Tese de Doutorado

Estudo de Estados Ligados Elétron-Elétron no Contexto da QED_3: Uma Aplicação à Supercondutividade de Alta-T_c.

Manoel Messias Ferreira Júnior

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS
Rio de Janeiro, novembro de 2001.

AGRADECIMENTOS

Aos meus irmãos: **Ana, Carlos e Márcio**, pelo estímulo e por nossa família.

Ao companheiro de jornada, agruras e diversão, **Humberto Belich**, pelo apoio, estímulo e discussões acadêmicas realizadas ao longo destes 2,5 anos de convívio no DCP. Ao "cumpadi" paraense Danilo, pelas muitas estórias engraçadas nos congressos de São Lourenço.

A **Álvaro Nogueira**, por seu desejo irrefreável e singular de escamotear seus talentos naturais, tentando, a todo custo, igualar-se à patuléia; e por acreditar que só a tolerância (infinita) salva!

A **Guilherme Berredo** e **André Penna Firme**, por formarem a dupla divertidamente imbatível do DCP. Ainda ao primeiro, por ser o único "direitoso" tolerável do CBPF, e ao segundo, pelas conversas descontraídas, pelas discussões ecléticas, e pelo apoio manifestado no ICTP, em Trieste.

A todo **pessoal do DCP**, em especial ao **Guilherme Cubas, Boldo, Gustavo, Augusto, Patrick, Botta, Gilmar, Winder, Léo, Lúcio, Roger, Sarandi**, etc..., por terem proporcionado uma ótima convivência e um ótimo ambiente de trabalho.

Ao pessoal do GFT: **Guida**, **Mauro**, **Marquinhos**, **Marco Antônio**, **Ion**, **Collato**, pela receptividade e simpatia de sempre, assim como pelos vários momentos de risadas e descontração.

À **Rosângela** e **Elizete**, pelos inúmeros auxílios e favores prestados, e bem mais: por fazerem da secretaria do DCP um local de encontro e convívio agradável.

À **Myriam**, **Ricardo** e **Leandro**, da CFC, pela disponibilidade e atenção ao longo deste processo de tese.

A **Aníbal O. Caride**, pela confiança depositada na minha pessoa, por todo apoio concedido ao longo da minha transição para o DCP, assim como pelo suporte posterior (incluindo passagem aérea para ICTP).

A **Hugo Christiansen**, pelo incentivo demonstrado na minha chegada ao DCP e no início deste trabalho.

A **Fernando Simão**, pelas agradáveis conversas informais, e por ter incentivado a minha vinda para o CBPF.

A **Oswaldo Del Cima**, pela proposição do projeto que resultou nesta tese, discussões diversas, e pelo apoio manifestado ao longo deste trabalho.

A **Sebastião Alves Dias**, pelo seu caráter valoroso, pela devoção, ética e amor com que desempenha sua profissão, revelando-se num exemplo de competência e simpatia.

A **José Helayel-Neto**, por ter me amparado num momento difícil, abrindo para mim as portas do DCP; pela orientação competentíssima e pela total disponibilidade oferecidas ao longo deste trabalho; por ser uma pessoa ética, singular, generosa e destituída de empáfia; por ter me proporcionado algo além de uma tese ou publicações: um aprendizado de vida.

A **José Helayel-Neto**, por acreditar, desenvolver e efetivar uma maneira saudável, livre e harmoniosa de se pensar e fazer física, que cativa aqueles que o (e a) conhecem.

À **CAPES**, pelo apoio financeiro, e à **UFMA** – Universidade Federal do Maranhão, pelo meu afastamento com direitos integrais.

À **vaidade** , à **arrogância** e à **megalomania**, por nos concederem amostras de quão patético, cômico e vil podem se tornar aqueles que lhes servem de veículo; e ainda, por banalizarem, achincalharem e aviltarem todos aqueles com pretensão à genialidade injustificada.

"Enquanto não alcançares a verdade, não poderás corrigi-la. Porém, se não a corrigires, não a alcançarás. Entretanto, não te resignes."

(Do "Livro dos Conselhos")

"Portanto, Socrátes, não se surpreenda se sobre as diversas questões relativas aos deuses e ao mundo sensível, nos mostrarmos incapazes de conceber uma descrição precisa. Devemos estar satisfeitos em fornecer uma descrição tão provável quanto qualquer outra, lembrando-se que, nós que falamos, e vós que escutais, somos meros humanos, e assim, não devemos buscar nada além de uma estória provável."

("Timeus"-29; Platão)

"Vamos agora estabelecer a razão pela qual o criador deste universo de mudanças forjou-o desta forma. O criador era bom, e o bondoso não pode ter ciúmes de coisa alguma. Estando livre de ciúmes, ele desejou que todas as coisas fossem tão semelhantes a ele próprio quanto possível; esta é, no mais verdadeiro sentido, a origem da criação do mundo.... Portanto, encontrando toda esfera visível em movimento irregular e desordenado, ele produziu a ordem a partir do caos, por considerá-la superior à desordem sob todos os aspectos. ... deu ao mundo a figura que era adequada e natural. Ora, ao animal que deveria conter todos os animais, a figura adequada seria aquela que incluísse em si todas as outras figuras. Por isso ele fez o mundo na forma de um globo, redondo como uma bola, a mais perfeita e a mais semelhante a si própria de todas as formas; pois ele considerou que o semelhante é infinitamente mais belo que o dessemelhante."

("Timeus", 30, 33; Platão)

"A noção de que deve haver o vazio para possibilitar a existência de movimento, resulta ser oposta à realidade: o vácuo torna impossível qualquer movimento. Primeiro, qualquer coisa no vazio está limitada a ficar em repouso, já que não há nenhum lugar para o qual ele deva se mover que seja mais provável do qualquer outro, dado que o vazio não contém diferenças. .... Quarto, seria impossível explicar porque algo que foi posto em movimento no vácuo deveria parar em algum lugar. Por que deveria parar aqui e não ali?? Ou ele nunca se move, ou permanece se movendo para sempre, até que algo mais forte impeça seu caminho".

*(*Aristóteles – "Física", Livro IV, b^{28}, a^{19}: Refutação dos argumentos favoráveis ao vácuo*)*

"Posso suportar a força bruta, mas a razão bruta é insuportável. Há algo de desleal no seu emprego. É como um golpe baixo na inteligência."

"O único meio de nos livrarmos de uma tentação, é cedendo a ela."

"Um cigarro é o modelo perfeito do perfeito prazer: é delicioso e nos deixa insatisfeitos. Que mais se pode desejar?"

("O Retrato de Dorian Gray" – Oscar Wilde)

"Ninguém confessa virtudes, e repito: - a simples confissão de virtudes não interessa nem ao padre, nem ao psicanalista e nem ao médium, depois da morte. E, de fato, ou o sujeito confessa uma torpeza, ou não está confessando nada."

"Justamente, a morte do Guimarães Rosa tocou meu íntimo e inconfesso pântano. Vivo, ele nos agredia e humilhava com sua monumental presença literária. ... A notícia da sua morte deu-me um alívio, uma brusca e vil euforia. É fácil admirar sem ressentimento um gênio morto. ... Ninguém me via, só eu me via. ... Naquele instante, eu me sentia um límpido, translúcido canalha."

"Em todas as comunidades, há de tudo. O sujeito quer um santo? Há um santo. Quer um pulha? Há um pulha. Um gênio? Bem, o gênio, não sei por quê, é mais difícil do que o santo ou o pulha."

("Primeiras Confissões", Nelson Rodrigues)

DEDICATÓRIA

*Aos meus pais, **Ana e Messias**, por tudo; e por terem acreditado, apostado e se sacrificado pela minha educação.*

*À **Edilamar**, pelo carinho, apoio, compreensão, cumplicidade e amor, ao longo desta longa e árdua jornada.*

*A **José Helayël-Neto**, este cavaleiro virtuoso e obstinado, sempre a fustigar, altaneiro e infatigável, as feras da vaidade, da arrogância e da mesquinhez humanas.*

Resumo

Neste trabalho apresenta-se uma investigação de modelos teóricos de campos, em $D = 1+2$ dimensões, que possam vir a determinar a formação de estados ligados para um par elétron-elétron. O arcabouço teórico utilizado é a Eletrodinâmica Quântica Planar - QED_3, onde se toma como ponto de partida uma lagrangiana com fémions, bósons escalares e vetoriais, mutualmente acoplados, sobre a qual ocorre uma quebra espontânea da simetria U(1), gerando um escalar de Higgs e um fóton massivo. Computa-se, então, as amplitudes do espalhamento Möller, mediado por estas duas partículas, a "tree-level", cuja transformada de Fourier fornece o potencial de interação e^-e^- (no limite da aproximação não-relativística de Born). Este procedimento foi realizado em duas situações: (i) modelo teórico planar com preservação da simetria de paridade, (ii) modelo teórico planar com quebra de paridade induzida pelo termo de Chern-Simons. O potencial obtido, em ambos os casos, pode se manifestar atratativo, quando a contribuição advinda do setor de Higgs supera aquela proveniente do setor de gauge (repulsiva). No caso com preservação de paridade, uma aplicação explítica do modelo é realizada para algumas amostras de supercondutores planares, sendo bem sucedida por sempre conseguir fitar, numericamente, o gap (2Δ) e o comprimento de correlação (ξ_{ab}) destas amostras, para um determinado conjunto de parâmetros de entrada. Este procedimento fixa uma escala para o valor esperado no vácuo do campo de Higgs no âmago dos supercondutores planares: $\nu^2 \sim 10^2 meV$. No caso com quebra de paridade, os resultados obtidos também são positivos, no sentido de que se consegue obter valores de gap dentro da faixa dos meV, e correlação, ξ_{ab}, da ordem de 10 Å, como é de se esperar para supercondutores de alta-T_c.

Abstract

In this work, we present some field-theoretical models, in D=1+2 dimensions, in order to investigate the possibility of establishing electron-electron bound states. In this sense, one adopts the framework of Planar Quantum Electrodynamics – QED_3, where the starting point is a Lagrangian built up in terms of fermions, scalar and vector boson fields, mutually coupled. The self-interaction scalar potential brings about a spontaneous symmetry breaking, that reveals a scalar Higgs excitation and a massive Proca photon. The low-energy scattering amplitude, mediated by this two particles, is then evaluated at tree-level. Its Fourier transform (in Born approximation) provides the electron-electron interaction potential. This procedure was developed in two situations: (i) parity-preserving planar field theory model, (ii) planar field theory model with parity-breaking induced by Chern-Simons term. In both cases, the attained potential reveals to be attractive when the contribution generated by the Higgs sector overcomes that related to the gauge sector (repulsive). In the case wher parity is conserved, an explicit application of the model to some superconducting samples is accomplished. This procedure is succeessful in the sense that it is always possible to obtain the values of the sample gap and correlation length by fitting some parameters of the model. The numerical results suggest an energy scale for the breaking of U(1)-local symmetry into the planar superconductors: 10-100meV. In the parity-breaking model, it is also possible to get gap values inside the meV order, the characteristic scale of high-T_c superconductors.

Sumário

Lista de Tabelas

Capítulo 1

Introdução

1.1 Supercondutividade: histórico e considerações gerais

A descoberta da supercondutividade está intimamente atrelada ao desenvolvimento das técnicas de resfriamento (Física de Baixas Temperaturas ou Criogenia), uma vez que se trata, na sua forma original, de um fenômeno de baixíssimas temperaturas. De fato, em 1908, após grandes esforços, Kamerlingh-Onnes conseguiu liquefazer o hélio ($T_c \sim 4K$), tornando possível, a partir de então, resfriar amostras a temperaturas muito baixas. Em 1911, dando continuidade ao seu projeto de mensurar a condutividade elétrica de metais puros a baixas temperaturas, iniciado com o ouro e platina (dois metais que não manifestam fase supercondutora), Kamerlingh-Onnes [1] decidiu medir a condutividade do mercúrio, por se tratar também de um metal facilmente obtenível em concentrações muito puras. Foi então observado que a temperaturas menores que $4K$ a resistividade do mercúrio anulava-se, configurando a primeira observação do que ficou posteriormente conhecido como supercondutividade[1]. Este mesmo fenômeno foi também verificado em

[1]Existem citações históricas [3] que destacam o papel do fator casualidade na descoberta deste fenômeno. Decerto, quando a resistividade do mercúrio caiu a zero, este fato foi inicialmente atribuído, por Kamerlingh-Onnes e sua equipe, a um curto-circuito em algum lugar do aparato. Esta interpretação levou à repetição exaustiva do experimento, que entretanto sempre manifestava o mesmo resultado. Certo dia, por um acaso, o estudante que monitorava o mecanismo que mantinha a temperatura da amostra

amostras de chumbo ($T_c \sim 7.20K$), alumínio ($T_c \sim 7.18K$) , nióbio ($T_c \sim 9.25K$), alguns outros metais e alguns semicondutores (à alta pressão).

Em 1933, Meissner e Ochsenfeld [2] constataram que a resistividade nula não é a única característica marcante de um supercondutor: o campo magnético também se anula nesta fase. Este é o efeito Meissner-Ochsenfeld, também equivalentemente descrito pela expulsão do campo magnético de dentro da amostra ao se passar da fase normal para a supercondutora. Em 1935 surge a teoria fenomenológica dos irmãos London (Fritz e Heinz) para a supercondutividade, baseada no fato dos campos elétrico e magnético serem nulos na fase supercondutora. A teoria de London [4], como é conhecida, obteve êxito em calcular o comprimento de penetração: a distância ao longo da qual um campo magnético externo consegue penetrar (perpendicularmente a sua superfície) dentro de uma amostra. Em 1950, Landau e Ginsburg [5] decidiram aplicar o modelo de transição de fase de segunda ordem, desenvolvido por Landau em 1937, à supercondutividade. A teoria de Landau-Ginsburg (LG) foi bem sucedida ao conseguir tratar a supercondutividade em termos de um parâmetro de ordem (PO) complexo - ϕ, que representaria a própria função de onda associada aos portadores de carga, de modo que $|\phi|^2$ seria uma indicação da densidade de "superelétrons" na amostra[2]. Apesar dos sucessos da teoria de Landau-

abaixo de 4K cochilou, distração esta que determinou a elevação da temperatura do mercúrio acima de 4.15 K, reestabelecendo a sua fase ôhmica. Neste momento o ponteiro do galvanômetro ligado à amotra deu um pulo, o que chamou a atenção para a transição de fase envolvida.

[2]Estando o parâmetro de ordem minimalmente acoplado ao campo eletromagnético, a energia livre da amostra é escrita como uma expansão em termos deste acoplamento mínimo e do parâmetro de ordem, cuja mimização funcional fornece as duas equações diferenciais de Landau-Ginsburg que descrevem várias propriedades do estado supercondutor. Esta teoria inicialmente não depertou muito interesse fora da União Soviética, tendo se tornado objeto de amplo estudo somente depois que Gorkov [6] demonstrou a sua equivalência com a teoria BCS nas proximidades da temperatura crítica, onde o parâmetro de ordem de LG pode ser indentificado com o gap do modelo BCS. Atualmente o modelo de LG é a ferramenta mais utilizada para tratamento de não-homogeneidades do campo magnético, assim como para estudar, a nível fenomenológico, a termodinâmica e a eletrodinâmica dos supercondutores tipo I e tipo II. Mostra-se ainda muito útil para a descrição de vórtices e suas interações nos supercondutores tipo II de alta-T_c.

Ginsburg, nada se sabia acerca do mecanismo físico que promovia a supercondutividade a nível microscópico, em decorrência do caráter puramente fenomenológico deste modelo, que assume como ponto de partida o par $e^- - e^-$ já formado.

Do ponto de vista microscópico, o panorama começou a mudar quando Maxwell e Reynolds, em 1950, descobriram o efeito isotópico ($T_c \propto M^{-1/2}$), que evidenciou a importância dos fônons[3] na ligação dos pares de elétrons. Cooper, em 1956, demonstrou a instabilidade do mar de Fermi perante a formação de um par de elétrons (par de Cooper)[7], abrindo assim caminho para a formulação da teoria BCS (Bardeen, Cooper, Schrieffer) [7]. Publicada um ano depois, a teoria BCS baseia-se na troca de fónons para explicar a atração entre elétrons, que então se condensam aos pares com momentos e spins invertidos ($\uparrow\downarrow$). Este modelo foi construído em cima de uma formulação de muitos corpos, fortemente vinculada à noção de correlação elétron-elétron, de modo admitir a criação e destruição de elétrons no espaço de Fock aos pares. Supondo o espalhamento por fônons como mecanismo de interação atrativa para elétrons com energia próxima ao nível de Fermi, foi capaz de obter o gap de energia que separa o estado fundamental do supercondutor (condensado BCS) do espectro das excitações de 1-partícula. Esta teoria obteve sucesso ao explicar os dados experimentais disponíveis na época.

A teoria BCS aplica-se muito bem aos chamados supercondutores puros, constituídos por um só elemento químico. Nestes elementos quando o campo magnético atinge o valor crítico, H_c, a fase supercondutora é destruída, permitindo a invasão total do campo na amostra. Assim são os supercondutores tipo I. Em 1960, Abrikosov [9] demonstrou que supercondutores compostos (ligas metálicas) apresentam um comportamento distinto em relação ao campo magnético externo, neste caso ocorrendo duas trasições de fase: ao atingir um valor H_{1c}, o campo magnético penetra na amostra de forma não-homogênea

[3]Também em 1950, a interação elétron-fônon foi independentemente proposta por Fröhlich [8] como mecanismo responsável pela supercondutividade. Fröhlich propôs um modelo baseado numa expansão pertubativa na constante de acoplamento elétron-fônon, conseguindo explicar o efeito isotópico, mas fracassando no cálculo termodinâmico da diferença de energia entre a fases supercondutora e normal. Este fracasso reflete o fato da supercondutiividade não ser um fenômeno pertubativo.

e concentrada em fluxóides; elevando-se ainda mais H, até atingir H_{2c}, ocorre então a transição para a fase convencional, com a penetração total do campo magnético dentro da amostra. Estes são os supercondutores tipo II, caracterizados por dois campos críticos H_{1c} e H_{2c}[4].

O fenômeno da supercondutividade a alta temperatura - SAT$_c$– crítica foi descoberto por A. Bednorz e K. A. Müller em abril de 1986 e publicado na revista *Zeitschrift für Physik* em forma de um breve artigo: "Possible High T$_c$ Superconductivity in the Ba-La-Cu-O System" [10]. Após a confirmação dos resultados de Bednorz & Müller[5], iniciaram-se diversificadas pesquisas sobre a estrutura das cerâmicas de óxido-cobre, revelando, entre outras coisas, uma estrutura planar: estes óxidos são constituídos por sucessivas camadas de planos de cobre-oxigênio (planos Cu-O), separados entre si por planos de outros óxidos e terras raras. Esta estrutura, estratificada em camadas de óxido de cobre, tem uma

[4]O composto é dito estar na fase Meissner quando $H < H_{1c}$, na fase de Abrikosov (vórtices) para $H_{1c} < H < H_{2c}$, e na fase ôhmica para $H > H_{2c}$. A teoria de LG possui duas escalas características: o comprimento de penetração do campo magnético (λ_c), e o comprimento de correlação (ξ) , definindo o chamado parâmetro de Landau-Ginsburg: $k = \lambda_c/\xi$. Abrikosov mostrou que para $k \ll 1/\sqrt{2}$ a teoria de LG conduz à supercondutividade tipo I, e a tipo II, quando $k \ll 1/\sqrt{2}$. A fase de Abrikosov surge em virtude da formação de superfícies negativas (de energia) no interior da amostra, que favorecem a formação dos vórtices. Todos os supercondutores de alta-T$_c$ são do tipo II.

[5]De início, este artigo não despertou muito interesse, em parte pela grande quantidade de alarmes falsos, traduzidos pelos diversos trabalhos que divulgavam a todo momento o aparecimento de novos materiais supercondutores com maiores temperaturas críticas, mas cujos resultados não eram confirmados por outros grupos de pesquisa. Quando, entretanto, um grupo japonês (Uchida *et al.* [11]), e um outro americano (Chu *et al.* [11]), conseguiram reproduzir os resultados de Bednorz & Müller, e assim confirmar o caráter supercondutor dos compostos a base de lantânio-oxigênio-cobre até uma temperatura de aproximadamente 40 K, uma verdadeira corrida foi deflagrada na direção de uma nova classe de compostos supercondutores: as cerâmicas de óxidos de cobre. Vale ressaltar que até pouco antes desta descoberta a maior parte das pesquisas objetivando alcançar maiores temperaturas críticas envolviam materiais à base de Ge_3Sn, composto que ostentava a maior temperatura de transição de fase conhecida na época (T$_c = 23K$). A confirmação dos resultados de Bednorz & Müller lhes valeu o prêmio Nobel de Física de 1987, apenas um ano após a publicação do trabalho, o menor lapso de tempo entre uma descoberta e seu reconhecimento pela academia.

importância fundamental para a manifestação do estado supercondutor, uma vez que o transporte dos portadores de cargas (elétrons ou buracos) ocorre majoritariamente entre os planos Cu-O, onde cada átomo de cobre se encontra rodeado por quatro átomos de oxigênio, determinando uma configuração quadrática. Estas camadas de oxigênio-cobre se confundem com os planos-ab, perpendiculares ao eixo-c, que funcionam como referência de orientação para medida de várias grandezas da SAT$_c$. Esta notável estratificação tem como consequência direta a pronunciada anisotropia espacial das cerâmicas supercondutoras, cujas grandezas apresentam comportamento deveras distinto quando são analisadas no plano-ab ou ortogonalmente a este (o comprimento de correlação no plano-ab, por exemplo, é muito maior do que na direção o eixo-c). Esta estratificação também constitui uma motivação para a aplicação do formalismo da Teoria de Campos, ou mais especificamente, da Eletrodinâmica Quântica Planar - QED$_3-$ para explicar alguns aspectos da supercondutividade "high-T$_c$", já que ela implica numa planificação de algumas grandezas físicas fundamentais do estado supercondutor, como o parâmetro de ordem tipo-s, que no caso dos supercondutores a alta-T$_c$, admite uma forma de "ovo frito" (circular porém mais pronunciada no centro do disco), em vez da forma esférica exibida pelos supercondutores-BCS; uma consequência direta da anisotropia observada no transporte de cargas neste materiais.

A dopagem é outra particularidade singular destes novos materiais, uma vez que muitos deles são originalmente isolantes (de Mott) que migram para a fase metálica supercondutora quando dopados com elétrons ou buracos. Como um exemplo, podemos citar o La_2CuO_4, que é um isolante antiferromagnético, e ao ser dopado com estrôncio, transforma-se no supercondutor $La_{2-x}Sr_xCuO_4$, para $x \geq 0.06$. Quando átomos de Sr, Ba, ou Ca são adicionados ao material, eles agem como aceptores, cada um captando um elétron do plano Cu-O, deixando "buracos" próximos a eles. Quando a quantidade de buracos ultrapassa uma determinada percentagem, o isolante passa para a fase metálica, tranformando-se num supercondutor dopado com buracos ("hole-doped"). No caso da dopagem ser efetuada com $Nd, Ce\ ou\ Pr$ (elementos da família dos lantanídeos), este átomos agem como doadores de elétrons ao plano Cu-O, originando os supercundutores de alta-T_c dopados com elétrons ("electron-doped"), a exemplo do $Nd_{2-x}Ce_xCuO_{4-\delta}$ e do $Pr_{2-x}Ce_xCuO_{4-\delta}$. A preparação de amostras deste últimos compostos é bem mais difícil que a dos primeiros, acarretando pouco conhecimento sobre suas propriedades em contraste à riqueza de dados existente sobre os "hole-doped".

Em 1987, surgiram os primeiros experimentos[6] demonstrando ser também a SAT$_c$ um fenômeno originado a partir da ligação de elétrons correlacionados em pares, assim como acontece no fenômeno a baixas temperaturas (supercondutividade BCS). A observação de platôs (platôs de Shapiro) nos gráficos corrente-voltagem colhidos dentro das junções de Josephson por Niemeyer *et al.* [46] veio a confirmar este resultado, mais tarde ratificado por diversos outros trabalhos. Este fato indica que o parâmetro de ordem de uma teoria para a SAT$_c$ deve ser a própria função de onda que representa o par de elétrons. Em relação a este ponto, pode-se identificar duas questões fundamentais: (i) a determinação do tipo de parâmetro de ordem[7]; (ii) a investigação do mecanismo físico responsável pela formação do para elétron-elétron. Concernente a esta última questão, é notório que o efeito isotópico ($T_c \sim M^{-\alpha}$; $\alpha = 0.5$) teve papel decisivo para identificação da interação elétron-fônon como elemento determinante da atração elétron-elétron, e consequentemente no estabelecimento da teoria BCS, que creditou ao processo de espalhamento por fônons (as vibrações da rede cristalina) a origem da interação atrativa entre dois elétrons. A identificação do efeito isotópico em outros compostos supercondutores (não pertencentes a classe BCS) poderia apontar a presença de mecanismos fônicos como fator de promoção da li-gação e^-e^-. Entretanto, a manifestação do efeito isotópico nas cerâmicas

[6] Os experimentos pioneiros de quantização de fluxo magnético, realizados por Gough *et al.* [46], mostraram que o "quantum" de fluxo magnético em amostras de $Y_{1.2}Ba_{0.8}CuO_4$ é $h/2e$, evidenciando o emparelhamento e^-e^-. No caso dos supercondutores BCS as primeiras medidas do "quantum" $h/2e$ foram realizadas por Deaver & Fairbank e por Doll & Näbauer [12], ambos em 1961.

[7] O parâmetro de ordem pode ser representado por uma onda-s, como no caso dos supercondutores BCS; por uma onda-p, como observado na fase de superfluidez do ^3He; ou por uma onda-d, como observado no caso dos supercondutores de férmions pesados — "heavy-fermions".

supercondutoras é uma questão complexa, ainda não bem entendida, de modo que os desvios do valor de referência BCS ($\alpha \sim 0.5$), observados em muitos materiais, incluindo os supercondutores à alta-T_c, não podem ser interpretados, de maneira inequívoca, como uma negação da participação dos fônons no processo de emparelhamento [74]. Além do mecanismo fônico, existem os modelos de interação magnética, que propõem flutuações anti-ferromagnéticas de spin [57] como fator promotor da atração elétron-elétron.

Nos últimos dez anos, muitas mudanças ocorreram no entendimento das cerâmicas supercondutoras de alta-T_c – CSAT$_c$– devido ao desenvolvimento e aperfeiçoamento de algumas técnicas experimentais e a grande quantidade de experimentos investigando questões polêmicas. Em 1988 W. A. Little publicou um artigo de revisão [15] discutindo o panorama da supercondutividade até aquela data. Algumas das questões para quais fora então estabelecida uma solução prévia estão atualmente sendo encaminhadas e compreendidas em direções opostas; entre estas se situam a natureza do parâmetro de ordem e do mecanismo físico responsável pela ligação do par, que são da mais absoluta relevância para entendimento do fenômeno. Naqueles dias havia quase a certeza, baseada em evidências experimentais, de que o parâmetro de ordem das CSAT$_c$ teria uma forma espacialmente simérica no plano-*ab* (uma espécie de projeção da simetria esférica BCS no plano) e que nenhum mecanismo magnético desempenharia qualquer papel relevante no estabelecimento do fenômeno [16]. Decerto, no início do anos 90 havia uma ampla tendência para aceitação de uma função de onda tipo-s, baseada em resultados de experimentos envolvendo o tunelamento Josephson [17], a forma da dependência com a temperatura da penetração do campo magnético, $\lambda_c(T)$, [18], observação de correntes permanentes em anéis supercondutores [19], e algumas medidas do "desvio Knight"[8] fornecidas pela técnica de ressonância

[8] A frequência de ressonância nuclear magnética de um núcleo depende do meio onde está inserido, uma vez que em mestais o campo magnético externo polariza os elétrons de condução, criando uma magnetização adicional sobre o núcleo, que implica numa mudança da frequência de ressonância. Nos isolantes diamagnéticos esta magnetização adicional não existe. O desvio Knight consiste na variação relativa ($\Delta\omega/\omega$) da frequência de ressonância nuclear observada quando um núcleo é "transferido" do meio metálico para um isolante diamagnético. Quando os elétrons livres se transformam em "superelétrons" é

nuclear magnética - NMR [20]. A partir de 1993, o desenvolvimento de técnicas experimentais mais modernas, como ARPES ("angle-resolved photo-emission spectroscopy"), levou à observação de pontos no espaço-$\vec{k}$ onde o gap se anula; ao mesmo tempo novas investigações da forma da função $\lambda_c(T)$, em amostras muito puras de YBaCuO [64], também começaram a indicar a presença de nodos (e consequente anisotropia) no "gap" dos supercondutores (uma evidência ululante da função de onda tipo-d). Investigações nos supercondutores de "heavy fermions" vieram a revelar que o seu mecanismo de emparelhamento é intermediado por excitações magnéticas (flutuações de spin) [56], como ocorre no ^{3}He superfluído. A descoberta do papel das excitações magnéticas na supercondutividade dos "heavy fermions" despertou interesse por estes mecanismos, desencandeando o aparecimento de algumas abordagens onde as flutuações de spin são tomadas como principal forma de interação [57]. Estes modelos são incompatíveis com o parâmetro de ordem tipo-s, sendo consistentes com uma função de onda espacialmente anisotrópica no plano$-ab$, ou mais precisamente, com uma simetria tipo-$d_{x^2-y^2}$, que re-presenta uma espécie de onda cuja forma se assemelha a um trevo de quatro folhas, com alternância de sinal (mudança de fase) entre um lobo e outro, e a conseqüente presença de nodos no gap. Apesar das evidências em prol da simetria tipo-d, novas interpretações de experimentos de Josephson [68] indicaram a presença de uma componente de onda-s misturada a onda-d, de tal modo que o cenário atual aponta na direção de um parâmetro de ordem misto: composto por uma parte simétrica (onda-s) e uma assimétrica (onda-d). Esta discussão será revista em maiores detalhes no Cap. 3.

Nos supercondutores planares, a temperatura crítica (T_c) depende da dopagem considerada: à medida que se aumenta a dopagem, T_c também cresce até um determinado valor, conhecido como "dopagem ótima", a partir do qual T_c passa a decrescer (com o aumento da dopagem). A primeira fase, na qual a dopagem está abaixo da "dopagem ótima", é denominada de subdopada ("underdoped"), enquando a segunda é a superdopada ("overdoped"). Em 1989 Uemura [13] observou que, em diversas amostras de materiais

de se esperar que o desvio Knight diminua, em virtude do emparelhamento correlacionado.

subdopados, T_c era proporcional à densidade de portadores de cargas (à temperatura zero): $\rho_s\,(T=0)$, grandeza também conhecida como rigidez de fase ("phase stiffness"). Em 1995, Emery e Kivelson [13] mostraram que no bojo dos supercondutores planares há duas escalas de energia relevantes: o gap e a rigidez de fase (ρ_s). Enquanto o gap está ligado à intensidade da ligação do par (energia necessária para quebrá-lo), ρ_s tem relação com a capacidade de conduzir correntes na fase supercondutora. Nos supercondutores BCS, a valor do gap é muito menor que a energia associada à rigidez de fase $(\Delta \ll \rho_s)$, de modo que a transição para a fase desordenada, começa justamente com a quebra do par. No caso das CSAT$_c$ as duas escalas de energia são razoavelmente paritárias, mas com $\rho_s < \Delta$, de modo que, quando se eleva a temperatura, a primeira quebra que ocorre é da rigidez de coerência, implicando no veto à propagação de supercorrentes, apesar dos pares e^-e^- permanecerem ligados. Elevando-se ainda mais a temperatura, quebra-se também a ligação dos pares.

1.2 A QED$_3$ e suas aplicações à Matéria Condensada

O desenvolvimento da Eletrodinâmica Quântica Planar - QED$_3$— recebeu grande impulso no início dos anos 80 como uma extrapolação da eletrodinâmica quântica convencional a 3 dimensões, motivada inicialmente pela sua possível conexão com as teorias quadridimensionais no regime de temperatura finita [40]. As particularidades e singularidades destas teorias (em relação à QED$_4$) passaram a representar uma razão adicional para continuidade e maior aprofundamento desta linha de pesquisa. Neste sentido, a QED$_3$ foi sendo desenvolvida com um ferramental teórico apropriado para discutir questões fundamentais da Teoria de Campos e Partículas (confinados ao mundo tridimensional), como a quantização, spin, e suas interações [41]. No início dos anos 90, entretanto, as teorias 3-dimensionais mudaram de perfil quando também se mostraram adequadas para tratar alguns sistemas da Matéria Condensada. Decerto, o aparecimento de aplicações da QED$_3$

ao efeito Hall quântico [14] e à SAT_c[9] trouxe uma nova perspectiva às teorias tridimensionais, o que tem ocasionado, nos últimos anos, uma grande produção de trabalhos.

O efeito Hall quântico - EHQ - é caracterizado pela quantização da condutividade Hall ($\sigma_{xy} = ne^2/h$, onde n é um inteiro) e pela quase anulação da condutividade longitudinal ($\sigma_{xx} \to 0$) de um gás de elétrons bidimensional submetido à ação de um intenso campo magnético ($B > 10T$) ortogonal[10], a baixíssimas temperaturas ($T < 4K$). A condutividade Hall é universal, pois depende apenas de constantes fundamentais (acoplamento eletromagnético e constante de Planck), sendo independente de particularidades (impurezas, estrutura, etc...) do "background" em que se forma o gás bidimensional. Esta universalidade é, na verdade, uma conseqüência da quantização dos níveis de Landau e do fato da condutividade (em $D = 1 + 2$) não depender das extensão espacial da amostra[11].

[9] Tanto o efeito Hall quântico quanto a supercondutividade figuram como duas das mais sensacionais descobertas físicas do século XX, ambas tendo em comum o fato de serem manifestações macroscópicas de um fenômeno quântico (coerência). A supercondutividade de alta-T_c ocorre em sistemas estratificados em planos Cu-O, enquanto o efeito Hall quântico foi inicialmente observado nas junções de metal-óxido-semicondutor (MOS) e, logo depois, nas heteroestruturas de semicondutores (junções de Al_xGa As - Ga_{1-x} As), estruturas estas capazes de criar um poço bidimensional para confinamento de élétrons, ou seja, um gás de elétrons degenerado em 2 dimensões (GED-2D).

[10] O palco para a manifestação do EHQ é um gás de elétrons bidimensional quantizado em níveis de Landau, que surgem em decorrência da ação do campo magnético. Estes níveis são altamente degenerados, o que implica em uma grande concentração de estados em valores bem definidos de energia, correspondendo ao que se chama de localização de Landau, um fenômeno típico de 2-dimensões. Devido à alta intensidade deste campo, os elétrons de spin-up e spin-down apresentam um significativo "splitting Zeeman" , equivalente a um gap, de modo que cada nível de Landau, em termos efetivos, separa-se em dois, cada um dos quais com todos os elétrons na mesma polarização (partículas indistinguíveis).

[11] Em $d-$dimensões espaciais há uma relação entre a resistência elétrica (R) e a resistividade (ρ) de um dado material: $R = \rho L^{2-d}$. Em um sistema planar, R e ρ apresentam a mesma dimensão, que independe da extensão espacial da amostra (o mesmo vale para a condutância e condutividade). Em decorrência destes fatos, os sistemas-Hall estabelecem um novo padrão universal de resistência $\left(h/e^2 = 25.812, 8\ \Omega\right)$. Da mesma maneira, o EHQ pode ser usado para obter valores precisos para a constante de estrutura fina $\left(\alpha = e^2/hc\right)$, tomando como ponto de partida um sistema da matéria condensada. Este método tem o mérito de comparar o valor de α determinado a partir de elétrons livres no vácuo (pela eletrodinâmica

Na sua versão original, denominada efeito Hall quântico inteiro - EHQI- os elétrons são considerados livres, estando sujeitos à ação apenas do campo magnético; os primeiros níveis de Landau estão totalmente preenchidos, ($v = n$, fator de ocupação inteiro), correspondendo ao que se chama de líquido quântico incompressível[12]. A quantização da condutividade Hall advém da conjugação da quantização de Landau ao efeito gerado pela desordem do sistema, que cria estados estendidos e localizados sobre os níveis de Landau[13].

Alguns sistemas-Hall exibem estados físicos com números quânticos fracionários (de carga ou spin, por exemplo), estas excitações correspondem à realização física dos ânions, partículas de estatística (spin) fracionária que habitam o mundo planar (2D). O fato dos ânions serem agora identificados com excitações reais (quase-partículas) de um sistema físico palpável, concedeu-lhes um novo status no cenário da física teórica, deixando de ser uma mera extrapolação hipotética para assumir um papel relevante nas investigações de sistemas bidimensionais da matéria condensada. Esta descoberta foi assinalada em 1982, quando Tsui *et al.* [14] observaram que em um gás de elétrons bidimensional com

quântica) com o valor calculado em cima dos elétrons confinados em sólidos.

[12]Dentro de uma argumentação heurística, pode-se pensar a compressibilidade em termos da degenerescência dos níveis de Landau. Num sistema compressível há liberdade para adicionar ou retirar elétrons de um determinado nível sem custo de energia. Compressão estaria relacionado à elevação (decréscimo) no número de partículas em determinado nível, o que pode ser obtido com o aumento (redução) da degenerescência do mesmo, vinculado à elevação (diminuição) no valor do campo magnético "fictício". Dentro desta visão, só haverá custo de energia para adicionar mais um elétron quando o último nível de Landau estiver inteiramente completo, sendo então necessário conceder a energia ΔE para promovê-lo ao próximo nível de Landau.

[13]A quantização de Landau determina uma densidade de estados em forma de funções-delta centradas nas autoenergias $E_n = (n+\frac{1}{2})\frac{eB}{m_e}$, e separadas pelo quantum eB/m_e. As impurezas têm o efeito de causar uma dispersão na densidade de estados, concedendo-lhe um caráter um tanto estendido. A condutividade varia linearmente com a densidade de elétrons quando um dado de nível de Landau coincide com a superfície de Fermi, e permanece constante até que o próximo nível de Landau alcance novamente a energia de Fermi. Dado que a variação do campo magnético acarreta um deslocamento nos níveis de Landau, a analogia de um sistema Hall com um sistema intercalado de bandas de condução e bandas proibidas, explica a observação de platôs na condutividade entre regiões de variação linear.

baixa (porém não-nula) desordem, o fator de ocupação dos níveis de Landau poderia assumir valores fracionários de denominador ímpar ($1/(2p+1)$, $p = 1, 2, ...$), para os quais a condutividade Hall é constante e a condutividade longitudinal tende a zero. O fato deste sistema ostentar caráter incompressível constituiu uma surpresa teórica, já que a incompressibilidade era entendida com uma decorrência da ocupação integral de um dado nível de Landau ($\nu = inteiro$) sob ação de um campo externo. Esta descrição corresponde ao denominado efeito Hall quântico fracionário (EHQF), para o qual Laughlin [14] propôs como solução uma função de onda variacional, representando um estado coerente de elétrons girando em fase, explicando assim o caráter energeticamente favorável deste estado de ocupação fracionária ($\nu = (2p+1)^{-1}$).

A despeito do sucesso da abordagem de Laughlin, um novo tratamento para o EHQF surgiu dentro do contexto de uma teoria de campos, quando Zhang, Hanson e Kivelson [77], em 1989, propuseram uma ação de Chern-Simons-Landau-Ginsburg, capaz de explicar, de uma maneira completamente independente do formalismo de Laughlin, todos os aspectos fenomenológicos conhecidos do EHQF. Este modelo ficou conhecido como ZHK, e consiste numa aproximação de um campo médio, na qual os elétrons são mapeados em bósons interagindo com um campo estatístico a_μ, vinculado ao termo de Chern-Simons. O fator de ocupação em um sistema Hall pode ser escrito como a razão entre o número de elétrons e a quantidade de fluxóides magnéticos ($\nu = N_e/N_\phi = (2p+1)^{-1}$), o que certamente implica na associação de um número ímpar de fluxóides a cada elétron do sistema. No modelo ZHK, elétrons ligados a um número ímpar de fluxóides magnéticos comportam-se como bósons, ou seja, bósons na ausência de campo magnético (o campo estatístico anula o campo externo: $\vec{a} + \vec{A} = 0$), o que abre espaço para o estudo da relação entre EHQF e superfluidez, e suas excitações elementares (vórtices), que agora exibem carga e estatística fracionária. Dado a natureza bosônica do sistema Hall fracionário, pode ocorrer a condensação de Bose-Einstein, tornando a geração de um estado fundamental energeticamente favorável, o que virá acompanhado da abertura de um gap, e da incompressibilidade do sistema. Ademais, este modelo identifica um parâmetro de ordem, trazendo a possibilidade de uma abordagem macroscópica mais genérica, com ênfase nas possíveis transições de fase existentes (como por exemplo entre o sistema Hall fracionário e a fase cristalina de Wigner).

Em 1995, medidas de desvio Knight em sistemas Hall, realizadas por Barrett *el al.* [78], mostraram forte evidência de que o primeiro nível de Landau ($\nu = 1$) apresenta excitações de tamanho finito ("Skyrmions"), quando o spin do elétron é considerado no problema[14]. Estas excitações macroscópicas seriam a resposta do gás bidimensional de elétrons a pequenas alterações no fluxo magnético que corta o sistema, mesmo no caso da variação corresponder a apenas um quantum de fluxo. A presença destas excitações espacialmente estendidas foram confirmadas por outros autores [78].

Estas duas novas linhas de pesquisa estabeleceram a conexão entre efeito Hall quântico e a QED_3, que tem sido atualmente objeto de inúmeras publicações. A conexão entre os modelos de eletrodinâmica planar e supercondutividade também começou a ser estabelecida no início dos anos 90, como veremos na seção 1.4.

1.3 Critérios para supercondutividade

No início dos anos 90 já se sabia que dados gases aniônicos poderiam manisfestar a superfluidez, ou a supercondutividade (no caso dos ânions de serem carregados). Ambos os fenômenos até então eram conhecidos como prerrogativa apenas de sistemas bosônicos (condensado-BCS e ^4He) ou fermiônicos (^3He), sob condições específicas. Dado a observação da supercondutividade em sistemas tão díspares e diversos, torna-se oportuno levantar a discussão sobre os critérios objetivos para o estabelecimento do estado super-

[14] No efeito Hall quântico, devido ao valor exacerbado do campo magnético, o grau de liberdade associado ao spin é praticamente "congelado". Experimentos realizados com valores menores do campo magnético ($B < 10T$) descongelam o spin, tornando a consideração do "spin-flipping" necessária. Vale ressaltar que em alguns semicondutores o "splitting Zeeman" pode ser muito menor que a interação coulombiana elétron-elétron (mesmo para valores elevados do campo magnético), implicando num nível de Landau não inteiramente polarizado.

condutor.

A presença do mecanismo de quebra espontânea de uma simetria contínua pode ser apontada como uma condição *genérica* para observação da superfluidez (ou supercondutividade) convencional, como ocorre no condensado-BCS ou de ^{4}He. Na supercondutividade BCS, a quebra da simetria local U(1) gera um bóson de Higgs e massa de Proca para os fótons, o que implica no efeito Meissner. No ^{4}He, a quebra de simetria (Global) conduz a um bóson de Goldstone, que está associado à propagação de um modo acústico dentro do superfluído e também à existência de um pólo de massa nula na função de correlação corrente-corrente.

Apesar da associação entre quebra de simetria local-U(1) e sistemas supercondutores ser recorrente na literatura, pouco se comenta sobre a presença ou papel do escalar de Higgs no mecanismo da supercondutividade, atribuindo-se relevância, em geral, apenas ao bóson de Goldstone. De fato, a existência do "modo de fase" (modo de Goldstone) em supercondutores foi amplamente discutida [42] logo depois da publicação da teoria BCS, a fim de demonstrar a invariância de gauge do modelo em concomitância à presença do efeito Meissner. Em 1981, entretanto, Littlewood & Varma [43] demonstraram a existência de um "modo de amplitude" associado às flutuações da densidade de pares de Cooper no bojo de sistemas supercondutores. Este modo é gerado a partir da invariância do hamiltoniano[15] do sistema perante uma dada transformação não-unitária, conforme a formulação de Nambu (1960) [42]. O chamado "modo de amplitude" foi mais tarde identificado com o escalar de Higgs advindo de uma quebra de simetria-U(1) [44]. Recentemente, Varma argumentou que o escalar de Higgs e o bóson de Goldstone devem se fazer presentes em qualquer modelo Lorentz-invariante[16] dotado de um potencial (de

[15]Refere-se ao hamiltoniano completo do sistema, e não ao hamiltoniano reduzido do modelo BCS.

[16]Varma sugere a invariância de Lorentz do hamiltoniano BCS a partir da sua equivalência formal com o hamiltoniano de Dirac. Ademais, cita a formulação de modelos fenomenológicos para a supercondutividade [45], onde surgem derivadas temporais de segunda ordem, como mais uma demonstração de que a invariância de Lorentz é preservada, prerrogativa esta que lhe faculta a presença do Higgs. Este fato poderia ser entendido como uma consequência da simetria partícula-buraco no hamiltoniano BCS. Já no

auto-interação no setor escalar) que quebre espontaneamente a simetria-U(1).

No caso de sistemas de dimensão reduzida, entretanto, o teorema de Mermin-Wagner-Colleman [27] proíbe o mecanismo de quebra de simetrias contínuas em $D = 1 + 1$ e em $D = 1 + 2$ à temperatura finita, e a correlata transição de fase. Verifica-se que, mesmo nos casos em que vale o veto à quebra de simetria, o modo de Goldstone continua presente, tornando-se assim o elemento cuja presença mais genericamente pode atestar a manifestação do estado supercondutor, como acontece no caso dos sistemas aniônicos, por exemplo.

Para um sistema se encontrar na fase supercondutora, é necessário que exiba fluxo de supercorrentes e efeito Meissner. No caso dos sistemas aniônicos estas condições são satisfeitas quando (*i*) ocorre um pólo (sem massa) na função de correlação corrente-corrente, conhecido como modo de Nambu-Goldstone, caracterizado pela relação de dispersão $\omega^2 \propto k^2$ (no limite de grande comprimento de onda); (*ii*) existe um gap no espectro fermiônico. Este gap tem a função de estabilizar o estado supercondutor perante a possibilidade de decaimento num par elétron-buraco, e ao mesmo tempo evitar que a produção de pares (elétron-buraco) venha promover dissipações durante a propagação de supercorrentes. Estas duas condições implicam no aparecimento do efeito Meissner. O emparelhamento, ou ligação de elétrons em pares correlacionados, não é uma condição necessária para um gás aniônico tornar-se supercondutor, em clara distinção ao caso da supercondutividade BCS convencional. Também não há um parâmetro de ordem local que permita diferenciar a fase supercondutora da fase desordenada, uma decorrência do fato destes sistemas não serem ordenados por quebra de uma simetria contínua. Nos supercondutores aniônicos o campo magnético é um fator intrínseco, gerado pelas próprias cargas fermiônicas, fato diretamente ligado à compressibilidade do sistema, uma vez que alterando-se o fluxo magnético num ponto, varia-se a localmente a densidade fermiônica.

caso de sistemas tratáveis sob uma formulação não-relativística (sem variação temporal e com derivada de segunda de ordem no espaço), como o condensado de He^4, desponta apenas o modo de fase. De outra forma, pode-se dizer que os sistemas supercondutores são dotados de um grau liberdade adicional, relacionado à densidade de pares de Cooper.

Compressibilidade, como ressaltado por Fradkin [38], é uma característica essencial para a superfluidez (supercondutividade) aniônica. Já nos sistemas-Hall, o campo magnético é um fator externo independente da densidade de carga, ditando o seu caráter incompressível, e consequentemente a sua natureza não supercondutora (estes sistemas apresentam supercorrentes, mas não efeito Meissner). Existem diversas similaridades entre os sistemas Hall e os superfluídos aniônicos. Ambos não exibem quebra espontânea de simetria e nem um parâmetro de ordem local. Seguindo o exemplo do que foi realizado para o sistema Hall fracionário, Chen *et al.* [25] mostraram que o superfluído aniônico possui um parâmetro de ordem não-local, associado à não-comutatividade dos geradores de translação de uma teoria de Chern-Simons efetiva. Devidos a estas semelhanças, os sistemas Hall podem ser considerados "primos" dos supercondutores aniônicos.

1.4 A Supercondutividade aniônica

O efeito Hall quântico, como visto anteriormente, é uma consequência direta da quantização de Landau na presença do campo magnético externo. No caso da supercondutividade, sabe-se que o campo magnético (total) deve ser nulo no interior da amostra. Entretanto, algum fator deve estar presente no sistema de modo a dotá-lo de alguma ordem ou coerência[17]. De fato, a exemplo do que ocorre no efeito Hall, a presença de níveis de Landau é também uma necessidade para o estabelecimento da supercondutividade aniônica. Neste caso, o campo magnético responsável pela localização dos estados advém da própria natureza dos ânions, que carregam consigo atachado um fluxo magnético "fictício". Dentro da aproximação de campo médio[18], ânions de fator estatístico $\gamma = \pi(1 - 1/n)$, com

[17]Se o campo magnético é nulo, os estados distribuem-se continuamente na energia, de modo que os elétrons ocupam gradativamente os níveis de menor energia, de acordo com o padrão de quantização de um GE2D, sem incorrer em qualquer padrão de coerência.

[18]Num sistema de aniônico, a distribuição espacial do campo magnético é altamente não-homogênea: é dada por deltas de Dirac centradas sobre as partículas. A aproximação de campo médio consiste na suposição de um campo magnético uniforme $\bar{b}$ ao longo do sistema planar, cujo valor equivale a uma média dos fluxóides associados às partículas sobre toda amostra.

n inteiro, podem ser vistos como férmions na presença do campo magnético fictício, b, cuja magnitude é tal que n níveis de Landau resultam exatamente preenchidos. Partindo desta configuração, é possível demonstrar que outras configurações, nas quais o último nível não está mais inteiramente ocupado, apresentam uma energia maior, evidenciando o favorecimento energético da situação inicial[19]. A dependência deste adicional de energia em termos do campo magnético externo é uma indicação de que o gás de ânions vai se opor à presença deste campo (no afã de conservar-se no estado de menor energia), numa clara manifestação do efeito Meissner. A abertura de um gap de energia está associada ao custo de energia necessário para excitar uma partícula para o primeiro nível de Landau desocupado, em relação a um incremento de campo externo.

A factibilidada de construção de um modelo aniônico supercondutor ficou demonstrada no início da década de 90, a partir de então a QED_3 passou a ser explorada diretamente como uma ferramenta de investigação das características e da origem microscópica do estador supercondutor. Em termos mais precisos, pode-se afirmar que a história da conexão da QED_3 com a supercondutividade remonta a 1987, quando Anderson [21] sugeriu que em alguns supercondutores de óxido de cobre (baseados em La_2CuO_4) estaria presente o hipotético estado de valência-ressonante – RVB ("resonanting valence bond state"), também conhecido como líquido-quântico-de-spin de Mott (um tipo particular de isolante baseado na repulsão elétron-elétron) [22]. Este estado pode migrar para a fase supercondutora através de processo de dopagem. Imeditamente depois Kivelson, Rokhsar and Sethna [23] demonstraram que este estado apresentava excitações peculiares: "holons" e "spinons", denominações dadas a bósons carregados de spin zero e quase-partículas sem carga de spin-1/2, respectivamente. Ainda em 1987, Kalmeyer & Laughlin [24] propuse-

[19]Para chegar a esta conclusão, basta comparar a energia do sistema inicial com a energia de configurações que exibam a última camada incompleta. A fim de alcançar este tipo de distribuição, torna-se necessário a consideração de um campo magnético externo B, já que o campo magnético b é um parâmetro dependente da densidade local de partículas (incapaz de determinar a quebra da paridade entre o número de estados disponíveis e o número de elétrons). O resultado final mostra um acréscimo de energia, dependente de B, em relação à situação de partida.

ram que as excitações do modelo de valência-ressonante de Anderson comportar-se-iam como estados quânticos de spin fracionário (ânions), sendo equivalente às excitações do estado Hall quântico fracionário. A consideração posterior de um gás ideal composto por ânions, feita por Laughlin [24], estabeleceu os primeiros indícios da realização de um novo tipo de estado supercondutor. A identificação da supercondutividade alta-T_c, como um fenômeno aniônico, foi pela primeira vez confirmada através da aplicação da técnica RPA ("random phase approximation") [26] a um gás de ânions de parâmetro estatístico $\gamma = \pi/2$ ($n = 2$), conhecidos como "sêmions" ("holons" e "spinons"), que evidenciou o aparecimento do modo de Nambu-Goldstone no espectro a baixas energias e do efeito Meissner. Este resultado foi também verificado por Chen, Wilczek, Witten and Halperin [25], que demonstraram a presença do modo de NG em gases aniônicos descritos pelo parâmetro estatístico $\gamma = \pi(1 - 1/n)$, com n inteiro, que desta forma se comportam como superfluidos ou supercondutores (no caso de ânions carregados). A presença do estado supercondutor está novamente associada à existência do modo-NG, que neste caso surge quando a comutatividade dos geradores de momento é espontanemante violada. A despeito do sucesso inicial desta linha de investigação, várias dificuldades surgiram. O principal problema tem relação com a necessidade de existência de um modo escalar (modo de Goldstone) no espectro da função de correlação corrente-corrente, que ocorre somente quando o termo de Chern-Simons se cancela com a contribuição radioativa gerada a 1-loop, ou seja, quando a massa renormalizada de Chern-Simons se anula. Este cancelamento ocorre exatamente a temperatura zero, mas não à temperatura finita [37]. Deste modo, é possível afirmar que o modelo aniônico comporta-se com um supercondutor somente à temperatura nula.

Uma outra dificuldade relacionada à supercondutividade aniônica diz respeito à quebra de paridade, já que não havia (e ainda não há) evidências experimentais *definitivas* de que ocorra quebra desta simentria no estado supercondutor. O termo de Chern-Simons é o responsável pela quebra das simetrias de paridade $\mathcal{P}$ e de inversão temporal $\mathcal{T}$, conservando, entretanto, a simetria $\mathcal{PT}$. Em vista deste fato, surgiram tentativas de construir uma eletrodinâmica em $D = 1 + 2$, na presença de um termo de Chern-Simons (gerado a 1-loop), conservando a simetria de paridade, que levaram à chamada eletrodinâmica tau-3: $\tau_3 - QED_3$ [39]. Neste modelo, adota-se uma representação 4-dimensional da álgebra de Dirac, trabalhando-se com 3 matrizes-γ (4×4) e espinores (sem massa) de quatro componentes, que podem ser vistos com 2 famílias de espinores de 2-componentes cada, $\Psi = (\psi_1, \psi_2)$, que se acoplam ao campo de gauge (estatístico) com sinais opostos. Para implementar este acoplamento, define-se uma matriz diagonal $\tau_3 = (-I, I)$, que comuta com as outras três matrizes-γ e que atua de maneira oposta sobre as componentes ψ_1 e ψ_2, ou seja: $\psi_1 \xrightarrow{\tau_3} e^{ig\theta}\ \psi_1$; $\psi_2 \xrightarrow{\tau_3}\ e^{-ig\theta}\ \psi_2$. A constante de acoplamento passa ser $e\tau_3$, associada a uma nova simetria de gauge, ligada ao grupo de rotação no isoespaço $U_E(1)$. A introdução de um termo de massa para os férmions preserva a simetria de paridade, e também a simetria de rotação $U_E(1)$. No entanto, o estado de vácuo não mais exibe simetria perante a transformação de rotação τ_3, configurando a quebra espontânea desta simetria, que origina o estado supercondutor neste modelo.

Ao mesmo tempo que o modelo aniônico estava sendo desenvolvido, um novo "approach" também baseado na eletrodinâmica planar começou a ser adotado para explicar a formação de estados ligados elétron-elétron, a partir da consideração do processo de espalhamento $e^- - e^-$ a "tree-level". No domínio da QED$_3$, surge a necessidade de fornecer massa para o campo de "gauge" a fim de evitar o aparecimento de um potencial confinante associado à interação Coulombiana de longo alcance. O modelo de Maxwell-Chern-Simons foi então adotado como o gerador da massa (topológica) do fóton, levando a uma interação de alcance finito, a qual está associada um potencial de ligação (em vez de um confinante). O trabalho pioneiro nesta área foi realizado por Kogan [29], que usou a eletrodinânimca de MCS como principal ferramenta de investigação do processo de espa-lhamento férmion-férmion mediado por fótons massivos. Este estudo evidenciou a possibilidade de condensação de férmions idênticos em pares ligados quando a interação de dipolo magnético é mais forte que repulsão elétrica, resultado este confirmado por outros autores [30, 33, 36] que de uma forma geral encontraram potencial de interação atrativo quando a massa de Chern-Simons se revela maior que a massa do elétron ($\vartheta > m_e$), uma condição incompatível com a escala de energia das excitações da matéria condensada.

1.5 Escopo deste trabalho

Muitas propriedades dos óxidos supercondutores são bem descritas através de modelos fenomenológicos, como o de Landau-Ginsburg, que entretanto não fazem qualquer referência ao mecanismo microscópico de emparelhamemto que sustenta a ligação do par elétron-elétron. A fim de propor um modelo teórico para representar ou explicar esta interação, é necessário penetrar no domínio de uma teoria de muitos corpos, ou alternativamente, adotar um formalismo de teoria de campos, focalizando atenção principalmente nas interações entre as partículas diretamente (supostamente) envolvidas no estabelecimento do fenômeno. Neste trabalho, o modelo de partida é uma eletrodinâmica quântica planar, onde figuram férmions, bósons vetoriais e escalares, estes últimos auto-interagindo através de um potencial de sexta potência, responsável pela quebra espontânea de simetria, que por sua vez leva o sistema da fase desordenada para uma outra onde os elétrons, mediados por um escalar de Higgs e por um fóton massivo, experimentam uma interação atrativa, configurando a formação dos pares e^-e^- , que caracterizam a fase supercondutora.

No contexto de uma eletrodinâmica planar pura (sem termo de MCS), não há registro na literatura de investigações numéricas do estado ligado elétron-elétron. Um dos objetivos deste trabalho é, portanto, imerso no arcabouço teórico da QED$_3$ e no dentro do limite de uma aproximação não-relativística, mostrar que o modelo adotado é auto-consistente com a formação de pares, e em seguida apresentar resultados numéricos para a energia do par ligado de certas amostras de materiais supercondutoras. Neste sentido, faz-se uso basicamente de duas versões da eletrodinâmica planar - QED$_3$: uma com preservação [51] e outra com quebra da simetria de paridade [49]. Ambas são definidas dentro de um ambiente teórico onde ocorre quebra da simetria local$-U(1)$ e manifestação do mecanismo de Higgs, que ao proporcionar um valor esperado no vácuo não-nulo para o campo escalar, fornece uma massa ao fóton, que por sua vez evita o aparecimento de um potencial confinante - logarítmico - associado a espalhamentos mediados por fótons sem massa. Desta forma, o mecanismo de Higgs tem o relevante papel de promover a transição da fase confinante (do potencial de interação) para a desconfinante na QED$_3$, assugurando ao memso tempo a presença do efeito Meissner (também relacionado à massa dos fótons).

No caso da QED$_3$ com preservação de paridade, a consideração do espalhamento Möller (entre elétrons) mediado pelo bóson de Higgs e fóton massivo resulta na obtenção de um potencial elétron-elétron atrativo, independentemente das polarizações de spin dos elétrons espalhados. Este potencial corresponde a uma função de Bessel de ordem zero - $K_o(Mr)$, que além de ser não-confinante, ainda pode ser classificado como "fraco" de acordo com a condição de Kato [55], que assegura a hermiticidade do hamiltoniano total, e a iminência de condensação ("semi-boudedness") do sistema. Estando estabelecido que o potencial K_o satisfaz as condições necessárias para a existência de estados ligados, realiza-se um cálculo numérico para avaliar a energia do nível fundamental da equação de Schrödinger para o par elétron-elétron. A identificação de alguns resultados numéricos com alguns dados fenomenológicos (energia do gap, comprimento de correlação) dos supercondutores planares é realizada através um ajuste dos parâmetros livres do modelo. Este procedimento revela-se bem sucedido no sentido de que é sempre possível obter o va-lor do gap e do comprimento de correlação de uma dada amostra por meio da especificação de um certo valor esperado no vácuo do campo de Higgs (ν^2). Em virtude do potencial obtido ter simetria esférica (cilíndrica em 2-dimensões), as soluções numéricas plausíveis são limitadas apenas à onda-s, ou seja, ao parâmetro de ordem sem dependência angular. Os dados numéricos estão contidos nas tabelas 3.1-3.6.

Como observado antes, no caso da QED$_3$ com quebra de paridade (presença do termo de MCS) alguns trabalhos [29, 33] relataram a possibilidade de formação de estados ligados para pares de elétrons quando a massa do campo de gauge é maior que massa do elétron ($\theta > m$). Esta condição restringe a aplicação do modelo a sistemas de matéria condensada, onde se deve ter $\theta \ll m$ devido a ordem de magnitude das excitações relevantes. Uma tentativa de superar esta dificuldade consiste em considerar um modelo de MCS minimalmente acoplado a férmions e bósons com a quebra espontânea da simetria U(1)-local como mecanismo gerador da massa de Proca para o fóton [49, 50], cujos resultados mostram a possibilidade de obtenção de estados ligados sempre que a interação atrativa de Higgs sobrepuja a interação de gauge. Neste caso, portanto, executa-se exatamente o mesmo procedimento adotado para o a QED_3 na ausência do termo de MCS, ou seja, partindo-se de uma lagrangeana central, escreve-se as regras de Feynman, os propagadores e as amplitudes de espalhamento que levam ao potencial de interação (tudo a "tree-level). O setor de gauge agora depende da polarização dos elétrons, sendo obtido um total de três potenciais, um para cada situação de polarização do par de elétrons ($\uparrow\uparrow, \uparrow\downarrow, \downarrow\downarrow$). Estes potenciais são então estudados e analisados em situações propícias ao aparecimento de estados ligados e^-e^- (em uma escala de energia adequada à Matéria Condensada), e particularmente à supercondutividade. A aplicação do método variacional revela, explicitamente, a existência de estados ligados da ordem de $10 - 100\ meV$, associados aos potenciais $V_{\text{eff}_{\uparrow\uparrow}}, V_{\text{eff}_{\uparrow\downarrow}}, V_{\text{eff}_{\downarrow\downarrow}}$, para certos conjuntos de valores de parâmetros do modelo. Estes dados estão apresentados nas tabelas 4.1, 4.2, 4.3. Na verdade, a presença do mecanismo de Higgs, contribuindo com um setor atrativo ao potencial, possibilita a relaxação da condição $\theta > m$, tornando possível a obtenção de estados ligados mesmo quando $\theta \ll m$.

O conteúdo deste trabalho distribui-se na seguinte forma: no Cap. 2, realiza-se uma breve introdução, a nível clássico, acerca de alguns modelos da eletrodinâmica planar, discutindo suas propriedades mais básicas e evidentes. No Cap. 3, apresenta-se uma breve revisão da QED_3 com preservação de paridade e com quebra espontânea da simetria-U(1) (como bem desenvolvido na ref. [51]). Em seguida são calculadas as amplitudes de espalhamento a partir do método usual (usando os espinores $\overline{u}_\pm(p)$, $u_\pm(p)$ escritos em $D = 1 + 2$), que conduz a um potencial tipo Bessel K_o. Passa-se, então, a realizar um estudo das propriedades gerais da função de onda representativa do par e^-e^- , da eq. de Schrödinger em duas dimensões, e uma discussão em cima de alguns aspectos dos SAT_c, tais como o parâmetro de ordem e o mecanismo de emparelhamento. Finalmente, faz-se uma identificação dos parâmetros livres da lagrangeana com grandezas fenomenológicas dos supercondutores, o que torna a equação de Schrödinger inteiramente conhecida e permite a realização de cálculos numéricos (através do método variacional) da energia do gap e do comprimento de correlação, cujos resultados estão expostos nas tabelas 3.1-3.6. No Cap. 4, apresenta-se a eletrodinâmica de MCS com QES, onde se segue basicamente o mesmo procedimento do Cap. 3, resultando também nas tabelas 4.1-4.3 contendo valores de gap e comprimento de correlação (associados aos potenciais $V_{\mathrm{eff}_{\uparrow\uparrow}}, V_{\mathrm{eff}_{\uparrow\downarrow}}, V_{\mathrm{eff}_{\downarrow\downarrow}}$) da ordem de grandeza característica dos supercondutores planares. Concluímos com apreciação geral do trabalho e uma discussão das Perspectivas Futuras. Seguem-se dois Apêndices: no Apêndice 1 são apresentados as unidades do Sistema Natural de Unidades, e no Apêndice 2, estão contidas características gerais da álgebra $so(1,2)$, e dos espinores que a satifazem.

Capítulo 2

Eletrodinâmica Planar: Aspectos Gerais

Onde se apresenta, a um nível introdutório e semi-clássico, as características gerais de alguns modelos de eletrodinâmica planar. Em um primeiro momento é discutida a eletrodinâmica de Maxwell num espaço-tempo 3-dimensional, dando ênfase às equações de movimento e à natureza escalar inerente aos fótons que habitam nesta dimensão. Em seguida entra em cena a eletrodinâmica de Chern-Simons (CS), célebre pela quebra de paridade, invariância de gauge e atribuição de uma massa topológica aos fótons. Atuando como modelo isolado, a langrangiana de CS não possui dinâmica, mas estabelece a base para o entendimento de um dos mecanismos que leva à composição e realização física dos ânions, partículas de spin fracionário. Pelo fato de campo de CS não apresentar propagação física, faz-se necessário associá-lo ao termo de Maxwell para constituir uma eletrodinâmica propagativa, a de Maxwell-Chern-Simons, em cujo contexto surgem os elétrons (atachados a fluxóides magnéticos), cuja interação entre si é mediada por fótons massivos (já que exibem uma massa de Chern-Simons ou topológica).

2.1 Eletrodinâmica de Maxwell em $D = 1 + 2$

Uma das maneiras de obter uma Eletrodinâmica Quântica Planar consiste em efetutar um redução dimensional das 4 para 3 dimensões, ou seja, efetuar a seguinte transição: $QED_{1+3} \longrightarrow QED_{1+2}$. Neste sentido adota-se um "ansatz" onde todos os campos não enxergam a terceira dimensão espacial: $\partial_{x_3}(Field) = 0$. No setor fermiônico, a redução dimensional ocorre de maneira muito simples: cada espinor Ψ das 4-dimensões (de 4 componentes) pode ser parametrizado em termos de dois espinores independentes de duas componentes, que satisfazem a algébra de Dirac em $D = 1 + 2$. Em relação aos campos vetoriais e tensoriais, em termos gerais, temos o seguinte: cada 4-vetor origina um 3-vetor e um escalar sob o grupo SO(1,2), e um tensor de rank-2 (2-forma), em $D = 1 + 3$, cria dois 3-vetores. O outro método baseia-se na definição intrínseca da eletrodinâmica já em $1 + 2$ dimensões, e é o adotado aqui neste trabalho.

O comportamento de partículas e campos em sistemas de dimensionalidade reduzida pode ser analisado, em uma primeiro instância, a partir do estudo das suas equações de movimento condicionadas a uma restrição dimensional (ou intrinsecamente definidas num mundo de dimensão reduzida). O estudo da eletrodinâmica planar começa com a descrição das equações de Maxwell em um espaço-tempo tridimensional. A ação de um sistema contendo fótons acoplados a termo de corrente, J^μ, em $D = 1 + 2$ [1], está dada por:

$$\mathcal{S} = \int d^3x \left(-\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - A_\mu J^\mu \right) \tag{2.1}$$

Onde $A_\mu = (\varphi, \overrightarrow{A})$ é o campo de gauge, e $F_{\mu\nu}$ representa o tensor de intensidade do campo Maxwell , que obedece a definição usual: $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_v A_\mu$. O caráter anti-simétrico deste tensor ($\partial_\mu \partial_\nu F^{\mu\nu} = 0$) reduz para três o número componentes independentes[2] do

[1] A métrica adota é $\eta_{\mu\nu} = (+, -, -)$, com $\mu, \nu = 0, 1, 2$; $i, j = 1, 2$. Os símbolos anti-simétricos de Livi-Civita estão dados por: $\varepsilon^{012} = \varepsilon_{012} = \varepsilon^{12} = \varepsilon_{12}$.

[2] É interessante observar que esta formulação covariante da eletrodinâmica de Maxwell permite a definição desta teoria em um espaço-tempo de dimensão$-d$ arbitrária, bastando para isto que o campo de gauge seja também definido com d componentes: $A_\mu = (\varphi, A_1, ..., A_{d-1})$. A primeira diferença aparece

campo de Maxwell e leva à conservação de corrente $(\partial_\mu J^\mu = 0)$.

A partir da definição tensor de Maxwell podemos escrever os campos $\overrightarrow{E}$ e B:

$$F_{0i} = \partial_t A_i - \partial_i \varphi = -\partial_t A^i - (\nabla\varphi)^i = E^i, \tag{2.2}$$

$$F_{ij} = \partial_i A_j - \partial_j A_i = -\left(\partial_i A^j - \partial_j A^i\right) = -\varepsilon_{ij}\partial_i A^j = -\nabla \times \overrightarrow{A} = -B. \tag{2.3}$$

Por onde se percebe que o campo elétrico é um vetor de duas componentes enquanto o campo magnético é agora um pseudo-escalar, dado que o rotacional em duas dimensões produz um escalar: $B = \nabla \times \overrightarrow{A} = \varepsilon_{ij}\partial_i A^j$.

Minimizando-se a ação (2.1), chega-se a uma equação de movimento que corresponde as duas primeiras equações de Maxwell; da identidade de Bianchi $(\partial_\mu F^* = 0)$ advém a terceira:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu \implies \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\nabla}.\overrightarrow{E} = \rho \\ \nabla B + \partial_t \overrightarrow{E}^* = -\overrightarrow{j}^* \text{ ou } \nabla^* B - \partial_t \overrightarrow{E} = \overrightarrow{j} \end{array} \right\}, \tag{2.4}$$

$$\partial_\mu F^* = 0 \implies \left\{ \nabla \times \overrightarrow{E} - \partial_t B = 0 \text{ ou } \nabla.\overrightarrow{E}^* - \partial_t B = 0 \right\}, \tag{2.5}$$

onde $F^{\mu *} = \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\gamma}F_{\nu\gamma}$ representa o dual do tensor de Maxwell, e $\left(\overrightarrow{E}^*\right)^i = \varepsilon^{ij}E^j$ é a definição de vetor dual, de tal modo que $\overrightarrow{E}^* = (E_y, -E_x)$ e $\overrightarrow{\nabla}^* = (\partial_y, -\partial_x)$. Nesta dimensão $F^{\mu *}$ é um tri-vetor: $F^{\mu *} = (B, -E_y, E_x) = (B, -\overrightarrow{E}^*)$. O fato de $F^{\mu\nu}$ ser um tensor de rank-2 e o seu dual um tensor de rank-1 evidencia a perda da dualidade entre o setor elétrico e magnético desta teoria, que se reflete na contraposição da natureza vetorial do campo elétrico $\overrightarrow{E}$ em relação à natureza (pseudo) escalar do campo magnético B.

Manipulando as eq. de Maxwell escritas acima, deriva-se as equações de onda para os campos $\overrightarrow{E}$ e B :

$$\nabla^2 \overrightarrow{E} - \partial_{tt}\overrightarrow{E} = 0, \qquad \nabla^2 B - \partial_{tt} B = 0, \tag{2.6}$$

que mostram que os estes campos admitem uma propagação em forma de onda-plana:

no número de componentes independentes do tensor $F_{\mu\nu}$: $\frac{1}{2}d(d-1)$, cabendo à natureza e à dinâmica destas componentes ditar as distinções entre cada uma das possívies versões da teoria, de acordo com a dimensionalidade em questão.

$$\vec{E} = \vec{E}_o e^{i(\vec{k}.\vec{x} - wt)}, \qquad B = B_o e^{i(\vec{k}.\vec{x} - wt)} \tag{2.7}$$

Num sistema na ausência de cargas e correntes, obtemos as relações abaixo:

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = 0 \implies \vec{k}.\vec{E}_o = 0, \tag{2.8}$$

$$\nabla \times \vec{E} - \partial_t B = 0 \implies \vec{k} \times \vec{E}_o = -wB_o, \tag{2.9}$$

$$\nabla^* B - \partial_t \vec{E} = \vec{j} \implies \vec{k}^* B_0 = -w\vec{E}_o. \tag{2.10}$$

Estas três equações mostram que o campo elétrico é perpendicular ao vetor de propagação $\vec{k}$ e que a onda eletromagnética em $D = 1 + 2$ tem apenas um grau de liberdade físico, já que se conhecendo a direção de propagação, determina-se a direção do campo elétrico, e por conseguinte o campo escalar, que está escrito em função destes dois. As excitações físicas desta teoria apresentam um caráter escalar (spin zero), configurando o que se pode chamar de "fóton planar". Potanto, apesar de existirem 3 graus de liberdade ("off-shell") no tensor $F^{\mu\nu}$, o uso das equações de movimento reduzem para apenas 1 o número de graus de liberdade físico do sistema ("on-shell"). Portanto, a despeito da natureza vetorial do fóton na eletrodinâmica usual, o fóton planar é uma partícula escalar.

Em $D = 1 + 2$ o spin, a priori, não é bem definido. Dentro da formulação criada por Wigner, o spin é visto como o número quântico associado às representações unitárias e irredutíveis dos estados de 1-partícula. Estas representações são dadas pelo "little group", que é um subgrupo de rotação do grupo de Poincaré, $SO(1,2)$, que deixa o 3-momento no referencial de repouso invariante. No caso das partículas massivas, o "little group" associado ao 3-momento $P^\mu = (m, 0, 0)$ é o $SO(2) \sim U(1)$, que por ser abeliano, vincula ao spin números quânticos contínuos e arbitrários[3]. A formulação covariante de uma teoria de campos não obrigatoriamente implica em representações irredutíveis, neste sentido o uso de condições subsidiárias (equações de movimento) é importante para separar os graus

[3] A presença de partículas com um número quântico de spin arbitrário ou contínuo (ânions) constitui um grave problema teórico, uma vez que não se sabe construir teorias de campos locais e interagentes para os campos representativos destas partículas. As dificuldades para construção de uma teoria de campos nesta situação são discutidas por Jackiw & Nair e por Fröhlich & Marchetti [53].

de liberdade não-físicos dos físicos, aos quais estão associadas representações unitárias e irredutíveis. O uso da equação de Dirac em (1+2) vincula a massa do espinor ao seu spin, permitindo-lhe apena spin semi-inteiro: $s = \pm 1/2 = 1/2 sign(m)$. No caso das partículas vetoriais, a vinculação entre massa e spin advém da equação de autovalores do pseudoescalar de Pauli-Lubanski, que dentre todos os valores contínuos, seleciona apenas o valor unitário para o spin: $s = sign(m) = \pm 1$. Em se tratando de partículas sem massa, o "little group" definido pelo 3-momento $P^{\mu} = (m, m, 0)$ está associado a um grupo de matrizes reais com propriedade de adição. O fato relevante é que o gerador deste grupo é nilpotente, possuindo apenas auto-valores nulos, o que estabelece a nulidade do spin (como única opção) para as partículas sem massa. Estes fatos estão discutidos em detalhes em Binegar e Jackiw & Nair [53]. Na verdade, em $D = 1 + 2$, se um determinado campo (vetorial ou tensorial) exibe massa nula, então a sua natureza passa a ser escalar, neste sentido pode-se afirmar que só existem dois tipos partículas de massa zero, as escalares comutantes e as escalares anti-comutantes, ou seja, férmions de spin zero[4].

2.2 A eletrodinâmica de Chern-Simons

Novas possibilidades surgem no âmbito da eletrodinâmica planar quando é introduzido o campo de gauge de "estatístico", a_{μ}, compondo o denominado termo de Chern-Simons (quadrático em a_{μ}, com uma derivada de primeira ordem). A lagrangiana de Chern-Simons (CS) consiste simplesmente na adição deste termo a um acoplamento com corrente:

$$\mathcal{L}_{CS} = \frac{\vartheta}{2} \varepsilon^{\mu\nu\rho} a_{\mu} \partial_{\nu} a_{\rho} - a_{\mu} J^{\mu} \tag{2.11}$$

[4]No caso dos espinores sem massa, estes também manifestam caráter escalar ($s = 0$), porém preservam a natureza fermiônica (anti-comutação) sob a ótica do princípio de Pauli. Portanto, constata-se que, enquanto o spin do espinor é nulo, a estatística continua correlacionada ao seu comportamento sob o grupo de Lorentz (vide Deser & Jackiw [53]), tornando desta forma mais apropriado falar-se em conexão da representação do grupo de Lorentz com a estatística, em detrimento da clássica correspondência spin-estatística.

O termo de CS, também denominado de termo topológico (por não depender da métrica e não contribuir ao tensor de energia-momento do sistema), é Lorentz-invariante, e também invariante de gauge, pois ante a transformação $a_\mu \to a'_\mu = a_\mu - \partial_\mu \Lambda$, sofre variação por uma derivada total $\delta\mathcal{L} = \partial_\mu(\frac{\vartheta}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho}\partial_\nu a_\rho)$, que se anula em fronteiras distantes. Todavia, não preserva as simetrias de paridade ($\mathcal{P}$) e reversão temporal ($\mathcal{T}$), que num sistema 3-dimensional estão definidas na seguinte forma[5]:

$$x_\mu \xrightarrow{\mathcal{P}} x_\mu^{(\mathcal{P})} = (x_o, -x_1, x_2); \quad a_\mu \xrightarrow{\mathcal{P}} a_\mu^{(\mathcal{P})} = (\varphi, -a_1, a_2), \tag{2.12}$$

$$x_\mu \xrightarrow{\mathcal{T}} x_\mu^{(\mathcal{T})} = (-x_o, x_1, x_2); \quad a_\mu \xrightarrow{\mathcal{T}} a_\mu^{(\mathcal{T})} = (\varphi, -a_1, -a_2) \tag{2.13}$$

É fácil demonstrar que, sob ação destas transformações, o termo de CS troca de sinal, evidenciando uma quebra da simetria de paridade e de inversão temporal[6], com preservação, contudo, da simetria $\mathcal{PT}$.

A equação de Euler-Lagrange associada à lagrangiana de Chern-Simons (2.11) conduz

[5] No caso 4-dimensional usual, a transformação de paridade consiste numa reflexão em relação a um plano que contém a origem do sistema, que altera a sua natureza de destro ("righ-handed") para sinistro ("left-handed"), ou vice-versa. Em $D = 1 + 2$ a transformação de paridade deve consistir numa reflexão em torno de apenas um dos eixos que compõem o plano, uma vez que a reflexão relativa aos dois resultaria numa transformação de simetria contínua (rotação de π no plano), e não mais discreta. Em se tratando da reversão temporal, a definição em $D = 1 + 2$ ocorre da mesma forma que em 4 dimensões. A ação do operador $\mathcal{T}$ sobre os observáveis deve pautar-se na invariabilidade da dinâmica do sistema após a reversão temporal, o que num sistema clássico submetido à ação da força de Lorentz (F_L) implica nas seguintes relações para força, velocidade, carga, corrente, campos elétrico e magnético: $F_L = F_L$; $\vec{v}^{(\mathcal{T})} = -\vec{v}$; $e^{(\mathcal{T})} = e$; $\vec{j}^{(\mathcal{T})} = -\vec{j}$; $\vec{E}^{(\mathcal{T})} = \vec{E}$; $B^{(\mathcal{T})} = -B$. Em vista disto, temos: $a_\mu^{(\mathcal{T})} = (\varphi, -a_1, -a_2)$.

[6] Desta forma pode-se afirmar que a presença do termo de Chern-Simons sempre implica na quebra de $\mathcal{P}$ e $\mathcal{T}$, e vice-versa, ou seja, a constatação da quebra de $\mathcal{P}$ e $\mathcal{T}$ em um estado físico qualquer é um indicativo da presença do termo de CS na lagangreana do sistema, uma vez que este é o termo com menor número de derivadas que quebra estas simetrias. Como exemplo, pode-se tomar o modelo ZHK para o EHQF, onde o termo de C-S aparece na lagrangeana efetiva do modelo. E de fato, um sistema Hall apresenta quebra destas duas simetrias: (i) uma reversão no sentido das órbitas dos elétrons não vem acompanhada da inversão do sentido do campo magnético (um parâmetro externo), configurando quebra de inversão temporal ($\mathcal{T}$); (ii) o fato de todos os elétrons (em cada nível de Landau) apresentarem a mesma polarização está associada a uma quebra de paridade ($\mathcal{P}$).

a:

$$J^\mu = \frac{\vartheta}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho}F_{\nu\rho} = \vartheta F^{*\mu} \implies F_{\mu\nu} = \frac{1}{\vartheta}\varepsilon_{\mu\nu\rho}J^\rho \tag{2.14}$$

Tomando a divergência da equação acima chega-se à identidade de Bianchi e à conservação de corrente: $\partial_\mu J^\mu = 0 \Leftrightarrow \varepsilon^{\mu\nu\rho}\partial_\mu F_{\nu\rho} = 0$. Para poder visualizar melhor o significado do acoplamento do campo de gauge de Chern-Simons com a corrente de matéria $J^\mu = (\rho, \overrightarrow{j})$, analisemos as equações de movimento resultantes:

$$B = -\frac{1}{\vartheta}\rho; \qquad \overrightarrow{E} = \frac{1}{\vartheta}\overrightarrow{j}^*; \qquad \nabla \times \overrightarrow{E} + \partial_t B = 0 \tag{2.15}$$

As duas primeiras são oriundas da eq. (2.14), enquanto a terceira advém da identidade de Bianchi. Ao contrário do caso anterior, agora se verifica que não é possível obter uma propagação de onda para os campos $\overrightarrow{E}$ e B, fato que evidencia que o campo de Chern-Simons não apresenta dinâmica, propagando-se como puro gauge. A primeira equação descreve uma proporcionalidade entre a densidade de carga e o campo magnético, constituindo uma associação inextrincável entre estas duas entidades, uma vez que a presença de um implica na coexistência do outro. Na teoria de Chern-Simons uma carga em repouso gera tanto campo elétrico quanto magnético.

Supondo-se que a densidade de carga em duas dimensões esteja distribuída numa estrutura puntiforme, ρ pode ser escrita como um somatório de funções delta: $\rho = e\sum_i \delta^2(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{x}_i(t))$, onde a coordenada $\overrightarrow{x}_i(t)$ localiza a posição de cada carga no plano. Fazendo uso desta expressão e intergrando-se o campo magnético em torno de um pequeno disco planar que contenha apenas a partícula-n, obtém-se:

$$\int d^2\overrightarrow{x} B = -\frac{e}{\vartheta}\int d^2\overrightarrow{x}\delta^2(\overrightarrow{x} - \overrightarrow{x}_n(t)) \Longrightarrow \Phi_n = -\frac{e}{\vartheta} \tag{2.16}$$

Onde Φ_n representa o fluxo magnético vinculado à enésima-partícula, o que certamente vale para todas as partículas presentes no plano e descritas pela lagrangiana (2.11). Um dos efeitos do termo de Chern-Simons é, portanto, associar a cada carga eletromagnética uma unidade de um fluxo magnético. A auto-interação entre a carga elétrica e seu fluxo atachado (avaliada por meio do da força de Lorentz) é nula. Por outro lado, a interação de cada carga com os outros fluxóides não pode ser desprezada, originando interessantes consequências quânticas advindas do efeito Aharonov-Bohm, que em sua essência implica na possibilidade de uma estatística arbitrária ou fracionária. As partículas que obedecem a esta nova estatística são chamadas de ânions, e apresentam spin fracionário, em decorrência da conexão spin-estatística, que também pode ser estabelecida para valores arbitrários de spin (ver Fröhlich & Marchetti [53]). Cargas elétricas atachadas a fluxos magnéticos, portanto, constituem a realização física dos ânions.

Para um melhor entendimento da relação do efeito Aharonov-Bohm sobre os ânions, consideremos uma função de onda $\Psi(r_1, r_2)$ representando um sistema composto por duas partículas aniônicas. Além da interação coulombiana existente, a partícula-1 interage com o fluxo magnético gerado pela partícula-2, e vice-versa. Portanto, quando a partícula-1 executa uma volta completa em torno da partícula-2, há uma mudança de fase ($\Delta\varphi$) na função de onda $\Psi(r_1, r_2) \to \Psi'(r_1, r_2) = e^{i\Delta\varphi}\ \Psi(r_1, r_2)$ proveniente do efeito Aharonov-Bohm:

$$\Delta\varphi = e\oint \overrightarrow{A}.d\overrightarrow{r} = e\int Bd^2r = e\Phi_n = -\frac{e^2}{\vartheta}. \tag{2.17}$$

Quando um elétron troca de lugar com o outro, ocorre uma mudança de π na fase da função de onda que representa o par; no caso dos bósons, não há mudança de fase. Consideremos agora um sistema de férmions massivos[7] acoplados ao campo de gauge de Chern-Simons:

$$\mathcal{L}_{CS}=i\overline{\psi}(\not{D} - m)\psi + \frac{\vartheta}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho}a_\mu\partial_\nu a_\rho, \tag{2.18}$$

lagragiana esta que descreve férmions acoplados aos fluxóides magnéticos. O resultado (2.17) pode também ser interpretado como a mudança de fase sofrida em decorrência de uma dupla troca de duas partículas idênticas, o que leva à metade deste valor para a

[7]Em relação à lagrangeana (2.18), onde férmions interagem com o campo de CS, verifica-se que estes sempre resultam massivos, mesmo quando originalmente ostentam massa nula. Este fato advém das correções radioativas a 1-loop geradas pelo termo de CS, que acabam criando um termo de massa fermiônica [80], o que em geral leva à consideração de uma massa para os férmions já a "tree-level". Reciprocamente, correções radioativas em num sistema com férmions massivos leva à geração do termo de CS, mecanismo chamado de quebra dinâmica de paridade [81]

situação de troca simples. Desta forma, quando dois férmions trocam de posição, a função de onda sofre uma mudança de fase γ, que reflete a permutação dos férmions e o efeito da interação de Aharonov-Bohm, ou seja:

$$\gamma = \pi - \frac{e^2}{2\vartheta} = \pi(1 - \frac{e^2}{2\pi\vartheta}) = \pi(1 - \frac{1}{N}), \text{ onde: } N = \frac{2\pi\vartheta}{e^2} \tag{2.19}$$

É fácil perceber que com $N = 1$ tem-se bósons, o limite $N \longrightarrow \infty$ recai em férmions, e $N = 2$ conduz à partículas chamadas "sêmions". Fica claro que a estatística das partículas depende do valor do parâmetro de massa ϑ, que pode alterar a natureza fermiônica do sistema para bosônica, e vice-versa, entre muitas outras possibilidades. Esta propriedade é conhecida como "transmutação de spin", e aparece em diversos sistemas aniônicos, inclusive no modelo ZHK [77], onde férmions são mapeados em bósons, como descrito na seção 1.2.

2.3 A eletrodinâmica de Maxwell-Chern-Simons

O cenário mais geral contempla não somente o campo de gauge de Chern-Simons acoplado a uma corrente, mas também o termo dinâmico de Maxwell[8], que sendo acrescentado à lagrangeana (2.11),

$$\mathcal{L}_{MCS} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{\vartheta}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho}A_\mu\partial_\nu A_\rho - A_\mu J^\mu \tag{2.20}$$

adiciona dinâmica ao sistema, que estará presente na equação de movimento e nas consequentes equações de campo:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + \frac{\vartheta}{2}\varepsilon^{\alpha\rho\nu}F_{\alpha\rho} = J^\nu \tag{2.21}$$

$$\nabla.\overrightarrow{E} = \rho + \vartheta B; \qquad \partial_t\overrightarrow{E} + \nabla^* B = \overrightarrow{j} + \vartheta\overrightarrow{E}^*; \qquad \nabla \times \overrightarrow{E} + \partial_t B = 0 \tag{2.22}$$

[8] O termo de Chern-Simons pode também ser gerado num modelo com quebra espontânea de simetria-U(1), apresentando conexão com a geração de vórtices neutros. Entretanto, vale observar que, quando o termo de CS é simplemente adicionado à lagrangiana, ocorre o aparecimento de vórtices carregados [82]

Os campos $\overrightarrow{E}$ e B vinculados pelas relações acima satisfazem equações de D' Lambert não-homogêneas:

$$\nabla^2\overrightarrow{E} - \partial_{tt}\overrightarrow{E} = -\vartheta^2\overrightarrow{E}, \qquad \nabla^2 B - \partial_{tt}B = -\vartheta^2 B \tag{2.23}$$

A expansão destes campos em ondas planas revela (mesmo na ausência de cargas e correntes) que o campo elétrico agora não é mais perpendicular à direção de propagação já que: $i\overrightarrow{k}.\overrightarrow{E}_o = \vartheta B_o$, de forma que o campo elétrico pode ser decomposto em componentes logitudinal e transversa relativas ao vetor $\overrightarrow{k}$: $\overrightarrow{E} = (-\frac{i}{k}\vartheta B_o, \frac{w}{k}B_o)$. Portanto o conhecimento do campo magnético implica na determinação do campo elétrico, mostrando que o fóton planar de Maxwell-Chern-Simons também só apresenta um grau de liberdade físico, mantendo o seu caráter escalar.

No formalismo de campos, quando se deseja atribuir uma massa ao fóton, acrescenta-se à lagrangiana de Maxwell o chamado termo de Proca $\left(\frac{1}{2}m^2A_\mu A^\mu\right)$, levando à lagrangiana de Maxwell-Proca:

$$\mathcal{L}_{M\,\mathrm{Proca}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m^2A_\mu A^\mu - A_\mu J^\mu, \tag{2.24}$$

cuja minimização leva à equação de Proca : $\partial_\mu F^{\mu\nu} + m^2A^\nu = J^\nu$, que descreve um fóton de massa m. As equações de Maxwell resultantes conduzem às eqs. de propagação para os campos $\overrightarrow{E}$ e B na forma:

$$\nabla^2\overrightarrow{E} - \partial_{tt}\overrightarrow{E} = -m^2\overrightarrow{E}, \qquad \nabla^2 B - \partial_{tt}B = -m^2 B \tag{2.25}$$

De acordo com analogia entre as eqs. (2.23) e (2.25) costuma-se afirmar que o termo de Chern-Simons gera uma massa "topológica" para os fótons, que ao contrário da massa de Proca, não quebra a simetria de gauge.

Capítulo 3

QED_3 Com Preservação de Paridade e Quebra Espontânea de Simetria (QES)

No início da década de 90 já era bem estabelecido o fato da SAT_c ser um fenômeno baseado no emparelhamento ou condensação de pares elétrons, ao qual está diretamente associado o parâmetro de ordem da fase supercondutora. Como consequência, instituiu-se a necessidade de uma teoria microscópica capaz de promover ou explicar a constituição de estados ligados e^-e^-. Várias foram as propostas de aplicação do formalismo da QED_3 para a obtenção de estados ligados e^-e^-, mas sempre na presença de um termo de Chern-Simons, que seria um elemento essencial para dotar os modelos planares de uma das caracteríscas fenomenológicas básicas do estado supercondutor: efeito Meissner.

Neste capítulo apresenta-se uma QED_3, sem termo de Chern-Simons, onde a massa topológica do fóton é substituída pela massa de Proca (gerada pelo mecanismo de Higgs), assegurando a presença do efeito Meissner. Dentro deste cenário, calcula-se o potencial de interação entre dois elétrons imersos no contexto de uma QED_3 composta por férmions, campo de gauge (usual) e um campo escalar complexo, mutalmente acoplados entre si, e submetidos a uma quebra espontânea de simetria (consequência do potencial de sexta ordem que atua entre os bósons escalares). Apesar dos férmions serem massivos, há conservação de paridade, uma vez que duas polarizações (famílias) de espinores são usadas, e não há termo de Chern-Simons. Após a quebra espontânea de simetria local-U(1), o sistema exibe um escalar de Higgs e um bóson vetorial massivo, que intermedeiam a interação entre os férmions a "tree-level", gerando, no limite de baixas energias, um potencial de espalhamento atrativo quando a parte advinda do setor de Higgs supera a originada do setor de gauge. Estabelecido o potencial de interação, e dentro do contexto de uma aproximação não-relativística, admite-se que as energias dos auto-estados do par e^-e^- sejam dadas pela solução da equação de Schrödinger definida em duas dimensões, cujas extensões auto-adjuntas são relevantes para determinação da função-teste a ser empregada na implementação do método variacional. Identificando-se alguns parâmetros livres da langreagena inicial com certas grandezas típicas da fenomenologia das CSAT$_c$, todos parâmetros do potencial tornam-se conhecidos, permitindo a obtenção de dados numéricos (através do método variacional) para algumas amostras supercondutoras, a saber: $YBa_2Cu_3O_7$, $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$, $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ and $HgBa_2Ca_2Cu_3O_8$. O procedimento efetuado é bem-sucedido no sentido de que consegue fitar o gap de energia $(2\Delta(0))$ e o comprimento de correlação (ξ_{ab}) das amostras através de uma especificação numérica do valor esperado no vácuo do campo escalar (ν^2), de um comprimento ortogonal aos planos (Z), e da constante de acoplamento escalar (λ_{e-s}). Estas discussões, procedimentos e resultados, aqui apresentados de maneira mais detalhada, estão contidos na Ref. [47].

3.1 Aspectos gerais e quebra espontânea de simetria

A ação da eletrodinâmica planar[1] (com preservação de paridade) e com quebra espontânea de simetria local-U(1) [51], [52] é dada por:

[1]As matrizes γ satisfazem a álgebra $so(1,2)$: $[\gamma^\mu, \gamma^\nu] = 2i\varepsilon^{\mu\nu\rho}\gamma_\rho$, e estão dadas por: $\gamma^\mu = (\sigma^3, -i\sigma^1, i\sigma^2)$.

$$S_{QED} = \int d^3x \{ -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + i\overline{\psi}_+ \gamma^\mu D_\mu \psi_+ + i\overline{\psi}_- \gamma^\mu D_\mu \psi_- - y(\overline{\psi}_+ \psi_+ +$$

$$- \overline{\psi}_- \psi_-) \varphi^* \varphi - m_e (\overline{\psi}_+ \psi_+ - \overline{\psi}_- \psi_-) + (D^\mu \varphi)^* D_\mu \varphi - V(\varphi^* \varphi) \}, \qquad (3.1)$$

onde $V(\varphi^*\varphi)$ é um potencial de sexta potência (a forma renormalizável mais geral em $3D$ [52]):

$$V(\varphi^*\varphi) = \mu^2 \varphi^* \varphi + \frac{\zeta}{2} (\varphi^*\varphi)^2 + \frac{\lambda}{3} (\varphi^*\varphi)^3, \qquad (3.2)$$

e os parâmetros μ, ζ, λ e y têm dimensão de massa 1,1,0 and 0 respectivamente. Analisando a estrutura do potencial $V(\varphi^*\varphi)$, deve-se impor que ele é limitado "from below" e proporciona somente vácuo estável (metaestabilidade é proibida). Estes requesitos refletem-se nas seguintes condições sobre os parâmetros μ, ζ, λ:

$$\lambda > 0, \zeta < 0 \quad \text{and} \quad \mu^2 \leq \frac{3\zeta^2}{16\lambda} \qquad (3.3)$$

Considerando $\langle \varphi \rangle = v$, o valor esperado no vácuo (v.e.v.) para o produto do campo escalar $\varphi^*\varphi$ está dado por

$$\langle \varphi^* \varphi \rangle = v^2 = -\frac{\zeta}{2\lambda} + \sqrt{\left(\frac{\zeta}{2\lambda}\right)^2 - \frac{\mu^2}{\lambda}}, \qquad (3.4)$$

enquanto a condição de mínimo é: $\mu^2 + \frac{\zeta}{2} v^2 + \lambda v^4 = 0$. As derivadas covariantes são dadas por:

$$D_\mu \psi = (\partial_\mu + ieA_\mu)\psi \quad \text{and} \quad D_\mu \varphi = (\partial_\mu + ieA_\mu)\varphi, \qquad (3.5)$$

onde "e" é a constante de acoplamento da simetria$-U(1)$ e também representa a carga elétrica elementar de férmions e escalares. Vale observar que esta constante apresenta dimensão de $(mass)^{1/2}$, enquanto sua correspondente em $(1+3)$ dimensões é adimensional. Os espinores ψ_+, ψ_- representam as duas possíveis polarizações de spin para férmions em $D = 1 + 2$ [51], [53], e A_μ é o bóson vetorial que representa os fótons. Em relação à duplicidade de polarização dos espinores, é importante ressaltar que não se trata de duas possibilidades de polarização para o mesmo espinor, mas sim de duas famílias de espinores, cada uma com polarização fixa, e sendo solução da eq. de Dirac (vide Apêndice 2). A rigidez da polarização é uma consequência da correlação que existe entre massa e spin em $1+2-$dimensões [53].

A ação (3.1) é invariante perante transformação de paridade, ou seja, ante as seguintes operações discretas:

$$x_\mu \xrightarrow{P} x_\mu^P = (x_o, -x_1, x_2); \quad \varphi \xrightarrow{P} \varphi^P = \varphi; \; A_\mu \xrightarrow{P} A_\mu^P = (A_0, -A_1, A_2)\;; \tag{3.6}$$

$$\psi_\pm \xrightarrow{P} \psi_\pm^P = -i\gamma^1\psi_\mp; \qquad \overline{\psi}_\pm \xrightarrow{P} \overline{\psi}_\pm^P = -i\overline{\psi}_\mp\gamma^1. \tag{3.7}$$

A presença de duas famílias de espinores com sinal de massa opostos na eq. (3.1) tem efeito decisivo na conservação da simetria de paridade.

Depois da quebra de simetria, o valor esperado no vácuo (v.e.v) do campo escalar assume um valor não-nulo: $\langle\varphi\rangle = v$. Desta forma, para definir um novo estado de vácuo que seja simétrico em relação ao operador de rotações U(1), a adoção da seguinte parametrização torna-se necessária: $\varphi = v + H + i\vartheta$, onde H corresponde ao escalar de Higgs, e ϑ ao "would-be-Goldstone boson", ambos apresentando v.e.v. nulo: $\langle H\rangle = \langle\vartheta\rangle = 0$. A substituição desta parametrização do campo em (3.1) conduz a uma ação com uma multiplicidade de termos:

$$\begin{aligned} S_{\rm QED}^{\rm SSB} = \int d^3x \Big\{ & -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}M_A^2 A^\mu A_\mu + \overline{\psi}_+(i\partial\!\!\!/ - m_{\rm eff})\psi_+ + \overline{\psi}_-(i\partial\!\!\!/ + m_{\rm eff})\psi_- + \\ & + \partial^\mu H\partial_\mu H - M_H^2 H^2 + \partial^\mu\theta\partial_\mu\theta - M_\theta^2\theta^2 - \frac{1}{2\xi}(\partial^\mu A_\mu)^2 + 2ev\partial^\mu\vartheta A_\mu - e\overline{\psi}_+ A\!\!\!/ \psi_+ + \\ & - e\overline{\psi}_- A\!\!\!/ \psi_- - y(\overline{\psi}_+\psi_+ - \overline{\psi}_-\psi_-)(2vH + H^2 + \theta^2) + e^2A^\mu A_\mu(2vH + H^2 + \theta^2) + \\ & + 2eA^\mu(H\partial_\mu\theta - \theta\partial_\mu H) - c_3H^3 - c_4H^4 - c_5H^5 - c_6H^6 - c_7\theta^4 - c_8\theta^6 - c_9H\theta^2 + \\ & - c_{10}H^2\theta^2 - c_{11}H^3\theta^2 - c_{12}H^4\theta^2 - c_{13}H\theta^4 - c_{14}H^2\theta^4 \Big\}\,, \end{aligned} \tag{3.8}$$

onde as constantes M_θ^2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, c_9, c_{10}, c_{11}, c_{12}, c_{13} e c_{14} são definidas por,

$$\begin{aligned}
&M_\theta^2 = \xi M_A^2 \ , \ c_3 = 2v(\zeta + \frac{10}{3}\lambda v^2) \ , \ c_4 = \frac{\zeta}{2} + 5\lambda v^2 \ , \ c_5 = 2\lambda v \ , \\
&c_6 = \frac{\lambda}{3} \ , \ c_7 = \frac{\zeta}{2} + \lambda v^2 \ , \ c_8 = \frac{\lambda}{3} \ , \ c_9 = 2v(\zeta + 2\lambda v^2) \ , \\
&c_{10} = \zeta + 6\lambda v^2 \ , \ c_{11} = 4\lambda v \ , \ c_{12} = \lambda \ , \ c_{13} = 2\lambda v, \ c_{14} = \lambda \ .
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Desta profusão de termos, toma-se agora apenas os termos que devem ser considerados à propósito de cálculo de amplitude de espalhamento (a nível semi-clássico): os bilineares livres e os termos de interação de Yukawa:

$$\begin{aligned}
S_{QED}^{Tree-level} = \int d^3x\{ &-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}M_A^2 A^\mu A_\mu + \overline{\psi}_+(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_{eff})\psi_+ + \\
&+ \overline{\psi}_-(i\gamma^\mu\partial_\mu + m_{eff})\psi_- + \partial^\mu h\partial_\mu h - M_h^2 h^2 + \partial^\mu\vartheta\partial_\mu\vartheta + 2ev\partial^\mu\vartheta A_\mu + \\
&- 2yv(\overline{\psi}_+\psi_+ - \overline{\psi}_-\psi_-)h - e(\overline{\psi}_+\gamma^\mu A_\mu\psi_+ - \overline{\psi}_-\gamma^\mu A_\mu\psi_-).
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Onde figuram: y (acoplamento de Yukawa elétron-bóson); v^2 (valor esperado no vácuo do campo escalar); $M_A^2 = 2v^2e^2$ (massa do fóton); $m_{eff} = m_e + yv^2$ (massa efetiva do elétron); $M_h^2 = 2v^2(\zeta + 2\lambda v^2)$ (massa de Higgs).

Em decorrência das condições (3.3) e (3.4) surge um limite inferior para a massa do escalar de Higgs ($M_h^2 \geq 3\zeta^2/4\lambda$), o que exclui do espectro desta teoria um Higgs sem massa, que só apareceria no caso de $\mu^2 \leq \frac{3\zeta^2}{16\lambda}$, situação em que, no entanto, o vácuo do modelo tornar- se-ia metaestável, possibilidade vetada neste modelo.

Na expresão anterior se observa a presença de um termo aparentemente não-físico ($2ev\partial^\mu\vartheta A_\mu$) que pode ocasionar a perda da renormalizibilidade manifesta do modelo. Afim de evitar este fato, se deve adotar o gauge de 't Hooft [71] que prediz a inclusão dentro da equação (3.10) do seguinte termo:

$$S_{R_\xi} = \int d^3x \left[-\frac{1}{2\xi}\left(\partial^\mu A_\mu - \sqrt{2}\xi M_A\theta\right)^2 \right], \tag{3.11}$$

onde ξ é um parâmetro de gauge adimensional. Efetuando-se estas modificações obtém-se:

$$S_{QED}^{Tree-level} = \int d^3x\{-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}M_A^2 A^\mu A_\mu + \overline{\psi}_+(i\gamma^\mu\partial_\mu - m_{eff})\psi_+ +$$
$$+ \overline{\psi}_-(i\gamma^\mu\partial_\mu + m_{eff})\psi_- + \partial^\mu h\partial_\mu h - M_h^2 h^2 + \partial^\mu\vartheta\partial_\mu\vartheta - M_\vartheta^2\vartheta^2 +$$
$$- \frac{1}{2\xi}(\partial^\mu A_\mu)^2 - 2yv(\overline{\psi}_+\psi_+ - \overline{\psi}_-\psi_-)h - e(\overline{\psi}_+\gamma^\mu A_\mu\psi_+ - \overline{\psi}_-\gamma^\mu A_\mu\psi_-), \quad (3.12)$$

onde $M_\vartheta^2 = \xi M_A^2$ é a massa do "would-be Goldstone boson".

3.2 Amplitudes e potencial de espalhamento na QED$_3$

Para derivar um potencial de interação entre duas partículas (dois elétrons, no caso) dentro do arcabouço téorico de uma teoria de campos, primeiramente se faz necessário calcular a amplitude de espalhamento entre as partículas envolvidas, para em seguida efetuar-se a sua transformada de Fourier (no limite da aproximação de Born) [79], que resulta no potencial de espalhamento. No intuito de escrever as amplitudes de espalhamento, convém previamente conhecer a forma dos propagadores associados ao processo de espalhamento Möller. Os propagadores para as partículas de Higgs, elétrons e fótons são:

$$\langle\overline{\psi}_+\psi_+\rangle = i\frac{\not{k} + m}{k^2 - m^2}, \qquad \langle\overline{\psi}_-\psi_-\rangle = i\frac{\not{k} - m_{eff}}{k^2 - m_{eff}^2}; \qquad \langle HH\rangle = \frac{i}{2}\frac{1}{k^2 - M_H^2}; \quad (3.13)$$

$$\langle AA\rangle = -i\left[\frac{(k^2 - M_A^2)}{(k^2 - M_A^2)^2 - k^2\theta^2}(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}) + \frac{\xi}{(k^2 - \xi M_A^2)}\frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right].$$

Da ação da QED$_3$, pode-se facilmente extrair as regras de Feynman para os vértices de interação: $V_{\pm H\pm} = \pm 2iy; V_{\psi A\psi} = ie\gamma^\mu$. No caso do espalhamento Möller, basta considerar o canal-t (espalhamento direto) [79], uma vez que no caso não-relativístico a parte antisimétrica da amplitude já inclui automaticamente a contribuição do espalhamento permutado [2]. Pode-se agora escrever as amplitudes de espalhamento mediadas pelo escalar de Higgs e pelo fóton:

[2]Numa teoria relativística, elétrons de polarização paralela (antiparalela) são indistinguíveis (distinguíveis). Quando se deseja calcular a amplitude de espalhamento de duas partículas indistinguíveis,

1) Amplitude de espalhamento para elétrons de polarizações iguais e opostas mediados pelo escalar de Higgs:

$$-i\mathcal{M}_{\pm H\pm} = \overline{u}_{\pm}(p_1')(\pm 2ivy)u_{\pm}(p_1)\left[\frac{i}{2}\frac{1}{k^2 - M_H^2}\right]\overline{u}_{\pm}(p_2')(\pm 2ivy)u_{\pm}(p_2); \tag{3.14}$$

$$-i\mathcal{M}_{\pm H\mp} = \overline{u}_{\pm}(p_1')(\pm 2ivy)u_{\pm}(p_1)\left[\frac{i}{2}\frac{1}{k^2 - M_H^2}\right]\overline{u}_{\mp}(p_2')(\pm 2ivy)u_{\mp}(p_2);$$

2) Amplitude de espalhamento para elétrons de polarizações iguais e opostas mediado por fótons massivos:

$$-i\mathcal{M}_{\pm A\pm} = \overline{u}_{\pm}(p_1')(ie\gamma^{\mu})u_{\pm}(p_1)\left[D_{\mu\nu}(k)\right]\overline{u}_{\pm}(p_2')(ie\gamma^{\mu})u_{\pm}(p_2) \tag{3.15}$$

$$-i\mathcal{M}_{\pm A\mp} = \overline{u}_{\pm}(p_1')(ie\gamma^{\mu})u_{\pm}(p_1)\left[D_{\mu\nu}(k)\right]\overline{u}_{\mp}(p_2')(ie\gamma^{\mu})u_{\mp}(p_2)$$

Onde os espinores $u_{\pm}(p)$ (descritos no Apêndice 2) representam as soluções de energia positiva da equação de Dirac, satisfazendo as seguintes condições de normalização:

$$\overline{u}_{\pm}(p)u_{\pm}(p) = \pm 1 \tag{3.16}$$

O resultado do cálculo das amplitudes de espalhamento, no limite de baixas energias, usando os espinores $\overline{u}_{\pm}(p)$ e $u_{\pm}(p)$ é:

$$\mathcal{M}_{\pm H\pm} = \mathcal{M}_{\pm H\mp} = -2v^2y^2\left(\frac{1}{\vec{k}^2 + M_H^2}\right) \tag{3.17}$$

$$\mathcal{M}_{\pm A\pm} = \mathcal{M}_{\pm A\mp} = +e^2\left(\frac{1}{\vec{k}^2 + M_A^2}\right) \tag{3.18}$$

Na aproximação de baixas energias (limite não-relativístico), o potencial de espalhamento elétron-elétron é dado a partir da transformação de Fourier da amplitude total do espalhamento Möller ($\mathcal{M}_{total} = \mathcal{M}_{higgs} + \mathcal{M}_{gauge}$):

deve-se considerar dois canais de espalhamento: o canal-t (direto) e o canal-u (permutado). No caso das partículas serem distinguíveis, a considera-se apenas o canal-t. Já no contexto de uma aproximação não-relativística, mesmos os elétrons de polarização idêntica são vistos como partículas distinguíveis, uma vez que, a baixas energias, recupera-se a clássica noção de trajetória.

$$V(r) = \int \frac{d^2\overrightarrow{k}}{(2\pi)^2}\mathcal{M}_{total}e^{i\vec{k}.\vec{r}} \tag{3.19}$$

O momento das partículas interagentes e o momento transferido, no referencial do centro de massa (C.M.), podem ser colocados numa forma simples:

$$\begin{aligned} p_1 &= (E, p, 0), \quad p_1^{'} = (E, p\cos\phi, p\sin\phi), \\ p_2 &= (E, -p, 0), \quad p_2^{'} = (E, -p\cos\phi, -p\sin\phi), \\ k &= p_1^{'} - p_1 = (0, p(\cos\phi - 1), p\sin\phi), \end{aligned} \tag{3.20}$$

onde ϕ é o ângulo definido (em relação à direção inicial de espalhamento) pelas partículas após o espalhamento.

Usando as prescrições acima para avaliar as amplitudes de espalhamento no referencial C.M., e executando-se em seguida a transformação de Fourier, o potencial de espalhamento obtido para elétrons de mesma polarização (onda-p) e polarização oposta (onda-s) é então dado por:

$$U^{CM}(r) = -\frac{1}{2\pi}\left[2v^2y^2K_o(M_Hr) - e^2K_o(M_Ar)\right] \tag{3.21}$$

Impondo-se a seguinte condição restritiva sobre as massas da partícula de gauge e da partícula de Higgs:

$$e^2 = \zeta + 2\lambda v^2 \Longleftrightarrow M_H = M_A \tag{3.22}$$

A expressão do potencial simplifica-se a:

$$U^{CM}(r) = CK_o(M_Ar), \text{ onde: } C = -\frac{1}{2\pi}\left[2v^2y^2 - e^2\right] \tag{3.23}$$

Este potencial será atrativo desde que $2v^2y^2 > e^2$, uma vez que a função de bessel de ordem zero é sempre positiva. Dentro do contexto da aproximação não-relativística (na qual o potencial foi calculado), a energia de ligação dos pares de elétrons pode ser avaliada através da inserção deste potencial dentro da equação de Schrödinger bidimensional.

3.2.1 A função de onda do par elétron-elétron e a equação de Schrödinger

Antes de estudar a equação de Schrödinger, é instrutivo analizar o comportamneto da função de onda total (Ψ) para dois elétrons (produto da parte de spin com a parte espacial) à luz do princípio da exclusão de Pauli. Tratando-se de dois férmions, sabe-se que Ψ deve ser antisimétrico com respeito à troca de dois férmions:

$$\Psi(\rho_1, s_{1,}\rho_2, s_2) = -\Psi(\rho_2, s_{2,}\rho_1, s_1), \tag{3.24}$$

Supondo que a interaçao spin-órbita seja desprezível, esta função pode ser escrita em termos de três funções independentes: $\psi(R)$, $\varphi(r_1, r_2)$, $\chi(s_1, s_2)$

$$\Psi(r_1, s_{1,}r_2, s_2) = \psi(R)\varphi(r)\chi(s_1, s_2), \tag{3.25}$$

que representam, respectivamente, a função de onda do centro de massa, a relativa e de spin ($R, s,$ e r são respectivamente as coordenadas do centro de massa, do spin e da posição relativa). Cada uma destas funções contém informação sobre o fenômeno da supercondutividade. A quantização de fluxo está associada às condições de fronteira sobre $\psi(R)$, a partir das quais se pode inferir que os portadores de carga são pares de elétrons. As outras duas funções indicam outras características dos condensados: a componente radial de φ fornece informação acerca da extenção dos pares, e a parte de spin determina se o sistema é um estado singleto ou tripleto.

É sabido que o singleto de spin ($S = 0$) corresponde a um estado anti-simétrico, enquanto que o tripleto de spin ($S = 1$) está associado a uma função simétrica. Conseqüentemente, a função espacial (φ) combinada com o tripleto de spin deve ser ímpar, enquanto a associada com o singleto deve ser par[3]:

$$\Psi^{(S=1)}_{antisym.} = \varphi_{odd}(r)\chi^{S=1}_{even}(s_1, s_2)\,; \tag{3.26}$$

$$\Psi^{(S=0)}_{antisym.} = \varphi_{even}(r)\chi^{S=0}_{odd}(s_1, s_2)\,. \tag{3.27}$$

Considere agora a equação planar de Schrödinger escrita (no sistema de unidades naturais) para a parte espacial da função de onda, representando um sistema elétron-elétron:

$$\frac{\partial^2\varphi(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi(r)}{\partial r} - \frac{l^2}{r^2}\varphi(r) + 2\mu_{eff}[E - U(r)]\varphi(r) = 0, \tag{3.28}$$

onde $U(r)$ (dado pela eq.(3.23)) representa o potencial de interação existente entre os dois elétrons, e μ_{eff} a massa reduzida do sistema:

$$\mu_{eff} = \frac{1}{2}(m_e + yv^2). \tag{3.29}$$

Realizando-se a seguinte transformação: $\varphi(r) = \frac{1}{\sqrt{r}}g(r)$, tem-se:

$$\frac{\partial^2 g(r)}{\partial r^2} - \frac{l^2 - 1/4}{r^2}g(r) + 2\mu_{eff}[E - U(r)]g(r) = 0. \tag{3.30}$$

Equação esta, a partir da qual, é fácil identificar o potencial efetivo:

$$U_{eff} = \frac{1}{2\mu_{eff}}\frac{l^2 - 1/4}{r^2} - CK_o(M_h r). \tag{3.31}$$

3.2.2 Estudo das extensões auto-adjuntas da eq. de Schrödinger e escolha da função-teste (para o método variacional)

O método variacional é usado para a determinação da energia do estado fundamental, e é aplicado principalmente em situações onde a função de onda do sistema não é conhecida.

[3]Assim, somente pela consideração do princípio da exclusão de Pauli é possível concluir que a função de onda total deve ser composta na seguinte forma: (i) por uma função par de momento angular (onda-s, onda-d) combinada a uma ímpar de spin (onda-s, $s = 0$, singleto de spin); (ii) por uma função ímpar de momento angular (onda-p, onda-f) ligada a uma par de spin (onda-p, $s = 1$, tripleto de spin).

Consiste em determinar a função teste -$\varphi(r)$- que proporciona a maior energia de ligação (em valor absoluto), ou seja, o máximo valor para energia do estado ligado. Quanto mais próxima da verdadeira solução do sistema for a função-teste escolhida, melhor será a aproximação obtida para a energia do estado fundamental do sistema. A definição de uma função-teste deve observar algumas condições, tais como o comportamento assintótico no infinito, a análise da sua versão livre e seu comportamento na origem. Para o estado de momento angular nulo $(l = 0)$, a equação (3.30) é reescrita na forma:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{4r^2} + 2\mu_{eff}(E + C_s K_o(M_h r)\right] g(r) = 0. \tag{3.32}$$

A versão livre $(U(r) = 0)$ da última equação é dada meramente por:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{4r^2} + k^2\right] u(r) = 0, \tag{3.33}$$

cuja solução é:

$$u(r) = B_1\sqrt{r}J_o(kr) + B_2\sqrt{r}Y_o(kr). \tag{3.34}$$

Onde B_1 e B_2 são constantes representando os coeficientes de mistura que proporcionam a solução mais geral composta por duas soluções linearmente independentes da eq. (3.32), e $k = \sqrt{2\mu_{eff}E}$. A equação (3.34), no limite $r \longrightarrow 0$, comporta-se como:

$$u(r) \longrightarrow \sqrt{r} + \lambda\sqrt{r}\ln r. \tag{3.35}$$

O segundo termo da equação (3.33) se comporta como um potencial atrativo $(-1/4r^2)$, o que requer uma especial atenção sobre a extensão auto-adjunta do operador diferencial $-(d^2/dr^2) - 1/(4r^2)$ [54]. A presença do termo atrativo implica na possibilidade de obter um estado ligado $(E < 0)$ mesmo numa situação de potencial nulo (solução livre). Uma vez que isto não é fisicamente aceitável, é necessário introduzir uma restrição sobre a extensão auto-adjunta deste operador. Entre as infinitas possibilidades de extensões auto-adjuntas, a única que evita a existência de um estado ligado no espectro, chamada de extensão "especial", corresponde a extensão de Friedrichs $(B_2 = 0)$, que se comporta como $\sqrt{r}$ na origem. A escolha da extensão "especial" evita a possibilidade não-física de um estado ligado como solução de uma equação livre, o que não seria realmente aceitável. Nesta situação, entretanto, o sistema está na iminência de apresentar um estado ligado, ou seja, adicionando-se qualquer potencial atrativo à extensão "especial", independentemente de quão fraca ele vem a ser, obtém-se a formação de pelo menos um estado ligado [55]. O potencial a ser considerado, todavia, deve preservar o caráter auto-adjunto do operador diferencial, neste sentido ele deve ser "fraco" de acordo com a seguinte condição de integrabilidade sobre o potencial (critério de Kato):

$$\int_o^{\infty} r(1+|\ln r|)|U(r)|dr < \infty \tag{3.36}$$

Dado que o potencial de interação $K_o(Mr)$ satisfaz a condição de Kato, o caráter auto-adjunto do Hamiltoniando total está assegurado, assim como a finitude no número de estados ligados do sistema[4]. Sobre a questão específica da quantidade de auto-estados em um sistema com 2-dim espaciais, existe o chamado limite de Setô [55], que estabele um número máximo de estados ligados (para $l = 0$):

$$N^{(l=0)} \leq 1 + \frac{1}{2}\frac{\int_0^{\infty} dr_1 \int_0^{\infty} dr_2 |\ln r_1/r_2| U(r_1)U(r_2)}{-\int_0^{\infty} rU(r)dr} \tag{3.37}$$

O fator 1 do lado direito da expressão anterior reflete a existência de pelo menos um estado ligado, independentemente de quão fraco seja o potencial $U(r)$ em questão, o que caracteriza a tendência iminente do sistema formar um estado ligado, uma peculiaridade da equação de Schrödinger em 2 dimensões.

Após esta discussão, finalmente se conclui que a solução física da eq. (3.32), na origem, é dada somente por $\sqrt{r}$, e assim, é também determinado o comportamento da função-teste na origem. No infinito a função-teste deve ser assintoticamente nula, uma vez que as funções de onda devem ser de quadrado integrável. Uma boa e adequada escolha de função-teste pode ser escrita na forma: $\varphi(r) = f(r)\exp(-\beta r)$, onde $f(r)$ deve satisfazer a

[4] A condição de Kato também é decisiva para estabelecer um número finito de estados ligados (espectro discreto), uma vez que estabelece uma relação entre o número de estados ligados e o número de nodos presentes na função de onda associada à eq. de Schrödinger.

seguinte condição limite na origem: $\lim_{r\to 0} f(r) = \sqrt{r}$. Por simplicidade, pode-se escolher $f(r) = \sqrt{r}$ (para momento angular nulo), de tal modo que:

$$\varphi(r) = \sqrt{r}\exp(-\beta r), \tag{3.38}$$

onde β representa um parâmetro livre, cuja varredura determina (aproximadamente) a energia mínima (máxima em valor absoluto).

Um procedimento análogo pode ser desenvolvido para determinar o comportamento da função-teste na origem quando o momento angular é diferente de zero: $l \neq 0$. Para este caso, e no limite $r \longrightarrow 0$, a eq. (3.30) reduz-se a:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{l^2 - 1/4}{r^2} + k^2\right] g(r) = 0, \tag{3.39}$$

cuja solução é dada por:

$$g(r) = B_1 r^{(l+1/2)} + B_2 r^{(-l+1/2)}. \tag{3.40}$$

Por uma questão de completeza, discute-se também o caso $l > 0$, para o qual a escolha $r^{(l+1/2)}$ garante uma função-teste bem comportada na origem. Como a equação de Schrödinger depende apenas de l^2, somente uma das opções ($l > 0$ ou $l < 0$) é suficiente para proporcionar os valores de energia aos estados físicos. Conseqüentemente, a função-teste adotada para $l \neq 0$ tem a forma:

$$\varphi(r) = r^{l+1/2}\exp(-\beta r), \tag{3.41}$$

onde β novamente é um parâmetro de varredura a ser numericamente fixado de modo a minimizar a energia de ligação.

Embora tenha sido aqui discutida a forma da função-teste para l não-nulo, neste capítulo nos limitaremos ao caso da onda-s ($l = 0$). Vale ainda ressaltar que, para $l \neq 0$ a função-teste não deve depender apenas da variável radial, mas também da variável angular, uma vez que as ondas -p ou -d são anisotrópicas no plano-ab.

3.3 Discussão sobre o parâmetro de ordem, o mecanismo de emparelhamento e a constante de acoplamento efetiva da SAT_c

Como já comentado na introdução deste trabalho, no início da década de 60 foram realizados os primeiros experimentos [12] constatando a ligação de elétrons em pares correlacionados nos supercondutores tipo I. O mesmo fato foi comprovado, nas cerâmicas supercondutoras, pelos experimentos de Gough *et al.* e Niemeyaer *et al.* [46]. Este resultado indicou que o parâmetro de ordem de uma teoria para SAT_c deve ser a própria função de onda que representa o par de elétrons. Em relação a este ponto, surgem duas questões fundamentais: (i) a determinação do tipo de parâmetro de ordem (onda-s, como no caso dos supercondutores BCS; onda-p, como observado na fase de superfluidez do ^3He; onda-d, como observado no caso dos supercondutores de férmions pesados- "heavy-fermions"); (ii) a investigação do mecanismo físico responsável pela formação do para elétron-elétron.

Em relação a primeira questão, é importante enfatizar que o tipo da função de onda que representa o emparelhamento constitui uma questão-chave no entendimento da SAT_c. Nos últimos anos da década 80, um consenso acerca da onda-s foi praticamente estabelecido devido a resultados preliminares de alguns experimentos: tunelamento Josephson para amostras de YBaCuO, dependência (não-linear) em termos da temperatura do comprimento de penetração magnético $- \lambda(T)$, observação de correntes persistentes em anéis [19], e medidas do desvio Knight [20]. Os experimentos iniciais, envolvendo o tunelamento Josephson [17] para investigação do PO, foram baseados na convicção de que o tunelamento Josephson não seria factível entre pares de elétrons situados em dois estados de momento angular diferentes, a não ser que ocorresse dissipação na junção. Experimentos com Y123 acoplados a pontos de contatos de Pb e Sn (supercondutores BCS) não reportaram qualquer dissipação, de tal modo que se concluiu que o emparelhamento do Y123 seria tipo-s. O comprimento de penetração $\lambda_c(T)$ é uma medida da densidade de portadores de carga no superfluído, que em termos objetivos, são os responsáveis pela blindagem do campo magético externo. Em relação à forma da função $\lambda_c(T)$, o modelo BCS prevê um comportamento em forma de lei potência, observação esta que veio a ser relatada em experimentos envolvendo algumas cerâmicas supercondutoras [18], apoiando a tese de um PO tipo onda-s. Apesar destes resultados, a verificação experimental de uma forma linear, $\lambda(T) = c + \alpha T$, foi obtida por Hardy *et al.*[5] [63], confirmando a predição teórica de Annet *et al.* [62], que preconizou uma forma linear para $\lambda(T)$ para sistemas que exibem um parâmetro de ordem tipo-p ou -d (ou qualquer outro tipo de emparelhamento que apresente nodos no gap).

A técnica de espalhamento por nêutrons é importante para detectar nodos no gap de energia, mas incapaz de determinar onde este nodos aparecem no espaço-$\overrightarrow{k}$. Medidas do gap de energia como uma função da direção-$\overrightarrow{k}$ são fornecidas pela técnica ARPES ("angle resolved photoemission spectroscopy"). Usando esta ferramenta, em 1993, Shen *et al.* [65] relataram a observação de pontos, ao longo da direção diagonal $(|K_x| = |K_y|)$, onde o gap de energia é muito pequeno para amostras de $BSCCO$ e $YBCuO$, fato consistente com o padrão de onda-d. Embora os resultados obtidos pela ARPES mostrem a direção no espaço-$\overrightarrow{k}$ dos nodos, eles não podem assegurar se o gap é realmente nulo ou apenas muito pequeno, nem podem determinar o sinal do parâmetro de ordem (fase da função de onda). Experimentos sensíveis a mudanças de sinal são, por conseguinte, de grande relevância para investigação do tipo do parâmetro de ordem, visto que a alteração de sinal entre um lobo e outro o PO é uma propriedade marcante da onda-$d_{x^2-y^2}$, podendo assim ser usado para efetuar uma distinção entre esta e outras simetrias, como por exemplo a da onda-s anisotrópica, que também apresenta variações na energia no gap, mas não mudança de fase. Neste contexto, os experimentos buscando por mudança de fase, como os aparatos compostos por dc SQUIDs [66] para medir a interferência entre duas junções

[5] A verificação experimental de Hardy e sua equipe, favorável a um parâmetro de ordem tipo-d, foi realizada usando-se amostras muito limpas de YBCO, sendo a discrepância entre este resultado e os favoráveis a onda-s, atribuída (por Hardy *et al.*) às impurezas presentes nas amostras dos primeiros experimentos [18].

supercondutoras, vieram a reiterar a observação da onda-$d_{x^2-y^2}$ em algumas amostras. Além das favoráveis indicações oriundas dos experimentos com dc SQUIDs, a onda-d também recebeu a aprovação dos experimentos de fluxo semi-inteiro [67].

Atualmente, apesar dos resultados destes novos experimentos relatando a mudança de sinal do PO, o panorama indica uma posição intermediária entre a onda-s e a onda-d. Recentemente uma moderna interpretação de um tipo peculiar de experimento de Josephson [68], que mede uma corrente de tunelamento na direção do eixo-c, lançou luz sobre uma nova realidade concernente à estrutura do PO. De fato, os resultados encontrados por Kouznetsov *et al.* [68], em 1997, mostraram-se compatíveis somente com um padrão de onda mista, composta por uma componente -d mais uma componente de onda-s, como primeiramente apontado por Sun *et al.* [68]. Várias e recentes publicações [72] têm confirmado a mistura destas duas componentes, evidenciando um PO-misto, e contribuindo para o nascimento de uma nova área de investigação. De acordo com alguns destes novos estudos, foi verificado que a componente- $d_{x^2-y^2}$ é dominante para temperaturas mais altas, enquanto que em temperaturas mais baixas o PO torna-se muito próximo ao padrão da isotrópico da onda-s[6].

Concernente à segunda questão, (ii), sabe-se que nos supercondutores usuais, o efeito isotópico ($T_c \sim M^{-\alpha}$; $\alpha = 0.5$) foi decisivo para o estabelecimento da teoria BCS, que com sucesso apontou o processo de espalhamento por fónons (as vibrações da rede cristalina) como elemento fundamental na aparição da interação atrativa entre dois elétrons. A manifestação do efeito isotópico em outros compostos supercondutores (não pertencentes a classe BCS) é uma questão complexa, ainda não inteiramente compreendida, e de-

[6] Esta discussão é válida sobretudo para o PO de supercondutores de alta-T_c usuais, que são dopados com buracos. Já no caso das cerâmicas supercondutoras dopadas com elétrons [73], há fortes evidências experimentais de o PO seja unicamente do tipo-s, sugerindo uma similaridade mais pronunciada com o parâmetro-BCS.

pendente de outros fatores[7] além das vibrações da rede cristalina, como por exemplo a presença de impurezas magnéticas. Neste sentido, os desvios do valor de referência BCS ($\alpha \sim 0.5$), observados em muitos materiais, incluindo os supercondutores à alta-T_c, não podem ser inequivocamente usados para excluir os mecanismos fônicos do conjunto de prováveis excitações que contribuem efetivamente para o emparelhamento [74]. De fato, existe a convicção generalizada de que o efeito isotópico e a interação fônica estejam sempre presentes nas cerâmicas supercondutoras, mas não como o único mecanismo de emparelhamento, o que leva à certeza da coexistência de outros mecanismos a fim de assegurar os altos valores da constante de acoplamento e de temperatura crítica observados. A natureza destes mecanismos tem sido um ponto de intensa investigação, e apesar dos enormes esforços empreendidos nesta área, nenhum consenso foi alcançado até agora. Entre as diversas abordagens para esta questão, pode-se mencionar algumas tentativas "exóticas" (não-fônicas) [56] que apontam na direção de um parâmetro de ordem não isotrópico, como os modelos de flutuações de spin [57], o modelo de troca de "mágnons" [58], troca de éxcitons [59], pólarons e bipólarons [60].

A existência de outros mecanismos de interação é, portanto, uma forte suposição, sem definição consensual acerca da sua natureza[8]. Ao mesmo tempo, existe a certeza da

[7]Enquanto nos metais de transição supercondutores (Ru, Os, Mo, Zr) este efeito é muito tênue ($0.0 \leq \alpha \leq 0.3$), devido à alta estabilidade de rede associada à configuração eletrônica d^5s^1, no Urânio torna-se negativo ($\alpha \sim -2.2$), o que explicita a complexidade do efeito.

[8]Se a questão é reduzida apenas à decisão sobre a existência (ou não) de mecanismos não-fônicos, duas técnicas experimentais, a espectroscopia por nêutrons e a espectroscopia de tunelamento, revelam-se muito utéis. Enquanto a primeira fornece informação sobre o espectro dos fônons sob a forma da função representando a densidade de estados fônicos $F(\Omega)$, a espectroscopia de tunelamento, por sua vez, proporciona informação acerca da função de Eliashberg - $g(\Omega) = \alpha^2(\Omega) F(\Omega)$. A função $\alpha^2(\Omega)$ é suave e descreve o acoplamento elétron-fônon. Deste modo, se os picos de $F(\Omega)$, medidos por espectroscopia de nêutrons, coincidem com os picos de $g(\Omega)$, medidos pela espectroscopia de tunelamento, então se conclui que somente o mecanismo fônico está ativo. Por outro lado, se o espectro da função de Eliashberg apresenta um pico adicional que não aparece no espectro de $F(\Omega)$, então se sabe que outros mecanismos (não-fônicos) devem estar agindo. Este procedimento permite perceber qualitativamente a presença de mecanismos não-fônicos, mas quantificar a influência deles na interação entre elétrons.

onipresente interação elétron-fônon estar disfarçada entre outros mecanismos não-fônicos, o que cria um problema de identificação para as constantes de acoplamento correspondentes. Na terminologia da Matéria Condensada, a constante de acoplamento elétron-fônon - λ_{ep}− reflete o efeito das vibrações da rede como um todo sobre cada portador de carga. Além da interação fônica, outros mecansimos, como se sabe, são considerados, mas até o momento não se consegue determinar em que extensão a interação elétron-fônon contribui para a interação efetiva elétron-elétron. A quantificação das contribuições de cada mecanismo de interação para a atração efetiva (através da estipulação de valores para as constantes de acoplamento) é uma questão que pode ser resolvida somente se todos os mecanismos estiverem bem-compreendidos. Enquanto a resposta não é clara, a opção é trabalhar com interações e acoplamentos efetivos. Neste sentido, a constante de acoplamento de interesse deve ter caráter efetivo, capaz de abranger as contribuições de várias interações similares, que no caso do presente modelo teórico adotado, devem ser todas de natureza escalar.

De acordo com quadro fenomenológico descrito na discussão da primeira questão, deve-se aceitar as evidências apontando em direção a um PO misto, composto por ondas-s e -d no caso de CSAT$_c$ dopadas por buracos e um PO puro constituído somente por onda-s no caso das CSAT$_c$ dopadas com elétrons. O presente trabalho fará referência somente a componente-s do PO, em vista do cenário teórico microscópico no qual o nosso potencial de interação é derivado. Nosso modelo basea-se em um mecanismo de troca de 1-partícula (escalar de Higgs e fóton) no limite não-relativístico, proporcionando uma interação atrativa entre dois elétrons na forma de um potencial tipo Bessel, que exibe apenas dependência radial. Se aproximação de Born for relaxada ou for considerada a adição de correções de loop às amplitudes de espalhamento, então é razoável supor que um potencial dependente também da variável angular (espacialmente anisotrópico), possa surgir deste modelo, e vir a descrever a manifestação da onda-*d* no PO como efeito das correções de 1-loop [48]. Em todo caso, o potencial radial obtido à "tree-level" é inteiramente adequado a descrever sistemas com PO tipo-s, como o caso das CSAT$_c$

dopadas com elétrons.

3.4 Interconexão entre supercondutividade de alta-T_c e QED_3

O fato das novas cerâmicas supercondutoras apresentarem uma estrutura planar é um motivo razoável para adotar a eletrodinâmica planar como ponto de partida para abordagem microscópica da SAT$_c$. Logo a seguir, surge a necessidade de estabelecer uma relação entre os parâmetros deste modelo e os dados experimentais dos supercondutores de alta-T$_c$. Na ação com preservação de paridade, existem alguns parâmetros livres que podem ser identificados com observáveis fenomenológicos que são de crucial relevância para descrever estes materiais. Na eq. (3.1), a constante de acoplamento férmion-bóson $-y-$ tem um caráter efetivo por abranger todos os possíveis mecanismos de interação entre elétrons mediados por excitações escalares (do tipo Higgs). Dada a natureza escalar desta mediação, ela pode envolver e englobar uma grande diversidade de mecanismos de interação baseados em bósons de spin nulo, como os fônons, os plásmons [74], e outras excitações coletivas. Esta similaridade teórica sugere uma identificação entre o parâmetro da teoria de campos com uma constante de acoplamento efetiva entre elétrons e excitações escalares (em vez de um acoplamento elétron-fónons simplesmente):

$$y \longleftrightarrow \lambda_{e-scalar}(\lambda_{e-s}) \tag{3.42}$$

É de fato esperado que os valores de λ_{e-s} sejam maiores que os de λ_{ep}, em vista do caráter efetivo deste novo acoplamento, que engloba outras interações além das fônicas. Os modelos baseados em flutuações de spin anti-ferromagnéticas (mágnons, spin-polarons, éxcitons, etc...) são compatíveis com um parâmetro de ordem tipo onda-d e supõem uma intermediação por partículas de spin-1, que de fato atuam no mecanismo de SAT$_c$, mas obviamente não contribuem para λ_{e-s}.

Outro parâmetro da SAT_c bem conhecido e bem mensurado está relacionado ao comprimento de penetração do campo magnético (λ_c) ortogonalmente aos planos Cu-O. A observação de um parâmetro ortogonal em um sistema aproximadamente planar funciona como um indicativo de uma herança da perdida terceira dimensão espacial. Especificamente, na QED_3, a constante de acoplamento eletromagnética (e^2) deve ter dimensão de massa, tomando lugar da constante adimensional da QED_4 usual. Este fato pode ser entendido como uma memória da terceira dimensão que aparece (dentro da constante de acoplamento) quando se trabalha com uma teoria intrinsecamente definida em três dimensões. Esta peculiaridade dimensional pode ser melhor implementada através da definição de uma nova constante de acoplamento em $D = 1 + 2$ [29, 28]:

$$e \longrightarrow e_3 = e/\sqrt{Z}, \tag{3.43}$$

onde Z representa uma distância ortogonal à dimensão planar. Este parâmetro pode ser identificado com duas escalas das $CSAT_c$: o comprimento de penetração do campo magnético (λ_c), e o comprimento de correlação ortogonal ao plano$-ab$ (ξ_c), cujos valores serão obtidos a partir do conjunto de dados fenomenológicos disponíveis para as compostos supercondutores. Deste modo, pode-se escrever:

$$e_3 = e/\sqrt{\lambda_c} \quad \text{ou} \quad e_3 = e/\sqrt{\xi_c} \tag{3.44}$$

O conhecimento dos parâmetros λ_c e ξ_c tornará a eq. de Schrödinger (em $D = 1 + 2$) inteiramente conhecida e conseqüentemente irá permitir a aplicação de um método numérico para calcular as energias dos estados ligados.

3.5 Estudos numéricos

Nesta seção, amostras de supercondutores de oxigênio-cobre são apresentados, cada uma associada com seu correspondente gap de energia ($2\Delta(0)$), distância de penetração do campo magnético no eixo-c, constante de acoplamento elétron-escalar ($\lambda_{\rm e-s}$) e o correspondente v.e.v. do campo escalar, v^2, que proporciona a obtenção numérica do gap de energia; β é o valor do parâmetro que minimiza a energia e C_s o coeficiente do potencial de interação elétron-elétron dada pela Eq.(3.23). O procedimento é linear; de fato, a escolha dos dados de entrada (v^2; $Z = \lambda_c, \xi_c$; $\lambda_{\rm e-s}$) determina o coeficiente $C_s = 1/2\pi(2\lambda_{\rm e-s}^2 v^2 - e^2/Z)$ e a massa da quasi-partícula de Higgs $M_H = \sqrt{2v^2 e/Z}$, que é o argumento da função de Bessel. Com estes dados, a eq. de Schrödinger torna-se inteiramente conhecida. A aplicação do método variacional permite então encontrar um valor de β que forneça o valor da energia do gap. A quantiadade ξ_{ab} representa o tamanho médio da função de onda associada ao estado ligado do par, que deve ser equivalente ao comprimento de correlação planar nos óxidos de cobre, como de fato o é.

Já foi explicado que a constante de acoplamento $\lambda_{\rm e-s}$ envolve não somente as contribuições fônicas, mas todas aquelas de natureza escalar. Surge, então, a questão de como se pode estimar o valor desta constante. Em relação a $\lambda_{\rm ep}$, sabe-se que as técnicas experimentais trazem à luz uma grande variação nos seus valores de uma amostra para outra, mesmo se tratando do mesmo composto. Por exemplo, nas amostras de $YBa_2Cu_3O_7$ as medidas de $\lambda_{\rm ep}$ variam de 0.2 a 2.5 [61]; tal panorama indefinido ocorre também em outros supercondutores. No caso de $\lambda_{\rm e-s}$, valores maiores são esperados, devido à natureza efetiva deste acoplamento, de tal modo que, nas tabelas 3.1-3.4, esta constante será varrida de 0.5 a 4.0. Estas tabelas 3.1-3.4 contêm dados para momento angular nulo ($l = 0$) e singleto de spin, a fim de descrever o emparelhamento tipo onda-s; nelas adotamos $Z = \lambda_c$, ou seja: $e_3 = e/\sqrt{\lambda_c}$. Os dados de entrada foram coletados das Ref.[75] para as seguintes amostras de supercondutores: $YBa_2Cu_3O_7$, $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$, $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ e $HgBa_2Ca_2Cu_3O_8$.

De acordo com a estrutura planificada das cerâmicas supercondutoras, é notório o caráter diminuto do comprimento de correlação ξ_c, que em geral fica limitado ao intervalo $3 < \xi_c < 10$ (Å) para diversas amostras. Na verdade ξ_c, em geral, reflete quase exatamente a distância entre os planos de Cu-O. Tendo em vista a ordem de grandeza de ξ_c, que implica num fraco acoplamento entre os planos de cobre-oxigênio, a escolha deste parâmetro como grandeza de referência para definição da constante de acoplamento, e_3, desponta ser uma escolha fisicamente bem mais adequada. Neste sentido, nas tabelas 3.5 e 3.6 são apresentados dados para algumas das amostras supercondutoras anteriores, tomando como constante de acoplamento: $e_3 = e/\sqrt{\xi_c}$.

Tabela 3.1: Dados de entrada (de Hasegawa *et al.* and Gallagher *et al.* [44]) e dados de saída para amostra $YBa_2Cu_3O_7$ ($T_c = 87K$ and $2\Delta(0) = 30,0meV$).

v^2(meV)	λ_c(Å)	λ_{es}	C_s(meV)	β	$E_{gap} \pm 0,5$(meV)	ξ_{ab}(Å)
71,33	1800	0,5	4,40	33,52	29,9	29,43
16,65	1800	1,0	4,03	32,07	30,1	30,76
7,10	1800	1,5	3,82	31,21	30,0	31,61
3,90	1800	2,0	3,69	30,71	30,1	32,13
2,44	1800	2,5	3,58	30,23	30,0	32,64
1,67	1800	3,0	3,51	29,97	30,0	32,92
1,22	1800	3,5	3,48	29,84	30,3	33,06
0,92	1800	4,0	3,41	29,52	30,2	33,42

Tabela 3.2: Dados de entrada (de Hasegawa *et al.* e Thompson *et al.* [44]) e dados de saída para $Tl_2Ba_2CaCu_2O_8$ ($T_c = 105$K and $2\Delta(0) = 28,0$meV).

v^2(meV)	λ_c(Å)	λ_{es}	C_s(meV)	β	$E_{gap} \pm 0,5$(meV)	ξ_{ab}(Å)
54,00	4800	0,5	3,82	31,23	28,1	31.59
12,50	4800	1,0	3,50	29,94	28,1	32,95
5,30	4800	1,5	3,31	29,12	28,0	33,88
3,10	4800	2,0	3,29	29,03	28,1	33,99
1,92	4800	2,5	3,17	28,42	27,7	34,72
1,32	4800	3,0	3,13	28,28	28,0	34,89
0,95	4800	3,5	3,05	27,92	27,7	35.34
0,72	4800	4,0	3,01	27,73	27.8	35,58

3.6 Conclusões preliminares

Nesta seção partimos de uma QED_3, com preservação de paridade, com o propósito de determinar o potencial de interação e^-e^-, para subseqüente cálculo dos níveis de energia associados a este sistema. Os resultados numéricos foram obtidos através do método variacional, e o procedimento mostrou-se bem sucedido no sentido de que consegue fitar simultaneamente o gap de energia e o comprimento de correlação das amostras escolhidas, sempre que a distância de penetração (λ_c) e a constante de acoplamento (λ_{es}) são dadas a priori. Neste sentido, temos um modelo teórico que uma vez suplementado com dados fenomenlógicos dos supercondutores, pode revelar-se adequado para abordar o problema da supercondutividade planar.

Um importante resultado é que os dados fenomenológicos fixam uma escala de energia para a quebra da simetria-U(1): $v^2 \sim 10\ meV$, exatamente do mesmo modo que $v \sim 10^2$ GeV é a escala de quebra da simetria da teoria eletrofraca. No caso do panorama descrito, o mecanismo de Higgs é essencial para proporcionar uma massa aos fótons (que está diretamente relacionado ao efeito Meissner) e para garantir um potencial atrativo e^-e^-,

Tabela 3.3: Dados de entrada (de Maeda [44]) e dados de saída de $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ (T_c = 109K and $2\Delta(0) = 53,4$meV).

v^2(meV)	λ_c(Å)	λ_{es}	C_s(meV)	β	$E_{gap} \pm 0,5$(meV)	ξ_{ab}(Å)
96,5	5000	0,5	7,22	43,02	53,4	22,93
22,2	5000	1,0	6,61	41,11	53,4	23,99
9,42	5000	1,5	6,29	40,11	53,4	24,59
5,14	5000	2,0	6,09	39,41	53,4	25,04
3,21	5000	2,5	5,93	38,95	53,3	25,33
2,19	5000	3,0	5,82	38,59	53,4	25,57
1,59	5000	3,5	5,72	38,22	53,4	25,81
1,20	5000	4,0	5,65	38,06	53,5	25,92

que é ponto central deste trabalho. O potencial de resultante do espalhamento Möller – $K_o(Mr)$– proporciona uma função de onda isotrópica como solução para o parâmetro de ordem. A busca por um parâmetro de ordem anisotrópico (tipo onda-p ou onda-d) deve passar pela obtenção de um potencial dependente da variável angular, a partir do qual esta dependência possa transferir-se para o parâmetro de ordem, de tal modo a poder descrever as variações observadas nos estados anisotrópicos.

Tabela 3.4: Dados de entrada (de Schilling *et al.* [44]) e dados de saída de $HgBa_2Ca_2Cu_3O_8$ ($T_c = 131K$ and $2\Delta(0) = 48,0meV$).

$v^2(\text{meV})$	$\lambda_c(\text{Å})$	λ_{es}	$C_s(\text{meV})$	β	$E_{gap} \pm 0,5(\text{meV})$	$\xi_{ab}(\text{Å})$
92,00	3500	0,5	6,67	41,28	48,0	23,90
21,20	3500	1,0	6,09	39,48	48,1	24,99
9,00	3500	1,5	5,79	38,49	48,0	25,63
4,90	3500	2,0	5,58	37,78	47,9	26,12
3,07	3500	2,5	5,45	37,31	48,0	26,44
2,10	3500	3,0	5,36	37,03	48,2	26,64
1,51	3500	3,5	5,25	36,61	47,9	26,95
1,15	3500	4,0	5,19	36,41	48,1	27,09

Tabela 3.5: Dados de entrada (Poole, "*Superconductivity*" [76]) e dados de saída para amostra $YBa_2Cu_3O_7$ ($T_c = 87K$ and $2\Delta(0) = 30,0meV$).

v^2 (meV)	$\xi_c(\text{Å})$	λ_{e-s}	$C_s(meV)$	β	$E_{gap} \pm 0,5(\text{meV})$	$\xi_{ab}(\text{Å})$
2303.1	3.18	1.0	12.45	56.05	-29.96	17.60
1021.5	3.18	1.5	10.94	52.71	-30.05	18.72
573.9	3.18	2.0	10.06	50.58	-30.09	19.51
367.0	3.18	2.5	9.50	49.08	-30.26	20.10
254.7	3.18	3.0	9.00	47.94	-30.10	20.58
187.0	3.18	3.5	8.52	46.61	-29.52	21.17
143.1	3.18	4.0	8.25	45.89	-29.58	21.50

Tabela 3.6: Dados de entrada (Poole, "*Superconductivity*" [76]) e dados de saída para $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ (T_c = 109K and $2\Delta(0) = 53,4$meV).

v^2 (meV)	ξ_c(Å)	λ_{e-s}	$C_s(meV)$	β	$E_{gap} \pm 0,5$(meV)	ξ_{ab}(Å)
2211.5	3.35	1.0	19.87	71.11	-53.37	13.88
979.7	3.35	1.5	17.58	67.11	-53.26	14.70
550.1	3.35	2.0	16.34	64.11	-53.60	15.39
351.6	3.35	2.5	15.42	62.12	-53.57	15.88
243.9	3.35	3.0	14.66	61.11	-53.22	16.15
179.1	3.35	3.5	14.12	60.91	-53.17	16.20
137.0	3.35	4.0	13.67	59.11	-53.11	16.70

Capítulo 4

QED$_3$ Com Termo de Maxwell-Chern-Simons e QES

No início da década de 90, como já mencionado, diversas foram as tentativas de obtenção de estados ligados para pares de elétrons tomando como ponto de partida uma lagrangiana com termo de Maxwell-Chern-Simons. A idéia central consistia na admissão do termo de CS no intuito de conceder massa aos fótons, assegurando simultaneamente uma interação de gauge de alcance finito (associada à necessidade de um potencial atrativo porém não-confinante) e a presença do efeito Meissner. O trabalho pioneiro coube a Kogan [29], que usou a técnica de espalhamento da teoria de campos planar, no limite não-relativístico, para obter o potencial de interação[1] entre dois elétrons, que se revelou atrativo no caso da interação de dipolo magnética (associada ao spin) sobrepujar a repulsão coulombiana. No mesmo sentido, Groshev and Poppitz [30] derivaram a equação de Schrödinger não-relativística a partir da expressão para o "quasipotencial" obtido para um par elétron-elétron, cuja análise mostrou ser a interação magnética de spin a responsável pelo aparecimento de um poço no potencial de 2-elétrons para alguns valores do coeficiente do termo

[1]Kogan observou que o potencial, obtido por espalhamento Möller a baixas energias, é o mesmo derivado calculando-se os campos gerados por uma carga em repouso na dimensão planar (sob ação de um campo externo A^μ).

de MCS. Girotti *et al.* [31] também usaram a teoria de MCS para obter e calcular energias de ligação para 2-elétrons; este resultado, contudo, foi considerado por Hagen [32] como uma redução imprópria do potencial de Aharonov-Bohm, uma vez que um dos seus termos quadráticos não aparece nesta dedução, implicando na quebra da simetria de gauge. Girotti *et al.* [32] argumentam que o potencial de Aharonov-Bohm só aparece completo quando o campo eletromagnético é externo, situação na qual o termo $A_\mu A^\mu$ é essencial para garantir a invariância de gauge da equação de Schrödinger. Dobroliubov *et al.* [33] comentaram esta questão sob a ótica do regime pertubativo, mostrando que o resultado da ref. [31] tem validade apenas para pequenos valores de k (parâmetro estatístico), regime no qual, todavia, a teoria de pertubação deixa de ser válida: termos de ordem mais alta passam a contribuir efetivamente no cálculo da amplitude de espalhamento, de tal modo que o termo $1/k^2$ não mais poderia ser desprezado. A solução para este controvérsia consiste em considerar os diagramas de troca de 2-fótons [35], cuja contribuição em ordem $1/k^2$ à amplitude espalhamento resgata a invariância de gauge da teoria e evita a possibilidade do aparecimento de uma barreira centrífuga atrativa. Outra solução seria restringir-se a região do regime pertubativo, onde $1/k \ll 1$. Na ref.[33] também são analisados diversas situações nas quais os espalhamentos e^-e^-, e^+e^+ podem vir a proporcionar formação de estados ligados, resultado este que só se configura na situação em que interação magnética de dipolo supera a repulsão coulombiana (de cargas iguais), e quando a massa de Chern-Simons é maior que a massa do elétron ($\vartheta > m_e$). Georgelin and Wallet [36] partiram de duas lagrangianas de MCS-QED$_3$, a primeira (segunda) com campo de gauge acoplado não-minimalmente a férmions (bósons), de maneira a considerar a introdução no problema do momento magnético anômalo do elétron (a "tree-level"). O termo de acoplamento não-mínimo quebra a renormalizibilidade do sistema, o que restringe a realização dos cálculos de espalhamento obrigatoriamente a "tree-level". Trabalhando nesta condição, e dentro do limite pertubativo, $1/k \ll 1$, eles obtiveram potencial atrativo para os férmions $(V_{\psi\psi} < 0)$, e também para os bóson escalares $(V_{\varphi\varphi} < 0)$, na aproximação não-relativística. A presença do acoplamento não-mínimo é apontado como o fator-chave para a produção do potencial atrativo entre cargas iguais. O potencial obtido permanece atrativo mesmo no limite da massa topológica muito pequena ($\vartheta \ll m_e$), sob determinada escolha de parâmetros; contudo, por este modelo não ser renormalizável, não existe garantia acerca da validade deste resultado quando entrarem em cena correções radioativas. Vale observar que não foram levados em conta os diagramas de 2-fótons, sob a justificativa do trabalho ter sido realizado no regime pertubativo.

Todas estes modelos, com exceção da ref. [36], revelaram-se infrutíferos sob a persperctiva da sua aplicabilidade aos sistemas supercondutores, devido a condição resultante para a formação do par ($\vartheta > m_e$), uma vez que no âmbito da Matéria Condensada as quasi-partículas exibem energias com várias ordem de grandeza abaixo desta escala ($E \ll m_e$). Veremos que a introdução do mecanismo de Higgs, no âmbito da eletrodinâmica de MCS, trará à luz uma contribuição atrativa ao potencial de espalhamento, que ao superar a contribuição repulsiva do setor de gauge sem satisfazer a condição $\vartheta > m_e$, demonstra que esta deixa de ser essencial para a obtenção de um potencial total atrativo.

O aparecimento de novas evidências [69], embora ainda inconclusivas, de que o estado supercondutor das cerâmicas de óxido-cobre não conserva a simetria de paridade e reversão temporal, abre espaço para tentativas teóricas de conciliação da presença do estado supercondutor com a quebra de paridade, dentro do contexto da QED_3, que sejam capaz de explicar a constituição de pares ligados. Vale lembrar que os modelos de supercondutividade aniônica, desenvolvidos no final dos anos 80, não se baseam na condensação de pares, e não exibem um parâmetro de ordem local, o que inviabiliza a sua aplicação direta à SAT_c (mesmo à temperatura zero).

No intuito de propor um modelo teórico à SAT_c, com quebra de paridade [49], e capaz de proporcionar a formação de pares, este capítudo procede à extensão da eletrodinâmica planar do Cap. 3, admitindo a adição do termo de Chern-Simons à ação (3.1) . O procedimento desenvolvido é inteiramente análogo ao exectuado no capítulo anterior: realiza-se a quebra espontânea de simetria, que gerará uma massa suplementar aos fótons (através do mecanismo de Higgs), originando os bósons vetoriais de Maxwell-Chern-Simons-Proca e o escalar de Higgs. Em seguida, calcula-se a amplitude de espalhamento a "tree-level", mediada por estas duas partículas, e o correspondente potencial de interação e^-e^- no limite não-relativístico. Por ser agora dependente do estado de polarização de spin dos elétrons espalhados, o potencial de interação apresenta-se em três formas distintas, uma para cada possibilidade de polarização dos spins envolvidos, ou seja: $V_{\uparrow\uparrow}, V_{\uparrow\downarrow}$ e $V_{\downarrow\downarrow}$. Estes pontenciais exibem um setor de gauge bem mais complexo que a sua versão com preservação de paridade, não obstante, conservam a possibilidade de serem atrativos, como é explicitamente demonstrado através dos dados numéricos contidos nas tabelas 4.1, 4.2, 4.3. Os resultados apresentados neste capítulo estão parcialmente contidos na ref.[49], onde se discute o potencial de espalhamento $V_{\uparrow\uparrow}$, e na ref. [50], onde se realiza uma discussão mais completa envolvendo os três potenciais $V_{\uparrow\uparrow}, V_{\uparrow\downarrow}, V_{\downarrow\downarrow}$, com seu corresponde estudo numérico.

4.1 Aspectos gerais da QED$_3$ com MCS e quebra de simetria

A ação para a QED$_3$ de Maxwell-Chern-Simons, com dois campos fermiônicos de polarizações opostas, acoplados ao campo de gauge e ao campo escalar complexo, dotado de auto-interação $V(\varphi^*\varphi)$, é dada por:

$$S_{QED-MCS} = \int d^3x\{-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + i\overline{\psi}_+\gamma^\mu D_\mu\psi_+ + i\overline{\psi}_-\gamma^\mu D_\mu\psi_- + \frac{1}{2}\theta\epsilon^{\mu v\alpha}A_\mu\partial_v A_\alpha + \\ - m_e(\overline{\psi}_+\psi_+ - \overline{\psi}_-\psi_-) - y(\overline{\psi}_+\psi_+ - \overline{\psi}_-\psi_-)\varphi^*\varphi + D^\mu\varphi^* D_\mu\varphi - V(\varphi^*\varphi)\}, \tag{4.1}$$

onde o potencial $V(\varphi^*\varphi)$ está dado pela eq. (3.2), valendo sobre o ele as mesmas considerações apresentadas na seção 3.1, incluindo também as condições para assegurar vácuo estável, dadas pelas eqs. (3.3), (3.4).

Os acoplamentos do campo de gauge com os espinores $\psi_\pm$, e com campo escalar, são estabelecidos através de derivadas covariantes:

$$D_\mu\psi_\pm = (\partial_\mu + ieA_\mu)\psi_\pm \quad \text{and} \qquad D_\mu\varphi = (\partial_\mu + ieA_\mu)\varphi,$$

onde "e" é a constante de acoplamento com dimensão de (massa)$^{1/2}$. A respeito dos campos ψ_+, ψ_-, A_μ e φ, vale as mesmas prescrições dadas para a QED_3 sem termo de Chern-Simons, estipulada pela langrangiana (3.1).

Adotando a seguinte parametrização para o campo escalar ($\varphi = v + H + i\theta$), onde H representa o escalar de Higgs, e θ o "would-be Goldstone boson", e aplicando-a à eq. (4.1), a ação resultante assume a forma:

$$\begin{aligned} S_{QED-MCS} = \int d^3x\{ & -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}M_A^2 A^\mu A_\mu + \overline{\psi}_+(i\gamma^\mu D_\mu - m_{eff})\psi_+ + \overline{\psi}_-(i\gamma^\mu D_\mu + \\ & + m_{eff})\psi_- + \frac{1}{2}\theta\epsilon^{\mu v\alpha}A_\mu\partial_v A_\alpha + \partial^\mu H\partial_\mu H - M_H^2 - y\overline{\psi}\psi(h^2 + \theta^2 + 2vH) + \\ & + \partial^\mu\theta\partial_\mu\theta + e^2(H^2 + \theta^2 + 2vH)A^\mu A_\mu + 2eA^\mu(H\partial_\mu\theta - \theta\partial_\mu H) + 2evA^\mu\partial_\mu\theta + \\ & - V(\varphi^*\varphi)\}, \end{aligned} \tag{4.2}$$

cujos parâmetros são:

$$M_A^2 = 2v^2e^2; \qquad m_{eff} = m_e + yv^2; \qquad M_H^2 = 2v^2(\zeta + 2\lambda v^2) \tag{4.3}$$

A fim de preservar a manifesta renormazibilidade do modelo, deve-se adotar o gauge de ´t Hooft gauge, adicionando-se è eq.(4.2) o termo de fixação de gauge dado pela eq. (3.11), a exemplo do que foi feito para o caso da eletrodinâmica sem MCS, de modo a obter a seguinte ação em sua forma completa:

$$\begin{aligned} S_{QED-MCS} = \int d^3x\{ & -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}M_A^2 A^\mu A_\mu - \frac{1}{2\xi}(\partial^\mu A_\mu)^2 + \overline{\psi}_+(i\gamma^\mu D_\mu - m_{eff})\psi_+ + \\ & + \overline{\psi}_-(i\gamma^\mu D_\mu + m_{eff})\psi_- + \frac{1}{2}\theta\epsilon^{\mu v\alpha}A_\mu\partial_v A_\alpha + \partial^\mu H\partial_\mu H + \partial^\mu\theta\partial_\mu\theta - M_\theta^2 + \\ & + 2eA^\mu(H\partial_\mu\theta - \theta\partial_\mu H) - [y(\overline{\psi}\psi) - e^2A^\mu A_\mu][(v+H)^2 + \theta^2] - \mu^2[(v+H)^2 + \\ & + \theta^2] - \frac{\zeta}{2}[(v+H)^2 + \theta^2]^2 - \frac{\lambda}{3}[(v+H)^2 + \theta^2]^3\}, \end{aligned}$$

onde: $M_\theta^2 = \xi M_A^2$.

4.2 O potencial de espalhamento elétron-elétron no limite não-relativístico

O espalhamento Möller será mediado por duas partículas: o escalar de Higgs e campo de gauge massivo (campo de Maxwell-Chern-Simons-Proca). Para chegar à amplitude de espalhamento e aos propagadores, é novamente necessário escrever a ação retendo apenas os termos quadráticos nos campo A^μ, ψ e H, assim como os termos de interação semi-clássica:

$$
\begin{aligned}
S_{quad.} = \int d^3x \Big\{ & -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}M_A^2 A^\mu A_\mu - \frac{1}{2\xi}(\partial_\mu A^\mu)^2 + \frac{1}{2}\theta\epsilon^{\mu v\alpha}A_\mu \partial_v A_\alpha + \\
& + \overline{\psi}_+(i\gamma^\mu D_\mu - m_{eff})\psi_+ + \overline{\psi}_-(i\gamma^\mu D_\mu + m_{eff})\psi_- - 2yv(\overline{\psi}_+\psi_+ - \overline{\psi}_-\psi_-)H + \\
& + \partial^\mu H \partial_\mu H - M_H^2 H^2 + \partial^\mu\theta\partial_\mu\theta - M_\theta^2 \Big\}. \qquad (4.4)
\end{aligned}
$$

Os propagadores para o escalar de Higgs, para os férmions e fóton massivo de Maxwell-Chern-Simons-Proca são:

$$
\langle\overline{\psi}_+\psi_+\rangle = i\frac{\not{k} + m}{k^2 - m^2}\,, \quad \langle\overline{\psi}_-\psi_-\rangle = i\frac{\not{k} - m_{eff}}{k^2 - m_{eff}^2}; \qquad \langle H(k)H(-k)\rangle = \frac{i}{2}\frac{1}{k^2 - M_H^2}; \qquad (4.5)
$$

$$
\begin{aligned}
\langle A_m(k)A_n(-k)\rangle = -i\Big\{ & \frac{k^2 - M_A^2}{(k^2 - M_A^2)^2 - k^2\theta^2}\left(\eta_{\mu\nu} - \frac{k_m k_n}{k^2}\right) + \\
& + \frac{\xi}{(k^2 - \xi M_A^2)}\frac{k_m k_n}{k^2} + \frac{\theta}{(k^2 - M_A^2)^2 - k^2\theta^2} i\epsilon^{\mu\alpha\nu}k_a \Big\}. \qquad (4.6)
\end{aligned}
$$

O propagador do fóton massivo pode ser fatorado na seguinte forma, de modo a explicitar seus pólos físicos massivos:

$$
\begin{aligned}
\langle A_m(k)A_n(-k)\rangle = -i\Big\{ & \left[\frac{C_+}{k^2 - M_+^2} + \frac{C_-}{k^2 - M_-^2}\right]\left(\eta_{\mu\nu} - \frac{k_m k_n}{k^2}\right) + \frac{\xi}{(k^2 - \xi M_A^2)}\frac{k_m k_n}{k^2} + \\
& + \left[\frac{C}{k^2 - M_+^2} - \frac{C}{k^2 - M_-^2}\right] i\epsilon_{\mu\alpha\nu}k^a \Big\}\,, \qquad (4.7)
\end{aligned}
$$

onde as constantes C_+, C_-, C são positivo-definidas:

$$C_\pm = \frac{1}{2}\left[1 \pm \frac{\theta}{\sqrt{4M_A^2+\theta^2}}\right], \quad C = \frac{1}{\sqrt{4M_A^2+\theta^2}}\,. \tag{4.8}$$

As massas quadráticas M_+ e M_-, dadas por

$$M_\pm^2 = \frac{1}{2}\left[(2M_A^2+\theta^2) \pm |\theta|\sqrt{4M_A^2+\theta^2}\right], \tag{4.9}$$

correspondem aos pólos massivos de dois modos (excitações físicas do sistema) do campo de gauge de Maxwell-Chern-Simons-Proca.

Da ação (??) é fácil extrair as regras de Feynman para os vértices: $V_{\pm H\pm} = \pm 2iy$; $V_{\psi A\psi} = ie\gamma^\mu$. Considerando somente o canal-t de espalhamento, pelo fato de estarmos no regime de baixas energias (vide discussão da seção 3.2), pode-se rapidamente escrever as amplitudes de espalhamento, tendo o escalar de Higgs e o fóton de Maxwell-Chern-Simons-Proca como mediadores:

1) Amplitude de espalhamento $e^- - e^-$ (com polarizações iguais e opostas) mediado pelo Higgs:

$$-i\mathcal{M}_{\pm h\pm} = \overline{u}_\pm(p_1')(2ivy)u_\pm(p_1)\left[\frac{i}{2}\frac{1}{k^2-M_H^2}\right]\overline{u}_\pm(p_2')(2ivy)u_\pm(p_2); \tag{4.10}$$

$$-i\mathcal{M}_{\pm h\mp} = \overline{u}_\pm(p_1')(2ivy)u_\pm(p_1)\left[\frac{i}{2}\frac{1}{k^2-M_H^2}\right]\overline{u}_\mp(p_2')(2ivy)u_\mp(p_2);$$

2) Amplitude de espalhamento $e^- - e^-$ (com polarizações iguais e opostas) mediado pelo bóson vetorial massivo:

$$-i\mathcal{M}_{\pm A\pm} = \overline{u}_\pm(p_1')(ie\gamma^\mu)u_\pm(p_1')\left[D_{\mu\nu}(k)\right]\overline{u}_\pm(p_2')(ie\gamma^\mu)u_\pm(p_2) \tag{4.11}$$

$$-i\mathcal{M}_{\pm A\mp} = \overline{u}_\pm(p_1')(ie\gamma^\mu)u_\pm(p_1')\left[D_{\mu\nu}(k)\right]\overline{u}_\mp(p_2')(ie\gamma^\mu)u_\mp(p_2)$$

Os espinores $u_+(p)$, $u_-(p)$ representam as soluções de energia positiva da equação de Dirac, satisfazendo as seguintes condições de normalização: $\overline{u}_+(p)u_+(p) = 1, \overline{u}_-(p)u_-(p) =$

-1, como apropriadamente descrito no apêndice 2.

No referencial do centro de massa, os momentos das partículas interagentes e o momento transferido no espalhamento são:

$$\begin{aligned} p_1 &= (E, p, 0), \quad p_1' = (E, p\cos\phi, p\sin\phi), \\ p_2 &= (E, -p, 0), \quad p_2' = (E, -p\cos\phi, -p\sin\phi), \\ k &= p_1' - p_1 = (0, p(\cos\phi - 1), p\sin\phi), \end{aligned} \tag{4.12}$$

onde ϕ é o ângulo definido pelas partículas espalhadas (em relação à direção inicial).

Após todas estas especificações, verifica-se a amplitude de espalhamento (na aproximação de baixas energias) associada ao escalar de Higgs é independente do estado de polarização do elétrons envolvidos:

$$\mathcal{M}_{Higgs} = -2v^2y^2\left(\frac{1}{\overrightarrow{k}^2 + M_H^2}\right). \tag{4.13}$$

Ao passo que no caso mediado pelo campo de gauge, a dependência da polarização é notória, manifestando-se através da obtenção de três amplitudes diferentes:

$$\mathcal{M}_{\uparrow A\uparrow} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3; \quad \mathcal{M}_{\downarrow A\downarrow} = \mathcal{M}_1 - \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3; \quad \mathcal{M}_{\uparrow A\downarrow} = \mathcal{M}_{\downarrow A\uparrow} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_3;$$

onde:

$$\mathcal{M}_1 = e^2\left[\frac{C_+}{\overrightarrow{k}^2 + M_+^2} + \frac{C_-}{\overrightarrow{k}^2 + M_-^2}\right], \tag{4.14}$$

$$\mathcal{M}_2 = \frac{4e^2p^2}{2m_{\text{eff}}}(1 - \cos\phi)\left[\frac{C}{\overrightarrow{k}^2 + M_+^2} - \frac{C}{\overrightarrow{k}^2 + M_-^2}\right] = \frac{e^2\overrightarrow{k}^2}{m_{\text{eff}}}\left[\frac{C}{\overrightarrow{k}^2 + M_+^2} - \frac{C}{\overrightarrow{k}^2 + M_-^2}\right], \tag{4.15}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_3 &= -i4e^2\frac{p^2\sin\phi}{2m_{\text{eff}}}\left[\frac{C}{\overrightarrow{k}^2 + M_+^2} - \frac{C}{\overrightarrow{k}^2 + M_-^2}\right] = \\ &= \frac{-ie^2\overrightarrow{k}^2}{m_{\text{eff}}}\frac{\sin\phi}{(1 - \cos\phi)}\left[\frac{C}{\overrightarrow{k}^2 + M_+^2} - \frac{C}{\overrightarrow{k}^2 + M_-^2}\right], \end{aligned} \tag{4.16}$$

onde foi usada a relação $\overrightarrow{k}^2 = 2p^2(1-\cos\phi)$. Os termos $\mathcal{M}_1$,$\mathcal{M}_2$ correspondem à parte real da amplitude do espalhamento Möller, ao passo que a parte imaginária $\mathcal{M}_3$ descreve a amplitude de Aharonov-Bohm para férmions [29, 33, 34, 36].

Os potenciais de interação são obtidos através da transformada de Fourier das amplitudes de espalhamento (dentro da approximação de Born):

$$V(\overrightarrow{r}) = \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2}\mathcal{M}e^{i\overrightarrow{k}.\overrightarrow{r}}.$$

De acordo com esta aproximação, o potencial de Higgs resulta atrativo:

$$V_{Higgs}(r) = -\frac{1}{2\pi}2v^2y^2K_o(M_H r), \tag{4.17}$$

Já em relação ao setor de gauge, surgem três potenciais, dependendo do estado de polarização dos elétrons espalhados:

$$\begin{aligned}
V_{gauge\,\uparrow\uparrow}(r) &= V_1(r) + V_2(r) + V_3(r);\\
V_{gauge\,\uparrow\downarrow}(r) &= V_1(r) + V_3(r);\\
V_{gauge\,\downarrow\downarrow}(r) &= V_1(r) - V_2(r) + V_3(r);
\end{aligned}$$

Onde os pontenciais $V_1(r)$, $V_2(r)$, $V_3(r)$ são as transformadas de Fourier das amplitudes $\mathcal{M}_1$,$\mathcal{M}_2$, $\mathcal{M}_3$, e estão dados por:

$$\begin{aligned}
V_1(r) &= \frac{e^2}{2\pi}\Big[C_+K_o(M_+r) + C_-K_o(M_-r)\Big], \qquad (4.18)\\
V_2(r) &= -\frac{e^2}{2\pi}\frac{C}{m_{\rm eff}}\Big[M_+^2K_o(M_+r) - M_-^2K_o(M_-r)\Big],\\
V_3(r) &= 2\frac{e^2}{2\pi}\frac{Cl}{m_{\rm eff}r}\Big[M_+K_1(M_+r) - M_-K_1(M_-r)\Big].
\end{aligned}$$

A expressão completa para cada um destes potenciais é composta pela junção das contribuições do provenientes do setor de Higgs e do setor de gauge, $V(r) = V_{Higgs} + V_{gauge}$, a seguir:

$$V(r)_{\uparrow\uparrow} = -\frac{1}{2\pi}2v^2y^2K_o(M_hr) + \frac{e^2}{2\pi}\left\{(C_+ - \frac{C}{m}M_+^2)K_o(M_+r) + (C_- + \right.$$
$$\left. + \frac{C}{m_{\text{eff}}}M_-^2)K_o(M_-r) + 2\frac{Cl}{m_{\text{eff}}r}(M_+K_1(M_+r) - M_-K_1(M_-r)\right\}; \qquad (4.19)$$

$$V(r)_{\uparrow\downarrow} = -\frac{1}{2\pi}2v^2y^2K_o(M_hr) + \frac{e^2}{2\pi}\left\{C_+K_o(M_+r) + C_-K_o(M_-r) + \right.$$
$$\left. + 2\frac{Cl}{m_{\text{eff}}r}[M_+K_1(M_+r) - M_-K_1(M_-r)\right\}; \qquad (4.20)$$

$$V(r)_{\downarrow\downarrow} = -\frac{1}{2\pi}2v^2y^2K_o(M_hr) + \frac{e^2}{2\pi}\left\{(C_+ + \frac{C}{m_{\text{eff}}}M_+^2)K_o(M_+r) + (C_- - \right.$$
$$\left. + \frac{C}{m_{\text{eff}}}M_-^2)K_o(M_-r) + 2\frac{Cl}{m_{\text{eff}}r}(M_+K_1(M_+r) - M_-K_1(M_-r)\right\}. \qquad (4.21)$$

Aqui, $K_o(x)$ e $K_1(x)$ são funções de Bessel modificadas de ordem zero e de primeira (ordem respctivamente), e l é o momento angular. Deve ser observado que os potenciais de espalhamento e^-e^- apresentados acima, e obtidos no regime de baixas energias, são válidos apenas no regime pertubativo, onde as correções de loop são despreziveis quando comparadas com os termos das aproximação semi-clássica. Uma teoria de pertubação se configura sempre que seus parâmetros adimensionais vêm a ser muito menores que 1. Na fase de simentria quebrada, a QED_3 acoplada ao termo de Maxwell-Chern-Simons tem quatro parâmetros adimensionais: e^2/m, e^2/M_H, e^2/M_+, e^2/M_-. Entretanto, as massas M_H e M_- são nulas na fase de simetria quebrada (quando $v^2 \to 0$), e deste modo, e^2/m e e^2/M_+ permanecem como os naturais parâmetros adimensionais em respeito aos quais uma teoria de pertubação pode ser implementada. Dado que o elétron é a partícula mais pesada ($m \sim 0,5MeV$), enquanto que o escalar de Higgs e fóton massivo possuem massas na ordem de meV ($M_H, M_\pm \approx meV$), pode-se assegurar a validade do regime pertubativo, para os nossos propósitos, quando tivermos $e^2/M_+ \ll 1$ e.$y \ll 1$, o que garantirá $e^2/m \ll 1$.

Aspectos não-triviais do limite galileano (não-relativístico) de uma teoria de gauge são discutidos no trabalho de Hagen [32]. Neste limite, deve-se considerar as contribuições dos diagramas de troca de 2-fótons (diagramas a 1-loop) [35] além daquelas advindas dos diagramas de 1-fóton. Esta exigência faz-se necessária a fim de preservar a invariância de gauge, como bem observado na refs. [32, 33]. O potencial de espalhamento não-relativístico para a teoria de MCS acoplada à QED_3 foi derivado na ref. [33], na qual o regime pertubativo é estabelecido por um parâmetro estatístico k (em nosso caso dado por $4\pi\theta/e^2$), sempre que $1/k \ll 1$. A fim de garantir a invariância de gauge na aproximação de baixas energias, diagramas de troca de 2-fótons são levados em conta, o que leva à forma gauge-invariante do potencial efetivo de espalhamento[2] para o caso da eletrodinâmica de MCS [29, 33]:

$$V_{\mathrm{MCS}}(r) = \frac{e^2}{2\pi}\left[1 - \frac{\theta}{m_e}\right] K_0(\theta r) + \frac{1}{m_e r^2}\left\{l - \frac{e^2}{2\pi\theta}[1 - \theta r K_1(\theta r)]\right\}^2 . \tag{4.22}$$

Na expressão acima, o primeiro termo corresponde ao potencial eletromagnético, ao passo que o último inclui a barreira centrífuga (l/mr^2), o termo de Aharonov-Bohm e o termo de troca de 2-fótons. Vale observar que este procedimento é estritamente necessário quando o modelo em questão é analisado, ou definido, fora do limite pertubativo. Na ref. [36], por exemplo, é realizado um cálculo de potenciais de espalhamento, dentro da aproximação de Born, cujo resultado final não é suplementado por um termo do tipo $\left(\frac{e^2}{2\pi\theta}[1 - \theta r K_1(\theta r)]\right)^2$, sob a justificativa dos mesmos terem sidos derivados dentro do regime pertubativo $(1/k \ll 1)$, no qual o termo de 2-fótons, por ser proporcional a $1/k^2$, revela-se desprezível, não chegando a comprometer efetivamente a invariância de gauge do modelo.

[2]No limite não-relativístico o hamiltoniano é quadrático no momento $(P = \nabla - ieA)$, que implica na presença de um termo do tipo A^2, cuja transforma de Fourier corresponde exatamente ao termo adicionado à expressão (4.22): $\left(\frac{e^2}{2\pi\theta}[1 - \theta r K_1(\theta r)]\right)^2$. Vale observar que os cálculos a "tree-level" do potencial (4.22) conduz apenas a: $V_{eff-\mathrm{MCS}}(r) = \frac{e^2}{2\pi}\left[1 - \frac{\theta}{m_e}\right] K_0(\theta r) + \frac{l}{m_e r^2}\left(1 - \frac{e^2}{\pi\theta}[1 - \theta r K_1(\theta r)]\right)$. Este resultado só passa a exibir um quadrado perfeito quando suplementado pelo termo advindo da troca de 2-fótons, que recebe este nome por ser originário de $A_\mu A^\mu$, cuja presença na lagrangeana indica a presença de vértices com 2-fótons.

Dentro de um cenário que vislumbre aplicações factíveis à matéria condensada, o que deve requerer $\theta \ll m$, o potencial de espalhamento dado pela eq.(4.22) resulta positivo, o que invalida uma possível aplicação deste tipo de modelo à supercondutividade, onde as energias características são da ordem de meV.

Neste momento, surge a necessidade de discutir qual é o status do presente modelo, dado pela lagrangiana (4.1), em relação ao seu limite pertubativo e ao regime de aplicabilidade à Matéria Condensada, tendo sempre em mente que o objetivo central é a obtenção de estados ligados e^-e^- com energia dentro da faixa dos meV. Uma vez que a massa efetiva dos elétrons ($m_{\text{eff}} = m_e + yv^2$) é da ordem de $\sim 10^5 eV$, escala de energia muito superior às energias esperadas para interações da matéria condensada, urge impor a seguinte condição sobre as excitações físicas do modelo:

$$m_{\text{eff}} \gg \vartheta, M_A, M_\pm \tag{4.23}$$

No limite em que $M_A \to 0$, temos $M_+ \sim \vartheta$; vemos assim que a parâmetro adimensional e^2/M_+ recai em e^2/ϑ, que nesta situação escapa do regime pertubativo, uma vez que ϑ é agora da ordem de meV. Portanto, nesta escala de energia, os resultados obtidos não podem ser restringidos ao limite pertubativo, tornando relevante a consideração do termo de 2-fótons às eqs.(4.19, 4.20, 4.21), a fim de assegurar a invariância de gauge destes potenciais. Como resultado final, reescrevemos as três expressões para o potenciais de espalhamento efetivos e gauge-invariante:

$$\begin{aligned} V_{\text{eff}_{\uparrow\uparrow}}(r) = &-\frac{1}{2\pi}2v^2y^2K_0(M_Hr) + \frac{e^2}{2\pi}\left\{\left[(C_+ - \frac{C}{m_{\text{eff}}}M_+^2\right]K_0(M_+r) + \left[C_- + \frac{C}{m_{\text{eff}}}M_-^2\right]\times\right. \\ &\left.\times K_0(M_-r)\right\} + \frac{1}{m_{\text{eff}}r^2}\left\{l + \frac{e^2}{2\pi}Cr[M_+K_1(M_+r) - M_-K_1(M_-r)]\right\}^2 , \end{aligned} \tag{4.24}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{eff}_{\uparrow\downarrow}}(r) = &-\frac{1}{2\pi}2v^2y^2K_0(M_Hr) + \frac{e^2}{2\pi}\,[C_+K_o(M_+r) + C_-K_o(M_-r)] + \frac{1}{m_{\text{eff}}r^2}\left\{l+\right. \\ &\left.+\frac{e^2}{2\pi}Cr[M_+K_1(M_+r) - M_-K_1(M_-r)]\right\}^2, \end{aligned} \tag{4.25}$$

$$V_{\text{eff}_{\downarrow\downarrow}}(r) = -\frac{1}{2\pi}2v^2y^2K_0(M_Hr) + \frac{e^2}{2\pi}\left\{\left[C_+ + \frac{C}{m_{\text{eff}}}M_+^2\right]K_o(M_+r) + \left[C_- - \frac{C}{m_{\text{eff}}}M_-^2\right]\times\right.$$
$$\left.\times\, K_o(M_-r)\right\} + \frac{1}{m_{\text{eff}}r^2}\left\{l + \frac{e^2}{2\pi}Cr[M_+K_1(M_+r) - M_-K_1(M_-r)]\right\}^2, \qquad (4.26)$$

onde $\frac{l^2}{mr^2}$ representa a barreira centrífuga, e os termos prorcionais a C^2 surgem da troca de 2-fótons. Pode agora ser observado nas expressões (4.24, 4.25, 4.26) que apenas o primeiro termo de cada uma delas é atrativo, justamente o que é oriundo da interação de Higgs.

Dentro da ordem de grandeza de energia imposta pela condição (4.23), os coeficientes de proporcionalidade do potencial $V_2(r)$ tornam-se dispreziveis, ou seja:

$$m_{\text{eff}} \gg \vartheta, M_A, M_\pm \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{C}{m_{\text{eff}}}M_+^2 \ll 1,\ \frac{C}{m_{\text{eff}}}M_-^2 \ll 1 \qquad (4.27)$$

Em face destas ponderações, o potencial $V_2(r)$ revela-se negligenciável perante $V_1(r)$ e $V_3(r)$, conduzindo a uma simplicação nas expressões (4.24), (4.25), (4.26), que se degeneram numa só forma:

$$V_{\text{eff}_{\uparrow\uparrow}}(r) = V_{\text{eff}_{\uparrow\downarrow}}(r) = V_{\text{eff}_{\downarrow\downarrow}}(r) = -\frac{1}{2\pi}2v^2y^2K_0(M_Hr) + \frac{e^2}{2\pi}\left[C_+K_o(M_+r) + C_-K_o(M_-r)\right] +$$
$$+ \frac{1}{m_{\text{eff}}r^2}\left\{l + \frac{e^2}{2\pi}Cr[M_+K_1(M_+r) - M_-K_1(M_-r)]\right\}^2, \qquad (4.28)$$

Em virtude do fato de $C_\pm > 0$, $\forall\ \vartheta, M_A$, o segundo termo (proporcional a termo $e^2/2\pi$) dos potenciais acima é positivo, tornando evidente o caráter repulsivo do setor de gauge, já que o último termo é também sempre positivo. Esta análise mostra que os potenciais (4.24), (4.25), (4.26) serão atrativos somente quando a contribuição atrativa, originada da interação de Yukawa, superar a contribuição proveniente do setor de gauge, o que pode ser obtido efetuando-se um apropriado ajuste sobre os parâmetros (constantes de acoplamento e massas) do modelo. Como consequênca, isto pode vir a viabilizar a formação de estados ligados e^-e^-, uma vez que os referidos potenciais são "fracos" de acordo com o critério de Kato, dado pela eq. (3.36), e discutido por Chadan *et al.* [55] no contexto de um espalhamento a baixas energias em (1+2) dimensões.

Ainda sobre a expressão (4.28), pode-se percerber no seu âmago a quebra de paridade, relacionada ao momento angular, uma vez que a substituição, $l \rightarrow -l$, não leva ao mesmo resultado, dado a existência de um termo linear em l. Do ponto de vista global, a análise conjunta dos três potenciais, revela um detalhe interessante: os três inicialmente distintos, degeneram-se no limite de aplicabilidade do modelo à matéria condensada, definido pela condição (4.27).

Por fim, é importante revelar como os setores de gauge dos potenciais (4.24), (4.25), (4.26) se comportam no limite em que a massa de Proca tende a zero ($M_A \rightarrow 0$). Neste limite, o propagador do campo de gauge reduz-se ao caso de Chern-Simons, levando aos seguintes resultados:

$$M_+ \longrightarrow \theta; M_- \longrightarrow 0; C_+ \longrightarrow 1; C_- \longrightarrow 0; K_1(M_-r) \longrightarrow \frac{1}{M_-r}; C \longrightarrow \frac{1}{\theta}; \tag{4.29}$$

$$\lim_{M_A \longrightarrow 0} V_{\uparrow\uparrow}(r) = \frac{e^2}{2\pi}(1 - \frac{\theta}{m_{\rm eff}})K_o(\theta r) + \frac{1}{m_{\rm eff}r^2}\left[l - \frac{e^2}{2\pi\theta}(1 - \theta r K_1(\theta r))\right]^2, \tag{4.30}$$

$$\lim_{M_A \longrightarrow 0} V_{\uparrow\downarrow}(r) = \frac{e^2}{2\pi}K_o(\theta r) + \frac{1}{m_{\rm eff}r^2}\left[l - \frac{e^2}{2\pi\theta}(1 - \theta r K_1(\theta r))\right]^2, \tag{4.31}$$

$$\lim_{M_A \longrightarrow 0} V_{\downarrow\downarrow}(r) = \frac{e^2}{2\pi}(1 + \frac{\theta}{m_{\rm eff}})K_o(\theta r) + \frac{1}{m_{\rm eff}r^2}\left[l + \frac{e^2}{2\pi\theta}(1 - \theta r K_1(\theta r))\right]^2. \tag{4.32}$$

A eq. (4.30) encerra extamente o mesmo resultado obtido por Dobrolibov [33] *et al.* e outros [29, 30] para o espalhamento de dois elétrons de polarização-up, o que reforça a generalização realizada no presente trabalho.

4.3 Análise numérica dos potenciais

A análise numérica dos potenciais $V_{\text{eff}_{\uparrow\uparrow}}, V_{\text{eff}_{\uparrow\downarrow}}, V_{\text{eff}_{\downarrow\downarrow}}$ é certamente mais complexa que aquela desenvolvida no capítulo precedente, onde a quantidade de parâmetros era menor. No presente caso é conveniente primeiramente realizar um estudo sobre os parâmetros relevantes do modelo, e então depois partir para um procedimento numérico. O objetivo desta seção não é fazer uma aplicação explícita e direta a nenhuma amostra de supercondutor planar, uma que vez a quebra da simetria de paridade ainda não foi *conclusivamente* identificada em nenhuma amotra em particular. O intuito é muito mais demonstrar que, para determinados valores de parâmetros, os potenciais obtidos são atrativos e conduzem à formação de um estado ligado e^-e^-, cuja energia pode ser associada à energia do gap de uma possível amostra supercondutora (que venha a exibir quebra de paridade).

Os potenciais $V_{\text{eff}_{\uparrow\uparrow}}$ e $V_{\text{eff}_{\downarrow\downarrow}}$ representam a interação resultante entre spins paralelos, que constituem um tripleto de spin, estado simétrico ao qual deve ser associada uma função de momento angular anti-simétrica ($l = 1$). Concernentemente ao potencial $V_{\text{eff}_{\uparrow\downarrow}}$, abre-se duas possibilidades: (i) tanto pode se tratar de uma onda-s (singleto de spin e momento angular nulo, $l = 0$), (ii) quando pode estar vinculado a uma onda-p (tripleto de spin e momento angular $l = 1$). Esta dualidade advém do fato da quebra de paridade não necessariamente se manifestar nos estados do sistema, apesar de estar presente na interação mediada pelo campo de MCS, o que não restringe os autoestados do sistema apenas aqueles com quebra de paridade ($l = 1$). No caso dos potenciais $V_{\text{eff}_{\uparrow\uparrow}}$ e $V_{\text{eff}_{\downarrow\downarrow}}$, associados ao tripleto de spin, a aplicação do método variacional requereria uma função teste que se comporte com $r^{3/2}$ na origem, de acordo com a eq. (3.41). Entretanto, esta não é a função de onda mais apropriada para esta situação, uma vez que a função associada ao momento angular $l = 1$ deve conter anisotropia no plano$-ab$, ao passo que a função-teste dada pela eq. (3.41) é isotrópica (não depende da variável angular). Para o potencial $V_{\text{eff}_{\uparrow\downarrow}}$, tanto é possível adotar a função-teste do caso anterior, quanto admitir uma função-teste de onda-s, porporcional a $r^{1/2}$, dada eq. (3.38), em procedimento variacional análogo ao desenvolvido no capítulo anterior, sem nenhuma modificação adicional.

Antes de iniciarmos um exame numérico dos potenciais, convém deixar claro quais são os parâmetros relevantes aos cálculos:

$$e_3^2 = \frac{e^2}{Z} = \frac{1}{137,04}\frac{1973,26}{Z} = \frac{14,399}{Z}, \tag{4.33}$$

$$\alpha = \frac{\vartheta}{M_A}, \tag{4.34}$$

$$\zeta < 0,\ \lambda \geq \frac{3}{4}\frac{|\zeta|}{\upsilon^2}, \tag{4.35}$$

$$\lambda = \frac{3}{4}\frac{|\zeta|}{\upsilon^2} \Longrightarrow M_H^2 = \nu^2|\zeta|, \tag{4.36}$$

$$\lambda = \frac{|\zeta|}{\upsilon^2} \Longrightarrow M_H^2 = 2\nu^2|\zeta|. \tag{4.37}$$

Onde e_3 é a constante de acoplamento planar, na qual já está imbutido o parâmetro Z (comprimento ortogonal ao plano-ab), que deve ser avaliado dentro de um intervalo condizente com a estrutura planar das cerâmicas supercondutoras; neste sentido permanece confinado ao intervalo: $2 < Z < 15$Å, que reflete a dimensão característica do comprimento de correlação ortogonal (ξ_c). Vale observar que Z é dado em ângstrons, enquanto e_3^2 em eV, já que $1\text{Å}^{-1} = 1973,26\ eV$ (vide apêndice1). Já o parâmetro alfa (α) é definido como a razão entre a massa de Proca e a massa de Chern-Simons, e é utilzado para fixar uma escala de comparação e ligação entre ambas. Os parâmetros ζ, λ do potencial $V(\varphi\varphi^*)$ são importantes para assegurar um vácuo estável para o modelo, condição transcrita nas inequações (4.35). Estes vínculos também agem sobre a massa de Higgs, que como sabemos tem um valor mínimo: $M^2_{H\,\text{min}} = \frac{3}{4}\frac{|\zeta|}{\lambda}$. O valor da massa de Higgs estará definido somente por ν^2 e $|\zeta|$ quando uma relação para λ estiver preestabelecida, como evidenciado pelas expressões (4.36) e (4.37).

Iniciamos a análise numérica explorando o potencial $V_{\text{eff}_{\uparrow\downarrow}}$ através do método variacional, implementando-o com a proposição da seguinte função-teste: $\varphi(r) = r^{1/2}e^{-\beta r}$, dada pela eq. (3.38), à eq. de Schrödinger. As tabelas 4.1 e 4.2 exibem os valores do GAP (energia do par e^-e^-) e da função de correlação (ξ_{ab}) para $V_{\text{eff}_{\uparrow\downarrow}}$, obtidos de acordo com os parâmetros de entrada estipulados.

Dentro da aproximação (4.27), sabemos que os três potenciais obtidos são degenerados, o que implicará nos mesmos valores de energia para $V_{\text{eff}_{\uparrow\uparrow}}, V_{\text{eff}_{\uparrow\downarrow}}, V_{\text{eff}_{\downarrow\downarrow}}$ em relação a um mesmo conjunto de parâmetros de entrada. A tabela 4.3 contém dados numéricos gerados pelo método variacional usando como função-teste: $\varphi(r) = r^{3/2}e^{-\beta r}$, dada pela eq. (3.41). Os dados de entrada são $v^2, Z\left(\text{Å}\right), y, \alpha, \zeta$ e M_H, com os quais se obtém valores para o $\text{GAP}_{\uparrow\uparrow} = \text{GAP}_{\downarrow\downarrow} = \text{GAP}_{\uparrow\downarrow}$ e comprimento de correlação $(\xi_{ab\uparrow\uparrow} = \xi_{ab\downarrow\downarrow} = \xi_{ab\uparrow\downarrow})$, quando $l = 1$.

Tabela 4.1: Dados de entrada: $\nu^2, Z, \alpha, \zeta, M_H^2 = \nu^2|\zeta|$ e $l = 0$; dados numéricos de saída: $2\Delta(0)$ e ξ_{ab}. Função-teste adotada: $\varphi(r) = r^{1/2}e^{-\beta r}$

v^2(meV)	Z(Å)	y	α	ζ (eV)	$M_H = \sqrt{\nu^2\|\zeta\|}$	β	$\text{GAP}_{\uparrow\downarrow}$(meV)	$\xi_{ab_{\uparrow\downarrow}}$(Å)
47.0	10.0	4.0	1.0	4.0	433.0	51.1	−59.2	19.3
47.0	10.0	4.0	0.5	4.0	433.0	51.8	−23.7	19.0
48.0	10.0	4.0	0.5	4.0	438.0	29.8	−50.2	16.6
48.0	10.0	3.9	1.0	4.0	438.0	29.8	−24.8	33.1
60.0	8.0	4.0	1.0	8.0	693.0	71.1	−33.3	13.9
60.0	8.0	4.0	0.5	6.0	600.0	69.2	−32.8	14.3
60.0	8.0	3.9	1.0	5.0	548.0	27.1	−30.4	36.4
70.0	7.0	4.0	0.4	7.0	700.0	89.2	−62.7	11.6
70.0	7.0	4.0	0.6	8.0	748.0	87.5	−54.0	11.3
70.0	7.0	3.9	1.0	7.0	700.0	51.2	−32.3	19.3
70.0	7.0	3.9	0.5	5.0	590.0	50.8	−38.5	19.4

Pelos dados das tabelas 4.1, 4.2, 4.3, é possível formar um entendimento qualitativo da influência do conjunto de parâmetros sobre os valores do gap e de ξ_{ab}. Aumentar ζ (em valor absoluto) e ν^2, implica em elevar a massa de Higgs, reduzindo o alcançe da interação atrativa, o que é percebido na diminuição do valor da energia do estado ligado. Do mesmo modo, o aumento do parâmetro α acarreta uma maior massa de Chern-Simons, e consequentemente uma redução no alcançe da interação repulsiva, que se reflete no incremento no valor absoluto da energia de ligação. O parâmetro Z atua diretamente

Tabela 4.2: Dados de entrada: $\nu^2, Z, \alpha, \zeta, M_H^2 = 2\nu^2|\zeta|$ e $l = 0$; dados numéricos de saída: $2\Delta(0)$ e ξ_{ab}. Função-teste adotada: $\varphi(r) = r^{1/2}e^{-\beta r}$

v^2 (meV)	Z(Å)	y	α	ζ (eV)	$M_H = \sqrt{2\nu^2\vert\zeta\vert}$	β	GAP$_{\uparrow\downarrow}$(meV)	$\xi_{ab_{\uparrow\downarrow}}$(Å)
40.0	12.0	4.0	1.0	2.0	400.0	56.1	−54.1	17.6
40.0	12.0	4.0	0.5	2.0	400.0	59.2	−24.5	16.7
40.0	12.0	4.0	0.3	2.0	400.0	58.1	−17.2	17.0
40.0	12.0	4.0	1.0	2.5	447.2	57.9	−31.4	17.0
50.0	10.0	4.0	1.5	6.3	793.7	79.1	−41.1	12.5
50.0	10	4.0	1.5	5.3	728.0	79.1	−63.1	12.5
60.0	8.0	4.0	0.5	3.0	600.0	69.2	−32.8	14.3
60.0	8.0	3.9	0.1	2.0	489.9	51.2	−38.6	19.3
60.0	8.0	3.9	1	2.0	489.9	27.2	−62.8	36.3
80.0	6.0	4.0	0.5	4.0	800.0	79.1	−40.2	12.5
80.0	6.0	4.0	0.1	3.0	692.8	78.1	−76.7	12.6
80.0	6.0	3.9	0.5	2.5	632.5	27.1	−36.0	36.4
80.0	6.0	3.9	0.6	2.5	632.5	29.8	−45.7	33.1

na constante de acoplamento e_3: quanto maior Z, menor o acoplamento de gauge, e menor também a interação repulsiva, favorecendo novamente o aumento da energia de ligação. Os parâmetros ν^2 e y atuam no acoplamento da interação de Higgs, de modo que a elevar sensivelmente a energia de ligação. No caso específico da tabela 4.3, é perceptível um significativo acréscimo no valor de ξ_{ab}, uma consequência de ter sido adotada uma função-teste isotrópica que se comporta como $r^{3/2}$ na origem. Este seu caráter isotrópico acaba caracterizando uma aproximação irreal, uma vez que o estado de momento angular $l = 1$ deve exibir anisotropia espacial, observação esta que confere aos dados da tabela 4.3 um aspecto mais qualitativo, sem entretanto, anular o resultado fundamentalmente importante desta seção: através de um adequado ajuste de parâmetros, é possível obter

Tabela 4.3: Dados de entrada: $\nu^2, Z, \alpha, \zeta, M_H^2 = 2\nu^2|\zeta|$ e $l = 1$; dados numéricos de saída: $2\Delta(0)$ e ξ_{ab}. Função-teste adotada: $\varphi(r) = r^{3/2}e^{-\beta r}$

v^2(meV)	Z(Å)	y	α	ζ (eV)	$M_H = \sqrt{2\nu^2\lvert\zeta\rvert}$	GAP (meV)	ξ_{ab}(Å)	β
30.0	16.0	4.0	2.0	−2.0	489.9	−71.5	53.7	55.1
30.0	15.5	4.0	2.0	−3.0	489.9	−23.2	72.7	40.7
30.0	15.5	4.0	3.0	−4.0	489.9	−56.2	70.1	42.2
32.0	15.0	4.0	2.0	−3.0	438.2	−49.5	41.9	70.7
32.0	15.0	4.0	1.0	−2.0	357.8	−18.0	58.9	51.1
50.0	10.0	4.0	1.5	−5.3	728.0	−43.9	36.6	80.9
50.0	10.0	4.0	1.5	−4.0	632.4	−77.3	37.4	79.1
50.0	10.0	4.0	0.8	−3.0	547.7	−49.5	40.9	72.4
50.0	10.0	4.0	0.5	−3.0	547.7	−25.0	45.0	42.9
80.0	6.5	3.8	1.0	−4.0	800.0	−21.6	48.3	61.3
80.0	6.5	3.8	0.5	−3.0	692.8	−18.8	58.4	50.7
80.0	6.5	3.8	0.5	−2.5	632.5	−52.32	57.14	51.8

valores para a energia e comprimento de correlação dos pares $e^- - e^-$ dentro do intervalo fenomenológico característico da supercondutividade planar.

4.4 Conclusões preliminares

Os potenciais de interação eléton-elétron, derivados para a eletrodinâmica de MCS com quebra espontânea de simetria, estabelecem a possibilidade de emparelhamento de elétrons e a consequente formação de estados ligados, desde que a contribuição do setor de Higgs ao potencial efetivo supere (em módulo) a contribuição de gauge, sempre repulsiva no intervalo de energia relevante às excitações da matéria condensada ($\theta \ll m$). Observa-se que os potenciais efetivos de espalhamento, dados pelas eqs. (4.24, 4.25, 4.26), tornam-se atrativos para escolhas apropriadas de parâmetros. Os dados dispostos nas tabelas 4.1, 4.2, 4.3 anteriores mostram que o mecanismo de Higgs proporciona um caminho para obtenção de um potencial elétron-elétron atrativo também no caso da QED_3 com quebra de paridade. Vale ainda ressaltar que este modelo supera as dificuldades encontradas por vários autores [29, 30, 31, 33], que tentaram encontrar estados ligados para pares elétron-elétron na eletrodinâmica de MCS considerando apenas a troca de bósons vetoriais. Os dados dispostos nestas tabelas confirmam a escala de energia $(10 - 100 meV)$, verificada no cap. 3, para a quebra da simetria U(1)-local no âmbito do supercondutores planares.

Capítulo 5

Observações finais e perspectivas

A discussão da anisotropia, dentro do contexto do modelo adotado, está ligada a um nível mais óbvio, a obtenção de um potencial de interação dependente da variável angular, já que com um potencial radial dentro da equação de Schrödinger é possível apenas chegar a soluções de onda com simetria espacial no plano. Observando o problema sob este ponto de vista, a manifestação de uma solução anisotrópica pode estar associada à proposição de duas considerações: (i) a realização de cálculos de espalhamento a 1-loop, no intuito de, nesta ordem, ser obtido um potencial de interação dependente da variável angular; (ii) a introdução de um termo na lagrangiana que contenha, ainda a "tree-level", um potencial com dependência angular. Uma abordagem que pode vir a contemplar esta segunda opção, consiste em considerar um termo de quebra de paridade e violação da invariância de Lorentz, gerado a partir do acoplamento de um 3-vetor fixo e externo, v_μ, ao campo de gauge, do tipo: $\varepsilon^{\mu\nu\beta}v_\mu\varphi\partial_\nu A_\beta$. Esta é a linha de investigação iniciada por Jackiw *et al.* [83], onde se discute a birrefringência em conexão com a quebra das simetria de Lorentz e de paridade.

Os resultados deste trabalhos são válidos na aproximação de temperatura nula ($T = 0$), que certamente não corresponde à realidade dos sistemas da Matéria Condensada, e muito menos à realidade dos supercondutores de alta-T_c, nos quais a fase supercondutora pode se manifestar até temperaturas próximas aos $130K$. Neste sentido, não apenas é conveniente, como também essencial para aceitação do presente modelo, que ele seja capaz de apresentar resultados positivos à temperatura finita. Sabe-se, contudo, que o teorema de Mermim-Wagner proíbe a observação de transição de fase de segunda ordem em $(1+2)$ dimensões quando $T \neq 0$, como uma decorrência da inexistência do fenômeno de quebra espontânea de simetria nesta situação. Privado do mecanismo de quebra de simetria, não há mecanismo de Higgs, nem massa para fótons, e obviamente as condições teóricas que viabilizam a formação dos pares e^-e^- neste modelo não mais se fazem presentes. Dados experimentais indicam que o comprimento de correlação ortogonal (ξ_c), das cerâmicas supercondutoras, diminui à medida que cresce a temperatura crítica destes compostos, reduzindo-se a valores inferiores à distância interplanar. Nesta situação configura-se a planaridade do sistema, uma vez que um plano de condução não consegue enxergar nem seus vizinhos adjacentes. Este fato é confirmado com dados referentes à várias amostras.

Uma possível abordagem para tratar esta situação, seria obter um modelo no qual o acoplamento interplanar diminua com a elevação da temperatura. Neste sentido, seria interessante abondonar a eletrodinâmica estritamente planar que foi usada ao longo deste trabalho, e passar a usar uma versão com acoplamento (fraco) entre os planos. Tal recurso permite voltar ao mundo 4-dimensional, uma vez que a interação interplanar deve ser implementada através de um acoplamento que faça menção direta à terceira dimensão espacial. A introdução de temperatura num modelo com acoplamento interplanar, abre espaço para a ocorrência da quebra espontânea de simetria e implementação do mecanismo de Higgs. A investigação do potencial efetivo resultante pode vir a revelar informações relevantes acerca da termodinâmica do modelo, principalmente se for possível explicar uma sensível redução do acoplamento interplanar com a elevação da temperatura.

Nos dois modelos de QED_3 estudados, os fémions exibem acoplamento de Yukawa com os bósons escalares através dos termos: $y\,(\varphi^*\varphi)\,\overline{\psi}_\pm\psi_\pm$, que representam a interação elétron-elétron mediada por excitações de spin zero (todas aquelas representáveis por um campo escalar complexo). Este termo de acoplamento, obviamente, não contempla a possibilidade de interação e^-e^- mediada por partículas dotadas de spin não-nulo, de modo a que as excitações de natureza magnética não estão acomodadas neste modelo. Uma possibilidade de superar esta limitação, seria suplementar as lagrangianas estudadas com um termo que represente as excitações magnéticas. Este termo poderia consistir de um acoplamento não-mínimo com um campo estatístico a_μ, associado a uma simetria de rotação τ_3.

Uma outra factível vertente deste trabalho, e não exatamente similar, consiste na adoção de uma lagrangiana (sem quebra de simetria ou mecanismo de Higgs) composta dois campos de gauge (com dinâmica), um usual (A_μ) e outro "estatístico" (a_μ), acoplados a duas famílias fermiônicas ψ_+, ψ_-. Enquanto o acoplamento com o campo A_μ é realizado através da constante e, o acoplamento do campo estatístico é sensível ao spin do espinor, resultando em $(\pm g)$, como ser visto através da derivada covariante: $D_\mu\psi_\pm = (\partial_\mu + ieA_\mu \pm iga_\mu)\psi_\pm$. Este modelo, uma vertente da $\tau_3 - QED_3$, apresenta ainda um termo de Chern-Simons misto $\left(\vartheta\varepsilon^{\mu\nu\beta}A_\mu\partial_v a_\beta\right)$ acoplando aos dois campos de gauge entre si, e expõe a possibilidade de atração entre férmions de polarização oposta, concretizada por um potencial de espalhamento proporcional a $\left(e^2 - g^2\right)$, atrativo quando $g^2 > e^2$. Outro ponto marcante deste modelo, é não-renormalização a 1-loop da massa do termo misto de CS.

Capítulo 6

Apêndices

6.1 Apêndice1

Ao longo de todo este trabalho foi adotado o sistema de unidades naturais, definido através da convenção:

$$\hbar = c = 1. \tag{6.1}$$

Em decorrência da qual comprimento e tempo passam a ter a mesma dimensão, e são medidos em unidades de (massa)$^{-1}$ ou (energia)$^{-1}$. Da mesma forma, todas as as outras grandezas físicas podem ser exprimíveis em unidades de energia. Neste sistema de referência as seguintes conversões são úteis:

$$1m = 3,3358.10^{-9}s = 3,1631.10^{25}J^{-1} = 5,0679.10^{6}(eV)^{-1} \tag{6.2}$$

$$1J = 3,163.10^{25}m^{-1} = 1,1128.10^{-17}kg; 1Kg = 8,9874.10^{16}J = 5,6094.10^{35}eV \tag{6.3}$$

$$1eV = 5,0678.10^{-4}\text{Å}^{-1} = 11.604,5K \rightarrow 1(eV)^{-1} = 1973,26\text{Å} = 8,617.10^{-5}K^{-1} \tag{6.4}$$

$$\alpha = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_o} = e^2 = \frac{1}{137,04} = 7,297.10^{-3} \tag{6.5}$$

Onde m (metro), s (segundo), J (joule), eV (elétron-volt), K (grau Kelvin) representam as unidades de comprimento, tempo, energia e temperatura do Sistema Internacional, enquanto α é a constante de estrutura fina.

6.2 Apêndice2

Neste apêndice apresenta-se a álgebra espinorial $so(1,2)$ que gera os espinores de Dirac, solução da equação de Dirac em $D = 1 + 2$ dimensões. A métrica adotada é $\eta^{\mu\nu} = (+, -, -)$, e a equação de Dirac é escrita como:

$$(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi_{+}(x) = 0, \tag{6.6}$$

$$(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} + m)\psi_{-}(x) = 0. \tag{6.7}$$

Os espinores $\psi_{+}(p)$, $\psi_{-}(p)$ tem uma componente de energia positiva - $u_{\pm}(p)$ - e de energia negativa - $v_{\pm}(p)$:

$$\psi_{+}(x) = \int \frac{d^2\overrightarrow{k}}{(2\pi)^2}\frac{m}{E}\left[a_{+}u_{+}(k)e^{-ik.x} + b_{+}^{+}v_{+}(k)e^{ik.x}\right], \tag{6.8}$$

$$\psi_{-}(x) = \int \frac{d^2\overrightarrow{k}}{(2\pi)^2}\frac{m}{E}\left[a_{-}u_{-}(k)e^{-ik.x} + b_{-}^{+}v_{-}(k)e^{ik.x}\right]. \tag{6.9}$$

Como este trabalho se ocupa exclusivamente do comportamento de elétrons, as soluções de energia negativa das equações (6.6, 6.6) são descartadas. Neste sentido, as equações de energia positiva, com polarização "up" e "down", são:

$$(\not{p} - m)\, u_{+}(p) = 0, \tag{6.10}$$

$$(\not{p} + m)\, u_{-}(p) = 0, \tag{6.11}$$

onde $u_{+}(p)$, $u_{-}(p)$ representam os espinores de energia positiva com polarização "up" e "down" respectivamente. As soluções das equações (6.10,6.11), são dadas por:

$$u_{+}(p) = \frac{\not{p} + m}{\sqrt{2m(E+m)}}u_{+}(m, \overrightarrow{0}), \tag{6.12}$$

$$u_{-}(p) = \frac{\not{p} - m}{\sqrt{2m(E+m)}}u_{+}(m, \overrightarrow{0}), \tag{6.13}$$

onde $u_+(m, \overrightarrow{0})$ e $u_-(m, \overrightarrow{0})$ representam um elétron-"up" e -down (respectivamente) no referencial de repouso, matricialmente escritos na forma:

$$u_+(m, \overrightarrow{0}) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \qquad u_-(m, \overrightarrow{0}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{6.14}$$

Em $D = 1 + 2$, os geradores do grupo SO(1,2) estão dados pela seguinte relação:

$$\Sigma^{jl} = \frac{1}{4}[\gamma^j, \gamma^l], \tag{6.15}$$

onde as matrizes γ devem satisfazer a álgebra $so(1, 2)$:

$$[\gamma_\mu, \gamma_\nu] = 2i\epsilon_{\mu\nu\alpha}\gamma^\alpha, \tag{6.16}$$

e são tomadas como: $\gamma^\mu = (\sigma_z, -i\sigma_x, i\sigma_y)$. Explicitamente, tem-se:

$$\gamma_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \ \gamma_1 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{bmatrix}; \ \gamma_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{6.17}$$

O operador de spin associado aos geradores desta álgebra é:

$$S^{12} = \frac{1}{2}\sigma_z, \tag{6.18}$$

cuja atuação sobre os espinores $u_+(m, \overrightarrow{0})$ e $u_-(m, \overrightarrow{0})$ revela os seus autovalores de spin ($\pm 1/2$):

$$S^{12}u_+(m, \overrightarrow{0}) = +\frac{1}{2}u_+(m, \overrightarrow{0}); \quad S^{12}u_-(m, \overrightarrow{0}) = -\frac{1}{2}u_-(m, \overrightarrow{0}) \tag{6.19}$$

Usando esta convenção, os espinores $u_+(p), u_-(p)$, assim como seus conjugados, podem ser escritos explicitamente:

$$u_+(p) = \frac{1}{\sqrt{2m(E+m)}} \begin{bmatrix} E+m \\ -ip_x - p_y \end{bmatrix}; \overline{u}_+(p) = \frac{1}{\sqrt{2m(E+m)}} \begin{bmatrix} E+m & -ip_x + p_y \end{bmatrix}, \tag{6.20}$$

$$u_-(p) = \frac{1}{\sqrt{2m(E+m)}} \begin{bmatrix} ip_x - p_y \\ E+m \end{bmatrix}; \overline{u}_-(p) = \frac{1}{\sqrt{2m(E+m)}} \begin{bmatrix} -ip_x - p_y & E+m \end{bmatrix}, \tag{6.21}$$

que obviamente satisfazem as relações de normalização: $\overline{u}_+(p)u_+(p) = 1$ e $\overline{u}_-(p)u_-(p) = -1$.

No referencial do centro de massa os 4-momentos dos elétrons espalhados (sob a hipótese de um choque elástico) podem ser escritos na seguinte forma:

$$\begin{aligned} p_1 &= (E, p, 0), \quad p_1^{'} = (E, p\cos\phi, p\sin\phi), \\ p_2 &= (E, -p, 0), \quad p_2^{'} = (E, -p\cos\phi, -p\sin\phi), \\ k &= p_1^{'} - p_1 = (0, p(\cos\phi - 1), p\sin\phi), \end{aligned} \tag{6.22}$$

Adotando esta convenção, os termos de corrente são explicitamente calculados:

$$\left[\overline{u}_+(p_1^{'})\gamma_0 u_+(p_1)\right] = \frac{(E+m)^2 + P^2 e^{i\theta}}{2m(E+m)} = \left[\overline{u}_+(p_2^{'})\gamma_0 u_+(p_2)\right]; \tag{6.23}$$

$$\left[\overline{u}_+(p_1^{'})\gamma_1 u_+(p_1)\right] = -\frac{P}{2m}(1 + e^{i\theta}) = -\left[\overline{u}_+(p_2^{'})\gamma_1 u_+(p_2)\right]; \tag{6.24}$$

$$\left[\overline{u}_+(p_1^{'})\gamma_2 u_+(p_1)\right] = \frac{-iP}{2m}(1 - e^{i\theta}) = -\left[\overline{u}_+(p_2^{'})\gamma_2 u_+(p_2)\right]; \tag{6.25}$$

$$\left[\overline{u}_-(p_1^{'})\gamma_0 u_-(p_1)\right] = \frac{(E+m)^2 + P^2 e^{-i\theta}}{2m(E+m)} = \left[\overline{u}_-(p_2^{'})\gamma_0 u_-(p_2)\right]; \tag{6.26}$$

$$\left[\overline{u}_-(p_1^{'})\gamma_1 u_-(p_1)\right] = -\frac{P}{2m}(1 + e^{-i\theta}) = -\left[\overline{u}_-(p_2^{'})\gamma_1 u_-(p_2)\right]; \tag{6.27}$$

$$\left[\overline{u}_-(p_1^{'})\gamma_2 u_-(p_1)\right] = \frac{iP}{2m}(1 - e^{-i\theta}) = -\left[\overline{u}_-(p_2^{'})\gamma_2 u_-(p_2)\right] \tag{6.28}$$

Estes foram os termos de corrente usados nos cálculos das amplitudes de transição dentro da aproximação $p^2 \ll m^2$.

Dada a correlação existente entre massa e spin na QED_3, é procedente levantar a questão se o espinor $u_-(p)$ não representaria uma antipartícula, no lugar de uma partícula de spin-down. Esta questão é resolvida no apêndice da ref. [51], calculando-se a carga carregada pelo espinor $u_-(p)$, que resulta igual a do espinor $u_+(p)$.

Referências Bibliográficas

[1] H. Kamerlingh Onnes, Leiden Comm. **120b**, **122b**, **124c** (1911).

[2] W. Meissner and R. Ochsenfeld, Naturwissenschaften **21**, 787 (1933).

[3] J. de Nobel, Phys. Today **7 (september)**, 40 (1996).

[4] H. London and F. London, Proc. Roy. Soc. (London) **A149**, 71 (1935); Physica **2**, 341 (1935); F. London, *Superfluids,* Addison-Wesley, *1950.*

[5] V. L. Ginzburg and L. D. Landau, Zh. Eksperim. i Teor. Fiz. **20**, 1064 (1950).

[6] L. P. Gorkov, Zh. Eksperim. i Teor. Fiz. **36**, 1918 (1959) [Tradução: Sov. Phys. JETP **9**, 1364 (1959)]

[7] L. N. Cooper, Phys. Rev. **104**, 1189 (1956); J. Bardeen, L. N. Copper and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **108**,1175 (1956).

[8] H. Fröhlich, Phys. Rev. **79**, 845 (1950); Proc. Roy. Soc. (London) **A215**, 291 (1952).

[9] A. A. Abrikosov, Sov. Phys. JETP **5**, 1174 (1957).

[10] J. G. Bednorz and D.E. Müller, Z. Phys. **B64**, 189 (1986).

[11] S. Uchida *et al.*, Jpn. J. Appl. Phys. **26**, L1 (1987); C. W. Chu *et al.*, Mater Res. Soc. Symp. Proc. **99**, 15 (1987).

[12] S. Deaver and W. M. Fairbank, Phys. Rev. Lett. **7**, 43 (1961); R. Doll and M. Näbauer, ibid, p.51.

[13] Y. J. Uemura *et al.*, Phys. Rev. Lett. **62**, 2317 (1989); V. J. Emery & S. A. Kivelson, Nature **374**, 30 (1995).

[14] K. v.Klitzing *et al.*, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980); R. B. Laughlin, Phys. Rev. **B23**, 5632 (1981); D.C. Tsui *et al.*, Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982); R. B. Laughlin, Phys. Rev. Lett. **50**, 1395 (1983). Dois excelentes artigos de revisão: H. Aoki, "Quantised Hall Effect", Rep. Prog. Phys. **50**, 655 (1987); S. M. Girvin, "The Quantum Hall Effect: Novel Excitions ando Broken Simmetries", cond-mat/9907002.

[15] W. A. Little, Science **242**, 1390 (1988).

[16] T. Brückel *et al.*, Europhys. Lett. **4**, 1189 (1987); I. Furo *et. al.*, Phys. Rev. B36, 5690 (1987); R. J. Cava *et. al.*, Nature **332**, 814 (1988).

[17] O.S. Akhryamov, Sov. Phys. JEPT Lett. **3**, **183** (1966); J. Niemeyer, M.R. Dietrich and C. PolitiCS, Z. Phys. **B67**, 155 (1987).

[18] D. R. Harshman *et al.,* Phys. Rev. **B36**, 2386 (1987), L. Krusin-Elbaum *et al.*, Phys. Rev. Lett. **62**, 217 (1987).

[19] M.N. Keene *et al.*, Nature **340**, 210 (1989); G.T. Yee *et al.*, Physica **C161**, 195 (1989); R. Gross *et al.*, Physica **C166**, 277 (1990).

[20] S.E. Barrett *et al.*, Phys. Rev. **B41**, 6283 (1990); P.C. Hammel *et al.,* Phys. Rev. **B39**, 7371 (1989).

[21] P. W. Anderson, Science **235**, 1196 (1987).

[22] Proc. Phys. Soc. London Sec. **A62**, 416 (1949), J. Orestein and A. J. Millis, Science **288**, 468 (2000).

[23] S. Kivelson, D. S. Rokhsar and J. Sethna, Phys. Rev. **B35**, 8865 (1987).

[24] V. Kalmeyer and R.B. Laughlin, Phys. Rev. Lett. **59**, 2095 (1987); R. B. Laughlin, Science **242**, 525 (1988); R. B. Laughlin, Phys. Rev. Lett. **60**, 2677 (1988).

[25] Y. Chen, F. Wilczek, E. Witten and B. I. Halperin, Int. Jour. Mod. Phys. **B3**, 1001 (1989). (VER)

[26] A. L. Fetter, C.B. Hanna, and R.B. Laughlin, Phys. Rev. **B39**, 9679 (1989). (VER)

[27] N. Mermin and H. Wagner, Phys. Rev. Lett. **17**, 1133 (1966); S. Coleman, Comm. Math. Phys. **31**, 253 (1973).

[28] S. Randjbar-Daemi *et al.*, Nucl. Phys. **B340**, 403 (1990).

[29] Y.I. Kogan, JETP Lett. **49**, 225 (1989).

[30] A. Groshev and E.R. Poppitz, Phys. Lett. **B235**, 336 (1990).

[31] H.O. Girotti *et al.*, Phys. Rev. Lett. **69**, 2623 (1992); H.O. Girotti *et al.*, Phys. Lett. **B274**, 357 (1992).

[32] C. R. Hagen, Phys. Rev. Lett. **71**, 202 (1993), H.O. Girotti *et al.*, Phys. Rev. Lett. **71**, 203 (1993); C. R. Hagen, Phys. Rev. D **31**, 848 (1985).

[33] M.I. Dobroliubov, D. Eliezer, I.I. Kogan, G.W. Semenoff, R. Szabo, Mod. Phys. Lett. **A8**, 2177 (1993).

[34] I.I. Kogan, G.W. Semenoff, Nucl. Phys. **B368**, 718 (1992).

[35] R.J. Szabo, I.I. Kogan, G. W. Semenoff, Nucl. Phys. **B392**, 700 (1993).

[36] Y. Georgelin, J.C. Wallet, Phys. Rev. **D50**, 6610 (1994).

[37] J. Lykken *et al.*, Phys. Rev. **D42**, 2161 (1990); N. Dorey and N.E. Mavromatos, Phys. Lett. **B266**, 163 (1991) and Nucl. Phys. **B396**, 614 (1992).

[38] E. Fradkin, Phys. Rev. **B42**, 570 (1990).

[39] A. Kovner and B. Rosenstein, Phys. Rev. **B42**, 4748 (1990); G. W. Semenoff and N. Weiss, Phys. Lett. **B250**, 117 (1990); N. Dorey and N.E. Mavromatos, Phys. Lett.

B250, 107 (1990); Phys. Lett. **B266**, 163 (1991); Nucl. Phys. **B396**, 614 (1992); Phys. Rev. **B44,** 5286 (1991).

[40] A Linde, Rep. Prog. Phys. **42,** 389 (1979); D. Gross, R. Pisarki and L. Yaffe, Rev. Mod. Phys. **53**, 43 (1981).

[41] W. Siegel, Nucl. Phys. **B156**, 135 (1979); R. Jackiw & S. Templeton, Phys. Rev. **D 23**, 2291 (1981); J. Schonfeld, Nucl. Phys. **B185**, 157 (1981); S. Deser, R. Jackiw and S. Templeton, Ann. Phys. **140**, 372 (1982).

[42] N. Bogoliubov, Nuovo Cimento **7**, 794 (1958); P.W. Anderson, Phys. Rev. **110**, 827 (1958); P.W. Anderson, Phys. Rev. **112**, 1900 (1958); Y. Nambu, Phys. Rev. **117**, 648 (1960); Y. Nambu and G. Jona Lasinio, Phys. Rev. **122**, 345 (1961).

[43] P. M. Littlewood and C. M. Varma, Phys. Rev. Lett. **47**, 811 (1981); Phys. Rev. **B26**, 4883 (1982); C. M. Varma, cond-mat/0109409.

[44] Y. Nambu, Physica **15D**, 147 (1985).

[45] E. Abrahams and Tsuneto, Phys. Rev. **152**, 416 (1966); I. J. R. Aitchison *et al.*, Phys. Rev. **B51**, 6531 (1995).

[46] C. E. Gough *et al.*, Nature **326**, 855 (1987); J. Niemeyer, M.R. Dietrich and C. PolitiCS, Z. Phys. B**67**, 155 (1987).

[47] H. Christiansen, O.M. Del Cima, M. M. Ferreira Jr. and J.A. Helayël-Neto, *"Eletronic Bound States in Partity-Preserving QED_3 Applied to High-T_c Cuprate Superconductors"*, cond-mat/0107155. Artigo submetido à publicação.

[48] H. Belich, O.M. Del Cima, M. M. Ferreira Jr. and J.A. Helayël-Neto, trabalho em andamento.

[49] H. Belich, O.M. Del Cima, M.M. Ferreira Jr and J.A. Helayël-Neto, "*Electron-electron attractive interaction in Maxwell-Chern-Simons QED_3 at zero temperature*", hep-th/0104116. Artigo aceito para publicação no Int. J. Mod. Phys. **A**.

[50] H. Belich, O.M. Del Cima, M.M. Ferreira Jr and J.A. Helayël-Neto, "*Electron-electron bound states in Maxwell-Chern-Simons-Proca QED*$_3$", trabalho a ser submetido ao Phys. Rev. **D**.

[51] M.A. De Andrade, O.M. Del Cima and J.A. Helayël-Neto, Il N. Cimento **A111**, 1145 (1998); O.M. Del Cima, Ph.D. Thesis: *Electron-pair condensation in parity-preserving QED*$_3$, in portuguese, CBPF-DCP (December 1996) - Rio de Janeiro - Brazil.

[52] O.M. Del Cima, D.H. T. Franco, J.A. Helayël-Neto and O. Piguet, Phys. Lett. **B410,** 250 (1997); Phys. Lett. **B416**, 402 (1998).

[53] B. Binegar, J. Math. Phys. **23**, 1511 (1982); S. Deser and R. Jackiw, Phys. Lett. **B263**, 431 (1991); R. Jackiw and V. P. Nair, Phys. Rev. D43, 1933 (1991); J. Fröhlich and P. A. Marchetti, Lett. in Math. Phys. **16**, 347 (1988).

[54] E. C. Tichmarsh, *Eigenfunction Expansions*, I, 2nd ed. (Oxford University Press, New York, 1962), H. Nanrhofer, Acta Phys. Austriaca **40**, 306 (1974); F. Gesztesy & L. Pitter, J. Phys. **A11**, 679 (1978).(VER)

[55] K. Chadan *et al.*, Phys. Rev. **D58**, 025014 (1998), T. Kato, *Pertubation Theory of Linear Operators* (Springer-Verlag, Heidelberg, 1976).

[56] D.L. Cox and M.B. Maple, Phys. Today, february, 32 (1995); B. Batlogg, Phys. Today, june, 44 (1991).

[57] J.R. Schrieffer *et al.*, Phys. Rev. Lett. **60**, 944 (1988); N.E. Bickers *et al.*, Int. J. Mod. Phys. **B1**, 687 (1987); N.E. Bickers *et al.*, Phys. Rev. Lett. **62**, 961 (1989); P. Monthoux *et al.*, Phys. Rev. **B46**, 14803 (1992); P. Monthoux and D. Pines, Phys. Rev. Lett. **69**, 961 (1992); N. Bulut and D.J. Scalapino, Phys. Rev. Lett. **68**, 706 (1992).

[58] G. Chen and W. A. Goddard, Science **239**, 899 (1988).

[59] J. Bala & A. Olés, Phys. Rev. **B47**, 515 (1993); Y. Takada, Phys. Rev. **B39**, 11575 (1989).

[60] R.F. Wood and J.F. Cooke, Phys. Rev. **B45**, 5585 (1992); V.V.Kabanov and O.Y. Mashtakov, Phys. Rev. **B47**, 6060 (1993); D. Emin, Phys. Rev. **B49**, 9157 (1994).

[61] M. Gurvitch and A.T. Fiory, Phys. Rev. Lett. **59**, 1337 (1987); J.R. Kirtley *et al.*, Phys. Rev. **B35**, 8846 (1987); S.D. Brorson *et al.*, Solid State Comm. **74**, 1305 (1990).

[62] J. Annett, N. Goldenfeld, S. Renn, Phys. Rev. **B43**, 2778 (1991)

[63] B. G. Levi, Phys. Today, may, 17 (1993)

[64] W. N. Hardy et al., Phys. Rev. Lett. **70**, 3999 (1993).

[65] Z.-X. Shen *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70**, 1553 (1993).

[66] D.A. Wollman *et al.*, Phys. Rev. Lett. **71**, 2134 (1993); D.A. Wollman *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 797 (1995); D.J. Van Harlingen, Rev. Mod. Phys. **67**, 515 (1995); D.A. Brawner and H. R. Ott, Phys. Rev. **B50**, 6530 (1994); A. Mathai *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 4523 (1995).

[67] C.C. Tsuei *et al.*, Phys. Rev. Lett. **72**, 593 (1994); Phys. Today, january, 19 (1996).

[68] A.G. Sun *et al.*, Phys. Rev. Lett. **72**, 2267 (1994); K.A. Kouznetsov *et al.*, Phys. Rev. Lett. **79**, 3050 (1997) and Phys. Today, november, 19 (1997).

[69] M. Covington *et al.*, Phys. Rev. Lett. **79**, 277 (1997); M. Fogelström *et al.*, Phys. Rev. Lett. **79**, 281 (1997); R.B. Laughlin, Phys. Rev. Lett. **80**, 5188 (1998); B.G. Levi, Phys. Today, november, 20 (1997).

[70] M. Franz and Z. Tešanovic, *Marginal Fermi liquid from phase fluctuations: "topological" fermions, vortex "berryons" and QED_3 theory of cuprate superconductors*, cond-mat/0012445.

[71] G. 't Hooft, Nucl. Phys. **B33**, 173 (1971) and Nucl. Phys. **B35**, 167 (1971).

[72] A. Ghosh and S. Adhikari, Physica **C355**, 77 (2001); Q. Li *et al.*, Physica **C341**, 1665 (2000); A. Ghosh and S. Adhikari, Physica **C322**, 37 (1999); R.B. Laughlin, Phys. Rev. Lett. **80**, 5188 (1998).

[73] S. Kashiwaya *et al.*, Phys. Rev. **B57**, 8680 (1998); L. Alff *et al.*, Phys. Rev Lett. 83, 2644 (1999).

[74] V.Z. Kresin and H. Morawitz, Phys. Rev. **B37**, 7854 (1988); S.-M. Cui and C.-H. Tsai, Phys. Rev. **B44**, 12500 (1991); J.-T. Lue and J.-S. Sheng, Phys. Rev. **B47**, 5469 (1993); R. Côté and A. Griffin, Phys. Rev. **B48**, 10404 (1993).V.Z. Kresin and S.A. Wolf, Phys. Rev. **B49**, 3652 (1994); V.Z. Kresin *et al.*, Phys. Rev. **B56**, 107 (1997).

[75] A. Maeda *et al.*, Phys. Rev. **B46**, 14234 (1992); A. Schilling *et al.*, Physica **C235**, 229 (1994); S. Hasegawa *et al.*, Phys. Rev. **B43**, 7631 (1991); M.C. Gallagher *et al.*, Phys. Rev. **B37**, 7846 (1988); J.R. Thompson *et al.*, Phys. Rev. **B41**, 7293 (1990).

[76] C. P. Poole Jr., H. A. Farach, R. J. Creswick, "*Superconductivity*", Academic Press, INC, 1995.

[77] S. C. Zhang, T. Hanson and S. Kivelson, Phys. Rev. Lett. **62**, 82 (1989); S. C. Zhang, Int. J. Mod. Phys. **B6**, 25 (1992);

[78] S. E. Barret *et al.,* Phys. Rev. Lett. **74**, 5112 (1995); A. Schmeller , Phys. Rev. Lett. **75**, 4290 (1995); E. H. Aifer et al., Phys. Rev. Lett. **76**, 680 (1996); R. Ladbury, Phys. Today, july, 21 (1995).

[79] J. J. Sakurai, *Advanced Quantum Mechanics*, Addison-Wesley Publishing Company, 1967.

[80] Y-C. Kao and M. Suzuki, Phys. Rev. D31, 2137 (1985); M. Berstein and T. Lee, Phys. Rev. D32, 1020 (1985); T. Lee, Phys. Lett. B171, 247 (1986); S. Coleman and B. Hill, Phys. Lett. B159, 184 (1985).

[81] A. Redlich, Phys. Rev. Lett. **52**, 18 (1984); Phys. Rev. **D29**, 2366 (1984).

[82] S. K. Paul & A. Khare, Phys. Lett. **B174**, 420 (1986); Phys. Lett. **B191**, 389 (1987).

[83] S. M. Carrol, G. B. Field, and R. Jackiw, Phys. Rev. **D41**, 1231 (1990).

"Estudo de Estados Ligados Elétron-Elétron no Contexto da QED3: Uma Aplicação à Supercondutividade High-Fe"

MANOEL MESSIAS FERREIRA JÚNIOR

Tese apresentada no Centro Brasileiro de Pesquisas Física, fazendo parte da Banca examinadora os seguintes Professores:

José Abdalla Helayel Neto – Presidente/CBPF

Ivan da Cunha Lima – UERJ

Luca Moriconi – UFRJ

Sebastião Alves Dias – CBPF

Walter Baltensberger – CBPF

Rio de Janeiro 11 de dezembrode 2001