

**Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas**  
**Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações**



Tese de Doutorado

**Violação da Simetria de Lorentz em Processos da  
Eletrodinâmica Quântica**

**Judismar Tadeu Guaitolini Junior**

Rio de Janeiro - RJ

2019

**Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas**  
**Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações**



**Violação da Simetria de Lorentz em Processos da  
Eletrodinâmica Quântica**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Doutor em Física.

Orientador: Prof. Dr. José Abdalla  
Helayël-Neto

Rio de Janeiro - RJ

2019

“VIOLAÇÃO DA SIMETRIA DE LORENTZ EM PROCESSOS DA  
ELETRODINÂMICA QUÂNTICA”

**JUDISMAR TADEU GUAITOLINI JUNIOR**

Tese de Doutorado em Física apresentada no  
Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas do  
Ministério da Ciência Tecnologia e Inovação.  
Fazendo parte da banca examinadora os  
seguintes professores:

*JHM.*  
José Abdalla Helayel Neto – Presidente/Orientador/CBPF

*Marcio André Lopes Capri*  
Márcio André Lopes Capri - UERJ

*Vitor Emanuel Rodino Lemes*  
Vitor Emanuel Rodino Lemes - UERJ

*Sérgio José Barbosa Duarte*  
Sérgio José Barbosa Duarte - CBPF

*Sebastião Alves Dias*  
Sebastião Alves Dias - CBPF

Rio de Janeiro, 27 de setembro de 2019.

*À Liberdade.*

*1964 nunca mais!*



# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus. Ele que é amor e acolhida, jamais exclusão. Além do dom da vida, como físico ainda agradeço por nos ter dado um universo inteiro para investigar! E talvez não apenas um.

Aos meus pais, tão responsáveis pelo que me tornei como pessoa, mantendo juntos um lar estável e amoroso. Foram muitas lições que moldaram meu caráter, e um esforço contínuo para que todos os filhos pudessem estudar e escolher seus caminhos.

Às minhas irmãs, que tiveram sempre o cuidado com esse irmão mais novo, dando apoio quando necessário. Mesmo depois de crescido, já chato e cheio de manias, elas seguiram presentes. Aos meus cunhados que se juntaram mais tarde à família, mas também estiveram sempre dispostos a ajudar. E aos meus sobrinhos, que apesar de idades tão distintas, igualmente enchem meus dias de alegria. Um que é sobrinho/irmão/filho e o outro que acabou de chegar, bem em tempo de ver essa tese acabar.

À Geórgia, que foi uma grande companheira nesses últimos anos. Foram momentos de alegria e outros nem tão alegres assim, mas sempre houve uma doação mútua de amor, carinho e ajuda. Ainda que fosse para preparar uma prova, fazer um concurso ou ler um artigo. Parceria de uma vida.

Ao professor Helayël, que me recebeu de braços abertos no CBPF, desde muito antes do doutorado. Sempre pronto para ajudar a todos. Foi um prazer absorver, dia após dia, tanto conhecimento de física e de vida. Os papos de política nos recantos do Diraquistão jamais serão esquecidos.

Aos colegas do CBPF, que tornaram muito mais fácil a tarefa de estar longe de casa. E de retomar a vida acadêmica após alguns anos parado. Em particular, aos parceiros de sala Dirac, citados em ordem alfabética para não gerar ciúmes: Anderson, André, Carlos, Célio, Fábio, Gabriel, Gustavo, Léo, Pedros Caneda e Malta, Pipo, Vahid e Yuri. Um grupo bastante unido, e que entre uma risada e outra, e outra, e outra..., sempre mandou muito bem nas discussões de física.

Aos pesquisadores/professores que fizeram parte dessa história. Tião, com suas resenhas futebolísticas e cursos que não cabiam nos semestres. Álvaro, nos cursos sem hora

---

para começar e acabar, e nas fugas das balas de borracha. Sérgio, com as portas que nunca fechavam e sempre pronto para um papo na hora do café. Emil, também parceiro nas horas do café e nas manifestações, sempre buscando posição mais alta para ver a multidão passar. Nesse momento duplico o agradecimento ao Emil, e adiciono a Márcia, pela acolhida em sua casa nas vindas ao Rio nesse fim de doutorado.

Ao Igor, por estar presente nesses quatro anos, falando de física e de todo o resto. Quanta coisa aconteceu nesse tempo! E a amizade sempre esteve firme. Ao José Eduardo por sua ausência de sempre, com papos a cada 6 ou 12 meses, mas parecendo que ainda aconteciam nas velhas arquibancadas.

Ao CBPF pela infraestrutura, mantida da melhor maneira nesses tempos de cortes, e Ricardo e Bete pela atenção com todos os pós-graduandos.

Aos colegas da Coordenadoria de Física do IFES - Campus Vitória, pela responsabilidade assumida na minha ausência. E ao IFES, como instituição, pela minha liberação das atividades em sala de aula nos últimos anos.

Aos membros da banca, aceitando o convite e doando um pouco do seu tempo para avaliar e sugerir melhorias a essa tese.

Por fim, agradeço em especial aos governos progressistas que acompanharam minha formação. Do ensino médio, passando pela graduação, mestrado e início de doutorado, tornando a mão do Estado forte o bastante para me impulsionar adiante. Sim, pois mérito sem oportunidades não me traria até aqui. Sempre houve esforço. Sempre houveram batalhas. No entanto, julgar que minha própria força e esforço seriam suficientes para vencer é demasiado pretensioso. Anos de academia pública, um emprego no qual posso levar adiante meu aprendizado e ao mesmo tempo resguardar minha família, uma vida melhor. Não sei bem o que a história registrará desse momento. Mas que esse agradecimento mantenha o registro de que vivemos anos de progresso, nos quais os pobres puderam sonhar.

*“Se quer ir rápido, vá sozinho.  
Se quer ir longe, vá em grupo.”*

(Provérbio africano)

*“Podrán cortar todas las flores,  
pero no podrán detener la primavera.”*

(Pablo Neruda)

# Resumo

Nesse trabalho investigamos os efeitos de dois acoplamentos não-mínimos, que violam a simetria de Lorentz, na seção de choque diferencial de alguns processos da Eletrodinâmica Quântica. A partir da modificação do vértice de interação elétron-fóton, obtivemos novas características para os espalhamentos Møller, Bhabha, Compton, fóton-fóton elástico e aniquilação de par elétron-pósitron. Em particular, visualizamos matematicamente e graficamente novas dependências no ângulo polar, padrões periódicos no ângulo azimutal e contribuições não dependentes de energia, que não estão presentes na Eletrodinâmica Quântica. Ainda foi possível obter limites superiores para os parâmetros de violação da simetria Lorentz a partir do espalhamento Bhabha e aniquilação de pares.

Palavras-chave: física além do Modelo Padrão; violação da simetria de Lorentz; espalhamento de partículas; fenomenologia em baixas energias.

# Abstract

In this work we investigate the effects of two Lorentz-violating nonminimal couplings on the differential cross section of some Quantum Electrodynamics processes. As we modified the electron-photon interaction vertex, we got novel characteristics to Møller, Bhabha, Compton and elastic photon-photon scatterings, as well as electron-positron annihilation. In particular, we mathematically and graphically visualized new dependencies on the polar angle, periodic pattern on the azimuthal angle and energy-independent contributions, which are not present in Quantum Electrodynamics. It was also possible to obtain upper bounds on the Lorentz-violating parameters from Bhabha scattering and pair annihilation.

Keywords: physics beyond the Standard Model; Lorentz-symmetry violation; scattering of particles; low-energy phenomenology.

# Apresentação e Contextualização

Com essa apresentação e contextualização da tese, temos como objetivo imergir o leitor no contexto que tornou possível a realização do trabalho, tal qual presente nessa versão final. Tornando tão palpável quanto possível, por meio de palavras, o ambiente do nosso grupo de pesquisa. Sem deixar de listar os temas abordados em cada capítulo, pontuando as contribuições originais do trabalho e artigos científicos publicados.

Algo que poderá ser notado é que, ao contrário do que tradicionalmente ocorre em nossos programas de pós-graduação, não haverá nenhum artigo ligado à tese no qual o professor Helayël, orientador, esteja presente como coautor. Isso ocorreu devido à liberdade existente em nosso grupo de pesquisa, tanto no que diz respeito às linhas de investigação, quanto às colaborações escolhidas para desenvolvê-las. Assim, a figura do orientador esteve sempre presente, como verdadeiro regente propiciando um ambiente de harmonia, disponível para as reuniões necessárias e nos dando opiniões, referências e indicando ajustes nos trabalhos em desenvolvimento.

Como exemplo desse ambiente, podemos citar a colaboração que resultou no artigo *Effective models of quantum gravity induced by Planck scale modifications in the covariant quantum algebra* [1], que não possui ligação com a tese que estava sendo desenvolvida mas surgiu das discussões do dia a dia entre colegas do grupo.

Seguindo outra ideia compartilhada pelo grupo, de dar atenção à educação básica tanto quanto possível, houve desenvolvimento em trabalhos ligados ao ensino de física com colaboradores de meu instituto de origem, o Instituto Federal do Espírito Santo (IFES) - Campus Vitória, resultando em duas publicações no Caderno Brasileiro de Ensino de Física [2, 3].

Não deixamos de dar atenção especial à formação geral durante esses anos de pós-graduação, cumprindo as disciplinas Mecânica Clássica, Teoria de Yang-Mills e Unificação, Interações Fundamentais, Eletrodinâmica Quântica além do Modelo Padrão, Métodos Teóricos para Física de Altas Energias, Supersimetria e Gravitação I e II e Renormalização Perturbativa. Participamos ainda de eventos como a V Oficinal Nacional de Teoria

---

Quântica de Campos, X e XI Escolas do CBPF, II Simpósio de Física do NUPESC, *31st International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics*, VII Verão Quântico, V Reunião Carioca de Cosmologia e Gravitação, além das XIII, XIV, XV e XVI Atividades Formativas de Verão. Em alguns desses eventos, com trabalhos apresentados.

Houve ainda a oportunidade de concluir três orientações de estudantes do ensino médio, entre os anos de 2016 e 2017, no âmbito do Programa de Vocação Científica (PROVOC) do CBPF, trabalhando com temas ligados à Relatividade Geral e ao uso de novas tecnologias em experimentos didáticos de física.

Foi em uma imersão nesse contexto que os trabalhos ligados à tese se desenvolveram, culminando nessa versão final. Todo o estudo orbitou a questão de investigar possíveis sinais de física além do Modelo Padrão. Apesar de ser ele um modelo bem sucedido, esperamos que exista uma teoria mais fundamental, principalmente em energias mais altas, nas condições extremas do universo primordial. Nesse cenário surge o interesse por uma possível violação da simetria de Lorentz, o que será objeto central de nossos desenvolvimentos. Para proceder essa investigação, analisamos alguns processos de espalhamento da Eletrodinâmica Quântica, modificando a maneira tradicional de interação entre partículas, e verificamos então o surgimento de sinais dessa modificação nas seções de choque diferenciais.

No Capítulo 1 temos a introdução geral da tese, apresentando um panorama das pesquisas em violação da simetria de Lorentz. Além disso, nele estará a base geral da nossa modificação da teoria, onde discutiremos os tipos de acoplamentos que serão utilizados no restante do trabalho e particularidades importantes, como a questão envolvendo os referenciais de observação nos experimentos. Através de acoplamentos não-mínimos envolvendo um quadri vetor de fundo na lagrangiana, encontraremos novos vértices de interação entre partículas que serão inseridos nos diagramas de Feynman. Será justamente a inserção desses vértices modificados que nos permitirá obter, em cada caso de interesse, limites superiores para os parâmetros ligados à violação da simetria de Lorentz.

Destacamos que, apesar dessa introdução geral, os capítulos seguintes também terão, um a um, introduções mais específicas sobre os temas abordados. Tentamos evitar que o

---

texto se tornasse repetitivo, mas em alguns casos será possível notar que certos tópicos serão novamente reforçados no início dos capítulos. A intenção era torná-los tão independentes quanto possível, ao mesmo tempo em que preservamos a estrutura dos artigos que lhes deram origem.

No Capítulo 2, iniciaremos com uma breve revisão do procedimento necessário para encontrar seções de choque diferenciais na Eletrodinâmica Quântica, especialmente aplicado ao caso do espalhamento Møller. E faremos isso para, na sequência, aplicar a metodologia descrita no capítulo introdutório e obter a seção de choque diferencial não polarizada, modificada pelo termo de violação da simetria de Lorentz. É importante frisar que em todo esse trabalho fizemos as somas de spin e polarização, tanto para fótons quanto para férmions, nos cálculos das amplitudes de espalhamento. Assim, evitaremos reafirmar tal característica a todo momento considerando suficientemente claro que estamos tratando dos casos não polarizados.

Fizemos os cálculos para duas modificações distintas do vértice da teoria e obtivemos assim as seções de choque diferenciais para algumas particularizações no nosso quadrivetor de fundo. Também produzimos gráficos que ilustram um novo comportamento angular das seções de choque diferenciais por conta do termo de violação da simetria de Lorentz. Todos esses resultados pra o espalhamento Møller ainda não foram publicados, algo que temos em vista a partir da obtenção de limites experimentais para nossos parâmetros, mas são contribuições originais da tese.

Ao contrário do capítulo que acabamos de descrever, no Capítulo 3 não apresentamos apenas um processo, mas abordamos em conjunto os espalhamentos Bhabha e Compton e a aniquilação de um par elétron-pósitron resultando em dois fótons. Todos os casos foram estudados para um único acoplamento e obtivemos as seções de choque diferenciais, além de particularizações de interesse. Foi possível confrontar os resultados teóricos com dados experimentais para o espalhamento Bhabha e a aniquilação de pares, e com isso obtivemos limites superiores para os parâmetros de violação da simetria de Lorentz. No caso do espalhamento Compton não pudemos limitar os parâmetros, mas discutimos teoricamente as expressões obtidas nos regimes de altas e baixas energias. Esses resultados se encontram

---

publicados no artigo *Lorentz violation in simple QED processes* [4], e no caso do limite obtido via espalhamento Bhabha, ele foi também inserido na tabela de resultados de coeficientes de violação da simetria de Lorentz e CPT de V. A. Kostelecký e N. Russell [5].

No Capítulo 4 apresentamos uma revisão sobre espalhamentos fóton-fóton, e no mesmo espírito dos capítulos anteriores marcamos a nossa intenção em estudar o cenário de violação da simetria de Lorentz para esses tipos de interação. Utilizamos aqui dois acoplamentos não-mínimos distintos e encontramos as amplitudes de espalhamento e as seções de choque diferenciais modificadas para o espalhamento elástico entre dois fótons. Fizemos então a análise do comportamento dessas seções de choque tanto para particularizações de interesse no quadrvetor de fundo, quanto considerando os regimes de altas e baixas energias. Apesar de não ter sido possível encontrar limites superiores para nossos parâmetros de violação da simetria de Lorentz utilizando esse processo, os resultados apresentados são também uma contribuição original da tese e se encontram publicados no artigo *Elastic light-by-light scattering in a nonminimal Lorentz violation scenario* [6].

Ao final dos Capítulos 2, 3 e 4 serão apresentadas nossas conclusões parciais, nas quais comentaremos os assuntos abordados de maneira específica. No entanto, para concluir essa tese, ainda faremos uma análise geral de nossas contribuições. No Capítulo 5 faremos então tal análise em nossas considerações finais e apontaremos também as perspectivas que temos para o futuro a partir desse trabalho.

# Lista de Figuras

1.1	Coordenadas do Referencial Centrado no Sol . . . . .	18
2.1	Diagramas de Feynman para o espalhamento Møller . . . . .	26
2.2	Seção de choque diferencial do espalhamento Møller: quadrvetor de fundo puramente espacial acoplado com $F$ . . . . .	32
2.3	Seção de choque diferencial do espalhamento Møller: quadrvetor de fundo puramente espacial acoplado com $\tilde{F}$ . . . . .	34
3.1	Diagramas de Feynman para o espalhamento Compton . . . . .	42
3.2	Seção de choque diferencial do espalhamento Compton: quadrvetor de fundo puramente espacial . . . . .	46
3.3	Diagramas de Feynman para o espalhamento Bhabha . . . . .	48
3.4	Seção de choque diferencial do espalhamento Bhabha: quadrvetor de fundo puramente temporal . . . . .	50
3.5	Desvio da seção de choque diferencial do espalhamento Bhabha em função do ângulo de espalhamento . . . . .	51
3.6	Seção de choque diferencial do espalhamento Bhabha: quadrvetor de fundo puramente espacial . . . . .	53
3.7	Diagramas de Feynman para a aniquilação de pares . . . . .	55
3.8	Seção de choque diferencial da aniquilação de pares: quadrvetor de fundo puramente espacial . . . . .	58
4.1	Diagramas de Feynman para a interação entre fótons a <i>1-loop</i> . . . . .	67

4.2	Colisão ultraperiférica de íons pesados . . . . .	70
4.3	Seção de choque diferencial do espalhamento fóton-fóton elástico: quadri- vetor de fundo puramente temporal . . . . .	80
4.4	Seção de choque diferencial do espalhamento fóton-fóton elástico em baixas energias: quadrivetor de fundo puramente espacial . . . . .	82
4.5	Seção de choque diferencial do espalhamento fóton-fóton elástico em altas energias: quadrivetor de fundo puramente espacial . . . . .	83

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>9</b>
1.1	Metodologia . . . . .	11
1.2	Simetria de Lorentz e Referenciais de Observação . . . . .	16
<b>2</b>	<b>Espalhamento Moller</b>	<b>20</b>
2.1	Introdução . . . . .	21
2.2	Regras de Feynman . . . . .	23
2.3	Espalhamento Møller na Eletrodinâmica Quântica . . . . .	26
2.4	Espalhamento Møller em Cenário com Violação da Simetria de Lorentz . . . . .	28
2.5	Conclusões Parciais . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Aniquilação de Pares e os Espalhamentos Compton e Bhabha</b>	<b>37</b>
3.1	Introdução . . . . .	38
3.2	Espalhamento Compton . . . . .	42
3.3	Espalhamento Bhabha . . . . .	47
3.4	Aniquilação de Pares . . . . .	53
3.4.1	Seção de Choque Diferencial Não Polarizada . . . . .	54
3.4.2	Tempo de Vida do para-Positrônio . . . . .	57
3.5	Conclusões Parciais . . . . .	60
<b>4</b>	<b>Espalhamento Fóton-Fóton</b>	<b>64</b>
4.1	Introdução . . . . .	65
4.2	Espalhamento Fóton-Fóton Elástico . . . . .	66

4.3	Colisões de Íons Pesados . . . . .	69
4.4	Acoplamentos Não-Mínimos . . . . .	71
4.5	Espalhamento Fóton-Fóton Elástico com Violação da Simetria de Lorentz .	74
4.5.1	Acoplamento com $F$ . . . . .	74
4.5.2	Acoplamento com $\tilde{F}$ . . . . .	76
4.6	Seção de Choque Diferencial: Efeitos da Violação da Simetria de Lorentz .	78
4.6.1	Quadrivetor de Fundo Puramente Temporal . . . . .	79
4.6.2	Quadrivetor de Fundo Puramente Espacial . . . . .	80
4.7	Conclusões Parciais . . . . .	84
<b>5</b>	<b>Considerações Finais e Perspectivas</b>	<b>87</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>91</b>

# Capítulo 1

## Introdução

No início do século passado a teoria da relatividade restrita inaugurou na física uma nova maneira de se compreender espaço e tempo, não mais dissociados, mas intimamente relacionados. Nesse contexto, a simetria de Lorentz cumpre um papel fundamental para a compreensão da estrutura espaço-temporal. Além disso, o advento da teoria quântica de campos a partir da junção entre relatividade restrita e mecânica quântica [7] deu corpo ao atual Modelo Padrão (MP) da física de partículas, que vem obtendo comprovações experimentais muito consistentes nos últimos anos a partir de suas previsões teóricas [8].

De fato, a simetria de Lorentz já passou por diversos testes no último século, cada vez mais precisos, e nenhuma evidência de desvio foi encontrada nos dados experimentais. Por outro lado, a natureza do espaço-tempo e da própria simetria de Lorentz passa a não ser tão clara quando consideramos teorias quânticas de gravitação em regimes governados pela escala de Planck [9]. Nesse cenário planckiano não temos atualmente, e nem mesmo em um horizonte próximo, experimentos que se aproximem da escala de energia necessária para uma análise direta.

Seguindo tal pensamento, a violação da simetria de Lorentz (VSL) figura como possibilidade de nova física, mais fundamental, na qual a simetria de Lorentz pode não ser uma teoria final, mas um limite efetivo de baixas energias de uma teoria mais geral em altas energias. Em alguns cenários além do MP, como por exemplo em teoria de cordas, a simetria de Lorentz (e eventualmente a simetria CPT) são violadas [10–16], gerando

interações efetivas de baixas energias.

Durante as últimas três décadas, a VSL vem sendo explorada tanto do ponto de vista experimental quanto teórico, com cada vez mais interesse [15, 17–19]. Do lado teórico, devido ao número de diferentes abordagens, uma lista de possíveis termos de violação da simetria Lorentz foi desenvolvida, constituindo o chamado Modelo Padrão Estendido (MPE) [20, 21]. O MPE complementa o Modelo Padrão usual incluindo as interações de VSL em todos os setores. Já do lado experimental, testes em várias áreas e em diferentes escalas de energia já foram propostos para buscar traços da VSL, estabelecendo limites superiores aos possíveis parâmetros associados à essa violação [5, 22, 23].

Dentre as abordagens já propostas considerando VSL, podemos citar: estudos ligados ao efeito Casimir [24, 25] e ao efeito Hall planar [26]; desenvolvimentos em física atômica [27, 28], em especial proporcionando correções ao espectro do átomo de hidrogênio [29–32]; contribuições aos momentos de dipolo elétrico e magnético [33–38]; estudo de efeitos sobre os processos elementares da eletrodinâmica quântica [39–43], incluindo casos em temperatura finita [44, 45]; busca por sinais de VSL a partir de comparação entre relógios de alta precisão [46–48]; aplicação à física de neutrinos [49–51], sejam eles provenientes de origem astrofísica [52, 53] ou atmosférica [54]; efeitos na interação entre partículas elementares [55–59]; VSL na deflexão gravitacional da luz [60] e em correções da dinâmica orbital planetária [61]; propostas de verificação a partir de sinais astrofísicos [62–64], como raios cósmicos e gama [65–68] e nas ondas gravitacionais [69, 70], inclusive provenientes da colisão de buracos negros [71]; estudo de características de eletrodinâmicas com VSL [72–75], em alguns casos com proposta de existência de monopolos magnéticos [76]; aplicação em teorias quirais [77, 78], teorias de campo escalares [79], eletrofracas [80] e supersimétricas [11].

Em uma linha de análise fenomenológica, com o intuito de buscar possíveis evidências de VSL, estudamos nesse trabalho processos conhecidos da Eletrodinâmica Quântica (EDQ). Espalhamento Møller, espalhamento Bhabha, espalhamento Compton, aniquilação de pares e espalhamento elástico entre dois fótons serão os fenômenos físicos analisados a partir de modificação do MP. Na sequência descreveremos a metodologia adotada.

## 1.1 Metodologia

A maneira pela qual introduziremos termos de VSL na EDQ será modificando o vértice da interação elétron-fóton diretamente. Isso pode ser feito de um modo invariante de calibre, acoplando ao tensor eletromagnético  $F^{\mu\nu}$  um quadrivetor de fundo  $\xi^\mu$  que seja independente do espaço-tempo, ou seja, constante. Esse acoplamento derivativo escolhido modifica a lagrangiana da EDQ, que agora será escrita como

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - eA_\mu\gamma^\mu - m)\psi + \xi^\mu\bar{\psi}\gamma^\nu\psi F_{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

onde  $m$  e  $e$  são a massa e carga elétrica do elétron, com o termo de fixação de calibre já omitido uma vez que estamos lidando com correntes externas conservadas.

A VSL com esse quadrivetor de fundo  $\xi$  se dá por um acoplamento não-mínimo com dimensão canônica de inverso de massa, mudando a derivada covariante usual para  $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu - i\xi^\nu F_{\mu\nu}$ . Esse cenário de violação foi proposto em [81] no contexto de fases topológicas, representando uma possibilidade simples de acoplamento não-mínimo e invariante de calibre. Dado que  $\xi$  é fixado, ele funciona como um quadrivetor de fundo não dinâmico e a simetria de Lorentz é quebrada porque ele indica uma direção preferencial no espaço-tempo.

Essa modificação afeta todas as interações elétron-fóton desde o nível de árvore, já que há uma extensão do vértice usual da EDQ para

$$i\Gamma^\mu = ie\gamma^\mu + \not{q}\xi^\mu - (\xi \cdot q)\gamma^\mu, \quad (1.2)$$

onde  $q$  representa o quadrimomento carregado pelo fóton, com a convenção de ser positivo ou negativo se o fóton estiver entrando ou saindo, respectivamente, do vértice.

Como mencionado anteriormente,  $\xi$  é um quadrivetor constante desempenhando o papel de um fundo fixo, podendo ser decomposto em coordenadas esféricas, com o eixo adequadamente escolhido de acordo com o processo de interesse. Os ângulos polar ( $\theta_\xi$ ) e azimutal ( $\phi_\xi$ ) são fixados relativos ao aparato experimental em um dado tempo e, como

será visto no trabalho, o fator extra de momento introduzido pelo acoplamento de VSL não-mínimo irá produzir termos proporcionais a  $\xi \cdot p_i$ , onde  $p_i$  são os momentos das partículas entrando e saindo do vértice. Esses termos dependentes do momento serão responsáveis por novos perfis angulares e de energia na seções de choque diferenciais dos processos, especialmente a respeito do ângulo azimutal, e essas características fora do padrão funcionam como assinaturas da VSL para serem procuradas experimentalmente.

Acoplamentos derivativos não-mínimos similares foram aplicados, por exemplo, à mecânica quântica e ao átomo de hidrogênio [30], aos momentos de dipolo elétrico e magnético [82,83], gerando momento magnético a nível de árvore para neutrinos de Majorana [34] e a processos de espalhamento [84]. Nessa última referência, são analisados tanto o caso

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - eA_\mu\gamma^\mu - m)\psi + \tilde{\xi}^\mu\bar{\psi}\gamma^\nu\psi\tilde{F}_{\mu\nu}, \quad (1.3)$$

que gera a modificação de vértice

$$i\Gamma^\mu = ie\gamma^\mu - \tilde{\xi}^\alpha\gamma^\beta q^\rho\varepsilon_{\alpha\beta\rho\lambda}\eta^{\lambda\mu}, \quad (1.4)$$

quanto

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - eA_\mu\gamma^\mu - m)\psi + \tilde{\rho}^\mu\bar{\psi}\gamma^\nu\gamma^5\psi\tilde{F}_{\mu\nu}. \quad (1.5)$$

Nessa última situação temos um acoplamento não-mínimo de tipo axial, com caráter quiral, devido à presença da matriz  $\gamma^5$ . Também seria possível propor o quarto acoplamento

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - eA_\mu\gamma^\mu - m)\psi + \rho^\mu\bar{\psi}\gamma^\nu\gamma^5\psi F_{\mu\nu}. \quad (1.6)$$

Nesse trabalho, focaremos especialmente nas lagrangianas apresentadas nas equações (1.1) e (1.3). Para a primeira, acoplando o quadrivetor de fundo com  $F^{\mu\nu}$ , modificaremos o vértice dos espalhamentos Møller, Bhabha, Compton, fóton-fóton elástico e aniquilação do par elétron-pósitron (Capítulos 2, 3 e 4). Já para a segunda, aplicaremos a modificação ao espalhamento Møller e fóton-fóton elástico (Capítulos 2 e 4).

Por simplicidade, durante os cálculos das amplitudes quadradas e das seções de choque

diferenciais, os parâmetros de VSL serão mantidos até a ordem principal e não em todas as ordens, uma vez que esses termos devem ter intensidades muito pequenas.

Escolhemos trabalhar com esses acoplamentos não-mínimos indicados, envolvendo  $F_{\mu\nu}$  e  $\tilde{F}_{\mu\nu}$ , atuando na derivada covariante, de tal modo que apenas o vértice fosse alterado. E observamos na literatura recente que há um grande interesse em estudar VSL utilizando acoplamentos não-mínimos, com possíveis desdobramentos teóricos sendo analisados [74, 85, 86]. Um questionamento que pode surgir, e que consideramos justo, é sobre o que estaria por trás dessa modificação. Em geral, ao lidar com uma teoria renormalizável, esperamos ter acoplamentos mínimos nos potenciais. E por estarem nos potenciais, esses acoplamentos envolveriam operadores de dimensão mais baixa, com menor probabilidade de gerar constantes de acoplamento com dimensão de inverso de massa. Logo, ao lidar com acoplamentos não-mínimos esperamos que seus efeitos sejam resquícios de alguma física mais fundamental, renormalizável e envolvendo acoplamentos mínimos.

Um exemplo que podemos dar nesse sentido é o da própria equação de Dirac. Quando lidamos com a mecânica quântica relativística, com o férmion de Dirac acoplado ao campo eletromagnético, observamos um acoplamento mínimo do tipo  $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$ . No entanto, quando tomamos o limite não relativístico ganhamos uma teoria efetiva para o férmion relativisticamente dominante. Deixamos para trás um espinor de quatro componentes e vamos de encontro a uma teoria efetiva para um espinor de duas componentes. Mas, nessa nova abordagem, além do acoplamento mínimo que aparece na equação de Pauli temos também um acoplamento não-mínimo entre campo magnético e momento de dipolo magnético do elétron [87]. Então, o acoplamento não-mínimo na equação de Pauli, efetiva, seria o resíduo de um acoplamento mínimo que existia na equação de Dirac, mais fundamental. Esse é um paradigma para as teorias de campo: a partir de um modelo com acoplamento mínimo, estudamos um certo limite de baixas energias, ou abaixo de um certo *cutoff* de massa, no qual podem surgir acoplamentos como os que escolhemos.

No caso da EDQ, temos um fóton sem massa e um elétron massivo. O limite de energia imposto pela massa do elétron nos fornece um *cutoff*, que define uma escala na teoria. Se estudamos então uma teoria efetiva com energia abaixo dessa escala, teremos fótons

incapazes de excitar os elétrons virtuais. E uma vez integrando sobre todos os efeitos de tais elétrons virtuais, ganhamos uma eletrodinâmica não linear, como a eletrodinâmica de Euler-Heisenberg [88, 89]. Assim, partindo de uma teoria bem comportada e renormalizável como a EDQ, chegamos em uma teoria efetiva como a de Euler-Heisenberg, não renormalizável, mas válida apenas para esses fótons de baixa energia.

No nosso caso temos acoplamentos não-mínimos trazendo VSL, e no MP não há física para causar tal quebra, uma vez que ele é fortemente baseado na simetria de Lorentz. No entanto, ainda imaginamos que o MP seja uma teoria efetiva resultante de uma física mais fundamental. Poderia ser uma teoria grande unificada, uma teoria apenas com supersimetria, ou até mesmo uma teoria de cordas.

Nossos acoplamentos não-mínimos estão inseridos em um modelo não renormalizável, mas isso não é um problema para a teoria efetiva pois não estamos integrando até o infinito da energia. Por existir um *cutoff* bem definido, limitamos a física até um certo ponto após o qual há o desconhecido, e podemos assim trabalhar sem preocupações nessa faixa de energias [90].

Ao abrir mão da renormalizabilidade no modelo efetivo, fazemos cálculos aproximados. Todavia, em certos casos as correções que existiriam são tão pequenas que ainda nem existem experimentos capazes de checar em tal nível de precisão. A gravitação é um exemplo de teoria efetiva que, apesar de não renormalizável [91], já passou por vários testes bem sucedidos nos limites da física com a qual lidamos experimentalmente [92].

Na década de 1930, E. Fermi construiu uma teoria não renormalizável, mas que reproduzia bem o decaimento do múon, o sinal da interação fraca que podia ser medido na época [93]. No entanto, havia uma constante de acoplamento com inverso de massa ao quadrado que denunciava um problema existente. Esse fator estava justamente associado à massa do bóson  $W$ , e após algumas décadas usando o modelo de Fermi, foi possível chegar na teoria de Salam-Glashow-Weinberg, mais fundamental [94, 95].

Há dois caminhos de investigação em jogo: ou não conhecemos a teoria fundamental e vamos tentando montá-la a partir de teorias efetivas; ou conhecemos a teoria fundamental e buscamos teorias efetivas que melhor se apliquem a estudos de interesse.

No caso da EDQ, não houve um início de abordagem pela não linearidade. Havia a EDQ, fundamental, renormalizável, e passamos a construir teorias efetivas, ganhando Euler-Heisenberg [88,89], Born-Infeld [96,97], e uma série de eletrodinâmicas não lineares. Justamente porque não estamos interessados na teoria completa, mas em um limite de energia abaixo da massa do elétron, cerca de 0,5 MeV. Limite muito razoável para os fótons que conhecemos. Se trabalhamos, por exemplo, com fótons de energia até os raios X, estamos muito abaixo do *cutoff* de massa do elétron. Como no caso de Halpern, só foi possível obter uma teoria fotônica efetiva porque já havia a EDQ disponível [98].

Por outro lado, pela perspectiva desse trabalho, a EDQ seria parte de uma teoria mais fundamental, na qual algum grau de liberdade nos gerou esse parâmetro  $\xi$ . Em algumas abordagens, como nas teorias de cordas, é possível que essa violação aconteça, pois há dinâmica suficiente para que campos vetoriais adquiram valor esperado no vácuo diferente de zero. A partir do momento em que alguns graus de liberdade se condensam, gerariam esse parâmetro  $\xi$  e ele por sua vez se acopla não-minimamente com a uma corrente  $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$  e com  $F_{\mu\nu}$  (ou  $\tilde{F}_{\mu\nu}$ ). Dando origem então aos operadores de dimensão 5 com os quais lidamos.

Além disso, o que está em jogo ao trabalhar com  $F_{\mu\nu}$  ou  $\tilde{F}_{\mu\nu}$  é a escolha de quais fatores acoplarão com os campos elétricos e magnéticos, de fato em um comportamento dual. Construimos então modelos com os dois tipos de acoplamento, e em vista dos dados experimentais saberemos qual é mais adequado. Montamos nossas propostas, já que a suposta teoria mais fundamental não está definida, e observando a fenomenologia podemos descartar uma, outra, ou até as duas. Nosso papel é justamente dar conta de montar esse quebra-cabeças. A peculiaridade desse jogo da natureza, é que em alguns casos não temos (ou ainda não enxergamos) as peças. Precisamos imaginá-las e em seguida testar seu encaixe.

## 1.2 Simetria de Lorentz e Referenciais de Observação

Discutiremos a seguir em qual sentido a simetria de Lorentz é quebrada, já que permanece como objeto de estudo desde as primeiras propostas nessa direção [12, 99]. Para isso é importante entender como esse vetor de fundo altera a relação entre as transformações de Lorentz de observador e de partícula.

Quando lidamos com transformações de sistemas de referência, é bem sabido que podemos realizá-las do ponto de vista passivo ou ativo [100]. Para ficar em um exemplo que facilite a discussão, consideraremos o caso das rotações. Se a transformação for passiva não alteramos de forma alguma o sistema físico, mas apenas o sistema de coordenadas. No caso de uma rotação infinitesimal de uma quantidade  $\delta\phi$ , em torno do eixo  $z$ , a matriz de rotação será

$$\mathcal{R}_p = \begin{pmatrix} \cos \delta\phi & \sin \delta\phi & 0 \\ -\sin \delta\phi & \cos \delta\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & \delta\phi & 0 \\ -\delta\phi & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.7)$$

Já em uma transformação ativa, deixamos nossa base de coordenadas inalterada e giramos o próprio sistema físico. Para uma mesma rotação de quantidade  $\delta\phi$ , em torno do eixo  $z$ , a nova matriz de rotação será

$$\mathcal{R}_a = \begin{pmatrix} \cos \delta\phi & -\sin \delta\phi & 0 \\ \sin \delta\phi & \cos \delta\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & -\delta\phi & 0 \\ \delta\phi & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.8)$$

O que observamos nessas duas situações é que tanto a transformação passiva quanto a ativa descrevem a rotação de maneira equivalente, com a única diferença que em um caso os eixos de coordenadas giraram de uma quantidade  $\delta\phi$ , e no outro o próprio sistema rotacionou de  $-\delta\phi$ .

No entanto, quando tratamos de transformações de Lorentz passivas e ativas na presença de um campo de fundo, surge a denominação de transformações de observador e de partícula, respectivamente. E isso porque a equivalência vista anteriormente se perde.

Se analisamos o movimento de um elétron deslocando-se perpendicularmente a um campo elétrico uniforme [101], o alcance varia se consideramos uma transformação de observador ou de partícula. No primeiro caso, há um comportamento covariante de Lorentz, mas no segundo o campo de fundo fica inalterado, como um escalar de Lorentz, quebrando a simetria. Da mesma forma, se consideramos um sistema magnetizado imerso no campo magnético da Terra [102], uma transformação de observador irá provocar uma rotação tanto dos momentos de dipolo magnéticos quanto do campo magnético externo, deixando o sistema como um todo inalterado. Por outro lado, uma transformação de partícula mais uma vez mantém o campo de fundo inalterado, fixo, ao passo em que o sistema físico foi rotacionado. Encontraremos assim nova lagrangiana e novas equações de movimento.

É nesse sentido que um tal campo de fundo, como os que serão considerados nesse trabalho, quebram a simetria de Lorentz. Nosso quadrivetor  $\xi^\mu$  possui comportamento covariante de Lorentz sob transformações de observador, mas suas componentes possuem comportamento escalar sob transformações de partícula. A própria construção do MPE se dá considerando as hipóteses de manter a física do sistema inalterada por mudança de observadores, além de preservar a simetria de calibre  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  do MP.

As considerações feitas anteriormente para nosso quadrivetor de fundo causador da VSL, fixo e independente do tempo, são explícitas apenas lidando com um referencial inercial. Devido ao movimento da Terra, se escolhermos referenciais localizados nos laboratórios onde os experimentos são realizados,  $\xi^\mu$  e as grandezas físicas por ele modificadas irão variar temporalmente. Dessa forma, é necessário considerar um referencial mais adequado.

Uma escolha de referencial aproximadamente inercial para a escala de tempo dos experimentos que fazemos na Terra é o Referencial Centrado no Sol (RCS) [5, 39, 103, 104]. Esse sistema tem sua origem coincidindo com o centro do Sol e coordenadas  $(T, X, Y, Z)$ , tais que o eixo  $Z$  está alinhado ao eixo de rotação da Terra, o eixo  $X$  positivo aponta radialmente para fora da esfera celeste, no equinócio vernal, e o eixo  $Y$  completa o sistema dextrogiro, como mostra a figura (1.1). Além disso,  $\eta = 23,4^\circ$  é o ângulo entre o plano celestial equatorial  $XY$  e o plano orbital da Terra e o tempo  $T$  é medido nesse referencial

a partir do equinócio vernal do ano 2000 [103].

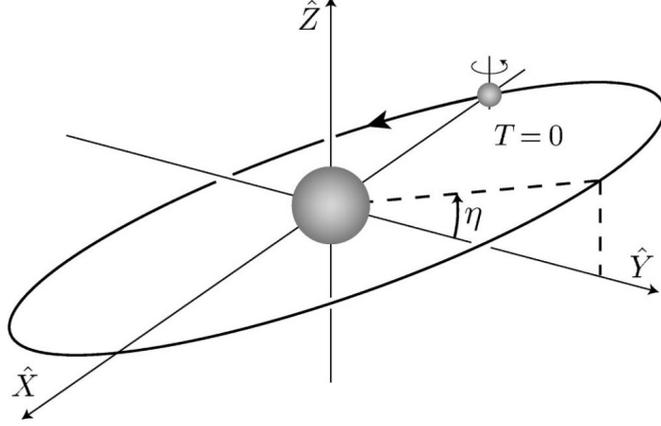


Figura 1.1: Coordenadas do Referencial Centrado no Sol [104].

A posição do centro da Terra no RCS é dada por [104]

$$\mathbf{X}_{\oplus} = \begin{pmatrix} -R_{\oplus} \cos \Omega_{\oplus} T \\ -R_{\oplus} \cos \eta \sin \Omega_{\oplus} T \\ -R_{\oplus} \sin \eta \sin \Omega_{\oplus} T \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

sendo  $R_{\oplus}$  a distância média entre Terra e Sol e  $\Omega_{\oplus}$  a frequência angular orbital da Terra, igual a  $2\pi/\text{ano} \approx 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$ .

Considerando  $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{v}/c$  a velocidade de um laboratório localizado na superfície da Terra, medida no RCS, podemos escrevê-la como [39]

$$\boldsymbol{\beta} = \beta_{\oplus} \begin{pmatrix} \sin \Omega_{\oplus} T \\ -\cos \eta \cos \Omega_{\oplus} T \\ -\sin \eta \cos \Omega_{\oplus} T \end{pmatrix} + \beta_L \begin{pmatrix} -\sin \omega_{\oplus} T_{\oplus} \\ \cos \omega_{\oplus} T_{\oplus} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.10)$$

com a frequência angular sideral da Terra dada por  $\omega_{\oplus} = 2\pi/(23\text{h}56\text{min}) \approx 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . Ainda sobre os parâmetros dessa equação,  $\beta_{\oplus}$  está relacionado à velocidade orbital média da Terra, que vale aproximadamente 107200 km/h (ou 29,78 km/s), e daí  $\beta_{\oplus} \approx 10^{-4}$ . Já a componente da velocidade do laboratório proveniente da rotação da Terra está considerada

em  $\beta_L$ . Sendo o raio da Terra  $r_\oplus \approx 6,0 \cdot 10^6$  m, então  $\beta_L = r_\oplus \omega_\oplus \sin \chi \lesssim 1,5 \cdot 10^{-6}$ . O ângulo  $\chi$  é a colatitude (ângulo complementar da latitude) do laboratório.

No caso de um dos nossos quadrivetores de fundo, a transformação entre referenciais seria

$$\xi_{\text{Lab}}^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu \xi_{\text{Sol}}^\nu, \quad (1.11)$$

com

$$\Lambda^0{}_T = 1, \quad \Lambda^0{}_J = -\beta^J, \quad \Lambda^j{}_T = -(\mathcal{R} \cdot \boldsymbol{\beta})^j, \quad \Lambda^j{}_J = \mathcal{R}^{jJ}. \quad (1.12)$$

Nessas transformações de Lorentz, a matriz  $\mathcal{R}^{jJ}$  de rotação espacial será dada por [39]

$$\mathcal{R}^{jJ} = \begin{pmatrix} \cos \chi \cos \omega_\oplus T_\oplus & \cos \chi \sin \omega_\oplus T_\oplus & -\sin \chi \\ -\sin \omega_\oplus T_\oplus & \cos \omega_\oplus T_\oplus & 0 \\ \sin \chi \cos \omega_\oplus T_\oplus & \sin \chi \sin \omega_\oplus T_\oplus & \cos \chi \end{pmatrix}, \quad (1.13)$$

onde  $j = x, y, z$  e  $J = X, Y, Z$ . Além disso,  $T_\oplus$  é o tempo medido no RCS a partir de um dos momentos nos quais os eixos  $y$  e  $Y$  coincidem. O tempo  $T_\oplus$  difere então do tempo equatorial celestial  $T$  por uma quantidade fixa em cada experimento.

Quando falamos em transformar coordenadas do RCS para o referencial de um laboratório na superfície da Terra, devemos levar em conta que os grandes aceleradores da atualidade estão no hemisfério norte. Assim, para um ponto localizado no hemisfério norte, o sistema de coordenadas associado será  $(0, x, y, z)$ , no qual  $x$  aponta para o sul,  $y$  para o leste e  $z$  radialmente para fora do globo.

Uma vez apresentadas essas ideias básicas, passaremos agora à análise individual de cada tipo de espalhamento. Nosso objetivo final em todos os tipos de processos da EDQ que analisamos é a obtenção das modificações induzidas pela parte de VSL, e posterior análise dos efeitos causados pelo quadrivetor de fundo.

# Capítulo 2

## Espalhamento Møller

Nesse capítulo iniciaremos os estudos de nossos modelos violando a simetria de Lorentz, a partir de acoplamentos não-mínimos como os apresentados no capítulo anterior. O primeiro processo da EDQ a ser estudado aqui será o espalhamento elétron-elétron, também chamado de espalhamento Møller [105].

Após uma seção introdutória abordando o espalhamento Møller e as modificações que serão feitas na lagrangiana, consideramos válido fazer uma pequena revisão dos cálculos tradicionais da EDQ para obter a seção de choque diferencial do processo, antes de partir para a inserção de termos de VSL.

Daí em diante, inserindo os vértices modificados nos diagramas de Feynman relevantes para esse espalhamento, obtivemos as seções de choque diferenciais procuradas. Além disso, fizemos particularizações para o quadrivetor de fundo e analisamos graficamente o comportamento angular da correção de VSL.

Os resultados que serão apresentados ao final do capítulo, com os dois tipos de acoplamentos não-mínimos violando a simetria de Lorentz, não se encontravam na literatura até nossa abordagem. São, portanto, contribuições originais da tese. Muito embora tais resultados ainda não estejam publicados, esperamos que isso ocorra em breve, após desenvolvimentos adicionais que permitirão obter limites para os parâmetros de VSL.

## 2.1 Introdução

O espalhamento Møller é um dos processos mais fundamentais da EDQ, sendo um processo limpo, com energias iniciais bem conhecidas e efeitos de fundo bastante suprimidos. Daí, entendê-lo com detalhes é importante por conta de sua utilidade em muitos experimentos modernos testando a validade do MP [106, 107]. Especialmente em espalhamentos de elétrons em baixas energias ( $< 100$  MeV), nos quais é o processo físico dominante.

É um processo bastante útil em polarimetria de alta precisão, sendo aplicado nos colisores atuais como monitor dos feixes de elétrons, determinando seu nível de polarização [108, 109]. Além disso, juntamente com os espalhamentos Bhabha, Compton e aniquilação de pares, pode contribuir com a condutividade elétrica em plasmas Abelianos [110].

Quando falamos na busca por física além do MP, que é o espírito desse trabalho, quase sempre nos lembramos dos grandes colisores de partículas, que trabalham em altíssimas energias. No entanto, não devemos nos concentrar apenas nos experimentos com energias tão altas quanto nos permitam os limites do desenvolvimento tecnológico. Um conjunto diverso de meios de exploração é sempre útil, inclusive medidas de baixas energias [111], mas com alta precisão e alta luminosidade. Desse modo, experimentos envolvendo o espalhamento de elétrons podem dar acesso indireto à física de altas energias e ter um importante papel complementar, por exemplo, ao programa do LHC [112].

Alguns exemplos de nova física que podem ser investigados via espalhamento Møller incluem a possibilidade da existência de novos bósons neutros  $Z'$ , elétrons possivelmente compostos, supersimetria e escalares duplamente carregados. Cálculos já foram realizados no sentido de mostrar como testes usando esse espalhamento seriam afetados por esses bósons neutros  $Z'$  extras ou escalares duplamente carregados [113–115]. Também foram estudadas as possibilidades de efeitos provenientes de *unparticles* [116] e de gravitação quântica [117]. Foi abordado, inclusive, em extensão do MP inserida em uma teoria de campos não comutativa [118].

Esse espalhamento vem sendo ainda muito utilizado atualmente para medir, de forma bastante precisa, a assimetria por violação de paridade [106, 107, 119–124]. Dessa forma também permite determinar o ângulo de Weinberg, nesse contexto com interações ele-

trofracas. Essa assimetria  $A_{PV}$  no espalhamento Møller mede a carga fraca do elétron, considerando os efeitos de troca de fótons e  $Z^0$ .

Assim como faremos nesse capítulo, mas em outra abordagem, o espalhamento Møller já foi objeto de estudo em cenários com VSL. No contexto de uma eletrodinâmica de Maxwell-Chern-Simons [125, 126], com a finalidade de analisar a formação de estados ligados elétron-elétron, o espalhamento Møller foi considerado dentro de uma EDQ planar, violando a simetria de Lorentz, com aplicações em matéria condensada [127, 128]. Em alguns desses modelos de EDQ com apenas duas dimensões espaciais, preservando a paridade e com quebra espontânea da simetria local  $U(1)$ , os potenciais que surgem poderiam ser sentidos nesse espalhamento [129, 130]. Cálculos considerando interações eletromagnéticas e fracas, com trocas de bósons  $Z^0$  e modificando os propagadores, também já foram realizados [131]. Em uma outra linha de desenvolvimento mais recente, esse espalhamento foi desenvolvido em um cenário com VSL e temperatura finita [44].

Na nossa abordagem considerando VSL, modificaremos o vértice de interação da EDQ acoplando o quadrivetor de fundo  $\xi^\mu$  ao tensor eletromagnético, de maneira que o modelo terá uma lagrangiana dada por

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - eA_\mu\gamma^\mu - m)\psi + \xi^\mu\bar{\psi}\gamma^\nu\psi F_{\mu\nu}, \quad (2.1)$$

sendo  $e$  a carga elétrica e  $m$  a massa do elétron. O nosso quadrivetor de fundo é independente do espaço-tempo, fixo, e dessa forma quebra a simetria de Lorentz. Como segundo modelo de investigação, acoplaremos um quadrivetor de fundo  $\tilde{\xi}^\mu$  ao tensor eletromagnético dual, de maneira que a lagrangiana ficará escrita como

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - eA_\mu\gamma^\mu - m)\psi + \tilde{\xi}^\mu\bar{\psi}\gamma^\nu\psi\tilde{F}_{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

sendo que  $\tilde{\xi}^\mu$  possui características análogas às de  $\xi^\mu$ .

Com essas modificações, investigaremos efeitos de VSL no espalhamento Møller em nível de árvore, particularmente nas seções de choque diferenciais do processo.

Organizamos o restante do capítulo da seguinte forma: na Seção 2.2 faremos uma

revisão sobre as regras de Feynman da EDQ; na Seção 2.3 calcularemos a seção de choque diferencial para o espalhamento Møller na EDQ; na Seção 2.4 analisamos o espalhamento Møller em um cenário com VSL; finalmente, na Seção 2.5 nós discutimos os resultados em nossas conclusões parciais.

## 2.2 Regras de Feynman

Antes de partir para a análise dos nossos modelos de VSL aplicados aos processos de interesse desse trabalho, iniciaremos com uma breve revisão das regras de Feynman da EDQ. Acreditamos que, a partir delas, o encadeamento de ideias até a obtenção das seções de choque diferenciais modificadas ficará mais fluido. Estaremos seguindo as notações utilizadas na referência [132], e considerando adicionalmente  $c = \hbar = 1$ .

Ao trabalharmos com elétrons e pósitrons de momento  $p = (E, \mathbf{p})$  e energia  $E = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}^2}$ , eles serão representados pelas funções de onda

$$\psi(x) = ae^{-ip \cdot x} u^{(s)}(p) \quad (2.3a)$$

e

$$\psi(x) = ae^{ip \cdot x} v^{(s)}(p), \quad (2.3b)$$

com  $s = 1, 2$  indicando os estados de spin desses férmions. Os espinores  $u$  e  $v$ , assim como os adjuntos  $\bar{u} = u^\dagger \gamma^0$  e  $\bar{v} = v^\dagger \gamma^0$ , satisfazem à equação de Dirac nos espaços de momento

$$(\gamma^\mu p_\mu - m)u = 0, \quad (2.4a)$$

$$(\gamma^\mu p_\mu + m)v = 0, \quad (2.4b)$$

$$\bar{u}(\gamma^\mu p_\mu - m) = 0, \quad (2.4c)$$

$$\bar{v}(\gamma^\mu p_\mu + m) = 0. \quad (2.4d)$$

São ainda ortogonais em estados de spin diferentes,

$$\bar{u}^{(1)}u^{(2)} = \bar{v}^{(1)}v^{(2)} = 0, \quad (2.5)$$

normalizados

$$\bar{u}u = -\bar{v}v = 2m \quad (2.6)$$

e obedecem a uma relação de completeza

$$\sum_{s=1,2} \bar{u}^{(s)}u^{(s)} = \gamma^\mu p_\mu + m \quad (2.7a)$$

e

$$\sum_{s=1,2} \bar{v}^{(s)}v^{(s)} = \gamma^\mu p_\mu - m. \quad (2.7b)$$

Já para um fóton de momento  $p = (E, \mathbf{p})$  e energia  $E = |\mathbf{p}|$ , a sua representação em função de onda é dada por

$$A_\mu(x) = ae^{-ip \cdot x} \epsilon_\mu^{(s)} \quad (2.8)$$

sendo que o índice  $s = 1, 2$  indica os dois estados de polarização possíveis. Esses vetores de polarização  $\epsilon_\mu^{(s)}$  satisfazem  $p^\mu \epsilon_\mu = 0$ , são ortogonais em estados diferentes

$$\epsilon_\mu^{(1)*} \epsilon^{(2)\mu} = 0 \quad (2.9)$$

e normalizados

$$\epsilon^{\mu*} \epsilon_\mu = -1. \quad (2.10)$$

Se, apenas como exemplo, estivermos no calibre de Coulomb,  $\epsilon^0 = 0$  e  $\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{p} = 0$ , e teremos ainda a relação de completeza

$$\sum_{s=1,2} \epsilon_i^{(s)} \epsilon_j^{(s)*} = \delta_{ij} - \hat{p}_i \hat{p}_j. \quad (2.11)$$

Após delimitar os diagramas de Feynman relevantes para um determinado processo

físico, associaremos um momento  $p_i$  a cada perna externa dos gráficos de Feynman, e um momento  $q_j$  a cada linha interna. Depois disso, especificamente para as pernas externas, incluiremos os fatores:

- $u$ , para um elétron entrando no vértice;
- $\bar{u}$ , para um elétron saindo do vértice;
- $\bar{v}$ , para um pósitron entrando no vértice;
- $v$ , para um pósitron saindo do vértice;
- $\epsilon_\mu$ , para um fóton entrando no vértice;
- $\epsilon_\mu^*$ , para um fóton saindo do vértice.

Cada vértice contribuirá com um fator  $ie\gamma^\mu$ , e para as linhas internas teremos os propagadores dados por:

- $\frac{i(\gamma^\mu q_\mu + m)}{q^2 - m^2}$ , para elétrons e pósitrons;
- $\frac{-i\eta_{\mu\nu}}{q^2}$ , para fótons.

Levando em conta a conservação de momento e energia, será possível escrever uma delta de conservação  $(2\pi)^4\delta^4(\pm k_1 \pm k_2 \pm k_3)$  envolvendo os momentos das três linhas de cada vértice, com os sinais  $+$  e  $-$  indicando partículas entrando e saindo, respectivamente.

Integraremos sobre cada momento interno  $q$ , adicionando um fator  $d^4q/(2\pi)^4$ , e por fim cancelaremos um fator  $(2\pi)^4\delta^4(\pm p_1 \pm p_2 \pm \dots \pm p_n)$  que surge da conservação de momento e energia do processo como um todo. Multiplicando o resultado final por  $i$ , o que nos sobraré é a amplitude de espalhamento  $\mathcal{M}$  do gráfico. Se mais de um canal contribui para determinado processo, é importante ainda levar em conta o sinal relativo entre os diagramas, usando a regra de antissimetrização.

Nosso passo seguinte será justamente aplicar essas regras ao nosso primeiro caso de interesse, que é o espalhamento Møller.

## 2.3 Espalhamento Møller na EDQ

Na EDQ sem os efeitos das interações fracas, o espalhamento Møller considerará apenas a troca de fótons em um domínio puramente eletromagnético. Os gráficos de Feynman que dão contribuição para o cálculo da amplitude de espalhamento nesse caso são os correspondentes aos canais  $t$  e  $u$ , como mostrado na figura (2.1).

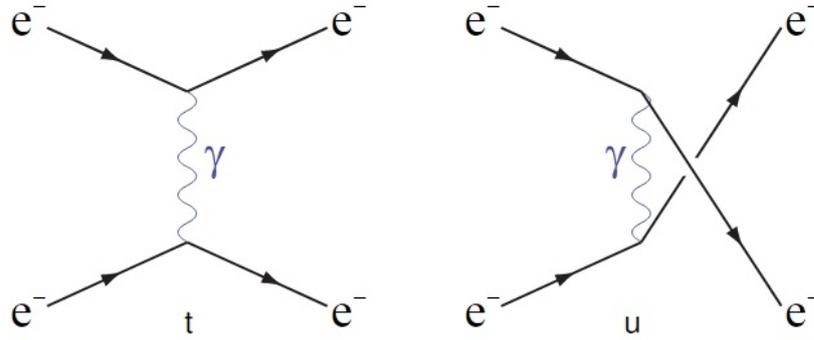


Figura 2.1: Diagramas de Feynman que contribuem para o espalhamento Møller.

Utilizando as regras de Feynman descritas anteriormente, com a finalidade de obter a amplitude de espalhamento do processo, o canal  $t$  contribuirá com um fator

$$(2\pi)^4 \int [\bar{u}(p_3)(ie\gamma^\mu)u(p_1)] \left( \frac{-i\eta_{\mu\nu}}{q^2} \right) [\bar{u}(p_4)(ie\gamma^\nu)u(p_2)] \delta^4(p_1 - p_3 - q) \delta^4(p_2 + q - p_4) d^4q, \quad (2.12)$$

ao passo que o canal  $u$  contribuirá com

$$(2\pi)^4 \int [\bar{u}(p_4)(ie\gamma^\mu)u(p_1)] \left( \frac{-i\eta_{\mu\nu}}{q^2} \right) [\bar{u}(p_3)(ie\gamma^\nu)u(p_2)] \delta^4(p_1 - p_4 - q) \delta^4(p_2 + q - p_3) d^4q, \quad (2.13)$$

sendo  $p_1$  e  $p_2$  os momentos dos elétrons incidentes e  $p_3$  e  $p_4$  os momentos dos elétrons emitidos.

Integrando agora os resultados anteriores, suprimindo a delta de conservação e o termo  $(2\pi)^4$ , além de multiplicar por  $i$ , teremos que a amplitude associada com o canal  $t$  será

$$\mathcal{M}_t = \frac{-e^2}{(p_1 - p_3)^2} [\bar{u}(p_3)\gamma^\mu u(p_1)] [\bar{u}(p_4)\gamma_\mu u(p_2)]. \quad (2.14)$$

Já  $\mathcal{M}_u$ , associada ao canal  $u$ , é obtida simplesmente efetuando a troca de índices  $3 \leftrightarrow 4$  no resultado anterior. A partir da estatística de Fermi-Dirac, a fase relativa entre os dois diagramas será negativa, de modo que teremos para a amplitude total

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_t - \mathcal{M}_u, \quad (2.15)$$

de onde calculamos o módulo quadrado

$$|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_t|^2 + |\mathcal{M}_u|^2 - \mathcal{M}_t^* \mathcal{M}_u - \mathcal{M}_t \mathcal{M}_u^*. \quad (2.16)$$

Tomando a média sobre os estados de spin, obtemos

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}_t|^2 \rangle &= \frac{e^4}{(p_1 - p_4)^4} \text{Tr}[\gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_3] \text{Tr}[\gamma_\mu \not{p}_2 \gamma_\nu \not{p}_4] \\ &= \frac{32e^4}{(p_1 - p_4)^4} [(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)], \end{aligned} \quad (2.17a)$$

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}_u|^2 \rangle &= \frac{e^4}{(p_1 - p_3)^4} \text{Tr}[\gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_4] \text{Tr}[\gamma_\mu \not{p}_2 \gamma_\nu \not{p}_3] \\ &= \frac{32e^4}{(p_1 - p_3)^4} [(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4)], \end{aligned} \quad (2.17b)$$

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{M}_t \mathcal{M}_u^* \rangle &= \frac{e^4}{(p_1 - p_3)^2 (p_1 - p_4)^2} \text{Tr}[\gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_4 \gamma_\mu \not{p}_2 \gamma_\nu \not{p}_3] \\ &= \frac{-32e^4}{(p_1 - p_3)^2 (p_1 - p_4)^2} (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4), \end{aligned} \quad (2.17c)$$

e

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{M}_t^* \mathcal{M}_u \rangle &= \frac{e^4}{(p_1 - p_4)^2 (p_1 - p_3)^2} \text{Tr}[\gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_3 \gamma_\mu \not{p}_2 \gamma_\nu \not{p}_4] \\ &= \frac{-32e^4}{(p_1 - p_4)^2 (p_1 - p_3)^2} (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4). \end{aligned} \quad (2.17d)$$

A média da amplitude quadrada total será então

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{1}{4} (\langle |\mathcal{M}_t|^2 \rangle + \langle |\mathcal{M}_u|^2 \rangle - \langle \mathcal{M}_t^* \mathcal{M}_u \rangle - \langle \mathcal{M}_t \mathcal{M}_u^* \rangle) \\ &= \frac{2e^2}{(p_1 \cdot p_3)^2 (p_1 \cdot p_4)^2} \{ (p_1 \cdot p_4)^4 + (p_1 \cdot p_3)^4 + (p_1 \cdot p_2)^4 \}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Uma vez que a seção de choque diferencial do processo é obtida pela relação

$$\frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 E^2} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle, \quad (2.19)$$

escolhendo convenientemente os momentos dos elétrons como  $p_1 = (E, \mathbf{p}_0)$ ,  $p_2 = (E, -\mathbf{p}_0)$ ,  $p_3 = (E, \mathbf{p}_f)$  e  $p_4 = (E, -\mathbf{p}_f)$ , havendo um ângulo  $\theta$  de espalhamento entre as partes vetoriais, ou seja,  $\mathbf{p}_0 \cdot \mathbf{p}_f = E^2 \cos \theta$ , o espalhamento Møller nos fornece uma seção de choque diferencial não polarizada, dada por

$$\frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 (7 + \cos 2\theta) \csc^4 \theta}{4E_{\text{CM}}^2}, \quad (2.20)$$

onde  $\alpha$  é a constante de estrutura fina e  $E_{\text{CM}} = 2E$  é a energia do sistema no referencial do centro de massa.

Nosso passo seguinte será justamente aplicar essas regras, modificadas pelos acoplamentos não-mínimos que violam a simetria de Lorentz, derivando a as seções de choque diferenciais com termos de VSL.

## 2.4 Espalhamento Møller em Cenário com Violação da Simetria de Lorentz

De agora em diante, ao invés de trabalhar com o vértice típico  $ie\gamma^\mu$  da EDQ, utilizaremos o vértice  $i\Gamma^\mu$  que trará as contribuições do termo que viola a simetria de Lorentz. Faremos essa substituição diretamente nas expressões (2.12) e (2.13), e daí em diante seguiremos procedimentos de cálculo similares aos realizados na seção anterior.

No entanto, durante os cálculos que seguem uma observação importante precisa ser feita: é necessário certo cuidado no momento de aplicar o truque de Casimir para obtenção dos traços. Ao realizar os cálculos da EDQ nos deparamos com o resultado  $\overline{\gamma^\mu} = \gamma^0 \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0 = \gamma^\mu$ , e não há nenhum tipo de diferença no tratamento de vértices com momento  $q$  do fóton entrando ou saindo. No caso do nosso vértice,  $\Gamma^\mu = \Gamma^\mu(q)$ , e teremos que  $\overline{\Gamma^\mu}(q) = \Gamma^\mu(-q) = \tilde{\Gamma}^\mu$ . Logo, é necessário diferenciar os vértices, levando em conta esses sinais. A média da amplitude total quadrada poderá ser escrita como

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = & + \frac{e^4}{4} \left\{ \frac{1}{t^2} \text{Tr}[\Gamma^\mu \not{p}_1 \tilde{\Gamma}^\nu \not{p}_3] \text{Tr}[\tilde{\Gamma}_\mu \not{p}_2 \Gamma_\nu \not{p}_4] + \frac{1}{u^2} \text{Tr}[\Gamma^\mu \not{p}_1 \tilde{\Gamma}^\nu \not{p}_4] \text{Tr}[\tilde{\Gamma}_\mu \not{p}_2 \Gamma_\nu \not{p}_3] + \right. \\ & \left. - \frac{1}{tu} \text{Tr}[\Gamma^\mu \not{p}_1 \tilde{\Gamma}^\nu \not{p}_4 \tilde{\Gamma}_\mu \not{p}_2 \Gamma^\mu \not{p}_3] - \frac{1}{tu} \text{Tr}[\Gamma^\mu \not{p}_1 \tilde{\Gamma}^\nu \not{p}_3 \tilde{\Gamma}_\mu \not{p}_2 \Gamma^\mu \not{p}_4] \right\}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

onde, para simplificar a equação e deixar a notação menos carregada, utilizamos as variáveis de Mandelstam  $s = (p_1 + p_2)^2$ ,  $t = (p_1 - p_3)^2$  e  $u = (p_1 - p_4)^2$ . No limite relativístico, as relações serão, de forma mais simplificada,  $s \approx 2p_1 \cdot p_2$ ,  $t \approx -2p_1 \cdot p_3$  e  $u \approx -2p_1 \cdot p_4$ .

Daqui em diante, uma vez que as expressões serão suficientemente grandes para desencorajar desenvolvimentos manuais, utilizamos o *Package-X* [133], dentro do programa computacional *Mathematica*.

O primeiro modelo de EDQ com termos de VSL que iremos considerar, para o espalhamento Møller, vem da utilização da lagrangiana (2.1). Fazendo a inserção do vértice

$$i\Gamma^\mu = ie\gamma^\mu + \not{q} \xi^\mu - (\xi \cdot q)\gamma^\mu \quad (2.22)$$

na equação (2.21), desenvolvendo os traços, e fazendo as simplificações necessárias, obte-

mos uma amplitude quadrada média dada por

$$\begin{aligned}
 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{2e^4}{t^2 u^2} \left( (s^4 + t^4 + u^4) + (\xi \cdot p_1)^2 (s^2 (t^2 + 3tu + u^2) - 2s (t^3 + u^3) + t^4 + u^4) + \right. \\
 &+ u(\xi \cdot p_3)(s - u) ((\xi \cdot p_3) (-s^2 - u^2) - t^2(\xi \cdot p_2)) + t(\xi \cdot p_4)^2 (s - t) (-s^2 - t^2) + \\
 &- tu(\xi \cdot p_4) ((\xi \cdot p_2) (t^2 - s^2) + (n \cdot p_3) (s^2 - st + t(u - t))) + \\
 &+ (\xi \cdot p_1) \left( u(\xi \cdot p_3) (-2t (s^2 + st + t^2) + 2u(t - s)(2s + t) + tu^2 - 4u^3) + \right. \\
 &- t(\xi \cdot p_4) (2s^2(2t + u) + su(u - 2t) + 4t^3 - t^2u - 3tu^2 + u^3) + \\
 &\left. \left. + tu(\xi \cdot p_2) (-s^2 + st + t(t - u)) \right) \right). \tag{2.23}
 \end{aligned}$$

Mais uma vez escolhemos os momentos dos elétrons como  $p_1 = (E, \mathbf{p}_0)$ ,  $p_2 = (E, -\mathbf{p}_0)$ ,  $p_3 = (E, \mathbf{p}_f)$  e  $p_4 = (E, -\mathbf{p}_f)$ , com um ângulo de espalhamento  $\theta$ . Além disso, convencionamos a escolha do momento inicial  $\mathbf{p}_0$  orientado ao longo do eixo  $z$ , ou seja,  $\mathbf{p}_0 = E\hat{z}$ , enquanto que o momento final será dado por  $\mathbf{p}_f = E(\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$ .

Agora podemos utilizar a mesma relação mostrada na equação (2.19) para obter a seção de choque diferencial do nosso modelo com VSL. No entanto, a expressão considerando o caso geral,  $\xi^\mu = (\xi_0, \boldsymbol{\xi})$ , seria complicada e pouco intuitiva, da qual dificilmente conseguiríamos extrair informações relevantes diretamente. Por isso, antes de apresentar a seção de choque diferencial modificada do espalhamento Møller, faremos particularizações sobre as componentes do quadri vetor de fundo. Esse procedimento de particularização, especialmente escolhendo  $\xi^\mu$  puramente temporal ou espacial, é bastante comum nessa área de pesquisa [84, 128, 134]. O caso mais geral seria uma mistura desses cenários.

Se considerarmos como primeira particularização um quadri vetor de fundo tipo tempo  $\xi^\mu = (\xi_0, 0)$ , o resultado encontrado é que não há contribuição dos termos de VSL na seção de choque diferencial. Assim, para esse acoplamento não-mínimo entre corrente fermiônica,  $\xi^\mu$  e  $F_{\mu\nu}$ , verificamos que se existisse um tal quadri vetor de fundo puramente temporal, não seria possível observar quaisquer efeitos nos espalhamentos.

Se, por outro lado, consideramos um quadri vetor de fundo tipo espaço  $\xi^\mu = (0, \boldsymbol{\xi})$ , a seção de choque diferencial ganha novos termos. Com a parte espacial do quadri vetor de

fundo em uma direção arbitrária, de tal forma que

$$\boldsymbol{\xi}/|\boldsymbol{\xi}| = \sin \theta_\xi \cos \phi_\xi \hat{\boldsymbol{x}} + \sin \theta_\xi \sin \phi_\xi \hat{\boldsymbol{y}} + \cos \theta_\xi \hat{\boldsymbol{z}}, \quad (2.24)$$

a nova expressão será dada por

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{ee,\boldsymbol{\xi}}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}}{d\Omega} - \frac{\alpha |\boldsymbol{\xi}|^2 (\cos^2 \theta + 3) \csc^2 \theta}{16\pi} & \left\{ 4 \cos \Delta \cot \theta \sin \theta_\xi \cos \theta_\xi + (\cos 2\theta - 5) \cos^2 \theta_\xi \right. \\ & \left. - \cos \Delta (\cos \Delta (\cos 2\theta + 7) \sin^2 \theta_\xi + 2 \cos^2 \theta \cot \theta \sin 2\theta_\xi) \right\}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

com  $\Delta = \phi - \phi_\xi$ .

Para simplificar esse resultado, dada a quantidade de parâmetros angulares envolvidos, faremos particularizações adicionais. Quando esse vetor  $\boldsymbol{\xi}$  é paralelo ao eixo  $z$  ( $\theta_\xi = 0$ ), no sistema de coordenadas escolhido, a expressão anterior reduz para

$$\frac{d\sigma^{ee,\parallel}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}}{d\Omega} + \frac{\alpha |\boldsymbol{\xi}|^2 (3 + \cos^2 \theta) (\cos 2\theta - 5) \csc^2 \theta}{16\pi}, \quad (2.26)$$

e se, de outra maneira, o vetor está no plano transversal  $xy$ , disposto perpendicularmente ao eixo  $z$  ( $\theta_\xi = \frac{\pi}{2}$ ), temos como resultado

$$\frac{d\sigma^{ee,\perp}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}}{d\Omega} + \frac{\alpha |\boldsymbol{\xi}|^2 (3 + \cos^2 \theta) (7 + \cos 2\theta) \cos^2(\phi - \phi_\xi) \csc^2 \theta}{16\pi}. \quad (2.27)$$

É possível visualizar graficamente o comportamento angular da parte da seção de choque diferencial devido ao termo de VSL, comparando-o com o caso da EDQ pura. Para os casos  $\phi_\xi = 0$  e  $\phi_\xi = \pi/2$  os comportamentos são mostrados na figura (2.2).

Outra possibilidade para o espalhamento Møller seria analisar o acoplamento não-mínimo indicado na lagrangiana (2.2), que vem do acoplamento do quadrivetor de fundo  $\tilde{\xi}^\mu$  ao tensor eletromagnético dual. Retornamos então à equação (2.21), mas agora utilizando o vértice

$$i\Gamma^\mu = ie\gamma^\mu - \tilde{\xi}^\alpha \gamma^\beta q^\rho \varepsilon_{\alpha\beta\rho\lambda} \eta^{\lambda\mu}. \quad (2.28)$$

Recalculando os traços, e procedendo as simplificações necessárias, chegamos em

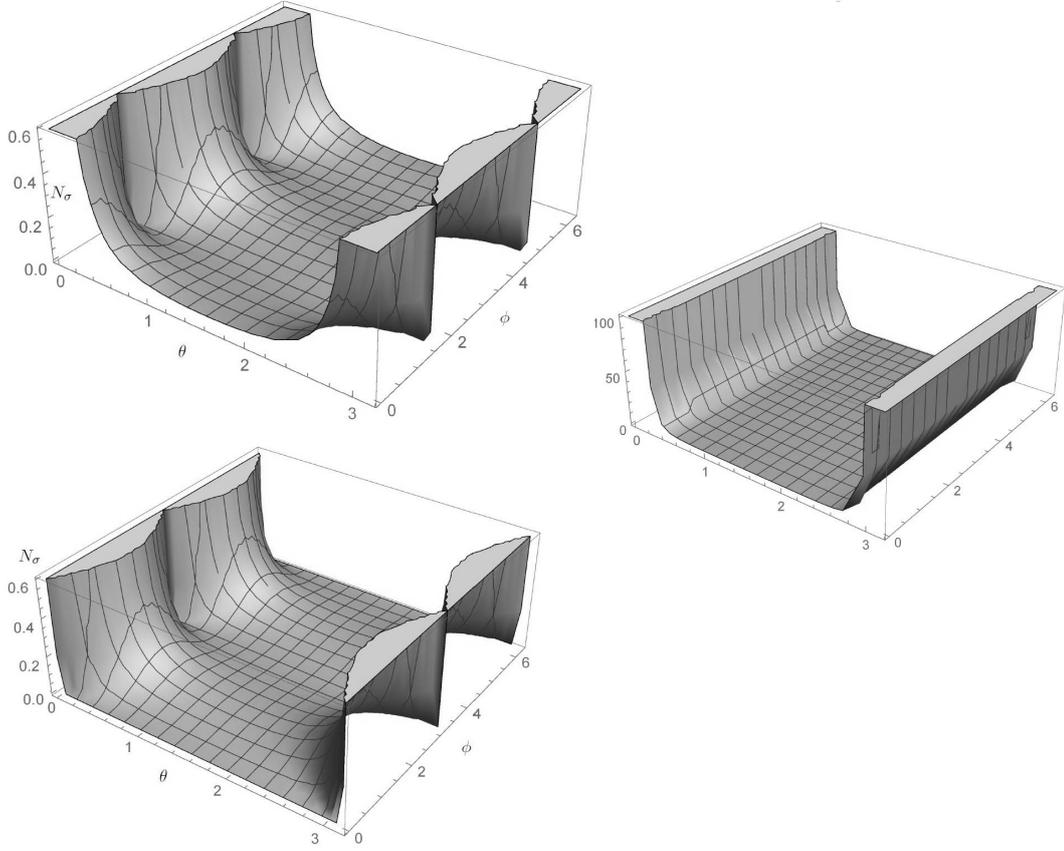


Figura 2.2: Comportamento do termo de correção da seção de choque diferencial devido à VSL para um quadrivetor de fundo tipo espaço, tal que  $\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\mathbf{z}}$ . O eixo vertical é dado por  $N_\sigma = [\alpha|\boldsymbol{\xi}|^2]^{-1} d\sigma_{\text{VSL}}^{ee,\perp}/d\Omega$  com  $\phi_\xi = 0$  (superior esquerda) e  $\phi_\xi = \pi/2$  (inferior esquerda). Também é mostrado o comportamento angular de  $[\alpha/E_{\text{CM}}]^{-2} d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}/d\Omega$  (direita).

$$\begin{aligned}
 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = & \frac{e^2}{2t^2u^2} \left( 4e^2 (s^4 + t^4 + u^4) + (\boldsymbol{\xi} \cdot \boldsymbol{\xi}) stu (45s^2 - 10t^2 - 37tu - 10u^2) + \right. \\
 & + 2 \left( u(\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}_3) (tu(\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}_2)(-19s + 4t - 9u) + (\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}_3)(s^2(8t + 15u) - 4su(t - 3u) + \right. \\
 & - 21t^2u + 15u^3)) + s^2 (9t^2 + 20tu + 9u^2) + 9t^4 - 42t^2u^2 + 9u^4 + (\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}_1)^2 + \\
 & + tu(\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}_4) (t(\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}_2)(-19s - 9t + 4u) + (\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}_3) (15(t^2 + u^2) - 13s^2)) + \\
 & + t(\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}_4)^2 (3t(5s^2 + 4st + 5t^2) - 4su(t - 2s) - 21tu^2) + \\
 & + (\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}_1) \left( tu(\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}_2) (17(t^2 + u^2) - 3s^2) - u(\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}_3) (2u(12s^2 - 2st - 23t^2) + \right. \\
 & + t(16s^2 + 17st - 5t^2) + 4u^2(3s + t) + 24u^3) - t(\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}_4) (12t(2s^2 + st + 2t^2) + \\
 & \left. \left. + 4(4s^2 - st + t^2)u + (17s - 46t)u^2 - 5u^3) \right) \right). \tag{2.29}
 \end{aligned}$$

Utilizando as mesmas convenções anteriores para os momentos dos elétrons incidentes e emitidos, notamos que para esse acoplamento a escolha de um quadrivetor puramente temporal já provoca alterações na seção de choque diferencial do processo. O resultado encontrado será

$$\frac{d\sigma^{ee, \tilde{\xi}_0}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}}{d\Omega} + \frac{\alpha \tilde{\xi}_0^2 (33 \cos 2\theta + 439) \csc^2 \theta}{64\pi}. \quad (2.30)$$

Já para o caso de um quadrivetor de fundo puramente espacial, disposto de maneira arbitrária no espaço (como na equação (2.24)), o resultado encontrado pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{ee, \tilde{\xi}}}{d\Omega} &= \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}}{d\Omega} + \frac{\alpha |\tilde{\xi}|^2 \csc^2 \theta}{256\pi} \left\{ (93 - 340 \cos 2\theta - 9 \cos 4\theta) \cos^2 \theta_\xi - 4(17 \cos 2\theta + 263) + \right. \\ &\quad \left. + 2 \cos \Delta (9 \cos \Delta (\cos 2\theta + 7)^2 \sin^2 \theta_\xi - \sin 2\theta (9 \cos 2\theta + 143) \sin 2\theta_\xi) \right\}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Mais uma vez, para facilitar a visualização dos comportamentos angulares, podemos escolher direções particulares para essa parte espacial do quadrivetor de fundo. Se  $\tilde{\xi}$  está na direção do eixo  $z$

$$\frac{d\sigma^{ee, \parallel}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}}{d\Omega} - \frac{\alpha |\tilde{\xi}|^2 (408 \cos 2\theta + 9 \cos 4\theta + 959) \csc^2 \theta}{256\pi}, \quad (2.32)$$

e se, por outro lado, está no plano transversal  $xy$

$$\frac{d\sigma^{ee, \perp}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}}{d\Omega} - \frac{\alpha |\tilde{\xi}|^2 \csc^2 \theta (526 + 34 \cos 2\theta - 9(\cos 2\theta + 7)^2 \cos^2(\phi - \phi_\xi))}{128\pi}. \quad (2.33)$$

Escolhendo  $\phi_\xi = 0$  e  $\phi_\xi = \pi/2$ , podemos visualizar graficamente o comportamento do termo extra de VSL que está sendo subtraído do resultado da EDQ. As duas superfícies são mostradas na figura (2.3).

Quando analisamos todos os resultados para as seções de choque diferenciais modificadas pelos dois acoplamentos não-mínimos, observamos que os termos adicionais devidos à VSL não dependem da energia. Por outro lado, o resultado da EDQ pura cai com  $E_{\text{CM}}^{-2}$ . Assim sendo, esperamos que possíveis sinais da VSL em nossos modelos sejam mais facilmente observados em altas energias. No entanto, é importante ter em mente que, dado

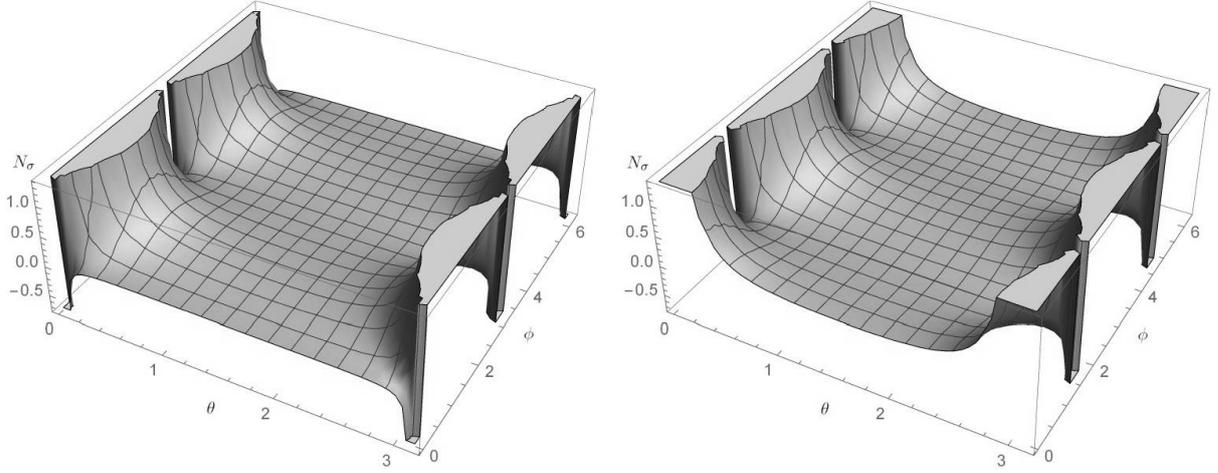


Figura 2.3: Comportamento do termo de correção da seção de choque diferencial devido à VSL para um quadrivetor de fundo tipo espaço, tal que  $\tilde{\xi} \perp \hat{z}$ . O eixo vertical é dado por  $N_\sigma = \left[ \alpha |\tilde{\xi}|^2 \right]^{-1} d\sigma_{\text{VSL}}^{ee,\perp} / d\Omega$  com  $\phi_\xi = 0$  (esquerda) e  $\phi_\xi = \pi/2$  (direita).

o tratamento efetivo que adotamos, não podemos elevar a energia indefinidamente. Além disso, em energias cada vez mais altas, a contribuição de partículas mais pesadas pode se tornar uma realidade, por exemplo com trocas de  $Z^0$ . Nesse caso um tratamento do espalhamento Møller com VSL dentro de uma teoria eletrofraca pode ser mais adequado.

No caso específico do quadrivetor de fundo puramente temporal, observamos que apenas o acoplamento com  $\tilde{F}^{\mu\nu}$  gera contribuições. Esse resultado ilustra como a escolha de diferentes modelos, mesmo que parecidos, pode ser útil na investigação de uma física mais fundamental: se em algum momento futuro, sinais de desvio surgirem nesse caso para a seção de choque diferencial da EDQ, já poderemos descartar o modelo de acoplamento com  $F^{\mu\nu}$ . Mas o modelo com o tensor dual segue no páreo.

Olhando agora para as equações (2.26) e (2.32), podemos notar que no caso de um quadrivetor de fundo na mesma direção do feixe de partículas incidentes, há uma nova dependência angular, mas apenas em  $\theta$ . Por outro lado, as equações (2.27) e (2.33) apresentam também uma dependência em  $\phi$ . Então, o caso de um quadrivetor de fundo puramente espacial, e contido no plano transversal, apresenta uma anisotropia azimutal que não está presente na EDQ. Esse pode ser então um bom caminho para buscar sinais

de VSL em experimentos envolvendo o espalhamento Møller.

Ao analisar a figura (2.2), observamos que os efeitos da VSL estarão mais evidenciados em  $\theta = 0, \pi$  e  $\phi = 0, \pi, 2\pi$  para  $\boldsymbol{\xi} \parallel \hat{\boldsymbol{z}}$  ou  $\phi = \pi/2, 3\pi/2$  para  $\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\boldsymbol{z}}$ . Esses ângulos indicariam a melhor geometria de detecção no aparato experimental para buscar sinais da nossa modificação proposta. Por outro lado, a figura (2.3) apresenta um comportamento distinto. Os ângulos  $\theta = 0, \pi$  seguem como a melhor configuração do ângulo polar, mas no caso do ângulo azimutal podemos ter uma quantidade somada ou subtraída da seção de choque diferencial da EDQ. Para  $\boldsymbol{\xi} \parallel \hat{\boldsymbol{z}}$ , nos ângulos  $\phi = 0, \pi, 2\pi$  teríamos um valor somado e nos ângulos  $\phi = \pi/2, 3\pi/2$  subtraído. Já para  $\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\boldsymbol{z}}$ , nos ângulos  $\phi = 0, \pi, 2\pi$  teríamos uma quantidade subtraída e nos ângulos  $\phi = \pi/2, 3\pi/2$  somada.

## 2.5 Conclusões Parciais

Nesse capítulo tratamos de dois tipos de acoplamentos não-mínimos distintos aplicados ao espalhamento Møller. Encontramos as amplitudes de espalhamento e a partir delas as seções de choque diferenciais. Com as particularizações realizadas, vimos que os dois acoplamentos possuem comportamentos distintos quando o quadrivetor de fundo é tipo tempo: no caso do acoplamento com  $F^{\mu\nu}$  não é possível investigar a VSL, uma vez que a seção de choque não tem correção alguma; já com o acoplamento em  $\tilde{F}^{\mu\nu}$ , há um termo extra.

A partir dessa seção de choque diferencial em função de  $\tilde{\xi}_0$  é possível utilizar uma expressão como  $\left| \frac{d\sigma^{ee, \tilde{\xi}_0}/d\Omega}{d\sigma_{EDQ}^{ee}/d\Omega} - 1 \right|$ , limitada pelos desvios experimentais, e encontrar um limite superior para nosso parâmetro de VSL. Esse desenvolvimento não foi finalizado em tempo de estar presente na tese, mas a expressão anterior precisa ser desenvolvida em função de parâmetros de *cutoff*,  $\Lambda_{\pm}$ , de forma análoga ao que foi feito em [135]. A partir daí, esperamos que resultados de experimentos já realizados [136, 137] sejam compatíveis como nosso cálculo de parametrização, permitindo finalmente limitar  $\tilde{\xi}_0$ .

Esses comentários sobre encontrar limites superiores para os parâmetros de VSL também se aplicam à parte espacial do campo de fundo. De fato, esperamos que sejam da

mesma ordem. No entanto, esses limites precisam estar definidos em um referencial inercial, o que não é o caso de um ponto localizado na superfície da Terra, como já abordado no capítulo anterior. E a mudança do referencial do laboratório para o RCS traz complicações na parte espacial. Até agora o quadrivetor que utilizamos estaria medido no laboratório, ou seja,  $\xi^\mu = \xi_{\text{Lab}}^\mu$ , e a transformação é dada por  $\xi_{\text{Lab}}^\mu = \Lambda^\mu_\nu \xi_{\text{Sol}}^\nu$ . Como os efeitos relativísticos são pequenos, já que  $\beta \sim 10^{-4}$ , teremos que  $\xi_{\text{Lab}}^0 \approx \xi_{\text{Sol}}^T$  e  $\xi_{\text{Lab}}^j \approx \mathcal{R}^{jJ}(\chi, T) \xi_{\text{Sol}}^J$ . Precisamos considerar uma média temporal nos experimentos, já que a Terra não é um referencial inercial, e isso dificulta uma análise imediata do parâmetro  $|\xi|$ , já que para as componentes espaciais há uma matriz de rotação dependente de  $T$ . No caso das componentes temporais, elas podem ser facilmente fatoradas das amplitudes quadradas, dado que  $\xi_{\text{Lab}}^0 \approx \xi_{\text{Sol}}^T$ . Assim, o limite superior no referencial do laboratório também coincidirá com o limite superior no RCS.

Quando olhamos para as seções de choque diferenciais de um quadrivetor de fundo puramente espacial, a característica mais marcante notada foi o surgimento de uma dependência azimutal. Esse tipo de anisotropia não está presente na EDQ. Realizar então medições via espalhamento Møller, em geometrias preparadas para captar variações da seção de choque com  $\phi$ , é um caminho possível na busca por sinais de física além do MP. E não apenas de VSL, uma vez que essa dependência azimutal também já foi prevista no contexto de teorias de campo não comutativas [118].

## Capítulo 3

# Aniquilação de Pares e os Espalhamentos Compton e Bhabha

Nesse capítulo investigaremos a maneira pela qual nossa mudança na EDQ, com inserção de um acoplamento não-mínimo que viola a simetria de Lorentz, provoca mudanças nas seções de choque diferenciais dos espalhamentos Bhabha, Compton e aniquilação de par elétron-pósitron.

Inserindo o vértice modificado nos diagramas de Feynman de todos esses casos, advindo da lagrangiana apresentada na equação (1.1), obtivemos as seções de choque diferenciais procuradas. Além disso, fizemos particularizações para o quadrivetor de fundo e analisamos graficamente o comportamento angular da correção de VSL. Buscamos ainda limites superiores para nossos parâmetros de VSL, a partir de dados experimentais, e isso foi possível no caso do espalhamento Bhabha e da aniquilação de pares.

Importante frisar que os resultados aqui apresentados não se encontravam na literatura até a abordagem de nosso grupo de pesquisa, e o conteúdo do capítulo está publicado no artigo *Lorentz violation in simple QED processes* [4].

### 3.1 Introdução

O MP, amplamente baseado nas simetrias de calibre e de Lorentz, vem sendo bem sucedido nas últimas décadas, com confirmações experimentais da maioria de suas previsões teóricas [8]. No entanto, não acreditamos que o MP seja uma teoria final, mas apenas um limite efetivo de baixas energias de alguma teoria fundamental em altas energias. Em alguns cenários além do MP, como na teoria de cordas, por exemplo, a simetria de Lorentz (e eventualmente a simetria CPT) é violada [12, 14–16], gerando assim interações efetivas de baixas energias. Esses termos são geralmente suprimidos pelo inverso de alguma escala de altas energias [20] e poderiam originar efeitos pequenos, embora interessantes, na física de escalas acessíveis, atualmente ou no futuro próximo.

Um caminho pelo qual podemos introduzir VSL na EDQ é modificando o vértice elétron-fóton diretamente. Isso pode ser feito de uma maneira invariante de calibre ao acoplar um quadrivetor de fundo  $\xi^\mu$  constante, isto é, independente do espaço-tempo, ao tensor eletromagnético  $F_{\mu\nu}$ . Esse acoplamento, portanto, modifica a lagrangiana padrão da EDQ, que é escrita agora como

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - eA_\mu\gamma^\mu - m)\psi + \xi^\mu\bar{\psi}\gamma^\nu\psi F_{\mu\nu}, \quad (3.1)$$

onde  $e$  e  $m$  são a carga elétrica e a massa do elétron, respectivamente. Omitimos nessa lagrangiana o termo de fixação de calibre uma vez que estamos lidando com correntes externas conservadas.

O quadrivetor de fundo  $\xi$  que provoca a VSL, e que aparece no acoplamento não-mínimo, tem dimensão canônica de inverso de massa. Esse cenário de VSL foi proposto na referência [81] no contexto de fases topológicas, e representa uma possibilidade muito simples de acoplamento não-mínimo invariante de calibre. Dado que  $\xi$  é fixo, ele desempenha o papel de um quadrivetor de fundo não dinâmico que seleciona uma direção preferencial no espaço-tempo, quebrando por isso a simetria de Lorentz.

É fácil ver que essa interação devida ao novo termo de VSL age modificando a derivada covariante usual para  $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu - i\xi^\nu F_{\mu\nu}$ , na qual a parte extra é invariante de calibre.

Essa modificação afeta todas as interações entre elétrons (ou pósitrons) e fótons mesmo em nível de árvore.

Aqui iremos focar no caso dos processos de espalhamento, e analisaremos o impacto do último termo da equação (3.1) em algumas reações simples e bem conhecidas dentro da EDQ, a saber, os espalhamentos Compton e Bhabha, além da aniquilação de pares. Será feito ainda, no contexto da aniquilação, um pequeno aprofundamento na questão do tempo de meia vida do para-positrônio. Por simplicidade, no desenvolvimento que segue iremos manter parâmetros de VSL apenas até a ordem principal de contribuição, nas amplitudes quadradas e consequentemente nas seções de choque diferenciais e taxas de decaimento. Esse é um bom nível de aproximação, uma vez que os efeitos de VSL ainda não foram observados, e esperamos então que os parâmetros associados tenham intensidade muito pequena. Além disso, como estamos lidando com operadores de dimensão 5, ao restringir nossa análise a processos em nível de árvore podemos ignorar problemas relacionados à renormalizabilidade.

Processos de espalhamento também foram considerados com mais detalhes na referência [138], na qual os autores encontraram que, devido às modificações nos propagadores (mesmo em nível de árvore), o momento linear e a velocidade podem estar desalinhados, tornando a tarefa de calcular seções de choque um pouco mais complicada. No nosso trabalho esse problema é contornado na medida em que os propagadores são mantidos intactos.

Como mencionado anteriormente,  $\xi$  é um quadri vetor constante cumprindo o papel de fundo fixo, podendo ser decomposto em coordenadas esféricas, com eixos adequadamente escolhidos de acordo com o processo de interesse. Os ângulos polar ( $\theta_\xi$ ) e azimutal ( $\phi_\xi$ ) são fixos em relação à configuração experimental em um determinado tempo e, como ficará claro na sequência, o fator extra de momento introduzido pelo acoplamento não-mínimo de VSL irá produzir termos proporcionais a  $\xi \cdot p_i$ , onde  $p_i$  são os momentos das partículas incidentes e emitidas no processo. Esses termos dependentes do momento serão responsáveis por novos perfis angulares e de energia para os processos físicos, especialmente em relação ao ângulo azimutal. Essas características que fogem do padrão serão então

assinaturas de VSL que poderão ser buscadas experimentalmente.

A lagrangiana modificada pela VSL mostrada na equação (3.1), nos leva a uma extensão do vértice  $ee\gamma$  usual da EDQ, que será

$$i\Gamma^\mu = ie\gamma^\mu + \not{q}\xi^\mu - (\xi \cdot q)\gamma^\mu, \quad (3.2)$$

com  $q$  representando o quadrimomento da linha fotônica, que será convencionada como positiva (negativa) para fótons incidentes (emitidos) no vértice.

Nosso objetivo é obter as modificações trazidas pelo termo de VSL presente no novo vértice de interação, e através de limites experimentais da própria EDQ preservando Lorentz, estabelecer limites superiores para as componentes de  $\xi$ . Parâmetros de VSL associados com outros acoplamentos derivativos não-mínimos (envolvendo o tensor eletromagnético dual, por exemplo) foram limitados a valores  $\lesssim 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$  [84], e esperamos extrair limites similares dos espalhamento Bhabha e da aniquilação elétron-pósitron. Por outro lado, limites obtidos via decaimento do para-positrônio devem ser mais fracos.

Nesse momento, é necessário tecer comentários sobre o sistema de referência utilizado. O quadrivetor de fundo é considerado não dinâmico, isto é, fixado no espaço-tempo. Essa afirmação é explicitamente verdadeira em um referencial (aproximadamente) inercial, como RCS [39], por exemplo. A Terra, por outro lado, não é inercial o "suficiente" em comparação com o Sol, haja vista seus movimentos siderais e orbitais. Por conseguinte, em experimentos realizados na Terra, e também em satélites [104], os observáveis modificados pela VSL, como seções de choque diferenciais, devem exibir modulações no tempo, diárias e/ou anuais. Uma vez que os experimentos não são realizados inteiramente durante pequenas frações de um único dia, mas ao longo de vários dias distribuídos no intervalo de meses, os sinais experimentais forneceriam efetivamente informações sobre a média temporal do parâmetros de VSL.

Para discutir a dependência temporal precisamente é necessário expressar as componentes no referencial do laboratório,  $\xi^\mu = \xi_{\text{Lab}}^\mu$ , em termos das componentes,  $\xi_{\text{Sol}}^\mu$ , que estão fixas (estáticas) no referencial centrado no Sol. Seguindo as referências [5, 39], encontramos que, até primeira ordem em  $\beta$  (velocidade orbital da Terra  $\sim 10^{-4}$ ),  $\xi_{\text{Lab}}^0 = \xi_{\text{Sol}}^T + \mathcal{O}(\beta)$

e  $\xi_{\text{Lab}}^i = R^{iJ}(\chi, T)\xi_{\text{Sol}}^J + \mathcal{O}(\beta)$ , onde  $R^{iJ}(\chi, T)$  é a matriz de rotação dependente do tempo  $T$  no RCS e da colatitude  $\chi$  do experimento na Terra. As expressões acima mostram claramente a natureza dependente do tempo do quadrivetor de fundo no referencial da Terra, especialmente no que diz respeito à sua parte espacial.

No contexto das aproximações acima, as componentes temporais são facilmente fatoradas nas amplitudes quadradas. Por outro lado, isso já não é tão simples para as componentes espaciais, que envolvem uma matriz de rotação dependente do tempo. Como um dos nossos objetivos é estabelecer limites para os parâmetro de VSL, precisamos necessariamente comparar nossos resultados com os dados experimentais. Além disso, devido ao já mencionado caráter não inercial do referencial na Terra, devemos incluir um procedimento de média temporal nos nossos cálculos. Essa é uma tarefa trivial para as componentes temporais, já que dentro de nossas aproximações elas são idênticas em ambos os referenciais.

Por outro lado, as componentes espaciais estarão associadas com a média temporal de alguma rotação. Essa questão, aliada ao fato de que nossos limites são simplesmente estimativas advindas das incertezas experimentais, produz uma expressão matematicamente complexa que não é facilmente legível, ou mesmo convertível em um limite. Portanto, iremos apresentar explicitamente apenas limites para as componentes temporais do quadrivetor de fundo. Os limites correspondentes das componentes espaciais devem ser da mesma ordem de grandeza daqueles obtidos para as componentes temporais, já que não esperamos que o procedimento de média temporal introduza fortes fatores de supressão.

Organizamos o capítulo então da seguinte forma: na Seção 3.2 discutimos as modificações de VSL aplicadas ao espalhamento Compton; na Seção 3.3 passamos então ao caso do espalhamento Bhabha, obtendo um limite superior para nosso parâmetro de VSL; na Seção 3.4 analisamos o caso da aniquilação do par elétron-pósitron, também obtendo limites superiores para o parâmetro de violação; por fim, na Seção 3.5 nós discutimos os resultados em nossas conclusões parciais.

## 3.2 Espalhamento Compton

Uma das formas de examinar os efeitos do vértice modificado apresentado na equação (3.2) é considerando o espalhamento Compton, isto é, o processo pelo qual radiação de energia  $\omega$  é espalhada por um elétron livre, usualmente assumido em repouso. Os fótons ao final do processo, são emitidos com um ângulo  $\theta$  e energia final  $\omega'$ , tal que  $\omega' \leq \omega$ . Devido à conservação do quadrimomento, encontramos que as energias inicial e final dos fótons são relacionadas por

$$\frac{\omega'}{\omega} = \left[ 1 + \frac{\omega}{m}(1 - \cos \theta) \right]^{-1}, \quad (3.3)$$

que é o resultado conhecido para a mudança de frequência devido ao efeito Compton.

Na EDQ, o espalhamento elétron-fóton,  $e^-(p_1) + \gamma(p_2) \rightarrow \gamma(p_3) + e^-(p_4)$ , pode ser representado pelos diagramas de Feynman correspondentes aos canais  $s$  e  $t$ , como indicado na figura (3.1).

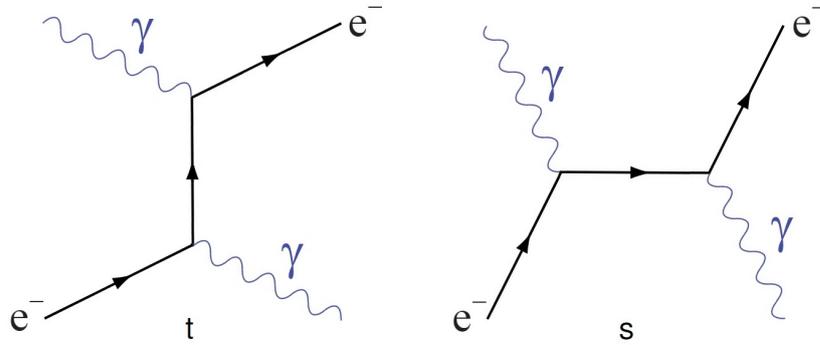


Figura 3.1: Diagramas de Feynman que contribuem para o espalhamento Compton.

Esse processo foi estudado inicialmente por Klein e Nishima [139, 140], e foi uma das primeiras aplicações da nova mecânica quântica de Dirac. A seção de choque diferencial do processo é dada por

$$\frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{e\gamma}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2m^2} \left( \frac{\omega'}{\omega} \right)^2 \left[ \frac{\omega'}{\omega} + \frac{\omega}{\omega'} - \sin^2 \theta \right], \quad (3.4)$$

cujo limite de baixas energias reproduz a seção de choque diferencial do espalhamento Thomson clássico  $\sim (1 + \cos^2 \theta)$ , que é independente da energia. Nessa seção iremos focar em dois regimes de energia opostos:  $\omega \ll m$  e  $\omega \gg m$ . No primeiro caso o processo é elástico, isto é,  $\omega' \simeq \omega$ , enquanto no segundo encontramos  $\omega' \simeq m(1 - \cos \theta)^{-1}$ .

Estamos interessados em determinar os efeitos do vértice  $i\Gamma^\mu$  no espalhamento da radiação em elétrons livres estáticos. A amplitude total para esse processo pode ser decomposta em duas partes, uma devida puramente à EDQ e outra com a contribuição de VSL,  $\mathcal{M}_{\text{tot}} = \mathcal{M}_{\text{EDQ}} + \mathcal{M}_\xi$ . Aqui iremos trabalhar com fótons e elétrons não polarizados e fótons no sistema de referência do laboratório, no qual os elétrons estão inicialmente em repouso. Nesse sistema de referência particular as partículas envolvidas têm momentos dados por  $p_1 = m(1, 0, 0, 0)$ ,  $p_2 = \omega(1, 0, 0, 1)$ ,  $p_3 = \omega'(1, \sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$ , com  $p_4$  fixado pela conservação do quadrimomento.

A correção encontrada a partir do resultado de Klein-Nishima é determinada por  $\langle |\mathcal{M}_{\text{VSL}}|^2 \rangle = \langle \mathcal{M}_{\text{EDQ}} \mathcal{M}_\xi^* \rangle + \langle \mathcal{M}_{\text{EDQ}}^* \mathcal{M}_\xi \rangle + \langle |\mathcal{M}_\xi|^2 \rangle$ , onde  $\mathcal{M}_{\text{VSL}}$  contém, em princípio, termos de primeira e segunda ordem no quadrivetor de fundo  $\xi$ . Não iremos apresentar uma expressão explícita completa para a amplitude quadrada nesse ponto de desenvolvimento, mas frisamos que a parte proveniente de termos de interferência EDQ-VSL, de ordem  $\mathcal{O}(\xi)$ , é puramente imaginária e se cancela automaticamente. A fórmula de Klein-Nishima modificada devido à VSL é então dada por

$$\frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{e\gamma}}{d\Omega} = \frac{\alpha}{8\pi m^2} [(\xi \cdot p_2)^2 + (\xi \cdot p_3)^2] \left( \frac{\omega'}{\omega} \right)^2 \left[ \frac{\omega'}{\omega} + \frac{\omega}{\omega'} - \sin^2 \theta \right]. \quad (3.5)$$

sendo  $p_2$  e  $p_3$  os momentos dos fótons incidente e emitido, respectivamente. É interessante notar que esse resultado tem grande similaridade com a parte que preserva a simetria de Lorentz, vista na equação (3.4).

Ao contrário da equação original de Klein-Nishima obtida na EDQ, que é de segunda ordem na constante de estrutura, nosso resultado considerando VSL é de primeira ordem em  $\alpha$ . Além disso, seguindo as prescrições dadas anteriormente para os momentos,  $(\xi \cdot p_2)^2 \simeq \omega^2$  e  $(\xi \cdot p_3)^2 \simeq \omega'^2$ , a seção de choque diferencial devida à VSL na equação (3.5)

pode ser distinguida da fórmula padrão de Klein-Nishima pelo seu perfil dependente da energia, além da dependência angular modificada.

Antes de prosseguir, alguns comentários podem ser feitos a respeito do comportamento geral da equação (3.5) em relação à energia. Se definimos  $x = \omega/m$  e  $\mathcal{P}(x, \theta) = 1 + x(1 - \cos \theta)$ , podemos reescrever a fórmula de Klein-Nishima modificada pela VSL como

$$\frac{d\sigma_{\text{VLS}}^{e\gamma}}{d\Omega} = \kappa \tilde{\xi}^2 \frac{x^2}{\mathcal{P}(x, \theta)^2} [1 + \mathcal{P}(x, \theta)^{-2}] \left[ \mathcal{P}(x, \theta) + \frac{1}{\mathcal{P}(x, \theta)} - \sin^2 \theta \right], \quad (3.6)$$

com  $\kappa = \alpha/8\pi$  e  $\tilde{\xi}^2$  contendo fatores angulares adimensionais de  $(\xi \cdot p_2)^2 + (\xi \cdot p_3)^2$ . O fator extra de energia  $x^2$  no numerador deve sua presença ao tensor eletromagnético  $F_{\mu\nu}$  no acoplamento não-mínimo de VSL.

Para radiação incidente de baixa frequência,  $x \ll 1$ , notamos que  $\mathcal{P}(x, \theta) \rightarrow 1$ , de forma que a menos de funções trigonométricas,  $\frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{e\gamma}}{d\Omega} \sim x^2$ . Isso significa que, em relação ao resultado padrão do espalhamento Thomson, o limite de baixas energias da seção de choque diferencial com VSL é geralmente fortemente suprimido, o que compromete qualquer esperança de verificação experimental nesse regime de energias.

No outro extremo do espectro, ao lidar com altas frequências,  $x \gg 1$ , temos  $\mathcal{P}(x, \theta) \rightarrow x$ , a menos de fatores angulares, de modo que  $\mathcal{P}(x, \theta)^{-1} \sim 0$  enquanto  $x\mathcal{P}(x, \theta)^{-1} \sim 1$ . Com isso encontramos uma dependência linear com a energia,  $\frac{d\sigma_{\text{VLS}}^{e\gamma}}{d\Omega} \sim x$ , e concluímos que as modificações induzidas pela VSL são amplificadas no regime de altas energias. Vale a pena mencionar que o limite correspondente à fórmula usual de Klein-Nishima (para ângulos de espalhamento não muito pequenos) é  $\frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{e\gamma}}{d\Omega} \sim x^{-1}$ , isto é, classicamente o elétron não é um bom alvo de espalhamento para fótons incidentes de alta energia. Isso claramente contrasta com nossos resultados considerando VSL, cujos sinais podem ser melhor distinguidos com o aumento de energia, em comparação com os resultados da EDQ pura.

Como dito anteriormente, estamos interessados em determinar os perfis angulares que surgirão nos limites de baixas e altas energias. Para a primeira situação, podemos assumir que o elétron é um alvo fixo e o fóton ricocheteia elasticamente, isto é,  $\omega' \simeq \omega$ . Daqui em

diante precisamos especificar a natureza do quadrivetor de fundo e avaliar a equação(3.5) adequadamente, e assim escolhemos iniciar as análises por um quadrivetor de fundo tipo tempo,  $\xi^\mu = (\xi_0, 0)$ . Nesse cenário toda informação angular contida em  $\xi \cdot p_2$  e  $\xi \cdot p_3$  é perdida e temos  $(\xi \cdot p_2)^2 + (\xi \cdot p_3)^2 \rightarrow 2\xi_0^2\omega^2$ , de forma que a seção de choque diferencial devida à VSL será dada por

$$\frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{e\gamma, \xi_0}}{d\Omega} = \frac{\alpha\xi_0^2}{4\pi} \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 [1 + \cos^2\theta], \quad (3.7)$$

cujos perfis angulares são os mesmos existentes no resultado clássico do espalhamento Thomson. Entretanto, como discutido acima, numericamente essa seção de choque diferencial é fortemente suprimida quando comparada com a EDQ, não apenas pela constante de acoplamento pequena, mas também pelo fator extra  $(\omega/m)^2$ .

Consideramos na sequência o caso de um quadrivetor de fundo puramente espacial, para o qual esperamos uma forte dependência de termos angulares em comparação com a fórmula de Klein-Nishina da EDQ. Por uma questão de simplicidade, exploraremos apenas dois cenários fisicamente interessantes com essa escolha de quadrivetor, que serão  $\boldsymbol{\xi} \parallel \hat{\mathbf{z}}$  e  $\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\mathbf{z}}$ . Na primeira consideração o quadrivetor de fundo se alinha com a direção de propagação do fóton incidente, enquanto que na segunda ele está contido no plano transversal.

Para o quadrivetor de fundo paralelo ao eixo  $z$  ( $\theta_\xi = 0$ ) não há dependência azimutal, mas  $(\xi \cdot p_2)^2 + (\xi \cdot p_3)^2$  introduz um fator  $(1 + \cos^2\theta)$  adicional, produzindo

$$\frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{e\gamma, \parallel}}{d\Omega} = \frac{\alpha|\boldsymbol{\xi}|^2}{8\pi} \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 [1 + \cos^2\theta]^2, \quad (3.8)$$

cujas dependências angulares em  $\theta$  produzem curvas mais íngremes que no caso puramente temporal. O segundo cenário, de um quadrivetor no plano transversal, é mais interessante, com  $(\xi \cdot p_2)^2 = 0$  e  $(\xi \cdot p_3)^2 = |\boldsymbol{\xi}|^2\omega^2 \sin^2\theta \cos^2(\phi - \phi_\xi)$ , mostrando que, nessas circunstâncias, uma assinatura azimutal aparece. A seção de choque diferencial correspondente será

$$\frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{e\gamma, \perp}}{d\Omega} = \frac{\alpha|\boldsymbol{\xi}|^2}{8\pi} \left(\frac{\omega}{m}\right)^2 \sin^2\theta \cos^2(\phi - \phi_\xi) [1 + \cos^2\theta], \quad (3.9)$$

cujo perfil angular instantâneo é mostrado na figura 3.2 para orientações relativas diferentes do quadrivetor de fundo no plano transverso  $xy$ .

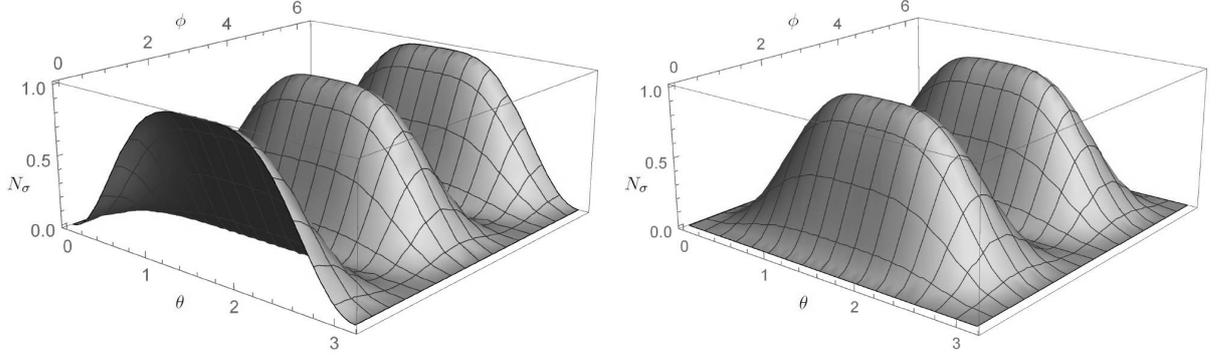


Figura 3.2: Comportamento do termo de correção da seção de choque diferencial devido à VSL para um quadrivetor de fundo tipo espaço, tal que  $\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\mathbf{z}}$ , com  $N_\sigma = \left[ \frac{\alpha |\boldsymbol{\xi}|^2}{8\pi} \left( \frac{\omega}{m} \right)^2 \right]^{-1} d\sigma_{\text{VSL}}^{e\gamma, \perp} / d\Omega$ . Foram considerados  $\phi_\xi = 0$  (esquerda) e  $\phi_\xi = \pi/2$  (direita).

Voltaremos nossa atenção agora ao regime de altas energias,  $\omega \gg m$ . Como já apontado no início dessa seção, a expressão do espalhamento Compton indica que  $\omega'$  é aproximadamente independente de  $\omega$  e  $\left( \frac{\omega'}{\omega} \right)^2 \left[ \frac{\omega'}{\omega} + \frac{\omega}{\omega'} - \sin^2 \theta \right] \simeq \frac{m}{\omega(1 - \cos \theta)}$  de tal forma que  $\frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{e\gamma}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2m\omega} (1 - \cos \theta)^{-1}$ . Como feito antes, vamos primeiro considerar  $\xi^\mu = (\xi_0, 0)$ , onde  $(\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}_2)^2 \rightarrow \xi_0^2 \omega^2$ , mas agora, diferentemente do caso  $\omega \ll m$ , a contribuição advinda de  $(\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{p}_3)^2$  pode ser desprezada com termos  $\mathcal{O}(m^2/\omega^2)$ . A seção de choque diferencial com a contribuição de VSL para um quadrivetor de fundo tipo tempo é então

$$\frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{e\gamma, \xi_0}}{d\Omega} = \frac{\alpha \xi_0^2}{8\pi} \frac{\omega}{m(1 - \cos \theta)}, \quad (3.10)$$

cuja dependência angular é a mesma existente na fórmula usual de Klein-Nishima.

Voltando a analisar o caso de um quadrivetor de fundo tipo espaço, focaremos nos cenários particulares de  $\boldsymbol{\xi} \parallel \hat{\mathbf{z}}$  e  $\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\mathbf{z}}$ . Procedendo de maneira similar ao que foi feito no limite de baixas energias, encontramos que as respectivas seções de choque diferenciais devidas à VSL serão

$$\frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{e\gamma, \parallel}}{d\Omega} = \frac{\alpha |\boldsymbol{\xi}|^2}{8\pi} \frac{\omega}{m(1 - \cos \theta)} + \mathcal{O}(m^2/\omega^2), \quad \text{para } \theta_\xi = 0 \quad (3.11a)$$

e

$$\frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{e\gamma, \perp}}{d\Omega} \sim \mathcal{O}(m/\omega), \quad \text{para } \theta_\xi = \pi/2. \quad (3.11b)$$

Aqui podemos fazer alguns comentários sobre o resultado para um quadrivetor de fundo no plano transverso. A equação (3.11b) deve seu comportamento energético diferente ao fato de que, para  $\theta_\xi = \pi/2$ ,  $\xi \cdot p_2 = 0$  enquanto  $\xi \cdot p_3 \sim \omega' \sim m$ , de forma que não há nenhum fator  $\omega^2$  extra vindo de  $(\xi \cdot p_2)^2 + (\xi \cdot p_3)^2$  para cancelar o termo  $\omega^{-1}$  restante do espaço de fase. Embora exista uma inesperada ausência de dependência azimutal na equação (3.11b), ao contrário do que acontece na equação (3.9), isso não é uma característica geral. Para  $\theta_\xi \neq \pi/2$  a contribuição característica dependente de  $\phi$  é recuperada, mesmo que fortemente suprimida, uma vez que  $\xi \cdot p_2 \sim \omega \cos\theta_\xi$  não é mais nulo e domina sobre  $\xi \cdot p_3 \sim m \cos(\phi - \phi_\xi)$ . Nessa situação mais geral, também é esperado que seja reobtida  $\frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{e\gamma, \perp}}{d\Omega}$  com a já mencionada dependência linear na energia.

Na referência [141], o espalhamento Compton também é analisado em um cenário com VSL, mas sob um ponto de vista no qual a equação de Dirac é alterada por um fator  $\not{b}\gamma_5$  que afeta diretamente o propagador do elétron. Com essa modificação proposta no referido trabalho, a seção de choque diferencial cresce muito rapidamente para baixas frequências, não recuperando o resultado clássico do espalhamento Thomson. Esse não é o caso no nosso trabalho, já que introduzimos uma modificação apenas no vértice elétron-fóton, mantendo o propagador fermiônico, e a relação de dispersão, intocadas ao nível de árvore dos gráficos de Feynman.

Por fim, pontuamos que o espalhamento Compton é sensível ao índice de refração do vácuo [142]. Mesmo não abordando esse ponto aqui, já que ele esteve fora do escopo de nosso trabalho, acreditamos que essa poderia ser uma direção interessante para futuras pesquisas, também como um meio de extrair limites de parâmetros de VSL.

### 3.3 Espalhamento Bhabha

Espalhamento Bhabha é o nome dado ao espalhamento ultrarrelativístico de elétrons e pósitrons, e é um dos processos mais básicos e bem estudados na física de partículas.

Pode funcionar como monitor de alta luminosidade em colisões de aceleradores, além de ser ferramenta útil no estudo de interações tanto da EDQ, quanto eletrofracas [143–145]. Devido à sua relativa simplicidade, o espalhamento Bhabha já foi usado para testar diferentes cenários além do MP, como teorias com dimensões extra [146], generalizações da EDQ [147] e a própria violação da simetria de Lorentz [84].

Nessa seção investigaremos as amplitudes do espalhamento Bhabha modificadas pela VSL no contexto da lagrangiana apresentada na equação (3.1). No entanto, antes de prosseguirmos com nossos cálculos, lembraremos os principais resultados da EDQ para esse processo. O espalhamento elétron-pósitron,  $e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow e^-(p_3) + e^+(p_4)$ , é usualmente calculado no referencial do centro de massa e pode ser representado pelos diagramas de Feynman correspondentes aos canais  $s$  e  $t$  mostrados na figura (3.3).

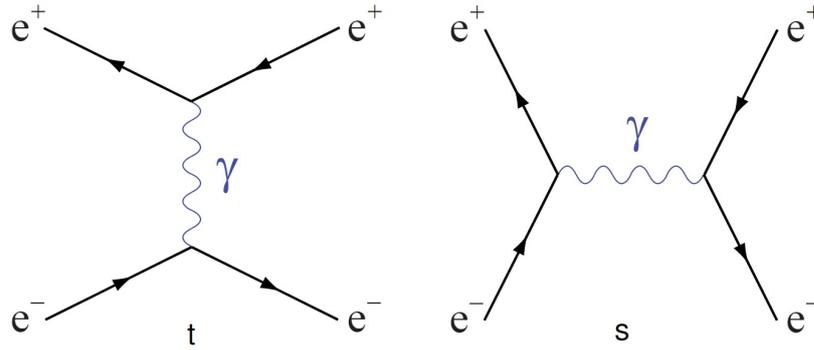


Figura 3.3: Diagramas de Feynman que contribuem para o espalhamento Bhabha.

Para nossos propósitos, restringiremos a análise a seções de choque não polarizadas, e por tal motivo teremos que calcular a média da amplitude quadrada sobre spins. No referencial do centro de massa os quadrimomentos das partículas incidentes são  $p_1 = (E, \mathbf{p})$  e  $p_2 = (E, -\mathbf{p})$ , e, para as partículas emitidas,  $p_3 = (E, \mathbf{p}')$  e  $p_4 = (E, -\mathbf{p}')$ , com  $E = E_{\text{CM}}/2$ . De agora em diante, por convenção, consideraremos o momento inicial orientado ao longo do eixo  $z$ , isto é,  $\mathbf{p} = E \hat{\mathbf{z}}$ , enquanto o momento final será dado por  $\mathbf{p}' = E (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$ . Com essas definições, o cálculo da seção de choque

diferencial não polarizada para o espalhamento Bhabha na EDQ resulta em

$$\frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2(7 + \cos 2\theta)^2}{16E_{\text{CM}}^2(\cos \theta - 1)^2}. \quad (3.12)$$

Usando o fator  $i\Gamma$ , podemos calcular as amplitudes de Feynman, as quais, após tomada a média sobre spins, resultam em  $\langle |\mathcal{M}_{\text{tot}}|^2 \rangle = \frac{1}{4} \sum |\mathcal{M}_t - \mathcal{M}_s|^2$ . A expressão completa para  $\langle |\mathcal{M}_{\text{tot}}|^2 \rangle$  contém a contribuição usual da EDQ que levará à equação (3.12) e um termo adicional devido à VSL,  $\langle |\mathcal{M}_{\text{VSL}}|^2 \rangle$ , de ordem  $\mathcal{O}(\xi^2)$ .

Por uma questão de simplicidade, evitaremos apresentar explicitamente um resultado geral para a seção de choque diferencial modificada, já que a partir dela seria muito complexo observar características físicas de interesse. Assim, para apresentar a seção de choque diferencial do espalhamento Bhabha, com inclusão do efeito de VSL, dividiremos nossa análise nos subcasos de um quadrivetor de fundo puramente temporal ou espacial. O resultado será composto da contribuição da EDQ, apresentada na equação (3.12), com um termo adicional advindo de  $\langle |\mathcal{M}_{\text{VLS}}|^2 \rangle$ . Para um quadrivetor de fundo puramente tipo tempo,  $\xi^\mu = (\xi_0, 0)$ , encontramos

$$\frac{d\sigma^{ee, \xi_0}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2(7 + \cos 2\theta)}{16E_{\text{CM}}^2(\cos \theta - 1)^2} + \frac{\alpha \xi_0^2 (\cos \theta + 2 \cos^2 \theta - \cos^3 \theta + 2) \sin^2 \frac{\theta}{2}}{4\pi(\cos \theta - 1)^2}, \quad (3.13)$$

onde usamos os momentos no referencial do centro de massa, já indicados anteriormente. O perfil angular desse resultado é apresentado em seguida, na figura (3.4).

Pequenos desvios do espalhamento Bhabha a partir dos resultados da EDQ em nível de árvore foram limitados experimentalmente em uma energia  $\sqrt{s} = 29 \text{ GeV}$  com  $|\cos \theta| < 0,55$  (no colisor PEP, de elétrons e pósitrons) a partir da expressão [135]

$$\left| \frac{d\sigma^{ee, \xi_0}/d\Omega}{d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}/d\Omega} - 1 \right| \lesssim \frac{3E_{\text{CM}}^2}{\Lambda^2}, \quad (3.14)$$

com 95% de nível de confiança, onde  $\Lambda$  parametriza possíveis desvios experimentais a partir dos resultados teóricos. A principal contribuição para o lado esquerdo da desigualdade anterior é de ordem  $\sim \xi_0^2 E_{\text{CM}}^2 / \alpha^2$  e, comparando com o lado direito da equação, chegamos

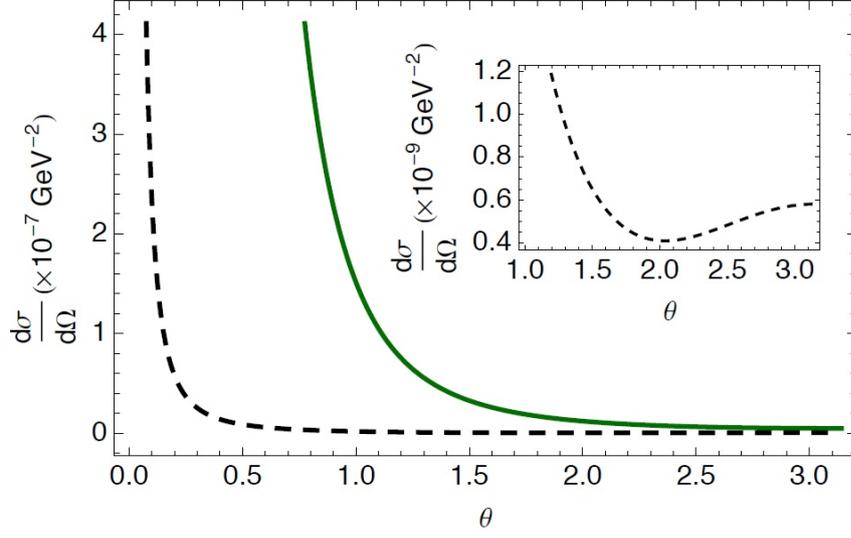


Figura 3.4: Seção de choque diferencial usual da EDQ (linha sólida) e a contribuição da VSL na particularização tipo tempo do quadrivetor de fundo (linha tracejada) assumindo  $\xi_0 = 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$ . A inserção mostra a dependência angular não monótona devido ao setor de VSL.

em  $\xi_0 \lesssim \sqrt{\alpha}/\Lambda$ , de forma que usando o limite anterior com  $\Lambda \sim 200 \text{ GeV}$ , obtemos finalmente o limite superior

$$\xi_0 \lesssim 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}, \quad (3.15)$$

que é compatível com resultados para acoplamentos não-mínimos análogos apresentados na referência [84]. Esse limite apresentado na equação (3.15) foi incorporado à tabela de dados de A. Kostelecký e N. Russell [5] desde a atualização de 2017.

Como podemos observar a partir da figura (3.5), na qual foi assumido o limite superior recém encontrado, o desvio da EDQ pura cresce consideravelmente com o crescimento do ângulo de espalhamento. No entanto, frisamos que nossa estimativa é consistente: o limite experimental utilizado é válido para  $|\cos \theta| < 0,55$  com o limite superior  $3E_{\text{CM}}^2/\Lambda^2 \sim 0,06$  [135]. Nesse intervalo angular temos  $\left| \frac{d\sigma^{ee, \xi_0}/d\Omega}{d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}/d\Omega} - 1 \right| \sim 0,03$  (compare com o lado esquerdo da equação (3.14), com  $\xi_0 = 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$ ), mostrando que nossa análise considerando a ordem de contribuição principal é válida.

Apesar dos tamanhos aparentemente semelhantes das contribuições da EDQ e de VSL na figura (3.4) para grandes valores de  $\theta$ , vemos a partir da figura (3.5) que, para  $\theta \simeq \pi$ ,

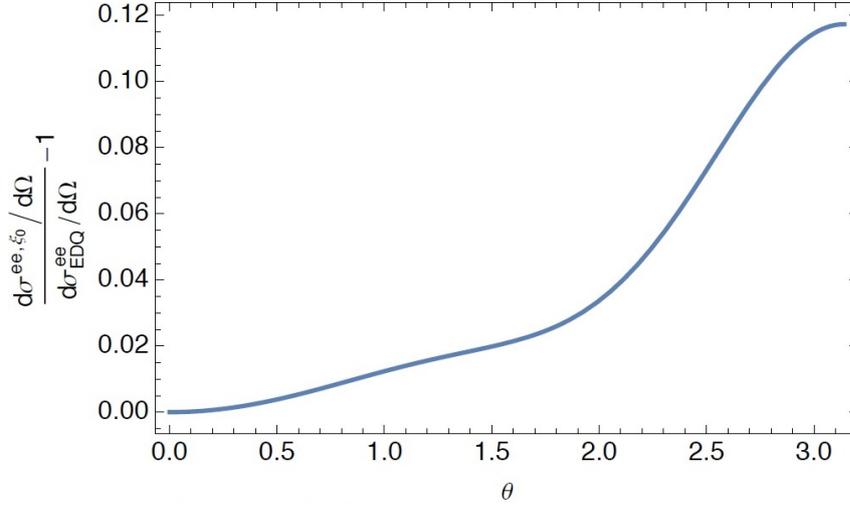


Figura 3.5: Curva de desvio (lado esquerdo da equação (3.14)) dos resultados da EDQ em nível de árvore como função do ângulo de espalhamento.

$\left| \frac{d\sigma^{ee, \xi_0}/d\Omega}{d\sigma_{EDQ}^{ee}/d\Omega} - 1 \right|$  atinge um máximo de  $\sim 0,12$ . Entretanto, essa região de ângulos grandes é difícil de ser explorada experimentalmente e está fora do escopo do limite experimental considerado acima [135], isto é,  $|\cos \theta| < 0,55$ . Para valores menores de  $\xi_0$  esse desvio também diminui. Tanto a figura (3.4) quanto a figura (3.5) sugerem que medidas na direção oposta poderiam ser um caminho promissor, apesar de tecnicamente desafiador, para buscar sinais de um quadrivetor de fundo de VSL puramente temporal.

Iremos agora nos voltar ao caso de um quadrivetor de fundo puramente tipo espaço,  $\xi^\mu = (0, \boldsymbol{\xi})$ . Nessa situação, a parte da seção de choque diferencial que carrega a contribuição da VSL será

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{VLS}^{ee, \boldsymbol{\xi}}}{d\Omega} &= \frac{\alpha |\boldsymbol{\xi}|^2 (17 \cos \theta + 2 \cos 2\theta - \cos 3\theta + 46)}{128\pi(\cos \theta - 1)^2} \times \\ &\times [\cos(\phi - \phi_\xi) \sin \theta \sin \theta_\xi + (\cos \theta - 1) \cos \theta_\xi]^2, \end{aligned} \quad (3.16)$$

e a expressão completa para a seção de choque diferencial será a combinação desse resultado com a equação (3.12), que traz os efeitos puros da EDQ.

Nesse caso, considerando não nula apenas a parte espacial do quadrivetor de fundo, a análise se torna um pouco mais complexa devido à quantidade de parâmetros angulares

presentes, de maneira que focaremos em duas particularizações para ilustrar os efeitos dos termos de VSL. Primeiro, vamos considerar o quadrivetor de fundo paralelo ao eixo  $z$  ( $\theta_\xi = 0$ ), para o qual a seção de choque diferencial total é dada por

$$\frac{d\sigma^{ee, \parallel}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}}{d\Omega} + \frac{\alpha |\boldsymbol{\xi}|^2 (17 \cos \theta + 2 \cos 2\theta - \cos 3\theta + 46) \sin^4 \frac{\theta}{2}}{32\pi (\cos \theta - 1)^2}. \quad (3.17)$$

E como segunda particularização, consideramos o quadrivetor de fundo no plano transversal  $xy$  ( $\theta_\xi = \pi/2$ ), obtendo

$$\frac{d\sigma^{ee, \perp}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}}{d\Omega} + \frac{\alpha |\boldsymbol{\xi}|^2 (17 \cos \theta + 2 \cos 2\theta - \cos 3\theta + 46) \cos^2(\phi - \phi_\xi) \sin^2 \theta}{32\pi (\cos \theta - 1)^2}. \quad (3.18)$$

Podemos agora visualizar graficamente o comportamento angular apenas do termo devido à VSL na equação (3.18), comparando o perfil encontrado com o caso da EDQ pura. A figura (3.6) mostra as superfícies quando escolhemos os valores de  $\phi_\xi = 0$  e  $\phi_\xi = \pi/2$  para o ângulo azimutal.

A partir das equações (3.17) e (3.18) podemos observar que as contribuições extra de VSL, até ordem  $\mathcal{O}(\xi^2)$ , para a seção de choque diferencial do espalhamento Bhabha não dependem da energia, enquanto o resultado da EDQ pura decresce com  $E_{\text{CM}}^{-2}$ . Por essa razão, com experimentos realizados em energias cada vez mais altas, a seção de choque diferencial  $\frac{d\sigma^{ee}}{d\Omega}$  deve, em princípio, exibir um platô para ângulos de espalhamento fixos e preferencialmente pequenos. No entanto, esse efeito pode ser bem difícil de se observar experimentalmente. Além disso, as energias necessárias para tornar esse platô visível estariam fora do domínio de validade do tratamento efetivo que adotamos nesse espalhamento.

Por fim, também se pode notar pela equação (3.6) que não há dependência azimutal resultante no caso de um quadrivetor de fundo paralelo ao eixo do feixe de partículas incidentes, ao passo que o caso transversal é claramente dependente de  $\phi$ . Essa característica é muito distinta dos resultados da EDQ e poderia, em princípio, ser visível em experimentos com colisões em altas energias.

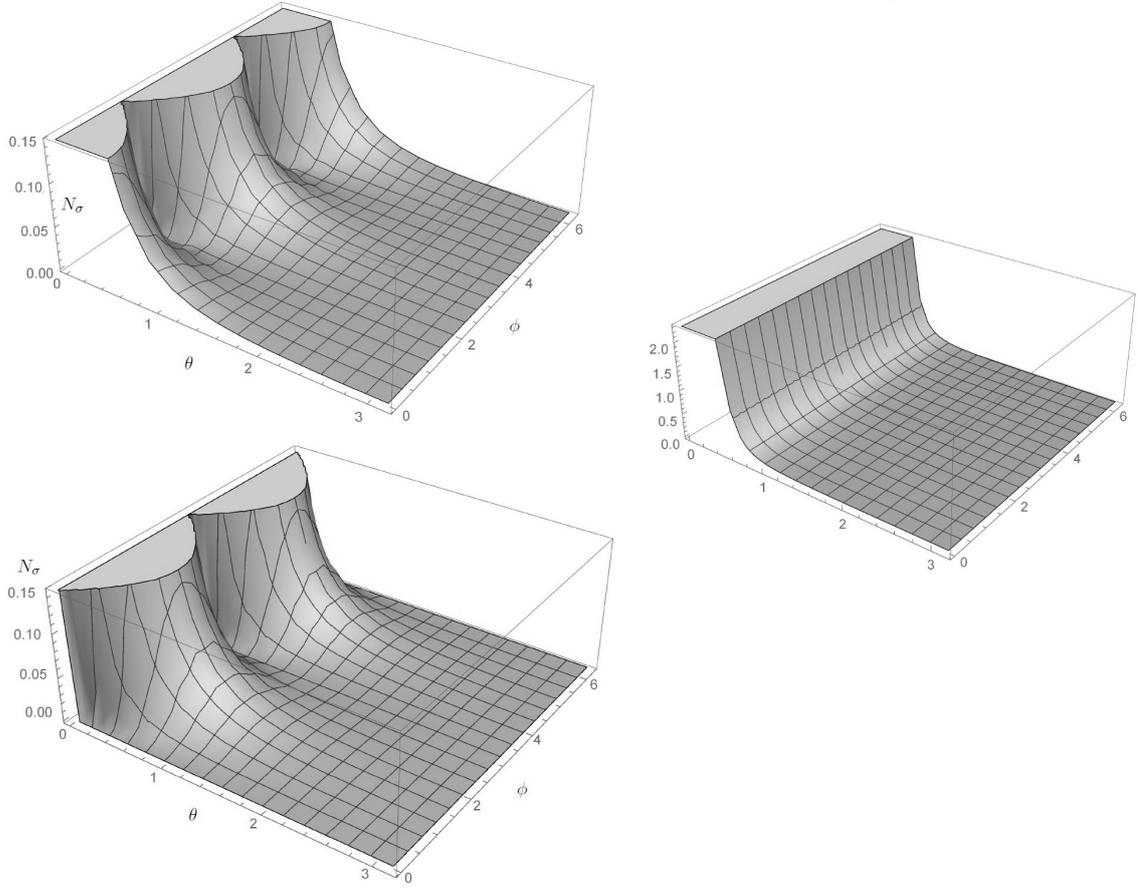


Figura 3.6: Comportamento do termo de correção da seção de choque diferencial devido à VSL para um quadrivector de fundo tipo espaço, tal que  $\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\mathbf{z}}$ , isto é,  $\theta_\xi = \pi/2$ . O eixo vertical é dado por  $N_\sigma = [\alpha|\boldsymbol{\xi}|^2]^{-1} d\sigma_{\text{VSL}}^{ee,\perp}/d\Omega$  com  $\phi_\xi = 0$  (superior esquerda) e  $\phi_\xi = \pi/2$  (inferior esquerda). Também é mostrado o comportamento angular de  $[\alpha/E_{\text{CM}}]^{-2} d\sigma_{\text{EDQ}}^{ee}/d\Omega$  (direita).

### 3.4 Aniquilação de Pares

A aniquilação elétron-pósitron ( $e^-e^+$ ) pode acontecer resultando em diferentes estados finais [148, 149], por exemplo  $e^-e^+$ ,  $\mu^-\mu^+$ ,  $k\gamma$  ( $k > 1$ ), etc, mas na presente análise estaremos interessados no último caso com  $k = 2$ , que é o canal dominante com dois fótons no estado final. A importância prática dessa reação reside no fato de que, em colisores  $e^-e^+$ , ela representa uma grande fonte de sinal de fundo, já que não possui um limite inferior de energia para ocorrer, ao contrário de  $e^- + e^+ \rightarrow f^- + f^+$ , com  $f = e, \mu, \tau, q, \dots$ . De

fato, a produção de fótons na aniquilação ocorre mesmo com elétrons e pósitons de baixas energias, insuficientes para gerar partículas mais pesadas. Um entendimento aprofundado das características desse processo é fundamental para obter medições precisas e identificar corretamente possíveis sinais de nova física.

Esse processo também tem sido usado como ferramenta importante no estudo das interações eletrofracas entre léptons e quarks trocando bósons  $\gamma$  ou  $Z^0$  em grandes experimentos, tal como PETRA, PEP e LEP. No entanto, nos limitaremos aqui aos efeitos da EDQ pura somados aos da VSL, não considerando contribuições eletrofracas devidas às trocas de  $Z^0$ . Essa é uma suposição válida, uma vez que estamos lidando com energias do centro de massa  $\sqrt{s} = 29 \text{ GeV} < m_{Z^0}$  ( $\sim 91 \text{ GeV}$ ), faixa na qual a interferência entre  $\gamma$  e  $Z^0$  pode ser ignorada [135].

Na sequência apresentaremos duas discussões dentro desse contexto. Na Subseção (3.4.1) calcularemos a seção de choque diferencial não polarizada da aniquilação  $e^-e^+$  resultando em dois fótons, modificada pela VSL, buscando limites superiores para os parâmetros de VSL. Já na Subseção (3.4.2) calcularemos a correção da taxa de decaimento do para-positrônio, buscando limitar superiormente os parâmetros da teoria.

### 3.4.1 Seção de Choque Diferencial Não Polarizada

A produção de dois fótons via aniquilação de um par elétron-pósitron,  $e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow \gamma(p_3) + \gamma(p_4)$ , é representada em nível de árvore pelos diagramas de Feynman correspondentes aos canais  $t$  e  $u$ , como mostrado na figura (3.7).

Nesse trabalho, como já dito anteriormente, estamos interessados na seção de choque diferencial não polarizada, isto é, não levamos em conta as orientações de spin e polarização. Na EDQ, o resultado usual para esse processo é dado por

$$\frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{\gamma\gamma}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2E_{\text{CM}}^2} \frac{1 + \cos^2\theta}{\sin^2\theta}, \quad (3.19)$$

no qual foi assumido o limite ultrarrelativístico:  $E = E_{\text{CM}}/2 \simeq |\mathbf{p}| \gg m$ . O processo é calculado no referencial do centro de massa, onde  $p_1 = (E, \mathbf{p})$  e  $p_2 = (E, -\mathbf{p})$  com

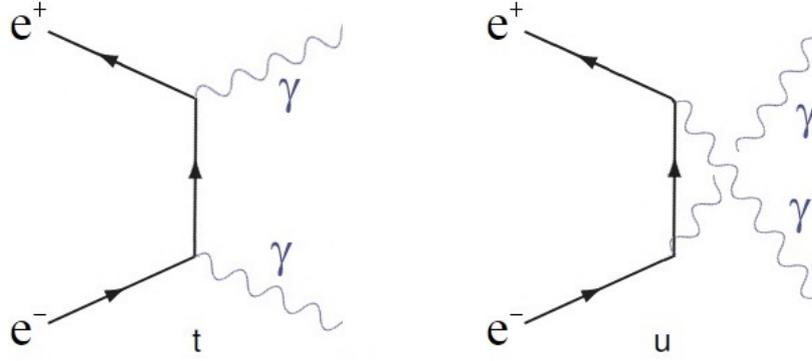


Figura 3.7: Diagramas de Feynman que contribuem para a aniquilação do par  $e^+e^-$  resultando em dois fótons.

$\mathbf{p} = E\hat{\mathbf{z}}$ , enquanto  $p_3 = (E, \mathbf{k})$  e  $p_4 = (E, -\mathbf{k})$ , com  $|\mathbf{k}| = E$ . Introduzimos ainda um fator de simetria  $S = 1/2$  para levar em conta partículas idênticas no estado final.

Assim como na Seção 3.3, estamos interessados mais uma vez em obter uma seção de choque diferencial modificada pelo vértice apresentado na equação (3.2), de modo que uma comparação com os limites experimentais nos levem a limitar superiormente os parâmetros de VSL. Calcular detalhadamente as amplitudes quadradas para esse processo, e tomar posteriormente a média nos spins, é uma tarefa demorada e trabalhosa, mas que pode ser muito simplificada quando percebemos que a amplitude da aniquilação de pares está conectada à amplitude do espalhamento Compton através de uma simetria de troca entre as pernas bosônicas e fermiônicas.

Seguindo então por essa linha de raciocínio encontramos que a amplitude quadrada para a aniquilação elétron-pósitron traz os efeitos da VSL dentro de um fator  $(\xi \cdot p_3)^2 + (\xi \cdot p_4)^2$ , como também foi no caso do espalhamento Compton (o que pode ser visto na equação (3.5)). Aplicando a cinemática mencionada acima, podemos reescrever esse fator como

$$(\xi \cdot p_3)^2 + (\xi \cdot p_4)^2 = \frac{E_{\text{CM}}^2}{2} [\xi_0^2 + |\boldsymbol{\xi}|^2 a^2(\theta, \phi, \theta_\xi, \phi_\xi)], \quad (3.20)$$

onde  $a(\theta, \phi, \theta_\xi, \phi_\xi) = \sin \theta \sin \theta_\xi \cos(\phi - \phi_\xi) + \cos \theta \cos \theta_\xi$ .

A seção de choque diferencial instantânea no limite de altas energias, até a ordem

$\mathcal{O}(\xi^2)$ , pode ser então convenientemente representada pela expressão

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma}}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2E_{\text{CM}}^2} \frac{1 + \cos^2\theta}{\sin^2\theta} \left\{ 1 + \frac{E_{\text{CM}}^2}{16\pi\alpha} [\xi_0^2 + |\boldsymbol{\xi}|^2 a^2(\theta, \phi, \theta_\xi, \phi_\xi)] \right\}, \quad (3.21)$$

e notamos que, como no caso do espalhamento Bhabha, a contribuição devida à VSL não depende da energia.

Particularizando inicialmente em um quadrivetor de fundo tipo tempo, chegamos facilmente à seção de choque diferencial

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{\gamma\gamma}}{d\Omega} (1 + E_{\text{CM}}^2 \xi_0^2 / 16\pi\alpha), \quad (3.22)$$

onde o fator extra não possui dependência angular, incrementando apenas a intensidade da seção de choque. Como lidamos com um limite de altas energias, podemos dizer que esse é de fato o melhor regime para possivelmente observar sinais da VSL. Isso porque o resultado da EDQ cai com o quadrado da energia, enquanto o incremento devido à VSL não flutua com a energia. Ainda que esperemos ter um termo  $\xi_0$  muito pequeno, atenuando a intensidade do termo de VSL, será em energias altas esse sinal poderá se tornar relevante quando comparado com a EDQ.

Por outro lado, no caso tipo espaço teremos de forma geral

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{\gamma\gamma}}{d\Omega} \left\{ 1 + \frac{E_{\text{CM}}^2}{16\pi\alpha} \left\{ |\boldsymbol{\xi}|^2 [\sin\theta \sin\theta_\xi \cos(\phi - \phi_\xi) + \cos\theta \cos\theta_\xi]^2 \right\} \right\}, \quad (3.23)$$

o que mais uma vez pode ser tratado com um  $\boldsymbol{\xi}$  na direção do eixo  $z$ , resultando em

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma, \parallel}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{\gamma\gamma}}{d\Omega} + \frac{\alpha |\boldsymbol{\xi}|^2}{32\pi} \frac{1 + \cos^2\theta}{\tan^2\theta}, \quad (3.24)$$

ou localizado no plano transversal  $xy$ , de modo que

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma, \perp}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{\gamma\gamma}}{d\Omega} + \frac{\alpha |\boldsymbol{\xi}|^2}{32\pi} (1 + \cos^2\theta) \cos^2(\phi - \phi_\xi). \quad (3.25)$$

Se mantivermos o foco apenas nos termos extra das equações (3.24) e (3.25), que surgiram devido à VSL, e em especial nas dependências angulares ali presentes, chegaremos a conclusões similares às aquelas obtidas nas seções prévias: para um quadrivetor de fundo tipo espaço alinhado à direção de movimento inicial do par elétron-pósitron, não há dependência no ângulo azimutal  $\phi$  (apenas a adição de um fator  $\sim \cos^2\theta$  extra), enquanto que para um quadrivetor no plano transversal picos similares aos presentes na figura (3.2) são esperados. Os perfis de dependência angular das superfícies geradas pelo fator de VSL na equação (3.25) são apresentados na figura (3.8) para as escolhas de ângulo azimutal  $\phi_\xi = 0$  e  $\phi_\xi = \pi/2$ .

Para finalizar essa seção, vamos agora buscar limites superiores para os parâmetros de VSL comparando a equação (3.22) com a equação (3.19). Os desvios da previsão de EDQ em nível de árvore para a aniquilação  $e^-e^+$  são limitados experimentalmente pela expressão

$$\left| \frac{d\sigma^{\gamma\gamma, \xi_0}/d\Omega}{d\sigma_{\text{EDQ}}^{\gamma\gamma}/d\Omega} - 1 \right| \lesssim \frac{E_{\text{CM}}^4}{2\tilde{\Lambda}^4}, \quad (3.26)$$

com 95% de nível de confiança, tendo agora  $\tilde{\Lambda} = 59 \text{ GeV}$  em uma energia  $\sqrt{s} = 29 \text{ GeV}$  [135]. Usando esses vínculos juntamente com a equação (3.22) chegamos a

$$\xi_0 \lesssim 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}, \quad (3.27)$$

como limite superior para os parâmetros de VSL. Como podemos ver, esse limite possui a mesma ordem de grandeza daquele obtido a partir do espalhamento Bhabha, apresentado na equação (3.15).

### 3.4.2 Tempo de Vida do para-Positrônio

O positrônio (Ps) é o estado ligado de um elétron e um pósitron, cuja existência foi prevista na década de 1930, com observação experimental realizada por Deutsch apenas em 1951 [150]. Os principais canais de decaimento desse sistema são em dois ou três fótons, para os estados de spin singleto (para-positrônio, p-Ps) e tripleto (orto-positrônio,

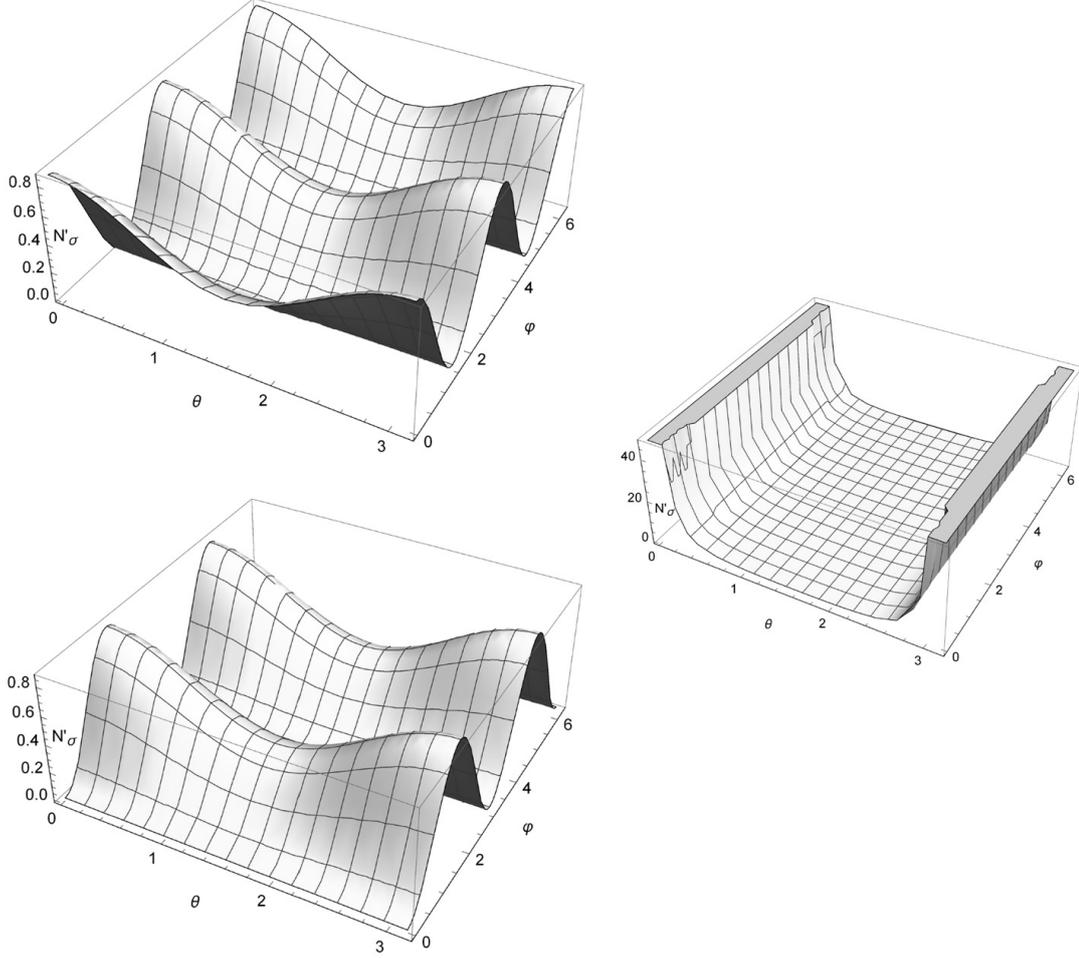


Figura 3.8: Comportamento do termo de correção da seção de choque diferencial devido à VSL para um quadrivetor de fundo tipo espaço, tal que  $\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\mathbf{z}}$ , isto é,  $\theta_\xi = \pi/2$ . O eixo vertical é dado por  $N_\sigma = [\alpha|\boldsymbol{\xi}|^2]^{-1} d\sigma_{\text{VSL}}^{\gamma\gamma, \perp}/d\Omega$  com  $\phi_\xi = 0$  (superior esquerda) e  $\phi_\xi = \pi/2$  (inferior esquerda). Também é mostrado o comportamento angular de  $[\alpha/E_{\text{CM}}]^{-2} d\sigma_{\text{EDQ}}^{\gamma\gamma}/d\Omega$  (direita).

o-Ps), respectivamente [151]. Iremos focar aqui na contribuição da VSL no tempo de vida do p-Ps, dado na EDQ pelo inverso da taxa de decaimento,  $\Gamma_{2\gamma, \text{EDQ}} = m\alpha^5/2$ . Seu valor experimental medido, o qual concorda bem com a teoria [152,153], é de 125 picossegundos, com uma precisão relativa de 215 ppm, isto é,  $\delta_\tau \sim 10^{-4}$  [154].

A taxa de decaimento do o-Ps não é significativamente mais precisa do que a do p-Ps, sendo de 150 ppm a sua precisão relativa [155]. No entanto, o decaimento em o-Ps é um processo de ordem mais alta na EDQ, de modo que iremos trabalhar com o mais simples,

que é o p-Ps, sem perdas significativas na busca por limites superiores dos parâmetros de VSL.

A taxa de decaimento do p-Ps em dois fótons, embora intimamente relacionada ao cálculo realizado anteriormente, não segue como um subproduto direto do resultado prévio. De fato, quando calculamos a seção de choque diferencial para a aniquilação de pares nós estávamos interessados no resultado não polarizado dentro do limite ultrarrelativístico, enquanto que no presente caso nós consideramos que as energias cinéticas do elétron e do pósitron são muito menores que suas energias de repouso. Também tomamos o caso com polarização de spin do estado singleto.

Impondo o limite apropriado, o estado de polarização correto e mantendo apenas a menor ordem de contribuição do acoplamento de VSL, a amplitude quadrada é influenciada apenas pela componente temporal do quadri vetor de fundo. Além disso, o resultado é isotrópico e não há termos de interferência entre os setores de EDQ pura e de VSL. Matematicamente

$$|\mathcal{M}_{\text{tot}}|^2 = |\mathcal{M}_{\text{EDQ}}|^2 + |\mathcal{M}_{\text{VLS}}|^2 = 16e^4 \left( 1 + 4 \frac{m^2 \xi_0^2}{e^2} \right), \quad (3.28)$$

e dessa forma, a taxa de decaimento total, incluindo o termo conhecido da EDQ e a contribuição extra de VSL, será

$$\Gamma_{2\gamma} = \frac{m\alpha^5}{2} \left( 1 + \frac{m^2 \xi_0^2}{\pi\alpha} \right). \quad (3.29)$$

Assumindo que a parte devida à VSL seja muito pequena ( $\xi_0^2 \ll 1/m^2$ ), podemos reescrever o tempo de vida modificado do p-Ps dentro de uma boa aproximação como

$$\tau_{2\gamma} \equiv \Gamma_{2\gamma}^{-1} \simeq \frac{2}{m\alpha^5} \left( 1 - \frac{m^2 \xi_0^2}{\pi\alpha} \right). \quad (3.30)$$

Considerando que o resultado experimental se ajuste bem à previsão da EDQ, podemos estabelecer um limite superior para os parâmetros de VSL exigindo que a correção associada

à VSL não extrapole o erro experimental, isto é,

$$\left| \frac{\tau_{2\gamma}}{\tau_{2\gamma, \text{EDQ}}} - 1 \right| \lesssim \delta_{\tau}. \quad (3.31)$$

Aplicando esse critério, encontramos o limite superior

$$\xi_0 \lesssim 1 \text{ GeV}^{-1}. \quad (3.32)$$

É importante destacar que outros autores já consideraram efeitos de diferentes setores de VSL no positrônio (por exemplo, as referências [31] e [156]). Nesse contexto, os resultados para medidas de espectroscopia são especialmente interessantes, e altamente precisas, o que poderia gerar limites mais restritivos para os parâmetros de VSL.

### 3.5 Conclusões Parciais

Nesse capítulo discutimos as modificações causadas em três tipos de processos físicos da EDQ, via inclusão de um acoplamento não-mínimo entre o elétron e o fóton [81], violando a simetria de Lorentz, e que foi apresentado na equação (3.1). Usamos a mesma receita do capítulo anterior, com a diferença que agora evitamos maiores detalhes nos cálculos e utilizamos apenas um acoplamento.

Desse modo encontramos novas correções com dependência angular e na energia, que surgem mesmo na ordem mais baixa do parâmetro de VSL. Considerando apenas essa ordem mais baixa, fomos capazes de estabelecer limites superiores para  $\xi_0$  exigindo que os processos físicos modificados pela VSL não excedessem os resultados estabelecidos pela EDQ por mais do que alguns %, o que pode ser visto novamente retornando nas equações (3.14), (3.26) e (3.31). A partir dos critérios experimentais mencionados, fomos capazes então de encontrar  $\xi_0 \lesssim 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$ , tanto pelo espalhamento Bhabha quanto pela aniquilação de pares (o que também é compatível com a referência [84], que utiliza acoplamento similar), ao passo que modificando o tempo de vida do para-positrônio encontramos um limite mais fraco,  $\xi_0 \lesssim 1 \text{ GeV}^{-1}$ . Limites similares podem ser esperados também para  $|\xi|$ ,

como foi discutido na Seção 3.1.

O limite mais fraco obtido a partir do p-Ps se deve ao fato de que, ao contrário dos outros processos estudados, esse é um sistema não relativístico, uma vez que o par elétron-positron inicial é tomado como praticamente em repouso. O acoplamento não-mínimo considerado nesse capítulo traz uma correção dependente da energia, que no limite de baixas energias ( $\mathbf{p} \simeq 0$  e  $E \simeq m$ ) leva a  $|\mathcal{M}_{\text{VSL}}|^2 \sim \xi_0^2 E^2 \rightarrow \xi_0^2 m^2$ , como correção da VSL à taxa de decaimento. Essas considerações, combinadas com a incerteza relativamente alta ( $\delta_\tau = 215$  ppm), são responsáveis pelo limite mais fraco na equação (3.32). Como mencionado ao final da Seção 3.4.2, a aplicação de nossos vértices modificados à análise do espectro de átomos simples (hidrogênio, positrônio, etc) podem melhorar os limites de maneira bastante significativa, uma vez que medidas espectroscópicas alcançam incertezas muito baixas como  $10^{-15}$  [138, 157].

Não obtivemos limites no nosso parâmetro de VSL pelo espalhamento Compton, uma vez que não haviam análises disponíveis na literatura limitando os erros da EDQ a partir de dados experimentais, como encontramos para o espalhamento Bhabha e aniquilação de pares. Nesse caso, nos limitamos a uma análise do comportamento matemático da correção, em altas e baixas energias.

Durante as análises, focamos apenas em configurações tipo tempo e tipo espaço para o quadrivetor de fundo, o que é um procedimento comum no campo de estudo da VSL, mas mantendo sempre em mente que tal divisão é arbitrária e nos vale para visualizar nuances ocultadas pelo caso mais geral e matematicamente mais complexo. Se um quadrivetor como esse realmente existir, ele seria provavelmente uma mistura não trivial de tais componentes. Entretanto, como estamos interessados em estimar limites superiores para  $\xi$ , evitamos trabalhar com componentes de todas as naturezas simultaneamente, pois isso não melhoraria em nada a legibilidade dos resultados, tampouco dos limites encontrados.

Podemos ainda ressaltar que o o-Ps, sendo o estado tripleto de spin do positrônio, naturalmente traz consigo um trivetor de polarização que deve acoplar ao quadrivetor externo de fundo. Isso significa que uma análise do o-Ps poderia trazer novas informações sobre as componentes espaciais de  $\xi$ . Entretanto, uma vez que as incertezas experimentais

são similares às do p-Ps [155], não esperamos obter melhores limites.

Encontramos que, para um quadrivetor de fundo puramente tipo espaço, a seção de choque diferencial instantânea modificada pela VSL possui geralmente contornos periódicos na superfície em função do ângulo azimutal  $\phi$ , o que pode ser observado nas figuras (3.2), (3.6) e (3.8). Os respectivos processos dentro de uma EDQ pura não são sensíveis a diferentes orientações do ângulo  $\phi$ , e esse é então um sinal claro de VSL que poderia ser buscado em experimentos nos colisores de partículas. Outra característica interessante é a invariância das contribuições nas seções de choque diferenciais devidas à VSL com a energia, o que aumenta seus efeitos nos experimentos em altas energias (em contraste com as contribuições da EDQ), possivelmente permitindo futuros testes diretos em busca de VSL em aceleradores.

Ignorando os fatores de *boost* como fizemos, notamos que as componentes temporais e espaciais não se misturam, como abordado na Seção 3.1. Isso implica que nossa análise de quadrivetores de fundo tipo tempo ou tipo espaço pode ser estendida para as componentes no RCS. Para o caso no qual  $\xi_{\text{Sol}}^J \equiv 0$ , o limite superior das equações (3.15) e (3.27) são traduzidos imediatamente em

$$\xi_{\text{Sol}}^T \lesssim 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}, \quad (3.33)$$

com nível de confiança de 95 %, enquanto que para a equação (3.32) obtemos o limite  $\xi_{\text{Sol}}^T \lesssim 1 \text{ GeV}^{-1}$ . Apesar da relativa simplicidade do caso puramente temporal, a escolha de um cenário tipo espaço ( $\xi_{\text{Sol}}^T \equiv 0$ ) é significativamente mais complexa devido às contrações com os trimomentos das partículas envolvidas no processo. Por essa razão, escolhemos não apresentar os resultados em termos de variáveis no RCS, uma vez que isso não resultaria em nenhuma informação física nova.

Gostaríamos de indicar que outros setores do MPE [20, 21] também poderiam induzir efeitos em processos de espalhamento, como as contribuições de  $k_{\text{AF}}$  e  $k_{\text{F}}$  ao setor fotônico. Uma vez que ambos são inseridos na parte quadrática da lagrangiana de Maxwell, eles modificariam o propagador dos fótons, também demandando correções nas relações de dispersão e nos quadrivetores de polarização (como pode ser visto em [158], por exemplo). Essas correções também seriam dependentes dos momentos, e potencialmente levariam a

modificações nas seções de choque diferenciais dos processos da EDQ, incluídos aqueles abordados nesse capítulo. O setor de  $k_F$  já foi discutido por Schreck [158], aplicado ao espalhamento Compton, e pensamos que valeria a pena proceder uma análise similar considerando o termo de Carroll-Field-Jackiw  $k_{AF}$  [159], uma vez que ele poderia fornecer limites locais (não astrofísicos) complementares para os parâmetros de VSL.

Além dos pontos abordados nesse capítulo, também é possível que os acoplamentos não-mínimos considerados aqui conduzam a contribuições ao  $g-2$  do elétron (ou do múon, o que é mais interessante) já em nível de árvore [160]. Os fortes vínculos experimentais para o  $a_{e,\mu} = (g-2)/2$ , juntamente com a esperada dependência nos momentos dos vértices de VSL, deve permitir obter melhores limites para os parâmetros  $\xi^\mu$ . A tarefa de desenvolver esse assunto quantitativamente é uma das possibilidades visualizadas pelo nosso grupo no futuro próximo.

# Capítulo 4

## Espalhamento Fóton-Fóton

Nesse capítulo apresentaremos inicialmente uma revisão da literatura sobre as interações entre fótons, focando particularmente no espalhamento elástico entre dois fótons. Abordaremos também as colisões entre íons pesados, pois nos grandes aceleradores de partículas tais processos, envolvendo em geral chumbo e ouro, promovem a interação entre fótons e esses processos podem ser úteis para investigar cenários de física além do Modelo Padrão. O nosso interesse aqui, como explicitado desde o início desse trabalho, é a investigação da VSL.

Consideraremos dois acoplamentos não-mínimos distintos, modificando os vértices de interação elétron-fóton da EDQ. Investigaremos então como esses modelos que violam a simetria de Lorentz afetam a seção de choque diferencial do espalhamento elástico entre dois fótons.

A partir dos vértices modificados que surgem das lagrangianas apresentadas nas equações (1.1) e (1.3), obtivemos as seções de choque diferenciais procuradas em dois regimes distintos: o limite de baixas energias e o limite de altas energias. Além disso, seguimos com as particularizações já escolhidas anteriormente para o quadrivetor de fundo e analisamos graficamente o comportamento angular da correção de VSL.

Mais uma vez destacamos que os resultados apresentados nesse capítulo são uma contribuição original da tese e se encontram publicados no artigo *Elastic light-by-light scattering in a nonminimal Lorentz violation scenario* [6].

## 4.1 Introdução

O MP vem sendo bem sucedido nos últimos anos na tentativa de descrever os fenômenos físicos em altas energias. As medidas realizadas nos aceleradores de partículas têm mostrado uma grande concordância entre teoria e experimento. No entanto, apesar desse sucesso, ainda existem problemas em aberto como os problemas de hierarquia, de CP forte e da constante cosmológica [161, 162], para os quais o MP não foi capaz de encontrar uma explicação satisfatória. Assim, algumas extensões do MP foram propostas com o objetivo de buscar pistas sobre esses fenômenos. Algumas pesquisas propuseram simetrias extras, como nos modelos de Grande Unificação, ou extensões supersimétricas do Modelo Padrão [163, 164].

Outra abordagem proposta mais recentemente foi feita através da busca pela violação da simetria de Lorentz, dentro do MPE [12, 21]. A ideia principal é a de que alguns campos poderiam adquirir valores esperados do vácuo não nulos, como campos vetoriais ou tensoriais. Isso implica que a simetria de Lorentz poderia não ser exata, mas uma simetria aproximada. Até agora, os limites nos parâmetros de violação de Lorentz são fortes, e corroboram com a simetria de Lorentz como boa simetria, pelo menos em nosso tempo cosmológico presente. Indo além, alguns acoplamentos não-mínimos de violação de Lorentz já foram analisados, e os possíveis efeitos sobre processos do MP também examinados.

Nesse capítulo analisamos a contribuição para a EDQ de parâmetros de alguns acoplamentos não-mínimos de violação de Lorentz, mais especificamente ao espalhamento elástico entre dois fótons, também chamado espalhamento LbyL elástico (do inglês *light-by-light*).

Organizamos o capítulo então da seguinte forma: na Seção 4.2 discutimos o espalhamento fóton-fóton com maiores detalhes; na Seção 4.3 discutimos brevemente sobre as colisões de íons pesados; na Seção 4.4 introduzimos os acoplamentos não-mínimos que serão utilizados; nas Seções 4.5 e 4.6 calculamos as contribuições desses acoplamentos não-mínimos ao espalhamento LbyL elástico; finalmente, na Seção 4.7 discutimos os resultados em nossas conclusões parciais.

## 4.2 Espalhamento Fóton-Fóton Elástico

Todo o campo de estudo em física envolvendo criação de pares de partículas a partir da interação entre fótons foi inaugurada pelos trabalhos de P. M. Dirac em 1928 [165, 166], nos quais a ideia de anti-matéria foi levantada, com posterior comprovação em 1932 por C. D. Anderson [167]. Se queremos criar um par elétron-pósitron, por exemplo, a energia dos fótons interagentes deve ser de  $2m_e$ , ou 1,022 MeV no vácuo. Se o elétron criado estiver em um estado ligado de um átomo, então esse limite diminui pela energia de ligação orbital [168]. Esse é um tipo de interação entre fótons, descrito por diagramas ainda em nível de árvore, envolvendo os canais  $t$  e  $u$ , como no processo de aniquilação.

O espalhamento elástico entre dois fótons ( $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ ) também é um processo previsto pela mecânica quântica mas proibido na teoria eletromagnética clássica, tendo em vista a linearidade das equações de Maxwell nas fontes e campos.

O interesse na natureza da luz e nos fenômenos a ela relacionados sempre esteve presente na física. Mesmo quando a mecânica quântica trouxe o conceito de dualidade onda-partícula, conciliando os modelos ondulatório e corpuscular da luz que intrigaram nomes como René Descartes, Isaac Newton, Robert Hooke e Christiaan Huyghens, novos interesses continuaram a surgir. As equações de Maxwell da eletrodinâmica clássica tiveram a inclusão da luz na teoria como um grande sucesso, mas sua linearidade proibia a existência de processos que o ponto de vista quântico podia prever. Já em 1933, a preocupação com as propriedades do vácuo e interação entre quanta de energia [98] exemplificava bem essa mudança de paradigma. Trabalhos teóricos em eletrodinâmica não linear surgiram inicialmente nos anos 30 com Born, Infeld, Euler e Heisenberg [88, 89, 96, 97], continuando pelos anos seguintes [169, 170]. As correções implementadas permitiram vislumbrar a possibilidade de ocorrer o espalhamento entre dois fótons por meio de flutuações quânticas do vácuo [88, 170], incluindo a predição da seção de choque do processo [171–173].

Fenômenos não lineares, como o espalhamento de um fóton em um campo de Coulomb [174] ou a divisão de um fóton em dois na presença de um campo externo [175] foram estudados e já observados experimentalmente [176–181]. Além disso, a divisão de fótons foi estudada inclusive no contexto da VSL dentro do MPE [182]. Por outro lado,

o espalhamento LbyL elástico, devido à sua seção de choque muito pequena, teve apenas recentemente evidência experimental [183,184]. Esses efeitos são representados por diagramas a 1-loop, mas em alguns casos substituímos fótons reais por uma linha representando campos externos, como mostram os exemplos na figura (4.1).

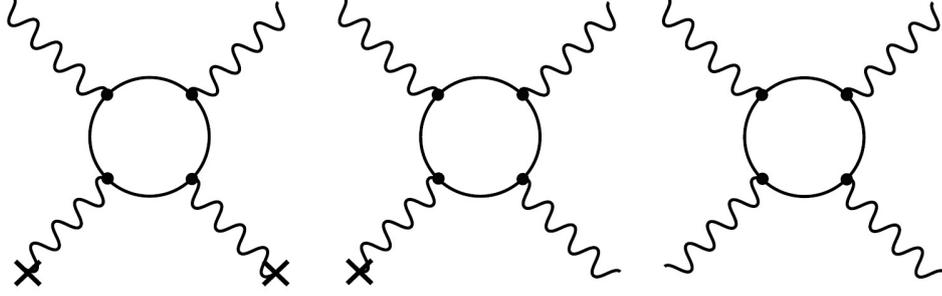


Figura 4.1: Interações entre fótons a 1-loop: espalhamento Delbrück (esquerda), divisão de fótons (centro) e espalhamento LbyL elástico (direita). As pernas com  $\times$  correspondem a campos externos, como campos de Coulomb ou magnéticos, enquanto os pontos  $\bullet$  representam os vértices de interação.

A partir dos seis diagramas de Feynman associados com o espalhamento LbyL elástico, obtidos pelas diferentes combinações das pernas fotônicas, podemos calcular as amplitudes de espalhamento e a seção de choque diferencial para fótons não polarizados. O loop pode conter tipos diferentes de partículas carregadas (quarks, léptons,  $W^\pm$  [185]) de acordo com a energia disponível no experimento.

Considerando apenas vértices da EDQ, em um regime de baixas energias ( $\omega \ll m$ ), a seção de choque diferencial do processo será dada por [171, 172, 174]

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma}}{d\Omega} = \frac{139\alpha^4}{(180\pi)^2 m^2} \left(\frac{\omega}{m}\right)^6 (3 + \cos^2\theta)^2, \quad (4.1)$$

enquanto que no caso ultrarelativístico [186]

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma}}{d\Omega} = \frac{\alpha^4}{\pi^2 \omega^2} \log^4 \frac{1}{\theta}, \quad (4.2)$$

que é válida para ângulos de espalhamento pequenos ( $m/\omega \ll \theta \ll 1$ ). Nos dois resultados são usadas unidades naturais ( $\hbar = c = 1$ ).

Nos anos 80 a busca pela detecção direta do espalhamento LbyL elástico com feixes de laser já teve sua viabilidade experimental no SLAC discutida [187]. A investigação do espalhamento LbyL na escala do visível, com lasers pulsados de alta intensidade [188], obtiveram um primeiro limite superior de  $10^{-39}$  cm<sup>2</sup>, com 95% de nível de confiança, para a seção de choque. Depois disso, com a atualização das medidas considerando um terceiro feixe laser, o limite foi melhorado para  $1,5 \cdot 10^{-48}$  cm<sup>2</sup> [189]. Nessa última situação, sob as condições de baixa energia do experimento, o resultado esteve distante 18 ordens de grandeza do resultado estimado pela EDQ ( $7,3 \cdot 10^{-66}$  cm<sup>2</sup>). Outra possibilidade seria utilizar pulsos de raios X (limite de altas energias) evitando a supressão da seção de choque da EDQ pela sexta potência da razão  $\omega/m$  [190,191]. Em experimentos nos quais as condições estimavam um resultado para a EDQ de  $2,5 \cdot 10^{-43}$  cm<sup>2</sup>, o limite superior encontrado foi  $1,9 \cdot 10^{-23}$  cm<sup>2</sup> [191].

Um caminho alternativo pelo qual as interações LbyL podem ser estudadas é através das colisões ultraperiféricas de íons pesados [192–195]. Experimentos utilizando colisões ultraperiféricas de íons de chumbo no ATLAS, com energias de 5,02 TeV, apresentaram evidências do espalhamento LbyL elástico, e treze possíveis eventos foram observados [183]. Mais recentemente, quatorze possíveis eventos obedecendo a todos os requisitos foram relatados pela Colaboração CMS [184]. Entretanto, uma vez que o número de eventos associados a esse fenômeno é bem pequeno, a análise permanece limitada. Embora já existam experimentos de alta precisão para explorar as propriedades das partículas fundamentais, assim como aqueles baseados em armadilhas de Penning [196–198], ainda consideramos válido analisar possíveis sinais de VSL no espalhamento LbyL. Novas atualizações do LHC, por exemplo, devem melhorar a disponibilidade de dados, abrindo novas possibilidades para estudar a física além do MP.

O espalhamento LbyL elástico é usado para restringir correções não lineares da eletrodinâmica de Maxwell [199] e também pode dar contribuições ao momento magnético anômalo do múon [200,201], incluindo teorias quirais [202] e cálculos em cromodinâmica quântica (CDQ), tanto em modelos holográficos [203] quanto na rede [204]. Além disso, os sinais dos processos do vácuo podem ser afetados se novos tipos de partículas se acoplam

aos fótons ou se algum novo modelo muda a interação da EDQ. A busca por física além do Modelo Padrão pode incluir, por exemplo, áxions [205–207] e EDQ supersimétrica [208]. Nossa proposta também visa investigar possíveis evidências de física além do Modelo Padrão, mais especificamente buscando VSL por meio de acoplamentos não-mínimos modificando o vértice de interação, como já desenvolvido nos capítulos anteriores.

### 4.3 Colisões Ultraperiféricas de Íons Pesados

Como citamos anteriormente, as evidências experimentais do espalhamento LbyL elástico foram verificadas em processos envolvendo colisões ultraperiféricas de íons pesados. Sendo esse um mecanismo importante que gera condições tanto para criação de pares de léptons [209], quanto para o espalhamento elástico entre fótons [183], faremos na sequência um breve estudo desses tipos de colisão.

Se os íons pesados se movem em trajetórias de tal maneira que a distância mínima entre eles seja da ordem da dezena de fermi, evitando assim as interações hadrônicas, temos o que chamamos de colisão periféricas. Importante frisar que mesmo sem a interação forte, restrita a um alcance tipicamente da ordem do tamanho do núcleo atômico ( $\sim 1$  fermi), os campos gerados podem ser sentidos pela matéria nuclear. Quando lidamos com um regime ultrarrelativístico, nas mesmas condições descritas anteriormente, temos as chamadas colisões ultraperiféricas [210].

Na colisão pode ocorrer tanto a interação entre íon e fóton emitido pelo outro íon, quanto a interação apenas entre os fótons [211]. Durante a aproximação, há uma contração de Lorentz dos campos dos íons na direção do feixe, criando um pulso eletromagnético intenso, como um fluxo de fótons virtuais. Esses fótons emitidos pelos núcleos são então uma fonte abundante de pares elétron-pósitron, como esquematiza figura (4.2a).

Os resultados da colisão entre os íons pesados dependerão essencialmente da energia envolvida no processo, e também é possível que tenhamos espalhamento elástico entre os fótons emitidos pelos íons como indicado na figura (4.2b). Em experimentos no *Relativistic Heavy Ion Collider* (RHIC), são alcançadas energias de 500 GeV, calculadas no centro

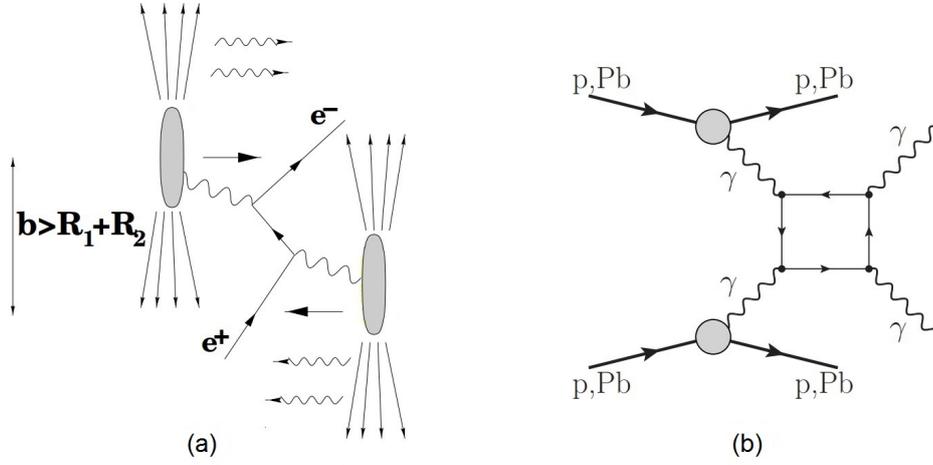


Figura 4.2: (a) Interação do campo eletromagnético de dois íons pesados e produção de par elétron-pósitron a partir dos fótons emitidos pelos núcleos [212] e (b) interação de dois íons pesados permitindo o espalhamento fóton-fóton elástico [183]. O fator de impacto  $\mathbf{b}$  é maior que a soma dos raios dos núcleos, evitando a interação hadrônica.

de massa para uma colisão Au-Au [210], enquanto que no LHC, considerando ATLAS, CMS, LHCb e ALICE, chega-se a uma energia de 5,5 TeV em colisões Pb-Pb [206]. Tais energias são ainda maiores quando tratamos de colisões p-p, alcançando 1,8 TeV no Tevatron e 14 TeV no LHC [213]. Tais energias permitem, por exemplo, o estudo de uma Eletrodinâmica Quântica de ordem superior a partir da produção de pares elétron-pósitron [214,215], a busca por áxions com massa abaixo dos 100 GeV [206] e análise de aspectos da CDQ [216,217].

Se o objetivo fosse estudar a VSL aplicada à criação de pares  $e^+e^-$ , energias tão altas não seriam necessárias já que permitem a produção de uma diversidade de partículas além do par elétron-pósitron. Aceleradores que disponham de energias da ordem da centena de MeV, como o *Grand Accélérateur National d'Ions Lourds* (GANIL), já permitiriam a produção almejada e a subsequente investigação da quebra da simetria de Lorentz a partir de desvios na seção de choque diferencial do processo. Já para o espalhamento LbyL, altas energias podem ser interessantes, como veremos no restante do capítulo.

## 4.4 Acoplamentos Não-Mínimos

Nesse capítulo continuaremos introduzindo um quadrivetor de fundo completamente não dinâmico,  $\xi^\mu$ , que se acopla de maneira não-mínima ao tensor eletromagnético,  $F_{\mu\nu}$  (ou ao tensor eletromagnético dual,  $\tilde{F}_{\mu\nu}$ ), e à corrente leptônica. Esse quadrivetor fixo será então o responsável pela quebra da simetria de Lorentz, uma vez que ele seleciona uma direção privilegiada no espaço-tempo.

Em uma versão estendida da EDQ acoplando  $\xi^\mu$  e  $F_{\mu\nu}$ , nossa lagrangiana apresenta o seguinte termo de dimensão 5

$$\mathcal{L}_{\text{VSL}} = \xi^\mu \bar{\psi} \gamma^\nu \psi F_{\mu\nu}, \quad (4.3)$$

onde  $\xi^\mu$  é constante e tem dimensão canônica de inverso de massa, e  $\mathcal{L}_{\text{VSL}}$  é CPT-par sempre que  $\xi_\mu$  se transforma sob simetria temporal como  $\xi_\mu = (\xi_0, \boldsymbol{\xi}) \rightarrow \xi'_\mu = (-\xi_0, \boldsymbol{\xi})$ . Por outro lado,  $\mathcal{L}_{\text{VSL}}$  será CPT-ímpar se  $\xi_\mu = (\xi_0, \boldsymbol{\xi}) \rightarrow \xi'_\mu = (\xi_0, -\boldsymbol{\xi})$ . Esse termo descreve uma espécie de transição de dipolo de momento elétrico, que conecta a componente relativisticamente dominante do bispinor fermiônico com a componente relativisticamente fraca. Em termos de uma notação padrão entre experimentais e muitosóricos que lidam com densidades lagrangianas incluindo operadores de dimensão 5 [18, 197], nosso quadrivetor de fundo pode ser escrito como

$$\xi^\mu = -\frac{1}{3} a_F^{(5)\alpha\mu}{}_\alpha. \quad (4.4)$$

Diferentemente dos acoplamentos mínimos (por exemplo, Carrol-Field-Jackiw [159]), nesse caso a estrutura da corrente fermiônica será modificada. Nesse acoplamento, junto com a lagrangiana da EDQ

$$\mathcal{L}_{\text{EDQ}} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \bar{\psi} (i\not{D} - m) \psi, \quad (4.5)$$

onde  $\mathcal{D} = \gamma^\mu(\partial_\mu + ieA_\mu)$ , as equações de Maxwell modificadas serão dadas por

$$\begin{aligned}\partial_\mu F^{\mu\nu} &= e\bar{\psi}\gamma^\nu\psi + \xi^{[\nu}\partial_\mu(\bar{\psi}\gamma^{\mu]}\psi) \\ &= (e\delta_\mu^\nu + \xi^\nu\partial_\mu - \xi_\mu\partial^\nu)(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi)\end{aligned}\quad (4.6)$$

e

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu + m + e\gamma^\mu A_\mu + \gamma^\mu\xi^\nu F_{\mu\nu})\psi = 0. \quad (4.7)$$

Aqui, a equação (4.6) representa as equações de Maxwell com novas fontes e a equação (4.7) é a equação de Dirac modificada. Por meio da equação (4.6) podemos mostrar que além da carga elétrica  $Q$  da EDQ, uma carga modificada  $Q'$  será conservada. Temos  $\partial_\nu J^{\nu\mu} = 0$ , onde  $J^{\nu\mu} = (e\delta_\mu^\nu + \xi^\nu\partial_\mu - \xi_\mu\partial^\nu)(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi)$  e

$$Q' = \int d^3x J^0 = Q + \partial_t \left[ \int d^3x (\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{J}) \right], \quad (4.8)$$

onde  $Q = e \int d^3x \psi^\dagger \psi$  e  $\mathbf{J}^i = e\psi^\dagger \gamma^0 \gamma^i \psi$ . Embora a carga seja definida para a partícula livre, a introdução de  $\mathcal{L}_{\text{VSL}}$  produz uma nova quadricorrente conservada  $J'_\mu$ . A conservação da carga elétrica  $Q$  não é afetada por essa contribuição extra. Do ponto de vista da mecânica quântica, o acoplamento na equação (4.3) modifica o vértice elétron-fóton da EDQ, que agora é dado por

$$\Gamma^\mu = e\gamma^\mu - i\boldsymbol{q}\boldsymbol{\xi}^\mu + i(\boldsymbol{\xi} \cdot \boldsymbol{q})\gamma^\mu. \quad (4.9)$$

Como mencionado previamente, podemos considerar outra interação não-mínima acoplando nosso quadrivetor de fundo com tensor eletromagnético dual [30]. O novo termo de VSL modificando a lagrangiana padrão da EDQ é então

$$\mathcal{L}_{\text{VSL}} = \tilde{\xi}^\mu \bar{\psi} \gamma^\nu \psi \tilde{F}_{\mu\nu}, \quad (4.10)$$

onde  $\tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$  e  $\tilde{\xi}^\mu$  tem as mesmas características definidas para  $\xi^\mu$ . De maneira distinta do termo na equação (4.3), esse termo não contribui para decaimentos que violem

CP, mas produz um tipo de transição de dipolo de momento magnético para os férmions. Novamente, usando a notação padrão já mencionada anteriormente, teremos

$$\tilde{\xi}^\mu = \frac{1}{6} \varepsilon^\mu_{\nu\alpha\beta} a_F^{(5)\nu\alpha\beta}. \quad (4.11)$$

As equações de Maxwell modificadas serão agora

$$\begin{aligned} \partial_\mu F^{\mu\nu} &= e\bar{\psi}\gamma^\nu\psi + \varepsilon^{\mu\nu}_{\alpha\beta}\tilde{\xi}^\alpha\partial_\mu\bar{\psi}\gamma^\beta\psi \\ &= (e\delta^\nu_\alpha - \varepsilon^\nu_{\alpha\mu\beta}\tilde{\xi}^\mu\partial^\beta)\bar{\psi}\gamma^\alpha\psi \end{aligned} \quad (4.12)$$

e

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu + m + e\gamma^\mu A_\mu + \gamma^\mu\tilde{\xi}^\nu\tilde{F}_{\mu\nu})\psi = 0. \quad (4.13)$$

Um detalhe importante aqui é que a carga conservada da EDQ não muda, isto é,  $Q' = Q = e \int d^3x \psi^\dagger\psi$ . Nesse caso, a extensão do vértice usual da EDQ é escrita como

$$\Gamma^\mu = e\gamma^\mu - i\varepsilon^\mu_{\alpha\nu\beta}\gamma^\alpha\tilde{\xi}^\nu q^\beta. \quad (4.14)$$

Usando esses vértices, os quais incluem uma deformação do vértice original da EDQ, encontramos ainda correções para os momentos de dipolo elétrico e magnético dos léptons [82, 218].

Como estamos interessados em determinar os efeitos da VSL no espalhamento LbyL elástico, usaremos agora as equações (4.3) e (4.14) para calcular as amplitudes de espalhamento e as seções de choque diferenciais associadas.

## 4.5 Espalhamento Fóton-Fóton Elástico com Violação da Simetria de Lorentz

### 4.5.1 Acoplamento com $F$

O espalhamento LbyL elástico, que queremos analisar, depende de um tensor que, na aproximação a 1-*loop*, corresponde à seguinte expressão

$$\begin{aligned}
 T^{\mu\nu\alpha\beta}(q_1, q_2, q_3, q_4) &= \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \text{Tr} \left[ S(p) \gamma^\mu S(p - q_4) \times \right. \\
 &\quad \left. \times \gamma^\nu S(q - q_4 - q_3) \gamma^\alpha S(p - q_1) \gamma^\beta \right], \quad (4.15)
 \end{aligned}$$

onde  $S(p)$  é o propagador do férmion com momento  $p$ . A chave para visualizar a contribuição de nossa modificação da teoria violando a simetria de Lorentz é reescrever o vértice como

$$\begin{aligned}
 \Gamma^\mu(q) &= e\gamma^\alpha [\delta_\alpha^\mu + ie^{-1}(\xi \cdot q)\delta_\alpha^\mu - ie^{-1}q_\alpha \xi^\mu] \\
 &= e\gamma^\alpha M_\alpha^\mu(\xi, q), \quad (4.16)
 \end{aligned}$$

e, como o vértice não depende de  $p$ , isto é, o momento interno integrado no *loop*, as contribuições advindas dos termos de VSL fatorizam. O tensor com a contribuição de VSL será

$$\begin{aligned}
 T_{\text{VSL}}^{\mu'\nu'\alpha'\beta'}(q_1, q_2, q_3, q_4) &= T^{\mu\nu\alpha\beta}(q_1, q_2, q_3, q_4) \times \\
 &\quad \times M_\mu^{\mu'}(\xi, q_1) M_\nu^{\nu'}(\xi, q_2) M_\alpha^{\alpha'}(\xi, q_3) M_\beta^{\beta'}(\xi, q_4). \quad (4.17)
 \end{aligned}$$

O resultado também pode ser visto a partir do ponto de vista do acoplamento entre o tensor  $T^{\mu\nu\alpha\beta}$  e os vetores de polarização redefinidos  $\epsilon_\mu(q_i)$ . Assim, a VSL modifica os

próprios vetores de polarização, isto é,

$$\begin{aligned}\epsilon'_\mu(q) &= M_\mu^\alpha(q)\epsilon_\alpha(q) \\ &= [1 + ie^{-1}(\xi \cdot q)]\epsilon_\alpha(q) - ie^{-1}\xi_\mu(q \cdot \epsilon(q)).\end{aligned}\quad (4.18)$$

Considerando fótons físicos externos satisfazendo a condição de calibre  $\partial_\mu A^\mu = 0$ , temos  $q \cdot \epsilon(q) = 0$  e obtemos

$$\epsilon'_\mu(q) = [1 + ie^{-1}(\xi \cdot q)]\epsilon_\alpha(q). \quad (4.19)$$

Usando a matriz de espalhamento

$$\mathcal{M}_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4}^{\text{EDQ}} = (\epsilon_1^{\lambda_1})_\mu (\epsilon_2^{\lambda_2})_\nu (\epsilon_3^{\lambda_3})_\alpha^* (\epsilon_4^{\lambda_4})_\beta^* T^{\mu\nu\alpha\beta}(q_1, q_2, q_3, q_4), \quad (4.20)$$

e levando em conta as contribuições de VSL, obtemos a seguinte matriz de espalhamento modificada

$$\mathcal{M}_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4}^{\text{VSL}} = (1 + C)\mathcal{M}_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4}^{\text{EDQ}}, \quad (4.21)$$

na qual

$$\begin{aligned}C &= ie^{-1}(q_1 + q_2 - q_3 - q_4) \cdot \xi + e^{-2}[-(q_1 \cdot \xi)(q_2 \cdot \xi) + \\ &+ (q_1 \cdot \xi)(q_3 \cdot \xi) + (q_1 \cdot \xi)(q_4 \cdot \xi) + (q_2 \cdot \xi)(q_3 \cdot \xi) + \\ &+ (q_2 \cdot \xi)(q_4 \cdot \xi) - (q_3 \cdot \xi)(q_4 \cdot \xi)] + O(\xi^3).\end{aligned}\quad (4.22)$$

Como, por conservação de momento,  $q_1 + q_2 - q_3 - q_4 = 0$ , a VSL somente contribui em segunda ordem no parâmetro  $\xi$ . Finalmente, teremos a amplitude quadrada escrita como

$$\begin{aligned}|\mathcal{M}^{\text{VSL}}|^2 &= (1 + C)(1 + C^*)|\mathcal{M}^{\text{EDQ}}|^2 \\ &\approx (1 + 2\text{Re}(C))|\mathcal{M}^{\text{EDQ}}|^2.\end{aligned}\quad (4.23)$$

Escolhendo um referencial no qual, no calibre de Lorentz,  $q_1 = (\omega, \mathbf{q})$ ,  $q_2 = (\omega, -\mathbf{q})$ ,

$q_3 = (\omega, \mathbf{k})$  e  $q_4 = (\omega, -\mathbf{k})$ , a contribuição da VSL pode ser colocada na forma

$$C = e^{-2} [(\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\xi})^2 + (\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\xi})^2 + 2(\omega\xi_0)^2] + O(\xi^3),$$

onde  $\xi^\mu = (\xi_0, \boldsymbol{\xi})$ . Sem perda de generalidade, podemos escolher um referencial no qual os fótons incidentes estão no eixo  $z$ , isto é,  $\mathbf{q} = \omega\hat{\mathbf{z}}$  e  $\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{z}} = \omega \cos \theta$ . Escrevendo ainda  $\boldsymbol{\xi}$  em uma direção arbitrária,

$$\boldsymbol{\xi}/|\boldsymbol{\xi}| = \sin \theta_\xi \cos \phi_\xi \hat{\mathbf{x}} + \sin \theta_\xi \sin \phi_\xi \hat{\mathbf{y}} + \cos \theta_\xi \hat{\mathbf{z}}, \quad (4.24)$$

teremos

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\xi} &= |\boldsymbol{\xi}| \omega (\sin \theta \sin \theta_\xi \cos(\phi - \phi_\xi) + \cos \theta \cos \theta_\xi) \\ \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\xi} &= |\boldsymbol{\xi}| \omega \cos \theta_\xi. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Tomando essas relações envolvendo  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{k}$  and  $\boldsymbol{\xi}$  em termos de  $\omega$  e dos ângulos  $\theta$ ,  $\phi$ ,  $\theta_\xi$  e  $\phi_\xi$ , o resultado será, em geral

$$\frac{1}{4} \sum |\mathcal{M}^{\text{VSL}}|^2 \approx \frac{1}{4} \sum (1 + \omega^2 \rho^2) |\mathcal{M}^{\text{EDQ}}|^2, \quad (4.26)$$

onde  $\rho^2 = \rho^2(\theta, \phi, \theta_\xi, \phi_\xi) = 2\text{Re}(C)/\omega^2$ .

Procedendo dessa forma, o resultado final para a seção de choque diferencial modificada pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{\gamma\gamma, \xi}}{d\Omega} &= \frac{1}{64\pi^2} \frac{1}{(2\omega)^2} \sum |\mathcal{M}^{\text{EDQ}}|^2 \\ &= \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{\gamma\gamma}}{d\Omega} (1 + \omega^2 \rho^2(\theta, \phi, \theta_\xi, \phi_\xi)). \end{aligned} \quad (4.27)$$

### 4.5.2 Acoplamento com $\tilde{F}$

Para o acoplamento com  $\tilde{F}^{\mu\nu}$ , a análise realizada será feita da mesma forma que na subseção anterior. Entretanto, os resultados dos dois casos diferem devido à nova estrutura

trazida pelo tensor de Levi-Civita. Reescrevendo o resultado da equação (4.14) de maneira análoga ao que fizemos na equação (4.16), teremos

$$\begin{aligned}\Gamma^\mu &= e\gamma^\alpha(\delta_\alpha^\mu - ie^{-1}\epsilon_{\alpha\nu\beta}^\mu\tilde{\xi}^\nu q^\beta) \\ &= e\gamma^\alpha N_\alpha^\mu(\tilde{\xi}, q).\end{aligned}\tag{4.28}$$

Para calcular a seção de choque diferencial do espalhamento LbyL elástico com esse tipo de termo de VSL, reescrevemos o vetor de polarização. Mas, nesse caso, usamos um termo  $N_\alpha^\beta$ , de forma que

$$\begin{aligned}\epsilon'^\mu(q) &= N_\nu^\mu(q)\epsilon^\nu(q) \\ &= \epsilon^\mu(q) - ie^{-1}\epsilon_{\nu\alpha\beta}^\mu\tilde{\xi}^\alpha q^\beta\epsilon^\nu(q),\end{aligned}\tag{4.29}$$

e, seguindo o mesmo caminho usado para o acoplamento com  $F^{\mu\nu}$ , obtemos uma nova matriz de espalhamento

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4}^{\text{VSL}} &= (\epsilon_1^{\lambda_1})^\mu (\epsilon_2^{\lambda_2})^\nu (\epsilon_3^{\lambda_3})^{*\alpha} (\epsilon_4^{\lambda_4})^{*\beta} T_{\mu\nu\alpha\beta} \\ &= N_{\mu'}^\mu N_{\nu'}^\nu (N^*)_{\alpha'}^\alpha (N^*)_{\beta'}^\beta (\epsilon^{\lambda_1})^{\mu'} (\epsilon^{\lambda_2})^{\nu'} (\epsilon^{\lambda_3})^{*\alpha'} (\epsilon^{\lambda_4})^{*\beta'} T_{\mu\nu\alpha\beta}.\end{aligned}\tag{4.30}$$

Então, já de uma maneira mais simplificada,

$$|\mathcal{M}^{\text{VSL}}|^2 = (NN)_{\mu''}^\mu (NN)_{\nu''}^\nu (NN)_{\alpha''}^\alpha (NN)_{\beta''}^\beta T_{\mu\nu\alpha\beta} (T^*)^{\mu''\nu''\alpha''\beta''},\tag{4.31}$$

onde  $(NN)_{\mu''}^\mu = N_{\mu'}^\mu N_{\mu''}^{*\mu'}$ , e a contração entre parênteses pode ser expandida como

$$(NN)_{\mu''}^\mu = \delta_{\mu''}^\mu (1 - (q \cdot \tilde{\xi})^2) + q^2 (\delta_{\mu''}^{\mu'} \tilde{\xi}^2 - \tilde{\xi}^\mu \tilde{\xi}_{\mu''}) + O(\tilde{\xi}^3).\tag{4.32}$$

Foram ignorados termos proporcionais a  $q_\mu$ , os quais são cancelados na contração com qualquer índice de  $T_{\mu\nu\alpha\beta}$  devido à invariância de calibre. Finalmente, podemos encontrar a amplitude quadrada e a seção de choque diferencial. Mais uma vez, considerando fótons

físicos externos, temos

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma,\tilde{\xi}}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_{\text{EDQ}}^{\gamma\gamma}}{d\Omega} \left(1 - \omega^2 \rho^2(\theta, \phi, \theta_{\tilde{\xi}}, \phi_{\tilde{\xi}})\right), \quad (4.33)$$

onde  $\rho$  é a mesma função encontrada para a seção de choque diferencial no caso do quadrivetor de fundo  $\xi$ .

Os vértices modificados que derivamos para os acoplamentos com  $F_{\mu\nu}$  e  $\tilde{F}_{\mu\nu}$  se manifestam como não renormalizáveis, uma vez que nesse processo eles são vértices internos nos diagramas de Feynman. Entretanto, se algum efeito de VSL aparecer na escala de energia dos experimentos atualmente disponíveis, esperamos que esses efeitos sejam manifestações de uma teoria mais fundamental em altas energias. Então, quando lidamos com essa teoria abaixo de sua escala de massa característica, é aceitável trabalhar com um modelo não renormalizável, a partir do ponto de vista que ele será visto como teoria de campos efetiva válida apenas abaixo de um certo *cutoff* [90]. Nesse desenvolvimento que fazemos, mesmo quando consideramos o espalhamento LbyL elástico no regime de altas energias, ainda estaremos lidando com energias muito abaixo da escala de massa de uma teoria mais fundamental violando a simetria de Lorentz. Então, a análise realizada permanece válida nessa região na qual nos concentramos.

Para facilitar a análise dos resultados, alguns casos específicos serão discutidos e iremos mostrar como diferentes particularizações para o  $\xi^\mu$  modificam a seção de choque diferencial do espalhamento LbyL elástico.

## 4.6 Seção de Choque Diferencial: Efeitos da Violação da Simetria de Lorentz

Com o intuito de visualizar os efeitos da VSL na seção de choque diferencial do espalhamento LbyL elástico, tomamos algumas escolhas particulares para o quadrivetor de fundo, no mesmo espírito do que fizemos nos capítulos anteriores. Uma vez que o termo extra  $\omega^2 \rho^2$  é comum tanto no acoplamento com  $F_{\mu\nu}$  quanto com  $\tilde{F}_{\mu\nu}$ , havendo apenas um

sinal global de diferença, iremos analisar em detalhes apenas o primeiro caso.

A primeira escolha que faremos aqui é de uma particularização tipo tempo para  $\xi^\mu$ , passando na sequência ao caso tipo espaço. Poderíamos considerar ainda um caso tipo luz, isto é,  $\xi = (\zeta, 0, 0, \zeta)$ . Entretanto, esse terceiro caso apresenta uma superposição de efeitos que serão visualizados nos dois casos anteriores, de forma que não teremos ganho na discussão da física do problema, e então omitiremos essa particularização. Na prática, essas divisões são arbitrárias e nos servem apenas para simplificar a análise: se existir um quadrivetor  $\xi^\mu$  tal como propusemos, ele será uma mistura não trivial de componentes temporais e espaciais.

### 4.6.1 Quadrivetor de Fundo Puramente Temporal

No caso de uma violação da simetria de Lorentz apenas com termos temporais, isto é,  $\xi^\mu = (\xi_0, \mathbf{0})$ , o resultado assume uma forma bastante simples. A contribuição extra será dada por  $\rho^2(\theta, \phi, \theta_\xi, \phi_\xi) = 4e^{-2}\xi_0^2$  e conseqüentemente

$$\left| \frac{\frac{d\sigma_{\text{EDQ}}}{d\Omega}}{\frac{d\sigma}{d\Omega}} - 1 \right| \approx 4e^{-2}\xi_0^2\omega^2. \quad (4.34)$$

Se comparamos a seção de choque diferencial da EDQ com a modificação decorrente da consideração de VSL, vemos que a diferença entre elas aumenta com a energia do fóton. Assim, o regime de altas energias é o melhor para detectar possíveis sinais de  $\xi_0$ , já que a contribuição da EDQ decai e os efeitos da VSL crescem.

Introduzindo parâmetros de *cutoff*,  $\Lambda_\pm$ , na seção de choque modificada do processo [135], e comparando essa nova seção de choque diferencial com resultados experimentais, é possível parametrizar os desvios da EDQ. Tão logo os dados experimentais para o espalhamento LbyL elástico estejam disponíveis com boa precisão, esse tipo de análise poderá ser adotada para encontrar os valores de  $\Lambda_\pm$  com nível de confiança adequado. Com isso, de forma análoga ao que já foi feito para outros processos da EDQ [4, 5, 84], poderemos obter limites superiores para nossos parâmetros de VSL.

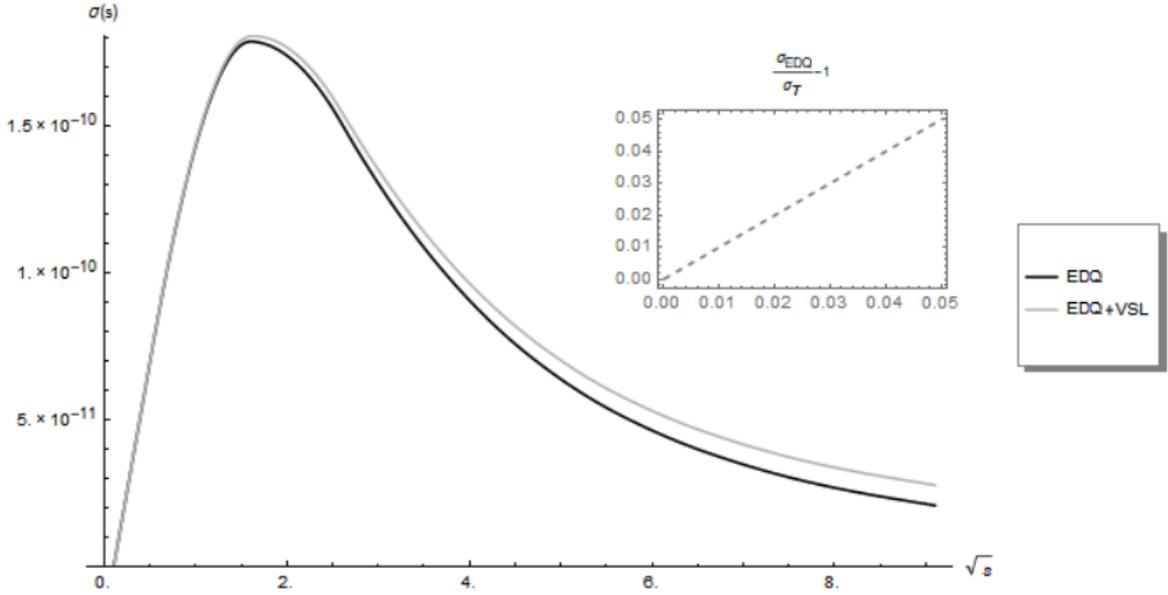


Figura 4.3: Perfil da seção de choque para o espalhamento fóton-fóton na EDQ (linha preta) e para a EDQ + contribuição de VSL tipo tempo (linha cinza).

#### 4.6.2 Quadrivetor de Fundo Puramente Espacial

Consideramos agora o caso de um quadrivetor de fundo puramente tipo espaço, isto é,  $\xi^\mu = (0, \boldsymbol{\xi})$ . Nessa particularização iremos investigar o perfil angular da seção de choque diferencial nos regimes de baixas energias e altas energias para o espalhamento LbyL elástico.

Com a mesma escolha de referencial já adotada nas seções anteriores, com  $\boldsymbol{\xi}$  em uma direção arbitrária, podemos dividir a seção de choque diferencial em uma parte devida à EDQ e outra devida à VSL, isto é,

$$\frac{d\sigma^{\gamma, \boldsymbol{\xi}}}{d\Omega} = \frac{d\sigma^\gamma}{d\Omega} + \frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{\gamma, \boldsymbol{\xi}}}{d\Omega}. \quad (4.35)$$

Verificamos agora os efeitos das modificações propostas na seção de choque diferencial, tanto no regime de baixas energias quanto no regime de altas energias. Se  $\omega \ll m$ , o

resultado geral para o caso de quadrivetor de fundo tipo espaço pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{\gamma\gamma,\xi}}{d\Omega} = & \frac{2|\boldsymbol{\xi}|^2}{e^2} \frac{139\alpha^4\omega^8}{(180\pi)^2 m^8} (3 + \cos^2\theta)^2 \left[ (\cos\theta_\xi)^2 + \right. \\ & \left. + (\sin\theta \sin\theta_\xi \cos(\phi - \phi_\xi) + \cos\theta \cos\theta_\xi)^2 \right]. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Tomando essa parte puramente espacial do quadrivetor paralela ao eixo  $z$  ( $\theta_\xi = 0$ ), encontramos

$$\frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{\gamma\gamma,\parallel}}{d\Omega} = \frac{2|\boldsymbol{\xi}|^2}{e^2} \frac{139\alpha^4\omega^8}{(180\pi)^2 m^8} \left[ 9 + 15 \cos^2\theta + 7 \cos^4\theta + \cos^6\theta \right], \quad (4.37)$$

a partir da qual podemos ver que há uma mudança na dependência angular no ângulo  $\theta$ , mas ainda sem aparecimento de qualquer interferência do ângulo azimutal.

Por outro lado, se consideramos essa parte espacial do quadrivetor contida no plano transversal  $xy$  ( $\theta_\xi = \pi/2$ ), teremos

$$\frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{\gamma\gamma,\perp}}{d\Omega} = \frac{2|\boldsymbol{\xi}|^2}{e^2} \frac{139\alpha^4\omega^8}{(180\pi)^2 m^8} \left[ (3 + \cos^2\theta) (\sin\theta \cos(\phi - \phi_\xi))^2 \right], \quad (4.38)$$

cujo perfil angular está apresentado na figura (4.4) para orientações relativas diferentes do vetor de fundo no plano transversal. Nessa expressão fica clara uma nova dependência em  $\phi$ , o que é uma característica distinta do perfil da EDQ pura. Essa dependência angular distinta pode ser então usada como uma assinatura por ser buscada nos experimentos.

Agora voltamos nossa atenção ao regime de altas energias, dentro das condições de validade da equação (4.2). De maneira similar ao que foi feito nos parágrafos anteriores para o regime de baixas energias, tomando um vetor de fundo paralelo ao eixo  $z$  obtemos

$$\frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{\gamma\gamma,\parallel}}{d\Omega} = \frac{2|\boldsymbol{\xi}|^2}{e^2} \frac{\alpha^4}{\pi^2} \log^4 \frac{1}{\theta} \left[ 1 + \cos^2\theta \right] \quad (4.39)$$

e novamente, o segundo cenário com vetor de fundo no plano transversal é mais interes-

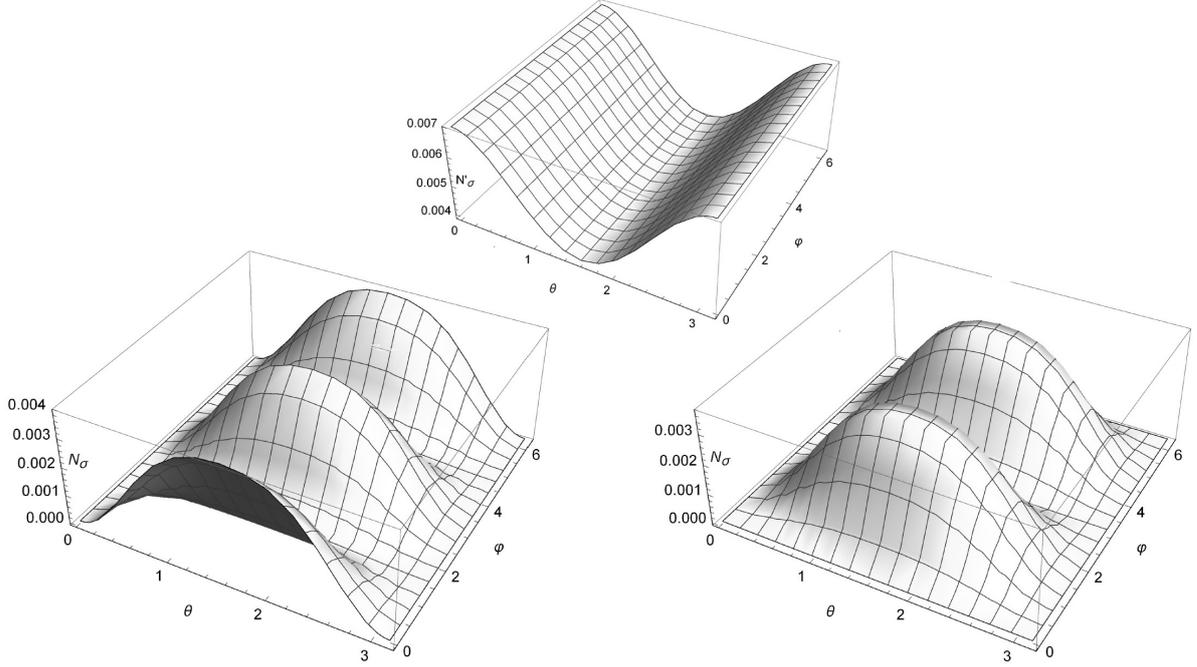


Figura 4.4: Perfil angular instantâneo da seção de choque diferencial para a EDQ (centralizado no topo) e para o termo de correção em um cenário de VSL com quadri vetor de fundo puramente tipo espaço ( $\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\boldsymbol{z}}$ , isto é,  $\theta_\xi = 0$ ), no regime de baixas energias. Os eixos verticais são dados por  $N'_\sigma = [\alpha^4 \omega^6 / m^8]^{-1} d\sigma^{\gamma\gamma} / d\Omega$  e  $N_\sigma = [2\alpha^4 |\boldsymbol{\xi}|^2 \omega^8 / e^2 m^8]^{-1} d\sigma_{\text{VSL}}^{\gamma\gamma, \perp} / d\Omega$ , com  $\phi_\xi = 0$  (inferior esquerda) e  $\phi_\xi = \phi/2$  (inferior direita).

sante, resultando em uma contribuição de VSL dada por

$$\frac{d\sigma_{\text{VSL}}^{\gamma\gamma, \perp}}{d\Omega} = \frac{2|\boldsymbol{\xi}|^2 \alpha^4}{e^2 \pi^2} \log^4 \frac{1}{\theta} (\sin^2 \theta \cos^2(\phi - \phi_\xi)). \quad (4.40)$$

Esse último resultado é apresentado graficamente na figura (4.5) para diferentes escolhas do ângulo azimutal,  $\phi_\xi$ . Mais uma vez temos um perfil anisotrópico na seção de choque do espalhamento, com variações tanto em  $\theta$  quanto em  $\phi$ .

Quando analisamos os resultados obtidos para as seções de choque diferenciais modificadas por quadri vetores com contribuições puramente espaciais no plano transversal, o perfil angular do gráfico da EDQ em baixas energias apresenta valores mínimos em  $\theta = \pi/2$  enquanto que a superfície da contribuição de VSL possui máximos para o mesmo  $\theta = \pi/2$ . Esses máximos ocorrem em  $\phi = 0, \pi, 2\pi$  para  $\boldsymbol{\xi} \parallel \hat{\boldsymbol{z}}$  e em  $\phi = \pi/2, 3\pi/2$  para

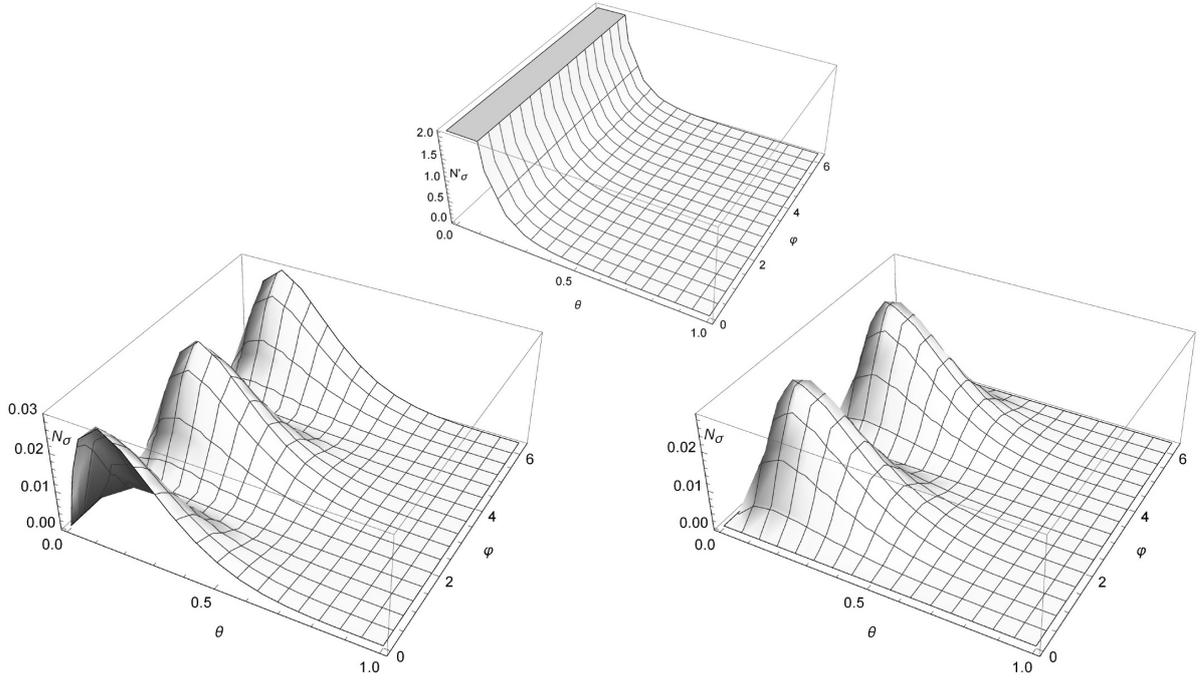


Figura 4.5: Perfil angular instantâneo da seção de choque diferencial para a EDQ (centralizado no topo) e para o termo de correção em um cenário de VSL com quadrivetor de fundo puramente tipo espaço ( $\xi \perp \hat{z}$ , isto é,  $\theta_\xi = 0$ ), no regime de baixas energias. Os eixos verticais são dados por  $N'_\sigma = [\alpha^4/\omega^2]^{-1} d\sigma^{\gamma\gamma}/d\Omega$  e  $N_\sigma = [2\alpha^4|\xi|^2/e^2]^{-1} d\sigma_{\text{VSL}}^{\gamma\gamma,\perp}/d\Omega$ , com  $\phi_\xi = 0$  (inferior esquerda) e  $\phi_\xi = \phi/2$  (inferior direita).

$\xi \perp \hat{z}$ . Essas especificações, dessa forma, seriam aquelas nas quais a observação de efeitos de VSL estaria mais favorecida nos experimentos, apesar de ainda ser um sinal muito tênue.

No regime de altas energias, os efeitos de VSL serão mais pronunciados nos mesmos valores  $\phi = 0, \pi, 2\pi$  para  $\xi \parallel \hat{z}$  e  $\phi = \pi/2, 3\pi/2$  para  $\xi \perp \hat{z}$ , mas agora quanto menor o valor de  $\theta$  mais intensos eles serão.

Além disso, as equações (4.39) e (4.40) mostram que a contribuição extra de VSL até ordem  $O(\xi^3)$  é independente da energia, enquanto que a seção de choque diferencial da EDQ cai com  $\omega^{-2}$ . No caso de  $\xi \perp \hat{z}$ , em particular, um platô poderia ser observado com experimentos realizados em energias suficientemente altas, para pequenos valores de  $\theta$ . É importante lembrar que nessa situação os limites de validade da equação (4.2) ( $m/\omega \ll \theta \ll 1$ ) devem ser respeitados.

Se toda a análise feita até aqui fosse desenvolvida para o acoplamento com  $\tilde{F}_{\mu\nu}$ , a mesma dependência azimutal resultante poderia ser observada, mas com um sinal negativo global, como indicado na equação (4.33). Resultados semelhantes já foram descritos com essa dependência em  $\phi$ , considerando acoplamentos não-mínimos para modificar a lagrangiana da EDQ, em processos como os espalhamentos Compton e Bhabha [4, 84].

As considerações anteriores para nosso acoplamento de VSL foram feitas considerando um quadrivetor de fundo fixo e independente do tempo. Esses requerimentos, por sua vez, são explícitos apenas lidando com um referencial inercial. Devido ao movimento da Terra,  $\xi$  deve variar temporalmente para referenciais nela localizados, como é o caso dos referenciais de laboratório. Mais uma vez então, estaremos interessados nas transformações relacionando o laboratório ao RCS [39].

Para descrever o quadrivetor observado no sistema de referência da Terra,  $\xi_{\text{Lab}}$ , a partir de  $\xi_{\text{Sol}}$ , usamos uma transformação de Lorentz, isto é,  $\xi_{\text{Lab}}^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu \xi_{\text{Sol}}^\nu$ , onde  $\Lambda^\mu{}_\nu$  pode ser visto na referência [39]. Uma vez que os efeitos relativísticos, quantificados por  $\beta \ll 1$ , são pequenos, podemos escrever as expressões aproximadas  $\xi_{\text{Lab}}^0 = \xi_{\text{Sol}}^T \equiv 0$  e  $\xi_{\text{Lab}}^i = R^{ij}(\chi, T_\oplus) \xi_{\text{Sol}}^j$ , onde a matriz de rotação depende do tempo  $T_\oplus$  no RCS.

Tendo em vista que os experimentos são usualmente realizados em escalas temporais longas, as assinaturas de VSL em referenciais na Terra poderiam corresponder, na verdade, a médias temporais. Dessa forma,  $\xi_{\text{Lab}}^x = -\sin \chi \xi_{\text{Sol}}^z$  e  $\xi_{\text{Lab}}^z = \cos \chi \xi_{\text{Sol}}^z$  serão as componentes espaciais não nulas, onde  $\chi$  é a colatitude do laboratório. Assim, as componentes vetoriais  $\xi_{\text{Lab}}$  poderiam ser relacionadas com o fundo de VSL no RCS para qualquer experimento.

## 4.7 Conclusões Parciais

Nesse capítulo investigamos dois acoplamentos não-mínimos específicos entre férmions e campos de calibre, que violam a simetria de Lorentz, e seus efeitos na seção de choque diferencial do espalhamento fóton-fóton elástico descrita pela EDQ. Quando consideramos o acoplamento com o tensor eletromagnético  $F^{\mu\nu}$ , um novo esquema foi derivado para a

conservação da carga, dependente de  $\xi$ , mas não afetando a conservação da carga elétrica tradicional. Entretanto, se consideramos apenas um quadrvetor de fundo tipo tempo, essa contribuição se anula. Por outro lado, o segundo acoplamento com o tensor eletromagnético dual  $\tilde{F}^{\mu\nu}$ , gera o mesmo tipo de contribuição na lei de conservação de carga que o espalhamento LbyL elástico.

Outra vantagem que pode ser apontada, é que esses acoplamentos trazem consigo transições de momento de dipolo elétrico e momento de dipolo magnético, o que pode abrir a possibilidade de serem limitados por processos envolvendo neutrinos, por exemplo.

No nosso desenvolvimento não apresentamos resultados dependentes do caso mais geral para  $\xi$ , com uma mistura entre componentes temporais e espaciais, mas, por outro lado, focamos em um quadrvetor de fundo apenas puramente temporal ou espacial. Essas escolhas, comuns nos trabalhos com VSL, nos fornecem modificações na seção de choque diferencial cujas características podem ser observadas mais facilmente. A partir delas e tendo novos resultados experimentais, será possível estimar limites superiores para os parâmetros de VSL do nosso modelo. Uma vez que a produção de dados dos experimentos envolvendo colisões ultraperiféricas Pb-Pb no LHC deve crescer bastante após o *Run 4* [183], programado para começar em 2026, esperamos ter dados mais precisos para encontrar esses limites superiores dentro de alguns anos.

Quando analisamos o comportamento da seção de choque diferencial no caso tipo espaço, observamos que surgem termos que trazem novas dependências angulares, tanto em  $\theta$  quanto em  $\phi$ . A contribuição em  $\phi$  é a mais interessante, já que os resultados da EDQ são independentes de variação azimutal e para nosso modelo isso não é mais necessariamente verdadeiro. Uma vez que há o surgimento de um padrão periódico no ângulo  $\phi$  (figuras (4.4) e (4.5)), tanto no limite de altas quanto de baixas energias, esse poderia ser um sinal visível da violação da simetria Lorentz do ponto de vista experimental. Essa dependência azimutal é uma característica presente em outros processos de EDQ+VSL, como nos espalhamentos Compton, Bhabha e Møller [4,84], considerando os acoplamentos mostrados nas equações (4.3) e (4.10). Além disso, uma vez que a contribuição da EDQ ao espalhamento fóton-fóton diminui no limite de altas energias, enquanto que a contribuição

do termo de VSL aumenta, esse regime seria o mais produtivo para buscar sinais dessa nova física.

Um apontamento final que ainda pode ser feito é que esses acoplamentos são, em algum sentido, inspirados no modelo de Carrol-Field-Jackiw [37], mas aqui a corrente carregada substitui o campo fotônico  $A_\mu$ . Devido a essa característica, consideramos que os efeitos de nossa VSL não-mínima devem aparecer e ser mais facilmente observados do que no modelo de Carrol-Field-Jackiw. Ao invés de modificar o propagador do campo do fóton, o acoplamento não-mínimo modifica o vértice da interação entre fóton e corrente elétrica. Assim sendo, essa abordagem mantém as relações de dispersão do fóton sem massa da EDQ. Outra vantagem dessa abordagem é que os acoplamentos derivativos naturalmente aparecem em limites de altas energias, podendo então ser mais facilmente observados em experimentos de altas energias, como no LHC, do que os acoplamentos mínimos com VSL.

## Capítulo 5

# Considerações Finais e Perspectivas

Nesse trabalho, apesar de vários processos físicos terem sido abordados, capítulo após capítulo, procuramos manter uma estrutura central unindo todos: a busca por sinais da violação da simetria de Lorentz. Assim, delimitamos o nosso estudo a processos da Eletrodinâmica Quântica e obtivemos as seções de choque diferenciais não polarizadas para vários deles. As conclusões parciais ao final de cada capítulo resumiram os nossos avanços, compilando os resultados ali obtidos.

Nos encaminhando para o final, como já havíamos antecipado no início da tese, passaremos à análise geral dos resultados apresentados em cada capítulo. Uma conclusão global, que vale para todos os acoplamentos e processos abordados, pode ser enunciada agora como segue:

*É possível, por meio dos dois acoplamentos não-mínimos violando a simetria de Lorentz que utilizamos, encontrar termos extra dependentes do quadri-vetor de fundo na seção de choque diferencial dos espalhamentos Møller, Bhabha, Compton, elástico entre dois fótons e da aniquilação de par elétron-pósitron. Além disso, com limites experimentais adequados em mãos, é possível limitar os parâmetros de violação, como realizado para o espalhamento Bhabha e aniquilação de pares.*

No Capítulo 2, iniciamos com uma revisão do método tradicional de obtenção da seção de choque diferencial aplicado ao espalhamento Møller. A partir dessa ambientação no cenário da EDQ, passamos aos dois modelos com vértices modificados apresentados nas

equações (1.2) e (1.4). Foi possível verificar que apenas no segundo caso um quadrivetor de fundo puramente temporal modifica a seção de choque da EDQ. Evidenciando logo nesse primeiro processo como a diferença dos acoplamento escolhidos ( $\xi^\mu$  com  $F_{\mu\nu}$  ou  $\tilde{\xi}^\mu$  com  $\tilde{F}_{\mu\nu}$ ) pode modificar o resultado final. Para um quadrivetor de fundo puramente espacial, encontramos novas dependências angulares em  $\theta$  e também em  $\phi$  (quando  $\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\boldsymbol{z}}$ ).

Um passo seguinte que surge imediatamente a partir desse capítulo, é a busca por limites dos nossos parâmetros de VSL via espalhamento Møller. Já iniciamos os cálculos de uma expressão que parametrize os desvios na seção de choque, analogamente ao apresentado em [135], e depois disso acreditamos que os resultados dos experimentos apresentados em [136, 137] nos permitam limitar tanto  $\xi_0$  quanto  $\tilde{\xi}_0$ . Depois disso, consideramos ser possível uma publicação com os resultados desse capítulo.

Já no Capítulo 3, encontramos as seções de choque diferenciais, modificadas pelo vértice da equação (1.2), para os espalhamentos Bhabha e Compton e aniquilação de pares, além de uma correção para a taxa de decaimento do para-positrônio. Encontramos, tanto para o quadrivetor de fundo tipo tempo, quanto tipo espaço, termos extra de VSL. Um novo padrão angular em  $\phi$ , quando  $\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\boldsymbol{z}}$ , também foi observado. O ponto de destaque desse capítulo foi a obtenção dos limites para os parâmetros da teoria. No caso do espalhamento Bhabha, o limite  $\xi_0 \lesssim 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$ , apresentado na equação (3.15), foi incorporado à tabela de dados de A. Kostelecký e N. Russell [5] desde a atualização de 2017. Além dele, obtivemos um limite igual de  $\xi_0 \lesssim 10^{-3} \text{ GeV}^{-1}$  utilizando a aniquilação de par elétron-pósitron (equação (3.27)), e outro limite mais fraco,  $\xi_0 \lesssim 1 \text{ GeV}^{-1}$ , a partir da taxa de decaimento do para-positrônio (equação (3.32)). Esses resultados, contribuições originais do nosso grupo de pesquisa, foram publicados no artigo *Lorentz violation in simple QED processes* [4].

Ao contrário dos capítulos anteriores, no Capítulo 4 não tratamos de um processo em nível de árvore, mas do espalhamento LbyL elástico a 1-loop. Nesse caso consideramos os mesmos dois vértices modificados do Capítulo 2 e encontramos as seções de choque diferenciais tanto no limite de baixas energias quanto no limite de altas energias. Obtivemos mais uma vez termos de VSL tanto nos casos de quadrivetores puramente temporais

quanto espaciais, e a dependência no ângulo azimutal quando  $\xi \perp \hat{z}$ . Apesar de não calcularmos limites para nossos parâmetros de violação, esses resultados também foram contribuições originais da tese e se encontram publicados no artigo *Elastic light-by-light scattering in a nonminimal Lorentz violation scenario* [6].

Nossa perspectiva para o futuro é que com novos dados surgindo, possamos também encontrar limites superiores para nossos parâmetros de VSL a partir do espalhamento LbyL elástico. No entanto, dada a seção de choque muito pequena para esse processo, pode ser que isso leve alguns bons anos para ocorrer. Não vemos isso como um problema. O tempo de desenvolvimento da física segue seu curso e, uma vez encontradas as nossas estimativas, esses resultados permanecerão à espera da confrontação com o experimento. Nesse momento futuro será testada sua viabilidade.

Ao analisar esses três capítulos em conjunto, verificamos que nossos modelos com VSL sempre trouxeram novas dependências angulares em  $\theta$  e em  $\phi$ , sendo essa última mais interessante por se tratar de um tipo de anisotropia ausente na EDQ tradicional. Consideramos que esse seria um caminho promissor para buscar sinais de VSL em aceleradores, com a geometria dos detectores definida de forma a captar variações azimutais.

Outra perspectiva futura seria analisar novos processos da EDQ modificada pelos modelos que consideramos, como bremsstrahlung, espalhamento Mott e criação de pares. Inclusive, efeitos de VSL já foram investigados em alguns casos de criação de pares, sejam eles férmions, como quarks [219], ou bósons, como W [220]. Calculando as seções de choque modificadas, seria possível buscar por novos limites para os parâmetros de violação. Além disso, esperamos que a dependência em  $\phi$  continue surgindo quando o quadrivetor de fundo for escolhido como tipo espaço, e analisar novos processos nos dariam essa confirmação.

Ainda dentro da EDQ, podem ser buscadas correções devido à VSL para a carga, momento elétrico e magnético do elétron, na mesma linha do que é feito na referência [37]. Nesse trabalho a correção foi encontrada, a *1-loop*, pela modificação do propagador do fóton. No nosso caso, modificando o vértice da teoria, sem alterar o propagador do fóton, esperamos que já existam correções em nível de árvore. No entanto, cálculos a *1-loop* podem ser interessantes para buscar as correções que não apareçam em nível de árvore.

Outro caminho que visualizamos a possibilidade de trilhar, seria considerar como nosso modelo com VSL poderia alterar a condutividade elétrica de plasmas quentes Abelianos, no mesmo espírito do que foi apresentado na referência [110]. Nela foi descrito como os espalhamentos Bhabha e Møller podem contribuir para a condutividade do meio e além deles o espalhamento Compton e a aniquilação de pares também contribuem para o resultado. Uma vez que fizemos as modificações com VSL para esses quatro processos, haveria condições de realizar tal análise.

Para todos os casos citados até aqui, uma possibilidade que fica em aberto seria realizar os cálculos e análises para acoplamentos não-mínimos axiais envolvendo  $\gamma^5$ , como os descritos nas lagrangianas (1.5) e (1.6). Essas situações também podem resultar em novos comportamentos para a seção de choque diferencial e novos limites superiores para nossos parâmetros de VSL. Uma abordagem recente e que também poderia ser estendida para os processos considerados nessa tese, seria trabalhar com temperatura finita [44, 45].

Como já falamos anteriormente, até agora delimitamos a pesquisa aos processos dentro da EDQ, mas é possível buscar VSL considerando interações fracas, com troca de fótons e  $Z^0$ . Isso já foi considerado, por exemplo, para o espalhamento Møller [131], mas com o procedimento de modificar o propagador do fóton. No nosso caso, manteríamos o propagados intacto, promovendo alterações apenas nos vértices de interação  $ee\gamma$  e  $eeZ$ .

Uma investigação que permanece bastante atual, viabilizando a obtenção de limites para efeitos de física além do Modelo Padrão na escala dos TeVs, é a busca de assimetria por violação de paridade a partir do espalhamento Møller. No entanto, como os experimentos da área consideram feixes polarizados de elétrons para obter o fator de assimetria  $A_{PV}$  [107, 109], precisaríamos recalculer nossas amplitudes de espalhamento e seções de choque diferenciais sem tomar uma média sobre estados de spin. Os limites experimentais existentes para o fator  $A_{PV}$  poderiam ser utilizados então para limitar nossos parâmetros de VSL.

Finalizando aqui essa tese, esperamos que o material produzido possa ser útil para os que vierem a se interessar pelo tema, em futuras investigações dentro do nosso grupo de pesquisa ou pelo Brasil afora.

# Referências Bibliográficas

- [1] G. P. de Brito, P. I. C. Caneda, Y. M. P. Gomes, J. T. Guaitolini Junior e V. Nikoofard, *Effective models of quantum gravity induced by Planck scale modifications in the covariant quantum algebra*, Adv. High Energy Phys. **2017**, 4768341 (2017).
- [2] J. T. Guaitolini Junior, G. S. Ramos, S. L. da Silva e A. C. Gama, *Avaliação do módulo da aceleração da gravidade com Arduino*, Cad. Bras. Ensino Fís. **33**, 619 (2016).
- [3] S. L. da Silva, J. T. Guaitolini Junior, R. L. da Silva, E. R. Viana e F. F. Leal, *Uma alternativa para ensinar e aprender um processo de difusão simples usando animações no Algodoo*, Cad. Bras. Ensino Fís. **33**, 717 (2016).
- [4] G. P. de Brito, J. T. Guaitolini Junior, D. Kroff, P. C. Malta e C. Marques, *Lorentz violation in simple QED processes*, Phys. Rev. D **94**, 056005 (2016).
- [5] V. A. Kostelecký e N. Russel, *Data tables for Lorentz and CPT violation*, Rev. Mod. Phys. **83**, 11 (2011) arXiv:0801.0287v12 [hep-ph].
- [6] Y. M. P. Gomes e J. T. Guaitolini Junior, *Elastic light-by-light scattering in a non-minimal Lorentz violation scenario*, Phys. Rev. D **99**, 055006 (2019).
- [7] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields*, Cambridge University Press (1995).
- [8] K. A. Olive *et al.*, *Particle Data Group*, Chin. Phys. C **38**, 090001 (2015).
- [9] R. Lehnert, *Spacetime-symmetry violations: motivations, phenomenology, and tests*, Phys. Proc. **17**, 135 (2011).

- [10] O. W. Greenberg, *CPT violation implies violation of Lorentz invariance*, Phys. Rev. Lett. **89**, 231602 (2002).
- [11] M. S. Berger e V. A. Kostelecký. *Supersymmetry and Lorentz violation*, Phys. Rev. D **65**, 091701(R) (2002).
- [12] V. A. Kostelecký e S. Samuel, *Spontaneous breaking of Lorentz symmetry in string theory*, Phys. Rev. D **39**, 683 (1989).
- [13] V. A. Kostelecký e R. Potting, *CPT and strings*, Nucl. Phys. B **359**, 545 (1991).
- [14] I. Mocioiu, M. Pospelov e R. Roiban, *Breaking CPT by mixed non-commutativity*, Phys. Rev. D **65**, 107702 (2002).
- [15] N. E. Mavromatos, *Probing Lorentz violating (stringy) quantum space-time foam*, AIP Conf. Proc. **1196**, 169 (2009).
- [16] N. E. Mavromatos, *Lorentz invariance violation from string theory*, PoS (QG-Ph) **027**, 1 (2007).
- [17] S. Liberati, *Lorentz symmetry breaking: phenomenology and constraints*, J. Phys.: Conf. Series **631**, 012011 (2015).
- [18] V. A. Kostelecký e Z. Li, *Gauge field theories with Lorentz-violating operators of arbitrary dimension*, Phys. Rev. D **99**, 056016 (2019).
- [19] M. D. Seifert, *Constraints and degrees of freedom in Lorentz-violating field theories*, Phys. Rev. D **99**, 045003 (2019).
- [20] D. Colladay e V. A. Kostelecký, *CPT violation and the Standard Model*, Phys. Rev. D **55**, 6760 (1997).
- [21] D. Colladay e V. A. Kostelecký, *Lorentz-violating extension of the Standard Model*, Phys. Rev. D **58**, 116002 (1998).
- [22] D. Mattingly, *Modern tests of Lorentz invariance*, Living Rev. Relativ. **8**, 5 (2005).

- [23] J. B. Albert *et al.* (EXO-200 Collaboration), *First search for Lorentz and CPT violation in double beta decay with EXO-200*, Phys. Rev. D **93**, 072001 (2016).
- [24] O. G. Kharlanov e V. C. Zhukovsky, *Casimir effect within  $D=3+1$  Maxwell- Chern-Simons electrodynamics*, Phys. Rev. D **81**, 025015 (2010).
- [25] M. B. Cruz, E. R. Bezerra de Mello e A. Yu. Petrov, *Fermionic Casimir effect in a field theory model with Lorentz symmetry violation*, Phys. Rev. D **99**, 085012 (2019).
- [26] M. Imran e S. Hershfield, *Exploiting the violation of Lorentz symmetry for the planar Hall effect*, Phys. Rev. B **100**, 041201(R) (2019).
- [27] R. Shaniv *et al.*, *New methods for testing Lorentz invariance with atomic systems*, Phys. Rev. Lett. **120**, 103202 (2018).
- [28] L. Li, X. Li, B. Zhang e L. You, *Enhancing test precision for local Lorentz-symmetry violation with entanglement*, Phys. Rev. A **99**, 042118 (2019).
- [29] R. Bluhm, V. A. Kostelecký e N. Russell, *Searching for Lorentz violation in the ground state of hydrogen*, In: B. N. Kursunoglu, S.L. Mintz e A. Perlmutter (eds), *Quantum gravity, generalized theory of gravitation, and superstring theory-based unification*, Springer (2002).
- [30] H. Belich, T. Costa-Soares, M. M. Ferreira, Jr., J. A. Helayël-Neto e F. M. O. Mouchereck, *Lorentz-violating corrections on the hydrogen spectrum induced by a non-minimal coupling*, Phys. Rev. D **74**, 065009 (2006).
- [31] V. A. Kostelecký e A. J. Vargas, *Lorentz and CPT tests with hydrogen, antihydrogen, and related systems*, Phys. Rev. D **92**, 056002 (2015).
- [32] L. H. C. Borges e F. A. Barone, *Traces of Lorentz symmetry breaking in a hydrogen atom at ground state*, Eur. Phys. J. C **76**, 64 (2016).
- [33] P. A. Bolokhov, M. Pospelov e M. Romalis, *Electric dipole moments as probes of CPT invariance*, Phys. Rev. D **78**, 057702 (2008).

- [34] H. Belich, L. P. Colatto, T. Costa-Soares, J. A. Helayël-Neto e M. T. D. Orlando, *Magnetic moment generation from non-minimal couplings in a scenario with Lorentz-symmetry violation*, Eur. Phys. J. C **62**, 425 (2009).
- [35] M. Haghghat, I. Motie e Z. Rezaei, *Charged lepton electric dipole moment enhancement in the Lorentz violated extension of the Standard Model*, Int. J. Mod. Phys. A **28**, 1350115 (2013).
- [36] Y. V. Stadnik, B. M. Roberts e V. V. Flambaum, *Tests of CPT and Lorentz symmetry from muon anomalous magnetic dipole moment*, Phys. Rev. D **90**, 045035 (2014).
- [37] Y. M. P. Gomes e P. C. Malta, *Laboratory-based limits on the Carroll-Field-Jackiw Lorentz-violating electrodynamics*, Phys. Rev. D **94**, 025031 (2016).
- [38] J. B. Araujo, R. Casana e M. M. Ferreira Jr, *Lorentz-violating contributions to the nuclear Schiff moment and nuclear EDM*, Phys. Rev. D **97**, 055032 (2018).
- [39] V. A. Kostelecký e M. Mewes, *Signals for Lorentz violation in electrodynamics*, Phys. Rev. D **66**, 056005 (2002).
- [40] B. Altschul, *Compton scattering in the presence of Lorentz and CPT violation*, Phys. Rev. D **70**, 056005 (2004).
- [41] R. Casana, M. M. Ferreira, R. V. Maluf e F. E. P. dos Santos, *Effects of a CPT-even and Lorentz-violating nonminimal coupling on the electron-positron scattering*, Phys. Rev. D **86**, 125033 (2012).
- [42] B. Charneski, M. Gomes, R. V. Maluf e A. J. da Silva, *Lorentz violation bounds on Bhabha scattering*, Phys. Rev. D **86**, 045003 (2012).
- [43] E. Lunghi e N. Sherrill, *Lorentz violation and the electron-ion collider*, Phys. Rev. D **98**, 115018 (2018).
- [44] A. F. Santos e F. C. Khanna, *Lorentz violation, Möller scattering and finite temperature*, Adv. High Energy Phys. **2018**, 4596129 (2018).

- [45] P. R. A. Souza, A. F. Santos, S. C. Ulhoa e F. C. Khanna, *On Lorentz violation in  $e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$  scattering at finite temperature*, Phys. Lett. B **791**, 195 (2019).
- [46] V. A. Kostelecký e C. D. Lane, *Constraints on Lorentz violation from clock comparison experiments*, Phys. Rev. D **60**, 116010 (1999).
- [47] A. Kostelecký e A. J. Vargas, *Lorentz and CPT tests with clock-comparison experiments*, Phys. Rev. D **98**, 036003 (2018).
- [48] C. Sanner, N. Huntemann, R. Lange, C. Tamm, E. Peik, M. S. Safronova e S. G. Porsev, *Optical clock comparison test for Lorentz symmetry testing*, Nature **567**, 204 (2019).
- [49] V. A. Kostelecký e M. Mewes, *Lorentz violation and short-baseline neutrino experiments*, Phys. Rev. D **70**, 076002 (2004).
- [50] J. S. Diaz, *Neutrinos as probes of Lorentz invariance*, Adv. High Energy Phys. **2014**, 962410 (2014).
- [51] Y. Huang, H. Li e B.-Q. Ma, *Consistent Lorentz violation features from near-TeV IceCube neutrinos*, Phys. Rev. D **99**, 123018 (2019).
- [52] X. Zhang e B.-Q. Ma, *Testing Lorentz invariance and CPT symmetry using gamma-ray burst neutrinos*, Phys. Rev. D **99**, 043013 (2019).
- [53] T. Katori *et al.* (IceCube Collaboration), *Test of Lorentz violation with astrophysical neutrino flavor in IceCube*, (2019) arXiv:1906.09240 [hep-ph].
- [54] C. A. Argüelles (IceCube Collaboration), *Search for Lorentz violation using high-energy atmospheric neutrinos in IceCube*, (2019) arXiv:1907.04244 [hep-ex].
- [55] S. Coleman e S. L. Glashow, *High-energy tests of Lorentz invariance*, Phys. Rev. D **59**, 116008 (1999).
- [56] A. H. Gomes, V. A. Kostelecký e A. J. Vargas, *Laboratory tests of Lorentz and CPT symmetry with muons*, Phys. Rev. D **90**, 076009 (2014).

- [57] B. Quinn (Muon  $g-2$  Collaboration), *CPT- and Lorentz-violation tests with muon  $g-2$* , (2019) arXiv:1907.00162 [hep-ex].
- [58] C. A. Escobar e A. Martín-Ruiz, *Gravitational searches for Lorentz violation with ultracold neutrons*, Phys. Rev. D **99**, 075032 (2019).
- [59] S. Tizchang, R. Mohammadi e S.-S. Xue, *Probing Lorentz violation effects via a laser beam interacting with a high-energy charged lepton beam*, Eur. Phys. J. C **79**, 224 (2019).
- [60] G. P. de Brito, *Deflexão gravitacional da luz em um cenário com violação da simetria de Lorentz*, Dissertação (mestrado), Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (2016).
- [61] A. Hees *et al.*, *Testing Lorentz symmetry with planetary orbital dynamics*, Phys. Rev. D **92**, 064049 (2015).
- [62] V. A. Kostelecký e M. Mewes, *Astrophysical tests of Lorentz and CPT violation with photons*, Astrophys. J. **689**, L1 (2008).
- [63] A. S. Friedman *et al.*, *Constraints on Lorentz invariance and CPT violation using optical photometry and polarimetry of active galaxies BL Lacertae and S5 B0716+714*, Phys. Rev. D **99**, 035045 (2019).
- [64] F. Kislat, *Searches for Lorentz-violating signals with astrophysical polarization measurements*, (2019) arXiv:1907.06514 [astro-ph.HE].
- [65] Z. Chang, X. Li, H.-N. Lin, Y. Sang, P. Wang e S. Wang, *Constraining Lorentz invariance violation from the continuous spectra of short gamma-ray bursts*, Chin. Phys. C **40**, 045102 (2016).
- [66] H. Abdalla e M. Böttcher, *Lorentz invariance violation effects on gamma-gamma absorption and Compton scattering*, Astrophys. J. **865**, 159 (2018).
- [67] L. A. Anchordoqui e J. F. Soriano, *New test of Lorentz symmetry using ultrahigh-energy cosmic rays*, Phys. Rev. D **97**, 043010 (2018).

- [68] C.-X. Qiu e Z.-G. Dai, *Testing Lorentz violation using propagating UHECRs*, Res. Astron. Astrophys. **9**, 409 (2009).
- [69] V. A. Kostelecký e M. Mewes, *Testing local Lorentz invariance with gravitational waves*, Phys. Lett. B **757**, 510 (2016).
- [70] M. Mewes, *Signals for Lorentz violation in gravitational waves*, Phys. Rev. D **99**, 104062 (2019).
- [71] T. P. Sotiriou, *Detecting Lorentz violations with gravitational waves from black hole binaries*, Phys. Rev. Lett. **120**, 041104 (2018).
- [72] P. R. S. Carvalho e M. I. Sena-Junior, *Critical properties of scalar field theory with Lorentz violation: Exact treatment of Lorentz-violating mechanism*, Ann. Phys. **387**, 290 (2017).
- [73] L. H. C. Borges e F. A. Barone, *Field sources in a CPT-even Lorentz-violation Maxwell electrodynamics*, Brazilian J. Phys. **49**, 571 (2019).
- [74] L. H. C. Borges, F. A. Barone e A. F. Ferrari, *The point-charge self-energy in a nonminimal Lorentz-violating Maxwell electrodynamics*, Europhy. Lett. **122**, 31002 (2018).
- [75] A. J. G. Carvalho, A. F. Ferrari, A. M. de Lima, J. R. Nascimento e A. Yu. Petrov, *Perturbative generation of photon Lorentz violating terms from a pseudo-tensor Lorentz-breaking extension of QED*, Nucl. Phys. B **942**, 393 (2019).
- [76] R. Turcati e E. Scatena, *Magnetic monopoles in Lorentz-violating electrodynamics*, Phys. Lett. B **786**, 332 (2018).
- [77] R. Kamand, B. Altschul e M. R. Schindler, *Hadronic Lorentz violation in chiral perturbation theory including the coupling to external fields*, Phys. Rev. D **97**, 095027 (2018).

- [78] B. Altschul e M. R. Schindler, *The Lorentz- and CPT-violating Standard Model extension in chiral perturbation theory*, (2019) arXiv:1907.02490 [hep-ph].
- [79] R. L. L. Vitória e H. Belich, *A central potential with a massive scalar field in a Lorentz symmetry violation environment*, Adv. High Energy Phys. **2019**, 1248393 (2019).
- [80] D. Colladay, J. P. Noordmans e R. Potting, *CPT and Lorentz violation in the photon and Z-boson sector*, Symmetry **9**, 248 (2017).
- [81] K. Bakke, E. O. Silva e H. Belich, *He-McKellar-Wilkens effect and scalar Aharonov-Bohm effect for a neutral particle based on the Lorentz symmetry violation*, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **39**, 055004 (2012).
- [82] P. A. Bolokhov, M. Pospelov e M. Romalis, *Electric dipole moments as probes of CPT invariance*, Phys. Rev. D **78**, 057702 (2008).
- [83] M. Pospelov e A. Ritz, *Electric dipole moments as probes of new physics*, Ann. Phys. **318**, 119 (2005).
- [84] B. Charneski, M. Gomes, R. V. Maluf e A. J. da Silva, *Lorentz violation bounds on Bhabha scattering*, Phys. Rev. D **86**, 045003 (2012).
- [85] M. Schreck, *Classical Lagrangians for the nonminimal Standard-Model extension at higher orders in Lorentz violation*, Phys. Lett. B **793**, 70 (2019).
- [86] J. R. Nascimento, A. Yu. Petrov e C. M. Reyes, *Renormalization in nonminimal Lorentz-violating field theory*, (2019) arXiv:1907.01621 [hep-ph].
- [87] J. D. Bjorken e S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics*, McGraw-Hill Book Company (1964).
- [88] W. Heisenberg e H. Euler, *Folgerungen aus der Diracschen theorie des positrons*, Z. Phys. **98**, 714 (1936).
- [89] H. Euler, *Über die streuung von licht an licht nach der Diracschen theorie*, Ann. Phys. **26**, 398 (1936).

- [90] J. F. Donoghue, *General relativity as an effective field theory: The leading quantum corrections*, Phys. Rev. D **50**, 3874 (1994).
- [91] J. F. Donoghue, *The ideas of gravitational effective field theory*, (1994) arXiv:9409143 [hep-th].
- [92] C. M. Will, *Was Einstein right?*, Ann. Phys. **15**, 19 (2005).
- [93] E. Fermi, *Tentativo di una teoria dei raggi  $\beta$* , Nuovo Cim. **11**, 1 (1934).
- [94] S. L. Glashow, *Partial-symmetries of weak interactions*, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961).
- [95] J. Goldstone, A. Salam e S. Weinberg, *Broken symmetries*, Phys. Rev. **127**, 965 (1962).
- [96] M. Born, *On the quantum theory of the electromagnetic field*, Proc. R. Soc. London A **143**, 410 (1934).
- [97] M. Born e L. Infeld, *Foundations of the new field theory*, Proc. R. Soc. Lond. A **144**, 425 (1934).
- [98] O. Halpern, *Scattering processes produced by electrons in negative energy states*, Phys. Rev. **44**, 855 (1933).
- [99] R. V. Maluf, A. A. Araújo Filho, W. T. Cruz e C. A. S. Almeida, *Antisymmetric tensor propagator with spontaneous Lorentz violation*, Europhys. Lett. **124**, 61001 (2018).
- [100] S. T. Thornton e J. B. Marion, *Classical Dynamics of Particles and Systems*, Thomson Brooks/Cole (2003).
- [101] H. Belich, T. Costa-Soares, M. A. Santos e M. T. D. Orlando, *Violação da simetria de Lorentz*, Rev. Bras. Ensino Fís. **29**, 57 (2007).
- [102] P. C. Malta, *Potenciais dependentes de spin, axion-like particles e violação da simetria de Lorentz: fenomenologia de cenários além do Modelo Padrão na fronteira*

- de baixas energias da física*, Tese (doutorado), Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (2017).
- [103] R. Bluhm, V. A. Kostelecký, C. D. Lane e N. Russell, *Clock-comparison tests of Lorentz and CPT symmetry in space*, Phys. Rev. Lett. **88**, 090801 (2002).
- [104] R. Bluhm, V. A. Kostelecký, C. D. Lane e N. Russell, *Probing Lorentz and CPT violation with space-based experiments*, Phys. Rev. D **68**, 125008 (2003).
- [105] C. Møller, *Zur theorie des durchgangs schneller elektronen durch materie*, Ann. Phys. **14**, 531 (1932).
- [106] P. L. Anthony *et al.* (SLAC E158 Collaboration), *Precision measurement of the weak mixing angle in Moller scattering*, Phys. Rev. Lett. **95**, 081601 (2005).
- [107] J. Benesch *et al.* (The MOLLER Collaboration), *The MOLLER experiment: An ultra-precise measurement of the weak mixing angle using Møller scattering*, (2014) arXiv:1411.4088 [nucl-ex].
- [108] G. Alexander e I. Cohen, *Møller scattering polarimetry for high energy  $e^+e^-$  linear colliders*, Nucl. Instrum. Meth. Phys. A **486**, 552 (2002).
- [109] J. A. Magee *et al.*, *A novel comparison of Møller and Compton electron-beam polarimeters*, Phys. Lett. B **766**, 339 (2017).
- [110] O. O. Sobol, *Electrical conductivity of hot Abelian plasma with scalar charge carriers*, (2019) arXiv:1905.08190 [hep-ph].
- [111] K. S. Kumar, E. W. Hughes, R. Holmes e P. A. Souder, *Precision low energy weak neutral current experiments*, Mod. Phys. Lett. A **10**, 2979 (1995).
- [112] J. L. Feng, *Physics at  $e^-e^-$  colliders*, Int. J. Mod. Phys. A **15**, 2355 (2000).
- [113] B. Meirose e A. J. Ramalho, *Virtual bilepton effects in polarized Møller scattering*, Phys. Rev. D **73**, 075013 (2006).

- [114] W.-F. Chang, J. N. Ng e J. M. S. Wu, *Exploring nonsupersymmetric new physics in polarized Møller scattering*, Phys. Rev. D **79**, 055016 (2009).
- [115] L. Ye, P. Frank, e S. Quackenbush, *Reconstructing a  $Z'$  Lagrangian using the LHC and low-energy data*, Phys. Rev. D **80**, 055018 (2009).
- [116] I. Sahin e B. Sahin, *Unparticle physics in the Moller scattering*, Eur. Phys. J. C **55**, 325 (2008).
- [117] T. G. Rizzo, *Tests of low scale quantum gravity in  $e^-e^-$  and  $\gamma\gamma$  collisions*, (1999) arXiv:9907401 [hep-ph].
- [118] P. K. Das, N. G. Deshpande e G. Rajasekaran, *Møller and Bhabha scattering in the noncommutative standard model*, Phys. Rev. D **77**, 035010 (2008).
- [119] F. Cuypers e P. Gambino, *Polarization and the weak mixing angle in high energy  $e^+e^-$  collisions*, Phys. Lett. B **388**, 211 (1996).
- [120] A. Czarnecki e W. J. Marciano, *Parity violating asymmetries at future lepton colliders*, Int. J. Mod. Phys. A **18**, 2235 (1998).
- [121] P. L. Anthony *et al.* (SLAC E158 Collaboration), *Observation of parity nonconservation in Møller scattering*, Phys. Rev. Lett. **92**, 181602 (2004).
- [122] A. Aleksejevs, S. Barkanova, A. Ilyichev e V. Zykunov, *Electroweak radiative corrections for polarized Møller scattering at the future 11 GeV JLab experiment*, Phys. Rev. D **82**, 093013 (2010).
- [123] A. Aleksejevs, S. Barkanova, Y. Kolomensky, E. Kuraev e V. Zykunov, *High-precision calculations of electroweak radiative corrections for polarized Moller scattering at one loop and beyond*, Nuovo Cim. C **35N04**, 192 (2012).
- [124] J. Mammei *et al.* (MOLLER Collaboration), *The MOLLER Experiment*, Nouvo Cim. C **35N04**, 203 (2012).

- [125] A. Groshev e E. R. Poppitz, *Electron bound states in (2+1)D QED with Chern-Simons term*, Phys. Lett. B **235**, 336 (1990).
- [126] H. O. Girotti *et al.*, *Attractive forces between electrons in (2+1)-dimensional QED*, Phys. Rev. Lett. **69**, 2623 (1992).
- [127] M. M. Ferreira Jr., *Low-energy Möller scattering in a Maxwell-Chern-Simons Lorentz-violating model*, Phys. Rev. D **70**, 045013 (2004).
- [128] M. M. Ferreira Jr., *Electron-electron interaction in a Maxwell-Chern-Simons model with a purely spacelike Lorentz-violating background*, Phys. Rev. D **71**, 045003 (2005).
- [129] H. R. Christiansen, O. M. Del Cima, M. M. Ferreira Jr e J. A. Helayël-Neto, *Low-energy electron-electron bound states in planar QED*, (2000) arXiv:0011293 [hep-th].
- [130] H. Belich, O. M. Del Cima, M. M. Ferreira Jr. e J. A. Helayël-Neto, *Electron-electron attractive interaction in Maxwell-Chern-Simons QED<sub>3</sub> at zero temperature*, Int. J. Mod. Phys. A **16**, 4939 (2001).
- [131] H. Fu e R. Lehnert, *Møller scattering and Lorentz-violating Z bosons*, Phys. Lett. B **762**, 33 (2016).
- [132] D. J. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, Wiley-VCH (2008).
- [133] H. H. Patel, *Package-X: A Mathematica package for the analytic calculation of one-loop integrals*, Comput. Phys. Commun. **197**, 276 (2015).
- [134] M. M. Ferreira Jr. e M. S. Tavares, *Nonrelativistic electron-electron interaction in a Maxwell-Chern-Simons-Proca model endowed with a timelike Lorentz-violating background*, Int. J. Mod. Phys. A **22**, 1685 (2007).
- [135] M. Derrick *et al.*, *Experimental study of the reactions  $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+$  and  $e^-e^+ \rightarrow \gamma\gamma$  at 29 GeV*, Phys. Rev. D **34**, 3286 (1986).

- [136] W. C. Barber, B. Gittelman, G. K. O'Neill e B. Richter, *Wide angle electron-electron scattering on the Princeton-Stanford storage rings*, 5th International Conference On High-Energy Accelerators (HEACC 65), 266 (1965)
- [137] W. C. Barber, G. K. O'Neill, B. Gittelman e B. Richter, *Test of quantum electrodynamics by electron-electron scattering*, Phys. Rev. D **3**, 2796 (1971).
- [138] D. Colladay e V. A. Kostelecký, *Cross sections and Lorentz violation*, Phys. Lett. B **511**, 209 (2001).
- [139] O. Klein e Y. Nishina, *Über die streuung von strahlung durch freie elektronen nach der neuen relativistischen quantendynamik von Dirac*, Z. Phys. **52**, 853 (1929).
- [140] F. Mandl e G. Shaw, *Quantum Field Theory*, Wiley & Sons (2010).
- [141] B. Altschul, *Compton scattering in the presence of Lorentz and CPT violation*, Phys. Rev. D **70**, 056005 (2004).
- [142] P. Mohanmurthy, D. Dutta e A. Narayan, *Test of Lorentz invariance from Compton scattering*, (2015) arXiv:1509.08297 [nucl-ex].
- [143] G. Montagna, O. Nicosini e F. Piccinini, *Precision physics at LEP*, Riv. Nuovo Cim. **21N09**, 1 (1998).
- [144] K. Abe *et al.* (SLD Collaboration), *Polarized Bhabha scattering and a precision measurement of the electron neutral current couplings*, Phys. Rev. Lett. **74**, 2880 (1995).
- [145] I. Bozovic-Jelisavcic, S. Lukic, M. Pandurovic e I. Smiljanic, *Precision luminosity measurement at ILC*, (2014) arXiv:1403.7348 [physics.acc-ph].
- [146] S. Dutta, P. Konar, B. Mukhopadhyaya e S. Raychaudhuri, *Bhabha scattering with radiated gravitons at linear colliders*, Phys. Rev. D **68**, 095005 (2003).
- [147] R. Bufalo, *On the Bhabha scattering for  $z=2$  Lifshitz QED*, Int. J. Mod. Phys. A **30**, 1550086 (2015).

- [148] R. Marshall, *Electron-positron annihilation at high energies*, Rep. Prog. Phys. **52**, 1329 (1989).
- [149] R. Casana, M. M. Ferreira Jr., R. V. Maluf e F. E. P. dos Santos, *Effects of a CPT-even and Lorentz-violating nonminimal coupling on electron-positron scattering*, Phys. Rev. D **86**, 125033 (2012).
- [150] M. Deutsch, *Evidence for the formation of positronium in gases*, Phys. Rev. **82**, 455 (1951).
- [151] S. G. Karshenboim, *Precision study of positronium: testing bound state QED theory*, Int. J. Mod. Phys. A **19**, 3879 (2004).
- [152] K. Melnikov e A. Yelkhovsky,  *$O(\alpha^3 \ln \alpha)$  corrections to positronium decay rates*, Phys. Rev. D **62**, 116003 (2000).
- [153] B. A. Kniehl e A. A. Penin, *Order  $\alpha^3 \ln(1/\alpha)$  corrections to positronium decays*, Phys. Rev. Lett. **85**, 1210 (2000).
- [154] A. H. Al-Ramadhan e D. W. Gidley, *New precision measurement of the decay rate of singlet positronium*, Phys. Rev. Lett. **72**, 1632 (1994).
- [155] S. Asai *et al.*, *Precision measurements of positronium decay rate and energy level*, AIP Conf. Proc. **1037**, 43 (2008).
- [156] G. S. Adkins, *Search for CP and CPT violation in positronium decay*, In: V. A. Kostelecký (ed), *Proceedings of the fifth meeting on CPT and Lorentz symmetry*, World Scientific (2012).
- [157] C. G. Parthey *et al.*, *Improved measurement of the hydrogen 1S-2S transition frequency*, Phys. Rev. Lett. **107**, 203001 (2011).
- [158] M. Schreck, *Analysis of the consistency of parity-odd nonbirefringent modified Maxwell theory*, Phys. Rev. D **86**, 065038 (2012).

- [159] S. M. Carroll, G. B. Field e R. Jackiw, *Limits on Lorentz- and parity-violating modification of electrodynamics*, Phys. Rev. D **41**, 1231 (1990).
- [160] J. B. Araujo, R. Casana e M. M. Ferreira Jr., *Constraining CPT-even and Lorentz-violating nonminimal couplings with the electron magnetic and electric dipole moments*, Phys. Rev. D **92**, 025049 (2015).
- [161] R. D. Peccei, *The strong CP problem and axions*. In: M. Kuster, G. Raffelt e B. Beltrán (eds), *Axions: theory, cosmology, and experimental searches*, Springer (2008).
- [162] S. M. Carroll, W. H. Press e E. L. Turner, *The cosmological constant*, Annu. Rev. Astron. Astrophys. **30**, 499 (1992).
- [163] H. E. Haber e G. L. Kane, *The search for supersymmetry: Probing physics beyond the Standard Model* Phys. Rep. **117**, 75 (1985).
- [164] A. H. Chamseddine, R. Arnowitt e P. Nath, *Locally supersymmetric grand unification*, Phys. Rev. Lett. **49**, 970 (1982).
- [165] P. A. M. Dirac, *The quantum theory of the electron*, Proc. R. Soc. A **117**, 610 (1928).
- [166] P. A. M. Dirac, *The quantum theory of the electron. Part II* Proc. R. Soc. A **118**, 351 (1928).
- [167] C. D. Anderson, *The positive electron*, Phys. Rev. **43**, 491 (1933).
- [168] J. H. Hubbell, *Electron-positron pair production by photons: A historical overview*, Radiat. Phys. Chem. **75**, 614 (2006).
- [169] R. Karplus e M. Neumann, *Non-linear interactions between electromagnetic fields*, Phys. Rev. **80**, 380 (1950).
- [170] R. Karplus e M. Neuman, *The scattering of light by light*, Phys. Rev. **83**, 776 (1951).
- [171] B. De Tollis, *Dispersive approach to photon-photon scattering*, Nuovo Cim. **32**, 757 (1964).

- [172] B. De Tollis, *The scattering of photons by photons*, Nuovo Cim. **35**, 1182 (1965).
- [173] V. Costantini, B. De Tollis e G. Pistoni, *Nonlinear effects in quantum electrodynamics*, Nuovo Cim. A **2**, 733 (1971).
- [174] L. Meitner, H. Kösters (e M. Delbruck), *Über die streuung kurzwelliger  $\gamma$ -strahlen*, Z. Phys. **84**, 137 (1933).
- [175] V. N. Baier, V. S. Fadin, V. M. Katkov e E. A. Kuraev, *Photon splitting into two photons in a Coulomb field*, Phys. Lett. B **49**, 385 (1974).
- [176] G. Jarlskog *et al.*, *Measurement of Delbrück scattering and observation of photon splitting at high energies*, Phys. Rev. D **8**, 3813 (1973).
- [177] P. Papatzacos e K. Mork, *Delbrück scattering calculations*, Phys. Rev. D **12**, 206 (1975).
- [178] M. Schumacher, I. Borchert, F. Smend e P. Rullhusen, *Delbrück scattering of 2.75 MeV photons by lead*, Phys. Lett. B **59**, 134 (1975).
- [179] A. M. Johannessen, K. J. Mork e I. Øverbø, *Photon-splitting cross sections*, Phys. Rev. D **22**, 1051 (1980).
- [180] S. Z. Akhmadaliev *et al.*, *Experimental investigation of high-energy photon splitting in atomic fields*, Phys. Rev. Lett. **89**, 061802 (2002).
- [181] R. N. Lee, A. L. Maslennikov, A. I. Milstein, V. M. Strakhovenko e Yu. A. Tikhonov, *Photon splitting in atomic fields*, Phys. Rep. **373**, 213 (2003).
- [182] V.A. Kostelecký e A. G. M. Pickering, *Vacuum photon splitting in Lorentz-violating quantum electrodynamics*, Phys. Rev. Lett. **91**, 031801 (2003).
- [183] ATLAS Collaboration, *Evidence for light-by-light scattering in heavy-ion collisions with the ATLAS detector at the LHC*, Nature Phys. **13**, 852 (2017).

- [184] CMS Collaboration, *Evidence for light-by-light scattering and searches for axion-like particles in ultraperipheral PbPb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$  TeV*, (2018) arXiv:1810.04602 [hep-ex].
- [185] X.-D. Jiang e X.-J. Zhou, *Calculation of the polarization tensors of  $Z \rightarrow 3\gamma$  and  $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$  via W-boson loops in the Standard Model*, Phys. Rev. D **47**, 214 (1993).
- [186] V. B. Beretetskii, E. M. Lifshitz e L. P. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics*, Pergamon Press (1982).
- [187] K. O. Mikaelian, *Detection of elastic light-by-light scattering at SLAC*, Phys. Lett. B **115**, 267 (1982).
- [188] F. Moulin, D. Bernard e F. Amiranoff, *Photon-photon elastic scattering in the visible domain*, Z. Phys. C **72**, 607 (1996).
- [189] D. Bernard *et al.*, *Search for stimulated photon-photon scattering in vacuum*, Eur. Phys. J. D **10**, 141 (2000).
- [190] T. Inada *et al.*, *Search for photon-photon elastic scattering in the X-ray region*, Phys. Lett. B **732**, 356 (2014).
- [191] T. Yamaji *et al.*, *An experiment of X-ray photon-photon elastic scattering with a Laue-case beam collider*, Phys. Lett. B **763**, 454 (2016).
- [192] D. d'Enterria e G. G. da Silveira, *Observing light-by-light scattering at the Large Hadron Collider*, Phys. Rev. Lett. **111**, 080405 (2013).  
Errata: Phys. Rev. Lett. **116**, 129901 (2016).
- [193] M. Klusek-Gawenda, P. Lebiedowicz e A. Szczurek, *Light-by-light scattering in ultraperipheral Pb-Pb collisions at energies available at the CERN Large Hadron Collider*, Phys. Rev. C **93**, 044907 (2016).
- [194] A. Szczurek, M. Klusek-Gawenda, P. Lebiedowicz e W. Schäfer, *New results for ultraperipheral heavy ion collisions*, AIP Conf. Proc. **1819**, 070004 (2017).

- [195] S. R. Klein, *Ultra-peripheral collisions and hadronic structure*, Nucl. Phys. A **967**, 249 (2017).
- [196] H. Dehmelt, *Radiofrequency spectroscopy of stored ions I: storage*, Adv. Atomic Mol. Phys. **3**, 53 (1968).
- [197] Y. Ding e V. A. Kostelecký, *Lorentz-violating spinor electrodynamics and Penning traps*, Phys. Rev. D **94**, 056008 (2016).
- [198] Y. Ding, *Comparative Penning-trap tests of Lorentz and CPT symmetry*, (2019) arXiv:1906.04364 [hep-ph].
- [199] P. N. Akmansoy e L. G. Medeiros, *Constraining nonlinear corrections to Maxwell electrodynamics using  $\gamma\gamma$  scattering*, Phys. Rev. D **99**, 115005 (2019).
- [200] J. Aldins, T. Kinoshita, S. J. Brodsky e A. J. Dufner, *Photon-photon scattering contribution to the sixth-order magnetic moment of the muon*, Phys. Rev. Lett. **23**, 441 (1969).
- [201] M. A. Samuel, *Photon-photon scattering contribution to the anomalous magnetic moment of the muon*, Phys. Rev. D **45**, 2168 (1992).
- [202] A. Guevara, P. Roig e J. J. Sanz-Cillero, *Pseudoscalar pole light-by-light contributions to the muon ( $g-2$ ) in resonance chiral theory*, J. High Energ. Phys. **2018**, 160 (2018).
- [203] L. Cappiello, O. Catà e G. D'Ambrosio, *The hadronic light by light contribution to the  $(g-2)_\mu$  with holographic models of QCD*, Phys. Rev. D **83**, 093006 (2011).
- [204] N. Asmussen *et al.*, *Hadronic light-by-light scattering contribution to the muon  $g-2$  on the lattice*, EPJ Web Conf. **179**, 01017 (2018).
- [205] D. Bernard, *On the potential of light-by-light scattering for invisible axion detection*, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **72**, 201 (1999).

- [206] S. Knapen, T. Lin, H. K. Lou e T. Melia, *Searching for axionlike particles with ultraperipheral heavy-ion collisions*, Phys. Rev. Lett. **118**, 171801 (2017).
- [207] C. Baldenegro, S. Fichet, G. von Gersdorff e C. Royon, *Searching for axion-like particles with proton tagging at the LHC*, J. High Energ. Phys. **2018**, 131 (2018).
- [208] T. Binoth, E. W. N. Glover, P. Marquard e J. J. van der Bij, *Two-loop corrections to light-by-light scattering in supersymmetric QED*, J. High Energ. Phys. **2002**, 060 (2002).
- [209] S. R. Klein, *Ultra-peripheral collisions and hadronic structure*, Nucl. Phys. A **967**, 249 (2017).
- [210] E. O. Andrade Segundo, *Produção de mésons vetoriais em colisões ultra-periféricas com o código de Monte Carlo CRISP*, Tese (doutorado), Universidade de São Paulo (2015).
- [211] C. A. Bertulani, S. R. Klein e J. Nystrand, *Physics of ultra-peripheral nuclear collisions*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **55**, 271 (2005).
- [212] G. Baur, K. Hencken e D. Trautmann, *Electron-positron pair production in ultrarelativistic heavy ion collisions*, Phys. Rep. **453**, 1 (2007).
- [213] T. Csörgő, S. Hegyi e W. Kittel (eds), *XXX international symposium on multiparticle dynamics: from  $e^+e^-$  to heavy ion collisions*, World Scientific (2000).
- [214] A. J. Baltz, *Evidence for higher order QED effects in  $e^+e^-$  pair production at the BNL Relativistic Heavy Ion Collider*, Phys. Rev. Lett. **100**, 062302 (2008).
- [215] J. Adams *et al.* (STAR Collaboration), *Production of  $e^+e^-$  pairs accompanied by nuclear dissociation in ultraperipheral heavy-ion collisions*, Phys. Rev. C **70**, 031902(R) (2004).
- [216] V. P. Gonçalves, F. S. Navarra e D. Spiering, *Probing saturation physics in the real Compton scattering at ultraperipheral pPb collisions*, Phys. Lett. B **774**, 189 (2017).

- [217] G. O. V. de Barros, *Proposta de novos observáveis para jatos reconstruídos em colisões entre íons pesados relativísticos*, Tese (doutorado), Universidade de São Paulo (2013).
- [218] J. B. Araujo, R. Casana e M. M. Ferreira Jr., *General CPT-even dimension-five nonminimal couplings between fermions and photons yielding EDM and MDM*, Phys. Lett. B **760**, 302 (2016).
- [219] V. M. Abazov *et al.* (The D0 Collaboration), *Search for violation of Lorentz invariance in top quark pair production and decay*, Phys. Rev. Lett. **108** 261603 (2012).
- [220] J. I. Aranda, F. Ramírez-Zavaleta, F. J. Tlachino, J. J. Toscano e E. S. Tututi, *Lorentz-violating effects on pair production of W bosons in photon collisions*, Int. J. Mod. Phys. A **29**, 1450180 (2014).