação entre os discos usando uma dependência da forma  $d^{-n}$ , dão como resultado um valor de  $n$  próximo de 4. Este valor concorda com o valor obtido a partir do EVM analítico. Outra possível explicação para a diferença entre o cálculo analítico e o cálculo numérico pode ser o fato de que o modelo do vórtice rígido usado para encontrar a energia de interação magnética entre dois discos (seção 4.1) só leva em conta as cargas magnéticas superficiais, enquanto que a simulação micromagnética leva em conta também as cargas volumétricas

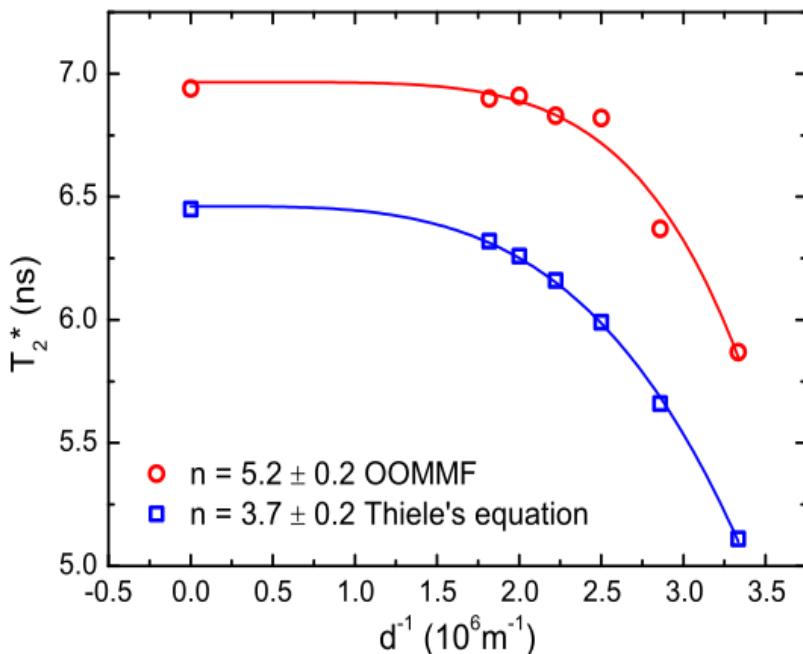


Figura 5.6:  $T_2^*$  em função da distância de separação entre os discos que apresentam uma distribuição gaussiana de diâmetros. As linhas sólidas representam os ajustes feitos com a função  $T_2^* = a + bd^{-n}$ , (a) círculos vermelhos representam os valores de  $T_2^*$  obtidos por simulação micromagnética ( $n = 5.2 \pm 0.2$ ); (b) quadrados azuis representam os valores de  $T_2^*$  obtidos analiticamente usando a equação de Thiele ( $n = 3.7 \pm 0.2$ )

contidas no disco.

O EVM pode ser usado como uma nova técnica de caracterização de arranjos massivos de nanoelementos magnéticos, já que usando as equações 5.8 e 5.3 é possível obter o termo  $T'_2$ , que relaciona a interação entre os nanoelementos magnéticos, e a constante de amortecimento  $\alpha$ . O EVM permite ainda calcular a inhomogeneidade de um arranjo de nanoelementos; tal inhomogeneidade pode vir da distribuição das dimensões, gradientes de campos perpendiculares, e outras possíveis fontes de inhomogeneidade. Estas inhomogeneidades presentes em arranjos, não podem ser medidas diretamente a partir da largura de linha de absorção RFM (Ressonância ferromagnética).

# Capítulo 6

## Anisotropia uniaxial no plano e tempo de transferência de energia ( $\tau$ ) em um sistema de dois discos magnéticos acoplados

Neste Capítulo estudamos a influência da anisotropia magnética uniaxial no plano (IPUA) no controle do tempo de transferência de energia ( $\tau$ ) de um disco para outro em um sistema de dois discos acoplados. O Capítulo está dividido em duas seções, a seção 6.1, onde fazemos uma breve discussão da influência da anisotropia no plano para o caso de um disco isolado, e a seção 6.2, na qual o controle de  $\tau$  é estudado.

### 6.1 Influência da anisotropia nas propriedades de um disco magnético isolado

Consideramos um disco de espessura  $L = 7\text{ nm}$  e raio  $R = 128\text{ nm}$ , constituído por galfenol (FeGa), que é um material magnetostictivo. A simulação micromagnética foi feita usando o programa Mumax<sup>3</sup>, com tamanho de células  $2 \times 2 \times 7\text{ nm}^3$ . Os parâmetros do material são [108–113]: magnetização de saturação  $M_s = 1.360 \times 10^6\text{ A/m}^2$ , rigidez de troca  $A = 14 \times 10^{-12}\text{ J/m}$  e constante de atenuação  $\alpha = 0.01$ . Utilizamos valores da constante de anisotropia uniaxial magnética no plano do disco  $K_\sigma$  de 0 até  $58.5\text{ kJ/m}^3$ .

O disco e a direção da anisotropia uniaxial são mostrados na figura 6.1.

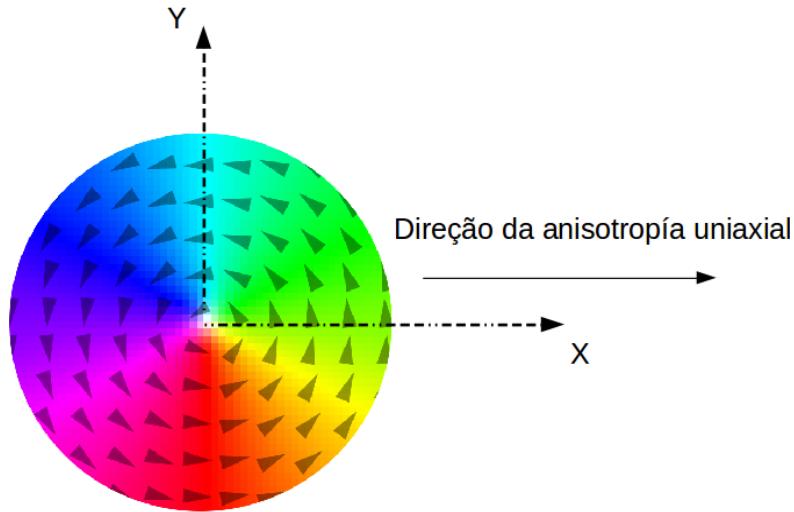


Figura 6.1: Disco isolado com configuração de vórtice magnético; a direção da anisotropia uniaxial está no sentido +x.

Para induzir o movimento girotrópico, foi aplicado um campo magnético estático de 20 mT no plano do disco durante uns poucos nanosegundos para deslocar o núcleo do vórtice da sua posição de equilíbrio (centro do disco); durante a aplicação do campo magnético foi usado  $\alpha = 1$  para uma rápida convergência. Em seguida o campo magnético é desligado e o movimento girotrópico é observado para  $\alpha = 0.01$ . As frequências girotrópicas são obtidas fazendo uma transformada de Fourier da evolução temporal das componentes da magnetização. Na figura 6.2 podemos ver a variação da frequência girotrópica em função da constante de anisotropia uniaxial no plano  $K_\sigma$ . O que se observa é que a frequência diminui com o aumento de  $K_\sigma$ , desde  $f_0 = 0.422 \text{ GHz}$  ( $K_\sigma = 0$ ) até  $f_0 = 0.321 \text{ GHz}$  ( $K_\sigma = 58.5 \text{ kJ/m}^3$ ). Esta queda nos valores da frequência é atribuída à competição entre as energias de troca, desmagnetizante, e a energia de anisotropia, como foi mencionado na seção 3.3 e explicado em detalhe no artigo de Roy [71].

As frequências girotrópicas também foram calculadas usando a expressão 3.7, com a exceção da constante  $\kappa$  que não pode ser calculada analiticamente com as expressões 3.5 e 3.6, já que estas são obtidas para o caso em que não existe anisotropia (ou alguma outra perturbação atuando no vórtice magnético), mas é possível extraír o valor de  $\kappa$  a partir do potencial harmônico da energia fazendo um ajuste com uma função quadrática ou com uma função linear (ver figura 6.3). Estes valores são apresentados na figura 6.3. Na faixa de valores de  $K_\sigma$ , a energia potencial ainda pode ser considerada no regime linear, no

qual a energia de potencial tem dependência quadrática com o vetor posição do núcleo do vórtice, ou dependência linear com o quadrado do vetor posição. Na figura 6.3 mostramos esta dependência, assim como também os ajustes para obter os valores da constante  $\kappa$  para os valores mínimo e máximo de  $K_\sigma$  usados neste trabalho.

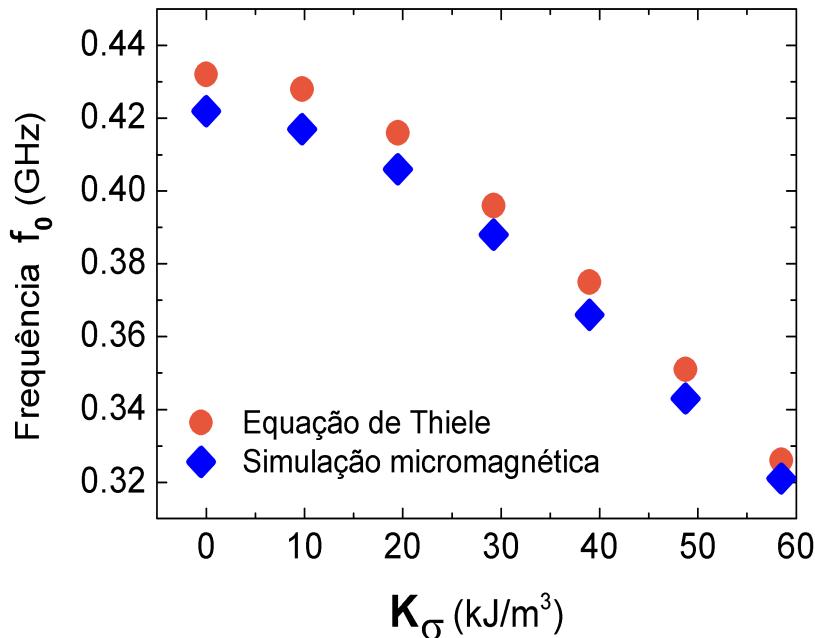


Figura 6.2: Variação da frequência girotrópica em função da constante de anisotropia  $K_\sigma$  para um disco de  $R = 128$  nm e espessura  $L = 7$  nm. Os pontos vermelhos representam os valores das frequências obtidas pela equação de Thiele e losangos azuis os valores obtidos por simulação micromagnética.

O método usado para obter o valor de  $\kappa$  é diferente do usado por Roy [71]. No artigo de Roy, os valores de  $\kappa$  são obtidos a partir dos ajustes independentes da energia em função da coordenada  $x$  e da coordenada  $y$ , derivando daí o valor efetivo de  $\kappa$  dado por  $\kappa = \sqrt{\kappa_x \times \kappa_y}$ . Os valores da constante  $\kappa$  em função da constante de anisotropia são mostrados na tabela 6.1. Os valores da constante  $\kappa$  diminuem com o aumento de  $K_\sigma$ , efeito devido à competição da energia de troca e energia desmagnetizante, versus a energia de anisotropia. A energia da anisotropia produz uma força que tende a expulsar o núcleo do vórtice do disco, enquanto que as outras energias produzem forças que puxam o núcleo do vórtice para o centro.

A constante girotrópica  $G$  também pode ser calculada por simulação micromagnética, usando a expressão [114]:

$\kappa \times 10^{-4}(\text{N/m})$	$K_\sigma (\text{kJ/m}^3)$
9.16	0
9.08	9.75
8.84	19.5
8.41	29.25
7.95	39.0
7.45	48.75
6.92	58.5

Tabela 6.1: Valores da constante de restituição  $\kappa$  em função da constante de anisotropia  $K_\sigma$ . Estes valores foram obtidos do ajuste linear da energia total em função do quadrado do vetor posição.

$$G = \frac{L}{\gamma M_s^2} \int_S \mathbf{M} \cdot [(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x}) \times (\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial y})] dS \quad (6.1)$$

Estes valores são mostrados na figura 6.4; como podemos ver, os valores não mudam com o aumento da anisotropia. Isto já tinha sido previsto por Roy [71] qualitativamente, mas aqui foi comprovado por simulação micromagnética. Usando a expressão 3.7, obtemos  $G = 3.401 \times 10^{-13} \text{ kg/s}$  para  $K_\sigma = 0$  e usando a simulação micromagnética, obtemos  $G = 3.375 \times 10^{-13} \text{ kg/s}$ . O resultado analítico está em boa concordância com o valor obtido pela simulação micromagnética.

## 6.2 Controlando $\tau$ em um sistema de dois discos magnéticos acoplados

Nosso sistema é formado por dois discos magnéticos idênticos acoplados, situados ao longo do eixo x e separados por uma distância D centro a centro (ver figura 6.5).

Para induzir o movimento girotrópico, é aplicado um campo magnético estático de 20 mT na direção +x durante uns poucos nanosegundos unicamente no disco 1. Depois de desligar o campo, o movimento girotrópico começa no disco 1 com decaimento de amplitude, enquanto que no disco 2 o movimento girotrópico começa com aumento de

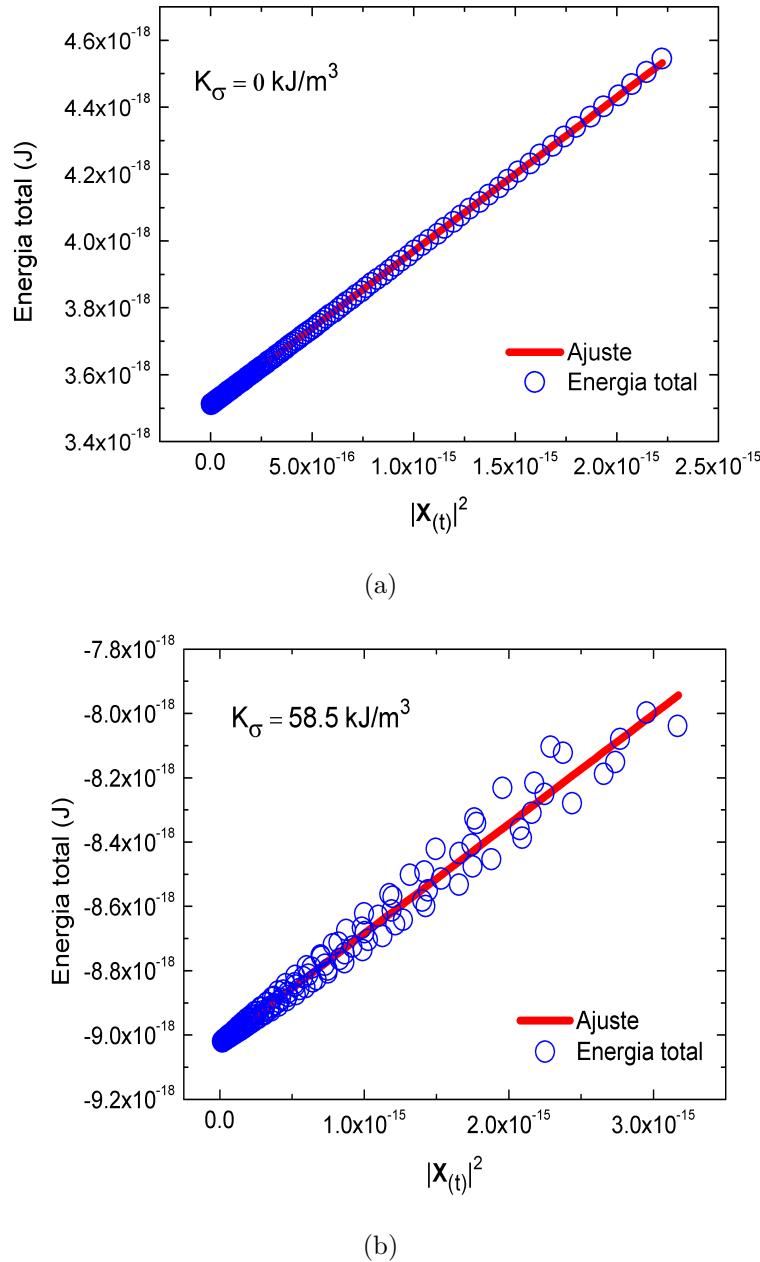


Figura 6.3: Energia total vs. quadrado do vetor posição do núcleo do vórtice para a)  $K_\sigma = 0$  e b)  $K_\sigma = 58.5 \text{ kJ/m}^3$ . Os círculos azuis representam a energia obtida por simulação micromagnética e a linha sólida vermelha representa o ajuste linear.

amplitude. O movimento girotrópico no disco 2 acontece devido à existência de transferência de energia do disco 1. Esta transferência de energia tem um tempo característico  $\tau$ ; o valor de  $\tau$  está definido como o tempo no qual o disco 1 transfere toda a sua energia para o disco 2 em um ciclo (figura 6.6). O primeiro efeito que se observa é o aumento do desdobramento de frequências ( $\Delta\omega/2\pi$ ) com o aumento da constante de anisotropia  $K_\sigma$ , mostrado na figura 6.7 para a distância reduzidas  $d = D/R = 2.27$ .

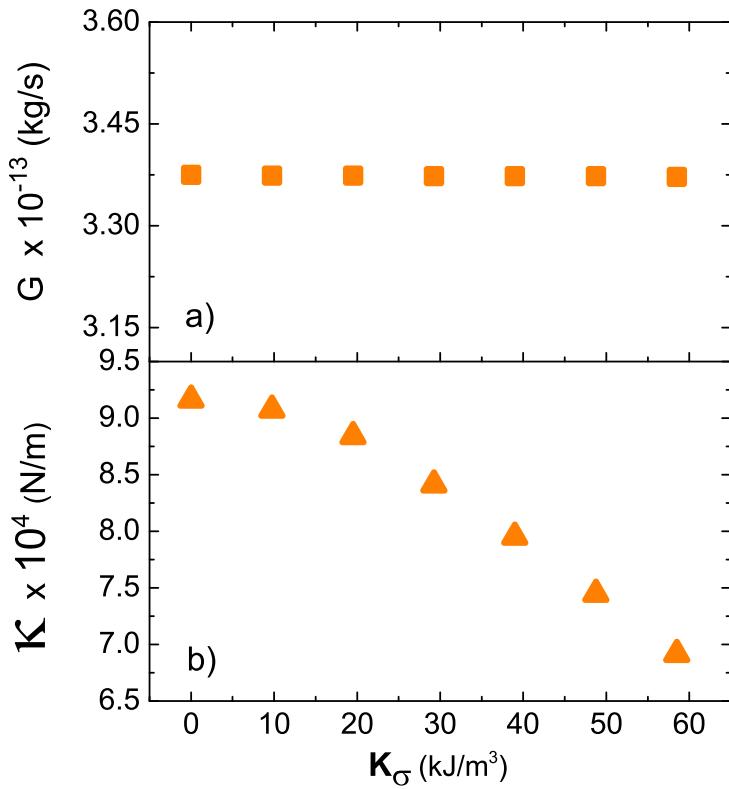


Figura 6.4: Valores das constantes  $\kappa$  e  $G$  em função de  $K_\sigma$  obtidos por simulação micromagnética.

O desdobramento de frequências aumenta desde 19.35 MHz ( $K_\sigma = 0$  kJ/m<sup>3</sup>) até 55.9 MHz ( $K_\sigma = 58.5$  kJ/m<sup>3</sup>) para  $p = p_1 p_2 = +1$ . Para o caso  $p = -1$ , o desdobramento aumenta desde 48.5 MHz ( $K_\sigma = 0$  kJ/m<sup>3</sup>) até 66.8 MHz ( $K_\sigma = 58.5$  kJ/m<sup>3</sup>).

Dado que o desdobramento de frequências é inversamente proporcional ao tempo de transferência de energia ( $\tau$ ), é esperado que  $\tau$  também dependa da constante de anisotropia. Esta dependência é mostrada na figura 6.7 para os casos  $p = +1$  e  $p = -1$ . Os valores de  $\tau$  foram obtidos a partir das simulações micromagnéticas: considerando a definição de  $\tau$ , este tempo é o tempo necessário para a energia do disco 1 alcançar seu valor mínimo pela primeira vez. Além disso, o valor de  $\tau$  foi calculado usando a expressão  $\tau = 0.5/\Delta f$  [32]; estes resultados também são mostrados na figura 6.7. Outra forma de encontrar os valores de  $\tau$  é determinando o tempo decorrido até que as envoltórias de  $\mathbf{X}_1(t)$  ou  $\mathbf{M}_1(t)$  alcancem seu valor mínimo pela primeira vez. Em todos os casos os resultados são quase os mesmos.

Para uma distância reduzida  $d = D/R = 2.27$ , encontramos uma queda nos valores de  $\tau$  de aproximadamente 70%, desde  $\tau = 25.4$  ns ( $K_\sigma = 0$  kJ/m<sup>3</sup>) até  $\tau = 8.6$  ns ( $K_\sigma = 58.5$

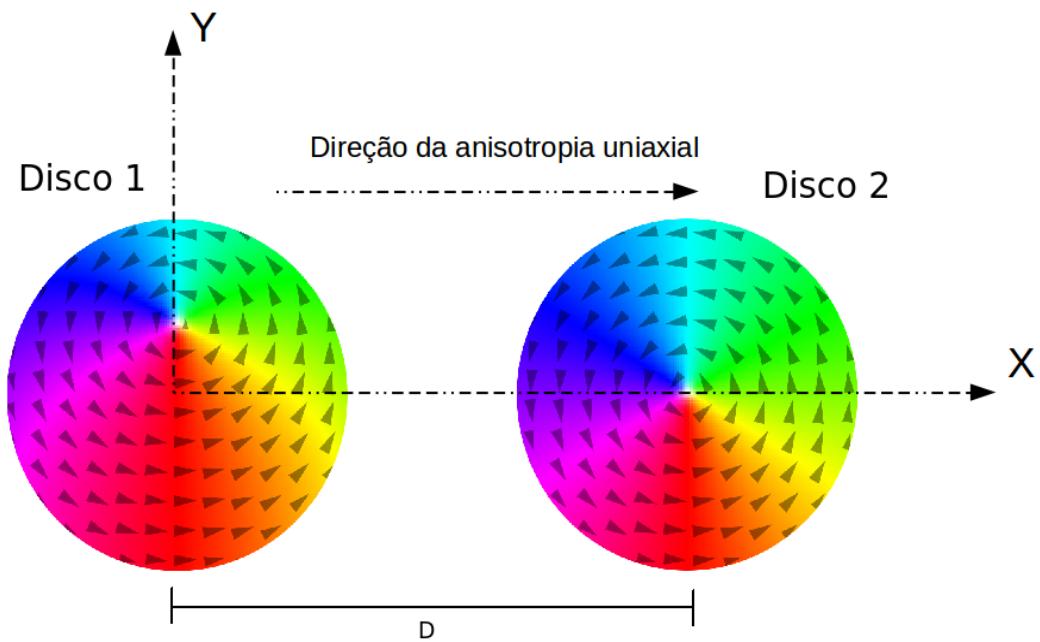


Figura 6.5: Sistema de dois discos idênticos acoplados e separados por uma distância  $D = dR$ , onde  $d$  é a distância reduzida.

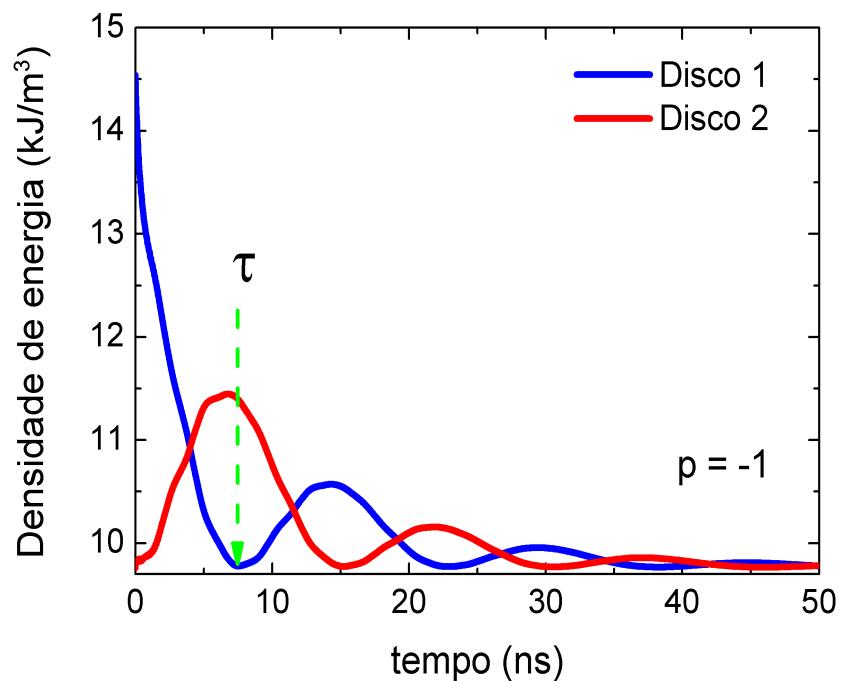


Figura 6.6: Densidade de energia em função do tempo, para um par de discos magnéticos acoplados. Os dados foram obtidas por simulação micromagnética.

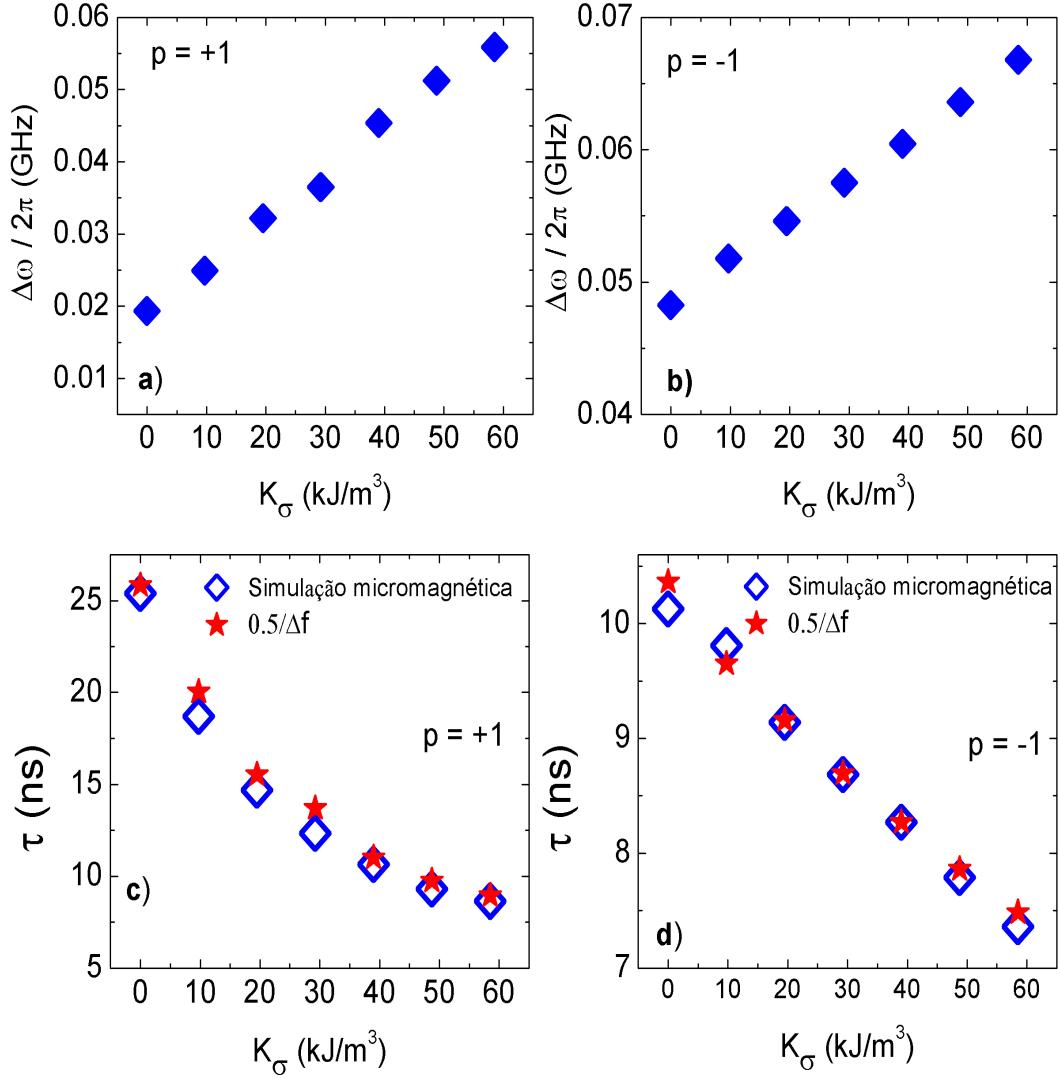


Figura 6.7: Desdobramento de frequências de um par de discos, em função da constante de anisotropia no plano para as distâncias reduzidas  $d = D/R = 2.27$ , em função da constante de anisotropia  $K_\sigma$ . Os valores foram obtidos por simulação micromagnética, em (a) e (c) para o caso de  $p = +1$ , e (b) e (d) para o caso de  $p = -1$ .

$\text{kJ/m}^3$ ) para  $p = +1$ , e uma queda de 27% desde  $\tau = 10.13 \text{ ns}$  ( $K_\sigma = 0 \text{ kJ/m}^3$ ) até  $\tau = 7.36 \text{ ns}$  ( $K_\sigma = 58.5 \text{ kJ/m}^3$ ) para  $p = -1$ . Para distâncias reduzidas  $d$  maiores, a queda nos valores de  $\tau$  ainda é apreciável, de aproximadamente 60% para  $p = +1$ ; assim temos para  $d = 2.43$  uma queda nos valores de  $\tau$  de  $\tau = 33.5 \text{ ns}$  ( $K_\sigma = 0 \text{ kJ/m}^3$ ) a  $\tau = 12.2 \text{ ns}$  ( $K_\sigma = 58.5 \text{ kJ/m}^3$ ). Enquanto que para  $p = -1$  a queda é reduzida a 20%. Embora os valores de  $\tau$  possam ser reduzidos com altos valores de  $K_\sigma$ , é importante notar que tempos menores são encontrados para  $p = -1$ . Por exemplo, para uma distância reduzida  $d = 2.78$ , que é o equivalente a uma distância de separação centro a centro de 356 nm, encontramos que

$\tau = 56$  ns para  $K_\sigma = 0$  kJ/m<sup>3</sup> e  $\tau = 22.83$  ns para  $K_\sigma = 58.5$  kJ/m<sup>3</sup> no caso de ter  $p = +1$ , mas para o caso  $p = -1$ , os valores de  $\tau$  são de 20.2 ns para  $K_\sigma = 0$  kJ/m<sup>3</sup> e  $\tau = 16$  ns para  $K_\sigma = 58.5$  kJ/m<sup>3</sup>.

Com o fim de estudar o efeito da mudança de direção da IPUA sobre os valores de tau, aplicamos a anisotropia na direção y para ambos os discos. Na figura 6.8 é mostrado o sistema e a direção da IPUA.

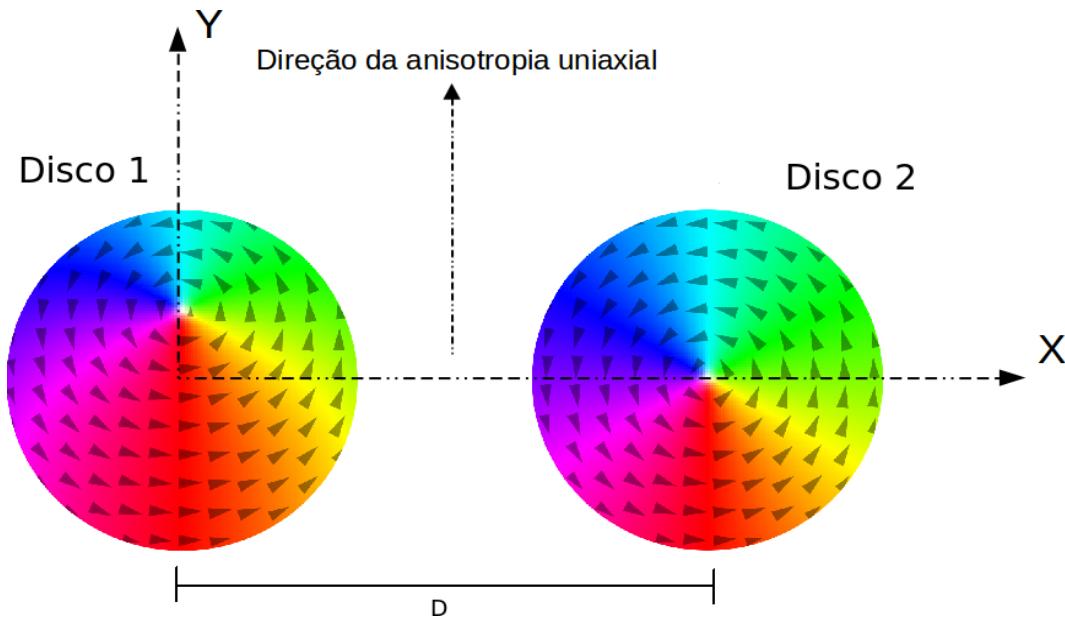


Figura 6.8: Sistema de dois discos idênticos acoplados e separados por uma distância  $D = dR$ , onde  $d$  é a distância reduzida, mostrando a direção da anisotropia uniaxial.

Os valores de  $\tau$  em função da direção e da constante de anisotropia  $K_\sigma$  são mostrados na figura 6.9. A dependência de  $\tau$  com  $K_\sigma$  varia muito com a direção do eixo de anisotropia. Quando a IPUA está no eixo x, os valores de  $\tau$  têm uma queda apreciável, mas quando a IPUA está no eixo y, é observado um aumento nos valores de  $\tau$ . Para uma distância reduzida  $d = D/R = 2.07$  e  $p = +1$ , temos um aumento nos valores de  $\tau$  de 15.8 ns ( $K_\sigma = 0$ ) até quase 60 ns ( $K_\sigma = 29.25$  kJ/m<sup>3</sup>). Para valores de  $K_\sigma = 39$  kJ/m<sup>3</sup> o valor de  $\tau$  é aproximadamente 72 ns e para  $K_\sigma = 48.75$  kJ/m<sup>3</sup> o valor de  $\tau$  não é mais observado, já que o decaimento da magnetização é equivalente ao caso de um disco isolado, o que quer dizer que o disco 1 praticamente interage pouco com o disco 2, embora no disco 2 apareça um decaimento de amplitude quase desprezível.

A amplitude inicial deste decaimento ocorreu durante a etapa do deslocamento do núcleo do vórtice no disco 1. Mesmo que não tenha sido aplicado um campo magnético

no disco 2, o núcleo deste disco é deslocado devido à interação magnética com as cargas superficiais que aparecem no disco 1 durante a etapa do deslocamento pelo campo magnético. Esta pequena amplitude é da ordem dos 10 nm [97].

O mesmo comportamento acontece para o valor máximo de anisotropia  $K_\sigma = 58.5 \text{ kJ/m}^3$  usado neste trabalho. Para distâncias de separação maiores, a não interação entre os discos acontece para menores valores de  $K_\sigma$ , o que é esperado, pois a interação magnética entre os discos é reduzida quanto maior é a distância de separação entre os discos. Este efeito, somado ao fato de a IPUA diminuir a interação, faz com que os discos não interajam para pequenos valores de  $K_\sigma$ .

Para o caso  $p = -1$  e  $d = 2.07$  é observado também um aumento de quase 55% nos valores de  $\tau$  desde 7.10 ns ( $K_\sigma = 0$ ) até 11 ns ( $K_\sigma = 58.5 \text{ kJ/m}^3$ ). Para distâncias de separação maiores, por exemplo, para  $d = 2.63$ , obtemos um aumento nos valores de  $\tau$  desde 17.22 ns ( $K_\sigma = 0$ ) até 23.7 ns ( $K_\sigma = 58.5 \text{ kJ/m}^3$ ). Os aumentos nos valores de  $\tau$  não são tão significativos quando comparados com o caso de  $p = +1$ , isto porque a interação magnética entre os discos é maior no caso em que eles têm polaridades opostas, donde somente com maiores distâncias entre os discos e altos valores de anisotropia são anuladas as interações entre estes.

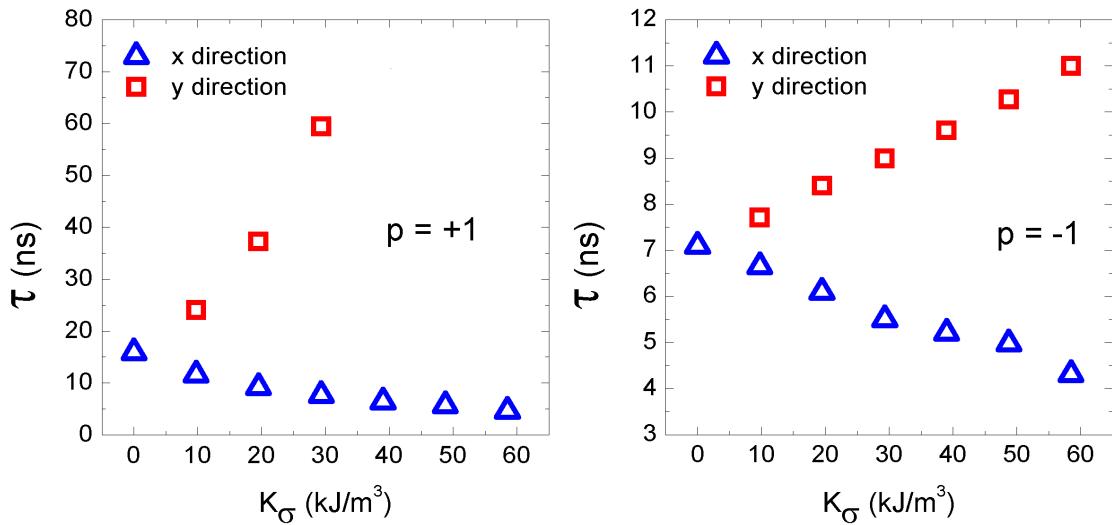


Figura 6.9: Valores de  $\tau$  em função da constante de anisotropia  $K_\sigma$  para uma distância de separação reduzida entre os discos magnéticos  $d = D/R = 2.07$ , com a anisotropia em duas direções diferentes, calculados por simulação micromagnética. Os triângulos azuis representam os valores obtidos quando a direção da anisotropia está no eixo x e os quadrados vermelhos representam os valores obtidos quando a direção da anisotropia está no eixo y.

## 6.3 Modelo analítico dipolar

Embora a interação magnética entre dois discos dependa de muitos termos multipolares (seção 4.1), aqui usamos um simples modelo dipolar para entender a influência da IPUA nas interações magnéticas. Este modelo foi proposto por Asmat *et al.* [115] para o estudo de um sistema triangular de 3 discos acoplados.

A energia dipolar é dada por:

$$E_{dip} = \frac{\mu_0}{4\pi D_{ij}^3} [\vec{\mu}_i \cdot \vec{\mu}_j - 3(\hat{D}_{ij} \cdot \vec{\mu}_i)(\hat{D}_{ij} \cdot \vec{\mu}_j)] \quad (6.2)$$

onde  $\hat{D}_{ij}$  é o vetor unitário que aponta desde o centro do disco i para o centro do disco j.

Para pequenos deslocamentos, o momento magnético dipolar para um vórtice está definido por:

$$\vec{\mu}_{i,j} = -\lambda C_{i,j} M_s L R (\hat{z} \times \vec{X}_{i,j}) \quad (6.3)$$

Onde:

$\lambda$ : Fator adimensional

C: Circulação

L: Espessura do disco

R: Raio do disco

$M_s$ : Magnetização de saturação

$\vec{X}_{i,j}$ : Vetor posição do núcleo do vórtice

Com

$$\lambda_{i,j} = \frac{\pi R}{M_s} \frac{\|\mathbf{M}_{i,j}\|}{\|\mathbf{X}_{i,j}\|} \quad (6.4)$$

A partir destas expressões podemos encontrar uma expressão para as integrais de acoplamento do sistema. Resolvendo as quantidades envolvidas no termo da energia dipolar, obtemos:

$$\boxed{\vec{\mu}_i \cdot \vec{\mu}_j = \lambda^2 C_i C_j M_s^2 L^2 R^2 (\hat{z} \times \vec{X}_i) \cdot (\hat{z} \times \vec{X}_j)}$$

$$\hat{D}_{ij} \cdot \vec{\mu}_i = -\lambda C_i M_s L R \hat{D}_{ij} \cdot (\hat{z} \times \vec{X}_i)$$

$$\hat{D}_{ij} \cdot \vec{\mu}_j = -\lambda C_j M_s L R \hat{D}_{ij} \cdot (\hat{z} \times \vec{X}_j)$$

Usamos a identidade:  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$ ;

então:

$$\hat{\mathbf{D}}_{ij} \cdot \vec{\mu}_i = \lambda C_i M_s L R \hat{z} \cdot (\hat{\mathbf{D}}_{ij} \times \vec{X}_i)$$

$$\hat{\mathbf{D}}_{ij} \cdot \vec{\mu}_j = \lambda C_j M_s L R \hat{z} \cdot (\hat{\mathbf{D}}_{ij} \times \vec{X}_j)$$

Usando estas últimas expressões na expressão da energia dipolar, temos:

$$E_{dip} = \frac{\mu_0}{4\pi D_{ij}^3} \{ \lambda^2 C_i C_j M_s^2 L^2 R^2 (\vec{X}_i \cdot \vec{X}_j) - 3\lambda^2 C_i C_j M_s^2 L^2 R^2 [\hat{z} \cdot (\hat{\mathbf{D}}_{ij} \times \vec{X}_i)].[\hat{z} \cdot (\hat{\mathbf{D}}_{ij} \times \vec{X}_j)] \}$$

$$E_{dip} = \frac{\mu_0 \lambda^2 C_i C_j M_s^2 L^2 R^2}{4\pi D_{ij}^3} [(\vec{X}_i \cdot \vec{X}_j) - 3[\hat{z} \cdot (\hat{\mathbf{D}}_{ij} \times \vec{X}_i)].[\hat{z} \cdot (\hat{\mathbf{D}}_{ij} \times \vec{X}_j)]]$$

$$E_{dip} = \eta^* C_i C_j [(\vec{X}_i \cdot \vec{X}_j) - 3[\hat{z} \cdot (\hat{\mathbf{D}}_{ij} \times \vec{X}_i)].[\hat{z} \cdot (\hat{\mathbf{D}}_{ij} \times \vec{X}_j)]]$$

Onde:

$$\eta^* = \frac{\mu_0 \lambda^2 M_s^2 L^2 R^2}{4\pi D_{ij}^3} \quad (6.5)$$

Nosso sistema de dois discos acoplados está no eixo x, onde  $\hat{\mathbf{D}}_{ij} = \hat{\mathbf{x}}$  e  $\vec{X}_{i,j} = (x_{i,j}, y_{i,j})$  para  $i, j = 1, 2$ .

$$E_{dip} = \eta^* C_1 C_2 (x_1 x_2 + y_1 y_2 - 3y_1 y_2)$$

$$E_{dip} = \eta^* C_1 C_2 (x_1 x_2 - 2y_1 y_2)$$

$$E_{dip} = C_1 C_2 (\eta^* x_1 x_2 - 2\eta^* y_1 y_2) \quad (6.6)$$

Comparando esta última expressão com 4.12, temos:

$$\eta_x = \eta^* \quad \eta_y = -2\eta^*$$

E as novas integrais de acoplamento são:

$$I_x = ((8\pi)/(\mu_0 R M_s^2)) \eta_x \quad I_y = ((8\pi)/(\mu_0 R M_s^2)) \eta_y \quad (6.7)$$

Estas novas integrais de acoplamento são dependentes de parâmetros intrínsecos do material, como a magnetização de saturação  $M_s$ , a distância de separação entre os discos

e a geometria, igualmente às obtidas anteriormente por Sukhostavets *et al.* [98]. Além disso, estas integrais dependem do parâmetro  $\lambda$ , que se relaciona com a magnetização e com a posição do núcleo do vórtice. É justamente através deste parâmetro que vai ser levada em consideração a influência da IPUA nos discos. O parâmetro  $\lambda$  foi obtido seguindo a metodologia usada por Asmat *et al.* [115].

Em um disco isolado, o núcleo do vórtice magnético é deslocado da posição de equilíbrio usando um campo magnético no plano. Na posição  $\mathbf{X}$  medimos a magnetização  $\mathbf{M}$ . Depois de conhecidas essas duas quantidades, podemos usar a expressão 6.4. O mesmo procedimento é repetido para cada valor de  $K_\sigma$ . No regime linear a magnetização e o deslocamento são proporcionais, portanto, o parâmetro  $\lambda$  é independente do tempo e tem um único valor para cada  $K_\sigma$ . Estes valores são mostrados na tabela 6.2.

$K_\sigma$ (kJ/m <sup>3</sup> )	$\lambda$
0	2.18
9.75	2.26
19.5	2.32
29.25	2.37
39.0	2.42
48.75	2.46
58.5	2.49

Tabela 6.2: Valores do parâmetro  $\lambda$  para cada valor de anisotropia na direção x, obtidos usando a expressão 6.4.

Para comprovar a não dependência de  $\tau$  com o tempo, ou com o valor de campo aplicado, foram usadas diferentes intensidades de campo e diversos tempos de aplicação do campo; em todos os casos, o valor de  $\lambda$  foi o mesmo. Foi também aplicado um valor de campo muito alto, de 60 mT, para deslocar o núcleo do vórtice (o qual é um valor exageradamente grande para este propósito) e o valor de  $\lambda$  mudou totalmente, aparecendo uma dependência de  $\lambda$  com o tempo de aplicação do campo, o que significa que já não estamos no regime linear e portanto, a magnetização não é mais proporcional ao vetor posição do núcleo do vórtice.

A dependência das integrais de acoplamento com a distância reduzida d é mostrada na figura 6.10. Para  $d = D/R = 2.7$  e  $K_\sigma = 0$  kJ/m<sup>3</sup>, a razão  $I_x/\|I_y\|$  é aproximadamente

0.38 usando as expressões 4.14 e 4.15, e 0.5 usando as expressões 6.7. Esta diferença é esperada devido a que nosso modelo considera só interação dipolar, a qual é apreciável para distâncias maiores de separação entre os discos. Quando  $d$  é maior a razão  $I_x/\|I_y\|$  vai se aproximando de 0.5. Os valores do parâmetro  $\lambda$  para o caso da IPUA na direção y são mostrados na tabela 6.3.

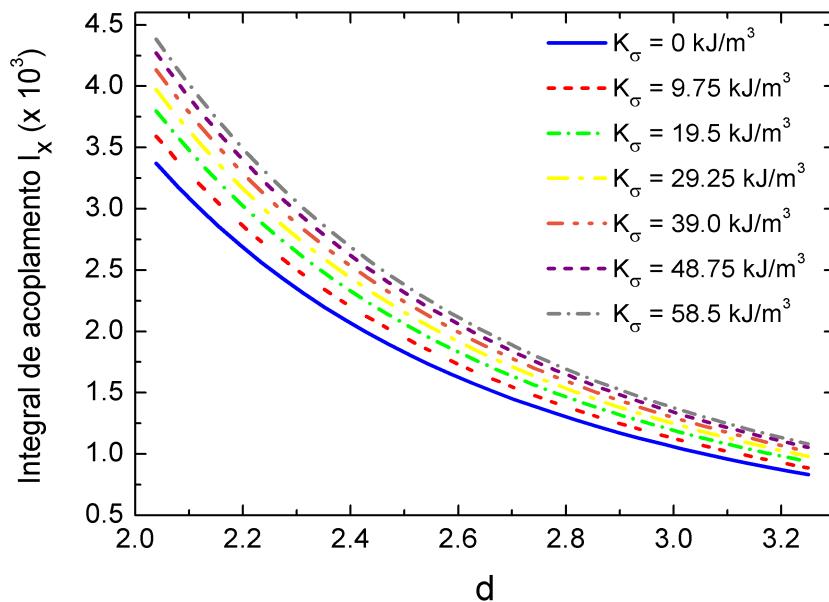


Figura 6.10: Integral de acoplamento  $I_x$  em função da distância reduzida  $d = D/R$  para um par de discos acoplados com raios  $R = 128 \text{ nm}$  e espessura  $L = 7 \text{ nm}$ . Estes resultados foram obtidos usando a expressão 6.7.

$K_\sigma$ ( $\text{kJ}/\text{m}^3$ )	$\lambda$
0	2.18
9.75	2.10
19.5	2.0
29.25	1.89
39.0	1.78
48.75	1.66
58.5	1.55

Tabela 6.3: Valores do parâmetro  $\lambda$  para cada valor de anisotropia na direção y, obtidos usando a expressão 6.4.

As integrais de acoplamento têm um comportamento distinto segundo a direção em

que foi aplicada a IPUA. Quando a IPUA está no eixo x, as integrais de acoplamento aumentam seus valores com o aumento de  $K_\sigma$ , enquanto que se a direção da IPUA está no eixo y, os valores das integrais de acoplamento têm uma queda com o aumento de  $K_\sigma$ . A dependência das integrais de acoplamento com a constante de anisotropia  $K_\sigma$  é mostrada na figura 6.10. A presença da IPUA na direção x favorece o alinhamento das cargas magnéticas nesta direção, aumentando a interação nesta direção e consequentemente diminuindo a interação no eixo y (ver expressão 6.7). Além disso, o valor de  $\tau$  é inversamente proporcional ao valor absoluto da diferença entre  $I_x$  e  $I_y$  [60]:

$$\tau = \frac{16\pi^3}{\gamma M_s |I_x + pI_y|} \left( \frac{L}{R} \right) \quad (6.8)$$

Portanto, quando  $I_x$  aumenta, o valor absoluto da diferença entre as interações também aumenta, pois  $\tau$  diminui. No caso de a IPUA estar aplicada na direção y, as integrais de acoplamento diminuem com o aumento da anisotropia, portanto, o valor absoluto da diferença diminui e em consequência  $\tau$  aumenta.

O efeito da IPUA é contrário ao efeito produzido pela aplicação de campos magnéticos perpendiculares ao plano dos discos. No caso de um disco isolado, tanto a IPUA como a aplicação de campos perpendiculares (antiparalelo à polaridade do vórtice) produzem o mesmo efeito de diminuir o valor da frequência girotrópica, mas no caso de discos acoplados, o efeito é diferente. O valor de  $\tau$  aumenta com a intensidade do campo magnético aplicado, enquanto que o aumento da IPUA na direção x produz uma queda nos valores de  $\tau$ . A razão pela qual acontece isto é que o campo magnético perpendicular deforma o perfil do núcleo do vórtice magnético, fazendo com que as interações magnéticas entre os discos diminuam, enquanto que a presença da IPUA (tanto na direção x como na direção y) não modifica o perfil do núcleo do vórtice.

Isto faz com que seja mais desejável controlar as frequências girotrópicas e os tempos de transferência de energia  $\tau$  usando a IPUA, já que esta não modifica o perfil do núcleo do vórtice, que é em geral onde os bits de informação são guardados (aplicação dos vórtices magnéticos como dispositivos de armazenamento de dados). Outra vantagem de usar a IPUA em lugar de usar campos magnéticos perpendiculares é que experimentalmente é difícil aplicar em uma pequena região um campo magnético, o que pode ser feito empregando correntes polarizadas de spin, mas o aquecimento nos dispositivos devido ao efeito

Joule pode ser um grande limitante para aplicações práticas.

Existe na literatura uma outra proposta de modificar a frequência girotrópica (portanto, também controlar  $\tau$ ) usando anisotropia uniaxial perpendicular ao plano do disco [93], mas os valores das frequências girotrópicas têm uma pequena variação de apenas 3% antes do vórtice ser aniquilado pelos altos valores da anisotropia. Além disso, outro problema do ponto de vista prático é que o controle das frequências não pode ser feito em tempo real, já que estas dependem da espessura do substrato onde se encontra o disco.

Em conclusão, a IPUA aparece como uma nova forma de ter o controle das propriedades dinâmicas dos vórtices magnéticos sem distorcer o perfil do núcleo.

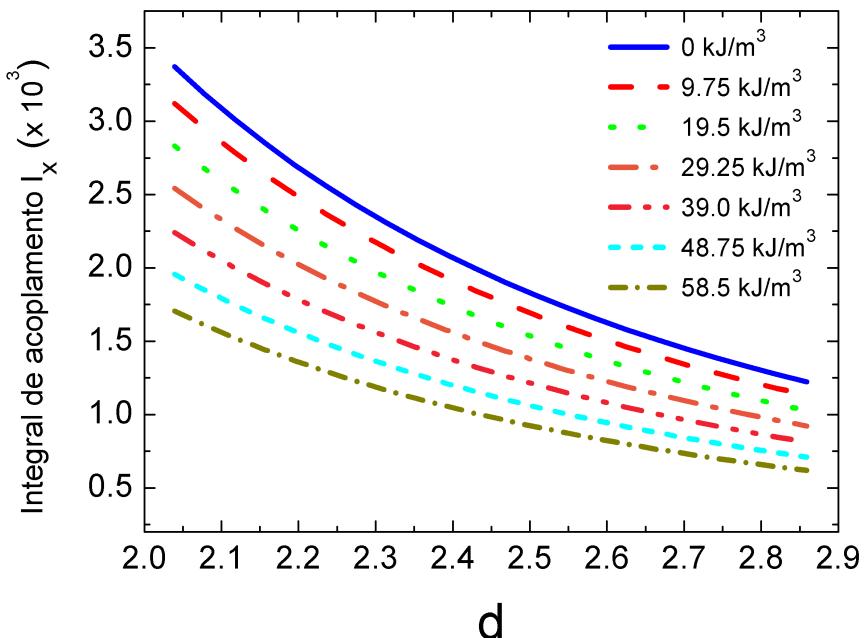


Figura 6.11: Integral de acoplamento  $I_x$  em função da distância reduzida  $d = D/R$  para um par de discos com raios  $R = 128$  nm e espessura  $L = 7$  nm. Estes resultados foram obtidos usando a expressão 6.7.

## 6.4 Equações de movimento

Considerando nossas expressões 6.7, que permitem o cálculo de  $I_x$  e  $I_y$ , obtemos uma expressão analítica para as frequências de acoplamento do sistema. A lagrangiana para um sistema de discos acoplados pode ser expressada como:

$$\mathcal{L} = \sum_i \left\{ -\frac{1}{2} G p_i (x_i \dot{y}_i - y_i \dot{x}_i) - \frac{1}{2} \kappa |\vec{X}_i|^2 \right\} - \sum_{i < j} E_{int}^{ij} \quad (6.9)$$

Para o caso de dois discos, temos:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}Gp_1(x_1\dot{y}_1 - y_1\dot{x}_1) - \frac{1}{2}Gp_2(x_2\dot{y}_2 - y_2\dot{x}_2) - \frac{1}{2}\kappa(x_1^2 + y_1^2) - \frac{1}{2}\kappa(x_2^2 + y_2^2) - \eta^*(x_1x_2 - 2y_1y_2) \quad (6.10)$$

As equações de movimento podem ser obtidas usando:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0 \quad (6.11)$$

onde  $q_i$  são as coordenadas generalizadas, que para nosso caso são:  $x_1, y_1, x_2, y_2$ .

Para  $x_1$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= -\frac{1}{2}Gp_1\dot{y}_1 - \kappa x_1 - \eta^*x_2 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} &= \frac{1}{2}Gp_1y_1; \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1}\right) = \frac{1}{2}Gp_1\dot{y}_1 \end{aligned}$$

$$\boxed{Gp_1\dot{y}_1 + \kappa x_1 + \eta^*x_2 = 0} \quad (6.12)$$

Para  $x_2$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} &= -\frac{1}{2}Gp_2\dot{y}_2 - \kappa x_2 - \eta^*x_1 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_2} &= \frac{1}{2}Gp_2y_2; \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_2}\right) = \frac{1}{2}Gp_2\dot{y}_2 \end{aligned}$$

$$\boxed{Gp_2\dot{y}_2 + \kappa x_2 + \eta^*x_1 = 0} \quad (6.13)$$

Para  $y_1$ :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \frac{1}{2}Gp_1\dot{x}_1 - \kappa y_1 + 2\eta^*y_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} = -\frac{1}{2}Gp_1x_1; \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1}\right) = -\frac{1}{2}Gp_1\dot{x}_1$$

$$\boxed{-Gp_1\dot{x}_1 + \kappa y_1 - 2\eta^*y_2 = 0} \quad (6.14)$$

Para  $y_2$ :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \frac{1}{2}Gp_2\dot{x}_2 - \kappa y_2 + 2\eta^*y_1$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1} = -\frac{1}{2}Gp_2x_2; \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_1}\right) = -\frac{1}{2}Gp_2\dot{x}_2$$

$$\boxed{-Gp_2\dot{x}_2 + \kappa y_2 - 2\eta^*y_1 = 0} \quad (6.15)$$

Arranjando as equações 6.12, 6.13, 6.14 e 6.15, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{G} \begin{bmatrix} 0 & 0 & p_1\kappa & -2p_1\eta^* \\ 0 & 0 & -2p_2\eta^* & p_2\kappa \\ -p_1\kappa & -p_1\eta^* & 0 & 0 \\ -p_2\eta^* & -p_2\kappa & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

Da equação 6.16 obtemos a expressão analítica para as frequências do sistema:

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\omega_0^2 - 2p\left(\frac{\eta^*}{G}\right)^2 \pm \frac{\eta^*}{G}\omega_0\sqrt{5 - 4p}} \quad (6.17)$$

E o desdobramento de frequências:

$$|\omega_2 - \omega_1| = \sqrt{2}\omega_0\sqrt{1 - 2pu^2 - \sqrt{4u^4 - 5u^2 + 1}} \quad (6.18)$$

onde  $\omega_0$  é a frequência natural de um disco isolado e  $u = \eta^*/G\omega_0$ .

As frequências de acoplamento não dependem das circulações  $C_1$  e  $C_2$ , estas dependem unicamente das polaridades  $p_1$  e  $p_2$  ( $p = p_1p_2$ ).

A comparação das frequências de acoplamento obtidas usando simulação micromagnética e as obtidas usando a expressão 6.17 é mostrada na figura 6.12 para  $K_\sigma = 58.5$  kJ/m<sup>3</sup> e para os casos  $p = +1$  e  $p = -1$ . Como nosso modelo considera só a interação dipolar, é esperado que ele seja aplicável para distâncias de separação maiores. Para o caso  $p = -1$ , temos um melhor comportamento quando comparado com o caso  $p = +1$ , diferença que

pode ser devida à falta de outros termos de interação magnética ou à falta de um termo que leve em conta a elipticidade das trajetórias dos núcleos dos vórtices.

Contudo, o modelo dipolar consegue obter informações relevantes sobre a influência da IPUA nas interações magnéticas entre os discos. A grande vantagem de usar este modelo é que ele pode ser empregado quando o vórtice está sendo perturbado por algum agente externo (campos perpendiculares, corrente polarizada de spin, etc), já que esta perturbação é levada através do parâmetro  $\lambda$ . É impossível usar as integrais de acoplamento encontradas por Shibata *et al.* [100], já que estas supõem que o vórtice magnético não é perturbado por nenhum agente externo.

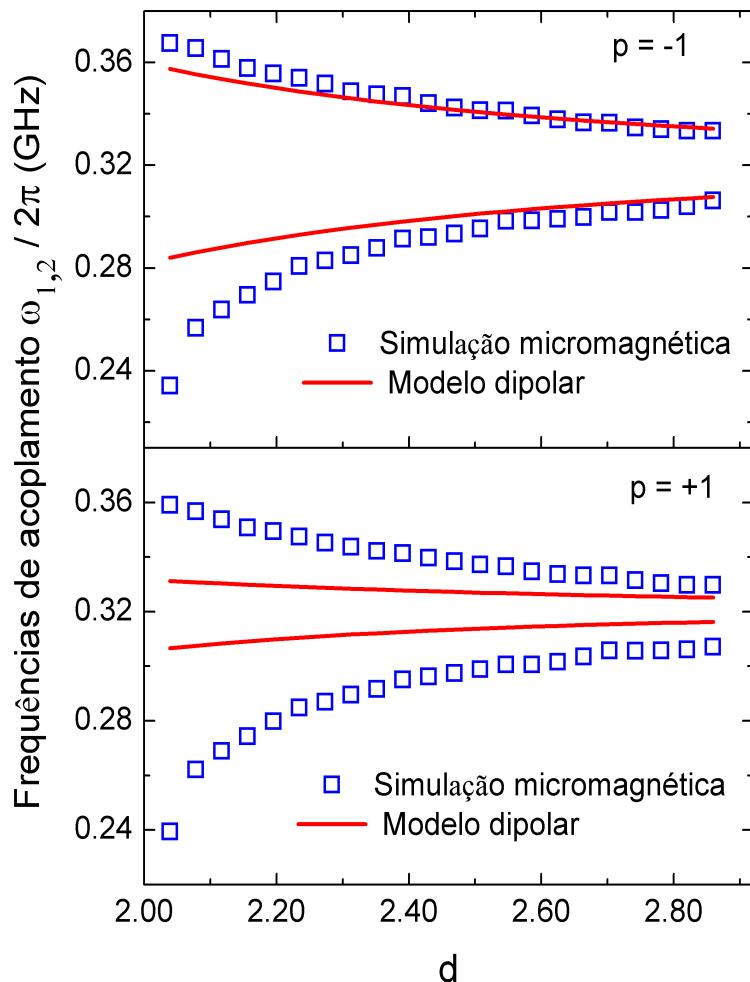


Figura 6.12: Frequências de acoplamento em função da distância reduzida  $d = D/R$  para um par de discos com raio  $R = 128$  nm e espessura  $L = 7$  nm. A linha vermelha representa os valores obtidos usando a expressão 6.17 e os quadrados azuis representam os valores obtidos por simulação micromagnética.

# Capítulo 7

## Possíveis aplicações da IPUA em arranjos de discos magnéticos

Um dos principais problemas na transmissão de energia em uma cadeia de discos, é a eficiência para a transmissão desta energia [116], desde o primeiro disco até o último disco da cadeia. Como é sabido, a interação entre os discos magnéticos que apresentam configuração de vórtice magnético depende da distância de separação entre os discos. Por isto, quanto mais longa a cadeia, menor será a energia recebida pelo último disco da cadeia, e o nível de excitação (amplitude da magnetização) nesse disco.

Neste capítulo vamos estudar algumas possíveis aplicações da anisotropia magnética uniaxial no plano (IPUA) na transmissão de energia em arranjos de discos magnéticos.

### 7.1 Transmitância em uma cadeia de discos

Nosso estudo começa com uma cadeia de seis discos idênticos (figura 7.1), localizados ao longo do eixo x, separados por uma distância centro a centro de 250 nm. Os discos apresentam espessura  $L = 7$  nm e raios  $R = 120$  nm. O material usado é o galfenol (FeGa), cujas propriedades magnéticas são afetadas pela presença da IPUA. As simulações são feitas com o programa Mumax<sup>3</sup>, usando um tamanho de células de  $2 \times 2 \times 7$  nm<sup>3</sup>, todos os demais parâmetros são idênticos aos usados no capítulo anterior (Capítulo 6). Foram considerados dois tipos de arranjos, o tipo 1, no qual todos os discos apresentam polaridades iguais  $p = +1$ , e o tipo 2, onde temos polaridades alternadas de um disco para outro. Em ambos arranjos todos os discos apresentam circulação  $C = +1$ , já que

o acoplamento magnético depende unicamente da combinação das polaridades dos discos [98, 99]. Ambos os arranjos são mostrados na figura 7.1. Para induzir o movimento girotrópico e a transmissão de energia ao longo da cadeia, um campo magnético no plano de 10 mT é aplicado durante uns poucos nanosegundos, unicamente no primeiro disco 1 da cadeia. Em seguida o campo magnético é desligado e o movimento girotrópico começa no primeiro disco, e é comunicado aos discos vizinhos.

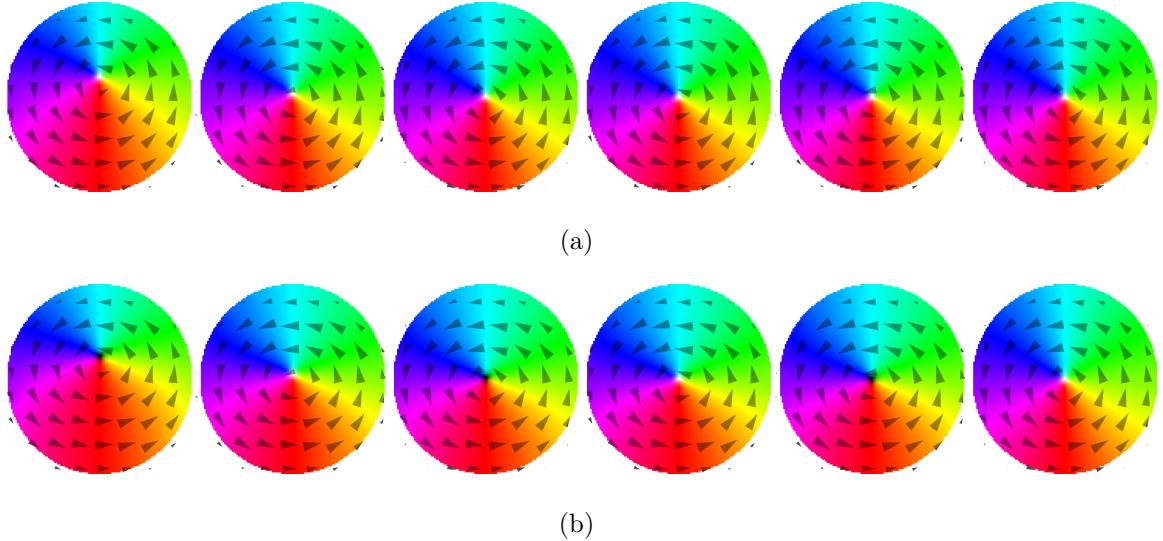


Figura 7.1: Arranjos de discos magnéticos com vórtices: (a) arranjo tipo 1, onde todos os discos têm a mesma polaridade e (b) arranjo tipo 2, onde os discos têm polaridades alternadas. Os pontos brancos indicam  $p = +1$  e os pontos pretos  $p = -1$ .

Diferentemente do que foi feito no trabalho de Barman *et al.* [116], onde foi estudada a transmitância em uma cadeia de discos excitados por campos magnéticos girantes, aqui o estudo é feito durante o tempo de relaxamento do primeiro disco.

Definimos a transmitância ( $\xi_{n+1}$ ) como:

$$\xi_{n+1} = \frac{\|\mathbf{M}_{n+1}(t)\|}{\|\mathbf{M}_1(t)\|} \times 100\% \quad (7.1)$$

onde  $\|\mathbf{M}_{n+1}\|$  é o máximo valor da magnetização total no plano do disco  $n + 1$ , com  $n = 1, 2, \dots, 5$ .  $\|\mathbf{M}_1\|$  é o máximo valor da magnetização total no plano do disco 1. A magnetização é o módulo da magnetização, definido como  $\|\mathbf{M}(t)\| = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$ . O tempo no qual a magnetização máxima é alcançada é chamado de  $t_{max}$ .

Na figura 7.2 é mostrada a propagação do sinal na cadeia de discos do tipo 1. Como podemos ver, a intensidade do sinal transmitido vai caindo nos discos que se encontram

mais longe do disco fonte (disco 1), levando a um estado de menor magnetização. O nível de magnetização se refere ao módulo da magnetização. Assim também os tempos em alcançar o máximo nível de magnetização vão aumentando nos discos mais afastados do disco 1.

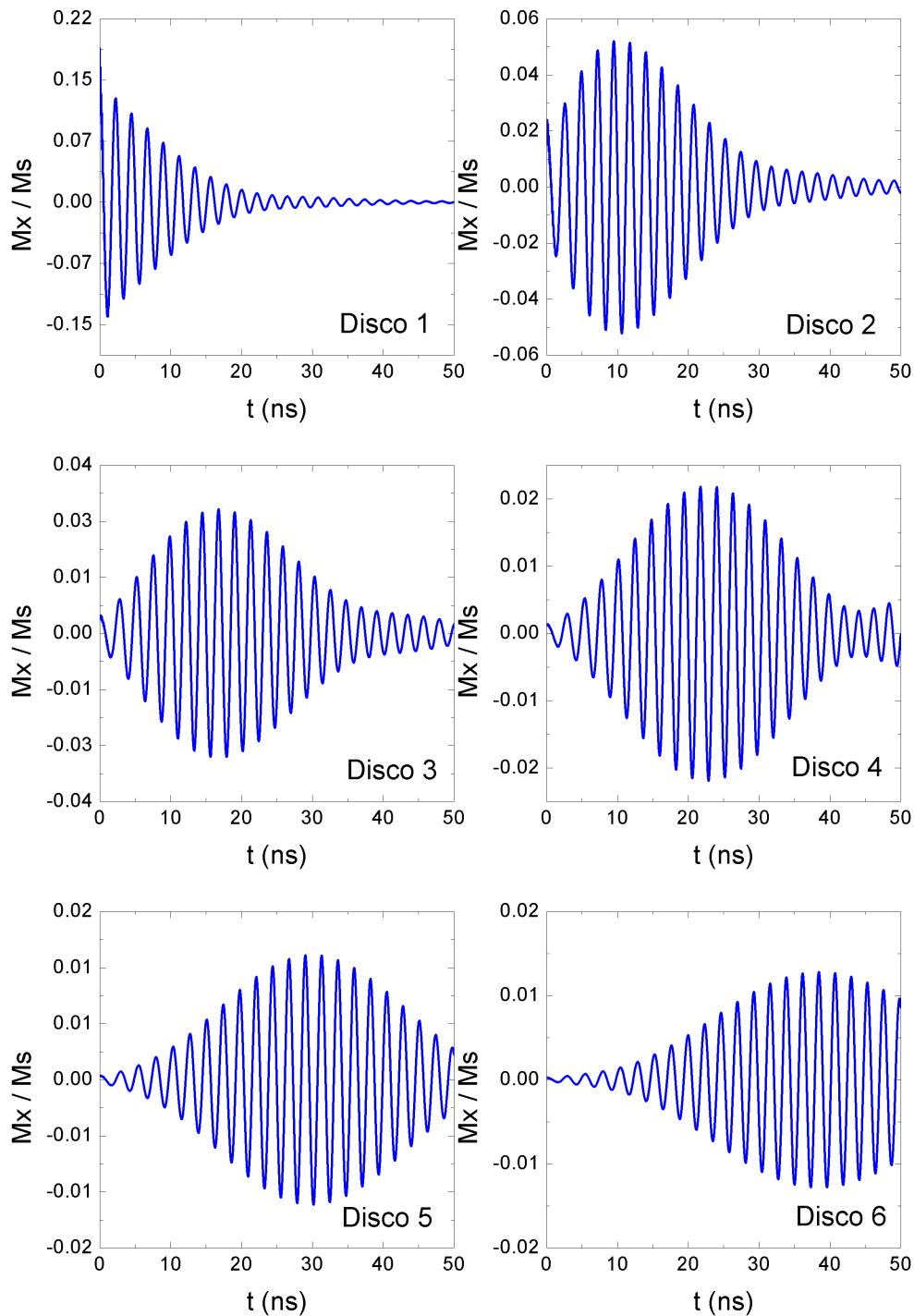


Figura 7.2: Variação da componente  $M_x$  da magnetização como o tempo, mostrando a propagação do sinal em uma cadeia de discos tipo 1. Dados obtidas por simulação micromagnética.

### Arranjo tipo 1

Para  $K_\sigma = 0$ , o máximo valor da magnetização no disco 6 é alcançado em  $t_{max} = 26.29$  ns e um valor da transmitância de  $\xi_6 = 14.3\%$  é observado. Este valor baixo na transmitância é esperado, pois a energia cedida pelo disco 1 é aproveitada pelos demais discos para iniciar o movimento girotrópico, pelo que o disco mais longe do disco 1 terá menor aproveitamento de energia, portanto uma menor magnetização. Os valores de  $\xi$  nos outros discos são mostrados na figura 7.3. Neste gráfico podemos ver que os valores de  $\xi$  nos outros discos da cadeia vão caindo à medida que aumenta a distância de separação em relação ao disco 1. O valor de  $t_{max}$  é relativamente alto, o qual não é desejável para aplicações de vórtices magnéticos como dispositivos de armazenamento de dados onde é requerido tempos menores para obter máximos na amplitude do sinal transmitido. Com o objetivo de ter uma melhor eficiência de transmissão no sinal transmitido foi aplicada a IPUA em todos os discos.

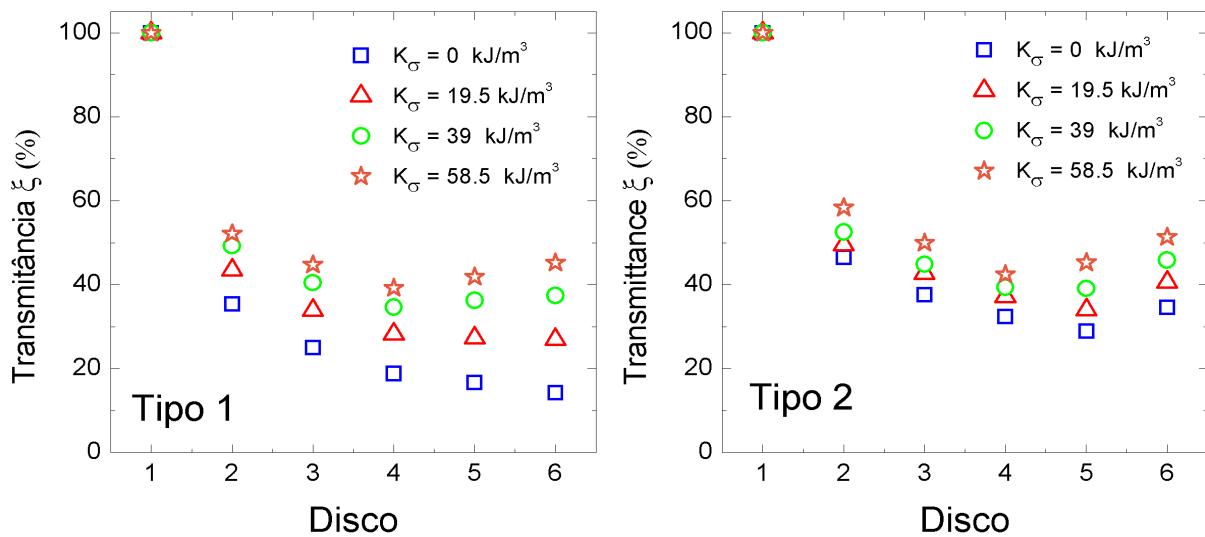


Figura 7.3: Valores da transmitância dos discos de uma cadeia, para diferentes valores da constante de anisotropia magnética no plano (IPUA), para dois tipos de arranjos.

Para  $K_\sigma = 19.5 \text{ kJ/m}^3$  a transmitância no disco 6 aumentou, atingindo um valor de  $\xi_6 = 27\%$ ; este valor é quase o dobro do valor obtido para o caso de  $K_\sigma = 0$ . O valor de  $t_{max}$  também mudou, sendo reduzido a  $t_{max} = 18.03$  ns. Os valores da transmitância nos outros discos também aumentaram como consequência da presença da IPUA. Os valores de  $t_{max}$  nos outros discos foram também reduzidos; os valores dessa grandeza nos outros discos são mostrados na tabela 7.1.

Estes resultados são importantes já que demonstram que a IPUA é um bom mecanismo

para melhorar a eficiência na transmissão da energia ao longo da cadeia, pelo fato de que a IPUA aumenta o acoplamento magnético entre os discos. No trabalho de Barman *et al.* [116], a única forma de modificar a transmitância é através da variação da distância entre os discos, ou modificando a geometria dos elementos da cadeia. Do ponto de vista prático, é mais fácil aplicar a IPUA nos discos do que variar a distância de separação entre os discos em tempo real.

Ao aumentar o valor para  $K_\sigma = 39 \text{ kJ/m}^3$ , temos  $\xi_5 = 36.3\%$  enquanto que  $\xi_6 = 37.4\%$ . Neste caso o valor da transmitância no disco 6 é ligeiramente maior que no disco 5 e quando  $K_\sigma = 58.5 \text{ kJ/m}^3$ , temos  $\xi_4 = 39.3\%$ ,  $\xi_5 = 41.8\%$ ,  $\xi_6 = 45.2\%$ . Os valores da transmitância agora começam a aumentar nos últimos discos da cadeia, quando comparados com os que estão mais perto do disco 1. Este comportamento é diferente dos casos anteriores, nos quais a transmitância cai com a distância de separação sobre o disco 1, mas este comportamento é esperado, já que a presença da IPUA aumenta o acoplamento magnético entre os discos, portanto, o aproveitamento da energia por parte dos discos mais afastados do disco 1 é mais eficiente (era esperado o aumento da eficiência, mas não era esperado que a eficiência do disco 6 fosse maior do que a do disco 5!).

Os valores de  $t_{max}$  também se reduzem com o aumento do valor de  $K_\sigma$ ; no entanto,  $t_{max}$  do disco 6 permanece maior do que o valor dos outros discos, como pode ser visto na tabela 7.1.

$K_\sigma (\text{kJ/m}^3)$	$t_{max2} (\text{ns})$	$t_{max3} (\text{ns})$	$t_{max4} (\text{ns})$	$t_{max5} (\text{ns})$	$t_{max6} (\text{ns})$
0	6.2	11.1	15.1	20.2	26.3
19.5	5.2	8.2	9.9	14.1	18.0
39.0	3.2	5.1	7.1	10.5	13.6
58.5	2.2	4.4	6.7	9.1	10.9

Tabela 7.1: Valores de  $t_{max}$  dos discos de uma cadeia, para diferentes valores da constante de anisotropia magnética no plano (IPUA), para o arranjo do tipo 1.

## Arranjo tipo 2

No caso do arranjo tipo 2, observamos que os valores de  $t_{max}$  são menores quando comparados com os obtidos no arranjo tipo 1. Isto é porque os tempos de transferência de energia são muito menores no caso de as polaridades serem opostas, devido a que o acoplamento magnético entre os discos é maior que no caso dos discos com polaridades

iguais (Capítulo 6). Assim, também os valores da transmitância são maiores comparados com os obtidos no arranjo tipo 1. Para  $K_\sigma = 0 \text{ kJ/m}^3$ , temos um valor na transmitância de  $\xi_6 = 34.61\%$ , valor que é mais do dobro do obtido no caso do arranjo tipo 1, e  $t_{max} = 15.1 \text{ ns}$ , o qual é quase a metade do valor obtido no caso do arranjo tipo 1. Para valores maiores de  $K_\sigma$ , os valores da transmitância aumentam, como é esperado devido ao aumento do acoplamento magnético entre os discos, mas os tempos  $t_{max}$  são ligeiramente menores do que os obtidos no arranjo tipo 1. Os valores de  $t_{max}$  são mostrados na tabela 7.2.

$K_\sigma (\text{kJ/m}^3)$	$t_{max2} (\text{ns})$	$t_{max3} (\text{ns})$	$t_{max4} (\text{ns})$	$t_{max5} (\text{ns})$	$t_{max6} (\text{ns})$
0	3.9	6.7	9.5	11.2	15.1
19.5	4.1	5.8	7.6	9.4	13.4
39.0	3.3	5.2	5.8	9.2	10.9
58.5	2.2	4.4	5.1	7.5	9.5

Tabela 7.2: Valores de  $t_{max}$  dos discos de uma cadeia, para diferentes valores da constante de anisotropia magnética no plano (IPUA), para o arranjo do tipo 2.

## 7.2 Aplicações a dispositivos com portas lógicas

Nanoestruturas com configuração de vórtices magnéticos podem ser usadas em dispositivos para a realização de operações lógicas [32, 33, 117]. Nesta seção discutiremos como a IPUA pode ser usada em dispositivos lógicos, por exemplo, para obter saídas 0 ou 1.

### 7.2.1 Porta Fan-Out

Uma porta fan-out pode ter uma entrada (input) e duas saídas (output 1 e output 2) [33]. Um possível arranjo para construir uma porta deste tipo com discos com vórtice magnético é mostrado na figura 7.4. O sistema está formado por 7 discos iguais de 240 nm de diâmetro e espessura  $L = 7 \text{ nm}$ . Todos os discos têm a mesma distância de separação centro a centro  $D = 260 \text{ nm}$ . O material usado foi o galfenol, com parâmetros já detalhados

em capítulos anteriores. Todos os vórtices apresentam polaridade  $p = +1$  e circulação  $C = +1$ . O sinal de entrada será fornecida pela aplicação de um campo magnético girante da forma  $\mathbf{H}(t) = H_0 \cos(2\pi f_0 t) \hat{x} + H_0 \sin(2\pi f_0 t) \hat{y}$ , onde  $H_0$  é a amplitude do campo magnético e  $f_0$  é a frequência girotrópica de um disco isolado; para as dimensões dos discos usados aqui, foi estimado um valor de  $f_0 = 0.45$  GHz. O sinal de entrada corresponde à função lógica 1, uma amplitude de sinal apreciável em qualquer das saídas é considerada como 1, enquanto que uma amplitude desprezível é considerada como 0. Em nosso sistema o disco 4 funciona como entrada e os discos 1 e 7 como saídas. Os discos 2,3,5, e 6 são os discos onde a IPUA pode ser aplicada com a finalidade de conseguir as saídas desejadas.

A primeira configuração a ser obtida é a 111. O primeiro dígito se refere ao sinal de entrada no disco 4, o segundo dígito à saída no disco 1 e o terceiro dígito à saída no disco 7. Para conseguir a configuração 111, aplicamos o sinal de entrada através do campo girante no disco 4 e observamos os sinais de saída no discos 1 e 7. O resultado pode ser visto na figura 7.6.

Os sinais nos discos 1 e 7 são obtidos devido à transferência de energia entre os discos do sistema. Como foi visto no Capítulo 6, a IPUA pode favorecer a transferência da energia ou impedir que esta aconteça (diminuir a eficiência de transferência). Levando em consideração nossos resultados obtidos previamente, aplicamos a IPUA na direção  $y$  nos discos 2 e 3, enquanto que nos discos 5 e 6 a IPUA está na direção  $x$ . As direções da IPUA foram escolhidos de tal forma a minimizar a interação entre os discos vizinhos. As configurações lógicas 111, 101 e 110 são mostradas na figura 7.6. Para obter a configuração 101, foi aplicado a IPUA ( $K_\sigma = 39$  kJ/m<sup>3</sup>) unicamente nos discos 2 e 4, para impedir a transferência de energia para o disco 1. A configuração 110 foi obtida aplicando a IPUA unicamente nos discos 5 e 6, impedindo assim a transferência de energia para o disco 7. Aplicando a IPUA nos discos 2,3,5 e 7, permite obter a configuração lógica 100 (figura 7.5).

A configuração 000 é trivial, se não existe sinal de entrada não existe sinal de saída. Todas as configurações obtidas no sistema fan-out são resumidas na tabela 7.3. Estes resultados mostram como é eficiente o uso da IPUA para obter diversas configurações lógicas.

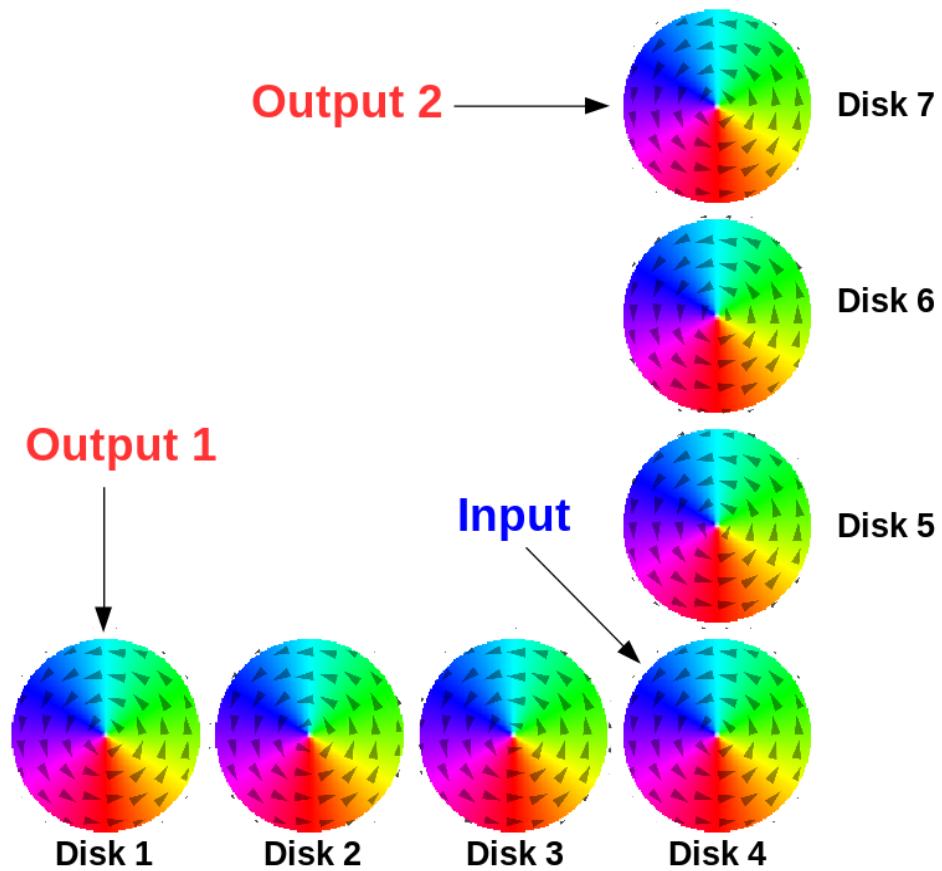


Figura 7.4: Estrutura fan-out composta por 7 discos iguais, separados por uma distância D. Os discos têm 120 de raio e 7 nm de espessura.

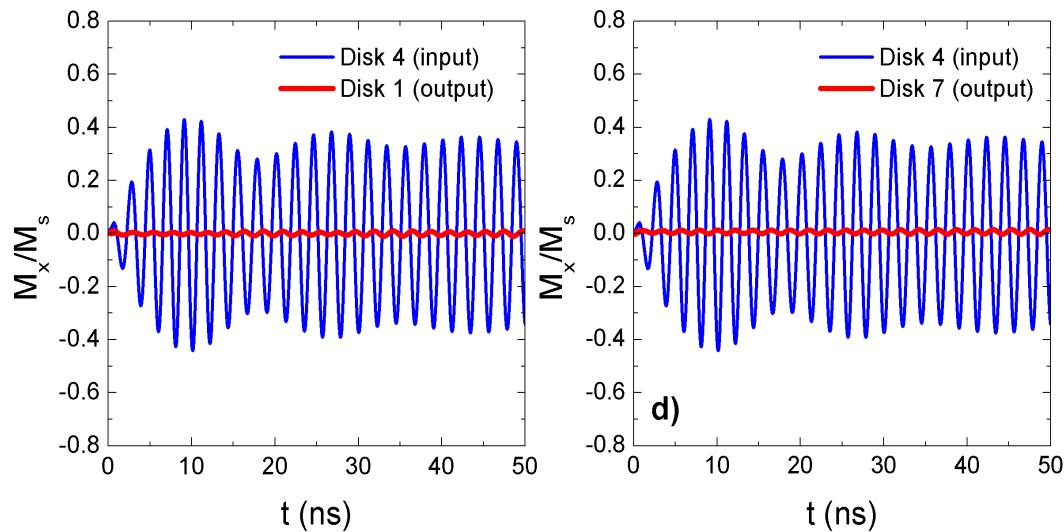


Figura 7.5: Configuração lógica 100 obtida em um sistema fan-out.

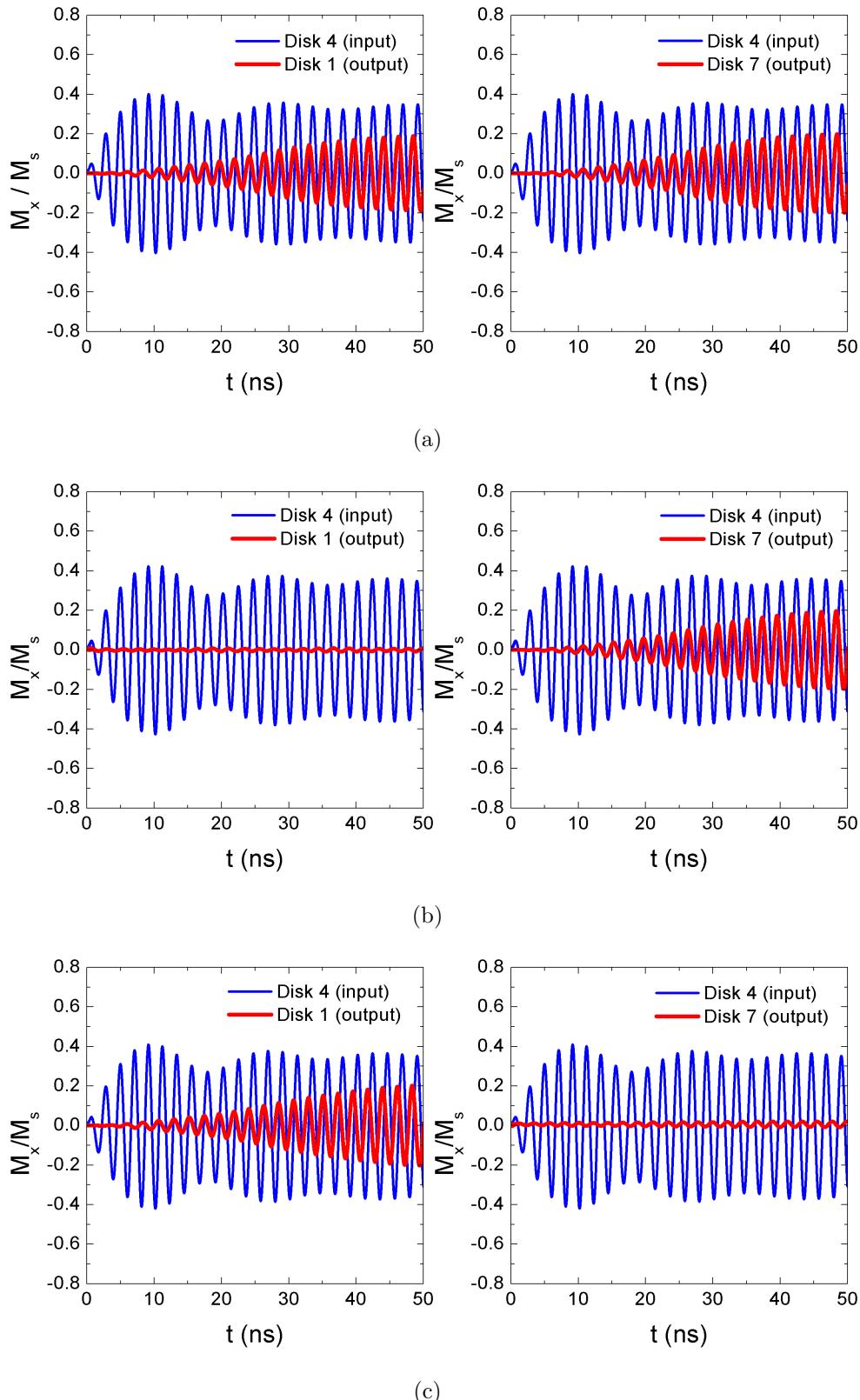


Figura 7.6: Configurações lógicas obtidas em um sistema fan-out, em (a) configuração 111, (b) configuração 101 e em (c) configuração 110. Dados obtidos por simulação micromagnética.

Input	Output 1	Output 2	Configuração lógica
0	0	0	000
1	1	1	111
1	0	1	101
1	1	0	110
1	0	0	100

Tabela 7.3: Configurações lógicas obtidas no sistema de vórtices magnéticos acoplados, mostrado na figura 7.4

### 7.2.2 Portas E (AND) e OU (OR)

As portas E e OU se caracterizam por ter duas entradas (entrada 1 e entrada 2) e uma saída (output). A saída depende das operações realizadas nas entradas. O sistema lógico mostrado anteriormente, pode ser modificado para ter duas entradas e uma saída. O disco 1 e o disco 7 são agora as entradas do sistema, e o disco 4 é a saída. As entradas aqui também são alimentadas pela aplicação de um campo magnético girante.

A porta E é caracterizada pelas operações  $0 + 0 = 0$ ,  $0 + 1 = 0$ ,  $1 + 0 = 0$  e  $1 + 1 = 1$ . Novamente, a operação  $0 + 0 = 0$  é trivial e corresponde ao caso de não ter sinal de entrada nem de saída. A operação lógica  $0 + 1 = 0$  corresponde a ter um sinal de entrada no disco 7 (entrada 2) e nenhuma entrada no disco 1 (entrada 1), dando como resultado um sinal nulo ou desprezível no disco 4 (saída). Da mesma maneira, a operação lógica  $1 + 0 = 0$  corresponde a ter um sinal de entrada no disco 1 (entrada 1) e nenhum sinal de entrada no disco 7 (entrada 2), dando como resultado uma saída nula no disco 4 (saída). A operação lógica  $1 + 1 = 1$  corresponde a ter sinais de entrada nos discos 1 e 7 (entrada 1 e entrada 2) dando como resultado um sinal de saída no disco 4 (saída).

Com o fim de obter as operações lógicas desejadas, foi usada a influência da IPUA unicamente nos discos 2,3,5 e 6. A direção da IPUA nos discos é a mesma que foi usada na sub-seção anterior 7.2.1. Os resultados podem ser vistos na figura 7.8. Um sinal de amplitude desprezível, próximo de zero é obtida no disco 4 (saída).

A porta OU é caracterizada pelas seguintes operações:  $0 + 0 = 0$ ,  $0 + 1 = 1$ ,  $1 + 0 = 1$  e  $1 + 1 = 1$ . A interpretação das operações lógicas é semelhante à usada na porta E. Este tipo de porta se caracteriza por ter sinais de saída, independentemente se só foi

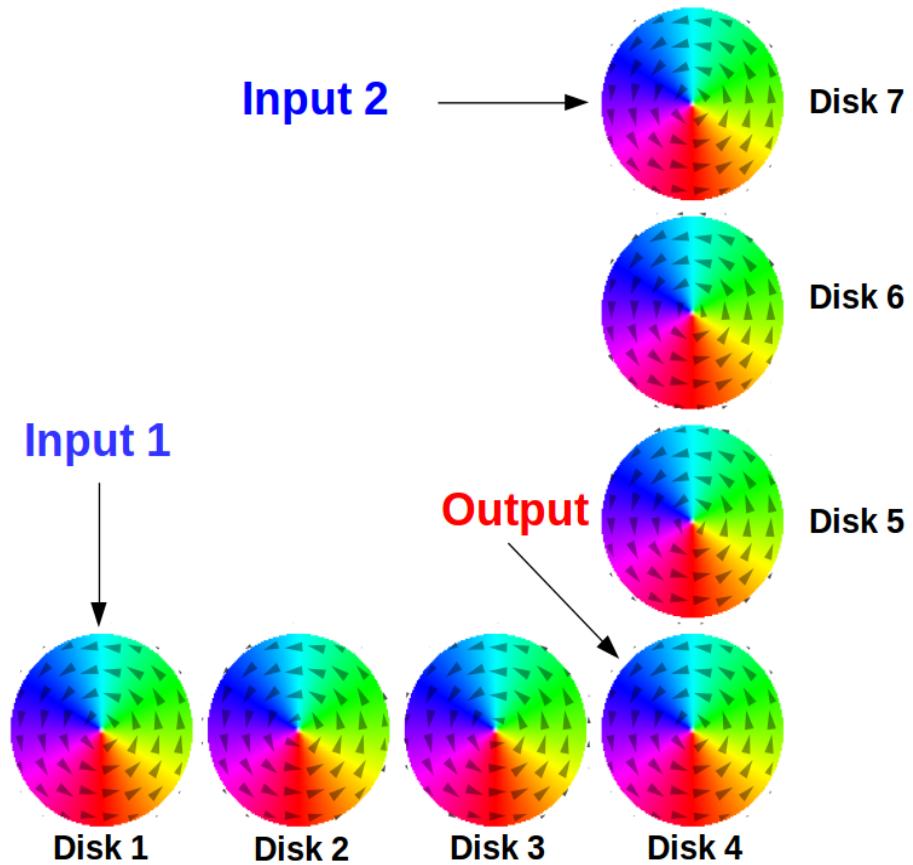


Figura 7.7: Estrutura fan-out composta por 7 discos iguais, separados por uma distância D. Os discos têm 120 nm de raio e 7 nm de espessura.

usado um único sinal de entrada. Os resultados são mostrados na figura 7.9.

Neste caso, mesmo que não seja necessário aplicar a IPUA nos discos, já que a transferência de energia de um disco para outro é necessária para poder obter sinais de saída, foi aplicada IPUA em alguns discos para impedir um sinal de saída por uma das entradas onde não foi aplicado um campo magnético girante, já que por exemplo: se um sinal de entrada é aplicada no disco 1 (entrada 1), esta vai se propagar até o disco 7 devido à transferência de energia entre os discos vizinhos. Para evitar este problema, foi aplicada a IPUA nos discos 5 e 6, desta forma é impeditida a propagação de saída pelo disco 7 (entrada 2). O caso  $1 + 1 = 1$  é o mesmo, tanto para E como para OU; na figura 7.10 podemos ver esta operação lógica.

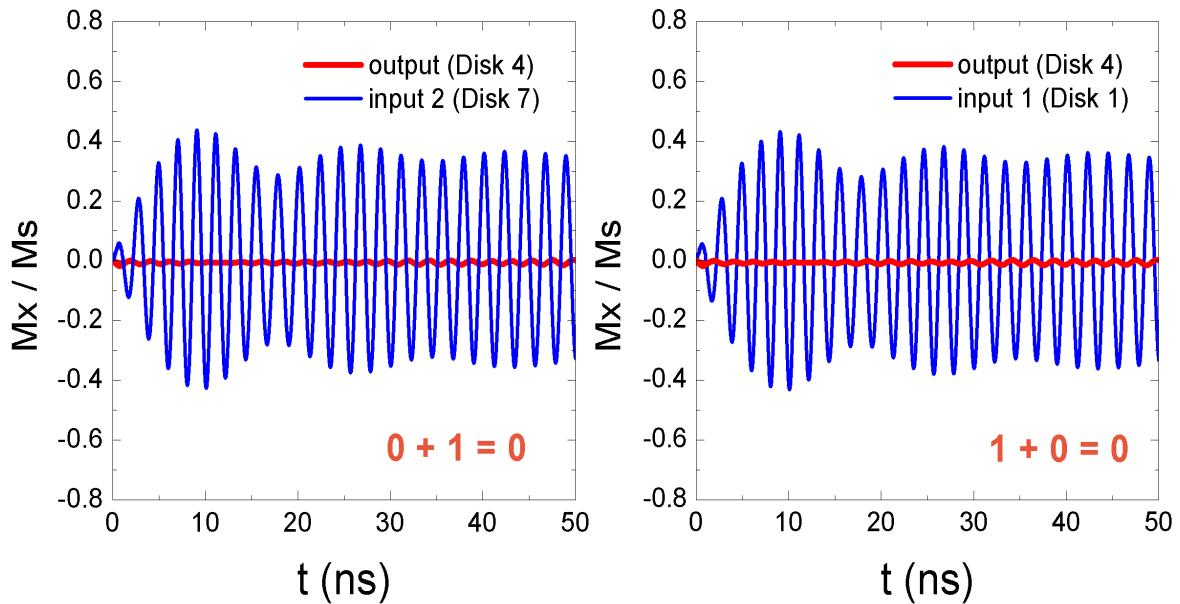


Figura 7.8: Sinais obtidos das operações lógicas da porta E, formada por discos com vórtices magnéticos, mostrada na figura 7.7

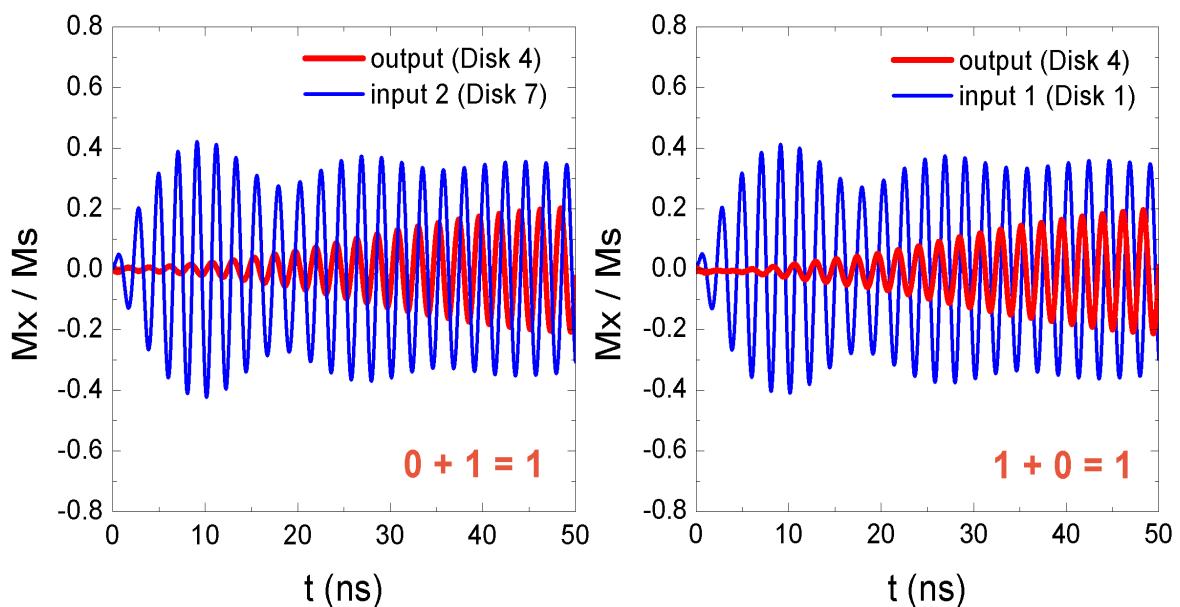


Figura 7.9: Sinais obtidos das operações lógicas da porta OU, formada por discos com vórtices magnéticos, mostrada na figura 7.7.

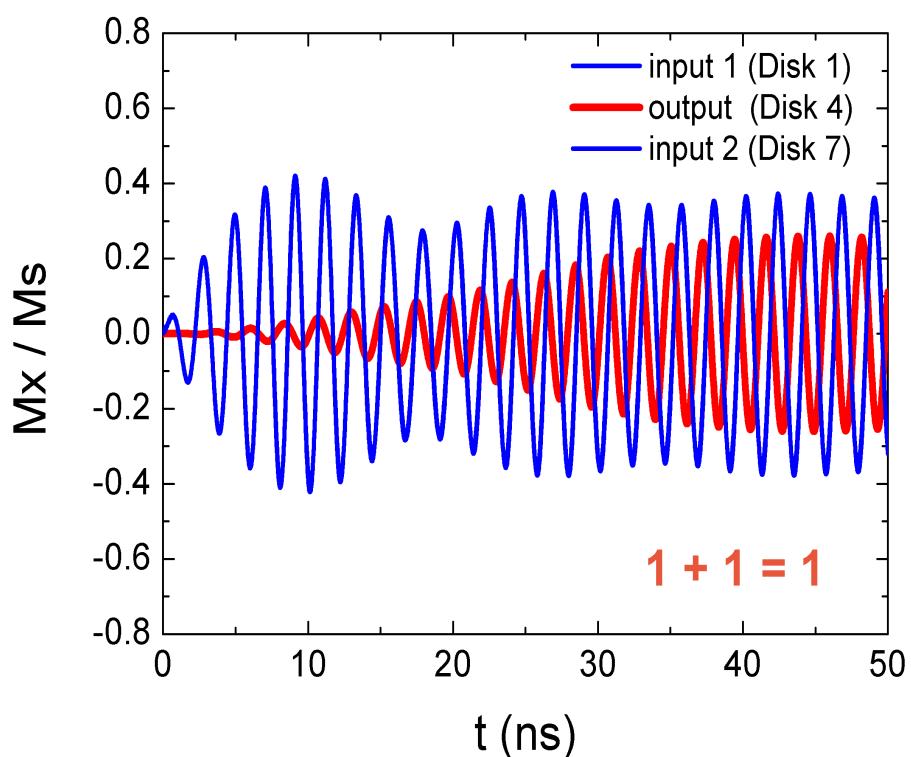


Figura 7.10: Sinais obtidos das operações lógicas tanto para a porta E, como para a porta OU formada por discos com vórtices magnéticos, mostrada na figura 7.7.

# Capítulo 8

## Conclusões

O objetivo da tese foi estudar a dinâmica e as interações magnéticas em sistemas de discos acoplados que apresentam configuração magnética tipo vórtice. O estudo foi feito usando modelos analíticos e simulação micromagnética (software Mumax<sup>3</sup>). Nossa trabalho começou com o estudo de um sistema simples de dois discos de raios diferentes, acoplados e separados uma certa distância. Foi encontrada uma expressão analítica para a energia de interação magnética entre os discos e para as integrais de acoplamento  $I_x$  e  $I_y$  (interações ao longo do eixo x e do eixo y, respectivamente). Resolvendo analiticamente a equação de Thiele, foi possível encontrar uma expressão analítica para as frequências de acoplamento do sistema. As integrais de acoplamento mostram uma dependência simples com a distância de separação entre os discos da seguinte forma:  $I_x \sim d^{3.4}$  e  $I_y \sim d^{4.1}$ , dependência que está em bom acordo com os resultados obtidos para o caso de discos iguais.

Também mostramos que é possível expressar esta dependência com a distância como uma soma de potências ímpares negativas da seguinte forma:  $I_{x,y} = Ad^{-3} + Bd^{-5} + Cd^{-7} + Dd^{-9}$ . Esta última dependência tem um significado mais físico, já que cada termo representa um tipo de interação magnética (dipolo-dipolo, dipolo-octupolo, etc). Os coeficientes foram encontrados fazendo um ajuste à curva original de  $I_x$  e  $I_y$  em função da distância de separação entre os discos.

As frequências de acoplamento do sistema foram obtidas usando a expressão analítica e a simulação micromagnética, ambos resultados têm boa concordância.

Todos os resultados anteriores foram aplicados ao estudo da interação magnética em uma matriz quadrada (10 x 10) de discos diferentes. Para isto, usamos o efeito do eco

de vórtice magnético (EVM), estudado previamente pelo nosso grupo. O eco de vórtice magnético é similar ao efeito de eco de spin, que é observada na ressonância magnética nuclear. Nesta tese o EVM foi obtido usando um novo método: da matriz foi escolhido um novo arranjo de 50 pares de discos, os sinais magnéticos de cada par foram somadas, e o resultado total foi empregado para obter o EVM. A obtenção do EVM permite o estudo da interação magnética em arranjos maiores, podendo se converter em um método eficaz para esta finalidade.

Outro ponto muito importante em nosso estudo de discos acoplados, foi o controle do tempo de transferência de energia ( $\tau$ ) de um disco para o outro. Para isso, usamos a influência da anisotropia uniaxial no plano (IPUA), aplicado ao longo do eixo x, sobre a dinâmica dos vórtices. Encontramos que  $\tau$  pode ser reduzido consideravelmente com o aumento da anisotropia nos discos. A queda nos valores de  $\tau$  foi da ordem de até quase 70%, o que demonstra a efetividade de usar a IPUA para controlar este parâmetro. Um modelo analítico simples considerando unicamente interação dipolar, foi usado com a finalidade de obter as interações ao longo do eixo x e do eixo y (integrais de acoplamento) em função da constante de anisotropia magnética  $K_\sigma$ . Foi encontrado que as integrais de acoplamento aumentam seus valores com o aumento de  $K_\sigma$ , o que significa que a presença da IPUA aplicada ao longo do eixo x favorece o acoplamento entre os discos magnéticos, permitindo obter pequenos valores de  $\tau$ . Portanto, nosso modelo explica satisfatoriamente a razão pela qual o valor de  $\tau$  cai com o aumento de  $K_\sigma$ .

A partir da primeira variação da lagrangiana, baseada nas constantes de Thiele, do sistema, conseguimos obter uma expressão analítica para as frequências de acoplamento e para o desdobramento de frequências. Os valores obtidos pela expressão analítica, quando comparados com os valores obtidos pela simulação micromagnética mostram um bom acordo quando as distâncias de separação entre os discos são maiores, o que é razoável, já que nosso modelo só considera interação dipolar.

Também foi estudada a influência da direção da IPUA nos valores de  $\tau$ . Para isto, a IPUA foi aplicada ao longo do eixo y em ambos discos. O efeito observado foi um aumento nos valores de  $\tau$  com o aumento de  $K_\sigma$ . Aqui, o modelo dipolar também foi usado para encontrar as integrais de acoplamento em função de  $K_\sigma$ . Os resultados mostram que as integrais de acoplamento diminuem seus valores como o aumento de  $K_\sigma$ , o que significa que a IPUA aplicada na direção y desfavorece o acoplamento entre os discos.

Estes resultados são de muita importância, porque escolhendo uma certa direção, podemos chegar a um estado de interação quase zero, eliminando o desdobramento de frequências nos discos e fazendo com que apareça uma única frequência girotrópica, fato que pode ser usado para estudos de sincronização em sistemas de muitos discos. Nossos resultados representam o segundo método conhecido até agora para o controle de  $\tau$ .

Mostramos ainda que a IPUA permite controlar a direção de propagação do sinal em sistemas de mais de um disco, o que pode ser usado para obter diversas configurações lógicas em sistema de portas E, OU e em sistemas FAN-OUT. No sistema fan-out encontramos que é possível ter as 5 configurações lógicas associadas a este sistema. Usando o mesmo sistema (arranjo de discos) fan-out, mostramos que também podemos realizar as operações lógicas E e OU sem a necessidade de mudar a geometria do sistema, ou mudar a distância de separação entre os discos. Estes resultados são interessantes, pois mostram que com um único sistema é possível passar por diferentes configurações lógicas. Isto pode ter muitas aplicações práticas na área da eletrônica, já que pode ser criado um único dispositivo que realize todas estas operações lógicas.

Mostramos ainda que a IPUA pode ser usada para melhorar a eficiência de transmissão do sinal em um arranjo unidimensional de discos magnéticos. Nossos resultados mostram um aumento da transmitância nos discos com o aumento da anisotropia no plano, assim como também um aumento na magnetização destes. Foi mostrado também que os tempos em que cada disco alcança a sua máxima magnetização são reduzidos pela influência da IPUA, que representa uma grande vantagem para aplicações tecnológicas onde se busca uma rápida e eficiente transmissão do sinal.

Como possível extensão de nosso trabalho, está a aplicação de nossos resultados a um novo tipo de configurações magnéticas, os Skyrmions, que têm algumas propriedades similares ao vórtices magnéticos. Estudar os efeitos que produzem agentes externos, como por exemplo a IPUA, ou campos magnéticos perpendiculares sobre outros modos dinâmicos presentes nos vórtices magnéticos além do modo girotrópico, que foi o modo estudado nesta tese.

No entanto, existem ainda muitos aspectos da física de vórtices magnéticos que merecem novos estudos.

# Apêndice A

## Resolução da equação de Thiele

### A.1 Disco isolado

Como foi mencionado na seção 3.2, a equação de Thiele é usada para o estudo da dinâmica do vórtice magnético:

$$\mathbf{G} \times \frac{d\mathbf{X}}{dt} + D \frac{d\mathbf{X}}{dt} - \frac{\partial W(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} = 0 \quad (\text{A.1})$$

A derivada temporal do vetor posição é a velocidade do núcleo do vórtice magnético, e a derivada espacial da energia é a força restauradora ( $\mathbf{F}_r$ ), então a equação de Thiele pode ser escrita como segue:

$$\mathbf{G} \times \mathbf{V} + D\mathbf{V} + \mathbf{F}_r = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{G} \times (\mathbf{G} \times \mathbf{V} + D\mathbf{V} + \mathbf{F}_r) = 0$$

$$\mathbf{G} \times (\mathbf{G} \times \mathbf{V}) + D(\mathbf{G} \times \mathbf{V}) + \mathbf{G} \times \mathbf{F}_r = 0$$

Levando em conta a identidade  $\mathbf{G} \times (\mathbf{G} \times \mathbf{V}) = (\mathbf{G} \cdot \mathbf{V})\mathbf{G} - (\mathbf{G} \cdot \mathbf{G})\mathbf{V}$ , temos:

$$\begin{aligned} -\mathbf{G}^2\mathbf{V} + D(\mathbf{G} \times \mathbf{V}) + \mathbf{G} \times \mathbf{F}_r &= 0 \\ (\mathbf{G} \times \mathbf{V}) &= \frac{\mathbf{G}^2\mathbf{V} - \mathbf{G} \times \mathbf{F}_r}{D} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Substituindo A.3 em A.2 temos:

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{G} \times \mathbf{F}_r - D\mathbf{F}_r}{\mathbf{G}^2 + D^2} \quad (\text{A.4})$$

Levando em conta que:

$$\mathbf{G} = -G\hat{z}$$

$$\mathbf{F} = F_x\hat{x} + F_y\hat{y}$$

$$\mathbf{V} = V_x\hat{x} + V_y\hat{y} = \dot{x}\hat{x} + \dot{y}\hat{y},$$

a equação A.4 fica:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \frac{1}{G^2 + D^2} \begin{bmatrix} GF_y - DF_x \\ -GF_x - DF_y \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Este sistema de equações diferenciais pode ser resolvido facilmente por métodos numéricos implementados em qualquer software, como por exemplo Matlab.

## A.2 Discos acoplados

No caso de um par de discos acoplados, temos duas equações de Thiele acopladas devido à energia magnética de interação entre eles:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_1 \times \frac{d\mathbf{X}_1}{dt} + D_1 \frac{d\mathbf{X}_1}{dt} - \frac{\partial W_1(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)}{\partial \mathbf{X}_1} &= 0 \\ \mathbf{G}_2 \times \frac{d\mathbf{X}_2}{dt} + D_2 \frac{d\mathbf{X}_2}{dt} - \frac{\partial W_2(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)}{\partial \mathbf{X}_2} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

onde o termo de energia  $W(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)$  leva em conta a interação magnética entre os discos, assim como a energia individual de cada disco.

Assim, temos a energia ( $i = 1, 2$ ):

$$W_i(\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_i) = W_i(0) + \frac{1}{2} \kappa_i \mathbf{X}_i^2 - \mu_i [\hat{z} \times \mathbf{H}] \mathbf{X}_i + C_1 C_2 (\eta_x x_1 x_2 - \eta_y y_1 y_2) \quad (\text{A.7})$$

Resolvendo para  $i = 1$ , temos:

$$W_1(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_1) = W_1(0) + \frac{1}{2} \kappa_1 \mathbf{X}_1^2 - \mu_1 [\hat{z} \times \mathbf{H}] \mathbf{X}_1 + C_1 C_2 (\eta_x x_1 x_2 - \eta_y y_1 y_2) \quad (\text{A.8})$$

$$\mathbf{F}_1 = -\frac{\partial W_1}{\partial \mathbf{X}_1} = -\kappa_1 \mathbf{X}_1 + \mu_1 [\hat{z} \times \mathbf{H}] - C_1 C_2 (\eta_x x_2 \hat{x} - \eta_y y_2 \hat{y})$$

$$\mathbf{F}_1 = (-\kappa_1 \mathbf{X}_1 - \mu_1 H_y - C_1 C_2 \eta_x x_2) \hat{x} + (-\kappa_1 y_1 + \mu_1 H_x + C_1 C_2 \eta_y y_2) \hat{y} \quad (\text{A.9})$$

para  $i = 2$ :

$$W_2(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = W_2(0) + \frac{1}{2} \kappa_i \mathbf{X}_2^2 - \mu_2 [\hat{z} \times \mathbf{H}] \mathbf{X}_2 + C_1 C_2 (\eta_x x_1 x_2 - \eta_y y_1 y_2) \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{F}_2 = -\frac{\partial W_2}{\partial \mathbf{X}_2} = -\kappa_2 \mathbf{X}_2 + \mu_2 [\hat{z} \times \mathbf{H}] - C_1 C_2 (\eta_x x_1 \hat{x} - \eta_y y_1 \hat{y})$$

$$\mathbf{F}_2 = (-\kappa_2 \mathbf{X}_2 - \mu_2 H_y - C_1 C_2 \eta_x x_1) \hat{x} + (-\kappa_2 y_2 + \mu_2 H_x + C_1 C_2 \eta_y y_1) \hat{y} \quad (\text{A.11})$$

Substituindo as equações A.9 e A.11 na equação A.5, e considerando  $D = 0$  (constante de atenuação desprezível), obtemos:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{G} (\kappa_1 y_1 + C_1 C_2 \eta_y y_2 + \mu_1 H_x) \quad (\text{A.12})$$

$$\dot{y}_1 = \frac{1}{G} (\kappa_1 x_1 + C_1 C_2 \eta_x x_2 + \mu_1 H_y)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{G} (C_1 C_2 \eta_y y_1 - \kappa_2 x_2 + \mu_2 H_x) \quad (\text{A.13})$$

$$\dot{y}_2 = \frac{1}{G} (C_1 C_2 \eta_x x_1 + \kappa_2 x_2 + \mu_2 H_y)$$

Este sistema corresponde à equação 5.6, e foi usada na seção 5.2 para a obtenção do eco de vórtice magnético analiticamente.

## **Apêndice B**

### **Artigos publicados durante a elaboração da Tese de doutorado**

Nesta apêndice apresentamos os dois artigos desenvolvidos durante a elaboração da Tese de doutorado

## Interaction between magnetic vortex cores in a pair of nonidentical nanodisks

J. P. Sinnecker, H. Vigo-Cotrina, F. Garcia, E. R. P. Novais, and A. P. Guimarães<sup>a)</sup>

*Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, 22290-180, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil*

(Received 28 January 2014; accepted 8 May 2014; published online 23 May 2014)

The coupling of two nonidentical magnetic nanodisks, i.e., with different vortex gyrotropic frequencies, is studied. From the analytical approach, the interactions between the nanodisks along  $x$  and  $y$  directions (the coupling integrals) were obtained as a function of distance. From the numerical solution of Thiele's equation, we derived the eigenfrequencies of the vortex cores as a function of distance. The motion of the two vortex cores and, consequently, the time dependence of the total magnetization  $M(t)$  were derived both using Thiele's equation and by micromagnetic simulation. From  $M(t)$ , a recently developed method, the magnetic vortex echoes, analogous to the Nuclear Magnetic Resonance spin echoes, was used to compute the distance dependence of the magnetic coupling strength. The results of the two approaches differ by approximately 10%; using one single term, a dependence with distance found is broadly in agreement with studies employing other techniques. © 2014 AIP Publishing LLC. [<http://dx.doi.org/10.1063/1.4878875>]

### I. INTRODUCTION

Magnetic objects of nano- and mesoscopic dimensions of different shapes—squares, ellipses, or disks—may have, as their ground state, a vortex structure.<sup>1–5</sup> This state is characterized by magnetization in the plane of the nanostructure, tangential to concentric circles, and a small core where the magnetization is perpendicular to the plane. One can define the circulation  $c = +1$  for counterclockwise (CCW) in-plane magnetization direction, or  $c = -1$  for CW direction; the polarity is  $p = +1$  for magnetization of the vortex core along the  $+z$  axis, and  $p = -1$  for the opposite direction ( $-z$ ). The physical description of the vortex properties is usually made within two analytical models: rigid vortex model<sup>6</sup> and the two-vortex ansatz (TVA).<sup>7,8</sup>

Magnetic structures with vortices have many potential applications, e.g., as spin-torque nano-oscillators (STNO's),<sup>9–13</sup> magnetic random memories (MRAM's),<sup>14,15</sup> or logic gates.<sup>16</sup> The applications usually require magnetic elements arranged in a regular array<sup>17,18</sup> where the characterization of the interaction between them is required: in some cases, it is necessary for the functioning of the device; in other cases, it has to be minimized. This interaction allows the coupling of the nanoobjects<sup>19</sup> and the loss-less transmission of energy.<sup>20</sup>

When a magnetic vortex structure—for example, a magnetic nanodisk—is in equilibrium, its vortex core rests at its center, and the structure has magnetic flux-closure. In this configuration, the coupling with nearby nanoelements is minimum. Conversely, when the vortex structure is out of equilibrium, with its core displaced, e.g., by an external magnetic field or a spin-polarized current, magnetostatic coupling with the neighbor elements results. The dependence

with distance of this coupling has been the subject of several studies in recent years.<sup>20–23</sup>

Once the excitation of the vortex cores through an external agent is over, they return to their equilibrium position, performing a periodic spiral-like trajectory. This motion, called gyrotropic motion, has been described analytically through Thiele's equation, that is derived from Landau-Lifshitz equation,<sup>24</sup> and has also been obtained from micromagnetic simulations. The angular frequency of this motion depends on the saturation magnetization of the material and on the aspect ratio of the disks. It is typically in the range of hundreds of MHz. Also, several experiments using different techniques have expanded our knowledge of this phenomenon, e.g., Ref. 25.

All these considerations justify why vortex core dynamics, and vortex core interactions, have recently attracted the interest of researchers in the area of Nanomagnetism. Recent studies, both theoretical and experimental, explore the vortex core interaction and vortex dynamics in identical disks pairs.<sup>19–22,26</sup>

The simplest system where one can study interacting nanodisks is, of course, a pair of such magnetic structures; it is, therefore, the ideal system for the investigation of the properties of the interaction, its dependence with distance, etc.

Some devices were proposed using nanodisks with different diameters, e.g., in magnonic devices<sup>27</sup> or in nano-oscillators,<sup>28</sup> although there are few studies of the interactions in more complex structures, such as nonidentical disk arrays in which each element interacts with all the others.<sup>23</sup>

In the present work, the problem of the interaction between pairs of magnetic nanodisks with magnetic vortex structures and different gyrotropic frequencies is analyzed both analytically and through micromagnetic simulation. The present discussion is applicable to pairs of magnetic nanodisks that have different gyrotropic frequencies, arising either from different radii, different materials, or different

<sup>a)</sup>Author to whom correspondence should be addressed. Electronic mail: apguima@cbpf.br

thicknesses. This may be relevant to the study of fabricated pairs of magnetic nanodisks, where a distribution of frequencies is inherent in the actual samples. We will choose as illustration the difference in radii, as shown in Fig. 1.

Here, we generalized the analytical treatment of the formulation of disk interaction, for any pair of disks. Our results can be well described by interaction intensities that are a multipole expansion with terms of the form  $d^{-n}$ , with  $n = 3, 5, 7$  and  $9$ , i.e., dipole-dipole, dipole-octupole, octupole-octupole and dipole-triacontadipole interactions, respectively, as recently demonstrated by Sukhostavets *et al.*<sup>18</sup>

Finally, we used the recently reported magnetic vortex echo (MVE) method,<sup>23</sup> in order to obtain information on the interaction between the disks, using the magnetization  $M(t)$  given by two different approaches, on the one hand using Thiele's equation, and on another using micromagnetic simulation.

## II. RESULTS AND DISCUSSION

### A. Analytical description

The analytical description of the interaction between two disks starts by considering both of them with vortex magnetic configuration, and with diameters  $2R_1$  and  $2R_2$ , thickness  $L$  and with centers separated by a distance  $d$  along the  $x$  axis, as shown in Fig. 1. The magnetostatic interaction between the disks is due to the occurrence of magnetic charges  $\sigma_i$  ( $i = 1, 2$ ) on their surfaces (top, bottom, and lateral) induced by the shift of the vortex cores from the equilibrium positions.<sup>7</sup> These charges are given in the rigid vortex model by<sup>7,19</sup>

$$\sigma_i = -\frac{c_i M_s (x_i \sin \varphi_i - y_i \cos \varphi_i)}{\sqrt{R_i^2 + |\mathbf{X}_i|^2 - 2R_i(x_i \cos \varphi_i + y_i \sin \varphi_i)}}, \quad (1)$$

where  $c_i = \pm 1$  is the  $i$ th disk circulation,  $M_s$  is saturation magnetization, and  $\mathbf{X}_i$ ,  $\varphi_i$ , and  $R_i$  are defined according to Fig. 1. The magnetostatic interaction energy  $W_{int}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)$  of the side surfaces of two disks is<sup>19,22</sup>

$$W_{int}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = \frac{1}{2} \int dS_1 \int dS_2 \frac{\sigma_1 \sigma_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}. \quad (2)$$

The integration is performed over the surfaces  $S_1$  and  $S_2$  of each disk,<sup>22</sup>  $dS_i = R_i dz_i d\varphi_i$ , and  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}$ ,  $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}' + d\hat{x}$ , as defined by Ref. 22.

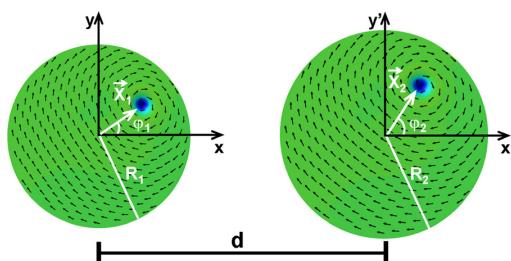


FIG. 1. Coupled disks with vortex magnetic configuration and different radii  $R_1$  and  $R_2$ , separated by a center to center distance  $d$ .

Inserting Eq. (1) into Eq. (2) and considering  $|\mathbf{X}_i|/R \approx 0$  (the vortex displacement is much smaller than the disk radius), we have

$$W_{int}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = c_1 c_2 (\eta_x x_1 x_2 + \eta_y y_1 y_2) + \mathcal{O}(|\mathbf{X}_i|^3), \quad (3)$$

with

$$\eta_{x,y} = \frac{\mu_0 M_s^2 \bar{R}}{8\pi} I_{x,y}, \quad (4)$$

where

$$I_x = \int T \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 d\varphi_1 d\varphi_2 d\bar{z}_1 d\bar{z}_2, \quad (5)$$

$$I_y = \int T \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 d\varphi_1 d\varphi_2 d\bar{z}_1 d\bar{z}_2, \quad (6)$$

with

$$T = [g_1^2 + g_2^2 + \bar{d}^2 - 2g_1 g_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + 2\bar{d}(g_2 \cos \varphi_2 - g_1 \cos \varphi_1) + (\bar{z}_1 + \bar{z}_2)^2]^{-1/2}.$$

Here we have considered the dimensionless variables:  $g_i = R_i/\bar{R}$ ,  $\bar{z}_i = z_i/\bar{R}$ ,  $\bar{d} = d/\bar{R}$  with  $\bar{R} = (R_1 + R_2)/2$  for  $i = 1, 2$ .

The limits of integration are from 0 to  $2\pi$  in  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ , and from 0 to  $L/\bar{R}$  in  $z_1$ ,  $z_2$ .

In Eqs. (5) and (6),  $I_x$  and  $I_y$ , the coupling integrals, describe the interactions along  $x$  and  $y$  directions between two disks and can be found by numerical integration. Equations (5) and (6) are a generalization of similar results obtained previously for a pair of coupled identical disks,<sup>19,22</sup> considering now nonidentical disks. Although  $W_{int}$  (Eq. (2)) depends on the vortex core polarities,<sup>19</sup> it is worth noting that, in the present approach, the coupling integrals  $I_x$  and  $I_y$  (Eqs. (5) and (6)) do not.

Fig. 2 shows  $I_x$  and  $I_y$  calculated for a separation  $d$  between the disks in the range  $340 \text{ nm} < d < 500 \text{ nm}$ .

According to Sukhostavets *et al.*,<sup>18</sup> the interaction between a pair of equal disks can be described using interaction coefficients that depend on the center to center disk distance, as a multipole magnetostatic interaction expansion where the only non-zero terms have odd exponents and the most important interactions to be taken into account for coupled disk dynamics are dipole-dipole, dipole-octupole and octupole-octupole. The coefficients  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , and  $D$  are different for interactions along the  $x$  and  $y$  directions (see Ref. 18, Eq. (16)).

In our results, the interactions in the  $x$  and  $y$  directions are given by the coupling integrals  $I_x$  and  $I_y$ , respectively; the difference between these integrals arises naturally, from the symmetry of the problem. The interaction is a function of the distance between the disks, as can be seen in Fig. 2. As the distance increases,  $I_x$  and  $I_y$  decrease.

The coupling integrals  $I_x$  and  $I_y$ , when fitted to a single term of the form  $\bar{d}^{-n}$ , lead to values of  $n = 3.41 \pm 0.02$  and  $n = 4.08 \pm 0.07$ , for  $I_x$  and  $I_y$ , respectively. These values of  $n$  are similar to those found by Sukhostavets *et al.*<sup>18</sup> and Garcia *et al.*<sup>23</sup> for equivalent parameters.

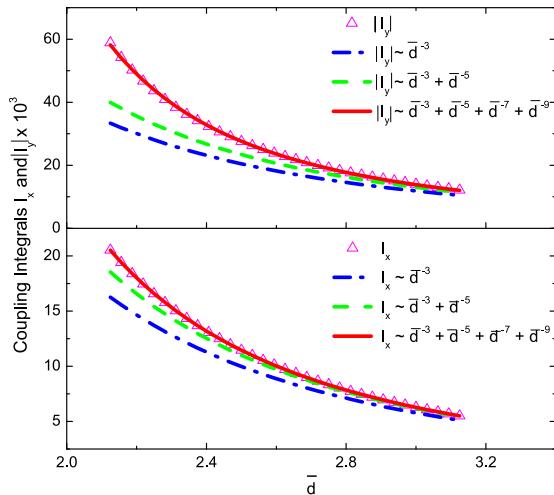


FIG. 2. Coupling integrals  $I_x$  and  $|I_y|$  as a function of the reduced distance  $\bar{d} = d/\bar{R}$  for disks with  $L=20\text{ nm}$  and  $R_1=150\text{ nm}$  and  $R_2=170\text{ nm}$  calculated for  $340\text{ nm} < d < 500\text{ nm}$ ; the red continuous line is the best fit to a multipole expansion with terms up to  $n=9$ ; the green dashed line represents the result of a multipole expansion, but considering only the dipolar-dipolar and dipolar-octupolar contributions; the blue dash-dot line is the result of a multipole expansion, considering only the dipolar-dipolar term.

For a smaller distance  $d$ , between 340 and 370 nm, we have  $n=3.70 \pm 0.02$  and  $n=5.05 \pm 0.09$  for  $I_x$  and  $I_y$ , respectively. As the disk distance becomes smaller, the interaction increases and higher-order interaction terms such as dipole-octupole, octupole-octupole terms have a higher contribution, increasing the value of  $n$ , as recently obtained<sup>18</sup> for identical disks.

The dependence of  $I_x$  and  $I_y$  on  $\bar{d}$  in Fig. 2 can also be described with a multipole expansion with odd terms of the reduced distance  $\bar{d}$  between the disk centers as

$$I_{x,y} = A\bar{d}^{-3} + B\bar{d}^{-5} + C\bar{d}^{-7} + D\bar{d}^{-9}, \quad (7)$$

where the terms of form  $\bar{d}^{-n}$ , with  $n=3, 5, 7$ , and  $9$  are again the dipole-dipole, dipole-octupole, octupole-octupole and dipole-triacontadipole interactions, respectively.<sup>18</sup>

A good fit can be found when considering all terms, as can be observed in the red continuous line of Fig. 2. For this case, we find values of  $A=156.0 \pm 0.3$ ,  $B=99 \pm 3$ ,  $C \approx 0$ ,  $D=(1.74 \pm 0.03) \times 10^3$  for  $I_x$  and  $A=320 \pm 1$ ,  $B=286 \pm 10$ ,  $C \approx 0$ ,  $D=(1.6 \pm 0.3) \times 10^3$  for  $I_y$ . We can estimate the relevance of each term in Eq. (7) by plotting the curves obtained using the coefficients from the multipole expansion best fit, but considering only the dipole-dipole interaction term (dash-dot blue line in Fig. 2) or the dipole-dipole plus dipole-octupole terms (dashed green line in Fig. 2). By considering only the dipole-dipole interaction ( $A\bar{d}^{-3}$ ), especially for close disks ( $d \leq 350\text{ nm}$ ), the obtained curve does not describe well the simulation points.

## B. Numerical solution of Thiele's equation

One interesting aspect of the coupled nanodisk pair studies is the determination of the vortex gyrotropic eigenfrequencies. These frequencies can be determined

analytically using the linearized Thiele's equation, that can be written, considering zero damping<sup>29</sup>

$$\mathbf{G}_i \times \frac{d\mathbf{X}_i}{dt} - \frac{\partial W(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)}{\partial \mathbf{X}_i} = 0, \quad (8)$$

where  $\mathbf{G}_i$  is the gyrovector,  $\mathbf{G}_i = -G_i p_i \hat{z}$ ,  $G_i = 2\pi\mu_0 M_s L_i / \gamma$ ,  $\gamma$  is the gyromagnetic ratio and  $M_s$  is the saturation magnetization.

The potential energy is

$$W(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = W_1(\mathbf{X}_1) + W_2(\mathbf{X}_2) + W_{int}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2),$$

where  $W_1(\mathbf{X}_1)$  and  $W_2(\mathbf{X}_2)$  are the potential energies of each isolated disk.  $W_i(\mathbf{X}_i) = W_i(0) + \kappa_i \mathbf{X}_i^2 / 2$ , where  $W(0)$  is the potential energy for  $\mathbf{X}_i=(0,0)$  and  $\kappa_i = 40\pi M_s^2 L_i^2 / 9R_i$  is the stiffness coefficient.<sup>7</sup>  $W_{int}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2)$  is the magnetostatic interaction between the disks.

The system of Thiele's equation of motion (Eq. (8)) is simplified using a solution  $\mathbf{X}_i(t) = \mathbf{X}_i(\omega) \exp(i\omega t)$ , where  $\omega$  is the frequency, thereby obtaining a matrix equation of the form  $\dot{\mathbf{A}} = i\omega \mathbf{A}$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 p_1 & 0 & -b\omega_1 p_1 \\ \omega_1 p_1 & 0 & a\omega_1 p_1 & 0 \\ 0 & -d\omega_2 p_2 & 0 & -\omega_2 p_2 \\ c\omega_2 p_2 & 0 & \omega_2 p_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = i\omega \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

where  $a = c_1 c_2 \eta_x / G \omega_1$ ,  $b = c_1 c_2 \eta_y / G \omega_1$ ,  $c = c_1 c_2 \eta_x / G \omega_2$ , and  $d = c_1 c_2 \eta_y / G \omega_2$  with the eigenfrequency of each isolated disk  $\omega_i = \kappa_i / G_i$  ( $i=1,2$ ).

From Eq. (9), we get the coupling frequencies  $\omega_i$

$$(\omega_{+,+}^p)^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 + 2bc\omega_1\omega_2 \pm \sqrt{\Delta}}{2}, \quad (10)$$

where

$$\Delta = (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\omega_1^2\omega_2^2(ca + bd) + 4p\omega_1\omega_2bc(\omega_1^2 + \omega_2^2),$$

with  $p=p_1 p_2$ ; note that in this expression, the circulations  $c_1$  and  $c_2$  only appear squared, and, therefore, the frequencies do not depend on the sign of the circulations  $c_i$ .

We considered a disk pair with radii  $R_1=150\text{ nm}$ ,  $R_2=170\text{ nm}$ , and thickness  $20\text{ nm}$  separated by a minimum distance  $d=340\text{ nm}$ , for combined polarities,  $p=p_1 p_2=+1$  and  $p=-1$ . The eigenfrequencies of these disks are  $\omega_0/2\pi = 0.56\text{ GHz}$  for  $R=150\text{ nm}$  and  $\omega_0/2\pi = 0.49\text{ GHz}$  for  $R=170\text{ nm}$  and were obtained using the two-vortex model.<sup>7,8</sup> These values are in good agreement with those obtained from micromagnetic simulation, respectively,  $\omega_0/2\pi = 0.58\text{ GHz}$  and  $\omega_0/2\pi = 0.52\text{ GHz}$ . However, the eigenfrequencies spread  $\Delta\omega$  obtained analytically is larger than the one obtained by the micromagnetic simulation. The

eigenfrequencies of the interacting pair as a function of distance are shown in Fig. 3. It is apparent that for increasing  $d$ , the frequencies tend to the values  $\omega_i$  of the isolated disks. Note also how the frequencies are dependent on the relative polarities of the disks. These results are in a quantitative agreement with micromagnetic simulations of the eigenfrequencies, showing that this method is consistent; for example, for  $d=340\text{ nm}$ , from Eq. (10), we find  $\omega_+^1/2\pi = 0.57\text{ GHz}$ ,  $\omega_-^1/2\pi = 0.48\text{ GHz}$  and from the simulation  $\omega_+^1/2\pi = 0.57\text{ GHz}$ ,  $\omega_-^1/2\pi = 0.51\text{ GHz}$ .

### C. Thiele's equation and the magnetic vortex echo

An alternative way of studying the time dependent magnetization and interaction between two magnetic nanodisks with different diameters is to use a new phenomenon, the MVE, described recently.<sup>23</sup> MVE is an effect of the vortex gyrotropic motion around an equilibrium position, and arises from the refocusing of the overall magnetization of the ensemble containing many nanoelements. MVE can be used as a tool to characterize nanostructures that exhibit a vortex ground state as regards the homogeneity and intensity of the interaction between its elements, properties that are relevant for device applications, as explained by Garcia *et al.*<sup>23</sup> In the previous work, the system studied was a matrix of nanodisks, here, we have applied the method to pairs of nanodisks.

In order to observe the MVE, one needs an ensemble of nanoelements with a distribution of gyrotropic frequencies (or distribution of diameters). In our case, we used an ensemble of 50 pairs of Permalloy nanodisks of different diameters, with constant center to center distance. We used disks with 20 nm thickness, and an approximately Gaussian distribution of diameters (average diameter of  $D=250\text{ nm}$ , and  $\sigma=10\text{ nm}$ ); the 50 pairs were formed with disks of the same ensemble chosen in Garcia *et al.*<sup>23</sup>

To obtain an echo, an external magnetic field, with 25 mT intensity in the  $y$  direction, was applied to each pair of disks, displacing the vortex cores in the  $x$  direction; withdrawing the field, the cores start to precess, performing a gyrotropic motion. The defocusing of the motion of the disks, due to the distribution of diameters (consequently, distribution of frequencies of width  $\Delta\omega$ ) leads to a decay of the

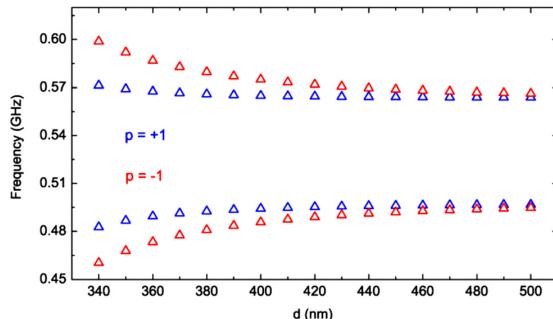


FIG. 3. Variation of coupling frequencies  $\omega_{\pm}^p/2\pi$  with the separation distance  $d$  between two disks, with radii  $R_1=150\text{ nm}$  and  $R_2=170\text{ nm}$ , thickness 20 nm, and combined polarities  $p=p_1 p_2=+1$  and  $-1$ . These values were obtained from Eq. (10).

total magnetization  $M(t)$ . After a time  $\tau$ , a magnetic pulse, with 300 mT intensity in the  $z$  direction and duration of 100 ps, inverts the polarity of the disks; after the pulse, the refocusing produces the MVE, as shown in Fig. 4. The decay of the total initial magnetization due to this defocusing, as well as, the decay of the echoes are characterized by a relaxation time  $T_2^*$ , which depends on the standard deviation  $\Delta\omega$ , on the Gilbert damping constant  $\alpha$  and on the interaction between the neighbor disks as<sup>23</sup>

$$\frac{1}{T_2^*} = \Delta\omega + \frac{1}{T_2} = \Delta\omega + \frac{1}{T_2} + \frac{1}{2T_\alpha}, \quad (11)$$

where  $2T_\alpha$  is the relaxation time related to the damping constant  $\alpha$ , and  $1/T_2$  accounts for the interaction between the disks.

Therefore, for an ensemble of disks with the same  $\alpha$ ,  $1/T_2^*$  varies linearly with the strength of the interaction between them.

To obtain the vortex echo, we have used Thiele's equation to compute the coupling frequencies of the pairs of magnetic nanodisks with different diameters. The individual eigenfrequencies were computed within the two-vortex model, which is known to give more accurate results.<sup>30</sup> For each separation between the two disks, we computed the variation of the magnetization as a function of time; the contributions of all the 50 pairs of disks were then added. The result, after the application of the external pulse and the formation of the echo, is shown in Fig. 4(a).

The relaxation times  $T_2^*$ , that also measure the interaction strength, derived using two methods, based on the magnetic vortex echoes, are comparable, differing by about 10% (Fig. 5).

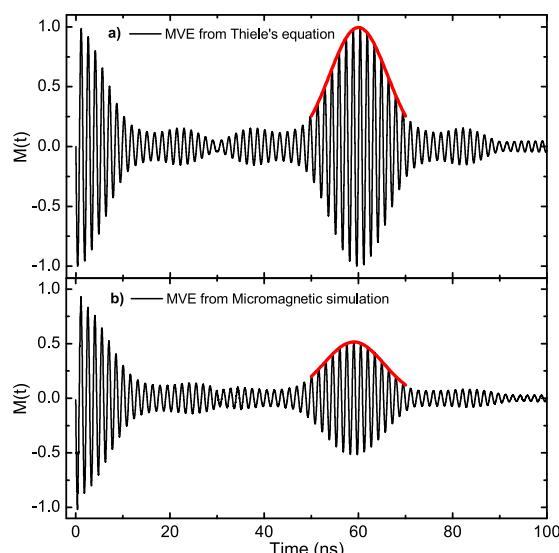


FIG. 4. Magnetization  $M(t)$  of an ensemble of disk pairs separated by 450 nm, versus time, showing the initial decay and the refocalization of the rotating magnetic cores at  $t=60\text{ ns}$ —the MVE. The red lines show the computer fits to the echo, used to derive the values of  $T_2^*$ . In (a)  $M(t)$  was obtained by solving Thiele's equation, and in (b),  $M(t)$  was obtained from a micromagnetic simulation using the OOMMF code.

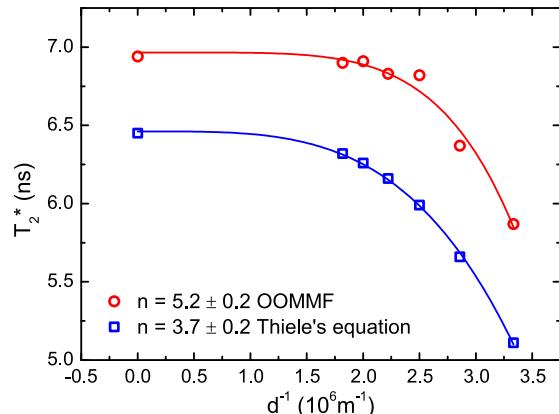


FIG. 5. Graph of  $T_2^*$  obtained from the fitting of the magnetic vortex echoes for pairs of disks with a Gaussian distribution of diameters. The continuous lines are computer fits to a function  $a + b * d^{-n}$ ; (a) red circles represent values of  $T_2^*$  derived, for each distance, from the echoes obtained from micromagnetic simulation (fit with  $n = 5.2 \pm 0.2$ ); (b) blue squares represent  $T_2^*$  from the echoes generated using Thiele's equation ( $n = 3.7 \pm 0.2$ ).

#### D. Micromagnetic simulation and the magnetic vortex echo

The micromagnetic simulations were made for Permalloy nanodisks, cells of  $5 \times 5 \times 20 \text{ nm}^3$ ,  $\alpha = 0$ , using the OOMMF code.<sup>31</sup> Each pair of disks was simulated individually, and the overall magnetization of the 50 pairs was obtained by simply summing up the contributions of all the pairs. The echoes of the system, in which the distance between the disks was varied in the range of 260–550 nm, were then simulated.

The vortex echo obtained from the micromagnetic simulation is illustrated in Fig. 4(b); note that the echo intensity in this simulation is smaller than the magnetization at  $t = 0 \text{ ns}$ , whereas the echo generated from Thiele's equation (Fig. 4(a)) shows no reduction in the echo intensity. This difference is associated to the energy that is transferred to the spin waves during the process of inversion of polarity in the micromagnetic simulation.

The curves of  $T_2^*$  versus disk separation were obtained from the magnetic vortex echoes and the two methods: Thiele's equation and micromagnetic simulation (Fig. 5); the results corresponding to infinite separation, were computed applying the method to individual disks.

The vortex echo analytical results are sensitive to the input eigenfrequencies. To obtain those frequencies, we used the TVA, since the rigid vortex model overestimates them with respect to the micromagnetic approach. Although the  $T_2^*$  curves obtained analytically and by micromagnetic simulation (Fig. 5) show the same qualitative behavior, a quantitative difference of about 10% is observed. This difference reflects the difference in  $\Delta\omega$  observed in Sec. II B, when comparing the eigenfrequencies spread obtained analytically and from micromagnetic simulation. A larger  $\Delta\omega$  means a smaller  $T_2^*$  and vice-versa, as can be seen in Eq. (11). The analytical  $\Delta\omega$  is larger than the one obtained using micromagnetic simulation, and thus, the  $T_2^*$  is smaller, as observed in Fig. 5.

The difference in the values of  $n$  (of about 30%) is apparently due to the fact that, although the higher order terms of the multipolar expansion of the interaction are present in the magnetic energy used in Thiele's approach, they appear to be more relevant in the micromagnetic simulation. Another source of difference between the two results may arise from the fact that the rigid vortex model only takes into account the surface charges, whereas on the micromagnetic simulation the volume charges are also computed.

#### III. CONCLUSIONS

In this paper, we have studied the interaction between pairs of magnetic nanodisks of different diameters and vortex ground state; from an ensemble of magnetic nanodisks with a Gaussian distribution of diameters, we created fifty pairs of nanodisks. In this study, we have (a) derived analytically the expressions of the coupling integrals  $I_x$  and  $I_y$  that describe this interaction; (b) from the time dependent magnetizations derived from the numerical solution of Thiele's equation we applied the vortex echo method<sup>23</sup> to derive the dependence of the interaction with distance; (c) we made a micromagnetic simulation to obtain  $M(t)$  and again applied the echo method to evaluate the strength of the interaction between the disks. We have also obtained the variation with distance between the disks, of the coupling frequencies, derived from Thiele's equation.

The coupling integrals  $I_x$  and  $I_y$  vary depending on distance in a way comparable to the results obtained by other authors. The relaxation times  $T_2^*$ , that also measure the interaction strength, derived using two methods based on the magnetic vortex echoes, are comparable, differing by about 10% (Fig. 5). The fitting to the  $T_2^*$  curves obtained from these two techniques show an approximate dependence of the form  $\propto d^{-n}$ , with values of  $n$  that vary between  $5.2 \pm 0.2$  (micromagnetic simulation) and  $3.7 \pm 0.2$  (Thiele's equation), comparable to other results of coupling between magnetic vortex disks in the literature.

#### ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to thank the support of the Brazilian agencies CNPq, FAPERJ.

- <sup>1</sup>A. P. Guimarães, *Principles of Nanomagnetism* (Springer, Berlin, 2009).
- <sup>2</sup>C. L. Chien, F. Q. Zhu, and J.-G. Zhu, *Phys. Today* **60**, 40 (2007).
- <sup>3</sup>K. Y. Guslienko, J. Nanosci. Nanotechnol. **8**, 2745 (2008).
- <sup>4</sup>E. R. P. Novais, P. Landeros, A. G. S. Barbosa, M. D. Martins, F. Garcia, and A. P. Guimarães, *J. Appl. Phys.* **110**, 053917 (2011).
- <sup>5</sup>M. M. Soares, E. de Biasi, L. N. Coelho, M. C. dos Santos, F. S. de Menezes, M. Knobel, L. C. Sampaio, and F. Garcia, *Phys. Rev. B* **77**, 224405 (2008).
- <sup>6</sup>N. A. Usov and S. E. Peschany, *Phys. Met. Metall.* **12**, 13 (1994).
- <sup>7</sup>K. Y. Guslienko, V. Novosad, Y. Otani, H. Shima, and K. Fukamichi, *Phys. Rev. B* **65**, 024414 (2001).
- <sup>8</sup>K. L. Metlov and K. Y. Guslienko, *J. Magn. Magn. Mater.* **242–245**, 1015 (2002).
- <sup>9</sup>R. Lehdorff, D. E. Bürgler, S. Gliga, R. Hertel, P. Grünberg, C. M. Schneider, and Z. Celinski, *Phys. Rev. B* **80**, 054412 (2009).
- <sup>10</sup>V. S. Pribiag, I. N. Krivorotov, G. D. Fuchs, P. M. Braganca, O. Ozatay, J. C. Sankey, D. C. Ralph, and R. A. Buhrman, *Nat. Phys.* **3**, 498 (2007).

- <sup>11</sup>Q. Mistral, M. van Kampen, G. Hrkac, J.-V. Kim, T. Devolder, P. Crozat, C. Chappert, L. Lagae, and T. Schrefl, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 257201 (2008).
- <sup>12</sup>A. Dussaux, B. Georges, J. Grollier, V. Cros, A. V. Khvalkovskiy, A. Fukushima, M. Konoto, H. Kubota, K. Yakushiji, S. Yuasa, K. A. Zvezdin, K. Ando, and A. Fert, *Nat. Commun.* **1**, 8 (2010).
- <sup>13</sup>S. Petit-Watelot, J.-V. Kim, A. Ruotolo, R. M. Otxoa, K. Bouzehouane, J. Grollier, A. Vansteenkiste, B. Van de Wiele, V. Cros, and T. Devolder, *Nat. Phys.* **8**, 682 (2012).
- <sup>14</sup>S. Bohlens, B. Krüger, A. Drews, M. Bolte, G. Meier, and D. Pfannkuche, *Appl. Phys. Lett.* **93**, 142508 (2008).
- <sup>15</sup>B. Pigeau, G. de Loubens, O. Klein, A. Riegler, F. Lochner, G. Schmidt, L. W. Molenkamp, V. S. Tiberkevich, and A. N. Slavin, *Appl. Phys. Lett.* **96**, 132506 (2010).
- <sup>16</sup>H. Jung, Y.-S. Choi, K.-S. Lee, D.-S. Han, Y.-S. Yu, M.-Y. Im, P. Fischer, and S.-K. Kim, *ACS Nano* **6**, 3712 (2012).
- <sup>17</sup>J. Shibata, K. Shigeto, and Y. Otani, *J. Magn. Magn. Mater.* **272–276**, 1688 (2004).
- <sup>18</sup>O. V. Sukhostavets, J. González, and K. Y. Guslienko, *Phys. Rev. B* **87**, 094402 (2013).
- <sup>19</sup>J. Shibata, K. Shigeto, and Y. Otani, *Phys. Rev. B* **67**, 224404 (2003).
- <sup>20</sup>H. Jung, K.-S. Lee, D.-E. Jeong, Y.-S. Choi, Y.-S. Yu, D.-S. Han, A. Vogel, L. Bocklage, G. Meier, M.-Y. Im, P. Fischer, and S.-K. Kim, *Sci. Rep.* **1**, 59 (2011).
- <sup>21</sup>S. Sugimoto, Y. Fukuma, S. Kasai, T. Kimura, A. Barman, and Y. C. Otani, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 197203 (2011).
- <sup>22</sup>O. V. Sukhostavets, J. M. Gonzalez, and K. Y. Guslienko, *Appl. Phys. Express* **4**, 065003 (2011).
- <sup>23</sup>F. Garcia, J. P. Sinnecker, E. R. P. Novais, and A. P. Guimaraes, *J. Appl. Phys.* **112**, 113911 (2012).
- <sup>24</sup>D. L. Huber, *Phys. Rev. B* **26**, 3758 (1982).
- <sup>25</sup>J. P. Park, P. Eames, D. M. Engebretson, J. Berezovsky, and P. A. Crowell, *Phys. Rev. B* **67**, 020403 (2003).
- <sup>26</sup>H. Jung, Y.-S. Yu, K.-S. Lee, M.-Y. Im, P. Fischer, L. Bocklage, A. Vogel, M. Bolte, G. Meier, and S.-K. Kim, *Appl. Phys. Lett.* **97**, 222502 (2010).
- <sup>27</sup>R. Huber and D. Grundler, *Proc. SPIE* **8100**, 81000D (2011).
- <sup>28</sup>A. D. Belanovsky, N. Locatelli, P. N. Skirkov, F. Abreu Araujo, K. A. Zvezdin, J. Grollier, V. Cros, and A. K. Zvezdin, *Appl. Phys. Lett.* **103**, 122405 (2013).
- <sup>29</sup>A. Hubert and R. Schäfer, *Magnetic Domains. The Analysis of Magnetic Microstructures*, 3rd ed. (Springer, Berlin, 2009).
- <sup>30</sup>K. Y. Guslienko, B. A. Ivanov, V. Novosad, Y. Otani, H. Shima, and K. Fukamichi, *J. Appl. Phys.* **91**, 8037 (2002).
- <sup>31</sup>M. Donahue and D. Porter, *OOMMF User's Guide*, Version 1.0, Interagency Report No. NISTIR 6376, Technical Report, National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, 1999.



## Controlling energy transfer time between two coupled magnetic vortex-state disks

H. Vigo-Cotrina and A. P. Guimarães

*Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, 22290-180, Rio de Janeiro, RJ, Brazil*

(Received 1 September 2016; accepted 19 November 2016; published online 5 December 2016)

The influence of the in-plane uniaxial anisotropy (IPUA) in the mutual energy transfer time ( $\tau$ ) between two identical coupled nanodisks was studied. Using an analytical dipolar model, we obtained the interactions between the disks along x and y directions (the coupling integrals) as a function of the uniaxial anisotropy constant ( $K_\sigma$ ) and the distance. We find that the IPUA increases the interaction between the disks allowing shorter energy transfer times. For our range of  $K_\sigma$  values, we get a drop in the values of  $\tau$  of up to about 70%. From the Lagrangian of the system, we obtained the equations of motion and the coupling frequencies of the dynamic system as a function of distance and  $K_\sigma$ . The coupling frequencies were also obtained from micromagnetic simulations. Our results of the simulations are in agreement with the analytical results. *Published by AIP Publishing.*

[<http://dx.doi.org/10.1063/1.4971342>]

### I. INTRODUCTION

Depending on their geometries and sizes, magnetic nanostructures can present a vortex configuration as their ground states.<sup>1,2</sup> This configuration is characterized by curling magnetization in the plane of the nanostructure, and a core where the magnetization points out of the plane. The curling direction defines the circulation  $C = +1$  (counter-clockwise (CCW)) and  $C = -1$  (clockwise (CW)). The core has polarity  $p_0 = +1$  when it points in the  $+z$  direction and  $p_0 = -1$  in the  $-z$  direction. The magnetic vortices have several potential applications for devices, such as media for magnetic random access memories (MRAM), spin torque induced magnetization processes, microdisks for targeted cancer-cell destruction, etc.<sup>2–5</sup>

When vortices are excited from their equilibrium position and allowed to relax, they perform a motion called gyroscopic, with an eigenfrequency (gyroscopic frequency) in the sub-gigahertz range.<sup>1,2,6–8</sup> This eigenfrequency depends on the ratio of the thickness to the radius of the disk ( $\beta = L/R$ ).<sup>2,7</sup> The control of gyroscopic frequency values has been reported in previous works using perpendicular magnetic fields and polarized spin current.<sup>9–11</sup> Nevertheless, problems such as the Joule heating and stray magnetic fields are undesirable for device applications,<sup>12</sup> therefore a new mechanism for controlling the frequencies is needed. In this sense the influence of perpendicular uniaxial anisotropy (PUA) and in-plane uniaxial anisotropy (IPUA) in the magnetization process of magnetic vortices has gained interest in recent years.<sup>13–19</sup> In multilayer systems, a perpendicular uniaxial anisotropy (PUA) can be induced varying the substrate thickness,<sup>18</sup> while IPUA can be induced through inverse magnetostriction effect by voltage-induced strain via a PZT piezoelectric transducer.<sup>14,20</sup> The IPUA allows real-time control of the eigenfrequency in an appreciable range.<sup>13</sup> The eigenfrequency can also be controlled using PUA, as has already been demonstrated by Fior *et al.*,<sup>19</sup> but the downside is that this control cannot be made in real-time, and the range

of frequency variation is barely 3% before the vortex is destabilized.

When magnetic disks are close to one another, there arises a frequency splitting due to the magnetic interaction.<sup>21</sup> Expressions for the magnetic vortex excitation frequencies and coupling integrals in a pair of coupled circular disks of equal radii were obtained by Shibata *et al.*<sup>21</sup> and Sukhostavets *et al.*<sup>22</sup> These expressions were also obtained for the case of coupled circular disks of different radii by Sinnecker *et al.*<sup>23</sup>

Coupling different disks with magnetic vortices allows the possibility of lossless energy transfer between them,<sup>24</sup> and the propagation of the information,<sup>25</sup> which is relevant for the flow of information in devices using magnetic vortices. The energy transfer time of one disk to the other is characterized by the parameter  $\tau$ . This parameter is inversely proportional to the splitting frequency ( $\Delta\omega/2\pi$ ).<sup>24</sup> In this sense, the control of the mutual energy transfer time  $\tau$  is very important to characterize this transfer.

The goal of this work is to propose a novel method for controlling  $\tau$  in a pair of identical nanodisks, using the influence of the IPUA. To date there is only one method of controlling the value of  $\tau$ , using perpendicular magnetic fields.<sup>26</sup> We used micromagnetic simulations and found a correlation between the IPUA values and  $\tau$ . The coupling integrals  $I_x$  and  $I_y$  between disks and the splitting frequency are also affected by the presence of the IPUA. In order to gain physical meaning and obtain the new values of the coupling integral and splitting frequency, a simple analytical method considering the dipolar interaction was used. Our analytical results are in accordance with the micromagnetic simulations.

The micromagnetic simulations were made using the open source software Mumax.<sup>27</sup> The magnetoelastic energy was included in the micromagnetic simulation as a uniaxial anisotropy energy, as proposed in reference 13. We used cells of  $2 \times 2 \times 7 \text{ nm}^3$ . The magnetostrictive material used was Galfenol (FeGa), which is of great interest and exhibits high magnetostriction.<sup>20</sup> The material parameters of Galfenol

used here were:<sup>13,28,29</sup> saturation magnetization  $M_s = 1.360 \times 10^6 \text{ A/m}^2$  and exchange stiffness  $A = 14 \times 10^{-12} \text{ J/m}$ . We used the gyromagnetic ratio  $\gamma = 2.21 \times 10^5 \text{ m/As}$ , damping constant  $\alpha = 0.01$ , and IPUA ranging from 0 to 58500  $\text{J/m}^3$ . For larger values of the anisotropy, the magnetic vortex configuration is not stable. We used two identical disks, located along the x-axis, with diameters 256 nm, thickness  $L = 7 \text{ nm}$ , and separation distance  $D$  between the disks (Fig. 1). All our simulations were made considering a uniaxial anisotropy in the direction of the x axis.

## II. RESULTS AND DISCUSSION

### A. Micromagnetic simulations

The gyrotropic frequency variation depending on the induced uniaxial anisotropy constant  $K_\sigma$  for an isolated disk has already been studied in detail by Roy<sup>13</sup> for the same geometry that we used, however, we will make a brief description of this case.

The vortex core is initially at the equilibrium position, at the center of the disk. In order to induce the gyrotropic movement, we first apply a static field of 20 mT in the +x direction for a few nanoseconds using a large damping  $\alpha = 1$  for faster convergence, then this field is turned off and a typical damping  $\alpha = 0.01$  was used, allowing the vortex core to perform the gyrotropic motion. The eigenfrequency ( $f_0 = \omega_0/2\pi$ ) is obtained by a fast Fourier transform (FFT) from the time evolution of the magnetization. The frequency decreases with increasing anisotropy, as shown in Fig. 2.

The gyrotropic frequencies can also be determined analytically using the linearized Thiele's equation.<sup>30</sup> Considering a small damping, this equation can be written as

$$\mathbf{G} \times \frac{d\mathbf{X}}{dt} - \frac{\partial W(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} = 0, \quad (1)$$

where  $\mathbf{G}$  is the gyrovector  $\mathbf{G} = -Gp_0\hat{z}$ ,  $G = 2\pi\mu_0M_sL/\gamma$  is the gyrotropic constant (it is assumed that the magnetization does not vary along the thickness of the disk, an assumption valid for  $\beta = L/R \ll 1$ ),  $\gamma$  is the gyromagnetic ratio, and  $M_s$  is the saturation magnetization;  $W(\mathbf{X}) = W(0) + \frac{1}{2}\kappa\mathbf{X}^2$  is the potential energy and  $\kappa = 40\pi M_s^2 L^2 / 9R$  is the stiffness coefficient calculated within the side-charge-free model at  $\beta \ll 1$ , and  $R$  is the disk radius. The gyrotropic frequency is given by the expression  $f_0 = \kappa/(2\pi G)^{-1}$ . The stiffness

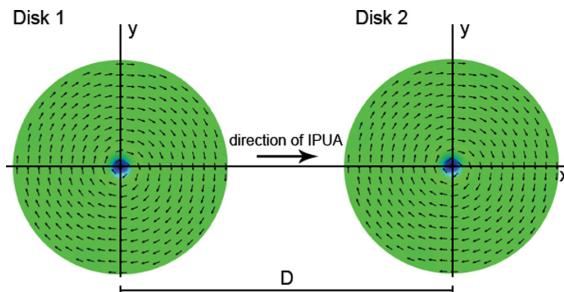


FIG. 1. Coupled disks with magnetic vortex configuration separated by a center-to-center distance  $D$ .

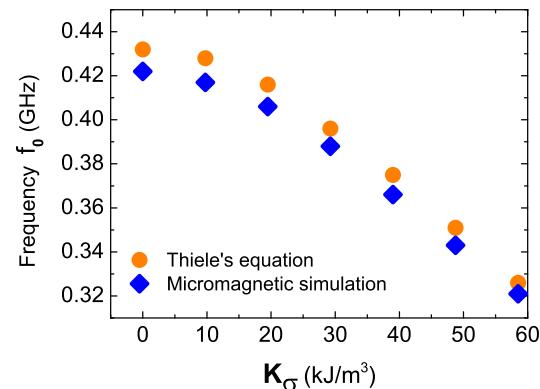


FIG. 2. Gyrotropic frequency variation with respect to  $K_\sigma$  for an isolated disk of diameter  $2R = 256 \text{ nm}$  and thickness  $L = 7 \text{ nm}$ . Blue diamonds and orange dots represent the values obtained from micromagnetic simulations, and Thiele's equation ( $\kappa/(2\pi G)^{-1}$ ), respectively.

coefficient and the gyrotropic constant were obtained from micromagnetic simulations following the methodology of some previous works.<sup>13,26,31</sup> Thus, the gyrotropic constant was obtained using the expression<sup>31</sup>

$$G = \frac{L}{\gamma M_s^2} \int_S \mathbf{M} \cdot \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} \right) \times \left( \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial y} \right) \right] dS \quad (2)$$

and the stiffness coefficient was obtained from the slope of the linear fits of  $W(X)$  versus  $X^2$ .<sup>9,13</sup> The values of the gyrotropic constant and stiffness coefficient obtained from the analytical expressions are  $G = 3.401 \times 10^{-13} \text{ kg/s}$  and  $\kappa = 9.86 \text{ N/m}$  for  $K_\sigma = 0 \text{ kJ/m}^3$  while the values obtained from micromagnetic simulations are  $3.375 \times 10^{-13} \text{ kg/s}$  and  $\kappa = 9.16 \text{ N/m}$ . There is a good agreement between the results obtained from the analytical expressions and those obtained from micromagnetic simulation. With the presence of the IPUA, the value of the gyrotropic constant remains unchanged, as shown in Fig. 3,

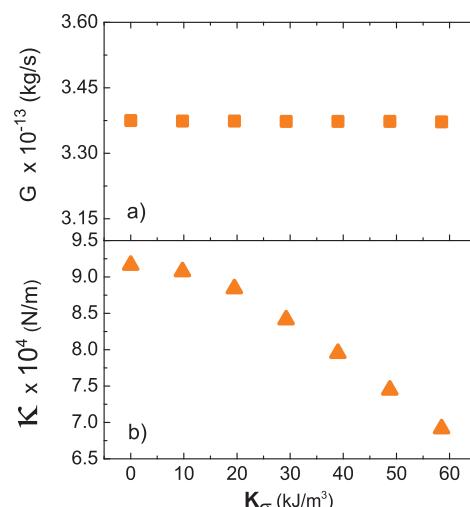


FIG. 3. (a) Gyrotropic constant  $G$  and (b) stiffness coefficient  $\kappa$  obtained from micromagnetic simulations, vs.  $K_\sigma$ .

which means that the IPUA does not alter the profile of the vortex core,<sup>13</sup> whereas the stiffness coefficient shows a falling value with increasing anisotropy constant  $K_\sigma$ . This fall is due to the competition between exchange and demagnetizing energy versus magnetoelastic energy.<sup>13</sup> Decreasing kappa values are reflected in the values of the eigenfrequencies, as shown in Fig. 2. Our results obtained for isolated disks are consistent with those obtained by Roy.<sup>13</sup>

In order to study the dependence of  $\tau$  with the IPUA, we considered a system of two coupled disks, located along the x-axis, separated by a center to center distance D, as shown in Fig. 1. Initially, both vortex cores are in the equilibrium position at the center of their respective disks. In order to induce the gyrotropic movement, we have applied a static field in the +x direction for a few nanoseconds only on disk 1, then this field was turned off, allowing the vortex core to perform the gyrotropic motion with decreasing amplitude, while the vortex core of disk 2 begins to perform the gyrotropic movement with increasing amplitude, due to transfer of energy from disk 1.

The splitting frequency is affected by the presence of the IPUA, increasing with the increase of  $K_\sigma$  from 19.35 MHz ( $K_\sigma = 0 \text{ kJ/m}^3$ ) to 55.9 MHz ( $K_\sigma = 58.5 \text{ kJ/m}^3$ ) for the case  $p = p_1 p_2 = +1$ . For  $p = -1$ , the splitting frequency increases from 48.25 MHz ( $K_\sigma = 0 \text{ kJ/m}^3$ ) to 66.8 MHz ( $K_\sigma = 58.5 \text{ kJ/m}^3$ ). This dependence is shown in Fig. 4. As expected, the splitting frequency is larger for the case  $p = -1$  than for  $p = +1$  because the dipolar interaction is stronger in the former case.<sup>25</sup>

Since the splitting frequency ( $\Delta\omega/2\pi$ ) is inversely related to the energy transfer time ( $\tau$ )<sup>24</sup> it is expected that  $\tau$  also depends on  $K_\sigma$ . This dependence is shown in Fig. 4 for

$p = +1$  and  $p = -1$ . These values were extracted from the micromagnetic simulations considering the  $\tau$  definition:  $\tau$  is defined as the time required by the energy of disk 1 to reach its minimum value for the first time.<sup>24</sup> Additionally, we have calculated  $\tau$  using the expression  $\tau = 0.5/\Delta f$ ,<sup>24</sup> where  $\Delta f = \Delta\omega/2\pi$ . These results are also shown in Fig. 4. Another way to find the  $\tau$  values is to observe the time required for envelopes of  $X_1$  or  $M_1(t)$  reach their minimum values for the first time. In all cases, the results are almost the same. For a reduced distance  $d = D/R = 2.27$ , we found a drop in the value of  $\tau$  of almost 69%, from  $\tau = 25.4 \text{ ns}$  ( $K_\sigma = 0$ ) to  $\tau = 8.6 \text{ ns}$  ( $K_\sigma = 58.5 \text{ kJ/m}^3$ ) for  $p = +1$  and a drop of 27% from  $\tau = 10.13 \text{ ns}$  ( $K_\sigma = 0$ ), to  $\tau = 7.36 \text{ ns}$  ( $K_\sigma = 58.5 \text{ kJ/m}^3$ ) for  $p = -1$ . For larger  $d$ , the decrease in the value of  $\tau$  with respect to the increase of  $K_\sigma$  remains significant (approximately 60%) for  $p = +1$ , while for the case  $p = -1$ , the drops are reduced to 20%. Despite getting lower values of  $\tau$  with high values of  $K_\sigma$ , it is important to note that energy transfer times remain shorter when  $p = -1$ . This is because the coupling between the two disks is stronger in comparison with  $p = +1$ .<sup>26</sup> Up to this point we have shown that it is possible to control the energy transfer time using the influence of the IPUA, thus becoming a new and effective method for controlling  $\tau$ . Next, we will explain the reason why  $\tau$  decreases with increasing  $K_\sigma$ .

## B. Analytical dipolar model

Although the magnetic interaction between magnetic vortices depends on several multipole terms,<sup>32</sup> we used a

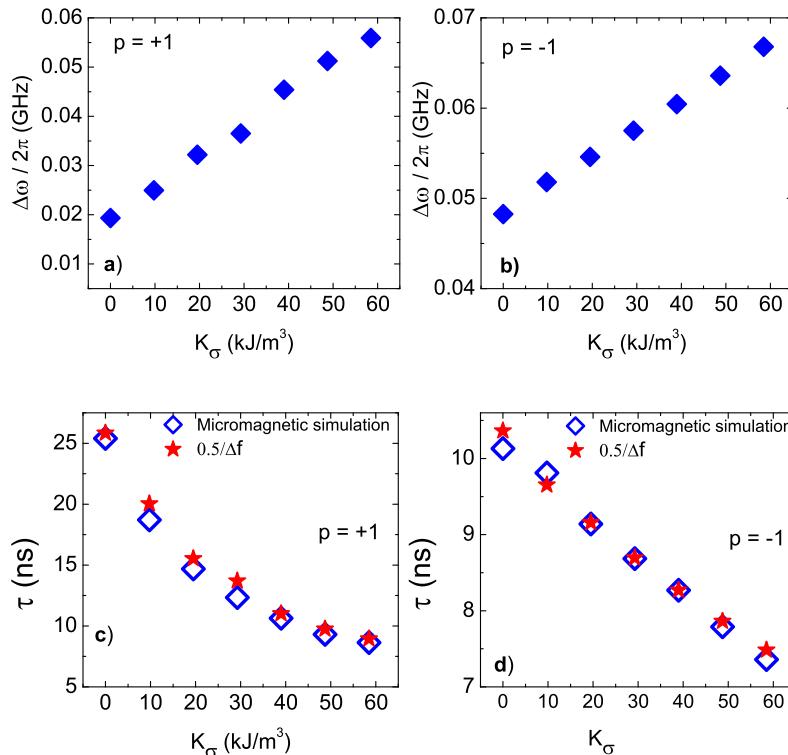


FIG. 4. Splitting frequency and  $\tau$  variation with respect to  $K_\sigma$  for (a,c)  $p = +1$ , and (b,d)  $p = -1$  with reduced distance  $d = D/R = 2.27$ , both obtained from micromagnetic simulations.

simple dipolar model to understand the effect of IPUA on the coupling integrals. This model has been used in the other work for the study of magnetic interaction among three coupled disks system.<sup>33</sup> The magnetic dipolar energy ( $E_{dip}$ ) is given by

$$E_{dip} = \frac{\mu_0}{4\pi D_{ij}^3} \left[ \boldsymbol{\mu}_i \cdot \boldsymbol{\mu}_j - 3(\hat{\mathbf{D}}_{ij} \cdot \boldsymbol{\mu}_i)(\hat{\mathbf{D}}_{ij} \cdot \boldsymbol{\mu}_j) \right], \quad (3)$$

where  $\hat{\mathbf{D}}_{ij}$  is a unit vector along the axis connecting the centers of the disks i and j.

For small displacements, the magnetic dipolar moment for a magnetic vortex is defined by<sup>33</sup>

$$\boldsymbol{\mu}_{ij} = -\lambda C_{ij} M_s L R (\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{X}_{ij}), \quad (4)$$

with

$$\lambda_{ij} = \frac{\pi R}{M_s} \frac{\|\mathbf{M}_{ij}\|}{\|\mathbf{X}_{ij}\|} \quad (5)$$

where  $\lambda$  (in our case,  $\lambda_i = \lambda_j$  because the two disks have the same dimensions) is a parameter that depends on the position and the magnetization of the vortex core which can be extracted from micromagnetic simulations,  $C_{ij}$  is the circulation of the disks i and j,  $\mathbf{X}_{ij} = (x_{ij}, y_{ij})$  is the vector position of the core vortex of the disks. After some algebra and considering  $i, j = 1, 2$ , we obtain the following expression for the magnetic dipolar energy

$$E_{dip} = C_1 C_2 (\eta^* x_1 x_2 - 2\eta^* y_1 y_2), \quad (6)$$

where  $\eta^* = \mu_0 \lambda^2 M_s^2 L^2 R^2 / 4\pi D_{12}^3$ ,  $D_{12} = D$  is the center-to-center distance between 2 disks. Eq. (6) is similar to the analytical expression obtained for the magnetic interaction energy ( $W_{int}$ ) given by<sup>21,22</sup>

$$W_{int} = C_1 C_2 (\eta_x x_1 x_2 + \eta_y y_1 y_2). \quad (7)$$

Comparing Eq. (6) with Eq. (7), we obtain

$$\eta_x = \eta^* \quad \eta_y = -2\eta^* \quad (8)$$

Therefore, the new coupling integrals are given by

$$I_{x,y} = \frac{8\pi}{\mu_0 R M_s^2} \eta_{x,y} \quad (9)$$

The expressions of the coupling integral obtained in previous works are limited to the case when the magnetic vortex configuration is not disturbed by some external agent (e.g., perpendicular magnetic field, perpendicular uniaxial anisotropy, IPUA). In contrast, our expressions for the coupling integrals (Eq. (9)) can be used when the magnetic vortex configuration is disturbed, as they depend on the  $\lambda$  parameter, that is unique for each level of disturbance. In order to obtain the  $\lambda$  parameter, we follow the methodology used by Asmat *et al.*<sup>33</sup> In an isolated disk, the vortex core is displaced from the center of the disk for the  $X$  position by application of an in-plane magnetic field and considering a large damping ( $\alpha=1$ ) for faster convergence; in this position we

measured the magnetization  $\mathbf{M}$ . Knowing these two quantities, we can now make use of Eq. (5). We repeat the same procedure for each value of  $K_\sigma$ . In the linear regime, the magnetization  $\mathbf{M}$  and  $X$  are proportional,<sup>22</sup> therefore the  $\lambda$  parameter is independent of time, and it has an unique value for each  $K_\sigma$ .

Accordingly, we find the values of the coupling integrals; these results are shown in Fig. 5. For  $d=2.27$  and  $K_\sigma=0 \text{ kJ/m}^3$  the ratio  $I_x/\|I_y\|$  is approximately 0.38 using expressions obtained by Shibata *et al.*,<sup>21</sup> whereas if we use Eq. (9) the ratio is 0.5. This difference is expected because our model only considers the dipolar term in the interaction energy (Eq. (3)), however for larger  $d$ , the ratio  $I_x/\|I_y\|$  begins to approach 0.5.

Considering our expressions for the coupling integrals (Eq. (9)), we will determine the expression for the eigenfrequencies (or coupling frequencies) of the two disks coupled system.

The Lagrangian expression for a pair of coupled disks based on the constant of the Thiele's equation is defined by<sup>33,34</sup>

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \sum_i^j \{ G p_i (x_i \dot{y}_i - y_i \dot{x}_i) - \kappa |\mathbf{X}_i|^2 \} - \sum_{i < j} E_{dip}^{ij}. \quad (10)$$

From the first variation of the Lagrangian (Eq. (10)), we obtained the equations of motion

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{G} \begin{bmatrix} 0 & 0 & p_1 \kappa & -2p_1 \eta^* \\ 0 & 0 & -2p_2 \eta^* & p_2 \kappa \\ -p_1 \kappa & -p_1 \eta^* & 0 & 0 \\ -p_2 \eta^* & -p_2 \kappa & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

The coupling frequencies (or eigenfrequencies) are obtained from Eq. (11)

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\omega_0^2 - 2p \left( \frac{\eta^*}{G} \right)^2 \pm \frac{\eta^*}{G} \omega_0 \sqrt{5 - 4p}} \quad (12)$$

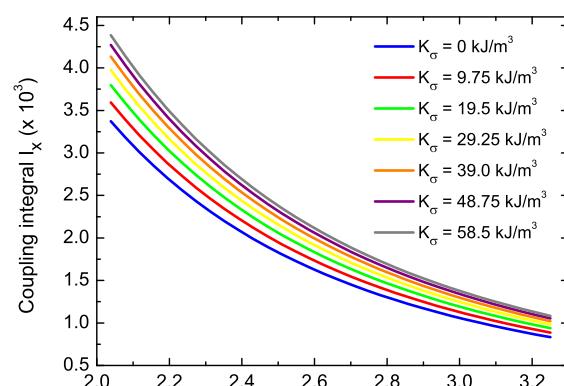


FIG. 5. Coupling integral  $I_x$  as a function of the reduced distance  $d = D/R$  for disks with  $L = 7 \text{ nm}$  and diameter  $256 \text{ nm}$ . These results were obtained from Eq. (9).

and the splitting frequency

$$|\omega_2 - \omega_1| = \sqrt{2\omega_0 \sqrt{1 - 2pu^2} - \sqrt{4u^4 - 5u^2 + 1}} \quad (13)$$

where  $\omega_0$  is an eigenfrequency of an isolated disk and  $u = \eta^*/G\omega_0$ .

The coupling frequencies do not depend on the sign of the circulations  $C_1$  and  $C_2$ , they depend only on the combination of polarities ( $p = +1$  or  $p = -1$ ).

The dependence of the coupling integrals on  $K_\sigma$  and the reduced separation distance  $d$  is shown in Fig. 5. The presence of IPUA favors the alignment of magnetic charges on the  $x$  direction, increasing the interaction on the  $x$  axis and consequently decreasing the interaction on the  $y$  axis (Eq. (8)). On the other hand, the value of  $\tau$  is inversely proportional to the absolute value of the difference between  $\eta_x$  and  $\eta_y$  (or  $I_x$  and  $I_y$ ),<sup>25,35</sup> therefore, when  $\eta_x$  increases, the absolute value of the difference between the interactions also increases, thus  $\tau$  decreases. This result is very important because as the coupling integrals increase ( $I_x$  and  $\|I_y\|$ ), the splitting frequency also increases (see Eq. (13)), therefore  $\tau$  must decrease (Sec. II A). This explains why  $\tau$  decreases with increasing  $K_\sigma$ , as already discussed in the previous section. The effects caused by the IPUA strongly contrast to those produced by perpendicular magnetic fields. While it is true that in the case of an isolated disk, both the IPUA and the application of a perpendicular magnetic field antiparallel to the polarity of the vortex produce the same effect of decreasing frequency, it is not the same in the case of coupled disks.  $\tau$  increases with the increase of the applied perpendicular magnetic field, while it decreases with increasing  $K_\sigma$ . The reason for this is that the perpendicular magnetic field deforms the core profile of the vortex, making the

coupling integrals weak<sup>26</sup> while the presence of IPUA does not alter the core profile of the vortex.<sup>13</sup> As expected, the values of the coupling integrals decrease with the increase of the center-to-center distance of the disks.

In order to test Eq. (12), we compared the coupling frequencies of the two-coupled disk system obtained from micromagnetic simulations with the results obtained using Eq. (12). These results are shown in Fig. 6 for  $K_\sigma = 58.5 \text{ kJ/m}^3$  and for the combination of polarities  $p = +1$  and  $p = -1$ . As our model considers purely the dipolar interaction, which is far-reaching, it is expected that this is well-behaved when the separation distance between the disks is larger, as shown in Fig. 6. Although it is necessary to make some adjustments to our model to improve the efficiency for small separation distances where high-order magnetic interactions, such as dipole-octupole, octupole-octupole, dipole-triacontadipole are appreciable,<sup>32</sup> it is sufficient to explain the influence of the IPUA in the interaction between two disks.

### III. CONCLUSION

In this work, we have studied the influence of the IPUA on an isolated disk and on a system of coupled identical disks, both with a magnetic vortex configuration. In the isolated disk system, we have obtained the gyrotropic frequency, gyrotropic constant, and stiffness constant from micromagnetic simulations. In the two-coupled disks system, using micromagnetic simulations, we demonstrated that it is possible to control the mutual energy transfer time using the IPUA, introducing a new method for controlling  $\tau$ . Using a simple analytical dipolar model, we have obtained the coupling integrals (interactions in the  $x$  and  $y$  directions) depending on the reduced separation distance  $d$  and  $K_\sigma$ . Also, we were able to explain why  $\tau$  decreases with increasing  $K_\sigma$ , and clarify the difference in using perpendicular magnetic fields and IPUA. We have also analytically found the coupling frequencies and compared this with the coupling frequencies obtained from micromagnetic simulations. For larger separation distance  $D$ , the agreement for the case  $p = -1$  is quite good, however, the agreement is only fair for the case  $p = +1$ . This difference can be attributed to the fact of considering only dipolar interaction or to the absence of a term that takes into account the ellipticity of the vortex core trajectories in the analytical model, or both. More detailed studies are needed on the importance of taking into account both factors.

### ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to thank the support of the Brazilian agencies CNPq and FAPERJ.

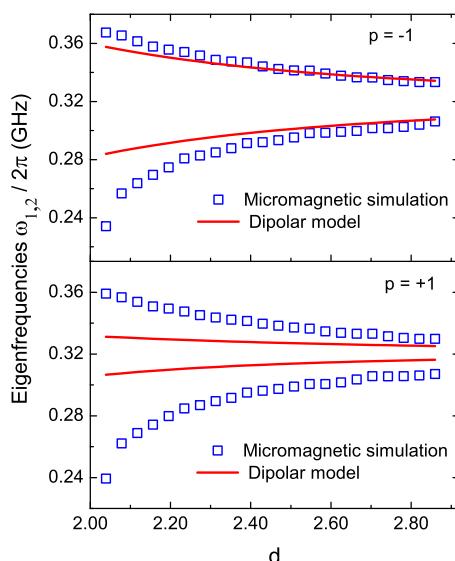


FIG. 6. Variation of coupling frequencies  $\omega_{1,2}/2\pi$  with the reduced distance  $d = D/R$  between two disks with combined polarities  $p = +1$  and  $p = -1$  for  $K_\sigma = 58.5 \text{ kJ/m}^3$ . The blue squares represent the values obtained from micromagnetic simulations, and the red solid line represents the values obtained from Eq. (12).

<sup>1</sup>K. Y. Guslienko, J. Nanosci. Nanotechnol. **8**, 2745 (2008).

<sup>2</sup>A. P. Guimarães, *Principles of Nanomagnetism* (Springer, Berlin, 2009).

<sup>3</sup>N. Locatelli, V. Cros, and J. Grollier, *Nat. Mater.* **13**, 11–20 (2014).

<sup>4</sup>S. Bohnens, B. Krüger, A. Drews, M. Bolte, G. Meier, and D. Pfannkuche, *Appl. Phys. Lett.* **93**, 142508 (2008).

<sup>5</sup>A. D. Belanovsky, N. Locatelli, P. N. Skirdkov, F. Abreu Araujo, K. A. Zvezdin, J. Grollier, V. Cros, and A. K. Zvezdin, *Appl. Phys. Lett.* **103**, 122405 (2013).

<sup>6</sup>V. Novosad, F. Y. Fradin, P. E. Roy, K. S. Buchanan, K. Y. Guslienko, and S. D. Bader, *Phys. Rev. B* **72**, 024455 (2005).

- <sup>7</sup>K. Y. Guslienko, X. F. Han, D. J. Keavney, R. Divan, and S. D. Bader, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 067205 (2006).
- <sup>8</sup>V. Novosad, M. Grimsditch, K. Y. Guslienko, P. Vavassori, Y. Otani, and S. D. Bader, *Phys. Rev. B* **66**, 052407 (2002).
- <sup>9</sup>M.-W. Yoo, K.-S. Lee, D.-S. Han, and S.-K. Kim, *J. Appl. Phys.* **109**, 063903 (2011).
- <sup>10</sup>Y.-S. Choi, S.-K. Kim, K.-S. Lee, and Y.-S. Yu, *Appl. Phys. Lett.* **93**, 182508 (2008).
- <sup>11</sup>G. de Loubens, A. Riegler, B. Pigeau, F. Lochner, F. Boust, K. Y. Guslienko, H. Hurdequin, L. W. Molenkamp, G. Schmidt, A. N. Slavin, V. S. Tiberkevich, N. Vukadinovic, and O. Klein, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 177602 (2009).
- <sup>12</sup>S. A. Cavill, D. E. Parkes, J. Miguel, S. S. Dhesi, K. W. Edmonds, R. P. Campion, and A. W. Rushforth, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 032405 (2013).
- <sup>13</sup>P. E. Roy, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 162411 (2013).
- <sup>14</sup>T. A. Ostler, R. Cuadrado, R. W. Chantrell, A. W. Rushforth, and S. A. Cavill, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 067202 (2015).
- <sup>15</sup>S. Parreiras and M. Martins, *Phys. Proc.* **75**, 1142 (2015).
- <sup>16</sup>E. R. P. Novais, P. Landeros, A. G. S. Barbosa, M. D. Martins, F. Garcia, and A. P. Guimarães, *J. Appl. Phys.* **110**, 053917 (2011).
- <sup>17</sup>E. R. P. Novais, S. Allende, D. Altbir, P. Landeros, F. Garcia, and A. P. Guimarães, *J. Appl. Phys.* **114**, 153905 (2013).
- <sup>18</sup>F. Garcia, H. Westfahl, J. Schoenmaker, E. J. Carvalho, A. D. Santos, M. Pojar, A. C. Seabra, R. Belkhou, A. Bendounan, E. R. P. Novais, and A. P. Guimarães, *Appl. Phys. Lett.* **97**, 022501 (2010).
- <sup>19</sup>G. B. M. Fior, E. R. P. Novais, J. P. Sinnecker, A. P. Guimarães, and F. Garcia, *J. Appl. Phys.* **119**, 093906 (2016).
- <sup>20</sup>D. E. Parkes, L. R. Shelford, P. Wadley, V. Hol, M. Wang, A. T. Hindmarch, G. van der Laan, R. P. Campion, K. W. Edmonds, S. A. Cavill, and A. W. Rushforth, *Sci. Rep.* **3**, 2220 (2013).
- <sup>21</sup>J. Shibata, K. Shigeto, and Y. Otani, *Phys. Rev. B* **67**, 224404 (2003).
- <sup>22</sup>O. V. Sukhostavets, J. M. Gonzalez, and K. Y. Guslienko, *Appl. Phys. Express* **4**, 065003 (2011).
- <sup>23</sup>J. P. Sinnecker, H. Vigo-Cotrina, F. Garcia, E. R. P. Novais, and A. P. Guimarães, *J. Appl. Phys.* **115**, 203902 (2014).
- <sup>24</sup>H. Jung, K.-S. Lee, D.-E. Jeong, Y.-S. Choi, Y.-S. Yu, D.-S. Han, A. Vogel, L. Bocklage, G. Meier, M.-Y. Im, P. Fischer, and S.-K. Kim, *Sci. Rep.* **1**, 59 (2011).
- <sup>25</sup>J.-H. Kim, K.-S. Lee, H. Jung, D.-S. Han, and S.-K. Kim, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 092403 (2012).
- <sup>26</sup>D.-S. Han, Y.-J. Cho, H.-B. Jeong, and S.-K. Kim, *J. Appl. Phys.* **117**, 083910 (2015).
- <sup>27</sup>A. Vansteenkiste, J. Leliaert, M. Dvornik, M. Helsen, F. Garcia-Sanchez, and B. Van Waeyenberge, *AIP Adv.* **4**, 107133 (2014).
- <sup>28</sup>T. Brintlinger, S.-H. Lim, K. H. Baloch, P. Alexander, Y. Qi, J. Barry, J. Melngailis, L. Salamanca-Riba, I. Takeuchi, and J. Cumings, *Nano Lett.* **10**, 1219 (2010).
- <sup>29</sup>T. A. Summers, E. M. Lograsso, and M. Wun-Fogle, *J. Mater. Sci.* **42**, 9582 (2007).
- <sup>30</sup>A. A. Thiele, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 230 (1973).
- <sup>31</sup>Y.-S. Yu, D.-S. Han, M.-W. Yoo, K.-S. Lee, Y.-S. Choi, H. Jung, J. Lee, M.-Y. Im, P. Fischer, and S.-K. Kim, *Sci. Rep.* **3**, 1301 (2013).
- <sup>32</sup>O. V. Sukhostavets, J. González, and K. Y. Guslienko, *Phys. Rev. B* **87**, 094402 (2013).
- <sup>33</sup>M. Asmat-Uceda, X. Cheng, X. Wang, D. J. Clarke, O. Tchernyshyov, and K. S. Buchanan, *J. Appl. Phys.* **117**, 123916 (2015).
- <sup>34</sup>J. Shibata, Y. Nakatani, G. Tatara, H. Kohno, and Y. Otani, *Phys. Rev. B* **73**, 020403 (2006).
- <sup>35</sup>The expression  $\tau = \frac{\pi G}{\|\eta_x - p\eta_y\|}$  in reference 25 was obtained considering  $\eta_{x,y} > 0$ , since the negative sign of  $\eta_y$  was already considered in the expression of the interaction energy  $W_{int} = C_1 C_2 (\eta_x x_1 x_2 - \eta_y y_1 y_2)$ , but in this paper we have used  $\eta_x > 0$ ,  $\eta_y < 0$ , and  $W_{int} = C_1 C_2 (\eta_x x_1 x_2 + \eta_y y_1 y_2)$ .

# Bibliografia

- [1] F. Garcia, H. Westfahl, J. Schoenmaker, E. J. Carvalho, A. D. Santos, M. Pojar, A. C. Seabra, R. Belkhou, A. Bendounan, E. R. P. Novais, and A. P. Guimarães. Tailoring magnetic vortices in nanostructures. *Applied Physics Letters*, 97(2):022501, 2010.
- [2] R. A. Silva, T. S. Machado, G. Cernicchiaro, A. P. Guimarães, and L. C. Sampaio. Magnetoresistance and magnetization reversal of single Co nanowires. *Physical Review B*, 79:134434, Apr 2009.
- [3] J.C. Slonczewski. Current-driven excitation of magnetic multilayers. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 159(1–2):L1 – L7, 1996.
- [4] H. Schultheiss, S. Schäfer, P. Candeloro, B. Leven, B. Hillebrands, and A. N. Slavin. Observation of coherence and partial decoherence of quantized spin waves in nanoscaled magnetic ring structures. *Physical Review Letter*, 100:047204, Jan 2008.
- [5] K. S. Buchanan, P. E. Roy, M. Grimsditch, F. Y. Fradin, K. Yu. Guslienko, S. D. Bader, and V. Novosad. Magnetic-field tunability of the vortex translational mode in micron-sized permalloy ellipses: Experiment and micromagnetic modeling. *Physical Review B*, 74:064404, Aug 2006.
- [6] W. Wernsdorfer, B. Doudin, D. Mailly, K. Hasselbach, A. Benoit, J. Meier, J. Ph. Ansermet, and B. Barbara. Nucleation of magnetization reversal in individual nanosized nickel wires. *Physical Review Letter*, 77:1873–1876, Aug 1996.
- [7] Zheng Duan, Carl T. Boone, Xiao Cheng, Ilya N. Krivorotov, Nathalie Reckers, Sven Stienen, Michael Farle, and Jürgen Lindner. Spin-wave modes in permalloy/platinum wires and tuning of the mode damping by spin Hall current. *Physical Review B*, 90:024427, Jul 2014.

- [8] J Kovac, J Souc, P Kovac, and I Husek. Magnetization AC losses in MgB<sub>2</sub> wires made by imd process. *Superconductor Science and Technology*, 28(1):015013, 2015.
- [9] Ze Jing, Huadong Yong, and You-He Zhou. Vortex structures and magnetic domain patterns in the superconductor/ferromagnet hybrid bilayer. *Superconductor Science and Technology*, 27(10):105005, 2014.
- [10] C. M. Souza, Ana L. Dantas, I. S. Queiroz Jr., and A. S. Carriço. Controlling the vortex core of thin permalloy nano-cylinders dipolar coupled to Co polarizers. *Journal of Applied Physics*, 115(17):17D110, 2014.
- [11] Young-Sang Yu, Hyunsung Jung, Ki-Suk Lee, Peter Fischer, and Sang-Koog Kim. Memory-bit selection and recording by rotating fields in vortex-core cross-point architecture. *Applied Physics Letters*, 98(5):052507, 2011.
- [12] J. Kim and S.B. Choe. Simple harmonic oscillation of ferromagnetic vortex core. *Journal of Magnetics*, 12(3):113–117, 2007.
- [13] E. R. P. Novais, S. Allende, D. Altbir, P. Landeros, F. Garcia, and A. P. Guimarães. Effect of perpendicular uniaxial anisotropy on the annihilation fields of magnetic vortices. *Journal of Applied Physics*, 114(15):153905, 2013.
- [14] G. M. Wysin. Vortex dynamics in thin elliptic ferromagnetic nanodisks. *Low Temperature Physics*, 41(10):788–800, 2015.
- [15] Hiroshi Hata, Minoru Goto, Akinobu Yamaguchi, Tomonori Sato, Yoshinobu Nakatani, and Yukio Nozaki. Coupled oscillations of vortex cores confined in a ferromagnetic elliptical disk. *Physical Review B*, 90:104418, Sep 2014.
- [16] S. Jain, H. Schultheiss, O. Heinonen, F. Y. Fradin, J. E. Pearson, S. D. Bader, and V. Novosad. Coupled vortex oscillations in mesoscale ferromagnetic double-disk structures. *Physical Review B*, 86:214418, Dec 2012.
- [17] J.-S. Kim, M. Kläui, M. V. Fistul, J. Yoon, C.-Y. You, R. Mattheis, C. Ulysse, and G. Faini. Double resonance response in nonlinear magnetic vortex dynamics. *Physical Review B*, 88:064402, Aug 2013.

- [18] A.P. Guimarães. *Principles of Nanomagnetism*, pages 5–7. Springer, Berlin, first edition, 2009.
- [19] C. L. Chien, Frank Q. Zhu, and Jian-Gang Zhu. Patterned nanomagnets. *Print edition*, 60(6):40–45, 2007.
- [20] Oksana V. Sukhostavets and Konstantin Y. Guslienko. Fine structure of excitation spectra of magnetic vortex dot clusters. *Applied Physics Express*, 8(2):023002, 2015.
- [21] Y. M. Luo, C. Zhou, C. Won, and Y. Z. Wu. Gyration eigenfrequencies of vertically coupled vortices in layered magnetic disks. *Journal of Applied Physics*, 116(21):213909, 2014.
- [22] S. Y. Martin, N. de Mestier, C. Thirion, C. Hoarau, Y. Conraux, C. Baraduc, and B. Diény. Parametric oscillator based on nonlinear vortex dynamics in low-resistance magnetic tunnel junctions. *Physical Review B*, 84:144434, Oct 2011.
- [23] Konstantin L. Metlov. Vortex precession frequency and its amplitude-dependent shift in cylindrical nanomagnets. *Journal of Applied Physics*, 114(22):223908, 2013.
- [24] Charles Kittel. Theory of the structure of ferromagnetic domains in films and small particles. *Physical Review*, 70:965–971, Dec 1946.
- [25] T. Shinjo, T. Okuno, R. Hassdorf, † K. Shigeto, and T. Ono. Magnetic vortex core observation in circular dots of permalloy. *Science*, 289(5481):930–932, 2000.
- [26] A. Wachowiak, J. Wiebe, M. Bode, O. Pietzsch, M. Morgenstern, and R. Wiesendanger. Direct observation of internal spin structure of magnetic vortex cores. *Science*, 298(5593):577–580, 2002.
- [27] M. Schneider, H. Hoffmann, and J. Zweck. Magnetic switching of single vortex permalloy elements. *Applied Physics Letters*, 79(19):3113–3115, 2001.
- [28] M. Schneider, H. Hoffmann, S. Otto, Th. Haug, and J. Zweck. Stability of magnetic vortices in flat submicron permalloy cylinders. *Journal of Applied Physics*, 92(3):1466–1472, 2002.

- [29] Brooke L. Mesler, Kristen S. Buchanan, Mi-Young Im, and Peter Fischer. X-ray imaging of nonlinear resonant gyroscopic magnetic vortex core motion in circular permalloy disks. *Journal of Applied Physics*, 111(7):07D311, 2012.
- [30] Stellan Bohnens, Benjamin Krüger, André Drews, Markus Bolte, Guido Meier, and Daniela Pfannkuche. Current controlled random-access memory based on magnetic vortex handedness. *Applied Physics Letters*, 93(14):–, 2008.
- [31] B. Pigeau, G. de Loubens, O. Klein, A. Riegler, F. Lochner, G. Schmidt, L. W. Molenkamp, V. S. Tiberkevich, and A. N. Slavin. A frequency-controlled magnetic vortex memory. *Applied Physics Letters*, 96(13):–, 2010.
- [32] Hyunsung Jung, Youn-Seok Choi, Ki-Suk Lee, Dong-Soo Han, Young-Sang Yu, Mi-Young Im, Peter Fischer, and Sang-Koog Kim. Logic operations based on magnetic-vortex-state networks. *ACS Nano*, 6(5):3712–3717, 2012. PMID: 22533663.
- [33] K. A. Omari and T. J. Hayward. Chirality-based vortex domain-wall logic gates. *Physical Review Applied*, 2:044001, Oct 2014.
- [34] Arabinda Haldar and Adekunle Olusola Adeyeye. Deterministic control of magnetization dynamics in reconfigurable nanomagnetic networks for logic applications. *ACS Nano*, 10(1):1690–1698, 2016. PMID: 26738567.
- [35] J. Ding and A. O. Adeyeye. Ni<sub>80</sub>Fe<sub>20</sub>/ni binary nanomagnets for logic applications. *Applied Physics Letters*, 101(10):103117, 2012.
- [36] R. Lehndorff, D. E. Bürgler, S. Gliga, R. Hertel, P. Grünberg, C. M. Schneider, and Z. Celinski. Magnetization dynamics in spin torque nano-oscillators: Vortex state versus uniform state. *Physical Review B*, 80:054412, Aug 2009.
- [37] Q. Mistral, M. van Kampen, G. Hrkac, Joo-Von Kim, T. Devolder, P. Crozat, C. Chappert, L. Lagae, and T. Schrefl. Current-driven vortex oscillations in metallic nanocontacts. *Physical Review Letters*, 100:257201, Jun 2008.
- [38] A. D. Belanovsky, N. Locatelli, P. N. Skirdkov, F. Abreu Araujo, K. A. Zvezdin, J. Grollier, V. Cros, and A. K. Zvezdin. Numerical and analytical investigation of the synchronization of dipolarly coupled vortex spin-torque nano-oscillators. *Applied Physics Letters*, 103(12):122405, 2013.

- [39] C.E. Zaspel. Synchronization of vortex-based spin torque nano-oscillators by magnetostatic coupling. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 396:172 – 175, 2015.
- [40] Junya Shibata, Yoshinobu Nakatani, Gen Tatara, Hiroshi Kohno, and Yoshichika Otani. Current-induced magnetic vortex motion by spin-transfer torque. *Physical Review B*, 73:020403, Jan 2006.
- [41] Jung-Hwan Moon, Dong-Hyun Kim, Myung Hwa Jung, and Kyung-Jin Lee. Current-induced resonant motion of a magnetic vortex core: Effect of nonadiabatic spin torque. *Physical Review B*, 79:134410, Apr 2009.
- [42] J. Shibata, Y. Nakatani, G. Tatara, H. Kohno, and Y. Otani. Magnetic vortex dynamics induced by spin-transfer torque. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 310(2, Part 3):2041 – 2042, 2007.
- [43] F. Abreu Araujo, A. D. Belanovsky, P. N. Skirdkov, K. A. Zvezdin, A. K. Zvezdin, N. Locatelli, R. Lebrun, J. Grollier, V. Cros, G. de Loubens, and O. Klein. Optimizing magnetodipolar interactions for synchronizing vortex based spin-torque nano-oscillators. *Physical Review B*, 92:045419, Jul 2015.
- [44] Flavio Abreu Araujo and Julie Grollier. Controlling the synchronization properties of two dipolarly coupled vortex based spin-torque nano-oscillators by the intermediate of a third one. *Journal of Applied Physics*, 120(10):103903, 2016.
- [45] Qiyuan Zhu, Qi Zheng, Xianyin Liu, Jianbo Wang, and Qingfang Liu. Phase locking of moving magnetic vortices in bridge-coupled nanodisks. *Journal of Applied Physics*, 117(17):173907, 2015.
- [46] A. Dong-Hyun Kim, V. Rozhkova, D. Ulasov, T. Bader, S. Rajh, Lesniak, and V. Novosad. Biofunctionalized magnetic-vortex microdiscs for targeted cancer-cell destruction. *Nature Materials*, 9:165–171, February 2010.
- [47] P. Tiberto, G. Barrera, F. Celegato, G. Conta, M. Coisson, F. Vinai, and F. Albertini. Ni<sub>80</sub>Fe<sub>20</sub> nanodisks by nanosphere lithography for biomedical applications. *Journal of Applied Physics*, 117(17):17B304, 2015.

- [48] Susmita Saha, Ruma Mandal, Saswati Barman, Dheeraj Kumar, Bivas Rana, Yasuhiro Fukuma, Satoshi Sugimoto, YoshiChika Otani, and Anjan Barman. Tunable magnonic spectra in two-dimensional magnonic crystals with variable lattice symmetry. *Advanced Functional Materials*, 23(19):2378–2386, 2013.
- [49] Andreas Vogel, André Drews, Thomas Kamionka, Markus Bolte, and Guido Meier. Influence of dipolar interaction on vortex dynamics in arrays of ferromagnetic disks. *Physical Review Letter*, 105:037201, Jul 2010.
- [50] Han-Byeol Jeong and Sang-Koog Kim. Enhanced gyration-signal propagation speed in one-dimensional vortex-antivortex lattices and its control by perpendicular bias field. *Applied Physics Letters*, 105(22):222410, 2014.
- [51] Max Hänze, Christian F. Adolff, Markus Weigand, and Guido Meier. Tunable eigenmodes of coupled magnetic vortex oscillators. *Applied Physics Letters*, 104(18):182405, 2014.
- [52] Sang-Koog Kim, Ki-Suk Lee, Young-Sang Yu, and Youn-Seok Choi. Reliable low-power control of ultrafast vortex-core switching with the selectivity in an array of vortex states by in-plane circular-rotational magnetic fields and spin-polarized currents. *Applied Physics Letters*, 92(2):022509, 2008.
- [53] Dong-Soo Han, Han-Byeol Jeong, and Sang-Koog Kim. Contrasting vortex-gyration dispersions for different lattice bases in one-dimensional magnetic vortex arrays. *Applied Physics Letters*, 103(11):112406, 2013.
- [54] Anjan Barman and Saswati Barman. Dynamic dephasing of magnetization precession in arrays of thin magnetic elements. *Physical Review B*, 79:144415, Apr 2009.
- [55] Yu. P. Ivanov, R. P. del Real, O. Chubykalo-Fesenko, and M. Vázquez. Vortex magnetic structure in circularly magnetized microwires as deduced from magneto-optical Kerr measurements. *Journal of Applied Physics*, 115(6):063909, 2014.
- [56] M. Konoto, T. Yamada, K. Koike, H. Akoh, T. Arima, and Y. Tokura. Formation and control of magnetic vortex chirality in patterned micromagnet arrays. *Journal of Applied Physics*, 103(2):023904, 2008.

- [57] N. Hasegawa, S. Sugimoto, D. Kumar, S. Barman, A. Barman, K. Kondou, and Y. Otani. Observation of anisotropic energy transfer in magnetically coupled magnetic vortex pair. *Applied Physics Letters*, 108(24):242402, 2016.
- [58] A. D. Belanovsky, N. Locatelli, P. N. Skirdkov, F. Abreu Araujo, J. Grollier, K. A. Zvezdin, V. Cros, and A. K. Zvezdin. Phase locking dynamics of dipolarly coupled vortex-based spin transfer oscillators. *Physical Review B*, 85:100409, Mar 2012.
- [59] Hyunsung Jung, Ki-Suk Lee, Dae-Eun Jeong, Youn-Seok Choi, Young-Sang Yu, Dong-Soo Han, Andreas Vogel, Lars Bocklage, Guido Meier, Mi-Young Im, Peter Fischer, and Sang-Koog Kim. Tunable negligible-loss energy transfer between dipolar-coupled magnetic disks by stimulated vortex gyration. *Scientific Report*, 1:59–64, 2011.
- [60] Ji-Hye Kim, Ki-Suk Lee, Hyunsung Jung, Dong-Soo Han, and Sang-Koog Kim. Information-signal-transfer rate and energy loss in coupled vortex-state networks. *Applied Physics Letters*, 101(9):092403, 2012.
- [61] Andreas Vogel, Michael Martens, Markus Weigand, and Guido Meier. Signal transfer in a chain of stray-field coupled ferromagnetic squares. *Applied Physics Letters*, 99(4):042506, 2011.
- [62] Myoung-Woo Yoo, Ki-Suk Lee, Dong-Soo Han, and Sang-Koog Kim. Perpendicular-bias-field-dependent vortex-gyration eigenfrequency. *Journal of Applied Physics*, 109(6):063903, 2011.
- [63] Gino Hrkac, Paul S Keatley, Matthew T Bryan, and Keith Butler. Magnetic vortex oscillators. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 48(45):453001, 2015.
- [64] Sebastian Gliga. *Ultrafast Vortex Core Dynamics Investigated by Finite-Element Micromagnetic Simulations*. Forschungszentrum Jülich Zentralbibliothek, Verlag, Jülich, first edition, 2010.
- [65] Helmut Kronmuller and Stuart Parkin. *Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials, 5 Volume Set*, pages 677–711. Wiley-Interscience, New Jersey, first edition, 2007.

- [66] Sang-Koog Kim. Micromagnetic computer simulations of spin waves in nanometre-scale patterned magnetic elements. *Journal Of Physics D: Applied Physics*, 43:264004, Jun 2010.
- [67] R. Pellicelli, M. Solzi, C. Pernechele, and M. Ghidini. Continuum micromagnetic modeling of antiferromagnetically exchange-coupled multilayers. *Physical Review B*, 83:054434, Feb 2011.
- [68] Allan H. Morrish. *The Physical Principles of Magnetism*. Wiley-IEEE Press, 1 edition, 2001.
- [69] Ivan Cimrák. A survey on the numerics and computations for the Landau-Lifshitz equation of micromagnetism. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 15(3):1–37, 2007.
- [70] A. Hubert and R. Schafer. *Magnetic Domains: The Analysis of Magnetic Microstructures*, pages 99–123. Springer, Berlin, first edition, 1998.
- [71] P. E. Roy. In-plane anisotropy control of the magnetic vortex gyrotropic mode. *Applied Physics Letters*, 102:162411, 2013.
- [72] Arne Vansteenkiste, Jonathan Leliaert, Mykola Dvornik, Mathias Helsen, Felipe Garcia-Sanchez, and Bartel Van Waeyenberge. The design and verification of Mu-max3. *AIP Advances*, 4:107133, 2014.
- [73] K. Yu. Guslienko, V. Novosad, Y. Otani, H. Shima, and K. Fukamichi. Field evolution of magnetic vortex state in ferromagnetic disks. *Applied Physics Letters*, 78(24):3848–3850, 2001.
- [74] K. Yu. Guslienko, B. A. Ivanov, V. Novosad, Y. Otani, H. Shima, and K. Fukamichi. Eigenfrequencies of vortex state excitations in magnetic submicron-size disks. *Journal of Applied Physics*, 91(10):8037–8039, 2002.
- [75] Davide Betto and J. M. D. Coey. Vortex state in ferromagnetic nanoparticles. *Journal of Applied Physics*, 115(17):17D138, 2014.
- [76] K. Yu. Guslienko, K. S. Buchanan, S. D. Bader, and V. Novosad. Dynamics of coupled vortices in layered magnetic nanodots. *Applied Physics Letters*, 86(22):–, 2005.

- [77] Ki-Suk Lee and Sang-Koog Kim. Two circular-rotational eigenmodes and their giant resonance asymmetry in vortex gyrotropic motions in soft magnetic nanodots. *Physical Review B*, 78:014405, Jul 2008.
- [78] Yaowen Liu, Zhiwei Hou, Sebastian Gliga, and Riccardo Hertel. Influence of the dynamic dipolar interaction on the current-induced core switch in vortex pairs. *Physical Review B*, 79:104435, Mar 2009.
- [79] Zhiyong Pang, Fei Yin, Shaojie Fang, Wenfeng Zheng, and Shenghao Han. Micromagnetic simulation of magnetic vortex cores in circular permalloy disks: Switching behavior in external magnetic field. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 324(5):884 – 888, 2012.
- [80] Je-Ho Shim, Hong-Guang Piao, and Dong-Hyun Kim. Equilibrium position dependent magnetic vortex dip dynamics under rotating magnetic fields. *Journal of Applied Physics*, 115(17):17D132, 2014.
- [81] D. Mitin, D. Nissen, P. Schädlich, S. S. P. K. Arekapudi, and M. Albrecht. Single vortex core recording in a magnetic vortex lattice. *Journal of Applied Physics*, 115(6):063906, 2014.
- [82] N. Garraud and D. P. Arnold. Experimental investigation of magnetic anisotropy in spin vortex discs. *Journal of Applied Physics*, 115(17):17D128, 2014.
- [83] Sergi Lendínez, Shikha Jain, Valentyn Novosad, Frank Y. Fradin, John E. Pearson, Javier Tejada, and Samuel D. Bader. Dynamic decay of a single vortex into vortex-antivortex pairs. *Journal of Applied Physics*, 115(17):17D121, 2014.
- [84] Myoung-Woo Yoo and Sang-Koog Kim. Azimuthal-spin-wave-mode-driven vortex-core reversals. *Journal of Applied Physics*, 117(2):023904, 2015.
- [85] Kostiantyn V. Yershov, Volodymyr P. Kravchuk, Denis D. Sheka, and Yuri Gaididei. Controllable vortex chirality switching on spherical shells. *Journal of Applied Physics*, 117(8):083908, 2015.
- [86] Maxim E. Stebliy, Alexey V. Ognev, Alexander S. Samardak, Alexander G. Kolesnikov, Ludmila A. Chebotkevich, and Xiufeng Han. Vortex manipulation and

- chirality control in asymmetric bilayer nanomagnets. *Journal of Applied Physics*, 117(17):17A317, 2015.
- [87] G. de Loubens, A. Riegler, B. Pigeau, F. Lochner, F. Boust, K. Y. Guslienko, H. Hurdequint, L. W. Molenkamp, G. Schmidt, A. N. Slavin, V. S. Tiberkevich, N. Vukadinovic, and O. Klein. Bistability of vortex core dynamics in a single perpendicularly magnetized nanodisk. *Physical Review Letters*, 102:177602, May 2009.
- [88] Dong-Soo Han, Young-Jun Cho, Han-Byeol Jeong, and Sang-Koog Kim. Perpendicular-bias-field control of coupled vortex oscillations in nanodot networks. *Journal of Applied Physics*, 117(8):083910, 2015.
- [89] Youn-Seok Choi, Sang-Koog Kim, Ki-Suk Lee, and Young-Sang Yu. Understanding eigenfrequency shifts observed in vortex gyrotropic motions in a magnetic nanodot driven by spin-polarized out-of-plane dc current. *Applied Physics Letters*, 93(18):182508, 2008.
- [90] A. Dussaux, E. Grimaldi, B. Rache Salles, A. S. Jenkins, A. V. Khvalkovskiy, P. Bortolotti, J. Grollier, H. Kubota, A. Fukushima, K. Yakushiji, S. Yuasa, V. Cros, and A. Fert. Large amplitude spin torque vortex oscillations at zero external field using a perpendicular spin polarizer. *Applied Physics Letters*, 105(2):022404, 2014.
- [91] A. A. Thiele. Steady-state motion of magnetic domains. *Physical Review Letter*, 30(6):230–233, 1973.
- [92] Ki-Suk Lee and Sang-Koog Kim. Gyrotropic linear and nonlinear motions of a magnetic vortex in soft magnetic nanodots. *Applied Physics Letter*, 91(13), 2007.
- [93] G. B. M. Fior, E. R. P. Novais, J. P. Sinnecker, A. P. Guimarães, and F. Garcia. Indirect switching of vortex polarity through magnetic dynamic coupling. *Journal of Applied Physics*, 119:093906, 2016.
- [94] Youn-Seok Choi, Ki-Suk Lee, and Sang-Koog Kim. Quantitative understanding of magnetic vortex oscillations driven by spin-polarized out-of-plane dc current: Analytical and micromagnetic numerical study. *Physical Review B*, 79:184424, May 2009.

- [95] Youn-Seok Choi, Sang-Koog Kim, Ki-Suk Lee, and Young-Sang Yu. Understanding eigenfrequency shifts observed in vortex gyrotropic motions in a magnetic nanodot driven by spin-polarized out-of-plane dc current. *Applied Physics Letters*, 93(18):182508, 2008.
- [96] A. Dussaux, A. V. Khvalkovskiy, P. Bortolotti, J. Grollier, V. Cros, and A. Fert. Field dependence of spin-transfer-induced vortex dynamics in the nonlinear regime. *Physical Review B*, 86:014402, Jul 2012.
- [97] Ki-Suk Lee, Hyunsung Jung, Dong-Soo Han, and Sang-Koog Kim. Normal modes of coupled vortex gyration in two spatially separated magnetic nanodisks. *Journal of Applied Physics*, 110(11):113903, 2011.
- [98] Oksana V. Sukhostavets, Julian M. Gonzalez, and Konstantin Y. Guslienko. Magnetic vortex excitation frequencies and eigenmodes in a pair of coupled circular dots. *Applied Physics Express*, 4(6):065003, 2011.
- [99] O. V. Sukhostavets, J. González, and K. Y. Guslienko. Multipole magnetostatic interactions and collective vortex excitations in dot pairs, chains, and two-dimensional arrays. *Physical Review B*, 87:094402, Mar 2013.
- [100] Junya Shibata, Kunji Shigeto, and Yoshichika Otani. Dynamics of magnetostatically coupled vortices in magnetic nanodisks. *Physical Review B*, 67:224404, Jun 2003.
- [101] Max Hänze, Christian F. Adolff, Sven Velten, Markus Weigand, and Guido Meier. Two-body problem of core-region coupled magnetic vortex stacks. *Physical Review B*, 93:054411, Feb 2016.
- [102] Qiyuan Zhu, Xianyin Liu, Qi Zheng, Senfu Zhang, Jianbo Wang, and Qingfang Liu. Phase locking of vortex cores in two coupled magnetic nanopillars. *AIP Advances*, 4(11):117130, 2014.
- [103] Anjan Barman, Saswati Barman, T Kimura, Y Fukuma, and Y Otani. Gyration mode splitting in magnetostatically coupled magnetic vortices in an array. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 43(42):422001, 2010.

- [104] Satoshi Sugimoto, Yasuhiro Fukuma, Shinya Kasai, Takashi Kimura, Anjan Barman, and YoshiChika Otani. Dynamics of coupled vortices in a pair of ferromagnetic disks. *Physical Review Letter*, 106:197203, May 2011.
- [105] D. Kumar, S. Barman, and A. Barman. Magnetic vortex based transistor operations. *Scientific Report*, 4:4108, 2014.
- [106] Dong-Soo Han, Andreas Vogel, Hyunsung Jung, Ki-Suk Lee, Markus Weigand, Hermann Stoll, Gisela Schütz, Peter Fischer, Guido Meier, and Sang-Koog Kim. Wave modes of collective vortex gyration in dipolar-coupled-dot-array magnonic crystals. *Scientific Report*, 3:2262, 2013.
- [107] F. Garcia, J. P. Sinnecker, E. R. P. Novais, and A. P. Guimarães. Magnetic vortex echoes. *Journal of Applied Physics*, 112(113911), 2012.
- [108] Todd Brintlinger, Sung-Hwan Lim, Kamal H. Baloch, Paris Alexander, Yi Qi, John Barry, John Melngailis, Lourdes Salamanca-Riba, I. Takeuchi, and John Cumings. In situ observation of reversible nanomagnetic switching induced by electric fields. *Nano Letters*, 10:1219–1223, 2010.
- [109] T. A. Summers, E. M. and Lograsso and M. Wun-Fogle. Magnetostriction of binary and ternary Fe–Ga alloys. *Journal of Materials Science*, 42:9582–9594, 2007.
- [110] D. E. Parkes, L. R. Shelford, P. Wadley, V. Holý, M. Wang, A. T. Hindmarch, G. van der Laan, R. P. Campion, K. W. Edmonds, S. A. Cavill, and A. W. Rushforth. Magnetostrictive thin films for microwave spintronics. *Scientific Report*, 3:2220, 2013.
- [111] Sergiy Cherepov, Pedram Khalili Amiri, Juan G. Alzate, Kin Wong, Mark Lewis, Pramey Upadhyaya, Jayshankar Nath, Mingqiang Bao, Alexandre Bur, Tao Wu, Gregory P. Carman, Alexander Khitun, and Kang L. Wang. Electric-field-induced spin wave generation using multiferroic magnetoelectric cells. *Applied Physics Letter*, 104:,”, 2014.
- [112] J. V. Jäger, A. V. Scherbakov, T. L. Linnik, D. R. Yakovlev, M. Wang, P. Wadley, V. Holy, S. A. Cavill, A. V. Akimov, A. W. Rushforth, and M. Bayer. Picosecond inverse magnetostriction in galfenol thin films. *Applied Physics Letter*, 103:”, 2013.

- [113] S. A. Cavill, D. E. Parkes, J. Miguel, S. S. Dhesi, K. W. Edmonds, R. P. Cam-  
pion, and A. W. Rushforth. Electrical control of magnetic reversal processes in  
magnetostrictive structures. *Applied Physics Letter*, 102(3), 2013.
- [114] Young-Sang Yu, Dong-Soo Han, Myoung-Woo Yoo, Ki-Suk Lee, Youn-Seok Choi,  
Hyunsung Jung, Jehyun Lee, Mi-Young Im, Peter Fischer, and Sang-Koog Kim.  
Resonant amplification of vortex-core oscillations by coherent magnetic-field pulses.  
*Scientific Report*, 3:1301, 2013.
- [115] Martin Asmat-Uceda, Xuemei Cheng, Xiao Wang, David J. Clarke, Oleg  
Tchernyshyov, and Kristen S. Buchanan. A comparison of numerical simulations  
and analytical theory of the dynamics of interacting magnetic vortices. *Journal of  
Applied Physics.*, 117(12):123916, 2015.
- [116] Saswati Barman, Anjan Barman, and Y Otani. Controlled propagation of locally  
excited vortex dynamics in linear nanomagnet arrays. *Journal of Physics D: Applied  
Physics*, 43(33):335001, 2010.
- [117] Saswati Barman, Susmita Saha, Sucheta Mondal, Dheeraj Kumar, and Anjan Bar-  
man. Enhanced amplification and fan-out operation in an all-magnetic transistor.  
*Scientific Report*, 6:33360, 2016.