Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações

Tese de Doutorado

Violação da Simetria de Lorentz e Supergravidade 5 Dimensional como Possíveis Fontes de Física Além do Modelo Padrão

Yuri Müller Plumm Gomes

Rio de Janeiro, Setembro de 2019

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações

Violação da Simetria de Lorentz e Supergravidade 5 Dimensional como Possíveis Fontes de Física Além do Modelo Padrão

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Doutor em Física.

Orientador: Prof. Dr. José Abdalla Helayël-Neto

Rio de Janeiro, Agosto de 2019

"VIOLAÇÃO DA SIMETRIA DE LORENTZ E SUPERGRAVIDADE 5 DIMENSIONAL COMO POSSÍVEIS FONTES ALÉM DO MODELO PADRÃO"

YURI MÜLLER PLUMM GOMES

Tese de Doutorado em Física apresentada no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas do Ministério da Ciência Tecnologia e Inovação. Fazendo parte da banca examinadora os seguintes professores:

José Abdalla Helayel Neto – Presidente/Orientador/CBPF

Alfonso Ballon Bayona - UFRJ

Marcelo Santos Guimarães - UERJ

Felipe Tovar Falciano - CBPF

Gabriel Santos Menezes - CBPF

Rio de Janeiro, 27 de setembro de 2019.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Marco e Dorian, e a minha irmã, Lisiane, pelo apoio incondicional que me deram para que eu chegasse até aqui.

Ao Professor Helaÿel, por ter me acolhido enquanto orientado e confiado em mim para contribuir com o querido PVNC. Também como um exemplo de docente que se preocupa com o próximo e que está sempre disposto a ajudar.

A minha família, em especial minhas avós Dalila e Dóra, pelo apoio e preocupação. Aos meus grandes amigos, André, Fernando, Felipe, Gustavo, Helienai, Hamilton, Igor, Leandro, Leonel, Luiz Henrique, Michael e Rene, pelas inúmeras histórias juntos. Um agradecimento especial para minha parceira de todos os momentos Lorena. Aos meus colegas de sala, que tive o prazer de conhecer quando cheguei ao Rio de Janeiro, Célio, Fábio, Gregório, Pedro, Philipe, Judismar, Vahid, Carlos, Luis e a todos os outros tantos colegas do CBPF, muito obrigado pela companhia, troca de ideias, cafés e risadas.

Um agradecimento especial para os professores de graduação Alexandre Tadeu, Daniel e Winder, de Viçosa (UFV), por terem acreditado em mim na graduação quando nem eu acreditava. Sem vocês eu não estaria aqui. Aos queridos professores Sebastião, Sergio e Emil (CBPF).

Ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, que me propiciou as condições necessárias para que este trabalho pudesse ser realizado. Ao CNPq, pelo apoio Financeiro.

" Não se pode pretender transformar o mundo radicalmente sem armar-se de um conhecimento que sustente a possibilidade, a necessidade e os caminhos dessa transformação."

IVO TONET

Resumo

Mostraremos nesta tese as minhas principais contribuições durante o doutorado para o estudo de possíveis extensões do Modelo Padrão, além das razões nas quais o tema de pesquisa deste doutorado se baseou na busca por extensões para o Modelo Padrão, como a violação da simetria de Lorentz e supergravidade em dimensões extras.

Partindo do fato de que o Modelo Padrão é, apesar do seu grande sucesso, incapaz de explicar por completo a fenomenologia da Física de partículas, consideraremos duas frentes de investigação. A primeira é analisar algumas extensões do Modelo Padrão com a introdução da violação da simetria de Lorentz. Em especial, exploraremos um setor específico onde um campo vetorial adquire valor esperado no vácuo não-nulo. Este vetor de fundo pode se acoplar com as correntes do Modelo Padrão mínima ou não-minimamente e, a principio, poderia gerar contribuições para a violação de da simetria Carga-Paridade (CP) ou até mesmo a violação da simetria CPT.

O segundo fronte segue no sentido de estudar um modelo de supersimetria local, recentemente proposto onde não há o aparecimento do chamado gravitino, partícula que seria o parceiro supersimétrico do graviton. Neste contexto propomos a investigação desse tipo de supersimetria em 5 dimensões, e baseados na relação conhecida entre férmions em 5 dimensões e violação de CP.

Em ambos os casos obtivemos resultados relevantes. No caso da análise da violação de Lorentz analisamos possíveis contribuições dos parâmetros chamados mínimos e investigamos possíveis implicações dos termos não-mínimos. A partir de um modelo não-mínimo que generaliza para o setor eletro-fraco o termo também obtivemos bounds para os parâmetros do caso tipo-tempo. No modelo supersimétrico encontramos soluções para os campos bosônicos e fermiônicos e mostramos que o modelo sofre do mesmo problema de localização dos modelos de férmions em 5 dimensões.

Palavras-chave: Modelo padrão, Simetria de Lorentz, Supergravidade.

Abstract

In this thesis we will show my main contributions during the PhD to the study of possible extensions of the Standard Model, as well as the reasons why the research theme of this doctorate was based on the search for extensions to the Standard Model, such as the violation of Lorentz Symmetry and Supergravity in extra dimensions.

Based on the fact that the Standard Model is, despite its great success, unable to fully explain the phenomenology of Particle Physics, we consider two fronts of investigation. The first is to analyze some extensions of the Standard Model with the introduction of Lorentz symmetry violation. In particular, we explore specific sectors where a vector field acquires expected value in the nonzero vacuum. This background vector can be coupled with the Standard Model currents minimally or non-minimally and, in principle, could make contributions to the Charge-Parity (CP) symmetry violation or even to CPT symmetry violation.

The second front was to study a recently proposed local supersymmetry model where there is no appearance of the so-called gravitino, a particle that would be the supersymmetric partner of graviton. In this context we propose the investigation of this type of 5-dimensional supersymmetry, based on the known relationship between 5-dimensional fermions and CP violation.

In both cases we got relevant results. In the case of the Lorentz violation analysis we look at possible contributions of the so-called minimum parameters and investigated possible implications of the non-minimum terms. From a non-minimal model that generalizes to the electro-weak sector the non-minimal QED term we also get bounds for the time-type case parameters. In the supersymmetric model we find solutions for the bosonic and fermionic fields and we show that the model suffers from the same localization problem of the 5 dimensional fermion models.

Keywords: Standard Model, Lorentz symmetry, Supergravity.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Conteúdo

Capítulo 1

Contextualização e Apresentação

As interações forte, fracas e eletromagnéticas são descritas microscopicamente com alta precisão por campos quânticos relativísticos que interagem em um espaço de Minkowski, que por definição é estático e plano. Estes campos são apenas definidos sobre o espaço-tempo, eles são completamente distintos do espaço-tempo, que por sua vez não é afetado por eles. Já as interações gravitacionais, ao contrário, modificam a estrutura geométrica do espaço-tempo, e não são representadas por campos, mas pela dinâmica da própria geometria. [1]

A teoria de campos que descreve as interações forte, fraca a eletromagnética é chamada de Modelo Padrão (MP). Ela é uma teoria de Auge, e suas interações se manifestam por via de trocas de Bósons de Auge, os glúons (g), os bósons $W^{\pm}$, Z e o fóton (γ). A matéria fermiônica é formada por léptons e quarks, com sua correspondente anti-matéria. Uma quebra espontânea de simetria é responsável pela geração de massa para os bósons da interação fraca e para todos os férmions, além do aparecimento de um bóson escalar, o bóson de Higgs. O MP é uma das teorias mais bem sucedidas na física moderna, com alta precisão experimental. O exemplo mais conhecido do poder de precisão do MP é o chamado momento magnético anômalo do elétron, cuja precisão entre teoria e experimento é verificada em 12 casas decimais [2].

Apesar do grande sucesso do MP, hoje temos fortes indícios de que ele não deve ser considerado uma teoria fundamental. Falhas na explicação de fenômenos como a expansão do universo (o problema da constante cosmológica, que diverge do predito em mais de 120 ordens de grandeza), o problema da hierarquia (correções quânticas para a massa do bóson de Higgs muito maiores do que a massa medida experimentalmente) e o problema de violação da simetria de Carga-Paridade (CP) no setor forte são exemplos do esgotamento do MP fornecer uma descrição acurada da física de partículas.

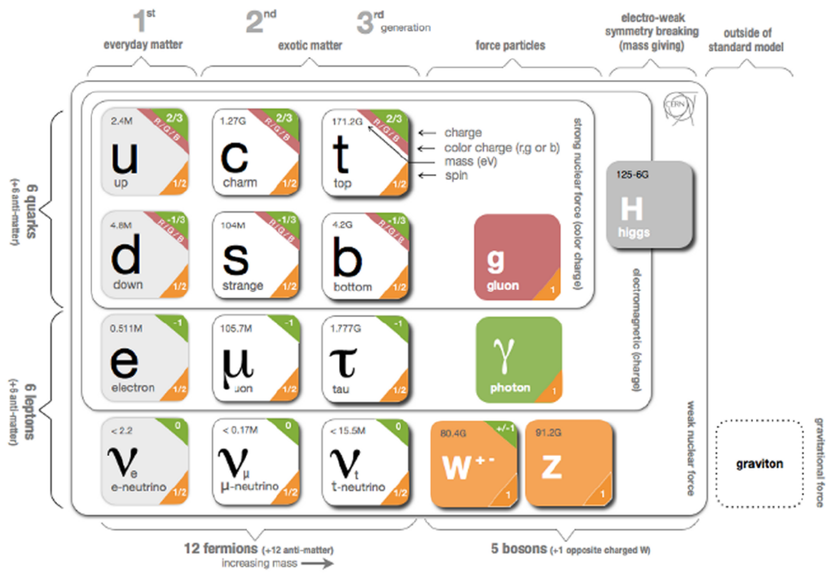

Figura 1.1: Representação das partículas do Modelo Padrão [3].

Além disso, enquanto 3/4 da física moderna são descritas pela teoria quântica de campos, de estrutura geométrica rígida, o espaço-tempo, nos sobra 1/4 que necessita de uma descrição microscópica da sua dinâmica. Para contornar esta situação, parece apropriado tentar entender os princípios geométricos da Relatividade Geral (RG) para a microfísica, na tentativa de se obter alguma medida direta e, se possível, uma comparação entre a gravidade e as outras interações fundamentais. Para este objetivo deve se notar que na RG a matéria é representada pelo tensor energia-momento, no qual provém a descrição da distribuição da densidade de matéria sobre o espaço-tempo. Em outras palavras, o conceito de massa-energia, na RG, é suficiente para definir todas as propriedades dos corpos macroscópicos clássicos. [1]

Porém, analisando a nível microscópico, vemos que a matéria é formada por partículas elementares, ou seja, representações do grupo de Poincaré, e por isto são caracterizadas por sua massa e seu spin. Ambos, a nível microscópico, são características independentes, logo assim como distribuições de massa são descritas pelo tensor de energia-momento, a densidade de spin, em uma teoria de campos, é descrita pelo tensor de densidade de spin. No interior de corpos macroscópicos, os spins das partículas que o compõem são, em geral, orientados de forma aleatória, de forma que o spin resultante médio se anula. O tensor de densidade de spin de anula, e como consequência o tensor de energia momento é suficiente para caracterizar a dinâmica da matéria macroscópica, e a geometria Riemanniana é suficiente para descrever as interações gravitacionais. [1]

A um nível microscópico, portanto, o tensor de energia-momento sozinho não é capaz de descrever a matéria completamente. Da mesma forma que a massa e a curvatura se correlacionam, a densidade de spin deve estar relacionada com alguma estrutura geométrica do espaço-tempo. Este requisito é satisfeito pela teoria de Einstein-Cartan, Também chamada de Teoria E.C.S.K.(devido a Einstein, Cartan, Sciama e Kibble). [1]

Em 2014, um artigo publicado na Science mostra que em um experimento com moléculas polares de monóxido de tório mostram o menor e mais preciso valor medido para o momento de dipolo elétrico do elétron (EDM) [4]:

$$d_e = (-2.1 \pm 3.7 \pm 2.5) \times 10^{-29}\text{e.cm}$$

que corresponde ao um limite superior de $|d_e| < 8.7 \times 10^{-29}$ e.cm.

Partindo então de que, no Modelo Padrão (MP), cálculos radiativos contribuem para um $d_e \approx 10^{-38}$ e.cm, estamos diante de uma questão fundamental e que pode ser uma oportunidade de se investigar a física de partículas no sentido de alguma física além do modelo padrão. O resultado de 2014 [4] nos indica que, em escalas da ordem de

10^{-29} cm, ou seja, apenas 4 ordens de grandeza da escala de Planck, efeitos quânticos da gravitação podem começar a ser sentidos, podendo, ou não, contribuir para uma assimetria da distribuição de cargas do elétron e, com isso, uma contribuição para o EDM.

Ainda no contexto do MP, temos que há a possibilidade de uma nova física além do MP envolva a violação da simetria de Lorentz (VSL) [5]. Existem algumas maneiras de se obter uma quebra espontânea da simetria de Lorentz, por exemplo, via teoria de cordas [5]. Apesar de esta possível violação ocorrer em altas escalas de energia, uma vez que a escala da teoria de cordas é da ordem da escala de Planck, alguns fenômenos residuais podem se manifestar em baixas energias, em especial no MP. Uma extensão do MP que contém VSL pode ser encontrada em [6]. Esses efeitos da VSL são tratados por meio de uma teoria efetiva em baixas energias, trazendo portanto quebras explicitas, por meio de tensores com valor esperado no vácuo não-nulos. Visto que essa quebra ocorre espontaneamente, quantidades como energia e momento ainda se mantém conservados. Outro fato importante é que a teoria efetiva continua invariante sob transformações de Lorentz dos observadores. Em geral, VSL pode trazer consigo violação da simetria CPT, nos fornecendo portanto maneiras de investigar os limites desta simetria na teoria de campos.

Partindo dessas considerações iniciais, pretendemos coletar elementos para se chegar a um cenário que permita analisar a violação de CP. Assim, partimos de algumas premissas para iniciar essa análise. Distâncias da faixa de 10^{-29} cm, deve-se poder perceber alguma interação do elétron com propriedades geométricas do espaço-tempo e/ou com possíveis sinais de uma quebra da simetria de Lorentz advinda de teorias mais fundamentais.

Este projeto encontra-se estruturado em 3 Capítulos, seguidos de uma lista de referências contendo a literatura clássica e os trabalhos mais recentes sobre os tópicos aqui estudados.

No Capítulo 1 introduzimos os principais conceitos do chamado Modelo Padrão e partículas elementares e apontamos como a Violação da simetria CP ocorre nos setores fraco e forte. No Capítulo 2 exploramos a violação de Lorentz na eletrodinâmica quântica e no modelo padrão por meio de acoplamentos mínimos e não-mínimos. Em seguida no Capítulo 3 efetuamos um estudo de um modelo de super-gravidade 5 dimensional e analisamos alguns dos resultados. Por fim, elaboramos Conclusões. O apêndices tratam de cálculos explícitos que foram omitidos do texto principal.

Contribuições:

As contribuições nas quais tivemos participação durante o doutoramento podem ser listadas abaixo:

a) Orientações, apresentações e cursos :

- Orientação de aluno de ensino médio em projeto de vocação científica (PROVOC) no ano de 2016,
- Apresentação de Pôster no evento *31st international Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics* do Rio de Janeiro,
- Apresentação de Pôster no evento *Verão Quântico* no Espirito Santo.
- Apresentação de pôster no evento *Non-perturbative Effects in Supersymmetric Field Theories* em Natal.
- Monitoria das seguintes disciplinas:

  Mecânica Clássica, no 2º semestre de 2017,

  Teorias de Campos Efetivas, no 1º semestre de 2018.
- Cursos ministrados:

  Teoria Efetiva Quiral em XV Atividades Formativas de Verão do CBPF (2018),

  Introdução à Supersimetria em XVI Atividades Formativas de Verão do CBPF (2019).

b) Publicação de Artigos:

1 *Laboratory-based limits on the Carroll-Field-Jackiw Lorentz violating electrodynamics.* Physical Review D, v. 94, n. 2, p. 025031, 2016;

2 *Effective models of quantum gravity induced by Planck scale modifications in the covariant quantum algebra* Advances in High Energy Physics 2017 (2017);

3 *On a five-dimensional Chern–Simons AdS supergravity without gravitino* Physics Letters B 777 (2018): 275-280 ;

4 Elastic light-by-light scattering in a nonminimal Lorentz violation scenario. Physical Review D 99.5 (2019): 055006.

Dos artigos listados acima, apenas o de número 2 não está apresentado no corpo desta tese. Artigos submetidos :

1' *F-term spontaneous breaking of 3D-SUSY an algebro-geometric treatment. (https://arxiv.org/abs/1706.06615v2),*

2' Testing Lorentz-symmetry violation via electroweak decays. (https://arxiv.org/abs/1909.10398).

Os artigos 1' e 2' acima nos quais colaborei não se encontram no corpo desta tese.

Capítulo 2

Modelo Padrão de Partículas Elementares

2.1 Introdução ao Modelo Padrão

A teoria que explica os fenômenos relativos às particulas subatômicas, chamado Modelo Padrão das Particulas Elementares, emerge a partir da década de 70, através de um esforço múltiplo para encontrar um padrão no confuso "zoológico de partículas" na época já detectadas, ou seja, para explicar a física hadrônica e seu vasto espectro de partículas. Com a estruturação das teorias de Yang-Mills pôde-se descrever uma teoria fundamental que abrangesse as 3 forças microscópicas que conhecemos, a força eletromagnética, a força Nuclear Fraca e a força Nuclear Forte. A Lagrangeana do Modelo Padrão pode ser dividida pelos seguintes termos [7]:

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_{kin} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yukawa} \tag{2.1}$$

Onde $\mathcal{L}_{kin}$ descreve a dinâmica dos Bósons de Gauge, das 3 gerações de férmions, dos elétrons, múons e dos taus, e das 3 gerações de quarks. A parte da dinâmica dos Bósons de Gauge, conhecida também como a componente de Yang-Mills, é dada por

$$\mathcal{L}_{kin,Gauge} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F^{a}_{\mu\nu}F^{a,\mu\nu} - \frac{1}{4}F^{I}_{\mu\nu}F^{I,\mu\nu} \tag{2.2}$$

onde $F_{\mu\nu} = \partial_{[\mu}B_{\nu]}$ é o field strength associado ao campo abeliano B_μ da simetria $U(1)_Y$, $F^a_{\mu\nu} = \partial_{[\mu}W^a_{\nu]} + ig\epsilon^a{}_{bc}W^b_{[\mu}W^c_{\nu]}$ é o field strength associado ao campo não-abeliano W^a_μ da simetria $SU(2)_L$, com $\epsilon^a{}_{bc}$ representando as constantes de estrutura correspondentes ao grupo $SU(2)$, e $F^I_{\mu\nu} = \partial_{[\mu}g^I_{\nu]} + ig_s f^I{}_{JK}g^J_{[\mu}g^K_{\nu]}$ é o field strength associado ao campo não-abeliano g^I_μ da simetria $SU(3)_c$ associado aos glúons, com $f^I{}_{JK}$ representando as constantes de estrutura correspondentes ao grupo $SU(3)$. Aqui utilizamos a notação $A_{[\mu}B_{\nu]} = A_\mu B_\nu - A_\nu B_\mu$.

A Lagrangeana de Higgs é dada por [7]:

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) - \mu^2\Phi^\dagger\Phi - \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2 \tag{2.3}$$

Onde $\Phi^T = (\phi^+, \phi^0)$ e $D_\mu\Phi = \partial_\mu\Phi + (igW^a_\mu\sigma^a + ig'B_\mu)\Phi$, com σ^a os geradores de $SU(2)_L$. O potencial de Higgs dado por $V(\Phi) = -\mu^2\Phi^\dagger\Phi - \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2$ é tal que caso tenhamos $\mu^2 < 0$ nós temos um mínimo global não-trivial em $\langle\phi^0\rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$. Este é o mecanismo de quebra espontânea de simetria que gera as massas para os bósons de Gauge e para os férmions do Modelo Padrão.

Devido à esta quebra espontânea de simetria é possível mostrar que os campos de Gauge físicos serão dados pelas seguintes redefinições $W^\pm = (W_1 \mp iW_2)/\sqrt{2}$, assim como a rotação entre $\left(B_\mu\,,\, W^3_\mu\right)$ nos autoestados de massa $(\,A_\mu\,,\,Z_\mu\,)$ via

$$\begin{aligned} B_\mu &= \cos\theta_W A_\mu - \sin\theta_W Z_\mu \\ W^3_\mu &= \sin\theta_W A_\mu + \cos\theta_W Z_\mu\,, \end{aligned} \tag{2.4}$$

em que surge após a diagonalização da matriz de massa e o ângulo de Weinberg θ_W é parametrizado de tal sorte que $e = g\sin\theta_W = g'\cos\theta_W$, onde $\sin^2\theta_W = 0.23$, e a carga elétrica é identificada como $e^2 = 4\pi/128 \simeq 0.098$. Após a quebra espontânea da simetria as massas do Bóson $W^{\pm}$ e Z são dadas por

$$\begin{aligned} m_W &= \frac{gv}{2} = \frac{ev}{\sin\theta_W} = 80\,\mathrm{GeV}\ , \\ m_Z &= \frac{gv}{2\sin\theta_W} = \frac{ev}{\sin(2\theta_W)} = 91\,\mathrm{GeV}\ , \end{aligned} \tag{2.5}$$

e A^{μ} será o campo eletromagnético (fóton), sem massa. A parte fermiônica contém as seguintes representações (em ordem $SU(3)_c$, $SU(2)_L$, $U(1)_Y$) [7]:

$$(L_L)_A = (1, 2, 1/6) \quad , \quad (l_R)_A = (1, 1, -1)$$

$$(Q_l)_A = (3, 2, 1/6) \quad , \quad (u_R)_A = (3, 1, 2/3) \quad , \quad (d_R)_A = (3, 1, -1/3)$$

O índice “ A ” se refere às 3 gerações (dentre os léptons; o elétron, o múon e o tau, e para os quarks; u e d, c e s, t e b). O MP se baseia no fato de que não há evidências experimentais para a existência de neutrinos Right, ν_R. Portanto os neutrinos 'Left' , ν_L, estão contidos no dublete

$$(L_L)_A = \begin{pmatrix} (\nu_L)_A \\ \\ (\ell_L)_A \end{pmatrix} \ , \tag{2.6}$$

No setor Left dos quarks temos o seguinte dublete:

$$(Q_L)_A = \begin{pmatrix} (u_L)_A \\ \\ (d_L)_A \end{pmatrix} \ . \tag{2.7}$$

Representaremos genéricamente os dubletes como $(\Psi_L)_A$. No setor Right teremos $(\ell_R)_A$, $(u_R)_A$ e $(d_R)_A$ representados genéricamente por $(\psi_R)_A$. Por invariância de Gauge temos a parte da dinâmica fermiônica dada por [7]:

$$\mathcal{L}_{kin,ferm} = \sum_{\ell,u,d} i(\bar{\Psi}_A)_L \gamma^\mu D_\mu (\Psi_A)_L + i\bar{\psi}_R \gamma^\mu D_\mu (\psi_A)_R \quad ; \tag{2.8}$$

onde

$$D_\mu (\Psi_A)_L = \left(\partial_\mu + igW^a_\mu \sigma^a + ig' B_\mu + ig_s g^I_\mu T^I\right)(\Psi_A)_L \tag{2.9}$$

e

$$D_\mu (\psi_A)_R = \left(\partial_\mu + ig' B_\mu + ig_s g^I_\mu T^I\right)(\psi_A)_R \tag{2.10}$$

onde T^I são os geradores do grupo $SU(3)_c$ de cor e σ^a os geradores de $SU(2)_L$, g_s, g e g' são as cargas de cor, carga de $SU(2)_L$ e hipercarga, respectivamente. Vale lembrar que os léptons não tem a carga de cor, portanto $g_s = 0$ para os léptons. O acoplamento dos férmions com o campo de Higgs vem a partir dos acoplamentos de Yukawa [7]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yukawa} &= Y^d_{AB} (\bar{Q}_A)_L \Phi (d_B)_R + Y^u_{AB} (\bar{Q}_A)_L \bar{\Phi} (u_B)_R + \\ &\quad + Y^\ell_{AB} (\bar{L}_A)_L \Phi (\ell_B)_R + h.c. \quad , \end{aligned} \tag{2.11}$$

onde $\bar{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*$. As matrizes Y^d, Y^u e Y^ℓ são matrizes complexas arbitrárias que operam no espaço dos sabores, dando origem ao acoplamento entre diferentes famílias, ou mixing de quarks, e portanto a área da física de sabor. A partir das matrizes Y, e da quebra espontânea de simetria promovida pelo Higgs, podemos encontrar as matrizes de massa dos férmions do SM. Para os quarks temos ($\langle \phi^0 \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}}$) [7]:

$$-\mathcal{L}^{quarks}_{massa} = \frac{v}{\sqrt{2}} Y^d_{AB} (\bar{d}_A)_L (d_B)_R + \frac{v}{\sqrt{2}} Y^u_{AB} (\bar{u}_A)_L (u_B)_R + h.c.., \tag{2.12}$$

Temos uma matriz de massa semelhante para os léptons:

$$-\mathcal{L}^{leptons}_{massa} = \frac{v}{\sqrt{2}} Y^\ell_{AB} (\bar{\ell}_A)_L (\ell_B)_R + h.c. \quad , \tag{2.13}$$

No Modelo Padrão a matriz Y^l é diagonal. Esta é uma boa aproximação porém é importante frisar que existem estudos de precisão no sentido de testar essa hipótese. Para obter os estados de massa devemos diagonalizar a ação do modelo padrão, e essa diagonalização é feita utilizando-se matrizes unitárias ($V^{d,u,\ell}_{L,R}$), nos dando origem as seguintes matrizes de massa para os quarks e léptons [7]:

$$M^{\alpha}_{diag} = V^{\alpha}_L M^{\alpha} (V^{\alpha}_R)^{\dagger} \quad , \quad M^{\alpha} = \frac{v}{\sqrt{2}} Y^{\alpha} \quad , \quad \alpha = d, u, \ell \ . \tag{2.14}$$

Esta transformação unitária transforma os férmions da seguinte forma:

$$(d_A)'_{L,R} = (V^d_{L,R})_{AB} (d_B)_{L,R} \ , \tag{2.15}$$

$$(u_A)'_{L,R} = (V^u_{L,R})_{AB} (u_B)_{L,R} \ , \tag{2.16}$$

$$(\ell_A)'_{L,R} = (V^{\ell}_{L,R})_{AB} (\ell_B)_{L,R} \ . \tag{2.17}$$

Se expressarmos a Lagrangeana (2.1) em termos dos auto-estados de massa, pagamos o preço de, devido a estrutura das correntes carregadas, obter acoplamentos que misturam as famílias, ou seja:

$$\mathcal{L}_{mix} = \frac{g}{\sqrt{2}} (V^u_L V^{d\dagger}_L)_{AB} (\bar{u}_A)_L \gamma^{\mu} W^-_{\mu} (d_B)_L + \frac{g}{\sqrt{2}} (V^d_L V^{u\dagger}_L)_{AB} (\bar{d}_A)_L \gamma^{\mu} W^+_{\mu} (u_B)_L + \dots \ , \tag{2.18}$$

onde $W^{\pm}_{\mu} = \frac{(W^1_{\mu} \pm i W^2_{\mu})}{2}$ representa os bósons carregados $W^{\pm}$. A matriz unitária

$$V_{CKM} = V^u_L V^{d\dagger}_L \ , \tag{2.19}$$

é a chamada matriz de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa (CKM) de “mixing” entre famílias. Por convenção, se escolhe $u'_A = u_A$ e $d'_A = (V^{\dagger}_{CKM} d)_A$. A simetria de CP, é o produto de duas simetrias: C para conjugação de carga, que transforma uma partícula em sua antipartícula, e P para paridade, que cria a imagem espelhada de um sistema físico. A interação forte e a interação eletromagnética parecem ser invariantes sob a operação de transformação combinada de CP, mas essa simetria é violada durante certos tipos de decaimento fraco, exatamente devido à estrutura da matriz CKM.

A violação de CP aparece somente em acoplamentos de Yukawa complexos. A Lagrangeana do SM será invariante sob CP se $Y_{AB} = Y^*_{AB}$. Da mesma forma $V_{CKM} = V^*_{CKM}$ manteria a ação do modelo padrão invariante.

O significado Físico da violação da simetria CP aqui se mostra através da constante de acoplamento, que se traduz do ponto de vista experimental, por exemplo, em uma *diferença das taxas de decaimento entre partículas e antipartículas*. Detalhes sobre as simetrias C, P e T podem ser vistas no Apêndice II. Continuando o raciocínio, a chave para entendermos a violação de CP é entendermos a estrutura desta matriz.

2.1.1 A matriz CKM

Como pode ser visto na Ref. [7], de maneira genérica, uma matriz unitária que esteja ligada à n famílias tem as seguintes propriedades:

- Uma matriz complexa $n \times n$ tem $2n^2$ parâmetros reais;
- A unitariedade introduz n^2 vínculos;
- $2n - 1$ fases globais podem ser absorvidas pelos campos dos quarks;
- Para um modelo com n famílias teremos $(n-1)^2$ parâmetros reais livres, onde;
  - ∗ $\frac{n(n-1)}{2}$ são parâmetros associados a rotações;
  - ∗ $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ são fases complexas;

Logo, no caso em que V_{CKM} não é real, ou seja, teremos violação da simetria CP, ocorre nos casos onde o número de famílias for $n > 2$. Para $n = 3$ famílias, podemos parametrizar a matriz CKM da seguinte forma:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{13}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix}, \tag{2.20}$$

Onde $s_{AB} = sin\theta_{AB}$, $c_{AB} = cos\theta_{AB}$, para $A, B = 1, 2, 3$. A parametrização é escolhida de forma que a fase apareça entre a 1ª e 3ª famílias. De acordo com as medidas experimentais, o acoplamento das correntes carregadas parecem obedecer a uma hierarquia, ou seja [7]:

$$V_{CKM} \approx \begin{pmatrix} 1 & \lambda & \lambda^3 \\ \lambda & 1 & \lambda^2 \\ \lambda^3 & \lambda^2 & 1 \end{pmatrix}, \tag{2.21}$$

onde $\lambda = s_{12} \approx \sqrt{\frac{m_d}{m_s}} \approx 0.23$. Após a observação de uma hierarquia entre os ângulos de mistura, $s_{13} << s_{23} << s_{12} << 1$, Wolfenstein [8] propôs uma expansão da matriz CKM em termos dos quatro parâmetros λ, A, ρ e η ($\lambda \approx |V_{us}| \approx 0.23$ sendo o parâmetro de expansão), onde $s_{12} = \lambda$, $s_{23} = A\lambda^2$, $s_{13}e^{-i\delta} = A\lambda^3(\rho - i\eta)$, com $A \approx 0.83$, $\rho \approx 0.12$ e $\eta \approx 0.35$ [7]. Podemos então escrever a matriz CKM da seguinte forma [9]:

$$V_{CKM} \approx \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} - \frac{\lambda^4}{8} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} + -\frac{1}{8}\left(4A^2 + 1\right)\lambda^4 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 + \frac{1}{2}A\lambda^4(1 - 2(\rho - i\eta)) & 1 - \frac{A^2\lambda^4}{2} \end{pmatrix}. \tag{2.22}$$

Apesar de medida experimentalmente, não se conhece ainda uma razão por trás desta hierarquia. Em suma, vimos que a partir da física do sabor que a violação de CP no setor fraco ocorre, se manifestando através das correntes carregadas. Porém, além da violação de CP nas correntes carregadas, temos uma segunda fonte de violação de CP nas interações fortes. A violação de CP resultante, como apontaremos brevemente, será a soma entre estas duas fontes.

2.1.2 Setor Forte e Problema de Violação de CP-forte

Na cromo dinâmica quântica (QCD), teoria das interações fortes entre os quarks que compõem o núcleo atômico, é representada por uma teoria de Yang-Mills com uma simetria interna SU(3) de cor. Fazendo uma rápida retrospectiva sobre a física dos quarks, abaixo segue alguns dados experimentais sobre os quarks conhecidos:

Sabor	**Carga**	**Massa (MeV)**	**Spin**
up	2/3	2.3	1/2
down	-1/3	4.8	1/2
strange	-1/3	95	1/2
charm	2/3	1275	1/2
bottom	-1/3	4180	1/2
top	2/3	173210	1/2

Tabela 2.1: Quarks conhecidos e algumas características [10, 11].

Como sabemos, o fenômeno de confinamento, propriedade da QCD onde obriga os quarks a se manifestarem na natureza somente como singletos de cor, gera um espectro de configurações de partículas compostas de spins zero (Mesóns), spin 1/2 (Bárions) e ressonâncias de spin maior (partículas vetoriais, de spin 3/2 e daí em diante). Abaixo segue a tabela de algumas propriedades do chamado octeto de Mésons:

Mésons	**Quarks**	**Massa (MeV)**	**Carga**
K^+	$u\bar{s}$	494	+1
K^0	$d\bar{s}$	498	0
$\bar{K}^0$	$d\bar{u}$	498	0
K^-	$\bar{u}s$	494	-1
π^+	$u\bar{d}$	139.6	+1
π^0	$\frac{u\bar{u}-d\bar{d}}{\sqrt{2}}$	135	0
π^-	$\bar{u}d$	139.6	-1
η^0	$\frac{u\bar{u}-d\bar{d}}{\sqrt{2}}$	549	0

Tabela 2.2: Octeto de Mésons [10, 11].

Note que não está presente na tabela acima todos os mésons, apenas um octeto onde se encontram massas de mesma ordem de grandeza. Esse octeto é importante pois podemos admitir uma simetria aproximada, e a partir dela construir uma teoria efetiva. Continuando, com três quarks formamos singletes de cor de spin 1/2, os bárions. Abaixo segue o tabela com algumas propriedades do chamado octeto bariônico.

Bárion	**Quarks**	**Massa (MeV)**	**Carga**
p	uud	938	+1
n	udd	940	0
Σ^+	uus	1189	1
Σ^0	uds	1192	0
Σ^-	dds	1197	-1
Ξ^0	uss	1315	0
Ξ^-	dss	1321	-1
Λ^0	uds	1116	0

Tabela 2.3: Octeto Bariônico [10, 11].

Quaisquer que sejam as modificações no setor de quarks, essas modificações serão vistas através dos mésons e bárions que citamos nas tabelas acima se manifestarão no limite de baixas energias.

No setor dos quarks a violação da simetria CP se manifesta no setor da Matriz CKM porém no setor dos glúons, responsáveis pelo confinamento, também encontra-se um termo que viola CP dado por:

$$\mathcal{L}_\theta = \theta \frac{\alpha_s}{8\pi} \tilde{F}^{\mu\nu I} F^I_{\mu\nu} \quad , \quad \tilde{F}^{\mu\nu I} = \frac{1}{2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F^I_{\alpha\beta} \quad , \tag{2.23}$$

onde $F^I_{\mu\nu}$ é o field strength do glúon, α_s é a constante de estrutura fina de cor e θ é o parâmetro efetivo que controla a violação de CP. As fontes deste termo θ são a anomalia quiral, ou anomalia de Adler-Bell-Jackiw da QCD, e a topologia do vácuo da QCD.

A simetria CP ser uma boa simetria ou não depende de aspectos fenomenológicos. O termo θ induz momentos de dipolo elétrico nos bárions, que não foram observados. Em particular, podemos observar a contribuição do termo θ para o momento de dipolo elétrico do nêutron da ordem de $d_n \approx 10^{-16}\bar{\theta}\ e \cdot cm$ (onde $\bar{\theta} = \theta + \sum_q Arg\ (m_q)$, ou seja, levando em consideração a violação de CP no setor eletrofraco). Mas como, experimentalmente $d_n < 0.3 \times 10^{-25} e \cdot cm$, temos então o seguinte limite superior [7]:

$$|\bar{\theta}| < 10^{-10} \ . \tag{2.24}$$

Eis o problema da violação de CP forte: visto que a contribuição do setor eletrofraco é não-nula, por qual motivo temos um valor tão pequeno para $\bar{\theta}$? Surge então, baseado neste problema, as tentativas de extensões do modelo padrão que possam explicar este suposto "fine-tuning" da violação de CP no Modelo Padrão.

Capítulo 3

Violação da Simetria de Lorentz

3.1 Introdução

Apesar do seu grande sucesso, o Modelo Padrão de Física de partículas não deve ser a descrição final da natureza e tem sido demonstrado que em algumas de suas extensões, teoria das cordas, por exemplo, é possível que a simetria de Lorentz seja violada [5, 12]. A observação de qualquer, embora pequena, sinal de violação de simetria Lorentz (VSL) representaria uma grande mudança de paradigma e demandaria o reexame da própria base da física moderna, isto é, teoria da relatividade e teoria quântica de campos [13, 14]. Mesmo que agora o universo esteja em uma fase onde a simetria CPT se imponha, especula-se que nosso universo tenha passado por uma fase inflacionária onde a simetria de Lorentz e a simetria CPT não fossem respeitadas, podendo ser uma explicação para a chamada Bariogênese [15].

Importante destacar que a Simetria de Lorentz e a simetria CPT são conectadas intrinsecamente. A simetria CPT, que é a combinação da simetria de conjugação de carga (C), a simetria por paridade (P) e a simetria por reversão temporal (T), é fundamental na teoria de campos relativística e a possível violação da simetria de Lorentz pode gerar uma violação da simetria CPT [16].

Uma possível realização do VSL é alcançada com modelo de Lagrangeana onde um campo com spin adquire um valor de expectativa de vácuo não-zero - veja por exemplo, Ref. [5]. Diante desse trabalho, pode-se introduzir tensores não-dinâmicos [6] e explorar diversas diferenças entre acoplamentos para os setores de matéria e de Gauge do SM [16, 17]. Para uma revisão de teoria e testes experimentais da invariância sob CPT e Lorentz, ver referências [14, 17].

De maneira resumida, a forma na qual a violação da simetria de Lorentz pode ser implementada pode ser visualizada a partir de uma analogia com a quebra espontânea de simetria que ocorre com o campo de Higgs. Nesse caso, o campo de Higgs adquire um valor esperado no vácuo (v.e.v.) diferente de zero, ou seja, $\langle\Phi\rangle \neq 0$. Porém, uma vez que o campo de Higgs é um campo escalar, segundo o grupo de Lorentz, temos portanto a seguinte transformação: $\langle\Phi\rangle \to \langle\Phi'\rangle = e^{\frac{i}{2}\lambda^{\mu\nu}M_{\mu\nu}}\langle\Phi\rangle = \langle\Phi\rangle$, onde λ e M são os parâmetros e os geradores da transformação de Lorentz, respectivamente. Assim, o vácuo se mantém invariante sob transformações de Lorentz. Caso o campo em questão não seja um campo escalar, teremos $\langle\Phi'\rangle \neq \langle\Phi\rangle$, o que significa que o vácuo não é mais invariante sob transformações de Lorentz, e há uma quebra espontânea da simetria de Lorentz.

Admitindo a violação espontânea da simetria de Lorentz, se faz necessário entender as consequências físicas desse processo. O que ocorre é que o sistema físico em questão continuará a ser invariante sob transformações de observadores (transformações passivas). Assim, a física continuará a mesma para todos os observadores. A mudança será em relação a transformações ativas, ou seja, o sistema não será invariante no caso em que haja uma transformação da partícula isoladamente, seja por boosts ou rotações. Dessa forma, a violação de Lorentz será análoga à um campo de fundo, assim como um campo magnético externo que age sobre o spin do elétron.

Com esses conceitos esclarecidos, podemos iniciar a apresentação dos pontos nos quais a presente tese se debruçará.

No presente capítulo investigaremos o caso de um 4-vetor constante de background acoplado mínima e não-minimamente com setores específicos do MP, o da eletrodinâmica quântica (QED) e no setor Eletro-Fraco.

3.2 Violação de Lorentz com o termo de Carrol-Field-Jackiw

Esta seção é baseada no trabalho publicado "Laboratory-based limits on the Carroll-Field-Jackiw Lorentz-violating electrodynamics" [18]. Este trabalho foi feito em colaboração com P.C. Malta.

Uma perspectiva interessante para implementar o VSL no (1+3) setor Maxwell foi proposto originalmente por S. Carroll, G. Field e R. Jackiw [19] através da seguinte Lagrangeana CPT-ímpar tipo Chern-Simons [6, 17].

$$\mathcal{L}_{CFJ} = (k_\mu)_{AF} A_\nu \tilde{F}^{\mu\nu}, \tag{3.1}$$

Onde $A_\mu = (\phi, \vec{A})$ é o 4-vetor usual e $F_{\mu\nu} = 1/2\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$ é o dual do tensor eletromagnético (utilizamos 0123= +1). Nos cálculos nós adotamos $(k_\mu)_{AF} = k_{AF}n_\mu$, onde o acoplamento k_{AF} tem dimensão canônica de massa, enquanto n é adimensional.

A QED usual expandida pela Lagrangeana de Carroll Field Jackiw (CFJ) é essencialmente um subconjunto da chamada Extensão mínima do Modelo Padrão [6, 13]. Algumas das características clássicas deste cenário particular foram estudadas [20], onde foi demonstrado que a interação CFJ (também com um termo de massa tipo Proca não-zero [21]) com um fundo puramente tipo-espaço é estável, unitária e preserva a causalidade. Enquanto o tipo-tempo e tipo-luz, como 4-vetores de fundo são potencialmente problemáticos [21, 22]. Um fundo tipo-espaço é consequentemente o único cenário saudável disponível no modelo CFJ. Uma observação importante está no seguinte aspecto: as considerações acima se aplicam a um vetor de fundo verdadeiramente fixo, independente, ou seja , $\partial_\mu(k_\nu)_{AF} = 0$.

Estes requisitos são apenas explícitos em um referencial inercial, o que não é o caso da Terra devido aos seus movimentos sideral e orbital. No laboratório o fundo pareceria girar. Um referencial conveniente e aproximadamente inercial é, por exemplo, a que está ligada ao Sol - o assim chamado “Sun-centered-Frame”(SCF) [23] - que é amplamente utilizado na literatura [5, 12–14, 22].

Uma vez que as experiências são geralmente conduzidas ao longo de longas escalas de tempo, as assinaturas de VSL observadas em experimentos com ligação à terra seriam, assim, médias no tempo. As únicas componentes espaciais que não desaparecem (dada a média temporal) serão então $n^x_{\text{laboratório}} = -\sin\chi\, n^z_{\text{Sun}}$ e $n^z_{laboratrio} = cos\chi n^z_{\text{Sun}}$ onde χ é a colatitude do experimento. Como discutido abaixo, os efeitos que consideramos neste artigo são lineares em $k_{\text{AF}}\, n_{\text{lab}}$, portanto, somente os componentes x - e z - do vetor de fundo no ref. do laboratório serão relevante para nossas análises. Ambos podem ser expressos em termos de $k_{\text{AF}}\, n^Z_{\text{Sun}}$ e nosso objetivo é precisamente restringi-lo.

A lagrangeana CFJ induziria efeitos ópticos durante a propagação da radiação através do vácuo [18], e Carroll, Field e Jackiw usaram dados sobre a rotação do plano de polarização de galáxias distantes para impor limites fortes Em k_{AF}. Dado que nenhuma evidência significativa de tais efeitos foi encontrada, eles poderiam estabelecer um limite superior no parâmetro LSV, ou seja, $k_{\text{AF}} < 10^{-42}\,\text{GeV}$ [19], [24]. Os limites deste parâmetro foram pesquisados em muitos contextos, principalmente astrofísicos, por exemplo, radiação cósmica de fundo (CMB), e são atualmente tão estritos como $k_{\text{AF}} < 10^{-43}\,\text{GeV}$ (ver ref. [25], Tabela D12 e referências nela).

Aqui aplicamos a Eq.(3.1) a sistemas disponíveis em escalas de distância muito mais curtas, onde os experimentos de laboratório ligados à Terra podem ser usados para restringir os efeitos de VSL previstos. Este é um esforço válido, dado que o aparelho está sob o controle do experimentalista, ao contrário dos testes cosmológicos ou astrofísicos onde incertezas consideráveis podem surgir devido a modelos complicados que descrevem o meio interestelar e a propagação da luz nele. Discutiremos então os efeitos de VSL no contexto da modificação tipo CFJ da QED a partir da geração de um momento de dipolo elétrico para léptons carregados.

Uma vez que o termo CFJ se encontra no setor da dinâmica do fóton podemos afirmar que a contribuição de nível de árvore para o ℓ EDM é zero no cenário CFJ - o vértice QED $\ell\ell\gamma$ em nível de árvore permanece inalterado - por isso devemos olhar para ordens superiores. A primeira contribuição não nula provém do diagrama de correção de vértices de um laço, como mostrado na Fig. 3.1.

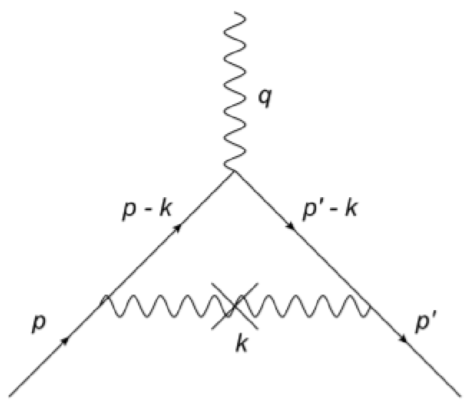

Figura 3.1: Estrutura de Vértice e momentos atribuídos; o " X " indica a inserção do vértice.

Podemos escrever a correção do vértice da seguinte maneira:

$$\Lambda_\mu(p,p',q) = -2e^2 k_{\mathrm{AF}} \epsilon^{\nu\alpha\beta\rho} n_\alpha \times I_{\beta\nu\mu\rho}(p,p',q), \tag{3.2}$$

Onde

$$I_{\beta\nu\mu\rho} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{\gamma_\nu \left(\not{p}' - \not{k} + m_\ell\right) \gamma_\mu \left(\not{p} - \not{k} + m_\ell\right) \gamma_\rho k_\beta}{\left(k^2\right)^2 \left[(p'-k)^2 - m_\ell^2\right] \left[(p-k)^2 - m_\ell^2\right]}, \tag{3.3}$$

E observamos que o grau superficial de divergência desse diagrama é -1, significando que ele se comporta como $\sim 1/k$ no limite UV. Lembrando que o diagrama correspondente no QED usual, que descreve o fator g, exibe uma divergência logarítmica superficial, concluímos que o papel da inserção do vértice é reduzir o grau de divergência e tornar o diagrama UV-finito.

Dado que a integral na equação (3.3) é finita em $D = 4$ não há necessidade de regularizá-la e avaliamos diretamente a correção do vértice como

$$\Lambda_\mu(p, p', q) = -\frac{ie^2 k_{\mathrm{AF}}}{64\pi^2 m_\ell^2}\epsilon^{\nu\alpha\beta\rho} n_\alpha T_{\beta\nu\mu\rho} \ ,$$

com o objeto dependente de momento $T_{\beta\nu\mu\rho}$ sendo uma função complicada envolvendo produtos de até cinco matrizes gama. O vértice $\Lambda_\mu(p, p', q)$ é a contribuição de VSL para d_ℓ que estávamos procurando, mas, para extraí-la, precisamos obter o fator de forma correspondente.

A corrente eletromagnética pode ser decomposta como

$$\langle p'|J^\mu_{\mathrm{em}}|p\rangle = F_1(q^2)\gamma^\mu + \frac{i\sigma^{\mu\nu}}{2m_\ell}F_2(q^2) + \frac{\sigma^{\mu\nu}\gamma_5}{2m_\ell}q_\nu F_3(q^2) + \frac{1}{2m_\ell}(q^\mu - \frac{q^2}{2m_\ell}\gamma^\mu)\gamma_5 F_4(q^2), \quad (3.4)$$

onde $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$, $F_3(q^2) = F_{\mathrm{edm}}(q^2)$ é o fator de forma desejado para o EDM e as outras estruturas e seus respectivos fatores de forma ($F_i, i = 1, 2, 4$), que não são de interesse aqui, podem ser vistos em [26]. Temos que $q = p - p'$ é o momento transferido. Neste artigo consideramos apenas os efeitos de VSL no setor de fótons, portanto nenhum outro fator de forma diferente de $F_{\mathrm{edm}}(q^2)$ é relevante, pois a equação (livre) de Dirac permanece inalterada. A função de vértice $\Lambda_\mu(p, p', q)$ desempenha o papel de uma correção VSL para a corrente eletromagnética usual, de modo que nossa tarefa é extrair $F_{\mathrm{edm}}(q^2)$ e encontrar o ℓ EDM, que é dado então por $d_\ell = -F_{\mathrm{edm}}(q^2 = 0)/2m_\ell$.

Obter $F_{\mathrm{edm}}(q^2)$ é complicado devido à forma complexa de $\Lambda_\mu(p, p', q)$. É possível, no entanto, simplificar as questões aplicando o projetor apropriado que seleciona automaticamente o fator de forma que queremos. O projetor é dado por [27]:

$$\mathcal{P}^\mu_{edm} = i\frac{m_\ell(p + p')^\mu}{q^4 - 4q^2 m_\ell^2}[(\not{p} + m_\ell)\gamma_5(\not{p}' + m_\ell)] \quad (3.5)$$

O projetor acima age sobre a correção de vértices e obtemos $F_{\mathrm{edm}}(q^2) = \mathrm{Tr}[\Lambda_\mu \mathcal{P}^\mu_{Edm}]$, com a condição avaliada para os léptons externos (on-shell), isto é, $p^2 = p'^2 = m_\ell^2$ e

$p \cdot p' = M_\ell^2 - q^2/2$. Neste ponto é conveniente deixar $q^2 \neq 0$ para extrair as contribuições finitas do traço acima no limite de fótons sem massa.

Esta tarefa pode ser executada de forma automatizada através do uso do Package-X [28], de Hiren Patel. O fator de forma, portanto, é dado por:

$$F_{\rm edm}(q^2 = 0) = -\frac{e^2 k_{\rm AF}}{12\pi^2 m_\ell^2} \left[p \cdot n - p' \cdot n\right] + {\rm IR}, \tag{3.6}$$

Onde IR indica termos de divergência infravermelhos. Tais divergências aparecem como fatores tipo $1/x$ nas integrais de Feynman ($x \to 0$) devido a $m_\gamma = 0$. O aparecimento deste último pode ser interpretado da seguinte forma. Estamos considerando a correção de CFJ como um verdadeiro vértice e não usando o propagador completo associado - isto é essencialmente equivalente a tomar apenas o termo de menor ordem em $k_{\rm AF}/|\mathbf{q}|$ na expansão do propagador completo. No entanto, a integração do laço não contempla apenas momentos altos, mas também regiões em que $k_{\rm AF}/|\mathbf{q}| \ll 1$ não pode ser cumprido, por isso esperamos que essas divergências desaparecem ao usar o propagador VSL-modificado completo. Por fim, usando-se a equação $q = p - p'$ e a definição do EDM em termos do fator de forma associado, obtemos:

$$d_\ell = \frac{\alpha k_{\rm AF}}{6\pi m_\ell^3} \left(q \cdot n\right), \tag{3.7}$$

O que mostra que o EDM d_ℓ é depende do momento. Um efeito simular foi encontrado na referência [29] para um setor diferente do modelo padrão extendido [6], com uma dependência de momento quadrática.

É interessante notar, embora não surpreenda, que, em um espaço-tempo com um fundo não dinâmico fixo, o spin não é o único vetor disponível para suportar o momento elétrico (ou magnético) de uma partícula elementar. Além disso, para construir o escalar d_ℓ precisamos de outro vetor, e as únicas possibilidades são p e p' - no caso, a combinação especial dada por $q = p - p'$. Isso pode ser interpretado em termos de uma interação entre o campo de fundo e o campo eletromagnético aplicado, que carrega a transferência de momento q, de modo que, juntos, eles produzem um EDM d_ℓ, isto é, induz uma assimetria na distribuição de carga do léptons.

Pode-se notar, entretanto, que a forma do ℓEDM dada pela eq.(3.7) não nos ajuda de um ponto de vista experimental: para uma interação elástica ($q^0 \approx 0$) com $|\mathbf{q}|^2 \ll m_\ell^2$ temos que $d_\ell \sim 0$. Além disso, dois aspectos são especialmente relevantes aqui: a natureza da medida (feita pela colaboração ACME [30]) e a escala de tempo. Decompondo o momento inicial do elétron como $\mathbf{p} = \mathbf{p}_m + \mathbf{p}_s$, onde $\mathbf{p}_{m,s}$ significa as componentes do momento relativos à molécula e ao SCF, respectivamente. O primeiro aspecto está conectado com a forma de of $d_\ell \sim \mathbf{p} \cdot \mathbf{n}$ e ao fato de que a medida do ACME foram feitas com moléculas (ThO), nas quais os elétrons se movem rapidamente. Sendo um estado ligado, seu momento é limitado e, durante um intervalo de tempo, em média é nulo, ou seja, $\langle \mathbf{p}_m \rangle = 0$. Argumentos similares podem ser aplicados para léptons livres em anéis de armazenamento [31]. Isso nos leva ao segundo ponto.

Uma vez que $\mathbf{p}_m$ não contribui, devemos considerar o movimento da terra e do experimento em si relativos ao SCF. Os dados do último resultado foram colhidos durante 10 dias, porém estes foram espalhados ao longo de meses, e a análise deles não é sensível a essas modulações de longa-duração. O Momento do laboratório relativo ao SCF é $\mathbf{p}_s \sim \boldsymbol{\beta}$, com o fator de boost $\boldsymbol{\beta}$ epode ser visto do Apêndice 5, onde fica claro que todas as componentes de $\mathbf{p}_s$ são periódicas no tempo. Portanto, os efeitos de VSL levando em conta a média temporal $\sim \langle \boldsymbol{\beta} \rangle$ também se anulam e a aplicação de um limite para o eEDM [30] como um limite para os parâmetros de VSL não são possíveis.

Em todo caso, como observação especulativa, se pudéssemos usar o limite para o parâmetro de VSL dado em ref.[[25]], $k_{\rm AF} \sim 10^{-43}\,$GeV, a energia necessária para gerar uma contribuição para o eEDM $|d_e^{\rm exp}|$ seria de $\sim 10^{21}\,$GeV. Isso indica que a contribuição de CFJ para o eEDM deve ser sensível para extremas energias, da ordem da escala de Planck, $E_{\rm Planck} \simeq 10^{19}\,$GeV, portanto longe do alcance experimental em um futuro próximo (a QED é insuficiente para descrever a física em energias tão altas, uma vez que novos graus de liberdade começam a ser excitados). Isto sugere que o modelo CFJ induz somente pequenos efeitos e, portanto, não é responsável por um valor finito para o eEDM.

3.3 Violação de Lorentz com acoplamento não-mínimo

Esta seção é baseada no trabalho publicado "Elastic light-by-light scattering in a non-minimal Lorentz violation scenario" [32]. Este trabalho foi feito em colaboração com J.T. Guaitolini Junior.

Além dos acoplamentos mínimos, pode-se introduzir um 4-vetor ξ^μ completamente não-dinâmico acoplado não minimamente ao field strength electromagnético, $F_{\mu\nu}$, (ou o dual do field strength electromagnético, $\tilde{F}_{\mu\nu}$) e a corrente leptônica. Este 4-vetor será o responsável por quebrar a simetria de Lorentz, uma vez que privilegiará uma direção privilegiada no espaço-tempo.

Em uma versão estendida do acoplamento da QED com ξ^μ e $F_{\mu\nu}$, a Lagrangeana apresenta o seguinte termo de dimensão canônica 5:

$$\mathcal{L}_{\text{VSL}} = \xi^\mu \bar{\psi}\gamma^\nu \psi F_{\mu\nu} \,, \tag{3.8}$$

onde ξ^μ tem dimensão canônica de inverso de massa, e $\mathcal{L}_{\text{VSL}}$ tem comportamento CPT-par enquanto ξ_μ se transforma sob simetria T como $\xi_\mu = (\xi_0, \boldsymbol{\xi}) \to \xi'_\mu = (-\xi_0, \boldsymbol{\xi})$. De outra maneira, $\mathcal{L}_{\text{VSL}}$ poderia ser CPT-impar se $\xi_\mu = (\xi_0, \boldsymbol{\xi}) \to \xi'_\mu = (\xi_0, -\boldsymbol{\xi})$. Este acoplamento descreve um tipoo de momento de dipolo elétrico de transição, que conecta a componente relativisticamente dominante de fermion com a componente relativisticamente mais fraca. Em termos da notação padrão entre experimentalistas e teóricos que tratam com lagrangeanas efetivas de dimensão canonica 5 [33], nosso 4-vetor pode ser reescrito da seguinte forma

$$\xi^\mu = -\frac{1}{3} a_F^{(5)\alpha\mu}{}_{\alpha} \,. \tag{3.9}$$

onde o tensor $a_F^{\alpha\beta\gamma}$ parametriza o acoplamento de dimensão canônica 5 mais geral possível. Diferentemente do acoplamento mínimo (ou seja, o termo de Carrol-Field-Jackiw [19]), neste caso a corrente fermiônica será modificada. Neste acoplamento, juntamente com a Lagrangeana da QED temos

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi \quad , \tag{3.10}$$

onde $\not{D} = \gamma^\mu(\partial_\mu + ieA_\mu)$, as equações de Maxwell modificadas são dadas por

$$\begin{aligned} \partial_\mu F^{\mu\nu} &= e\bar{\psi}\gamma^\nu\psi + \xi^{[\nu}\partial_\mu(\bar{\psi}\gamma^{\mu]}\psi) \\ &= (e\delta^\nu_\mu + \xi^\nu\partial_\mu - \xi_\mu\partial^\nu)(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi) \end{aligned} \tag{3.11}$$

e

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu + m + e\gamma^\mu A_\mu + \gamma^\mu\xi^\nu F_{\mu\nu})\psi = 0\,. \tag{3.12}$$

Aqui, Eq. (3.11) representa as novas equações de Maxwell com fontes e Eq. (3.12) é uma equação de Dirac modificada.

Através da Eq. (3.11) podemos mostrar que uma carga estendida será conservada, ao invés se somente a carga elétrica. Temos que $\partial_\nu J'^\nu = 0$ onde $J'^\nu = (e\delta^\nu_\mu + \xi^\nu\partial_\mu - \xi_\mu\partial^\nu)(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi)$ e

$$Q' = \int d^3x J'^0 = Q + \partial_t\Big[\int d^3x\,(\boldsymbol{\xi}\cdot\boldsymbol{J})\Big] \;, \tag{3.13}$$

onde $Q = e\int d^3x\psi^\dagger\psi$ e $\boldsymbol{J}^i = e\psi^\dagger\gamma^0\gamma^i\psi$. Desta forma a carga é definida para a partícula livre introduzindo $\mathcal{L}_{\text{VSL}}$ e a nova corrente conservada será J'_μ. Entretanto, a corrente fermiônica não é afetada pela contribuição extra. Em um ponto de vista quântico, o acoplamento da Eq. (3.8) modifica o vértice da QED nos diagramas de Feynman, no qual é dado pela seguinte expressão

$$\Gamma^\mu = e\gamma^\mu - i\not{q}\xi^\mu + i(\xi\cdot q)\gamma^\mu\,. \tag{3.14}$$

Como mencionado anteriormente, podemos considerar outros acoplamentos não mínimos, acoplando o 4-vetor do background com o dual do field strength electromagnetico [34]. O novo termo de violação de Lorentz modifica a Lagrangeana da QED pode ser escrito da seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{\mathrm{VSL}} = \tilde{\xi}^{\mu}\bar{\psi}\gamma^{\nu}\psi\tilde{F}_{\mu\nu}\,, \tag{3.15}$$

onde $\tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$ e $\tilde{\xi}$ tem as mesmas características definidas para ξ^{μ}. Diferentemente do termo anterior, este termo não tem a capacidade de contribuir em decaimentos que violam CP mas contribui para um tipo de momento de dipolo magnético de transição para os férmions. Novamente, utilizando a notação padrão temos

$$\tilde{\xi}^{\mu} = \frac{1}{6}\varepsilon^{\mu}{}_{\nu\alpha\beta}a_{F}^{(5)\nu\alpha\beta}\,. \tag{3.16}$$

As equações de Maxwell modificadas serão neste caso:

$$\begin{aligned}\partial_{\mu}F^{\mu\nu} &= e\bar{\psi}\gamma^{\nu}\psi + \varepsilon^{\mu\nu}{}_{\alpha\beta}\tilde{\xi}^{\alpha}\partial_{\mu}\bar{\psi}\gamma^{\beta}\psi \\ &= (e\delta^{\mu}_{\alpha} - i\varepsilon^{\mu}{}_{\alpha\nu\beta}\tilde{\xi}^{\nu}q^{\beta})\bar{\psi}\gamma^{\alpha}\psi\end{aligned} \tag{3.17}$$

e

$$(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} + m + e\gamma^{\mu}A_{\mu} + \gamma^{\mu}\tilde{\xi}^{\nu}\tilde{F}_{\mu\nu})\psi = 0 \tag{3.18}$$

Um detalhe importante neste caso é o fato de que a corrente conservada não é modificada, ou seja, $Q' = Q = e\int d^3x\psi^{\dagger}\psi$. Continuando, neste segundo caso a extensão do vértice da QED pode ser escrito da seguinte forma:

$$\Gamma^{\mu} = e\gamma^{\mu} - i\varepsilon^{\mu}{}_{\alpha\nu\beta}\gamma^{\alpha}\tilde{\xi}^{\nu}q^{\beta}\,. \tag{3.19}$$

Pela aplicação desses vértices, que são deformações do vertice original da QED, podemos encontrar correções quânticas para o EDM e MDM, por exemplo [35]. Uma outra aplicação feita foi calcular a contribuição destes tipos de violação de Lorentz, a partir de Eq. (3.8) e Eq. (3.19), para o espalhamento fóton-fóton, calculando amplitude de espalhamento e a respectiva seção de choque do processo.

3.3.1 Espalhamento elástico fóton-Fóton e violação da simetria de Lorentz

O interesse na natureza da luz e nos fenômenos associados sempre esteve presente na Física. Por exemplo, nomes como René Descartes, Isaac Newton, Robert Hooke, Christiaan Huyghens criaram modelos ondulatórios e corpusculares para a luz, e a Mecânica Quântica trouxe com ele o conceito de dualidade onda-partícula, reconciliando os dois pontos de vista. No entanto, nas últimas décadas, novos problemas surgiram continuamente.

As equações de Maxwell da eletrodinâmica clássica tiveram a inclusão da luz na teoria como um grande sucesso, mas a linearidade das equações proíbe a existência de processos permitidos do ponto de vista quântico. Já em 1933, a preocupação com as propriedades do vácuo quântico e a interação entre os quanta da luz [36] abriu a era do eletromagnetismo não-linear. O trabalho teórico sobre eletrodinâmica não-linear apareceu pela primeira vez na década de 1930 com Halpern, Born, Infeld, Euler e Heisenberg [37–40] e continuou nos anos subseqüentes - [41, 42]. As correções implementadas resultaram na possibilidade de dispersão entre dois fótons por meio de flutuações a vácuo [39, 42] e permitiu o cálculo da seção de choque associada [43–45].

Fenômenos não lineares, como a dispersão de um fóton em um campo de Coulomb [46] ou a divisão de um fóton na presença de um campo externo [47] foram estudados e já foram observados experimentalmente [48–53]. De fato, a divisão de fótons também foi estudada no contexto de VSL [54]. Para o espalhamento elástico de luz por luz (LbyL), evidências experimentais também foram observadas, mas devido à sua pequena seção de choque, isso aconteceu apenas muito recentemente [55, 56]. Esses processos não-lineares são representados na ordem mais baixa por diagramas de 1 loop com quatro pernas fotônicas externas; mas, em alguns casos, substituímos os fótons reais por uma linha que representa um campo externo, como mostram os exemplos na Fig. 3.2.

Dos seis diagramas de Feynman associados à dispersão elástica de LbyL, obtidos pelas diferentes combinações das pernas fotônicas, podemos calcular as amplitudes de dispersão

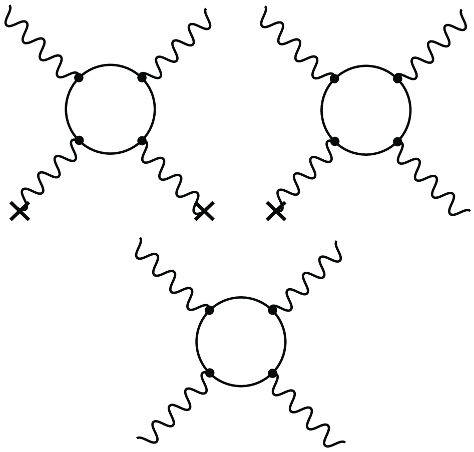

Figura 3.2: Ilustração das interações fóton-fóton em 1 loop: espalhamento Delbrück (superior esquerdo), divisão de fótons (canto superior direito) e espalhamento elástico de luz por luz (inferior). Os X indicam campos externos, como Coulomb ou campo magnético.

e a seção transversal diferencial para fótons não polarizados. O loop pode conter diferentes tipos de partículas carregadas virtuais (quarks, leptons, $W^{\pm}$ [57]), dependendo da energia disponível no experimento.

Considerando apenas os vértices da QED, em um regime de baixa energia ($\omega \ll m$), a seção de choque diferencial do processo é dada por [43, 44, 46]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}^{\gamma\gamma} = \frac{139\alpha^4}{(180\pi)^2 m^2} \left(\frac{\omega}{m}\right)^6 (3+\cos^2\theta)^2 \,, \tag{3.20}$$

enquanto que no caso ultrarelativistico [58]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}^{\gamma\gamma} = \frac{\alpha^4}{\pi^2\omega^2} \log^4 \frac{1}{\theta} \,, \tag{3.21}$$

no qual é adequado para pequenos ângulos de dispersão ($m/\omega \ll \theta \ll 1$). Nos dois resultados, estamos usando unidades naturais ($\hbar = c = 1$) e m representa a massa de elétrons.

A viabilidade da detecção direta da dispersão elástica de LbyL com raios laser no SLAC já foi discutida na década de 1980 [59]. Investigações sobre a dispersão de LbyL na escala visível, com lasers de alta intensidade [60], obtiveram o primeiro limite superior dado por $\sigma^{\gamma\gamma} = 10^{-39}\text{cm}^2$, com nível de confiança 95%. Posteriormente, ao atualizar a medição com um terceiro raio laser, o limite foi aprimorado para $1,5 \times 10^{-48}\text{cm}^2$ [61]. Nesta última situação, sob condições de baixa energia do experimento, o resultado foi de 18 ordens de magnitude a partir do resultado estimado pela QED ($7,3\times10^{-66}\text{cm}^2$). Outra possibilidade era usar pulsos de raios X (limite de alta energia), evitando a seção transversal do QED suprimida pela sexta potência da razão ω/m [62, 63]. Nessas experiências com raios-X, a seção transversal da QED foi estimada em $2,5 \times 10^{-43}\text{cm}^2$, o limite superior encontrado foi de $1,9 \times 10^{-23}\text{cm}^2$ [63].

Uma maneira alternativa de inspecionar as interações LbyL é utilizar colisões de íons pesados ultraperiféricas [64–67]. Experimentos de colisões untraperiféricas entre átomos de chumbo realizadas pelo experimento ATLAS com energias de 5, 02 TeV Apresentam evidências de espalhamentos elásticod de LbyL, e treze eventos candidatos foram observados [55].

Mais recentemente, catorze eventos candidatos que passaram em todos os requisitos de seleção foram relatados pela colaboração CMS [56]. No entanto, como o número de eventos associados a esse fenômeno foi pequeno, a análise ainda é limitada. Embora já existam experimentos de alta precisão para explorar propriedades de partículas fundamentais, como aquelas baseadas nas armadilhas tipo Penning [?, 33], ainda consideramos válido analisar os possíveis sinais de VSL no espalhamento LbyL. Novas atualizações do LHC, por exemplo, devem melhorar a disponibilidade dos dados, abrindo novas possibilidades para o estudo da física além do Modelo Padrão.

A dispersão elástica de LbyL é usada para restringir correções não lineares à eletrodinâmica de Maxwell [68] e também pode fornecer contribuição para o momento magnético anômalo do múon [69, 70], incluindo teorias quirais [71] e cálculos de cromodinâmica quântica (QCD), tanto para modelos holográficos [72] quanto em QCD em rede [73].

Além disso, o sinal dos processos advindos do vácuo quântico é afetado se novas partículas forem acopladas aos fótons. Pesquisas por física além do Modelo Padrão podem incluir, por exemplo, partículas semelhantes a axion [74–76] e QED supersimétrica [77]. Nossa proposta também visa investigar possíveis evidências de física além do MP, mais especificamente a busca de VSL por acoplamentos não mínimos que modificam o vértice de interação, como já desenvolvido para outros processos QED [78, 79].

De maneira resumida, o espalhamento fóton-fóton que só ocorre através de processos quânticos, comumente é representado em primeira aproximação por diagramas de Feynman de um laço como na Fig. 3.3.

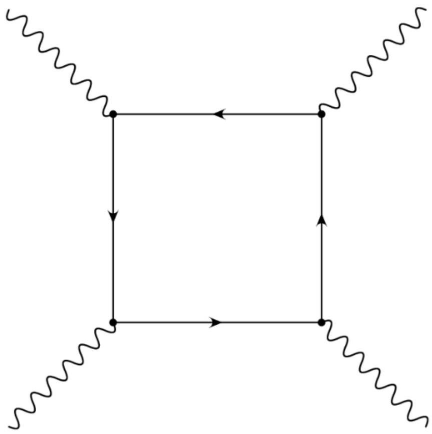

Figura 3.3: Diagrama de Feynman representando o espalhamento elástico fóton-fóton.

O espalhamento elástico fóton-fóton elástico que iremos analisar é representado por um tensor no qual, na aproximação de 1 laço, é representado pela integral seguinte

$$T^{\mu\nu\alpha\beta}(q_1, q_2, q_3, q_4) = \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} Tr\Big[S(p)\gamma^\mu S(p-q_4)\gamma^\nu S(q-q_4-q_3)\gamma^\alpha S(p-q_1)\gamma^\beta\Big], \quad (3.22)$$

onde $S(p)$ é o propagador do férmion com momento p e q_i com $i = 1, 2, 3, 4$ representa os 4-momento dos fótons externos (iniciais e finais) que participam do espalhamento. A chave para visualizarmos a contribuição da modificação advinda da violação de Lorentz está em reescrever o vértice da seguinte forma

$$\begin{aligned}\Gamma^{\mu}(q) &= e\gamma^{\alpha}(\delta^{\mu}_{\alpha} + ie^{-1}\xi\cdot q\delta^{\mu}_{\alpha} - ie^{-1}q_{\alpha}\xi^{\mu}) \\ &= e\gamma^{\alpha}M_{\alpha}{}^{\mu}(\xi,q)\,,\end{aligned} \tag{3.23}$$

e, uma vez que o vértice não depende do momento p, ou seja, do momento interno integrado no laço, a contribuição vinda da violação de Lorentz pode ser fatorizada para fora da integral. O tensor com a contribuição da violação de Lorentz é dada por

$$\begin{aligned}&T^{\mu'\nu'\alpha'\beta'}_{\mathrm{VSL}}(q_1,q_2,q_3,q_4) = T^{\mu\nu\alpha\beta}(q_1,q_2,q_3,q_4)\times \\ &\times\ M_{\mu}{}^{\mu'}(\xi,q_1)M_{\nu}{}^{\nu'}(\xi,q_2)M_{\alpha}{}^{\alpha'}(\xi,q_3)M_{\beta}{}^{\beta'}(\xi,q_4)\,.\end{aligned} \tag{3.24}$$

O resultado também pode ser visto do ponto de vista do acoplamento entre o tensor $T^{\mu\nu\alpha\beta}$ e vetores de polarização modificados $\epsilon_{\mu}(q_i)$. A violação de Lorentz modifica portanto os próprios vetores de polarização, ou seja,

$$\begin{aligned}\epsilon'_{\mu}(q) &= M_{\mu}{}^{\alpha}(q)\epsilon_{\alpha}(q) \\ &= (1+ie^{-1}\xi\cdot q)\epsilon_{\alpha}(q) - ie^{-1}\xi_{\mu}q\cdot\epsilon(q)\,.\end{aligned} \tag{3.25}$$

Considerando fótons externos físicos satisfazendo a condição de calibre $\partial_{\mu}A^{\mu}=0$, temos então $q\cdot\epsilon(q)=0$ e portanto

$$\epsilon'_{\mu}(q) = (1+ie^{-1}\xi\cdot q)\epsilon_{\mu}(q)\,. \tag{3.26}$$

Utilizando a matriz de espalhamento

$$\begin{aligned}\mathcal{M}^{\mathrm{QED}}_{\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4} &= (\epsilon_1^{\lambda_1})_{\mu}(\epsilon_2^{\lambda_2})_{\nu}(\epsilon_3^{\lambda_3})^{*}_{\alpha}(\epsilon_4^{\lambda_4})^{*}_{\beta}\times \\ &\times\ T^{\mu\nu\alpha\beta}(q_1,q_2,q_3,q_4)\,,\end{aligned} \tag{3.27}$$

e levando com conta a contribuição vinda da violação de Lorentz, chegamos à seguinte matriz de espalhamento modificada

$$\mathcal{M}^{\mathrm{VSL}}_{\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4} = (1+C)\mathcal{M}^{\mathrm{QED}}_{\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4}\,, \tag{3.28}$$

onde

$$\begin{aligned} C &= ie^{-1}(q_1+q_2-q_3-q_4)\cdot\xi + e^{-2}[-(q_1\cdot\xi)(q_2\cdot\xi) + \\ &+ (q_1\cdot\xi)(q_3\cdot\xi) + (q_1\cdot\xi)(q_4.\xi) + (q_2\cdot\xi)(q_3\cdot\xi) + \\ &+ (q_2\cdot\xi)(q_4\cdot\xi) - (q_3\cdot\xi)(q_4\cdot\xi)] + O(\xi^3)\,. \end{aligned} \tag{3.29}$$

Uma vez que , por conservação do momento, $q_1+q_2-q_3-q_4=0$, A violação de Lorentz contribuirá somente em segunda ordem do parâmetro ξ. Finalmente, temos $|M_{if}|^2$ dada por:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}^{\mathrm{VSL}}|^2 &= (1+C)(1+C^*)|\mathcal{M}^{\mathrm{QED}}|^2 \\ &\approx (1+2\mathrm{Re}(C))|\mathcal{M}_{\mathrm{QED}}|^2\,. \end{aligned} \tag{3.30}$$

Escolhendo um sistema de referência onde, no calibre de Lorenz, $q_1 = (\omega,\boldsymbol{q})$, $q_2 = (\omega,-\boldsymbol{q})$, $q_3 = (\omega,\boldsymbol{k})$ e $q_4 = (\omega,-\boldsymbol{k})$, A contribuição da violação de Lorentz pode ser escrita da seguinte forma

$$C = e^{-2}\big[(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{\xi})^2 + (\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{\xi})^2 + 2(\omega\xi_0)^2\big] + O(\xi^3)\,.$$

onde $\xi^\mu = (\xi_0,\boldsymbol{\xi})$. Sem perda de generalidade, o referencial onde os fótons iniciais se encontram no eixo z, ou seja, $\boldsymbol{q} = \omega\hat{\boldsymbol{z}}$ e $\boldsymbol{k}\cdot\hat{\boldsymbol{z}} = \omega\cos\theta$ podem ser escolhidos. Escrevendo $\boldsymbol{\xi}$ em uma direção arbitrária dada por

$$\boldsymbol{\xi}/|\boldsymbol{\xi}| = \sin\theta_\xi\cos\phi_\xi\hat{\boldsymbol{x}} + \sin\theta_\xi\sin\phi_\xi\hat{\boldsymbol{y}} + \cos\theta_\xi\hat{\boldsymbol{z}}\,, \tag{3.31}$$

temos que:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{\xi} &= |\boldsymbol{\xi}|\omega \left(\sin\theta \sin\theta_\xi \cos(\phi - \phi_\xi) + \cos\theta \cos\theta_\xi\right) \\
\boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{\xi} &= |\boldsymbol{\xi}|\omega \cos\theta_\xi \, . \qquad (3.32)
\end{aligned}
$$

Utilizando essas relações envolvendo $\boldsymbol{q}$, $\boldsymbol{k}$ e $\boldsymbol{\xi}$ em termos de ω e dos ângulos θ, ϕ, θ_ξ e ϕ_ξ, o resultado será dado por

$$
\frac{1}{4}\sum |\mathcal{M}^{\mathrm{VSL}}|^2 \approx \frac{1}{4}\sum \Big(1 + \omega^2\rho^2\Big)|\mathcal{M}^{\mathrm{QED}}|^2 \, , \qquad (3.33)
$$

onde $\rho^2 = \rho^2(\theta, \phi, \theta_\xi, \phi_\xi) = 2\mathrm{Re}(C)/\omega^2$.

Seguindo esse procedimento, o resultado final para a seção de choque diferencial pode ser escrita da seguinte forma

$$
\begin{aligned}
\frac{d\sigma^{\gamma\gamma,\xi}}{d\Omega} &= \frac{1}{64\pi^2}\frac{1}{(2\omega)^2}\sum |\mathcal{M}^{\mathrm{QED}}|^2 \\
&= \frac{d\sigma^{\gamma\gamma}_{\mathrm{QED}}}{d\Omega}\Big(1 + \omega^2\rho^2(\theta, \phi, \theta_\xi, \phi_\xi)\Big) \, . \qquad (3.34)
\end{aligned}
$$

Para o acoplamento do tipo $\tilde{F}$, a analise será a mesma mostrada anteriormente. Entretanto, os resultados diferem devido à nova estrutura tensorial trazida pelo tensor de Levi-Civita. Reescrevendo o resultado da Eq. (3.19) de forma análoga ao que fizemos em Eq. (3.23), temos

$$
\begin{aligned}
\Gamma^\mu &= e\gamma^\alpha(\delta^\mu_\alpha - e^{-1}\varepsilon^\mu{}_{\alpha\nu\beta}\tilde{\xi}^\nu q^\beta) \\
&= e\gamma^\alpha N^\mu{}_\alpha(\tilde{\xi}, q) \, . \qquad (3.35)
\end{aligned}
$$

Para calcularmos a seção de choque diferencial para o espalhamento elástico Luz-Luz com esse tipo de termo com violação de Lorentz, podemos novamente reescrever o vetor de polarização, porém neste caso utilizaremos N_α^β, de forma que

$$\begin{aligned} \epsilon'^\mu(q) &= N^\mu_{\ \nu}(q)\epsilon^\nu(q) \\ &= \epsilon^\mu(q) - ie^{-1}\varepsilon^\mu_{\ \nu\alpha\beta}\tilde{\xi}^\alpha q^\beta \epsilon^\nu(q)\,, \end{aligned} \tag{3.36}$$

e, da mesma forma que foi feito para o acoplamento com o tensor F, encontramos a seguinte matriz de espalhamento

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{\rm VSL}_{\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4} &= (\epsilon_1^{\lambda_1})^\mu(\epsilon_2^{\lambda_2})^\nu(\epsilon_3^{\lambda_3})^{*\alpha}(\epsilon_4^{\lambda_4})^{*\beta}T_{\mu\nu\alpha\beta} \\ &= N^\mu_{\ \mu'}N^\nu_{\ \nu'}(N^*)^\alpha_{\ \alpha'}(N^*)^\beta_{\ \beta'}\times \\ &\times (\epsilon^{\lambda_1})^{\mu'}(\epsilon^{\lambda_2})^{\nu'}(\epsilon^{\lambda_3})^{*\alpha'}(\epsilon^{\lambda_4})^{*\beta'}T_{\mu\nu\alpha\beta}\,. \end{aligned} \tag{3.37}$$

Portanto, de forma resumida,

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}^{\rm VSL}|^2 &= (NN)^\mu_{\ \mu''}(NN)^\nu_{\nu''}(NN)^\alpha_{\alpha''}(NN)^\beta_{\beta''}\times \\ &\quad \times T_{\mu\nu\alpha\beta}(T^*)^{\mu''\nu''\alpha''\beta''}\,, \end{aligned} \tag{3.38}$$

onde $(NN)^\mu_{\ \mu''} = N^\mu_{\ \mu'}N^{*\mu'}_{\mu''}$ e as contrações de índices podem ser expandidas como

$$(NN)^\mu_{\ \mu''} = \delta^\mu_{\mu''}(1-(q\cdot\tilde{\xi})^2) + q^2(\delta^{\mu'}_{\mu''}\tilde{\xi}^2 - \tilde{\xi}^\mu\tilde{\xi}_{\mu''}) + O(\tilde{\xi}^3). \tag{3.39}$$

Aqui ignoramos termos proporcionais à q_μ, que cancelam quando contraídos com qualquer índice de T devido à invariância de Calibre. finalmente, podemos encontrar $|M|^2$ e a seção de choque diferencial. Mais uma vez, considerando fótons físicos, temos que

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma,\tilde{\xi}}}{d\Omega} = \frac{d\sigma^{\gamma\gamma}_{\rm QED}}{d\Omega}\Big(1-\omega^2\rho^2(\theta,\phi,\theta_{\tilde{\xi}},\phi_{\tilde{\xi}})\Big)\,, \tag{3.40}$$

onde ρ é a mesma função encontrada para a seção de choque diferencial encontrado para o 4-vetor ξ.

Em ambos os acoplamentos não-mínimos, a contribuição advinda da violação de Lorentz se mostram evidentes em regiões onde $\omega_\xi \approx e/|\rho|$. Uma vez que os parâmetros de violação de Lorentz vêm tipicamente de efeitos da física de altas energias, uma análise do limite ultra-violeta (UV) se mostra mais produtivo.

Os vértices modificados que derivamos dos acoplamentos com F e $\tilde{F}$ manifestam-se de forma não-renormálizável, uma vez que, neste processo, eles são vértices internos dos diagramas de Feynman. Embora espera-se que os efeitos da violação de Lorentz possam ser observados nas escalas de energia dos experimentos encontrados hoje, esperamos que esses efeitos sejam na verdade manifestações de alguma teoria mais fundamental encontrada no regime de altas energias. Portanto, quando operamos com essa teoria abaixo desta escala de energia caracteristica, é aceitável trabalhar com um modelo não-renormálizavel, impondo que este modelo seja uma teoria efetiva válida nestes limites [80]. Neste trabalho, mesmo considerando o espalhamento elástico fóton-fóton no limite de altas energias, ainda consideramos essa escala de energia abaixo dessa escala de energia que caracteriza a teoria mais fundamental. E assim, a analise feita aqui é congruente com a região onde o modelo faz sentido do ponto de vista de uma teoria efetiva.

Agora, para iluminar nossos resultados, alguns casos particulares serão discutidos e pretendemos mostrar como diferentes particularizações do vetor de violação de Lorentz ξ^μ modificam a seção de choque diferencial para o espalhamento elástico fóton-fóton.

3.3.2 Seção de Choque Diferencial: Efeitos da Violação de Lorentz

Com a intenção de visualizar os efeitos da violação de Lorentz na seção de choque diferencial do espalhamento elástico fóton-fóton, particularizaremos algumas configurações do 4-vetor de background. Uma vez que o termo extra $\omega^2\rho^2$ é comum em ambos os casos implementados com os tensores F e $\tilde{F}$, diferenciando-se apenas por um sinal global, analisaremos somente o primeiro.

A primeira escolha será de um 4-vetor tipo-tempo, e em seguida analisaremos um 4-vetor tipo-espaço. Poderíamos considerar também um 4-vetor do tipo-luz, ou seja, $\xi = (\zeta, 0, 0, \zeta)$. Entretanto, este terceiro caso apresentaria uma superposição dos dois casos citados anteriormente, de forma que não me mostra necessário. Na prática, a separação que faremos é simplista, Se ξ existe, sua contribuição virá de uma mistura não trivial das partes temporal e espacial. Apesar desta constatação, essa separação será implementada por motivações didáticas para visualizarmos as contribuições.

No caso do 4-vetor tipo-tempo, ou seja, $\xi^\mu = (\xi_0, \mathbf{0})$, o resultado toma uma forma simples. A contribuição será dada por $\rho^2(\theta, \phi, \theta_\xi, \phi_\xi) = 4e^{-2}\xi_0^2$ e por conseguinte

$$\left| \frac{\frac{d\sigma_{\text{QED}}}{d\Omega}}{\frac{d\sigma}{d\Omega}} - 1 \right| \approx 4e^{-2}\xi_0^2\omega^2 \tag{3.41}$$

Os efeitos da violação de Lorentz tipo-tempo se mostrará significativa em frequências da ordem de $\omega_\xi = e\xi_0^{-1}$.

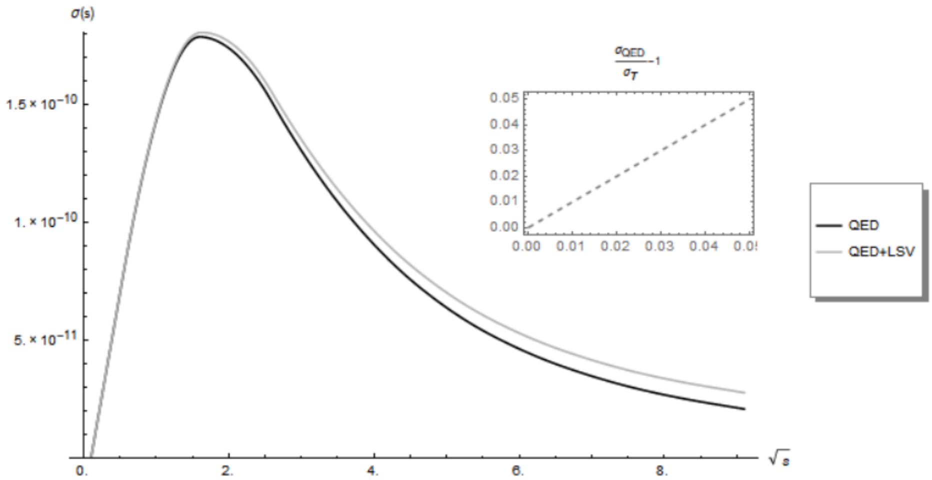

Figura 3.4: seção de choque fóton-fóton para QED(preto) e QED com violação de Lorentz tipo-tempo com $\omega_\xi = 0.01m_e$ (cinza).

Uma vez que a diferença entre a seção de choque da QED e a do modelo com violação de Lorentz é crescente com a energia do fóton, o melhor regime para para detectar possíveis sinais da violação de Lorentz é no limite de altas energias, no qual a contribuição da QED diminui e a contribuição da violação de Lorentz se destaca.

A partir da introdução de parâmetros com escala de energia, $\Lambda_{\pm}$, uma seção de choque modificada para o processo [81] independente de modelos pode ser construída, e por comparação entre a nova seção de choque e os resultados experimentais é possível parametrizar os desvios da QED [78, 79].

Seguindo na nossa análise, consideremos agora o caso em que o 4-vetor de background seja do tipo-espaço, ou seja, $\xi^{\mu} = (0, \boldsymbol{\xi})$. Neste caso em particular, devemos investigar o perfil angular da seção de choque diferencial nos limites de altas e baixas energias do espalhamento elástico fóton-fóton.

Com a escolha de um referencial de mesma forma que o adotado anteriormente, fixando $\boldsymbol{\xi}$ em uma direção arbitrária, podemos dividir a seção de choque em uma parte de pura QED e uma segunda parte onde há contribuição da violação de Lorentz, ou seja

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma,\boldsymbol{\xi}}}{d\Omega} = \frac{d\sigma^{\gamma\gamma}}{d\Omega} + \frac{d\sigma^{\gamma\gamma,\boldsymbol{\xi}}_{\text{VSL}}}{d\Omega} \,. \tag{3.42}$$

Partindo da equação acima podemos verificar os efeitos da modificação da seção de choque diferencial, em ambos os limites e baixas e altas energias. Se $\omega \ll m$, o resultado geral para o caso de um 4-vetor tipo-espaço será escrito da seguinte forma

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{\gamma\gamma,\boldsymbol{\xi}}_{\text{VSL}}}{d\Omega} \;=\;& \frac{2|\boldsymbol{\xi}|^2}{e^2}\frac{139\alpha^4\omega^8}{(180\pi)^2 m^8}(3+\cos^2\theta)^2\Big[\,(\cos\theta_\xi)^2 + \\ &+\; (\sin\theta\sin\theta_\xi\cos(\phi-\phi_\xi)+\cos\theta\cos\theta_\xi)^2\Big], \end{aligned} \tag{3.43}$$

que nos traz a oportunidade de melhor visualizar os efeitos da violação de Lorentz. Escolhendo inicialmente o vetor paralelo ao eixo-z ($\theta_\xi = 0$), encontramos

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma,\parallel}_{\text{VSL}}}{d\Omega} = \frac{2|\boldsymbol{\xi}|^2}{e^2}\frac{139\alpha^4\omega^8}{(180\pi)^2m^8}\Big[9 + 15\cos^2\theta + 7\cos^4\theta + \cos^6\theta\Big], \tag{3.44}$$

de tal sorte que podemos observar a mudança da dependência em θ porém neguma dependência azimutal.

Entretanto se considerarmos o vetor de background contido no plano transverso xy ($\theta_\xi = \pi/2$), temos

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma,\perp}_{\text{VSL}}}{d\Omega} = \frac{2|\boldsymbol{\xi}|^2}{e^2}\frac{139\alpha^4\omega^8}{(180\pi)^2m^8}[\big(3 + \cos^2\theta\big)(\sin\theta\cos(\phi - \phi_\xi))]^2, \tag{3.45}$$

em que esse perfil angular é mostrado em Fig. 3.5 para diferentes orientações do vetor de background contido no plano transverso xy. Aqui obtemos uma clara dependência em ϕ que se diferencia muito o perfil advindo da QED. Essa estrutura angular pode ser utilizada para uma busca experimental de alguma assinatura da violação de Lorentz.

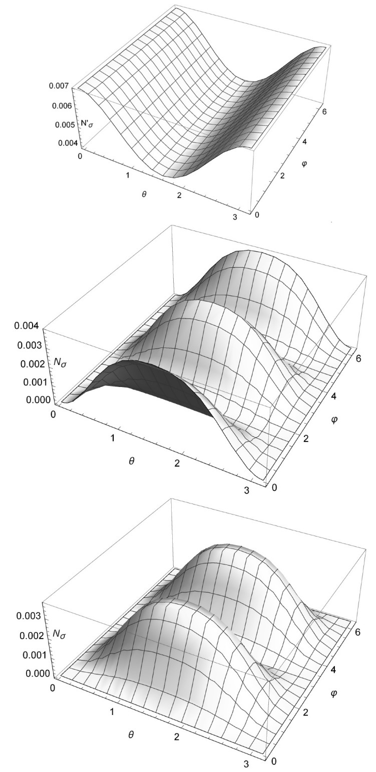

Figura 3.5: Perfil angular da seção de choque diferencial para QED (acima) e para um background tipo-espaço ($\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\boldsymbol{z}}, i.e., \theta_\xi = 0$) , no limite de baixas energias. O eixo vertical é dado por $N'_\sigma = [\alpha^4\omega^6/m^8]^{-1} d\sigma^{\gamma\gamma}/d\Omega$ e $N_\sigma = [2\alpha^4|\boldsymbol{\xi}|^2\omega^8/e^2m^8]^{-1} d\sigma^{\gamma\gamma,\perp}_{\text{VSL}}/d\Omega$, com $\phi_\xi = 0$ (meio) e $\phi_\xi = \phi/2$ (abaixo).

Agora, analisando o regime de altas energias, similarmente ao caso anterior, escolhendo o vetor de fundo paralelo ao eixo-z temos

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma,\parallel}_{\text{VSL}}}{d\Omega} = \frac{2|\boldsymbol{\xi}|^2}{e^2}\frac{\alpha^4}{\pi^2}\log^4\frac{1}{\theta}\Big[1+\cos^2\theta\Big], \tag{3.46}$$

e novamente, o cenário onde o vetor de fundo está contido no plano transverso xy, a contribuição é dada por

$$\frac{d\sigma^{\gamma\gamma,\perp}_{\text{VSL}}}{d\Omega} = \frac{2|\boldsymbol{\xi}|^2}{e^2}\frac{\alpha^4}{\pi^2}\log^4\frac{1}{\theta}\left(\sin^2\theta\cos^2(\phi-\phi_\xi)\right). \tag{3.47}$$

A contribuição da violação de Lorentz acima pode ser visualizada em Fig. 3.6 para diferentes escolhas do angulo azimutal ϕ_ξ. Uma vez mais, apontamos para o fato de que há um perfil anisotrópico na seção se choque diferencial.

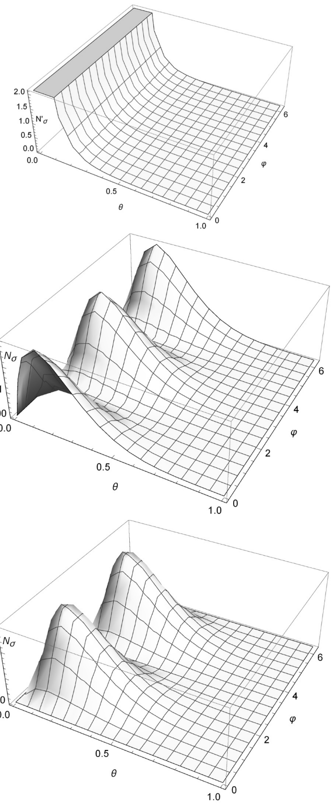

Figura 3.6: Perfil angular da seção de choque diferencial para a QED (acima) e com 4-vetor de fundo tipo-espaço ($\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\boldsymbol{z}}, i.e., \theta_\xi = 0$), no limite de altas energias. O eixo vertical representa $N'_\sigma = [\alpha^4/\omega^2]^{-1} d\sigma^{\gamma\gamma}/d\Omega$ e $N_\sigma = [2\alpha^4|\boldsymbol{\xi}|^2/e^2]^{-1} d\sigma^{\gamma\gamma,\perp}_{\text{VSL}}/d\Omega$, com $\phi_\xi = 0$ (meio) e $\phi_\xi = \phi/2$ (abaixo).

Quando analisamos os casos de seções de choque diferenciais modificadas por um plano de 4-vetores no plano transverso, o perfil angular em regime de baixa energia para gráficos advindos da QED mostra valores mínimos em $\theta = \pi/2$ enquanto o máximo da contribuição da violação de Lorentz se apresenta no mesmo $\theta = \pi/2$. Esses máximos ocorrem em $\phi = 0, \pi, 2\pi$ para $\boldsymbol{\xi} \parallel \hat{\boldsymbol{z}}$ e em $\phi = \pi/2, 3\pi/2$ para $\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\boldsymbol{z}}$. Tais especificações são aquelas em que seria mais fácil observar os efeitos da violação de Lorentz em experimentos.

No regime de alta energia, os efeitos do VSL serão máximos nos mesmos valores $\phi = 0, \pi, 2\pi$ para $\boldsymbol{\xi} \parallel \hat{\boldsymbol{z}}$ e em $\phi = \pi/2, 3\pi/2$ para $\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\boldsymbol{z}}$, mas quanto menor o valor de θ, mais intensos serão os efeitos de VSL.

Além disso, Eqs. (3.46) e (3.47) mostram que a contribuição extra advinda de VSL até $O(\xi^3)$ é independente da energia, enquanto a seção de choque diferencial da QED cai com ω^{-2}. No caso onde $\boldsymbol{\xi} \perp \hat{\boldsymbol{z}}$, em particular, um platô poderia ser observado com experimentos realizados em energias cada vez mais altas para pequeno θ. É importante lembrar que os limites de validade ($m/\omega \ll \theta \ll 1$) devem ser respeitados.

Se toda a análise anterior fosse desenvolvida para o acoplamento com $\tilde{F}$, a mesma dependência azimutal resultante seria observada, mas com um sinal global menos, como indicado na Eq. (3.40). Resultados semelhantes foram relatados com essa dependência ϕ, considerando acoplamentos não-mínimos para modificar a Lagrangeana da QED, em processos como espalhamento de Compton e Bhabha. [78, 79].

3.4 Acoplamento não-mínimo no setor Eletro-Fraco

Baseado no acoplamento não-minimo utilizado em [82] pode-se extender a idéia de um acoplamento não-mínimo para o setor $SU(2) \times U(1)$ do Modelo Padrão. Partindo da implementação da seguinte derivada covariante proposta em [82] temos

$$(D'_\mu)_{AB} = \Big(\partial_\mu + igYB_\mu + ig'W^a_\mu\sigma^a/2\Big)\delta_{AB} - i\xi^\nu_{AB}F_{\mu\nu} - i\rho^\nu_{AB}\sigma^a F^a_{\mu\nu} \tag{3.48}$$

onde $Y = 2(Q - T^3)$ e os índices A, B se referem às famílias dos férmions do Modelo Padrão, tanto dos quarks quanto dos léptons, $F_{\mu\nu} = \partial_{[\mu}B_{\nu]}$,

$$F^a_{\mu\nu}\sigma^a = \begin{pmatrix} \partial_{[\mu}W^3_{\nu]} + gW^+_{[\mu}W^-_{\nu]} & \partial_{[\mu}W^+_{\nu]} + gW^3_{[\mu}W^+_{\nu]} \\ \partial_{[\mu}W^-_{\nu]} + gW^3_{[\mu}W^-_{\nu]} & -\partial_{[\mu}W^3_{\nu]} - gW^+_{[\mu}W^-_{\nu]} \end{pmatrix},$$

onde σ^a se refere às matrizes de Pauli, B e W^I são os campos de gauge de $U(1)_Y$ e $SU(2)_L$, respectivamente. Nossa analise se iniciará no setor dos quarks, onde esperamos analisar a relação entre a violação de Lorentz e a violação de CP que é representada pela Matriz CKM. Na subseção seguinte analisaremos o setor leptônico, onde a inexistência de neutrinos Right e a universalidade das interações fracas nesse setor nos demandam uma análise por outra perspectiva.

3.4.1 Setor dos Quarks:

Levando a estrutura de sabor, a nova derivada covariante agirá no setor dos quarks da seguinte forma

$$\mathcal{L} = (\bar{Q}_L)_A(i\gamma^\mu D'_\mu)_{AB}(Q_L)_B + (\bar{u}_R)_A(i\gamma^\mu D'_\mu)_{AB}(u_R)_B + (\bar{d}_R)_A(i\gamma^\mu D'_\mu)_{AB}(d_R)_B \ , \tag{3.49}$$

onde A, B se referem à respectiva família (sabor). A Lagrangeana acima nos traz os seguintes novos termos de interação no setor Left:

$$\mathcal{L}_{VSL}^{Left} = \xi_{AB}^{\mu}(\bar{Q}_L)_A\gamma^{\nu}(Q_L)_B F_{\mu\nu} + \rho_{AB}^{\mu}(\bar{Q}_L)_A\gamma^{\nu}\sigma^a(Q_L)_B F_{\mu\nu}^a \tag{3.50}$$

Aqui definimos $(Q_L)_A = (u_{L,A}\ d_{L,A})^T$. Visto que este novo acoplamento age no setor de interação da corrente vetorial fermiônica, não haverá mudanças nas massas dos férmions nem tampouco na massa dos Bósons de Gauge. Como se sabe, a relação entre os Bósons B, W^3 e A, Z é dada a partir da diagonalização da matriz de massa após a quebra espontânea de simetria do potencial de Higgs, e dessa diagonalização aparece a seguinte relação:

$$A = \cos\theta_W B + \sin\theta_W W^3 \quad , \quad Z = -\sin\theta_W B + \cos\theta_W W^3 \tag{3.51}$$

ou, de maneira inversa

$$B = \cos\theta_W A - \sin\theta_W Z \quad , \quad W^3 = \sin\theta_W A + \cos\theta_W Z \tag{3.52}$$

Reescrevendo a Lagrangeana (3.50) em termos dos campos do fóton e do bóson Z, encontramos:

$$\mathcal{L}_{VSL}^{Left} = \bar{u}_{L,A}(\Delta_{AB} + \tilde{\Delta}_{AB})u_{L.B} + \bar{d}_{L,A}(\Delta_{AB} - \tilde{\Delta}_{AB})d_{L,B} + \bar{u}_{L,A}\Delta_{AB}^{+}d_{L,B} + h.c. \tag{3.53}$$

onde

$$\Delta_{AB} = \xi_{AB}^{[\mu}\gamma^{\nu]}(cos\theta_W\partial_\mu A_\nu - sin\theta_W\partial_\mu Z_\nu) \tag{3.54}$$

,

$$\tilde{\Delta}_{AB} = \rho_{AB}^{[\mu}\gamma^{\nu]}(sin\theta_W\partial_\mu A_\nu + cos\theta_W\partial_\mu Z_\nu + ig' W_\mu^+ W_\nu^-) \tag{3.55}$$

e

$$\Delta_{AB}^{+} = \rho_{AB}^{[\mu}\gamma^{\nu]}(\partial_\mu W_\nu^+ + ig' sin\theta_W A_\mu W_\nu^+ + ig' cos\theta_W Z_\mu W_\nu^+) \tag{3.56}$$

De maneira análoga, introduzindo acoplamentos análogos no setor Right teremos a seguinte Lagrangeana de interação:

$$\mathcal{L}_{VSL}^{Right} = \xi^{\mu}_{AB}\bar{u}_{R,A}\gamma^{\nu}u_{R,B}F_{\mu\nu} + \xi^{\mu}_{AB}\bar{d}_{R,A}\gamma^{\nu}d_{R,B}F_{\mu\nu} \tag{3.57}$$

Veja que o setor Right é singlete sob transformações do grupo $SU(2)_I$. Reescrevendo a equação acima na mesma base (usando $B = \cos\theta_W A - \sin\theta_W Z$) temos:

$$\mathcal{L}_{VSL}^{Right} = \bar{u}_{R,A}\Delta_{AB}u_{R,B} + \bar{d}_{R,A}\Delta_{AB}d_{R,B} \tag{3.58}$$

Finalmente, somando as componentes Left e Right e introduzindo a matriz CKM de mistura dos quarks teremos que com a escolha padrão da parametrização, $d'_A = V_{AB}d_B$ onde d'_A representam os quarks físicos. Portanto podemos reescrever a nova Lagrangeana e interação com os setores Left e Right $\mathcal{L}_{VSL}^{total} = \mathcal{L}_{LSL}^{Left} + \mathcal{L}_{VSL}^{Right}$ e ela é dada por

$$\mathcal{L}_{VSL}^{total} = \bar{U}_A(\Delta_{AB} + \tilde{\Delta}_{AB}P_L)U_B + \bar{D}_A V_{AC}(\Delta_{CD} - \tilde{\Delta}_{CD}P_L)V^{\dagger}_{DE}D_E + \bar{U}_i\Delta^{+}_{AB}V^{\dagger}_{BC}P_L D_C + h.c. \tag{3.59}$$

Aqui U_A , D_A são espinores de Dirac $U_A = (u_{L,A}\ u_{R,A})^T$, $D_A = (d'_{L,A}\ d'_{R,A})^T$ e $P_L = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)$. Os termos que misturam a Violação de Lorentz e a matriz CKM no setor dos Quarks D podem ser escritos de forma explicita como se segue:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{VSL}^{total} \;=\;& \overline{U}_A\,(c_1^{\mu}\gamma^{\nu} + c_2^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma_5\,)_{AB}\;U_B\,\partial_{[\mu}A_{\nu]} + \overline{D}_A\,(c_3^{\mu}\gamma^{\nu} + c_4^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma_5\,)_{AB}\,D_B\,\partial_{[\mu}A_{\nu]} + \\
& + \overline{U}_A\;(c_5^{\mu}\gamma^{\nu} + c_6^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma_5)_{AB}\;U_B\,\partial_{[\mu}Z_{\nu]} + \bar{D}_A\,(c_7^{\mu}\gamma^{\nu} + c_8^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma_5\,)_{AB}\;D_B\,\partial_{[\mu}Z_{\nu]} + \\
& + \frac{1}{2}\,(c_9^{\mu})_{AB}\,\overline{U}_A\,\gamma^{\nu}\;(1-\gamma_5)\;D_B\,\left(\partial_{[\mu}W^{-}_{\nu]} + ieA_{[\mu}W^{-}_{\nu]} + ie\cot\theta_W Z_{[\mu}W^{-}_{\nu]}\right) + \\
& + \frac{i}{2}\,g\;W^{+}_{[\mu}W^{-}_{\nu]}\left[(\rho^{\mu})_{AB}\,\overline{U}_A\,\gamma^{\nu}\,(1-\gamma_5)\;U_B - (\hat{\rho}^{\mu})_{AB}\bar{D}_A\,\gamma^{\nu}\,(1-\gamma_5)\;D_B\right] + \text{h. c.}\,,
\end{aligned} \tag{3.60}$$

onde $\hat{n}_{AB} = (VnV^{\dagger})_{AB}$ para qualquer matriz n_{AB}, $c_1^{\mu} = c_W\xi^{\mu} + \frac{1}{2}s_W\rho^{\mu}$,$c_2^{\mu} = -\frac{1}{2}s_W\rho^{\mu}$, $c_3^{\mu} = c_W\hat{\xi}^{\mu} - \frac{1}{2}s_W\hat{\rho}^{\mu}$, $c_4^{\mu} = \frac{1}{2}s_W\hat{\rho}^{\mu}$, $c_5^{\mu} = -s_W\xi^{\mu} - \frac{1}{2}c_W\rho^{\mu}$, $c_6^{\mu} = \frac{1}{2}c_W\rho^{\mu}$, $c_7 = -s_w\hat{\xi}^{\mu} + \frac{1}{2}c_W\hat{\rho}^{\mu}$,

$c_8^\mu = \frac{1}{2}c_W\hat{\rho}^\mu$, $c_9 = \rho^\mu V^\dagger$, $s_W = \sin\theta_W$, $c_W = \cos\theta_W$, e omitimos os índices de sabor por motivos de simplicidade.

A partir da equação acima, mostraremos que a Matriz CKM não aparecerá apenas nas correntes carregadas, como no Modelo padrão, e agora também obteremos parâmetros de violação de Lorentz que podem ser complexos, devido a violação de CP parametrizada pela fase complexa δ. **Admitindo que os vetores de violação de Lorentz não misturem as famílias, mas que dependam da família**. em outras palavras, admitamos que ξ^μ_{AB} tenha a seguinte forma:

$$\xi^\mu_{AB} = \begin{pmatrix} \xi^\mu_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \xi^\mu_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \xi^\mu_{33} \end{pmatrix} . \tag{3.61}$$

Também admitiremos que ρ partilhe da mesma característica. A partir dessa estrutura, após a rotação induzida pela matriz CKM obtemos:

$$(V\xi V^\dagger)_{11} \approx \xi_{11} + (\xi_{22} - \xi_{11})\lambda^2 + O(\lambda^5) \ , \tag{3.62}$$

$$(V\xi V^\dagger)_{12} \approx (-\lambda + \frac{\lambda^3}{2})(\xi_{11} - \xi_{22}) + O(\lambda^5) \ , \tag{3.63}$$

$$(V\xi V^\dagger)_{13} \approx (\xi_{11} - \xi_{22})(A\lambda^3) - (\xi_{11} - \xi_{33})A\lambda^3(\rho - i\eta) + O(\lambda^5) \ , \tag{3.64}$$

$$(V\xi V^\dagger)_{22} \approx \xi_{22} + (\xi_{11} - \xi_{22})\lambda^2 + (\xi_{33} - \xi_{22})A^2\lambda^4 + O(\lambda^5) \ , \tag{3.65}$$

$$(V\xi V^\dagger)_{23} \approx (\xi_{33} - \xi_{22})A\lambda^2 + \xi_{11}A\lambda^4(-i\eta + \rho - 1) + \xi_{22}A\lambda^4(-i\eta - \rho + 1) + O(\lambda^5) \ , \tag{3.66}$$

$$(M\xi M^\dagger)_{33} \approx \xi_{33} + (\xi_{22} - \xi_{33})A^2\lambda^4 + O(\lambda^5) \ , \tag{3.67}$$

Observe que a característica complexa reside nos componentes não diagonais dos parâmetros de violação de Lorentz, mas depende da diferença entre magnitudes expressa em nossa suposição 3.61. No limite de baixa energia, isto é, no limite em que os Bósons de calibre massivos decaem com rapidez suficiente, o decaimento de Z^0 gera a seguinte nova interação efetiva entre correntes neutras:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{neutral-neutral} &= \frac{c_W^2 G_F}{\sqrt{2}} J_\mu^0 \times \bar{U}_A \gamma^{[\nu} q^{\mu]} (c_{5,\nu} + c_{6,\nu}\gamma_5)_{AB} U_B + \\ &+ \frac{c_W^2 G_F}{\sqrt{2}} J_\mu^0 \times \bar{D}_A \gamma^{[\nu} q^{\mu]} (c_{7,\nu} + c_{8,\nu}\gamma_5)_{AB} D_B \end{aligned} \tag{3.68}$$

onde $J_\mu^0 = \sum_f \bar{f}\gamma_\mu(v_f - a_f\gamma_5)f$ é a corrente que se acopla com Z^0 no MP, $\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$, $v_f = T_3^f - 2Q_f s_W^2$, $a_f = T_3^f$, $q = p_f - p_{\bar{f}} = p_{Q_A} - p_{Q_B}$. Interessante notar que enquanto c_5 e c_6 se mantém diagonal no que se refere ao sabor, c_7 e c_8 contém em si contribuições da matriz CKM, de forma que não serão diagonais, partindo da suposição 3.61. Os parâmetros c_3 e c_4 também compartilham dessa propriedade. É importante ressaltar que os termos c_7 e c_8 geram a chamada corrente neutra com troca de sabor (FCNC - Flavour Changing Neutral Current, em inglês) em um processo em nível de árvore. No MP é proibido que esses processos FCNC ocorram em um processo em nível de árvore, portanto, é um resultado importante a ser discutido. Além disso, também é importante apontar para o fato de que c_3 e c_4 podem gerar troca de sabor através de um acoplamento com o fóton, fenômeno que também não ocorre no modelo padrão.

Analisando mais detalhadamente a interação que nos traz a possibilidade de processos do tipo FCNC dada pelo segundo termo da equação 3.69, após alguns algebrismos podemos reescrever a hamiltoniana efetiva para o setor dos quarks D_A da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}^{FCNC} &= \frac{c_W^2 G_F}{\sqrt{2}} \Big[\bar{D}_A \gamma^\mu D_B \times \sum_f \bar{f} M_\mu{}^\nu{}_{AB} \gamma_\nu (v_f - a_f\gamma_5) f + \\ &+ \bar{D}_A \gamma^\mu \gamma_5 D_B \times \sum_f \bar{f} N_\mu{}^\nu{}_{AB} \gamma_\nu (v_f - a_f\gamma_5) f \Big]\end{aligned}$$

onde $M_\mu{}^\nu{}_{AB} = (\delta_\mu^\nu q.c_7 - q_\mu c_7^\nu)_{AB}$ e $N_\mu{}^\nu{}_{AB} = (\delta_\mu^\nu q.c_8 - q_\mu c_8^\nu)_{AB}$. Com isso podemos calcular a matriz de espalhamento de alguns possíveis processos no setor não-diagonal no espaço dos sabores.

Decaimento de Káons neutros: Se houver uma contribuição para a corrente neutra advinda de eventos de FCNC, os mésons K neutros ($\bar{s}d$ e $\bar{d}s$) podem decair facilmente em um par de múon - anti múon, como é mostrado na Fig. 3.7.

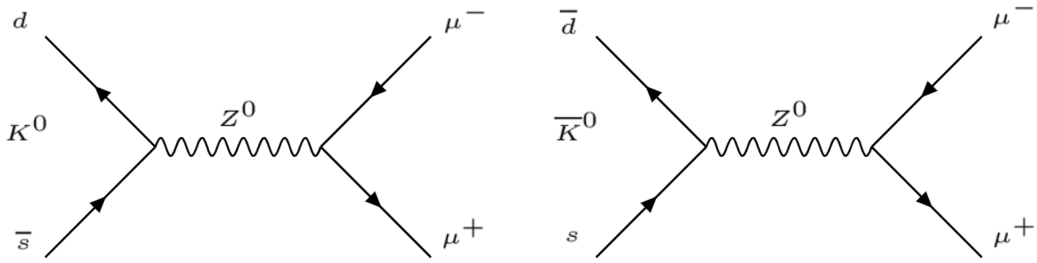

Figura 3.7: Decaimento hipotético de Káons neutros K^0 e $\bar{K}^0$ em um processo de FCNC.

O método padrão para trabalhar em decaimentos de mésons é dado pela seguinte parametrização $\langle 0|\bar{s}\gamma_\mu\gamma_5 d|K^0(q)\rangle = iF_K q_\mu$ [82]. A corrente vetorial será responsável pelos mésons vetoriais (por exemplo, K^*), portanto, nós os ignoraremos neste trabalho. Assim, a matriz de espalhamento é dada por:

$$\mathcal{M} \quad = \quad \frac{c_W^2 G_F}{\sqrt{2}}(N_{12})^{\mu\nu} \times \langle 0|\bar{s}\gamma_\mu\gamma_5 b|K^0(q)\rangle \times \bar{\mu}(p)\gamma_\nu(v_f - a_f\gamma_5)\mu(q-p) \ , \qquad (3.69)$$

onde $(N)^{\mu\nu}{}_{12} = (\eta^{\mu\nu}q.(c_8)_{12} - q^\mu(c_8)^\nu_{12})$. Assim, fazendo a soma sob os spins obtemos:

$$\langle|\mathcal{M}|^2\rangle = \sum_{spins}|\mathcal{M}|^2 = \frac{c_W^4 G_F^2}{2}F_K^2 q_\mu q_\nu N^{\mu\kappa}{}_{12}(N^\dagger)^{\nu\lambda}{}_{12}\sum J_\kappa J_\lambda^\dagger \qquad (3.70)$$

onde usamos $J_\kappa = \bar{\mu}(p)\gamma_\kappa(v_\mu - a_\mu\gamma_5)\mu(q-p)$. Após simplificações e usando o referencial de repouso do káon neutro, onde $q = (M_K, \vec{0})$, chegamos à:

$$\langle|\mathcal{M}|^2\rangle \approx c_W^4 G_F^2 F_K^2 a_\mu^2 M_K^6 \left(|\ \vec{c}\ |^2 - 4\left(\frac{\vec{c}\cdot\vec{p}}{M_K}\right)^2\right) \qquad (3.71)$$

aqui ignoramos termos proporcionais à $v_\mu = 1 - 4s_W^2 << 1$. Pelo uso da regra de ouro para a decaimento dada por:

$$\Gamma = \frac{1}{2(4\pi)^2 M_K} \int d^3\vec{p} \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{E_p E_{p'}} \delta(M_k - E_p - E_{p'}) \tag{3.72}$$

onde p e p' são os 4-momentos dos estados finais. Com isso podemos calcular a taxa de decaimento:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{c_W^4 G_F^2 F_K^2 a_\mu^2 M_K^6}{2(4\pi)^2 M_K} \int d^3\vec{p} \frac{\left(| \vec{c} |^2 - 4 \left(\frac{\vec{c}\cdot\vec{p}}{M_K} \right)^2 \right)}{E_p E_{p'}} \delta(M_k - E_p - E_{p'}) = \\ &= \frac{c_W^4 G_F^2 F_K^2 a_\mu^2 M_K^6}{2(4\pi)^2 M_K} \int \frac{PdP}{2\sqrt{P^2 + y^2 M_k^2}} \delta(P - \kappa) \int d\Omega \left(| \vec{c} |^2 - 4 \left(\frac{\vec{c}\cdot\vec{p}}{M_K} \right)^2 \right), \end{aligned} \tag{3.73}$$

onde $P = |\vec{p}|$, $\kappa = \frac{M_K}{2}\sqrt{(1 - 4y^2)}$, $y = \frac{m_\mu}{M_K}$. Definindo $\vec{c} = |\vec{c}|(\sin\theta_c \cos\phi_c, \sin\theta_c \sin\phi_c, \cos\theta_c)$ com ϕ_c, θ_c ângulos genéricos, a integral angular pode ser calculada e é dada por:

$$\int d\Omega \left(| \vec{c} |^2 - 4 \left(\frac{\vec{c}\cdot\vec{p}}{M_K} \right)^2 \right) = \frac{4}{3}\pi | \vec{c} |^2 \left(3 - \frac{4P^2}{M_K^2} \right) \tag{3.74}$$

Com isso a integral pode ser calculada e com isso chegamos ao seguinte resultado para a taxa de decaimento:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{c_W^4 G_F^2 F_K^2 a_\mu^2 M_K^6}{24\pi M_K} | \vec{c} |^2 \int \frac{PdP}{2\sqrt{P^2 + y^2 M_k^2}} \delta(P - \kappa) \left(3 - \frac{4P^2}{M_K^2} \right) = \\ &= \frac{c_W^4 G_F^2 F_K^2 a_\mu^2 M_K^5}{12\pi} | \vec{c}_{12} |^2 \sqrt{(1 - 4y^2)} \left(1 + 2y^2 \right) \end{aligned}$$

Portanto, utilizando os valores das constantes para o caso do decaimento do Káon neutro obtemos a seguinte taxa de decaimento:

$$\Gamma(K^0 \to \mu^- \mu^+) = 4.3 \times 10^{-7} \; |\vec{c}_{12}|^2 MeV^3 \tag{3.75}$$

onde utilizamos $a_\mu \approx 0.5$, $G_F = 1.16 \times 10^{-11}\text{MeV}^{-2}$, $M_K = 497.61$ MeV e $F_K = 164$ MeV. De acordo com [83], Káons neutros com meias-vidas longas K_L^0 tem sua taxa de decaimento dada por:

$$\Gamma(K_L^0) = \frac{1}{\tau_{K_L^0}} \approx 1.3 \times 10^{-14} MeV \tag{3.76}$$

de tal sorte que o *Branching Ratio* $B(K_L^0 \to \mu^+\mu^-)$, experimentalmente limitado a um valor menor que 6.8×10^{-9} [83], será dado por [1]:

$$B(K_L^0 \to \mu^+\mu^-) = \frac{2\Gamma(K^0 \to \mu^+\mu^-)}{\Gamma(K_L^0)} = 6.7 \times 10^7 \left(\frac{|\vec{c}|}{MeV^{-1}}\right)^2 \tag{3.77}$$

Portanto, a contribuição para esse decaimento advinda de uma possível violação de Lorentz deve ser menor ou na ordem de contribuição do Modelo Padrão. Partindo desta afirmação encontramos o seguinte limite para o componente vetorial do vetor de fundo:

$$|\vec{\rho}_{22} - \vec{\rho}_{11}| \approx \frac{4}{c_W \lambda}|\vec{c}_{12}| < 5.6 \times 10^{-10} MeV^{-1} \ . \tag{3.78}$$

Da mesma forma, podemos calcular a taxa de decaimento para o méson B^0 $(d\bar{b})$ e, usando os dados mais recentes de [83], alcançamos os seguintes resultados:

$$B(B^0 \to \mu^+\mu^-) = 1.7 \times 10^8 \left(\frac{|\vec{c}_{13}|}{MeV^{-1}}\right)^2 \ , \tag{3.79}$$

que nos gera o seguinte limite

$$|\vec{\rho}_{11} - \vec{\rho}_{22} - (\rho - i\eta)(\vec{\rho}_{11} - \vec{\rho}_{33})| \approx \frac{4|\vec{c}_{13}|}{A\lambda^3 c_W} < 4.2 \times 10^{-8} MeV^{-1} \ . \tag{3.80}$$

Da mesma forma, temos que para o méson B_s^0 $(s\bar{b})$:

$$B(B_s^0 \to \mu^+\mu^-) = 2.7 \times 10^8 \left(\frac{|\vec{c}_{23}|}{MeV^{-1}}\right)^2 \ , \tag{3.81}$$

[1] A taxa de decaimento do káon de meia-vida longa K_L^0 é dada por $\Gamma(K_L^0) \approx (2-\delta)\Gamma(K^0)$. A taxa de decaimento do káon de meia-vida curta K_S é dada por $\Gamma(K_S^0) \approx \delta\Gamma(K^0)$ onde $\delta << 1$ é proporcional à diferença de massa entre os káons K^0 e $\bar{K}^0$. Por esse motivo, temos um fator 2 multiplicado pela taxa de decaimento.

e com isso obtemos o seguinte limite:

$$|\vec{\rho}_{33} - \vec{\rho}_{22}| = \frac{4|\vec{c}_{23}|}{A\lambda^2 c_W} < 1.4 \times 10^{-8} MeV^{-1} \ . \tag{3.82}$$

Em resumo, os limites obtidos estão organizados na tabela 3.1.

Decaimento	**Limite Superior** (MeV^{-1})
$K_L^0 \to \mu^+ + \mu^-$	$|\vec{\rho}_{22} - \vec{\rho}_{11}| < 5.6 \times 10^{-10}$
$B^0 \to \mu^+ + \mu^-$	$|\vec{\rho}_{11} - \vec{\rho}_{22} - (\rho - i\eta)(\vec{\rho}_{11} - \vec{\rho}_{33})| < 4.2 \times 10^{-8}$
$B_s^0 \to \mu^+ + \mu^-$	$|\vec{\rho}_{33} - \vec{\rho}_{22}| < 1.4 \times 10^{-8}$

Tabela 3.1: Limites para os parâmetros de violação de Lorentz encontrados a partir dos limites experimentais dos processos de FCNC.

Na seção a seguir estudaremos o setor leptônico e os chamados processos de violação de sabor no setor leptônico, ou LFV - (*Lepton Flavor Violation*).

3.4.2 O setor leptônico e a violação de sabor:

Analisando agora o setor leptônico, importante apontar que não há mecanismo de CKM nesse setor; portanto, apresentaremos uma análise baseada na suposição de parâmetros não-diagonais de VSL. Como veremos, esses termos não diagonais nos dão limites mais fortes do que os diagonais mostrados no setor de quarks. Falando resumidamente, temos que, após modificação da derivada covariante, o Lagrangiano correspondente ao setor leptônico pode ser escrito da seguinte maneira

$$\mathcal{L}_\ell = i(\bar{L}_L)_A\gamma^\mu(D'_\mu)_{AB}(L_L)_B + i(\bar{\ell}_R)_A\gamma^\mu(D'_\mu)_{AB}(\ell_R)_B \ , \tag{3.83}$$

onde os termos de massa que surgem das interações de Yukawa são omitidos, pois os termos VSL não os influenciam, e $(L_L)_A$ o dublete contendo o neutrino Left e o lépton Left da família A. A Lagrangeana (3.83) pode ser dividido em $\mathcal{L}_\ell = \mathcal{L}_\ell^{MP} + \mathcal{L}_{VSL}^{Left} + \mathcal{L}_{VSL}^{Right}$ e o e a contribuição da VSL no setor Left pode ser escrita da seguinte maneira

$$\mathcal{L}_{VSL}^{Left} = \xi^\mu_{AB}(\bar{L}_L)_A\gamma^\nu(L_L)_B F_{\mu\nu} + \rho^\mu_{AB}(\bar{L}_L)_A\gamma^\nu F^a_{\mu\nu}\sigma^a(L_L)_B \ , \tag{3.84}$$

Escrevendo B_μ e W^3_μ na base dos campos físicos Z e do fóton a equação acima nos trará a seguinte Lagrangeana de interação para o setor "Left":

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{LSV}^{Left} &= (v_1)^\mu_{AB}(\bar{\ell}_L)_A\gamma^\nu(\ell_L)_B\partial_{[\mu}A_{\nu]} + (v_2)^\mu_{AB}\,(\bar{\nu}_L)_A\gamma^\nu(\nu_L)_B\partial_{[\mu}A_{\nu]} + \\
&+ (v_3)^\mu_{AB}\,(\bar{\ell}_L)_A\gamma^\nu(\ell_L)_B\partial_{[\mu}Z_{\nu]} + (v_4)^\mu_{AB}\,(\bar{\nu}_L)_A\gamma^\nu(\nu_L)_B\partial_{[\mu}Z_{\nu]} + \\
&+ \frac{ig}{2\sin\theta_W}\,(v_1 - v_2)^\mu_{AB}\,W^+_{[\mu}W^-_{\nu]}\,\big((\bar{\ell}_L)_A\gamma^\nu(\ell_L)_B - (\bar{\nu}_L)_A\gamma^\nu(\nu_L)_B\big) + \\
&+ \frac{(v_1 - v_2)^\mu_{AB}}{2\sin\theta_W}\,(\bar{\ell}_L)_A\gamma^\nu(\nu_L)_B\left(\partial_{[\mu}W^-_{\nu]} + ieA_{[\mu}W^-_{\nu]} + iecot\theta_W Z_{[\mu}W^-_{\nu]}\right) + h.c.\ ,
\end{aligned} \tag{3.85}$$

onde definimos por conveniência $v_{1\mu} = \cos\theta_W\xi_\mu + \sin\theta_W\rho_\mu$, $v_{2\mu} = \cos\theta_W\xi_\mu - \sin\theta_W\rho_\mu$, $v_{3\mu} = -\sin\theta_W\xi_\mu + \cos\theta_W\rho_\mu$, $v_{4\mu} = -\sin\theta_W\xi_\mu - \cos\theta_W\rho_\mu$. A violação de Lorentz implementada no setor leptônico "Right" será dada por:

$$\mathcal{L}_{VSL}^{Right} = \xi^{\mu}_{AB}\,(\bar{\ell}_R)_A\gamma^{\nu}(\ell_R)_B\,F_{\mu\nu}\ . \tag{3.86}$$

onde usamos o fato de que o setor "Right" é singlete sob o grupo $SU(2)_L$. Reescrevendo a ação acima na mesma base $\{\,A_\mu\,,\,Z_\mu\,\}$, nós chegamos à seguinte Lagrangeana:

$$\mathcal{L}_{VSL}^{Right} = \cos\theta_W\xi^{\mu}_{AB}\,(\bar{\ell}_R)_A\gamma^{\nu}(\ell_R)_B\,\partial_{[\mu}A_{\nu]} - \sin\theta_W\xi^{\mu}_{ij}\,(\bar{\ell}_R)_A\gamma^{\nu}(\ell_R)_B\,\partial_{[\mu}Z_{\nu]}\ . \tag{3.87}$$

Retornemos a Lagrangeana completa. utilizando as relações $(\ell_L)_A = P_L\ell_A = \frac{1-\gamma_5}{2}\ell_A$ e $(\ell_R)_A = P_R\ell_A = \frac{1+\gamma_5}{2}\ell_A$ somos capazes de reescrever a Lagrangiana e o resultado é o seguinte:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{VSL}}^{R+L} \;=\;& \overline{\ell}_A\,(c_1^{\mu}\gamma^{\nu} + c_2^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma_5\,)_{AB}\;\ell_B\,\partial_{[\mu}A_{\nu]} + \frac{1}{2}\,(v_2)^{\mu}_{AB}\;\overline{\nu}_A\,\gamma^{\nu}\,(1-\gamma_5)\;\nu_B\,\partial_{[\mu}A_{\nu]} + \\
&+\overline{\ell}_A\,(c_3^{\mu}\,\gamma^{\nu} + c_4^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma_5)_{AB}\;\ell_B\,\partial_{[\mu}Z_{\nu]} + \frac{1}{2}\,(v_4)^{\mu}_{AB}\,\bar{\nu}_A\,\gamma^{\nu}\,(1-\gamma_5)\;\nu_B\,\partial_{[\mu}Z_{\nu]} + \\
&+\frac{1}{2}\,\rho^{\mu}_{AB}\,\overline{\ell}_A\,\gamma^{\nu}\;(1-\gamma_5)\;\nu_B\;\Big(\partial_{[\mu}W^{-}_{\nu]} + ieA_{[\mu}W^{-}_{\nu]} + ie\cot\theta_W Z_{[\mu}W^{-}_{\nu]}\Big) + \\
&+\frac{i}{2}\,g\,\rho^{\mu}_{AB}\,W^{+}_{[\mu}W^{-}_{\nu]}\,\big[\,\overline{\ell}_A\,\gamma^{\nu}\,(1-\gamma_5)\;\ell_B - \bar{\nu}_A\,\gamma^{\nu}\,(1-\gamma_5)\;\nu_B\,\big] + h.c.\ ,
\end{aligned} \tag{3.88}$$

where $c_{1\mu} = \frac{1}{2}(c_W\xi_\mu + \frac{1}{2}\,s_W\rho_\mu)$, $c_{2\mu} = -\frac{1}{4}\,s_W\rho_\mu$, $c_{3\mu} = -\frac{1}{2}(s_W\,\xi_\mu + \frac{1}{2}\,c_W\rho_\mu)$ e $c_{4\mu} = \frac{1}{4}\,c_W\,\rho_\mu$ e os índices de sabor foram omitido por simplicidade. O conjunto de vértices pode ser visto na tabela (3.2).

Como podemos ver, um novo acoplamento entre o fóton e a corrente neutra é gerado. Indo além, também podemos ver que um acoplamento entre a corrente eletromagnética e o bóson Z^0 também surge. Um possível decaimento devido à violação de Lorentz será o chamado decaimento de múon sem neutrinos (*neutrino-free muon decay*), $\mu \to e + \gamma$. Esse processo é proibido no Modelo Padrão, e por isso experimentalmente há fortes limites a esse decaimento, com o *Branching Ratio* $B(\mu \to e + \gamma) < 4.2 \times 10^{-13}$ (90% C.L.) [84]. Da mesma forma para o decaimento o lepton tau, temos $B(\tau \to e\gamma) < 3.3 \times 10^{-8}$ e $B(\tau \to \mu\gamma) < 4.4 \times 10^{-8}$, ambos com 90% de nível de confiança [84].

Interação	**Vértice**
$\gamma\,\ell_A\,\ell_B$	$q_\nu(c_1^{[\mu}\gamma^{\nu]} + c_2^{[\mu}\gamma^{\nu]}\gamma_5)_{AB}$
$\gamma\,\nu_A\,\nu_B$	$\frac{1}{2}(v_2)_{AB}^{[\nu}\gamma^{\mu]}\frac{(1-\gamma_5)}{2}q_\nu$
$Z^0\,\ell_A\,\ell_B$	$q_\nu(c_3^{[\mu}\gamma^{\nu]} + c_4^{[\mu}\gamma^{\nu]}\gamma_5)_{AB}$
$Z^0\,\nu_A\,\nu_B$	$\frac{1}{2}(v_4)_{AB}^{[\nu}\gamma^{\mu]}\frac{(1-\gamma_5)}{2}q_\nu$
$W^-\,\ell_A\,\nu_B$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\rho)_{AB}^{[\nu}\gamma^{\mu]}\frac{(1-\gamma_5)}{2}q_\nu$
$W^-\,\gamma\,\ell_A\,\nu_B$	$\frac{ie}{\sqrt{2}}(\rho)_{AB}^{[\nu}\gamma^{\mu]}\frac{(1-\gamma_5)}{2}$
$W^-\,Z^0\,\ell_A\,\nu_B$	$\frac{ie}{\sqrt{2}}\cot\theta_W(\rho)_{AB}^{[\nu}\gamma^{\mu]}\frac{(1-\gamma_5)}{2}$
$W^+\,W^-\,\ell_A\,\ell_B$	$\frac{ig}{2}(\rho)_{AB}^{[\nu}\gamma^{\mu]}\frac{(1-\gamma_5)}{2}$
$W^+\,W^-\,\nu_A\,\nu_B$	$-\frac{ig}{2}(\rho)_{AB}^{[\nu}\gamma^{\mu]}\frac{(1-\gamma_5)}{2}$

Tabela 3.2: Fatores de vértice obtidos de Eq.(3.88). Aqui q^μ representa o momento dos bósons A, W ou Z.

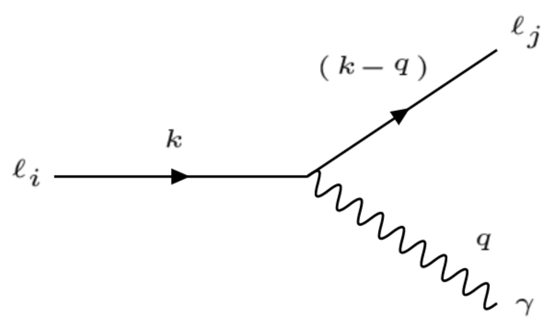

Figura 3.8: Decaimento hipotético do lépton ℓ_i em ℓ_j e um fóton.

De uma perspectiva de conservação do momento, o decaimento $\ell_i \to \ell_j + \gamma$ pode ocorrer desde que a massa do lépton ℓ_i seja maior que a massa do lépton ℓ_j. No entanto, no Modelo Padrão, esse decaimento é proibido, portanto, podemos usá-lo para encontrar limites para os parâmetros de violação da simetria de Lorentz.

Diretamente, a matriz de espalhamento que descreve o decaimento do diagrama de Feynman mostrado na Fig. 3.8 é dada por:

$$\langle|M|^2\rangle = \sum_{s,s',k} |M|^2 = -Tr\left[(\not{q} - m_i)(\Gamma^{\mu}_{ij})(\not{q} - \not{k} - m_j)\bar{\Gamma}^{\nu}_{ij}\right] \sum_k \epsilon_{\mu,k}\epsilon^*_{\nu,k} \tag{3.89}$$

onde $\Gamma^{\mu}_{ij} = q_\nu(c_1^{[\mu}\gamma^{\nu]} + c_2^{[\mu}\gamma^{\nu]}\gamma_5)_{ij}$ e $m_i > m_j$. Utilizando a identidade $\sum_k \epsilon_{\mu,k}\epsilon^*_{\nu,k} = \eta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}$ e calculando os traços sobre as matrizes gama, obtemos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}\langle|M|^2\rangle \;=\; & -12m_i^2\Big[- E_q(c_{20}^2(m_i(1-y^2) + E_q(y-3)y) + c_{10}^2(m_i(1-y^2) + E_q y(3+y))) + \\ & + c_{20}\vec{c}_2\cdot\vec{q}(m_i(1-y^2) + 2E_q(y-3)y) + c_{10}\vec{c}_1\cdot\vec{q}(m_i(1-y^2) + 2E_q y(3+y)) + \\ & - y((\vec{c}_2\cdot\vec{q})^2(y-3) + (\vec{c}_1\cdot\vec{q})^2(3+y))\Big] \;,\end{aligned} \tag{3.90}$$

onde $y = m_j/m_i$. Com isso, podemos calcular a taxa de decaimento desse processo e, usando o referencial de repouso do lépton ℓ_i, nos dá a seguinte taxa de decaimento:

$$\begin{aligned}\Gamma(\ell_i \to \ell_j + \gamma) &= \frac{1}{2(4\pi)^2 m_i}\int d^3\vec{q}\frac{\langle|\mathcal{M}|^2\rangle}{E_q E_{k_j}}\delta(m_i - E_q - E_{k_j}) = \\ &= \frac{1}{2(4\pi)^2 m_i}\int dE_q E_q^2 \frac{1}{E_q E_{k_j}}\delta(m_i - E_q - E_{k_j})\int d\Omega\langle|\mathcal{M}|^2\rangle\end{aligned} \tag{3.91}$$

onde

$$\begin{aligned}\int d\Omega\langle|\mathcal{M}|^2\rangle \;=\; & -\frac{4}{3}E_q\pi\Big(3c_{20}^2(m_i(1-y^2) + E_q(-3+y)y) + E_q y(|\vec{c}_2|^2(-3+y) + \\ & + |\vec{c}_1|^2(3+y)) + +3c_{10}^2(m_i(1-y^2) + E_q y(3+y))\Big)\end{aligned} \tag{3.92}$$

E com isso obtemos:

$$\Gamma(\ell_i \to \ell_j + \gamma) \;=\; \left(\frac{E_q}{8\pi m_i E_{k_j}}\int \frac{d\Omega}{4\pi}\langle|\mathcal{M}|^2\rangle\right)\Big|_{E_q = m_i - E_{k_j}} = \frac{3\left((c_1^0)^2 + (c_2^0)^2\right)m_i^3}{4\pi} + O(m_j/m_i).$$

Usando as medidas mais recentes, temos que o tempo de meia vida do múon é dada por $\tau_\mu = 3.3\times 10^{15} MeV^{-1}$, e para o lépton tau $\tau_\tau = 4.4\times 10^{8} MeV^{-1}$ [83]. Com isso temos o *Branching ratio* dado por:

$$B(\mu \to e + \gamma) = \frac{\Gamma(\mu \to e + \gamma)}{\tau_\mu^{-1}} < 4.2 \times 10^{-13} \; . \tag{3.93}$$

Com o limite acima obtemos o seguinte limite para a VSL:

$$|\Delta_{12}| < 2.11 \times 10^{-17} MeV^{-1} \tag{3.94}$$

onde $\Delta_{12}^2 = \left((c_{1,12}^0)^2 + (c_{2,12}^0)^2\right)$. Similarmente utilizando o *Branching Ratio* $B(\tau \to \mu + \gamma) < 4.4 \times 10^{-8}$ [83] obtemos o seguinte limite:

$$|\Delta_{23}| < 2.7 \times 10^{-13} MeV^{-1} \; , \tag{3.95}$$

onde $\Delta_{23}^2 = \left((c_{1,23}^0)^2 + (c_{2,23}^0)^2\right)$. Finalmente, temos para o processo $\tau \to e+\gamma$ o *Branching Ratio* dado por $B(\tau \to e + \gamma) < 3.3 \times 10^{-8}$ [83]. Assim, obtemos o terceiro limite que será dado por:

$$|\Delta_{13}| < 2.4 \times 10^{-13} MeV^{-1}., \tag{3.96}$$

onde $\Delta_{23}^2 = \left((c_{1,23}^0)^2 + (c_{2,23}^0)^2\right)$. Reescrevendo os limites obtidos em termos dos 4-vetores iniciais ξ e ρ temos $\Delta^2 = \frac{1}{8}(1 + cos2\theta_W)(\xi^0)^2 + \frac{1}{4}c_W s_W \rho^0 \xi^0 + \frac{1}{16}(1 - cos2\theta_W)(\rho^0)^2$. Os limites estão agrupados na tabela 3.3 e são mostrados na Fig. 3.9.

Decaimento	**Limite Superior** (MeV^{-1})
$\mu \to e + \gamma$	$\lvert\Delta_{12}\rvert < 2.1 \times 10^{-17}$
$\tau \to \mu + \gamma$	$\lvert\Delta_{23}\rvert < 2.7 \times 10^{-13}$
$\tau \to e + \gamma$	$\lvert\Delta_{13}\rvert < 2.4 \times 10^{-13}$

Tabela 3.3: Limites doa parâmetros de VSL advindos dos limites experimentais do setor de LFV.

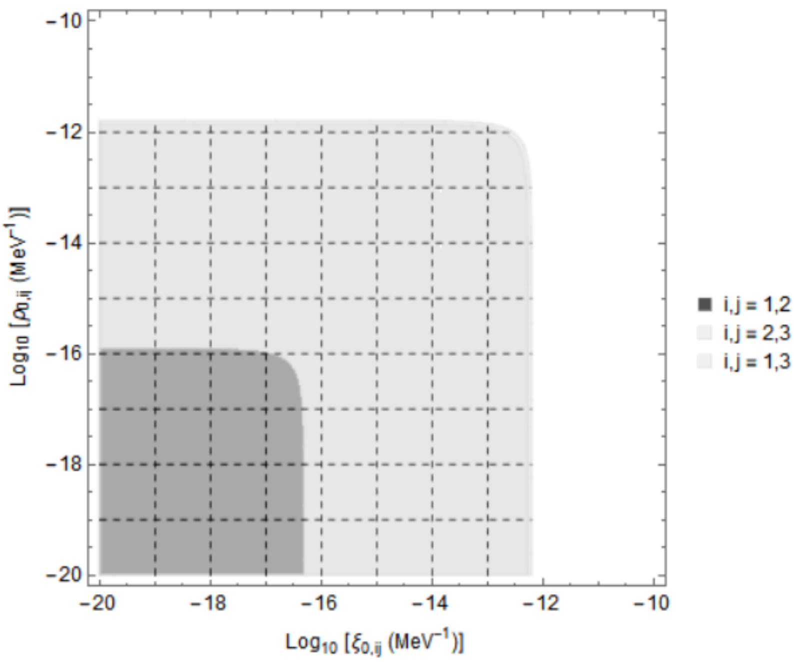

Figura 3.9: Plot das regiões permitidas no espaço de parâmetros $\xi_{0,ij} \times \rho_{0,ij}$. Aqui $i, j = 1, 2$ refere-se ao processo $\mu \to e + \gamma$, $i, j = 2, 3$ ao processo $\tau \to \mu + \gamma$ e $i, j = 1, 3$ ao processo $\tau \to e + \gamma$. Usamos $\theta_W = \arccos(80/91)$.

Comentários finais

Neste trabalho, analisamos os setores não diagonais (no espaço de sabores) do modelo proposto em [82] nos setores dos quarks e leptônico. No setor de quarks, descobrimos que a rotação gerada pela matriz CKM poderia gerar processos de FCNC, mesmo que os parâmetros de violação de Lorentz diagonais no espaço de sabor. Percebemos que, através dos processos FCNC, apenas as componentes espaciais dos 4-vetores ξ e ρ contribuem para os decaimentos com FCNC e encontramos limites entre $|10^{-8} - 10^{-10}|\text{MeV}^{-1}$ usando os limites experimentais dos processos correspondentes de FCNC. No setor leptônico, encontramos limites mais fortes ($|10^{-12}-10^{-16}|\text{MeV}^{-1}$) para os componentes não diagonais dos parâmetros do VSL usando os limites experimentais de violação de sabor no setor leptônico.

3.5 Conclusões

Neste capitulo estudamos algumas possíveis contribuições da violação da simetria de Lorentz em setores do modelo padrão. Inicialmente estudamos uma modificação específica da QED, ou seja, o modelo de Carroll-Field-Jackiw no contexto do momento de dipolo elétrico de léptons no nível de um laço, e descobrimos que o 4-vetor de fundo pode servir como fonte para um EDM não-zero, que também é explicitamente dependente do momento. Contudo, devido à dependência do EDM em $q = p - p'$ mas não em relação ao momento médio $P = p + p'$ utilizado nas técnicas para as respectivas medidas, não conseguimos definir limites nos parâmetros de VSL neste caso.

Em seguida nós investigamos dois acoplamentos de violação de Lorentz não-mínimos específicos entre os campos fermiônicos e os campos de calibre, e seus efeitos na seção de choque diferencial do espalhamento de photon-photon elástico como descrito pela QED.

Por fim, analisamos o setor não-diagonal (no espaço dos sabores) do modelo proposto em [82] nos setores dos Quarks e no setor leptônico, encontrando bounds para as componentes temporais e espaciais dos parâmetros de LSV. Esta contribuição nos parece ser passível de publicação e deve ser submetida após apreciação da banca.

No capítulo a seguir, apontaremos o foco da tese para a segunda parte de nossa contribuição e mostraremos nosso trabalho no estudo de um modelo de supergravidade em 5 dimensões, bem como as motivações para o estudo deste modelo.

Capítulo 4

SuperGravidade não-convencional em Cinco Dimensões

Motivação

Neste capítulo da tese estudaremos um modelo de supergravidade em cinco dimensões onde a partícula de spin-3/2, parceiro supersimétrico do gráviton que aparece nas teorias de supergravidade convencional, não estará presente no espectro de partículas. A motivação do estudo deste modelo de supergravidade está baseada no fato de que não há até o presente momento apontamentos experimentais da existência de uma partícula **fundamental** de spin-3/2. Já a motivação relacionada à dimensionalidade advém da relação entre uma quinta dimensão e a violação da simetria CP. Consequentemente o modelo proposto neste capítulo tem como propósito iniciar a análise de uma uma linha de estudo que conjugue a supergravidade sem gravitino e a violação da simetria CP.

4.1 Introdução

Em cada ponto do espaço-tempo de D dimensões pseudo-Riemanniano, pode-se definir um espaço localmente plano com métrica de Minkowski:

$$\eta_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & & \cdots & -1 \end{pmatrix} \quad a,b = 0,1,...,D-1 \tag{4.1}$$

Ou seja, coordenadas com índices a, b são tipo-“frame” ou locais e são relativas ao espaço tangente do ponto referido. Já as coordenadas curvilíneas são aquelas que descrevem pontos do espaço-tempo:

$$x^{\mu} \quad ; \quad \mu = 0,1,...,D-1 \tag{4.2}$$

Todos os campos relativísticos são referidos ao espaço tangente localmente plano. Logo as transformações de Lorentz em um sistemas de coordenadas geral deve ser locais.

$$\Phi(x) \to \Phi(x)' = \Lambda(\lambda(x))\Phi(x), \Lambda(\lambda) = e^{1/2\lambda^{ab}\Sigma_{ab}} \tag{4.3}$$

Onde Σ_{ab} satisfaz a álgebra de Lie de $SO(1, d-1)$ representada pelo seguinte comutador:

$$[\Sigma_{ab}, \Sigma_{cd}] = i\left(\eta_{bc}\Sigma_{ad} - \eta_{ac}\Sigma_{bd} - \eta_{bd}\Sigma_{ac} + \eta_{ad}\Sigma_{bc}\right) \tag{4.4}$$

Há $\frac{D(D-1)}{2}$ Parâmetros λ^{ab} e geradores Σ_{ab}. Temos com isso que os geradores terão representações dadas por:

- Escalar: $\Sigma_{ab} = 0$,
- Espinorial: $\Sigma_{ab} = \frac{1}{4}[\gamma_a, \gamma_b]$,
- Vetorial: $(\Sigma_{ab})_{cd} = \eta_{ac}\eta_{bd} - \eta_{ad}\eta_{bc}$.

Definindo a derivada covariante das Transformações de Lorentz Locais (TLL):

$$D_\mu \Phi(x) = \partial_\mu \Phi(x) + \frac{1}{2}\omega_\mu^{ab}\Sigma_{ab}\Phi(x) \tag{4.5}$$

Onde ω_μ^{ab} é a conexão de spin. Com a definição abaixo fixamos a transformação da conexão de spin.

$$(D_\mu \Phi(x))' = \Lambda(\lambda)\Phi(x) \to D'_\mu = \Lambda(\lambda) D_\mu \Lambda(\lambda)^{-1} \tag{4.6}$$

Admitindo a transformação de Lorentz desta forma obtemos a forma infinitesimal da transformação de spin por TLL:

$$(\omega_\mu^{ab})' = \omega_\mu^{ab} + \lambda_c^a \omega_\mu^{cb} + \lambda_c^b \omega_\mu^{ab} - \partial_\mu \lambda^{ab} \tag{4.7}$$

Ou seja, esta transformação define a conexão de spin como um genuíno campo de Gauge do grupo $SO(1, D-1)$ local. Com isso temos, para os seguintes campos, as respectivas derivadas covariantes sob TLL.

- Campo escalar:

$$D_\mu \phi = \partial_\mu \phi \tag{4.8}$$

- Campo de Dirac:

$$D_\mu \Psi_\alpha = \partial_\mu \Psi_\alpha + \frac{1}{8}\omega_\mu^{ab}[\gamma_a, \gamma_b]_{\alpha\beta}\Psi_\beta \tag{4.9}$$

- Campo vetorial:

$$D_\mu A_a = \partial_\mu A_a + \frac{1}{8}\omega_{\mu a}{}^{b} A_b \tag{4.10}$$

Note que:

$$\begin{aligned}
[D_\mu, D_\nu] &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \omega_\nu{}^{ab} - \partial_\nu \omega_\mu{}^{ab})\Sigma_{ab} + \frac{1}{4}\omega_\mu{}^{ab}\omega_\nu{}^{cd}[\Sigma_{ab}, \Sigma_{cd}] \\
&= \frac{1}{2}(\partial_\mu \omega_\nu^{ab} - \partial_\nu \omega_\mu{}^{ab} + \omega_\mu{}^{bc}\omega_{\nu c}^{a} - \omega_\mu{}^{ac}\omega_\nu{}^{b}{}_{c})\Sigma_{ab} \\
&= \frac{1}{2}R_{\mu\nu}{}^{ab}\Sigma_{ab}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Logo ${R_{\mu\nu}}^{ab}$ é o field-strength de Lorentz local. Nosso objetivo é chegar a uma formulação de uma teoria de Gauge clássica descrevendo a geometria de um espaço-tempo D- dimensional, portanto devemos levar em conta duas simetrias, as que geram a construção de SO(1,D-1) e do grupo das transformações gerais de coordenadas (TGC) em D dimensões. Com isso temos que uma TGC pode ser representada da seguinte maneira:

$$x^{\mu} \to x'^{\mu} \approx x^{\mu} + \alpha\epsilon^{\mu}(x), \alpha <<< 1 \tag{4.12}$$

Logo, os campos se transformarão como se segue:

$$\Psi \to \Psi + \epsilon^{\mu}\partial_{\mu}\Psi \tag{4.13}$$

$$V^{\mu} \to V^{\mu} + \epsilon^{\sigma}\partial_{\sigma}V^{\mu} - (\partial_{\sigma}\epsilon^{\mu})V^{\sigma} \tag{4.14}$$

$$V_{\mu} \to V_{\mu} + \epsilon^{\sigma}\partial_{\sigma}V_{\mu} + (\partial_{\mu}\epsilon^{\sigma})V_{\sigma} \tag{4.15}$$

Em cada caso, a regra de transformação define a derivada de Lie. A derivada de Lie é a versão infinitesimal da transformação de tensores:

$$T_{\mu}(x)' = \frac{dx^{\sigma}}{dx'^{\mu}}T_{\sigma}(x) \tag{4.16}$$

Por definição, a derivada de Lie de um tensor na direção do vetor $\epsilon^{\mu}(x)$,é igual à:

$$\delta_{TGC}T(x) = \lim_{\alpha\to 0}\frac{T'(x) - T'(x)}{\alpha} \tag{4.17}$$

Interpretação: O observador mede a variação de um tensor no deslocamento para um ponto vizinho, levando consigo o sistema de coordenadas. Assim:

$$V'(x') = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\sigma}}V^{\sigma}(x) = (\delta^{\mu}_{\sigma} + \alpha\partial_{\sigma}\epsilon^{\mu})V^{\sigma}(x) = V^{\mu}(x) + \alpha(\partial_{\sigma}\epsilon^{\mu})V^{\sigma}(x) \tag{4.18}$$

Com isso:

$$\delta_{TGC}V^{\mu}(x) = \epsilon^{\sigma}\partial_{\sigma}V^{\mu}(x) - (\partial_{\sigma}\epsilon^{\mu})V^{\sigma}(x) \tag{4.19}$$

Partindo disso chegamos a conclusão que campos definidos com respeito a Lorentz local (índices frame), sob TGC, se comportam como campos escalares. Agora, como se comporta a derivada covariante (sob TLL) de um campo sob TGC? Continuando com esta linha de raciocínio temos:

$$\delta_{TGC}(D_{\mu}\Phi) = -(\partial_{\mu}\epsilon^{\sigma})D_{\sigma}\Phi - \epsilon_{\sigma}\partial^{\sigma}(D_{\mu}\Phi) \tag{4.20}$$

Ou seja, $D_{\mu}\Phi$ é covariante sob TLL e TGC. Mas e $D_{\mu}V_{\nu}$?

$$(D_{\mu}V_{\nu})' = (\frac{\partial x^{\lambda}}{\partial x'^{\mu}}D_{\lambda})(\frac{\partial x^{\rho}}{\partial x'^{\nu}})V_{\rho} = \frac{\partial x^{\lambda}}{\partial x'^{\mu}}\frac{\partial x^{\rho}}{\partial x'^{\nu}}(\partial_{\lambda}V_{\rho} + \frac{1}{2}\omega_{\lambda}{}^{ab}\Sigma_{ab}V_{\nu}) + \frac{\partial^2 x^{\rho}}{\partial x'^{\mu}\partial x'^{\nu}}V_{\rho} \tag{4.21}$$

Note que o último termo é a conexão afim. Na formulação de Gauge devemos representar as TGC por campos de Gauge assim como fizemos com a conexão de spin para as TLL, por isso devemos introduzir as d-beins.

Definimos as componentes de um vetor com respeito ao sistema de coordenadas curvilíneas como V_{μ}. Da mesma forma, definimos as componentes de um vetor com respeito ao sistema de coordenadas ortonormal ao espaço tangente como V_a, de tal forma que ambos se relacionam da seguinte forma:

$$V_{\mu}(x) = e_{\mu}^{a}(x)V_a(x) \tag{4.22}$$

O objeto e_{μ}^{a} é a chamada d-bein, e o objeto E_a^{μ} é chamada a inversa da d-bein. Elas obedecem as seguintes propriedades:

$$e_{\mu}^{a}E_b^{\mu} = \delta_b^a \quad , \quad e_{\mu}^{a}E_a^{\nu} = \delta_{\mu}^{\nu} \tag{4.23}$$

Logo, é fácil mostrar que:

$$V_a V^a = V_\mu V^\mu \tag{4.24}$$

e

$$\eta_{ab} e^a_\mu(x) e^b_\nu(x) = g_{\mu\nu}(x) \tag{4.25}$$

A partir destas definições podemos ver que:

$$D_a = E^\mu_a D_\mu \tag{4.26}$$

existe, já que D_μ é um genuíno vetor. Temos que:

$$D_a V_b = E^\mu_a D_\mu V_b \tag{4.27}$$

é um tensor sob TLL e um escalar sob TGC. Agora, a derivada que será covariante sob TGC que manterá o caráter tensorial do objeto é definido como se segue:

$$\nabla_\mu V_\nu = e^a_\nu D_\mu V_a = e^a_\nu D_\mu(E^\sigma_a V_\sigma) = \partial_\mu V_\nu - E^\sigma_a D_\mu(e^a_\nu) V_\sigma = \partial_\mu V_\nu - \Gamma^\sigma_{\mu\nu} V_\sigma \tag{4.28}$$

Ou seja, $\Gamma^\sigma_{\mu\nu} = E^\sigma_a D_\mu(e^a_\nu)$ é a conexão afim do espaço em questão. ∇_μ é a derivada covariante sob TGC. Com isso:

$$\nabla_\mu \Psi_\alpha = \partial_\mu \Psi_\alpha + \frac{1}{8}\omega^{ab}_\mu [\gamma_a, \gamma_b]_{\alpha\beta} \Psi_{\alpha\beta} \tag{4.29}$$

$$\nabla_\mu \Psi_\nu = D_\mu \Psi_\nu - \Gamma^\rho_{\mu\nu} \Psi_\rho \tag{4.30}$$

Onde Ψ_α e Ψ_μ são campos espinoriais para spin-1/2 e 3/2, respectivamente. Agora, como $D_a\Phi$ é um escalar sob TGC, é fácil mostrar que a d-bein se transforma da seguinte maneira:

$$\delta_{TGC}(e^a_\mu) = -\epsilon^\nu \partial_\nu e^a_\mu + (\partial^\nu \epsilon^\mu) e^a_\nu \tag{4.31}$$

Ou seja, e_μ^a se transforma como um campo de Gauge sob TGC.

Como mostrado na eq. (4.11), $R_{\mu\nu}^{ab}$ é o field-strength de Lorentz local, logo a transformação de Lorentz pode ser completamente covariantizada. Veja agora que:

$$\begin{aligned}
[D_a, D_b] &= E_a^\mu D_\mu(E_b^\nu D_\nu) - E_b^\nu D_\nu(E_a^\mu D_\mu) \\
&= E_a^\mu E_b^\nu [D_\mu, D_\nu] + [D_a E_b^\alpha - D_b E_a^\alpha] D_\alpha \\
&= \frac{1}{2} R_{ab}{}^{cd} \Sigma_{cd} + T_{ab}{}^c D_c
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Onde temos a chamada torção representada pelo tensor $T_{ab}{}^c = e_\alpha^c(D_a E_b^\alpha - D_b E_a^\alpha)$. Partindo do resultado acima podemos agora analisar as identidades de Bianchi. Já que D_μ é um vetor e o comutador uma operação da álgebra, D_μ respeita a seguinte relação:

$$[D_\mu, [D_\nu, D_\rho]] + [D_\nu, [D_\rho, D_\mu]] + [D_\rho, [D_\mu, D_\nu]] = 0 \tag{4.33}$$

Logo, obtemos:

$$D_\mu R_{\nu\rho}^{ab} + D_\nu R_{\rho\mu}^{ab} + D_\rho R_{\mu\nu}^{ab} = 0 \tag{4.34}$$

Agora note que:

$$D_\rho T_{\mu\nu}^a = D_\rho D_\mu e_\nu^a - D_\rho D_\nu e_\mu^a$$

Logo,

$$D_\rho T_{\mu\nu}^a + D_\mu T_{\nu\rho}^a + D_\nu T_{\rho\mu}^a = [D_\rho, D_\mu] e_\nu^a + [D_\mu, D_\nu] e_\rho^a + [D_\nu, D_\rho] e_\mu^a$$

Ou seja:

$$D_{[\mu} T_{\nu\rho]}^a - R_{[\mu\nu}^{ab} e_{\rho]b} = 0 \tag{4.35}$$

De forma que o escalar $\epsilon_{\mu\nu\eta\kappa} R^{\mu\nu\eta\kappa} \neq 0$ se $D_\mu T^\mu \neq 0$, onde $T_\mu = \epsilon_{\mu\nu\eta\kappa} T^{\nu\eta\kappa}$. Continuando, podemos, partindo da definição da Torção

$$T_{\mu\nu}^a = D_\mu e_\nu^a - D_\nu e_\mu^a \tag{4.36}$$

podemos analisar de forma mais detalhada a equação acima, ou seja:

$$T^a_{\mu\nu} = \partial_\mu e^a_\nu - \partial_\nu e^a_\mu + \omega^a_{\mu b} e^b_\nu - \omega^a_{\nu b} e^b_\mu \tag{4.37}$$

Isolando a conexão de spin ω teremos:

$$\omega_{cad} - \omega_{dac} = (\partial_{[\mu} e_{\nu]a}) E^\mu_c E^\nu_d + T_{cda} = \Omega_{cda} + T_{cda} \tag{4.38}$$

Após algumas iterações obtemos:

$$\omega_{\mu ad} = e^c_\mu (K_{cda} + \omega_{acd}(e)) \tag{4.39}$$

Onde:

$$K_{cda} = \frac{1}{2}(T_{cda} + T_{acd} - T_{dac}) \tag{4.40}$$

é chamada de contorção, e:

$$\omega_{acd}(e) = \frac{1}{2}(\Omega_{cda} + \Omega_{acd} - \Omega_{dac}) \tag{4.41}$$

O termo Ω é chamado de termo de não holonomicidade. Com estes resultados chegamos as seguintes conclusões para a conexão de spin:

- Se não há torção ($T^a_{\mu\nu} = 0$): A conexão de spin pode ser reescrita a partir da d-bein de forma que os **Formalismos de Einstein-Cartan e Relatividade Geral são equivalentes.**

- Se a torção não é nula: A conexão de spin traz novas propriedades além das contidas na d-bein. A dinâmica do problema será especificado a partir das equações de movimento do modelo.

Com esta revisão inicial sobre o formalismo da conexão de spin podemos agora focar nossas atenções para o tema central deste tese. Como visto, não definimos uma dimensão específica para as definições das TLL. Fixemos agora no caso especial de D=5. A álgebra de Clifford em 5 dimensões é dada por:

$$\{\gamma^a, \gamma^b\} = 2\eta^{ab} \quad , \gamma^a = \{\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3, \gamma^5\} \tag{4.42}$$

Utilizando a definição das matrizes de Dirac acima podemos escrever a equação de Dirac em 5 dimensões, partindo da eq. (4.29), de forma que teremos:

$$(ie^{\mu}_{a}\gamma^a \nabla_\mu + m)\Psi = 0 \tag{4.43}$$

Segundo [85], em um cenário de redução dimensional do tipo Kaluza-Klein, onde a quinta dimensão é tomada como uma coordenada periódica e ignorando contribuições advindas da contorção, obtemos a seguinte equação de Dirac:

$$(i\gamma^i(\partial_i + ieA_i) + M - \frac{1}{16M}(m\frac{e}{\mu} - ie\gamma^5)F_{ij}\gamma^5[\gamma^i, \gamma^i])\Psi = 0 \tag{4.44}$$

onde $i, j = 0, 1, 2, 3$, $M = \sqrt{m^2 + \mu^2}$ e μ^{-1} define o raio da quinta dimensão compactificada. Fica claro que este formalismo nos gera naturalmente momentos de dipolo magnéticos (MDM) e momento de dipolo elétricos (EDM) dados por $d_{MDM} \approx \frac{1}{M}$ e $d_{EDM} \approx \frac{m}{\mu M}$. Embora o modelo seja simples demais para explicar a fenomenologia das partículas do modelo padrão, é importante notar o aparecimento de MDM e EDM já em nível clássico. Nosso argumento neste capítulo é guiado por este resultado, ou seja, partimos do resultado que o EDM dos léptons pode estar relacionado com uma quinta dimensão e com a estrutura interna do espaço-tempo representada pelo formalismo das TLL.

Super-Simetria

Como é sabido, a teoria de campos em geral é baseada na relatividade restrita formulada por Einstein no inicio do século XX. Portanto, ao adotarmos essa base teórica para formulação da definição das partículas e campos devemos entender a estrutura do espaço-tempo. Como veremos, essa estrutura nos dará as pistas necessárias para a introdução de uma simetria de novo tipo, a chamada super-simetria. Em outras palavras, a super-simetria se mostra como uma simetria do espaço-tempo.

Como já mostrado, o grupo de Lorentz é definido como o grupo que representa as transformações lineares de coordenadas, ou seja

$$x^\mu \to x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu \tag{4.45}$$

é o conjunto de transformações que mantém distâncias $\eta_{\mu\nu}x^\mu x^\nu$ invariantes, onde $\eta_{\mu\nu}$ = diag(-1,1,...,1) é uma matriz $d \times d$ dimensional. Esse grupo é o chamado grupo de Lorentz e é representado como $SO(1, d-1)$. Essas transformações representam as rotações e os chamados boosts de Lorentz e estão relacionados com mudanças de referencial. De um ponto de vista infinitesimal podemos descrever a distância no espaço-tempo como $ds^2 = \eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$ e com isso encontramos a estrutura chamada de cone de luz, onde $ds^2 = 0$. É nessa estrutura que a informação se propaga, uma vez que reconheçamos que a informação viaja na velocidade da luz. No limite de altas energias todo objeto tenderá a se localizar somente no cone de luz. Portanto, a estrutura do cone de luz é essencial para entendermos a física em altas energias.

Vamos então analisar de maneira mais cuidadosa essa estrutura interna encontrada no espaço-tempo. Pela definição, o cone de luz será invariante sob transformações do grupo de Lorentz. Mas há outras transformações que o cone de luz é invariante que o espaço-tempo em si não é. Admitindo uma transformação do tipo $x^\mu \to x'^\mu = \lambda x^\mu$, onde $\lambda \in \mathbb{R}$, vemos que $ds^2 \to ds'^2 = \lambda^2 ds^2 = 0$, ou seja, o cone de luz é invariante sob a transformação acima. Essa transformação é chamada de transformação de escala. Além de invariante sob o grupo de Lorentz e sob transformação de escala, o cone de luz também é invariante sob translações do tipo $x^\mu \to x'^\mu = x^\mu + \epsilon^\mu$ onde ϵ^μ é um vetor constante. O conjunto de transformações dados pelo grupo de Lorentz, transformação de escala e translações formam o chamado *grupo de Weyl.*

Apesar do grupo de Weyl conter várias simetrias do cone de luz, ele não representa o conjunto mais geral de transformações que o deixam invariante. O grupo com esse papel é o chamado *Grupo Conforme*. Admitindo que a transformação mais geral possa ser parametrizada por $\delta x^\mu = \xi^\mu(x)$. Para que o cone de luz seja invariante sob essa transformação genérica pode se mostrar que o vetor $\xi(x)$ respeitará a seguinte equação.

$$\partial_\mu \xi_\nu + \partial_\mu \xi_\mu - \frac{1}{d-2}\eta_{\mu\nu}\partial_\alpha \xi^\alpha = 0 \ . \tag{4.46}$$

A equação acima é chamada de *equação de Killing*. A solução dessa equação para $d \neq 2$ é dada por:

$$\xi^\mu = \epsilon^\mu + \omega^{\mu\nu}x_\nu + \lambda x^\mu + (x_\nu x^\nu)a^\mu - (2a_\nu x^\nu)x^\mu \tag{4.47}$$

onde ϵ^μ, $\omega^{\mu\nu}$, λ e a^μ são constantes e $\omega^{\mu\nu} = -\omega^{\nu\mu}$. Estes parâmetros de transformação acima parametrizam as transformações do grupo conforme. Aqui se encontra o ponto central da relação entre o cone de luz e a supersimetria. Para exemplificar vamos fixar $d = 4$. É possível mostrar que o parâmetro de transformação $\xi(x)$ pode ser escrito em termos de parâmetros fermiônicos mais fundamentais. Seja α_0, α_1, β_0 e β_1 espinores de Majorana tais que possamos escrever $\alpha = \alpha_0 + ix_\mu\gamma^\mu\alpha_1$ e $\beta = \beta_0 + ix_\mu\gamma^\mu\beta_1$. Logo, podemos escrever o parâmetro ξ da seguinte forma:

$$\xi(x) = i\bar{\alpha}\gamma^\mu\beta. \tag{4.48}$$

Com isso, da Eq. (4.47) obtemos $\epsilon^\mu = i\bar{\alpha_0}\gamma^\mu\beta_0$, $\omega^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\bar{\alpha}_0\gamma^{\mu\nu}\beta_1 + \bar{\beta}_0\gamma^{\mu\nu}\alpha_1)$, $\lambda = (\bar{\alpha_0}\beta_1 + \bar{\alpha_1}\beta_0)$ e $a^\mu = \bar{\alpha}_1\gamma^\mu\beta_1$. Ou seja, a partir de estruturas espinoriais podemos descrever o conjunto de transformações nais quais o cone de luz é invariante (Por trás desta propriedade está o grupo superconforme).

Visto que existe uma estrutura espinorial subjacente às simetrias do cone de luz, se tornou natural formular transformações unitárias diretamente a partir dos parâmetros espinoriais em vez de uma simetria a partir dos bilineares fermiônicos. Partindo das propriedades dos espinores de Majorana em 4 dimensões (podemos formular analogamente em outras dimensões, desde que seja possível descrever espinores de Majorana) podemos descrever um operador que representa uma carga de caráter fermiônico Q que, juntamente com um parâmetro de mesma natureza ϵ, forma a seguinte transformação unitária

$$U(\epsilon) = e^{i\bar{Q}\epsilon} \tag{4.49}$$

onde a matriz U obedece $U^\dagger = U^{-1}$, ou seja, é uma matriz unitária. Desta forma, essa transformação pode ser implementada em uma ação sem gerar problemas para a matriz S. Essa transformação agindo sob um campo bosônico Φ, admitindo ϵ infinitesimal nos gera uma variação dada por $\delta\Phi = i\bar{\epsilon}(Q\Phi)$. Isso significa que o operador Q transforma o campo bosônico Φ em um campo de caráter fermiônico, Ψ, por exemplo, e $Q\Phi \propto \Psi$. Aqui está o Cerne da simetria entre bósons e férmions no qual a supersimetria é conhecida.

Neste capítulo utilizaremos a notação de formas, ou seja,

$$T = \frac{1}{p!}T_{\mu_1\mu_2\ldots\mu_p}dx_1^\mu \wedge dx_2^\mu \wedge \ldots \wedge dx_p^\mu = \frac{1}{p!}T_{\mu_1\mu_2\ldots\mu_p}dx_1^\mu dx_2^\mu \ldots dx_p^\mu$$

é uma p-forma. Temos uma p-forma P e uma q-forma Q respeitam a seguinte regra $PQ = (-1)^{pq}QP$ e a regra de Leibnitz $d(PQ) = dPQ + (-1)^p PdQ$.

Nosso trabalho é inspirado em uma série de trabalhos recentes na chamada supersimetria não-convencional [86–88]. De maneira resumida temos que, para uma simetria de Gauge U(1) para o setor de spin-1 e partindo dos campos de Gauge escritos da seguinte forma: $\mathcal{A} = A\mathbb{K} + \bar{Q}\Gamma\psi + \bar{\psi}\Gamma Q + f^a P_a + \frac{1}{2}\omega^{ab}J_{ab}$, com A o campo do fóton, ψ o campo do elétron, f^a um campo que será identificado a posteriori, ω^{ab} a conexão de spin e $\Gamma = \gamma_a e^a$, $\{\mathbb{K}, Q, P_a, J_{ab}\}$ são os geradores de $U(1)$, SUSY, translações e Transformaçõs de Lorentz, respectivamente. A álgebra do supergrupo pode ser vista em Ref. [86].

Podemos definir uma simetria de Gauge $\delta\mathcal{A} = D\Lambda$, onde, em componentes, temos a 0-forma $\Lambda(x) = \alpha\mathbb{K} + \bar{Q}\epsilon + \bar{\epsilon}Q + \alpha^a P_a + \frac{1}{2}\alpha^{ab}J_{ab}$. Detalhadamente, a transformação do campo de Gauge é dado por;

- $\delta A = -(\bar{\epsilon}\Gamma\psi + \bar{\psi}\Gamma\epsilon)$
- $\delta(\Gamma\psi) = d\psi + (iA + sf^a\gamma^a + \frac{1}{2}\omega^{ab}\gamma^{ab})\psi = \overrightarrow{\nabla}\psi$
- $\delta f^a = -\frac{i}{s}(\bar{\epsilon}\gamma^a\Gamma\psi + \bar{\psi}\Gamma\gamma^a\epsilon)$
- $\delta\omega^{ab} = i(\bar{\epsilon}\gamma^{ab}\Gamma\psi + \bar{\psi}\Gamma\gamma^{ab}\epsilon)$

onde $s = 1$ ($s = i$) no caso tipo AdS (dS). O Field-strength do campo $\mathcal{A}$ será dado por $\mathbb{F} = d\mathcal{A} + \frac{1}{2}[\mathcal{A}, \mathcal{A}\} = F\mathbb{K} + \bar{\mathcal{F}}Q + \bar{Q}\mathcal{F} + F^aP_a + \frac{1}{2}F^{ab}J_{ab}$, com $[\ ,\ \}$ representando o (anti-)comutador. Suas componentes são [86]:

- $F = dA + \frac{i}{2}\bar{\psi}\Gamma\Gamma\psi$
- $\xi = d(\Gamma\psi) + (iA + sf^a\gamma^a + \frac{1}{2}\omega^{ab}\gamma^{ab})(\Gamma\psi) = \overrightarrow{\nabla}(\Gamma\psi)$
- $\bar{\xi} = d(\bar{\psi}\Gamma) - \bar{\psi}\Gamma(iA + s\gamma^a f^a + \frac{1}{2}\gamma^{ab}\omega^{ab}) = (\bar{\psi}\Gamma)\overleftarrow{\nabla}$
- $F^a = df^a + \omega^a{}_b f^b + \frac{i}{2s}\bar{\psi}\Gamma(\gamma^a\Gamma)\psi = D_\omega f^a + \frac{i}{2s}\bar{\psi}\Gamma(\gamma^a\Gamma)\psi$
- $F^{ab} = R^{ab} + s^2 f^a f^b + \frac{i}{2}\bar{\psi}\Gamma(\gamma^{ab}\Gamma)\psi$

Onde $\gamma^{ab} = [\gamma^a, \gamma^b]$ e $R^{ab} = d\omega^{ab} + \omega^{ac}\omega_c{}^b$. Define-se o dual de Hodge no espaço-tempo $\star\mathbb{F} = *F\mathbb{K} + \bar{Q}\gamma_5\xi + \bar{\xi}\gamma_5 Q + \Upsilon[F^aP_a + \frac{1}{2}R^{ab}J_{ab}]$, onde Υ é definido na Ref. [86]. Basta sabermos que, uma vez que Υ comuta com $\mathcal{K}$ e J_{ab}, mas não com J_a e Q, para entendermos que a forma quadrática resultante é invariante sob $SO(1,3)\otimes U(1)$, em vez de ser invariante sob toda a Supersimetria. Pode-se então construir uma ação tipo Yang-Mills, ou seja [86]:

$$S_{YM} = -\frac{1}{4}\int\langle\mathbb{F}\star\mathbb{F}\rangle = -\frac{1}{4}\int 2F*F + 4i\bar{\xi}(\gamma_5)\xi + \frac{1}{4}\varepsilon_{abcd}F^{ab}F^{cd} \tag{4.50}$$

Onde foi necessário a utilização das identidades $\langle\mathcal{K}\mathcal{K}\rangle = 2$, $\langle\bar{Q}Q\rangle = -\langle Q\bar{Q}\rangle = 2i$, $\langle P^a\Upsilon P^b\rangle = 0$, $\langle J_{ab}\Upsilon J_{cd}\rangle = \varepsilon_{abcd}$. Após algumas simplificações, podemos reescrever a ação (4.50) da seguinte forma:

$$S_{YM} = \int[L_F + L_{EM}]\sqrt{-g}d^4x - \frac{1}{16}\varepsilon_{abcd}(R^{ab} + s^2\mu^2e^ae^b)(R^{cd} + s^2\mu^2e^ce^d) \tag{4.51}$$

Onde identificamos $f^a = \mu e^a$, $L_{EM} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ e $L_F = \frac{i}{2}\bar{\psi}(\overrightarrow{\not\nabla} - \overleftarrow{\not\nabla})\psi + 4\mu\bar{\psi}\psi - ist^{\mu}\bar{\psi}\Gamma^{\mu}\gamma_5\psi - \frac{3}{\mu^2}[(\bar{\psi}\psi)^2 - (\bar{\psi}\gamma_5\psi)^2]$, $\overrightarrow{\not\nabla} = \overrightarrow{\not d} - i\not A + \frac{1}{2}\not\psi$, $\overleftarrow{\not\nabla} = \overleftarrow{\not d} + i\not A - \frac{1}{2}\not\psi$ e $t^{\mu} = \frac{1}{3!}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}T_{\nu\alpha\beta}$, onde $T_{\mu\nu\alpha} = e_{\alpha a}(D_{\omega})_{[\mu}e^a_{\nu]}$ [86].

Analisando o resultado, podemos ver que ele reproduz fielmente uma teoria de campos em espaço-tempo curvo com torsão não-dinâmica gerada pela presença de férmions, como esperado. Porém, ele depende completamente da escolha do dual de hodge $\star$ (Para ser exato, como pode ser visto em Ref [86], a escolha foi feita de forma que reproduzisse a QED e a gravitação da forma em que está. Uma outra escolha de $\star$ poderia gerar na ação componentes fermiônicas com derivadas segundas, não respeitando mais a forma da Lagrangeana de Dirac. A seguir, discutiremos os principais aspectos necessários para uma implementação da ideia acima em um modelo topológico em 5 dimensões.

4.2 Supergravidade em 5 dimensões sem gravitino

Esta seção é baseada no trabalho publicado "On a five-dimensional Chern–Simons AdS supergravity without gravitino." [89]. Este trabalho foi feito em colaboração com Prof. Dr. J.A. Helaÿel-Neto.

Um método alternativo para construir uma teoria super simetrica (SUSY) é implementando uma teoria de gauge para uma super álgebra que inclui um grupo de calibre interno, $\mathcal{G}$, juntamente com uma álgebra de $SO(1, D-1)$ local configurado de tal forma que conecte essas duas simetrias através de supercargas fermiônicas [86–88]. Partindo destas referências, o multiplete de campos é composto por um campo (não-) abeliano A, um férmion de Dirac de spin-1/2, ψ, a conexão de spin, ω^{ab}, a d-bein, e^a e campos de calibre adicionais que completam os graus de liberdade para realizar o super simetrização. Estes campos adicionais são dependentes da estrutura do grupo e o espaço-tempo que pretendemos trabalhar. Diferentemente das construções padrão da supersimetria, as representações dos campos aqui não são todas iguais. O espinor de Dirac se transforma sob a representação fundamental, enquanto a conexão de calibre pertence à representação adjunta de $\mathcal{G}$. Neste quadro, a métrica é completamente invariante sob as simetrias $\mathcal{G}$, $SO(1, D-1)$ e SUSY.

Devido às propriedades acima, o modelo exibe diferenças importantes em comparação com os modelos de SUSYs padrão. Por exemplo, não há o problema com a degenerescência das massas entre bósons e férmions, nem um igual número de graus de liberdade de bósons e férmions. Não há sequer um férmion de spin-3/2, ou seja, um gravitino, no espectro do modelo [86–88].

É notável que, em dimensões impares, a forma de Chern-Simons (CS) é quase invariante sob o supergrupo todo. Por outro lado, no caso de D= 2n dimensões, a simetria pode dividir-se divide-se em $\mathcal{G} \times SO(1, D-1)$. Como mostrado na seção anterior, para $D = 4$, o super-grupo não tem nenhum supertraço invariante, e esta é a razão por que a estrutura do supergrupo se decompõe. A ação em quatro dimensões deve ser vista como uma descrição efetiva, devido a, por exemplo, um acoplamento fermiônico quártico que aparece e impede que o modelo seja renormalizável [86–88].

O paradigma que o procedimento ainda mantém em relação à SUSY padrão é que férmions e bósons podem ser combinados em uma única representação não-trivial de um supergrupo. As diferenças, entretanto, aparecem no cenário onde a SUSY se manifesta. Nesta proposta, SUSY é uma extensão das simetrias do espaço tangente . Uma vez que férmions de Dirac se encontrem na representação $[(\frac{1}{2}, 0) \oplus (0, \frac{1}{2})]$ do grupo de Lorentz, SUSY é implementada como uma extensão das simetrias do espaço tangente. Esta abordagem permite-nos implementar a SUSY em qualquer variedade, implementando as simetrias do fibrado tangente. Outra diferença é encontrada nas representações dos campos [86].

O modelo de supergravidade AdS_5 é um modelo baseado em uma extensão do modelo de gravidade AdS_5. Baseado na abordagem de SUSY local sem gravitino [86] e na estrutura do grupo $SO(4, 2)$, nos propomos uma 1-forma , com papel de conexão de calibre, da seguinte forma:

$$\hat{A} = \hat{e}^a J_a + \frac{1}{2}\hat{\omega}^{ab} J_{ab} + \hat{A}^k T_k + (\bar{\psi}^r \hat{\Gamma} Q_r + \bar{Q}^r \hat{\Gamma} \psi_r) + \hat{b}\mathbb{K}, \tag{4.52}$$

Onde $\hat{}$ se refere à formas 5-dimensionais; $\hat{\Gamma} = \hat{e}^a \gamma_a$, com $a, 0, ..., 4$; $k = 1, ..., \mathcal{N}^2 - 1$ e $r = 1, ..., \mathcal{N}$. Esta 1-forma tem valor na super-algebra de $SU(2,2|\mathcal{N})$, nos quais o setor bosônico tem valor no subgrupo $SU(2,2) \otimes SU(\mathcal{N}) \otimes U(1)$, onde $SU(2,2) \simeq SO(4,2)$ [90].

A transformação infinitesimal desde campo de Calibre é dado por $\delta\hat{A} = \hat{d}\epsilon + [\hat{A}, \epsilon\}$ com $\epsilon = \epsilon^a J_a + \frac{1}{2}\epsilon^{ab} J_{ab} + \epsilon^k T_k + \bar{\chi}^r Q_r + \bar{Q}^r \chi_r + \epsilon_b \mathbb{K}$. O símbolo $[,\}$ representa o super comutador, comumente utilizado em super-álgebras (Ver Apêndice III). Em componentes, a transformação infinitesimal é dada por:

$$\delta\hat{e}^a = \hat{d}\epsilon^a + \hat{\omega}^{ab}\epsilon_b + \epsilon^{ab}\hat{e}_b + \frac{1}{2}(\bar{\psi}^r \hat{\Gamma}\gamma^a \chi_r + \bar{\chi}^r \gamma^a \hat{\Gamma}\psi_r) \ , \tag{4.53a}$$

$$\delta\hat{\omega}^{ab} = \hat{d}\epsilon^{ab} + \hat{\omega}^{ac}\epsilon_c{}^b + \hat{\omega}^{bc}\epsilon_c{}^a + \frac{1}{4}(\bar{\psi}^r \hat{\Gamma}\gamma^{ab}\chi_r + \bar{\chi}^r \gamma^{ab}\hat{\Gamma}\psi_r) \ , \tag{4.53b}$$

$$\delta\hat{A}^k = \hat{d}\epsilon^k + f^k_{\ lm}\hat{A}_l \epsilon^m - i(\bar{\psi}^r (\tau^k)_r{}^s \hat{\Gamma}\chi_s + \bar{\chi}^r \hat{\Gamma}(\tau^k)_r{}^s \psi_s) \ , \tag{4.53c}$$

$$\delta(\hat{\Gamma}\psi_r) = \hat{\vec{\nabla}}\chi_r \tag{4.53d}$$

$$\delta\hat{b} = \hat{d}\epsilon_b + i(\bar{\psi}^r \hat{\Gamma}\chi_r + \bar{\chi}^r \hat{\Gamma}\psi_r) \ , \tag{4.53e}$$

Onde $\hat{\vec{\nabla}}\chi_r = \hat{d}\chi_r + [i(\frac{1}{4} - \frac{1}{\mathcal{N}})\hat{b} + \frac{1}{2}\hat{e}_a\gamma^a + \frac{1}{4}\hat{\omega}_{ab}\gamma^{ab}]\chi_r + \hat{A}_k (\tau^k)_r{}^s \chi_s$.

Com o campo de calibre definido, podemos agora construir o Field-Strength $\hat{F} = \hat{d}\hat{A} + \frac{1}{2}[\hat{A}, \hat{A}\}$. In componentes, nós temos $\hat{F} = \hat{F}^a J_a + \frac{1}{2}\hat{F}^{ab} J_{ab} + \hat{F}^k T_k + \bar{\hat{\Theta}}^r Q_r + \bar{Q}^r \hat{\Theta}_r + F\mathbb{K}$, onde em componentes temos:

$$\hat{F}^a = \hat{d}\hat{e}^a + \hat{\omega}^a{}_b \hat{e}^b + \bar{\psi}^r \hat{\Gamma}\gamma^a \hat{\Gamma}\psi_r = \hat{D}_{\hat{\omega}}\hat{e}^a + \bar{\psi}^r \hat{\Gamma}\gamma^a \hat{\Gamma}\psi_r \ , \tag{4.54a}$$

$$\hat{F}^{ab} = \hat{R}^{ab} + \hat{e}^a \hat{e}^b + \frac{1}{2}\bar{\psi}^r \hat{\Gamma}\gamma^{ab}\hat{\Gamma}\psi_r \ , \tag{4.54b}$$

$$\hat{F}^k = \hat{d}\hat{A}^k + f^k_{\ lm}\hat{A}^l\hat{A}^m + \bar{\psi}^r\hat{\Gamma}(\tau^k)_r^{\ s}\hat{\Gamma}\psi_s \ , \tag{4.54c}$$

$$\hat{\Theta}_r = (\hat{\vec{\nabla}})^s_r(\hat{\Gamma}\psi_s) \ \ , \ \ \hat{\bar{\Theta}}^r = (\hat{\vec{\nabla}})^s_r(\bar{\psi}^s\hat{\Gamma}) \ , \tag{4.54d}$$

$$\hat{F} = \hat{d}\hat{b} + i\bar{\psi}^r\hat{\Gamma}\hat{\Gamma}\psi_r, \tag{4.54e}$$

Onde $\hat{R}^{ab} = \hat{d}\hat{\omega}^{ab} + \hat{\omega}^{ac}\hat{\omega}_c^{\ b}$. Nas próximas sessões, iremos analisar as transformações de supersimetria e veremos como o setor do gravitino é suprimido neste modelo.

4.2.1 Transformação de Supersimetria

No trabalho da ref. [87], para garantir que nenhum gravitino apareça no espectro em uma ação de Chern- Simons 3-dimensional, os autores mostram que a “dreibein” permanece invariante sob transformações de Gauge e supersimetria, mas se transforma como um vetor no âmbito do subgrupo de Lorentz . Para fazermos isso, neste caso devemos olhar para as transformações de SUSY. Na parte fermiônica, temos $\delta(\hat{\Gamma}\psi_r) = \hat{\vec{\nabla}}\chi_r$, onde χ é o parâmetro SUSY local. Qualquer vetor com índice espinorial pode ser dividido em representações irredutíveis $1\otimes 1/2 = 3/2\oplus 1/2$ do grupo de Lorentz. Então, para $\xi^\alpha_a = (P_{3/2}+P_{1/2})^a_b\xi^\alpha_b = \phi^\alpha_a+\Psi^\alpha_a$, onde $(P_{3/2})^b_a = \delta^b_a-\frac{1}{5}\gamma_a\gamma^b = \delta^b_a-(P_{1/2})^b_a$ são os projetores , ϕ^α_a são as componente-3/2 e Ψ^α_a são as componentes-1/2. Portanto, temos $(P_{3/2})^b_a\gamma_b\psi = 0$, por definição. As transformações de SUSY nos rende:

$$\delta(\hat{\Gamma}\psi_r) = \delta\hat{e}^a\gamma_a\psi_r + \hat{e}^a\gamma_a\delta\psi_r = \hat{\vec{\nabla}}\chi_r. \tag{4.55}$$

Aplicando o projetor $P_{3/2}$ na a equação acima, nós encontramos

$$(P_{3/2})_\mu^{\ \nu}\hat{\nabla}_\nu\chi_r = 0 \ , \tag{4.56}$$

que implica em $\hat{\nabla}\chi_r = \hat{e}^a\gamma_a\rho_r$, para um spinor arbitrário ρ. Esta condição garante que as transformações de simetria fechem “off-shell“ sem a necessidade de introduzir campos auxiliares [87]. Com a aplicação do projetor $P_{1/2}$ na equação (4.55) obtemos que, sob SUSY, $\delta\psi_r = \rho_r$ e $\delta\hat{e}^a = 0$. O spinor ρ_r obedece a equação de Killing; o número de spinores de Killing define o número de SUSY mantidos, ou seja, supersimetrias respeitadas pelos vácuo [87]. Por exemplo, se $\rho_r = 0$, temos $\chi_r =$ constant (covariantemente constante), e obtemos um SUSY global. Para uma solução geral, uma análise do Hamiltoniano deve ser efetuada para extrair a solução exata para os parâmetros da SUSY [88].

4.2.2 Ação topológica em 5 dimensôes

A ação topológica pode ser descrita como uma ação tipo Chern-Simons em 5 dimensões [90]:

$$S^{5D} = \int \langle \mathcal{A}\mathcal{F}\mathcal{F} - \frac{1}{2}\mathcal{F}\mathcal{A}\mathcal{A}\mathcal{A} + \frac{1}{10}\mathcal{A}\mathcal{A}\mathcal{A}\mathcal{A}\mathcal{A} \rangle, \tag{4.57}$$

onde $\langle ... \rangle$ representa o super-traço. Os únicos super-traços não-nulos são os seguintes:

$$\langle J_a J_{bc} J_{de} \rangle = -\frac{1}{2}\varepsilon_{abcde} \quad , \quad \langle T^i T^j T^k \rangle = -f^{ijk}$$

$$\langle \mathbb{K} J_{ab} J_{cd} \rangle = -\frac{1}{4}\eta_{ab,cd} \quad , \quad \langle \mathbb{K} T^i T^j \rangle = -\frac{1}{\mathcal{N}}\delta^{ij}$$

$$\langle \mathbb{K} J_a J_b \rangle = -\frac{1}{4}\eta_{ab} \quad , \quad \langle \mathbb{K}\mathbb{K}\mathbb{K} \rangle = \frac{1}{\mathcal{N}^2} + \frac{1}{4^2}$$

$$\langle \bar{Q}^\alpha_r J_{ab} Q^s_\beta \rangle = -\frac{i}{4}(\Gamma_{ab})^\alpha_\beta \delta^s_r \quad , \quad \langle \bar{Q}^\alpha_r T^i Q^s_\beta \rangle = -\frac{i}{2}\delta^\alpha_\beta (\tau^i)^s_r$$

$$\langle \bar{Q}^\alpha_r J_a Q^s_\beta \rangle = -\frac{i}{2}(\Gamma_a)^\alpha_\beta \delta^s_r \quad , \quad \langle \bar{Q}^\alpha_r \mathbb{K} Q^s_\beta \rangle = -\frac{1}{2}(\frac{1}{4} + \frac{1}{\mathcal{N}})\delta^\alpha_\beta \delta^s_r$$

Utilizando as definições acima, podemos descrever a ação em termos das componentes $S^{5D} = S_G + S_{SU(\mathcal{N})} + S_{U(1)} + S_f$, onde:

$$S_G = -\frac{1}{2}\epsilon_{abcde} \int \hat{F}^{ab}\hat{F}^{cd}\hat{e}^e - \frac{1}{2}\hat{F}^{ab}\hat{e}^c\hat{e}^d\hat{e}^e + \frac{1}{10}\hat{e}^a\hat{e}^b\hat{e}^c\hat{e}^d\hat{e}^e \ , \tag{4.58}$$

$$\begin{aligned} S_{SU(\mathcal{N})} &= -\int Tr\Big[\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{F}}\hat{\mathbf{F}} - \frac{1}{2}\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{F}} + \frac{1}{10}\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{A}}\Big] + \\ &+\frac{i}{2}\hat{\mathbf{A}} \cdot \bar{\psi}^r\hat{\Gamma}(\hat{\nabla}\tau\hat{\nabla})_r{}^s\hat{\Gamma}\psi_s \ , \end{aligned} \tag{4.59}$$

$$
\begin{aligned}
S_{U(1)} &= \int (\frac{1}{\mathcal{N}^2} + \frac{1}{4^2})\hat{b}(\hat{F})^2 + \hat{b}\Big(-\frac{1}{4}\hat{F}^{ab}\hat{F}_{ab} - \frac{1}{4}\hat{F}^a\hat{F}_a + \\
&\quad -\frac{1}{\mathcal{N}}\hat{F}^i\hat{F}_i + \frac{1}{2}(\frac{1}{4} + \frac{1}{\mathcal{N}})\bar{\psi}^r\hat{\Gamma}(\hat{\nabla}^2)_r{}^s\hat{\Gamma}\psi_s\Big) ,
\end{aligned} \tag{4.60}
$$

$$
S_f = i\int \bar{\psi}^r\hat{\Gamma}\hat{\mathcal{R}}_r{}^s(\hat{\nabla}\hat{\Gamma}\psi)_s + c.c. , \tag{4.61}
$$

Onde,

$$
\begin{aligned}
(\hat{\nabla}^2)^s_r &= \big[\frac{1}{4}(\hat{R}^{ab} + \hat{e}^a\hat{e}^b)\gamma_{ab} + \frac{1}{2}\hat{T}^a\gamma_a + i(\frac{1}{4} - \frac{1}{\mathcal{N}})\hat{d}\hat{b}\big]\delta^s_r + \\
&\quad + \big[\hat{d}\hat{A}^k + f^{kk'k''}\hat{A}^{k'}\hat{A}^{k''}\big](\tau^k)^s_r ,
\end{aligned} \tag{4.62}
$$

$$
(\hat{\nabla}\tau^k\hat{\nabla})^s_r = (\hat{\nabla}^2)^{s'}_r(\tau^k)^s_{s'}, \tag{4.63}
$$

e

$$
\hat{\mathcal{R}}_r{}^s = \big[-\frac{1}{4}\hat{F}^{ab}\gamma_{ab} - \frac{1}{2}\hat{F}^a\gamma_a + \frac{i}{2}(\frac{1}{4} + \frac{1}{\mathcal{N}})\hat{F}\big]\delta_r{}^s + \hat{F}^i(\tau_i)_r{}^s . \tag{4.64}
$$

Devemos alertar para o fato que, uma vez que $\hat{\mathcal{R}}^s_r \supset \hat{\Gamma}\hat{\Gamma}\delta^s_r$, a componente fermiônica da ação S_f gera uma ação tipo Dirac para os fermions ($S_f \supset \int d^5x\bar{\psi}^r \not{D}\psi_r$). Outro ponto a ser explicitado é que a componente bosônica não é modificada em comparação com a componente bosônica da ação da supergravidade AdS 5-dimensional [90]. A diferença reside no setor fermiônico e como esse setor fermiônico age como fonte para o setor bosônico.

4.2.3 Transformações de Gauge e equações de movimento

A ação tipo Chern-Simons 5-dimensional se transforma sob uma transformação de Gauge como $\delta S^{5D} = \int\langle\mathcal{F}\mathcal{F}\delta\mathcal{A}\rangle$. Podemos utilizar esta identidade para escrever as equações de movimento em termos de suas componentes, e elas são escritas da seguinte forma:

$$\delta\hat{e}^a \to -\frac{1}{2}\varepsilon_{abcde}\hat{F}^{bc}\hat{F}^{de} - \frac{1}{4}\hat{F}_b\hat{F} - \frac{i}{2}\bar{\hat{\Theta}}^r\gamma_a\hat{\Theta}_r = 0 \ , \tag{4.65}$$

$$\delta\hat{\omega}^{ab} \to -\frac{1}{2}\varepsilon_{abcde}\hat{F}^{cd}\hat{F}^e - \frac{1}{4}\hat{F}_{ab}\hat{F} - \frac{i}{2}\bar{\hat{\Theta}}^r\gamma_{ab}\hat{\Theta}_r = 0 \ , \tag{4.66}$$

$$\begin{aligned}\delta\hat{b} \quad \to \quad & -\frac{1}{4}\hat{F}^{ab}\hat{F}_{ab} - \frac{1}{4}\hat{F}^a\hat{F}_a - \frac{1}{\mathcal{N}}\hat{F}^i\hat{F}_i + (\frac{1}{\mathcal{N}^2} - \frac{1}{4^2})(\hat{F})^2 + \\ & -\frac{1}{2}(\frac{1}{4} - \frac{1}{\mathcal{N}})\bar{\hat{\Theta}}^r\hat{\Theta}_r = 0 \ ,\end{aligned} \tag{4.67}$$

$$\delta\hat{A}^i \to f^{ikj}\hat{F}^j\hat{F}^k + \frac{1}{\mathcal{N}}\hat{F}_i\hat{F} + \frac{i}{2}\bar{\hat{\Theta}}^r(\tau^i)_r^s\hat{\Theta}_s = 0 \ , \tag{4.68}$$

$$\mathcal{R}_r{}^s\hat{\Theta}_s = 0 \ . \tag{4.69}$$

Pode ser mostrado que $\mathcal{F} = 0$ é uma solução para as equações de campo. Vamos então analisar esta solução particular. EM componentes nós temos:

$$\hat{F}^a = 0 \to \hat{T}^a = \hat{D}_{\hat{\omega}}\hat{e}^a = -\bar{\psi}^r\hat{\Gamma}\gamma^a\hat{\Gamma}\psi_r \tag{4.70a}$$

$$\hat{F}^{ab} = 0 \to \hat{R}^{ab} + \hat{e}^a\hat{e}^b = -\frac{1}{2}\bar{\psi}^r\hat{\Gamma}\gamma^{ab}\hat{\Gamma}\psi_r \tag{4.70b}$$

$$\hat{F}^k = 0 \to \hat{d}\hat{A}^k + f^k_{\ lm}\hat{A}^l\hat{A}^m = -\bar{\psi}^r\hat{\Gamma}(\tau^k)_r{}^s\hat{\Gamma}\psi_s \tag{4.70c}$$

$$\hat{F} = 0 \to \hat{d}\hat{b} = -i\bar{\psi}^r\hat{\Gamma}\hat{\Gamma}\psi_r. \tag{4.70d}$$

Importante notar algumas estruturas peculiares das soluções acima. Por exemplo, se pegarmos a 3-forma $\hat{S} = \hat{e}_a\hat{T}^a$, nós temos que $\hat{S} = -\bar{\psi}^r\hat{\Gamma}\hat{\Gamma}\hat{\Gamma}\psi_r = i \star \hat{d}\hat{b}$, onde $\star$ representa o operador de Hodge na variedade 5 dimensional. Porém, utilizando as identidades de

Cartan, temos que $\hat{d}(\hat{e}_a\hat{T}^a) = \hat{T}^a\hat{T}_a - \hat{e}_a\hat{e}_b\hat{R}^{ab}$. Por força desta identidade, encontramos as seguintes equações:

$$i\hat{d}\star d\hat{b} = \hat{T}^a\hat{T}_a - \hat{e}_a\hat{e}_b\hat{R}^{ab}. \tag{4.71}$$

Por outro lado, definindo a seguinte co-derivada $\hat{d}^\dagger = \star d\star$, podemos introduzir o operador Laplaciano, $\hat{\Box} = \hat{d}^\dagger\hat{d} + \hat{d}\hat{d}^\dagger$, e, escolhendo a condição de Calibre $\hat{d}^\dagger\hat{b} = 0$, temos: $\hat{\Box}\hat{b} = \star(\hat{T}^a\hat{T}_a - \hat{e}_a\hat{e}_b\hat{R}^{ab})$. Portanto, o campo $\hat{b}$ tem uma dinâmica na qual respeita a equação acima.Desta forma, podemos interpretar que o setor topológico é fonte para o campo $\hat{b}$, com valor em $U(1)$. Continuando, se a "fünfbein" é invertível, podemos definir a seguinte operação em uma n-forma, $(\hat{E}_a\rfloor\hat{V}^a) = \hat{E}^\mu_a\hat{V}^a_{\mu\mu_1\mu_2...\mu_{n-1}}dx^{\mu_2}...dx^{\mu_{n-1}} = \hat{V}$, onde $\hat{E}^\mu_a$ é a inversa da "fünfbein", i.e., $(\hat{E}_a\rfloor\hat{e}^b) = \delta^b_a$. Portanto, podemos definir a 1-forma $\hat{T} = (\hat{E}_a\rfloor\hat{T}^a) = 10\star(\hat{e}_a\hat{e}_b\hat{R}^{ab})$. Assim, a equação (4.71) pode ser reescrita da seguinte forma

$$\hat{\Box}\hat{b} = \star(\hat{T}^a\hat{T}_a) - \frac{1}{10}\hat{T}. \tag{4.72}$$

Aqui nós omitimos a estrutura fermiônica da torção por simplicidade. Este resultado nos mostra que, com esta solução particular, a torção é a única fonte para o campo $\hat{b}$ e é uma excitação propagante neste espaço-tempo 5 dimensional.

4.2.4 Redução Dimensional

Em nossa notação temos que os índices $a = 0, ..., 4 = I, 4$; onde I se refere a o grupo $SO(1,3)$, o grupo de Minkowski. Portanto, os campos podem ser separados da seguinte forma [91, 92].

$$\hat{\omega}^{ab} = \{\hat{\omega}^{IJ}, \lambda\hat{b}^I\} \quad , \quad \hat{e}^a = \{\hat{e}^I, \hat{e}^4\} \ . \tag{4.73}$$

Onde λ é um fator numérico real qualquer. Além disso, também estamos interessados em considerar a ação em sua versão 4-dimensional; portanto, devemos separar as coordenadas como $x^\alpha = (x^\mu, \chi)$ e as 1-formas podem ser reescritas como se segue:

$$\hat{\omega}^{IJ} = \omega^{IJ} + \omega^{IJ}_\chi d\chi \ \ ; \ \ \hat{b}^I = b^I + b^I_\chi d\chi \tag{4.74}$$

$$\hat{e}^I = e^I + e^I_\chi d\chi \ \ ; \ \ \hat{e}^4 = e^4 + e^4_\chi d\chi \tag{4.75}$$

$$\hat{b} = b + b_\chi d\chi \ \ ; \ \ \hat{A}^k = A^k + A^k_\chi d\chi \ . \tag{4.76}$$

Uma vez que as matrizes Gamma em 5 dimensões podem ser escritas como $\gamma^a = (\gamma^I, \gamma_5)$, temos então:

$$\hat{\Gamma} = \gamma^I e_I + \gamma_5 e^4 + \Big[\gamma^I (e_I)\chi + \gamma_5 e^4_\chi\Big] d\chi \ . \tag{4.77}$$

Como podemos ver, a equação $\mathcal{F} = 0$ satisfaz as equações de movimento para a ação topológica. Portanto, podemos analisar esta solução em termos das suas componentes(Veja 5).

NOTA - Fixação de Calibre de Chamseddine : Na redução dimensional da ação de Chamsedinne em 5 dimensôes para a ação em 4 dimensões da gravitação [91], pode ser mostrado que podemos fixar $e^4 = e^I_\chi = b^I = \omega^{IJ}_\chi = 0$, devido à condição $\partial_\chi f = 0$, para qualquer campo f. Entretanto, em nosso caso, essa condição não é mais possível, devido ao caráter supersimétrico das transformações. Se quisermos preservar a SUSY devemos utilizar uma fixação de calibre diferente. A questão central é: qual será a fixação de calibre que mantém a supersimetria e retira os graus de liberdade espúrios. Utilizando as equações de Killing, temos que $\delta_{SUSY}\hat{e}^a = 0$, por construção. Portanto, podemos fixar, a principio, $e^4 = e^I_\chi = 0$, porém devemos manter b_I e ω^{IJ}_χ.

Visto que a "fünfbein" não se transforma sob supersimetria, a analise da transformação residual de $\hat{e}^a$ nos traz algumas pistas sobre o "ansätze" que podemos assumir para a "fünfbein". Uma possibilidade de "ansätze" é mostrada na seção seguinte.

4.2.5 Redução dimensional tipo Randall-Sundrum

O modelo de Randall-Sundrum (RS) é um modelo desenvolvido para tentar resolver o problema de hierarquia do Modelo Padrão. Sua consequência mais importante é que um espaço-tempo com 4 + n dimensões não compactas pode ter perfeita compatibilidade com a gravitação experimental. A razão pela qual as declarações acima podem ser verdadeiras é que um background curvo pode suportar um estado ligado do "higher-dimensional" graviton localizado nas dimensões extras. Portanto, embora o espaço 4+n dimensional seja realmente infinito em extensão, o graviton está confinado a uma pequena região dentro deste espaço. Uma rica discussão do tema pode ser encontrada em [93–95]. Como veremos a seguir, essa estrutura do espaço-tempo gerará uma redução dimensional que será compatível com o formalismo *no-gravitini* no nosso modelo.

Um ansatz tipo RS fora proposto assumindo que a geometria do espaço-tempo 5 dimensional obedece a seguinte estrutura [93–95]:

$$ds^2_{5D} = e^{-2\sigma(\chi)} g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu + G(\chi)^2 d\chi^2 \ . \tag{4.78}$$

Podemos traduzir a equação acima (4.78) em termos da seguinte fünfbein:

$$\hat{e}^a_\alpha = \begin{pmatrix} {h^I}_\mu(x) e^{-\sigma(\chi)} & 0 \\ & \\ 0 & G(\chi) \end{pmatrix} , \tag{4.79}$$

Onde σ é chamada de função conforme. Uma escolha especial e uma aplicação deste ansatz em AdS SUGRA pode ser vista no trabalho de Garavuso e Toppan [96]. A métrica 4 dimensional pode ser escrita como $g_{\mu\nu}(x) = \eta_{IJ} {h^I}_\mu {h^J}_\nu$. Esse "ansätze" fixa $e^4 = e^I_\chi = 0$. Isto poderia, em principio, ser um problema para o modelo proposto aqui. Mas devido a condição sem gravitino, o que vemos é exatamente o contrário, o "ansätze" é adequado às transformações de super simetria. Continuando, a inversa da "fünfbein" será dada por:

$$\hat{E}^\alpha_a = \begin{pmatrix} {(h^{-1}(x))_I}^\mu e^{\sigma(\chi)} & 0 \\ & \\ 0 & \frac{1}{G(\chi)} \end{pmatrix} , \tag{4.80}$$

onde assumimos que $h^I{}_\mu$ tem uma inversa, ou seja, $h^I{}_\mu(h^{-1})^{J\mu} = \eta^{IJ}$. Esta propriedade abre a oportunidade de definir a inversa da vielbein (em 4 dimensões). Temos que $e^I = e^{-\sigma}h^I_\mu dx^\mu = e^I_\mu dx^\mu$, que implica em $e^I_\mu e_{\nu I} = g_{\mu\nu}$. Portanto, podemos definir $E^\mu_I = e^\sigma(h^{-1})^\mu{}_I$ de forma que $e^I_\mu E^\mu_J = \delta^I_J$. Definimos também uma operação similar à "$\rfloor$" em 4 dimensões e com isso podemos reescrever a identidade acima como $E^\mu_J e^I_\mu = (E_J\rfloor e^I) = \delta^I_J$. Iremos utilizar esta operação daqui em diante, e o caráter 4 dimensional ficará implícito nas formas sem o simbolo " $\hat{}$ ". Agora podemos analisar as equações de campo $\mathcal{F} = 0$. Este "ansätze" nos mostra uma torção respeitará a seguinte equação:

$$de^I + \omega^I{}_J e^J = T^I = -\bar{\psi}^r\Gamma\gamma^I\Gamma\psi_r \ , \tag{4.81a}$$

$$-\sigma' e^I + \omega^{IJ}_\chi e_J = -G\bar{\psi}^r\Gamma\gamma^I\gamma_5\psi_r \ , \tag{4.81b}$$

$$\lambda b^I e_I = -\bar{\psi}^r\Gamma\gamma_5\gamma^I\psi_r e_I \ , \tag{4.81c}$$

$$\lambda b^I_\chi e_I = -G\bar{\psi}^r\gamma^I\psi_r e_I \ , \tag{4.81d}$$

onde $\sigma' = \partial_\chi\sigma$, e utilizamos $\gamma_5^2 = 1$. Note que a primeira equação nos traz a informação que a torção do espaço 4 dimensional é encontrada algebricamente em termos de bilineares fermiônicos. De maneira geral, um tensor com a estrutura da torção pode ser escrito da seguinte forma:

$$T^I{}_{JK} = \frac{1}{3}(\delta^I_J t_K - \delta^I_K t_J) + \frac{1}{6}\epsilon^I{}_{JKL}s^L + q^I{}_{JK} \ , \tag{4.82}$$

onde o tensor q tem traço e pseudo-traço nulos e em geral é descartado. Portanto, pela primeira equação do conjunto de equações das componentes da torção, vemos que podemos escrever uma 3-forma S de forma que $S = e_I T^I = -\bar{\psi}^r\Gamma\Gamma\Gamma\psi_r$ e uma 1-forma $T = (e_I\rfloor T^I) = -4\bar{\psi}^r\Gamma\psi_r$, ambas componentes da 2-forma torção, $T^I{}_{JK} = (e_K\rfloor e_J\rfloor T^I) = -\bar{\psi}^r\gamma_J\gamma^I\gamma_K\psi_r$, ou seja:

$$t_I = -\bar{\psi}^r\gamma_I\psi_r \ \ ; \ \ s_I = -\bar{\psi}^r\gamma_I\gamma_5\psi_r \ \ ; \ \ q^I{}_{JK} = 0 \ . \tag{4.83}$$

Seguindo esta linha de raciocínio, a partir da segunda equação, temos que $\sigma'(\chi) = 4G(\chi)\bar{\psi}^r\gamma_5\psi_r$. Em outras palavras, temos uma relação direta entre a função conforme, σ, a componente χ da fünfbein, $G(\chi)$, e o bilinear fermiônica pseudo-escalar, $\bar{\psi}^r\gamma_5\psi_r$. No caso onde $\bar{\psi}^r\gamma_5\psi_r = 0$, (ou seja, uma solução de vácuo simples $\psi_r = 0$) a derivada da função conforme será alguma constante arbitrária. Podemos ver diretamente que $\omega^{IJ}_\chi = -G\bar{\psi}^r\gamma^{IJ}\gamma_5\psi_r$, $\lambda b^I = -\bar{\psi}^r\Gamma\gamma_5\gamma^I\psi_r$ e $\lambda b^I_\chi = -G\bar{\psi}^r\gamma^I\psi_r = Gt^I$. A única componente da conexão de spin que não será escrita somente por bilineares fermiônicos será a conexão de spin 4 dimensional ω^{IJ}.

Utilizando as equações de movimento e a simetria conforme global $\hat{e}^a \to \ell\hat{e}^a$, $\psi_r \to \ell^{-1}\psi_r$, presente da conexão por construção, podemos expressar o escalar de Ricci em termos das seguintes equações:

$$\begin{aligned} R(\tilde{\omega}) \;=\; & -\frac{8}{\ell^2} - 2\ell^2(\bar{\psi}^r\gamma^{IJ}\gamma_5\psi_r)(\bar{\psi}^s\gamma_{IJ}\gamma_5\psi_s) + \\ & -10\;\bar{\psi}^r\psi_r + \frac{4}{3}\ell^2(\bar{\psi}^r\gamma_I\psi_r)(\bar{\psi}^s\gamma^I\psi_s) + \\ & +\frac{\ell^2}{24}(\bar{\psi}^r\gamma_I\gamma_5\psi_r)(\bar{\psi}^s\gamma^I\gamma_5\psi_s) - 4\ell^2(\bar{\psi}^r\gamma_5\psi_r)^2 \;, \end{aligned} \tag{4.84}$$

Onde a conexão de spin é escrita como $\omega^{IJ} = \tilde{\omega}^{IJ} + K^{IJ}$, com K^{IJ} sendo a 1-forma contorção, relacionas com a torção pela relação $T^I = D(\tilde{\omega})e^I + K^I{}_J e^J = K^I{}_J e^J$ e $K_I = (E^J \rfloor K_{IJ}) = t_I$. A Eq.(4.84) é a principal resultado deste trabalho. Independentemente das possíveis dependências da coordenada χ no campo fermiônico, podemos afirmar que nosso resultado pode ser interpretado como uma constante cosmológica efetiva onde a matéria fermiônica também contribui. Esse efeito também pode afetar a estrutura interna das estrelas, especialmente as mais densas.

As componentes da torção, com as dimensões canônicas corretas, é escrita da seguinte forma:

$$t_I = -\frac{1}{\ell}\bar{\psi}^r\gamma_I\psi_r \;\;;\;\; s_I = -\frac{1}{\ell}\bar{\psi}^r\gamma_I\gamma_5\psi_r \;\;;\;\; q^I{}_{JK} = 0 \tag{4.85}$$

Como vimos na Seção 4.2.2, o campo de Gauge $\hat{b}$ adquire dinâmica no espaço 5 dimensional. Agora após a redução dimensional, podemos olhar as suas componentes $\hat{b} = (b, b_\chi = \Phi)$, e temos que:

$$\begin{aligned} \Box b &= (\frac{3\sigma' - 1}{2\ell})(\bar{\psi}^r \Gamma \psi_r) + \\ &+ 2G\epsilon_\mu{}^{\nu\rho\lambda}(\bar{\psi}^r \gamma_\nu \gamma_5 \gamma_\rho \psi_r)(\bar{\psi}^r \gamma_\lambda \psi_r) dx^\mu \ , \end{aligned} \tag{4.86}$$

$$\begin{aligned} \Box \Phi &= -\frac{1}{2\ell}\bar{\psi}^r \gamma_5 \psi_r - \epsilon^{\mu\nu\rho\lambda}[(\bar{\psi}^r \gamma_\mu \gamma^I \gamma_\nu \psi_r)(\bar{\psi}^r \gamma_\rho \gamma_I \gamma_\lambda \psi_r) + \\ &+ (\bar{\psi}^r \gamma_\mu \gamma_5 \gamma_\nu \psi_r)(\bar{\psi}^r \gamma_\rho \gamma_5 \gamma_\lambda \psi_r)] \ , \end{aligned} \tag{4.87}$$

onde $\Box$ aqui se refere à $\hat{\Box}$ no contexto da redução dimensional do tipo Randall-Sundrum. Como pode ser notado, a corrente vetorial, $j^\mu = \bar{\psi}^r \gamma^\mu \psi_r$, é fonte para o vetor de Gauge, b, com carga efetiva $q = \frac{3\sigma' - 1}{2\ell}$. O bilinear fermiônico pseudo-escalar age como fonte para a componente Φ. Além disso, fontes incomuns, quárticos nos campos fermiônicos, também aparecem nas equações de movimento das componentes de $\hat{b}$.

4.2.6 Soluções Fermiônicas

Com o "ansätze" da redução dimensional apresentado na Sessão (4.2.5), podemos iniciar a procura por soluções do campo fermiônico ψ_r. Um importante detalhe neste momento que deve ser destacado é que buscaremos por soluções fermiônicas que possam ser geradas como perturbações do vácuo bosônico do modelo. Portanto, devemos ignorar nesta investigação inicial possíveis efeitos de "back-reaction". As equações das quais vamos partir são dadas pela componentes fermiônicas da solução $\mathcal{F} = 0$. Em outras palavras:

$$\hat{\Theta}_r = (\hat{\nabla})_r^s(\hat{\Gamma}\psi_s) = 0 \ \ , \ \ \bar{\hat{\Theta}}^r = -(\hat{\nabla})_r^s(\bar{\psi}^s \hat{\Gamma}) = 0 \ ; \tag{4.88}$$

aqui, a derivada covariante pode ser reescrita da seguinte forma $\hat{\nabla} = (\nabla, \nabla_\chi d\chi)$. Utilizando os resultados vindos de $F^a = 0$ e o "ansätze" tipo Randall-Sundrum o operador $\hat{\nabla}$

terá a seguinte estrutura:

$$
\begin{aligned}
\nabla_r^s &= \Big(d + i(\frac{1}{4} - \frac{1}{\mathcal{N}})b + \frac{1}{2}e_I\gamma^I + \frac{1}{4}\Omega_{IJ}\gamma^{IJ} + \\
&\quad -3(e_I\bar{\psi}^s\gamma_J\gamma_5\psi_s)\gamma^{IJ}\gamma_5 + \\
&\quad -\frac{1}{2}(\bar{\psi}^r\Gamma\gamma_5\gamma^I\psi_r)\gamma_5\gamma_I\Big)\delta_r^s + A_k(\tau^k)_r{}^s \ , \qquad (4.89)
\end{aligned}
$$

e

$$
\begin{aligned}
(\nabla_\chi)_r^s &= \Big(\partial_\chi + i(\frac{1}{4} - \frac{1}{\mathcal{N}})b_\chi + \frac{1}{2}G(\chi)\gamma_5 + \\
&\quad - \frac{G}{4}(\bar{\psi}^r\gamma_{IJ}\gamma_5\psi_r)\gamma^{IJ} - \frac{G}{2}(\bar{\psi}^r\gamma^I\psi_r)\gamma_5\gamma_I\Big)\delta_r^s + \\
&\quad +(A_k)_\chi(\tau^k)_r{}^s \ . \qquad (4.90)
\end{aligned}
$$

Agora, $\hat{\Theta}_{\mu\nu} = 0$ nos leva à (ignorando os índices de $SU(\mathcal{N})$):

$$
\begin{aligned}
\nabla(\Gamma\psi) &= \Big[(\nabla_\mu e_\nu^I)\gamma^I\psi + e_\nu^I\nabla_\mu\gamma_I\psi\Big]dx^\mu dx^\nu = \\
&= \Big[e_\nu^I\nabla_\mu\gamma_I\psi + T_{\mu\nu}{}^I\gamma_I\psi\Big]dx^\mu dx^\nu = 0 \ . \qquad (4.91)
\end{aligned}
$$

A partir da contração da equação acima com o tensor $E_b^\mu E_c^\nu$, nós chegamos ao seguinte resultado:

$$
\begin{aligned}
\Big(E_J E_K \rfloor \nabla(\Gamma\psi)\Big) &= E_J^{[\mu}E_K^{\nu]}(e_\nu^I\nabla_\mu\gamma_I\psi + T_{\mu\nu}{}^I\gamma_I\psi) = \\
&= \delta_{[K}^I E_{J]}^\nu\nabla_\nu\gamma_I\psi + T_{JK}{}^I\gamma_I\psi = \qquad (4.92)\\
&= \nabla_{[J}\gamma_{K]}\psi - (\bar{\psi}\gamma_{[J}\gamma^I\gamma_{K]}\psi)\gamma_I\psi = 0,
\end{aligned}
$$

onde $\nabla_I = E_I^\mu\nabla_\mu$. Usando no fato que $\nabla\gamma_I = \omega_I{}^J\gamma_J$ e, contraindo com $\gamma^J\gamma^K$, nós chegamos à:

$$
\not{\nabla}\psi + \frac{1}{6}\Omega^I{}_{JK}\gamma^J\gamma^K\gamma_I\psi = 0 \ , \qquad (4.93)
$$

onde $\Omega^I{}_{JK} = E^{\mu I}\Omega_{\mu JK}$ são os coeficientes de holonomicidade, $\not\nabla = \not D + 2 + \frac{1}{2}\Omega_K^{IJ}\gamma^K\gamma_I\gamma_J - 18\not a\gamma_5 - 2P\gamma_5 + \frac{1}{4}c^{IJ}\gamma_{IJ}\gamma_5$, $D = d + i(\frac{1}{4} - \frac{1}{N})b + A\cdot\tau$, $a^I = \bar\psi\gamma^I\gamma_5\psi$, $P = \bar\psi\gamma_5\psi$ e $c^{IJ} = \bar\psi\gamma^{IJ}\gamma_5\psi$. Esta equação é parte da solução. Indo adiante, a componente $\hat\Theta_{\mu 4} = 0$ é dada por:

$$(\nabla_\chi)((\gamma^I e_I + \gamma_5 e^4)\psi) - \nabla(\gamma^I(e_I)_\chi + \gamma_5 e^4_\chi)\psi = 0 \tag{4.94}$$

Utilizando o "ansätze" a equação acima é simplificada e adquire a seguinte forma

$$\not\nabla(\gamma_5\psi) - \Delta = 0\ , \tag{4.95}$$

onde $\Delta = G^{-1}\gamma^J\Big(E_J\rfloor\nabla_\chi(e_I\gamma^I\psi)\Big) = (4G^{-1}D_\chi - 2\gamma_5 - 16P + 2d^I\gamma_I\gamma_5)\psi$, com $D_\chi = \partial_\chi + i(\frac{1}{4} - \frac{1}{N})b_\chi + A_\chi\cdot\tau$, $G^{-1}\sigma' = 4P$ e $d^I = \bar\psi\gamma^I\psi$. A partir das eqs. (4.93) e (4.95) podemos alcançar as equações diferenciais para cada quiralidade de ψ. Usando as definições $\psi_L = \frac{1-\gamma_5}{2}\psi$ e $\psi_R = \frac{1+\gamma_5}{2}\psi$ (a separação usual implementada pelas matrizes de Dirac para as componentes Left e Right), redefinindo os campos fermiônicos físicos como $\psi|_{ph} = \sqrt{\mu}\psi$ e a vielbein física $e^a|_{ph} = \mu e^a$, onde μ é um parâmetro de massa com dimensão $[\mu] = \text{massa}^1$, nós encontramos as seguintes equações:

$$\sigma^I(D_I + \frac{5i}{6}\Omega_I - \frac{18}{\mu^2}a_I)\psi_R + (2\mu + \frac{2}{\mu^2}P - \frac{1}{4\mu^2}c^{IJ}\sigma_{IJ})\psi_L = 0\ , \tag{4.96}$$

$$\bar\sigma^I(D_I - \frac{5i}{6}\Omega_I + \frac{18}{\mu^2}a_I)\psi_L + (2\mu - \frac{2}{\mu^2}P + \frac{1}{4\mu^2}c^{IJ}\bar\sigma_{IJ})\psi_R = 0\ , \tag{4.97}$$

e

$$(4G^{-1}D_\chi + 2\mu - \frac{16}{\mu^2}P)\psi_L - \sigma^I(\frac{i}{6}\Omega_I - \frac{2}{\mu^2}d_I)\psi_R = 0\ , \tag{4.98}$$

$$(4G^{-1}D_\chi - 2\mu - \frac{16}{\mu^2}P)\psi_R - \bar\sigma^I(\frac{i}{6}\Omega_I + \frac{2}{\mu^2}d_I)\psi_L = 0\ . \tag{4.99}$$

Aqui nós redefinimos Ω^I e G de tal forma que eles possuíssem a dimensão de massa correta, $[\Omega^I] = \text{massa}^1$ e $[G] = \text{massa}^0$. Por simplicidade, mantemos a forma compacta dos bilineares P, a^I, d^I e c^{IJ}. Podemos escrevê-los em termos dos espinores Left e Right da seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
P = \psi_L^\dagger \psi_R - \psi_R^\dagger \psi_L \quad , \quad a^I = -\psi_L^\dagger \sigma^I \psi_L + \psi_R^\dagger \bar{\sigma}^I \psi_R \ , \\
d^I = \psi_L^\dagger \sigma^I \psi_L + \psi_R^\dagger \bar{\sigma}^I \psi_R \text{ e } c^{IJ} = \psi_L^\dagger \sigma^{IJ} \psi_R - \psi_R^\dagger \bar{\sigma}^{IJ} \psi_L .
\end{aligned}
$$

As Eqs. (4.96) e (4.97) são as equação tipo-Dirac dos campos fermiônicos na brana com massa $M = 2\mu$. Além disso, as equações (4.98) e (4.99) são as equações cubicas nas quais podemos fixar a dependência dos campo fermiônico em relação a dimensão extra χ. Por exemplo, no limite onde o parâmetro μ seja grande, assumindo $b_\chi = 0$ e $A_\chi = 0$, e para um limite de brana plana ($e^I_\mu = e^{-\sigma}\delta^I_\mu$ e devido à isso $\Omega^I = 0$), **podemos assim, em uma primeira aproximação ignorar os termos de auto-interação**, as Eqs.(4.98) e (4.99) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$
\begin{aligned}
(4G^{-1}\partial_\chi + 2\mu)\psi_L + O(1/\mu^2) = 0 \ , \\
(4G^{-1}\partial_\chi - 2\mu)\psi_R + O(1/\mu^2) = 0 \ .
\end{aligned}
\tag{4.100}
$$

Assumindo que, neste regime, podemos escrever os campos fermiônicos como $\psi_L = \alpha(\chi)\psi_L(x)$ e $\psi_R = \beta(\chi)\psi_R(x)$, onde x representa as coordenadas dentro da 4-brana. Essas são as solução dos modo zero no contexto de Randall-Sundrum. Portanto, as soluções a seguir para α e β aparecem:

$$
\alpha(\chi) = \alpha_0 e^{\frac{\mu}{2}\int_0^\chi d\chi' G(\chi')} \quad , \quad \beta(\chi) = \beta_0 e^{-\frac{\mu}{2}\int_0^\chi d\chi' G(\chi')} \ , \tag{4.101}
$$

onde α_0 e β_0 são constantes. Neste limite, nós recuperamos o resultado bem conhecido que aponta para o problema da localização simultânea de ambas as quiralidades na brana. Apesar disso, a solução é extremamente dependente da aproximação linear e do limite de brana plana.

Indo adiante, podemos agora contemplar o caso onde $b_\chi = \Phi(\chi)$. Nesta situação a solução para α e β ainda pode ser encontrada e é dada por:

$$\begin{aligned}\alpha(\chi) &= \alpha_0 e^{\frac{1}{2}\int_0^\chi d\chi' \left[\mu G(\chi') + 2i(\frac{1}{4} - \frac{1}{\mathcal{N}})\Phi(\chi')\right]} \ , \\ \beta(\chi) &= \beta_0 e^{-\frac{1}{2}\int_0^\chi d\chi' \left[\mu G(\chi') - 2i(\frac{1}{4} - \frac{1}{\mathcal{N}})\Phi(\chi')\right]} .\end{aligned} \tag{4.102}$$

Como podemos ver, o campo Φ pode modificar o esquema de localização apenas por uma fase complexa. Uma consideração similar pode ser implementada considerando o campo A_χ embora a estrutura do grupo $SU(\mathcal{N})$ necessite de um maior cuidado. Se $A_\chi = A_\chi(\chi)$ é considerado, isso nos gera uma fase valorada em $SU(\mathcal{N})$, análoga à fase advinda do campo Φ. Embora a ausência do número imaginário i multiplicando A_χ, a contribuição em sí se mantém como uma fase complexa, devido ao caráter anti-hermitiano dos geradores de $SU(\mathcal{N})$ adotados aqui (veja Ref. [97]).

Outra propriedade que pode ser apontada é a seguinte. Uma vez que a função $G(\chi)$ é uma componente da "fünfbein", e no limite do parâmetro μ grande essa componente tem uma transformação de Gauge dada por $\delta G \approx \partial_\chi \epsilon^4$, portanto, sob essa transformação temos que a equação (4.101) se transforma da seguinte forma:

$$\alpha'(\chi) = \alpha_0 e^{\frac{\mu}{2}\int_0^\chi d\chi' G'(\chi')} = \alpha(\chi) e^{\frac{\mu}{2}\epsilon^4(\chi)} \tag{4.103}$$

Uma estrutura análoga aparece no caso de β, ou seja, $\beta'(\chi) = \beta(\chi)e^{-\frac{1}{2}\epsilon^4(\chi)}$. Portanto, nesse regime os campos fermiônicos exibem uma simetria conforme, com carga positiva para a componente Left e uma carga negativa para a componente Right.

Se analisarmos o conjunto completo de equações, sistemas não lineares aparecem como um desafio para a compreensão da localização dos espinores na brana. Devemos focar neste problema e continuar o estudo do modelo em futuros trabalhos.

4.3 Conclusões

Neste capítulo apresentamos a ação do modelo de 5D Chern-Simons AdS-super-gravity sem gravitino. A formulação proposta em [86] gera modelos efetivos onde o férmion de spin-3/2 é substituído por uma composição de um férmion de Dirac e a " fünfbein". Explorando a solução natural de teorias topológicas, $\mathcal{F} = 0$, nós encontramos soluções não triviais para os campos. Em especial encontramos que a torção tem um importante papel em termos dos condensados fermiônicos. Analisando as transformações de Gauge, encontramos que a redução dimensional do tipo Randall-Sundrum respeita a transformação no contexto sem gravitino. As equações no espaço 4 dimensional nos gera uma dependência incomum do escalar de Ricci com bilineares fermiônicos. Um estudo sobre o comportamento dos campos fermiônicos na brana 4 dimensional nos mostrou que eles mantém o problema de localização simultânea das componentes Left e Right na 4-brana.

Capítulo 5

Considerações Finais

Nesta tese discutimos os tópicos de pesquisa com os quais trabalhei durante meu Doutorado. Estes tópicos são: Violação da Simetria de Lorentz e Supergravidade não-convencional.

Na parte relacionada à violação da simetria de Lorentz, encontrada no Capítulo 3, podemos destacar que os acoplamentos não mínimos rendem momentos de dipolo de transição elétrica e magnética, o que pode abrir a oportunidade de encontrar limites superiores para os parâmetros dos processos que envolvem neutrinos, por exemplo. Em nosso desenvolvimento, não apresentamos resultados dependentes de um parâmetro ξ genérico. Em vez disso, nos concentramos em puramente temporal ou puramente espaciais. Esta escolha - comum em trabalhos em VSL - nos dá modificações de seção de choque diferencial que podem ser mais facilmente interpretadas.

Com novos resultados experimentais, pode ser possível estimar limites para os parâmetros VSL dos nossos modelos. Espera-se que os dados resultantes de experiências envolvendo colisões de Pb-Pb ultraperiféricas no LHC aumentem dez vezes após o 4º run do LHC [98], previsto para começar em 2026; espera-se ter dados precisos para encontrar esses limites superiores na próxima década. Quando analisamos o comportamento do diferencial seção transversal no caso tipo-espaço, observamos que os novos termos trazem dependências de ângulo extra, tanto em θ quanto em ϕ.

A contribuição em ϕ é a mais interessante, uma vez que o Os resultados da QED são independentes da variação azimutal e, no nosso caso, isso não é mais necessariamente verdade. Surge um padrão periódico em ϕ nos limites de alta e baixa energia (Fig. (3.5) e Fig. (3.6)), e isso poderia ser um sinal visível da violação de Lorentz do ponto de vista experimental. Esta dependência azimutal está presente em outros processos QED + VSL, como espalhamentos do tipo Compton, Bhabha e Möller [78, 79] considerando os acoplamentos nas Eqs. (3.8) e (3.15). Além disso, uma vez que a contribuição da QED para o espalhamento fóton-fóton diminui no limite de altas energias, enquanto a contribuição do VSL aumenta, este regime seria o regime mais frutífero para procurar os efeitos do VSL.

Uma observação é a seguinte: os acoplamentos VSL que discutimos são inspirados no modelo CFJ [18], mas aqui a corrente carregada substitui o campo do fóton. Neste cenário, consideramos que os efeitos do VSL do nosso acoplamento não-mínimo devem ser mais facilmente observados do que no modelo CFJ. Em vez de modificar o propagador do campo de fótons, esses acoplamentos não-mínimos modificam o vértice das interações entre o fóton e a corrente fermiônica. Portanto, essa abordagem mantém as relações de dispersão do fóton sem massa da QED. Além disso, os acoplamentos derivativos aparecem naturalmente em limites de alta energia; assim, os acoplamentos não-mínimos que usamos podem ser observados em experimentos de altas energias, como o LHC, mais facilmente que o acoplamento mínimo de VSL.

Analisamos também um modelo específico do modelo de violação da simetria de Lorentz no setor eletrofraco, em especial no setor não-diagonal no espaço dos sabores, onde pretendemos submeter os resultados para publicação em breve. Visto que a violação da simetria de Lorentz, caso exista, é um efeito de uma Física de altíssimas energias, o estudo do Modelo Padrão se torna mais acurado para analisar esse regime de energias. Como perspectivas de trabalho podemos apontar o estudo de acoplamentos não-mínimos no setor do Higgs, onde uma rica estrutura de decaimentos pode ser analisada e novos Bounds podem ser encontrados.

Nós apresentamos no Capítulo 4 um modelo de supergravidade tipo Chern-Simons em 5 dimensões sem gravitino. A formulação proposta em [86] gera modelos efetivos onde o campo fermiônico de spin-3/2 é substituído por uma composição de um férmion tipo Dirac e a d-bein. Explorando uma solução natural para ações topológicas encontramos soluções não-triviais para os campos. Em especial, descobrimos que a torção desempenha um papel importante em termos de condensados fermiônicos. Analisando as transformações de Gauge, vimos que a redução dimensional de Randall-Sundrum respeita a transformação de Gauge com a suposição de "no-gravitini". As equações em 4 dimensões nos dão uma incomum dependência escalar de Ricci dos bilineares fermiônicos.

Como mostrado, a equação fermiônica de movimento que encontramos é uma equação não-linear, e o campo fermiônico apresenta alguns acoplamentos interessantes. Em primeiro lugar, descobrimos que o férmion adquire massa $M = 2\mu$, com parâmetro μ a que aparece naturalmente no formalismo. Como vimos, a componente χ do campo bosônico b não interfere no esquema de localização; o mesmo acontece com a componente χ do campo bosônico A, pelo menos no limite massivo. Como pode ser verificado [99], é possível localizar ambas as quiralidades na brana, em virtude da presença de torção. Uma análise cuidadosa deve ser implementada para confirmar essa afirmação no nosso caso.

Outra questão ainda precisa ser esclarecida em uma investigação futura. Nos cenários comuns de Randall-Sundrum, apenas uma das quiralidades férmion (ψ_L ou ψ_R) pode ser localizada na brana. Essa conclusão persiste se os auto-acoplamentos quárticos são considerados? A não linearidade pode induzir algum novo comportamento no esquema de localização (isto é, soluções topológicas)? É importante ressaltar que essa não linearidade está presente em outros modelos de gravidade com graus de liberdade fermiônicos. No nosso caso, o SUSY local inevitavelmente carrega uma torção intrínseca dos novos graus de liberdade fermiônicos.

Por meio de "Fierzings", podemos gerar um termo cúbico tipo Nambu-Jona-Lasinio nas equações de campo, e uma quebra dinâmica de simetria pode ocorrer. Isso é esperado em teorias com torção, mas a particularidade aqui é que a constante de acoplamento poderia ser χ -dependente. Esta propriedade pode induzir diferentes massas, dependendo da localização da brana e, juntamente com a massa M, poderia produzir um mecanismo de "see-saw", envolvendo uma quiralidade leve e uma pesada.

Como perspectiva temos como horizonte estudar a possibilidade da extensão do formalismo "no-gravitini" para um campo valorado no grupo superconforme. Analisando a 1-forma abaixo

$$h = h^A X^A = e^a P_a + f^a K_a + \frac{1}{2}\omega^{ab} J_{ab} + bD + AT + \bar{Q}\psi + \bar{\psi}Q + \bar{S}\phi + \bar{\phi}S \tag{5.1}$$

onde o supergrupo respeita a álgebra tipo "graded Lie", ou seja, $[X^A, X^B\} = f^{AB}{}_C X^C$, com $X^C = \{P^a, Q, M^{ab}, D, S, K^a\}$ os geradores do grupo superconforme, analisar a possibilidade dos campos fermiônicos obedecerem condições do tipo "no-gravitini" podem iluminar os limites deste formalismo.

Apêndice I

Referencial Centrado no Sol (SCF)

É simples perceber que no caso onde vetores de fundo se fazem presentes um referencial fixo na superfície da Terra não será útil, pois este é um referencial não-inercial (girante), por isso não podemos esperar realmente um fundo a ser fixado a partir do nosso ponto de vista - na verdade, o veremos girando. A possibilidade mais natural e utilizada nestes casos é usar o Sol como um referencial. Esta possibilidade se mostra conveniente pois é aproximadamente inercial ao longo da escala de tempo da maioria dos experimentos, é experimentalmente acessível, e pode ter seus eixos convenientemente orientados em relação à Terra, como pode ser visto na figura (5).

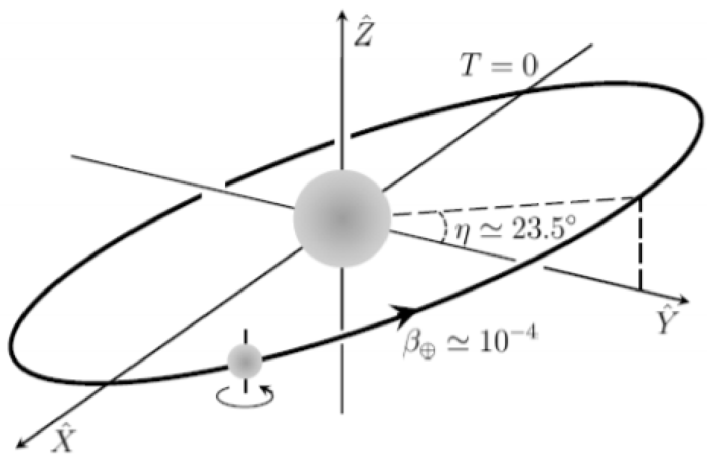

Figura 1: Referencial centrado no Sol.

É importante salientar que parte das possíveis aniisotropias no SCF aparecerão isotrópicas em nosso referencial por causa de movimentos rotacionais e translacionais da Terra em relação a si e ao Sol a os intervalos de tempo envolvidos. De acordo com Ref. [25], os eixos no SCF são definidos de forma que o O eixo Z é direcionado para o norte (paralelo ao eixo rotacional da Terra), X pontos do Sol para o equinócio vernal, enquanto Y completa um sistema destro. A origem do tempo T está no equinócio vernal do ano 2000. Em relação ao referencial da Terra para um ponto no hemisfério norte, o eixo z é vertical da superfície (aponta para zênite local), x aponta para o sul e y aponta para o leste. A hora local $T^{\oplus}$ está relacionada com o tempo no SCF, T: o tempo sideral local $T^{\oplus}$ é definido para ser o tempo medido no SCF de um dos momentos em que y fica ao longo de Y. Para ver como podemos fazer a passagem dos coeficientes VSL no laboratório (LAB), onde normalmente são dependentes do tempo, para o SCF, onde estão fixo, usamos um fundo vector, V_{μ}. Os componentes desse vetor nos dois referenciais são conectados via

$$(V_{\mu})_{(LAB)} = \Lambda_{\mu}^{\ \nu}(V_{\nu})_{(SCF)} \tag{2}$$

onde as componentes do tensor que representa a transformação entre referencial são sadas por

$$\Lambda_0^{\ 0} = 1 \quad , \Lambda_i^{\ 0} = \beta^i \quad , \Lambda_0^{\ i} = (R \cdot \beta)^i \quad , \Lambda_i^{\ j} = R_i^{\ j} \tag{3}$$

onde β^i é a velocidade (v^i/c) do referencial LAB relativo ao referencial SCF e $R_i^{\ j}$ é a rotação espacial (todos dependentes do tempo $T^{\oplus}$). Explicitamente temos:

$$\beta^1 = \beta^{\oplus} \sin \Omega^{\oplus} T - \beta^L \sin \Omega^{\oplus} T^{\oplus} \tag{4}$$

$$\beta^2 = -\beta^{\oplus} \cos \eta \cos \Omega^{\oplus} T + \beta^L \cos \Omega^{\oplus} T^{\oplus} \tag{5}$$

$$\beta^3 = -\beta^{\oplus} \sin \eta \cos \Omega^{\oplus} T \tag{6}$$

$$R_i^j = \begin{pmatrix} \cos\chi\cos\Omega^{\oplus}T^{\oplus} & \cos\chi\sin\Omega^{\oplus}T^{\oplus} & -\sin\chi \\ \\ -\sin\chi & \cos\chi & 0 \\ \\ \sin\chi\cos\Omega^{\oplus}T^{\oplus} & \sin\chi\sin\Omega^{\oplus}T^{\oplus} & -\cos\chi \end{pmatrix} \tag{7}$$

onde $\beta^{\oplus}$ é a velocidade de translação da terra, $\beta^L = r^{\oplus}\omega^{\oplus}\sin\chi$ a velocidade de rotação do referencial LAB, χ a colatitude local e $\eta \approx 24.3^{\text{o}}$ é a inclinação do plano de rotação da Terra e $T^{\oplus} \approx T - \frac{2\pi n}{\omega^{\oplus}} - 86164(0.18408 - \frac{\lambda}{360})$, com λ a longitude do referencial LAB e n um número inteiro que pode ser conveniente escolhido. Os parâmetros utilizados nas definições acima são dados por:

$$\beta^{\oplus} \approx 10^{-4}(\text{Velocidade de translação da Terra}) \tag{8}$$

$$\beta^L < 10^{-6}(\text{Velocidade de rotação do referencial LAB}) \tag{9}$$

$$\Omega^{\oplus} = \frac{2\pi}{Ano} \approx 2\times 10^{-7}s^{-1}(\text{Frequência angular de translação da Terra}) \tag{10}$$

Apêndice II

Simetrias discretas

O Teorema CPT diz que [100], em uma teoria de campos relativística em 4 dimensões, deve existir a invariância sob as transformações por conjugação de carga (C), por paridade (P) e inversão temporal (T), simultaneamente. O teorema CPT assume a veracidade das leis quânticas e invariância sob transformações de Lorentz. Especificamente, o teorema CPT afirma que fenômenos descritos por qualquer teoria quântica de campo, local e invariante sob transformação de Lorentz com um hamiltoniano hermitiano, devem ser invariantes sob a simetria CPT. Detalharemos abaixo a estrutura das transformações C, P e T [101] para os campos de spin 0, 1/2, e 1, necessários para a análise do Modelo Padrão.

Simetria C

A equação de Dirac teve como uma de suas principais virtudes a capacidade de explicar a existência de partículas e antipartículas na Natureza. Este fato vem da simetria de conjugação de carga (C). Sob C temos:

- C: $\phi(x) \to \phi^c(x) = \phi^*(x)$
- C: $\psi(x) \to \psi^c(x) = i\gamma^2\bar{\psi}^T(x)$
- C: $A_\mu(x) \to A_\mu^c(x) = -A_\mu(x)$

Simetria P

A simetria de paridade de manifesta quando há no sistema a simetria sob a transformação $x_\mu = (x_0, \mathbf{x}) \to \tilde{x}_\mu = (x_0, -\mathbf{x})$. Com isso temos:

- P: $\phi(x) \to \phi^p(x) = \phi(\tilde{x})$
- P: $\psi(x) \to \psi^p(x) = i\gamma^0\psi(\tilde{x})$
- P: $A_\mu(x) \to A_\mu^p(x) = \tilde{A}_\mu(\tilde{x}) = (A_0(\tilde{x}), -\mathbf{A}(\tilde{x}))$

Simetria T

A simetria de inversão temporal de manifesta quando há no sistema a simetria sob a transformação $x_\mu = (x_0, \mathbf{x}) \to -\tilde{x}_\mu = (-x_0, \mathbf{x})$. Com isso temos:

- T: $\phi(x) \to \phi^t(x) = \phi(-\tilde{x})$
- T: $\psi(x) \to \psi^t(x) = i\gamma^1\gamma^3\psi(-\tilde{x})$
- T: $A_\mu(x) \to A_\mu^t(x) = \tilde{A}_\mu(-\tilde{x})$

Simetria CPT

Implementando as 3 simetrias discretas explicitadas acima obtemos as seguintes transformações:

- CPT: $\phi(x) \to \phi^{cpt}(x) = \phi^*(-x)$
- CPT: $\psi(x) \to \psi^{cpt}(x) = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3\bar{\psi}^T(-x) = \gamma^5\bar{\psi}^T(-x)$
- CPT: $A_\mu(x) \to A_\mu^{cpt}(x) = -A_\mu(-x)$

Visto que as teorias de campos são formadas através de bilineares fermiônicos dados por $S = \bar{\psi}\psi$, $V_\mu = \bar{\psi}\gamma_\mu\psi$, $T_{\mu\nu} = \bar{\psi}\gamma_{\mu\nu}\psi$, $PV_\mu = \bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi$ e $P = \bar{\psi}\gamma_5\psi$, é fortuito visualizar os efeitos das simetrias discretas em cada um desses bilineares. As transformações dos bilineares acima estão mostrados na Tabela 1.

Bilinear	**C**	**P**	**T**	**CPT**
$S(x)$	$S(x)$	$S(\tilde{x})$	$S(-\tilde{x})$	$S(-x)$
$V(x)$	$-V(x)$	$\tilde{V}(\tilde{x})$	$\tilde{V}(-\tilde{x})$	$-V(-x)$
$T(x)$	$-T(x)$	$T(\tilde{x})$	$-\tilde{T}(-\tilde{x})$	$T(-x)$
$PV(x)$	$PV(x)$	$-\tilde{PV}(\tilde{x})$	$\tilde{PV}(-\tilde{x})$	$-PV(-x)$
$P(x)$	$P(x)$	$-P(\tilde{x})$	$-P(-\tilde{x})$	$P(-x)$

Tabela 1: Transformações dos bilineares fermiônicos sob C,P,T e CPT.

Como podemos visualizar na Tabela 1, os bilineares V_μ e A_μ não são invariantes sob CPT. Por último, é importante ver que o field-strenght $F_{\mu\nu}$ se transforma da seguinte forma:

- C: $F_{\mu\nu}(x) \rightarrow F^c_{\mu\nu}(x) = -F_{\mu\nu}(x)$
- P: $F_{\mu\nu}(x) \rightarrow F^p_{\mu\nu}(x) = \tilde{F}_{\mu\nu}(\tilde{x})$
- T: $F_{\mu\nu}(x) \rightarrow F^t_{\mu\nu}(x) = -\tilde{F}_{\mu\nu}(-\tilde{x})$
- CPT: $F_{\mu\nu}(x) \rightarrow F^{cpt}_{\mu\nu}(x) = F_{\mu\nu}(-x)$

Aqui utilizamos $\tilde{F}_{\mu\nu} = \{-F_{0i}, F_{ij}\}$ que implica em $\{E_i, B_i\} \rightarrow \{-E_i, B_i\}$. Para exemplificarmos, utilizando-se das definições acima podemos ver que um termo tipo Yukawa dado por $Y\phi\bar{\psi}\psi + Y^*\phi^*\bar{\psi}\psi$, com ϕ um campo escalar complexo e Y a constante de acoplamento, se transforma sob CP da seguinte forma:

$$\text{CP:}\;\; Y\phi\bar{\psi}\psi + Y^*\phi^*\bar{\psi}\psi \rightarrow Y\phi^*\bar{\psi}\psi + Y^*\phi\bar{\psi}\psi \tag{11}$$

Fica assim claro que esse termo será invariante sob CP somente se $Y = Y^*$.

Apêndice III

Apêndice III: SUGRA não-convencional

Este Apêndice trata das definições referentes ao Capítulo 4, em especial a Sessão 4.2. A representação dos geradores é dada em termos de $(4{+}\mathcal{N})\times(4{+}\mathcal{N})$ supermatrizes [102,103]:

$$
J_{ab} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\gamma_{ab})^{\alpha}{}_{\beta} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad J_a = \begin{pmatrix} (\gamma_a)^{\alpha}{}_{\beta} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad T_k = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (\tau^k)_r{}^s \end{pmatrix}
$$

$$
Q^{\alpha}_{s} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\delta^r_s \delta^{\alpha}_{\beta} & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \bar{Q}^{s}_{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \delta^r_s \delta^{\alpha}_{\beta} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbb{K} = \begin{pmatrix} \frac{i}{4}\delta^{\alpha}_{\beta} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\mathcal{N}}\delta_r{}^s \end{pmatrix} \; .
$$

A partir disso, a seguinte álgebra pode ser escrita:

$$
\begin{aligned}
&[J^{ab}, J^{cd}] = \eta^{ad}J^{bc} - \eta^{ac}J^{bd} + \eta^{bc}J^{ad} - \eta^{bd}J^{ac} \quad , \\
&[J^{a}, J^{b}] = s^2 J^{ab} \quad , \quad [J^{a}, J^{bc}] = \eta^{ab}J^{c} - \eta^{ac}J^{b} \quad , \\
&[J^{a}, Q_s] = -\frac{s}{2}\gamma^{a}Q_s \quad , \quad [J^{a}, \bar{Q}^{s}] = \frac{s}{2}\bar{Q}^{s}\gamma^{a} \quad , \\
&[J^{ab}, Q_s] = -\frac{1}{2}\gamma^{ab}Q_s \quad , \quad [J^{ab}, \bar{Q}^{s}] = \frac{1}{2}\bar{Q}^{s}\gamma^{ab} \quad , \\
&[\mathbb{K}, Q_s] = -i(\frac{1}{4} - \frac{1}{\mathcal{N}})Q_s \quad , \quad [\mathbb{K}, \bar{Q}^{s}] = i(\frac{1}{4} - \frac{1}{\mathcal{N}})\bar{Q}^{s} \quad , \\
&[T^{k}, Q_s] = (\tau^{k})_{s}^{r}Q_r \quad , \quad [T^{k}, \bar{Q}^{s}] = -(\tau^{k})_{r}^{s}\bar{Q}^{r} \\
&\{Q_s, \bar{Q}^{r}\} = -\frac{i}{2}\delta_{s}^{r}\gamma^{a}J_a - \frac{1}{4}\delta_{s}^{r}\gamma^{ab}J_{ab} + i\delta_{s}^{r}\mathbb{K} + (\tau^{k})_{s}^{r}T_k \ .
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Todas as outras relações se anulam. No cenário dimensionalmente reduzido, temos que a derivada covariante pode ser escrita como $\hat{\nabla} = (\nabla, \nabla_{\chi}d\chi)$, onde:

$$
\begin{aligned}
\nabla_{r}^{s} &= \Big(d + i(\frac{1}{4} - \frac{1}{\mathcal{N}})b + \frac{1}{2}e_I\gamma^{I} + \frac{1}{2}e^{4}\gamma_5 + \frac{1}{4}\omega_{IJ}\gamma^{IJ} + \\
&+ \frac{\lambda}{2}b_I\gamma_5\gamma^{I}\Big)\delta_{r}^{s} + A_k(\tau^{k})_{r}{}^{s} \ ,
\end{aligned}
\tag{13}
$$

$$
\begin{aligned}
(\nabla_{\chi})_{r}^{s} &= \Big(\partial_{\chi} + i(\frac{1}{4} - \frac{1}{\mathcal{N}})b_{\chi} + \frac{1}{2}(e_I)_{\chi}\gamma^{I} + \frac{1}{2}e_{\chi}^{4}\gamma_5 + \\
&+ \frac{1}{4}(\omega_{IJ})_{\chi}\gamma^{IJ} + \frac{1}{2}\lambda(b_I)_{\chi}\gamma_5\gamma^{I}\Big)\delta_{r}^{s} + (A_k)_{\chi}(\tau^{k})_{r}{}^{s} \ ,
\end{aligned}
\tag{14}
$$

Em termos das definições da redução dimensional encontrada em (4.74),(4.75) e (4.76), podemos reescrever as transformações de Gauge em termos dos campos componentes. Para $\hat{e}^{a}$, temos:

$$
\begin{aligned}
\delta e^{I} &= d\epsilon^{I} + \omega^{IJ}\epsilon_J + \lambda b^{I}\epsilon_4 + \frac{1}{2}(\bar{\psi}^{r}(\Gamma + \gamma_5 e^{4})\gamma^{I}\chi_r + \\
&+\frac{1}{2}\bar{\chi}^{r}\gamma^{I}(\Gamma + \gamma_5 e^{4})\psi_r) \ ,
\end{aligned}
\tag{15a}
$$

$$\delta e^4 = d\epsilon^4 + \lambda b^I \epsilon_I + \frac{1}{2}\bar{\psi}^r(\Gamma + \gamma_5 e^4)\gamma_5\chi_r + \frac{1}{2}\bar{\chi}^r\gamma_5(\Gamma + \gamma_5 e^4)\psi_r \ , \tag{15b}$$

$$\begin{aligned} \delta e^I_\chi &= \partial_\chi \epsilon^I + \omega^{IJ}_\chi \epsilon_J + \lambda b^I_\chi \epsilon_4 + \frac{1}{2}\bar{\psi}^r(\gamma_J e^J_\chi + \gamma_5 e^4_\chi)\gamma^I\chi_r + \\ &+ \frac{1}{2}\bar{\chi}^r\gamma^I(\gamma_J e^J_\chi + \gamma_5 e^4_\chi)\psi_r \ , \end{aligned} \tag{15c}$$

$$\begin{aligned} \delta e^4_\chi &= \partial_\chi \epsilon^4 + \lambda b^I_\chi \epsilon_{I4} + \frac{1}{2}\bar{\psi}^r(\gamma_I e^I_\chi + \gamma_5 e^4_\chi)\gamma_5\chi_r + \\ &+ \frac{1}{2}\bar{\chi}^r\gamma_5(\gamma_I e^I_\chi + \gamma_5 e^4_\chi)\psi_r \ , \end{aligned} \tag{15d}$$

onde $\Gamma = e^I\gamma_I$. For $\hat{\omega}^{ab}$, segue que:

$$\begin{aligned} \delta\omega^{IJ} &= d\epsilon^{IJ} + \omega^{[IK}{\epsilon_K}^{J]} + \frac{1}{4}\bar{\psi}^r(\Gamma + \gamma_5 e^4)\gamma^{IJ}\chi_r + \\ &+ \frac{1}{4}\bar{\chi}^r\gamma^{IJ}(\Gamma + \gamma_5 e^4)\psi_r + \lambda b^{[I}{\epsilon_4}^{J]} \ , \end{aligned} \tag{16a}$$

$$\begin{aligned} \delta b^I &= \frac{1}{\lambda} d\epsilon^{4I} + b^K {\epsilon_K}^I + \frac{1}{2\lambda}\bar{\psi}^r(\Gamma + \gamma_5 e^4)\gamma^I\gamma_5\chi_r + \\ &+ \frac{1}{2\lambda}\bar{\chi}^r\gamma^I\gamma_5(\Gamma + \gamma_5 e^4)\psi_r \ , \end{aligned} \tag{16b}$$

$$\begin{aligned} \delta\omega^{IJ}_\chi &= \partial_\chi\epsilon^{IJ} + \omega^{[IK}_\chi{\epsilon_K}^{J]} + \frac{1}{4}\bar{\psi}^r(\gamma_J e^J_\chi + \gamma_5 e^4_\chi)\gamma^{IJ}\chi_r + \\ &+ \frac{1}{4}\bar{\chi}^r\gamma^{IJ}(\gamma_J e^J_\chi + \gamma_5 e^4_\chi)\psi_r + \lambda b^{[I}_\chi{\epsilon_4}^{J]} \ , \end{aligned} \tag{16c}$$

$$\begin{aligned} \delta b^I_\chi &= \frac{1}{\lambda}\partial_\chi\epsilon^{4I} + b^K_\chi{\epsilon_K}^I + \frac{1}{2\lambda}\bar{\psi}^r(\gamma_J e^J_\chi + \gamma_5 e^4_\chi)\gamma^I\gamma_5\chi_r + \\ &+ \frac{1}{2\lambda}\bar{\chi}^r\gamma^I\gamma_5(\gamma_J e^J_\chi + \gamma_5 e^4_\chi)\psi_r \ , \end{aligned} \tag{16d}$$

Para ψ_r, encontramos:

$$\delta\Big[(\Gamma + \gamma_5 e^4)\psi_r\Big] = \vec{\nabla}\chi_r \ , \tag{17a}$$

$$\delta\Big[(\gamma_J e^J_\chi + \gamma_5 e^4_\chi)\psi_r\Big] = \vec{\nabla}_\chi \chi_r \ . \tag{17b}$$

E, finalmente, para b, temos que:

$$\delta b = d\epsilon_b + i\bar{\psi}^r(\Gamma + \gamma_5 e^4)\chi_r + i\bar{\chi}^r(\Gamma + \gamma_5 e^4)\psi_r \ , \tag{18a}$$

$$\begin{aligned} \delta b_\chi &= \partial_\chi \epsilon_b + i\bar{\psi}^r(\gamma_J e^J_\chi + \gamma_5 e^4_\chi)\chi_r + \\ &\quad + i\bar{\chi}^r(\gamma_J e^J_\chi + \gamma_5 e^4_\chi)\psi_r \ . \end{aligned} \tag{18b}$$

Continuando com nossa análise, escrevemos o field-strength em termos de suas componentes. Primeiro, para os componentes F^a, temos:

$$F^I = T^I + \lambda b^I e_4 + \bar{\psi}^r(\Gamma + \gamma_5 e^4)\gamma^I(\Gamma + \gamma_5 e^4)\psi_r \ , \tag{19a}$$

$$\begin{aligned} F^I_\chi &= \partial_\chi e^I + \omega^{IJ}_\chi e_J - D(\omega)e^I_\chi + \\ &\quad + \bar{\psi}^r(\Gamma + \gamma_5 e^4)\gamma^I(\gamma_J e^J_\chi + \gamma_5 e^4_\chi)\psi_r \ , \end{aligned} \tag{19b}$$

$$F^4 = de^4 + \lambda b^I e_I + \bar{\psi}^r(\Gamma + \gamma_5 e^4)\gamma_5(\Gamma + \gamma_5 e^4)\psi_r \ , \tag{19c}$$

$$\begin{aligned} F^4_\chi &= \partial_\chi e^4 + \lambda b^I_\chi e_I - de^4_\chi - \lambda b_I e^I_\chi + \\ &\quad + \bar{\psi}^r(\Gamma + \gamma_5 e^4)\gamma_5(\gamma_J e^J_\chi + \gamma_5 e^4_\chi)\psi_r \ . \end{aligned} \tag{19d}$$

finalmente, para $\hat{F}^{ab}$, encontramos:

$$\begin{aligned} F^{IJ} &= R^{IJ} + e^I e^J + \lambda^2 b^I b^J + \\ &\quad + \frac{1}{2}\bar{\psi}^r(\Gamma + \gamma_5 e^4)\gamma^{IJ}(\Gamma + \gamma_5 e^4)\psi_r \ , \end{aligned} \tag{20a}$$

$$
\begin{aligned}
F_{\chi}^{IJ} &= d\omega_{\chi}^{IJ} + \omega^{I}{}_{L}\omega_{\chi}^{LJ} - \partial_{\chi}\omega^{IJ} + \lambda^{2} b_{\chi}^{I} b^{J} + e_{\chi}^{I} e^{J} + \\
&+ \frac{1}{2}\bar{\psi}^{r}(\Gamma + \gamma_{5} e^{4})\gamma^{IJ}(\gamma_{K} e_{\chi}^{K} + \gamma_{5} e_{\chi}^{4})\psi_{r} \ , \qquad (20b)
\end{aligned}
$$

$$
F^{I4} = \lambda D(\omega) b^{I} + e^{I} e^{4} + \bar{\psi}^{r}(\Gamma + \gamma_{5} e^{4})\gamma^{I}\gamma_{5}(\Gamma + \gamma_{5} e^{4})\psi_{r} \ , \qquad (20c)
$$

$$
\begin{aligned}
F_{\chi}^{I4} &= \lambda(D(\omega) b_{\chi}^{I} - \partial_{\chi} b^{I} - \omega_{\chi}^{IJ} b_{J}) + e_{\chi}^{I} e^{4} - e^{I} e_{\chi}^{4} + \\
&+ \bar{\psi}^{r}(\Gamma + \gamma_{5} e^{4})\gamma^{I}\gamma_{5}(\gamma_{J} e_{\chi}^{J} + \gamma_{5} e_{\chi}^{4})\psi_{r} \ . \qquad (20d)
\end{aligned}
$$

Para os campos de Gauge, encontramos:

$$
\begin{aligned}
F^{k} &= dA^{k} + f^{k}_{\ lm} A^{l} A^{m} + \\
&+ \bar{\psi}^{r}(\Gamma + \gamma_{5} e^{4})(\tau^{k})_{r}^{\ s}(\Gamma + \gamma_{5} e^{4})\psi_{s} \ , \qquad (21a)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F_{\chi}^{k} &= \partial_{\chi} A^{k} + f^{k}_{\ lm} A_{\chi}^{l} A^{m} - dA_{\chi}^{k} + \\
&+ \bar{\psi}^{r}(\Gamma + \gamma_{5} e^{4})(\tau^{k})_{r}^{\ s}(\gamma_{J} e_{\chi}^{J} + \gamma_{5} e_{\chi}^{4})\psi_{s} \ , \qquad (21b)
\end{aligned}
$$

$$
F = db + i\bar{\psi}^{r}(\Gamma + \gamma_{5} e^{4})(\Gamma + \gamma_{5} e^{4})\psi_{r} \ , \qquad (21c)
$$

$$
F_{\chi} = db_{\chi} - \partial_{\chi} b + i\bar{\psi}^{r}(\Gamma + \gamma_{5} e^{4})(\gamma_{J} e_{\chi}^{J} + \gamma_{5} e_{\chi}^{4})\psi_{r} \qquad (21d)
$$

Bibliografia

[1] Maurizio Gasperini. *Theory of Gravitational interactions*. Springer, 2013.

[2] D Hanneke, S Fogwell Hoogerheide, and G Gabrielse. Cavity control of a single-electron quantum cyclotron: Measuring the electron magnetic moment. *Physical Review A*, 83(5):052122, 2011.

[3] Gary Taubes. Carlo Rubbia and the discovery of the W and the Z. *Physics world*, 16(1):23, 2003.

[4] Jacob Baron, Wesley C Campbell, David DeMille, John M Doyle, Gerald Gabrielse, Yulia V Gurevich, Paul W Hess, Nicholas R Hutzler, Emil Kirilov, Ivan Kozyryev, et al. Order of magnitude smaller limit on the electric dipole moment of the electron. *Science*, 343(6168):269–272, 2014.

[5] V Alan Kosteleckỳ and Stuart Samuel. Spontaneous breaking of Lorentz symmetry in string theory. *Physical Review D*, 39(2):683, 1989.

[6] Don Colladay and V Alan Kosteleckỳ. Lorentz-violating extension of the standard model. *Physical Review D*, 58(11):116002, 1998.

[7] P Kooijman and N Tuning. Lectures on cp violation, 2015.

[8] Lincoln Wolfenstein. Parametrization of the Kobayashi-Maskawa matrix. *Physical Review Letters*, 51(21):1945, 1983.

[9] Andreas Höcker and Zoltan Ligeti. CP violation and the CKM matrix. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 56:501–567, 2006.

[10] Antonio Pich. Chiral perturbation theory. *Reports on Progress in Physics*, 58(6):563, 1995.

[11] Gerhard Ecker. Chiral perturbation theory. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 35:1–80, 1995.

[12] Irina Mocioiu, Maxim Pospelov, and Radu Roiban. Breaking CPT by mixed non-commutativity.

[13] Stefano Liberati. Tests of Lorentz invariance: a 2013 update. *Classical and Quantum Gravity*, 30(13):133001, 2013.

[14] David Mattingly. Modern tests of lorentz invariance. *Living Reviews in relativity*, 8(1):5, 2005.

[15] Sean M Carroll and Jing Shu. Models of baryogenesis via spontaneous Lorentz violation. *Physical Review D*, 73(10):103515, 2006.

[16] Don Colladay and V Alan Kosteleckỳ. CPT violation and the standard model. *Physical Review D*, 55(11):6760, 1997.

[17] Jonas B Araujo, Rodolfo Casana, and Manoel M Ferreira Jr. Constraining C P T-even and Lorentz-violating nonminimal couplings with the electron magnetic and electric dipole moments. *Physical Review D*, 92(2):025049, 2015.

[18] Y.M.P. Gomes and P.C. Malta. Laboratory-based limits on the Carroll-Field-Jackiw Lorentz-violating electrodynamics. *Physical Review D*, 94(2):025031, 2016.

[19] Sean M. Carroll, George B. Field, and Roman Jackiw. Limits on a Lorentz-and parity-violating modification of electrodynamics. *Physical Review D*, 41(4):1231, 1990.

[20] C Adam and Frans R Klinkhamer. Causality and CPT violation from an Abelian Chern–Simons-like term. *Nuclear Physics B*, 607(1-2):247–267, 2001.

[21] Rodolfo Casana, Manoel M Ferreira Jr, and Carlos EH Santos. Classical solutions for the Carroll-Field-Jackiw-Proca electrodynamics. *Physical Review D*, 78(2):025030, 2008.

[22] AP Baeta Scarpelli, Humberto Belich, JL Boldo, and JA Helayel-Neto. Aspects of causality and unitarity and comments on vortexlike configurations in an Abelian model with a Lorentz-breaking term. *Physical Review D*, 67(8):085021, 2003.

[23] V Alan Kosteleckỳ and Matthew Mewes. Signals for Lorentz violation in electrodynamics. *Physical Review D*, 66(5):056005, 2002.

[24] Maurice Goldhaber and Virginia Trimble. Limits on the chirality of interstellar and intergalactic space. *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 17(1-2):17–21, 1996.

[25] V Alan Kosteleckỳ and Neil Russell. Data tables for Lorentz and C P T violation. *Reviews of Modern Physics*, 83(1):11, 2011.

[26] Marek Nowakowski, EA Paschos, and JM Rodriguez. All electromagnetic form factors. *European journal of physics*, 26(4):545, 2005.

[27] Andrzej Czarnecki and Bernd Krause. On the dipole moments of fermions at two loops. *arXiv preprint hep-ph/9611299*, 1996.

[28] Hiren H Patel. Package-X: A Mathematica package for the analytic calculation of one-loop integrals. *Computer Physics Communications*, 197:276–290, 2015.

[29] M Haghighat, I Motie, and Z Rezaei. Charged lepton electric dipole moment enhancement in the Lorentz violated extension of the standard model. *International Journal of Modern Physics A*, 28(24):1350115, 2013.

[30] Jacob Baron, Wesley C Campbell, David DeMille, John M Doyle, Gerald Gabrielse, Yulia V Gurevich, Paul W Hess, Nicholas R Hutzler, Emil Kirilov, Ivan Kozyryev, et al. Order of magnitude smaller limit on the electric dipole moment of the electron. *Science*, 343(6168):269–272, 2014.

[31] FJM Farley, K Jungmann, JP Miller, WM Morse, Yu F Orlov, BL Roberts, Yannis K Semertzidis, A Silenko, and EJ Stephenson. New method of measuring electric dipole moments in storage rings. *Physical review letters*, 93(5):052001, 2004.

[32] YMP Gomes and JT Guaitolini Junior. Elastic light-by-light scattering in a non-minimal Lorentz violation scenario. *Physical Review D*, 99(5):055006, 2019.

[33] Yunhua Ding and V Alan Kostelecký. Lorentz-violating spinor electrodynamics and Penning traps. *Physical Review D*, 94(5):056008, 2016.

[34] H. Belich, T. Costa-Soares, M.M. Ferreira Jr, Jose Abdalla Helayel-Neto, and F.M.O. Moucherek. Lorentz-violating corrections on the hydrogen spectrum induced by a nonminimal coupling. *Physical Review D*, 74(6):065009, 2006.

[35] Jonas B. Araujo, Rodolfo Casana, and Manoel M. Ferreira Jr. General CPT-even dimension-five nonminimal couplings between fermions and photons yielding EDM and MDM. *Physics Letters B*, 760:302–308, 2016.

[36] O Halpern. Scattering processes produced by electrons in negative energy states. *Physical Review*, 44(10):855, 1933.

[37] Max Born. On the quantum theory of the electromagnetic field. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 143(849):410–437, 1934.

[38] Max Born and Leopold Infeld. Foundations of the new field theory. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 144(852):425–451, 1934.

[39] Werner Heisenberg and Heinrich Euler. Folgerungen aus der diracschen theorie des positrons. *Zeitschrift für Physik*, 98(11-12):714–732, 1936.

[40] Hans Euler and Bernhard Kockel. Über die streuung von licht an licht nach der diracschen theorie. *Naturwissenschaften*, 23(15):246–247, 1935.

[41] Robert Karplus and Maurice Neuman. Non-linear interactions between electromagnetic fields. *Physical Review*, 80(3):380, 1950.

[42] Robert Karplus and Maurice Neuman. The scattering of light by light. *Physical Review*, 83(4):776, 1951.

[43] B De Tollis. Dispersive approach to photon-photon scattering. *Il Nuovo Cimento (1955-1965)*, 32(3):757–768, 1964.

[44] B De Tollis. The scattering of photons by photons. *Il Nuovo Cimento (1955-1965)*, 35(4):1182–1193, 1965.

[45] V Costantini, B De Tollis, and G Pistoni. Nonlinear effects in quantum electrodynamics. *Il Nuovo Cimento A (1965-1970)*, 2(3):733–787, 1971.

[46] L Meitner and H Kösters. Über die Streuung kurzwelliger γ-Strahlen. *Zeitschrift für Physik*, 84(3-4):137–144, 1933.

[47] VN Baier, Victor S Fadin, VM Katkov, and EA Kuraev. Photon splitting into two photons in a Coulomb field. *Physics Letters B*, 49(4):385–387, 1974.

[48] G Jarlskog, L Jönsson, S Prünster, HD Schulz, HJ Willutzki, and GG Winter. Measurement of Delbrück scattering and observation of photon splitting at high energies. *Physical Review D*, 8(11):3813, 1973.

[49] Paul Papatzacos and Kjell Mork. Delbrück scattering calculations. *Physical Review D*, 12(1):206, 1975.

[50] Martin Schumacher, I Borchert, F Smend, and P Rullhusen. Delbrück scattering of 2.75 MeV photons by lead. *Physics Letters B*, 59(2):134–136, 1975.

[51] Arne M Johannessen, Kjell J Mork, and Ingjald Øverbø. Photon-splitting cross sections. *Physical Review D*, 22(5):1051, 1980.

[52] Sh Zh Akhmadaliev, G Ya Kezerashvili, SG Klimenko, RN Lee, VM Malyshev, AL Maslennikov, AM Milov, AI Milstein, N Yu Muchnoi, AI Naumenkov, et al.

Experimental investigation of high-energy photon splitting in atomic fields. *Physical review letters*, 89(6):061802, 2002.

[53] RN Lee, AL Maslennikov, AI Milstein, VM Strakhovenko, and Yu A Tikhonov. Photon splitting in atomic fields. *Physics reports*, 373(3):213–246, 2003.

[54] V Alan Kosteleckỳ and Austin GM Pickering. Vacuum photon splitting in Lorentz-violating quantum electrodynamics. *Physical review letters*, 91(3):031801, 2003.

[55] Morad Aaboud, G Aad, B Abbott, J Abdallah, O Abdinov, B Abeloos, SH Abidi, OS AbouZeid, NL Abraham, H Abramowicz, et al. Evidence for light-by-light scattering in heavy-ion collisions with the ATLAS detector at the LHC. *Nature Physics*, 13(9):852, 2017.

[56] Albert M Sirunyan, A Tumasyan, W Adam, F Ambrogi, E Asilar, T Bergauer, J Brandstetter, M Dragicevic, J Erö, A Escalante Del Valle, et al. Evidence for light-by-light scattering and searches for axion-like particles in ultraperipheral PbPb collisions at $s_{NN} = 5.02$ TeV. *Physics Letters B*, 797:134826, 2019.

[57] Xiang-dong Jiang and Xian-Jian Zhou. Calculation of the polarization tensors of $z \rightarrow 3\gamma$ and $\gamma\gamma \rightarrow gamma\gamma$ via W-boson loops in the standard model. *Physical Review D*, 47(1):214, 1993.

[58] VB EM Lifshitz e LP Pitaevskii, Beretetskii. *Quantum Electrodynamics*. Pergamon Press, 1982.

[59] Karnig O Mikaelian. Detection of elastic light-by-light scattering at SLAC. *Physics Letters B*, 115(3):267–269, 1982.

[60] F Moulin, Denis Bernard, and F Amiranoff. Photon-photon elastic scattering in the visible domain. *Zeitschrift für Physik C: Particles and Fields*, 72(4):607, 1996.

[61] D Bernard, F Moulin, F Amiranoff, A Braun, JP Chambaret, G Darpentigny, G Grillon, S Ranc, and F Perrone. Search for stimulated photon-photon scatte-

ring in vacuum. *The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 10(1):141–145, 2000.

[62] T Inada, T Yamaji, S Adachi, T Namba, S Asai, T Kobayashi, K Tamasaku, Y Tanaka, Y Inubushi, K Sawada, et al. Search for photon-photon elastic scattering in the X-ray region. *Physics Letters B*, 732:356–359, 2014.

[63] T Yamaji, T Inada, T Yamazaki, T Namba, S Asai, T Kobayashi, K Tamasaku, Y Tanaka, Y Inubushi, K Sawada, et al. An experiment of X-ray photon–photon elastic scattering with a Laue-case beam collider. *Physics Letters B*, 763:454–457, 2016.

[64] David d'Enterria and Gustavo G da Silveira. Erratum: Observing Light-by-Light Scattering at the Large Hadron Collider [Phys. Rev. Lett. 111, 080405 (2013)]. *Physical review letters*, 116(12):129901, 2016.

[65] Mariola Kłusek-Gawenda, Piotr Lebiedowicz, and Antoni Szczurek. Light-by-light scattering in ultraperipheral Pb-Pb collisions at energies available at the CERN Large Hadron Collider. *Physical Review C*, 93(4):044907, 2016.

[66] Antoni Szczurek, Mariola Kłusek-Gawenda, Piotr Lebiedowicz, and Wolfgang Schäfer. New results for ultraperipheral heavy ion collisions. In *AIP Conference Proceedings*, volume 1819, page 070004. AIP Publishing, 2017.

[67] Spencer R Klein. Ultra-peripheral collisions and hadronic structure. *Nuclear Physics A*, 967:249–256, 2017.

[68] P Niau Akmansoy and LG Medeiros. Constraining nonlinear corrections to maxwell electrodynamics using $\gamma\gamma$ scattering. *Physical Review D*, 99(11):115005, 2019.

[69] Janis Aldins, Stanley J Brodsky, Andrew J Dufner, and Toichiro Kinoshita. Photon-photon scattering contribution to the sixth-order magnetic moments of the muon and electron. *Physical Review D*, 1(8):2378, 1970.

[70] Mark A Samuel and Clyde Chlouber. Photon-photon scattering contribution to the anomalous magnetic moment of the muon. *Physical Review Letters*, 36(8):442, 1976.

[71] A Guevara, P Roig, and JJ Sanz-Cillero. Pseudoscalar pole light-by-light contributions to the muon (g 2) in Resonance Chiral Theory. *Journal of High Energy Physics*, 2018(6):160, 2018.

[72] Luigi Cappiello, Oscar Cata, and Giancarlo D'Ambrosio. Hadronic light by light contribution to the (g- 2) μ with holographic models of QCD. *Physical Review D*, 83(9):093006, 2011.

[73] Nils Asmussen, Antoine Gérardin, Jeremy Green, Oleksii Gryniuk, Georg von Hippel, Harvey B Meyer, Andreas Nyffeler, Vladimir Pascalutsa, and Hartmut Wittig. Hadronic light-by-light scattering contribution to the muon g-2 on the lattice. In *EPJ Web of Conferences, volume=179, pages=01017, year=2018, organization=EDP Sciences*.

[74] D Bernard. On the potential of light-by-light scattering for invisible axion detection. *Nuclear Physics B-Proceedings Supplements*, 72:201–205, 1999.

[75] Simon Knapen, Tongyan Lin, Hou Keong Lou, and Tom Melia. Searching for axionlike particles with ultraperipheral heavy-ion collisions. *Physical review letters*, 118(17):171801, 2017.

[76] Cristian Baldenegro, Sylvain Fichet, Gero von Gersdorff, and Christophe Royon. Searching for axion-like particles with proton tagging at the LHC. *Journal of High Energy Physics*, 2018(6):131, 2018.

[77] Thomas Binoth, EW Nigel Glover, Peter Marquard, and Jochum J van der Bij. Two-loop corrections to light-by-light scattering in supersymmetric QED. *Journal of High Energy Physics*, 2002(05):060, 2002.

[78] B Charneski, M Gomes, RV Maluf, and AJ da Silva. Lorentz violation bounds on Bhabha scattering. *Physical Review D*, 86(4):045003, 2012.

[79] GP de Brito, JT Guaitolini Junior, D Kroff, PC Malta, and C Marques. Lorentz violation in simple QED processes. *Physical Review D*, 94(5):056005, 2016.

[80] John F. Donoghue. General relativity as an effective field theory: The leading quantum corrections.

[81] Malcolm Derrick, KK Gan, P Kooijman, JS Loos, B Musgrave, LE Price, J Schlereth, K Sugano, JM Weiss, DE Wood, et al. Experimental study of the reactions $e^+e^- \to e^+e^-$ and $e^+e^- \to \gamma\gamma$ at 29 GeV. *Physical Review D*, 34(11):3286, 1986.

[82] Victor E Mouchrek-Santos and Manoel M Ferreira Jr. Repercussions of dimension five nonminimal couplings in the electroweak model. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 952, page 012019. IOP Publishing, 2018.

[83] Masaharu Tanabashi, K Hagiwara, K Hikasa, K Nakamura, Y Sumino, F Takahashi, J Tanaka, K Agashe, G Aielli, C Amsler, et al. Review of particle physics. *Physical Review D*, 98(3):030001, 2018.

[84] E Ripiccini, MEG Collaboration, et al. New result from the meg experiment at psi and the meg upgrade. *Nuclear and Particle Physics Proceedings*, 260:147–150, 2015.

[85] Shoichi Ichinose. Fermions in kaluza-klein and randall-sundrum theories. *Physical Review D*, 66(10):104015, 2002.

[86] Pedro D Alvarez, Pablo Pais, and Jorge Zanelli. Unconventional supersymmetry and its breaking. *Physics Letters B*, 735:314–321, 2014.

[87] Pedro D Alvarez, Pablo Pais, Eduardo Rodríguez, Patricio Salgado-Rebolledo, and Jorge Zanelli. Supersymmetric 3d model for gravity with su (2) gauge symmetry, mass generation and effective cosmological constant. *Classical and Quantum Gravity*, 32(17):175014, 2015.

[88] Alfredo Guevara, Pablo Pais, and Jorge Zanelli. Dynamical contents of unconventional supersymmetry. *Journal of High Energy Physics*, 2016(8):85, 2016.

[89] YMP Gomes and JA Helayel-Neto. On a five-dimensional chern–simons ads supergravity without gravitino. *Physics Letters B*, 777:275–280, 2018.

[90] Gaston Giribet, Nelson Merino, Olivera Miskovic, and Jorge Zanelli. Black hole solutions in chern-simons ads supergravity. *Journal of High Energy Physics*, 2014(8):83, 2014.

[91] Ali H Chamseddine. Topological gravity and supergravity in various dimensions. *Nuclear Physics B*, 346(1):213–234, 1990.

[92] Ivan Morales, Bruno Neves, Zui Oporto, and Olivier Piguet. A topological-like model for gravity in 4d space-time. *The European Physical Journal C*, 76(4):191, 2016.

[93] Lisa Randall and Raman Sundrum. An alternative to compactification. *Physical Review Letters*, 83(23):4690, 1999.

[94] Shoichi Ichinose. Fermions in kaluza-klein and randall-sundrum theories. *Physical Review D*, 66(10):104015, 2002.

[95] Lisa Randall and Raman Sundrum. Large mass hierarchy from a small extra dimension. *Physical review letters*, 83(17):3370, 1999.

[96] Richard S Garavuso and Francesco Toppan. Chern–simons ads5 supergravity in a randall–sundrum background. *Nuclear physics B*, 796(1-2):320–330, 2008.

[97] Osvaldo Chandıa, Ricardo Troncoso, and Jorge Zanelli. Dynamical content of chern-simons supergravity. In *AIP Conference Proceedings*, volume 484, pages 231–237. AIP, 1999.

[98] Morad Aaboud, G Aad, B Abbott, J Abdallah, O Abdinov, B Abeloos, SH Abidi, OS AbouZeid, NL Abraham, H Abramowicz, et al. Evidence for light-by-light scattering in heavy-ion collisions with the ATLAS detector at the LHC. *Nature Physics*, 13(9):852, 2017.

[99] G Alencar. Hidden conformal symmetry in randall–sundrum 2 model: Universal fermion localization by torsion. *Physics Letters B*, 773:601–603, 2017.

[100] RF Streater and A Wightman. Pct, spin and statistics, and all that benjamin-cummings. *Reading USA*, 1964.

[101] Denny Mauricio de Oliveira. *Quebra da simetria de Lorentz na eletrodinâmica quântica*. PhD thesis, Universidade de São Paulo, 2010.

[102] Maximo Banados, Ricardo Troncoso, and Jorge Zanelli. Higher dimensional chern-simons supergravity. *Physical Review D*, 54(4):2605, 1996.

[103] Maximo Banados. Charged solutions in 5d chern-simons supergravity. *Physical Review D*, 65(4):044014, 2002.