

Tese de Doutorado

**Grande unificação para anomalia do múon e cordas
cósmicas**

Helder Hipólito Chávez Sánchez

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas
Rio de Janeiro, Julho de 2002

Tese de Doutorado

Grande unificação para anomalia do múon e cordas cósmicas

Helder Hipólito Chávez Sánchez

Tese submetida ao Departamento de Campos e Partículas
como requisito para obtenção do grau
de Doutor em Física.

Orientadores
Dr. Luis Masperi

Agradecimentos

A Luigi Masperi, quem aceitou me orientar nesta tese de doutorado sabendo do nível de minha formação, assim como pelo estímulo, paciência e direção em cada etapa do trabalho. À Carlos e Graça pela ajuda na tradução do “portunhol” ao português. À Fátima, Anita e Milva pela sua companhia nestes anos transcorridos. Agradecimentos ao convenio CNPq-CLAF pelo apoio financeiro.

*Ao Altíssimo Deus
criador de todas as
coisas...
Aos meus pais que
com seu amor me
souberam conduzir
pelo caminho do bem
e da perseverança
para alcançar os
sonhos de meu
coração. Aos meus
irmãos pelo seu
apoio incondicional e
exemplo de vida: a
Frida, Victor, Willy,
Melvin, Malena,
Iris; enfim a todos
na família ... os
amo muito!!*

A mi Señor Jesus!

“ Feliz el hombre que encuentra sabiduría; y el hombre que adquiere conocimiento ”

(Prov. 3:14)

Resumo

Nesta tese procura-se explicar dois fenómenos físicos mediante uma teoria que vai mais além do Modelo Padrão das interações fundamentais.

Por uma parte, resultados experimentais recentes parecem indicar um valor do momento magnético do múon superior ao que se calcula mediante correções eletromagnéticas, fracas e fortes. Uma teoria de grande unificação baseada na simetria E_6 prediz a existência de léptons superpesados que, se estes se misturam muito com os ordinários podem dão uma contribuição adicional ao momento magnético anómalo. Mostra-se que a correção mais relevante provem da interação com o campo de Higgs. O esquema de quebras da simetria E_6 considerado para obter esta correção, não permite resolver simultâneamente o segundo problema deste trabalho: raios cósmicos ultraenergéticos.

Os raios cósmicos ultraenergéticos podem ter origem em objetos microscópicos superpesados previstos pelas teorias de grande unificação. Uma possibilidade é uma partícula sem interações do Modelo Padrão contida em E_6 e que se sua massa é menor do que a dos outros férmions exóticos, cuja mistura com os férmions ordinários é pequena, pode ter uma vida média da ordem da idade estimada do universo e por isso pode ser uma fonte potencial de raios cósmicos. Neste caso, a idéia também requer uma seqüência particular de quebras da simetria. Outra alternativa são as cordas cósmicas nas que férmions não ordinários são capturados formando correntes supercondutoras em forma des estados ligados sem massa. Tomando, por simplicidade o modelo $SO(10)$, onde tal férmion é o neutrino direito, mostra-se que o espalhamento elástico deste neutrino por parte da corda cresce no regime de escala da dinâmica da corda, entanto que a relevância astrofísica é maior se a corrente supercondutora se forma no periodo anterior chamado de fricção.

Abstract

The purpose of this thesis is to explain two physical phenomena by means of a theory which is beyond the Standard Model of fundamental interactions.

On one side, recent experimental results seem to indicate a value of the magnetic moment of muon larger than that calculated by electromagnetic, weak and strong corrections. A Grand Unification Theory based on the E_6 symmetry predicts the existence of superheavy leptons that, if there is a large mixing with the ordinary ones, give an additional contribution to the anomalous moment. It is shown that the most relevant correction comes from the interaction with the Higgs field. The scheme of symmetry breakings of E_6 considered to obtain this correction does not allow to solve simultaneously the second problem of this work: the ultra-high energy cosmic rays.

The ultra-high cosmic rays may have origin in superheavy microscopic objects predicted by the Grand Unification Theories. One possibility is a particle without interactions of Standard Model contained in E_6 that, if its mass is smaller than that of other exotic fermions whose mixing with the ordinary ones is small, may have a life time of the order of the universe age and therefore may be a potential source of cosmic rays. In this case the idea also requires a particular sequence of symmetry breakings. Another alternative are cosmic strings where non-ordinary fermions are captured in form of massless bound states. Taking for simplicity the $SO(10)$ model where this fermion is the right-handed neutrino, it is shown that the elastic scattering caused by the string increases in its scaling regime of the string dynamics, whereas the astrophysical relevance is larger if the superconducting current is formed in the previous so called friction period.

Índice

Agradecimentos	i
Resumo	ii
Abstract	iii
Índice	iv
Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	x
Introdução	1
1 O MODELO PADRÃO	3
1.1 Conceitos básicos	3
1.2 Setor de calibre	6
1.3 Setor de Higgs. Mecanismo de Higgs	8
1.4 Espectro de massas para bósons	9
1.5 O setor fermiônico	12
1.5.1 Interações férmion-bóson de calibre	12
1.5.2 Espectro de massas de férmions	14
2 TEORIAS DE CALIBRE UNIFICADAS SEM SUSY¹	16
2.1 Motivações para teorias de grande unificação (GUT)	16
2.2 Um primeiro sucesso. SU(5)	19
2.2.1 Conteúdo de férmions	20

¹Sigla usada para se referir à teoria da supersimetria.

2.2.2	Bósons de calibre	21
2.2.3	Previsões da $SU(5)$	22
2.2.4	Escalares de Higgs e quebra espontânea de simetria em $SU(5)$	25
2.2.5	Massas de férmions	26
2.3	$SO(10)$ como GUT	27
2.3.1	Estrutura de férmions	28
2.3.2	Bósons de calibre	29
2.3.3	Conteúdo de Higgs e quebra espontânea em $SO(10)$	30
2.3.4	Algumas previsões da $SO(10)$	31
2.3.5	Massas para férmions	33
2.4	Além da $SO(10)$. A simetria E_6	34
2.4.1	Quebra da E_6	35
3	COSMOLOGIA DE FRIEDMANN-ROBERTSON-WALKER	40
3.1	O Modelo de Big Bang	40
3.1.1	Eras de radiação e matéria	42
3.2	Radiação de fundo de microondas	44
4	DEFEITOS TOPOLÓGICOS NO UNIVERSO PRIMORDIAL	46
4.1	Transições de fase cosmológicas	46
4.2	Mecanismo de Kibble	47
4.3	Cordas ordinárias em teorias do campo	49
4.3.1	Cordas globais	49
4.3.2	Cordas locais ou de calibre	50
4.3.3	Cordas supercondutoras fermiônicas	51
5	ARGUMENTOS EM FAVOR DE NOVA FÍSICA	53
5.1	Origem dos raios cósmicos ultraenergéticos	53
5.2	Anomalia do momento magnético do múon	57
5.2.1	Qual é o problema?	57

5.2.2	Fatores de forma e algumas ferramentas para o cálculo de a_μ . . .	62
5.2.3	Algumas correções ao MAM vindas de extensões do SM	65
6	ALTERNATIVAS BASEADAS NO GRUPO DE SIMETRIA E_6	73
6.1	Um novo modelo E_6 para “ $g - 2$ ” do múon	73
6.2	UHECR do decaimento de partículas superpesadas. Uma alternativa E_6 .	78
7	UMA POSSÍVEL ORIGEM PARA AS CORRENTES SUPERCON-	
	DUTORAS EM CORDAS CÓSMICAS	84
7.1	Introdução	84
7.2	Corda cósmica local e conteúdo fermiônico da teoria	86
7.3	Espalhamento de um neutrino por uma corda nos regimes de fricção e de escala	89
7.4	Captura de férmions por cordas com emissão de bósons	97
7.5	Implicações cosmológicas	100
	Conclusão	105
	Bibliografia	107

Lista de Figuras

1-1	Aproximação de baixa energia para a interação de quatro férmions com um bóson vetorial intermediário.	14
2-1	Evolução do inverso dos acoplamentos efetivos: (a) no SM até distâncias espaço-temporais pequenas. Os aspectos qualitativos destes resultados são estimulantes para unificação , (b) na extensão mínima do modelo padrão (MSSM) que inclui a SUSY.	19
2-2	Diagramas de Feynman para o decaimento do próton.	24
2-3	Decomposições de algumas representações de $SO(10)$ com respeito aos grupos $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$, $G_{422} = SU(4)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ e $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R$. A linha tracejada sugere que a decomposição dada é sob o grupo indicado.	29
2-4	Possíveis caminhos de quebras de simetrias para $SO(10)$. São indicados os VEV $\langle \mathbf{R} \rangle$ dos campos de Higgs na R-representação de $SO(10)$ necessários para as quebras. O VEV $\langle \mathbf{54} \rangle_D$ é necessário para quebrar $SO(10) \longrightarrow G_{422} \otimes D$ e $\langle \mathbf{45} \rangle_D$ é necessário para quebrar $G_{422} \otimes D \longrightarrow SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_C$. A simetria discreta Z_2 pelo qual $\Phi \longrightarrow -\Phi$ só será levada em conta para a seqüência de quebras que incluem $SU(5)$	32

4-1	A baixa temperatura, o potencial adota a forma do chapéu Mexicano (a) e o campo espontaneamente escolhe um entre os novos estados de mais baixa energia degenerados disponíveis. Esta eleição de uma direção uni-valorada para a fase quebra a simetria que o sistema tinha à alta temperatura. Dentro de um círculo onde $ \Phi = v$ deve haver um ponto com $\Phi = 0$. Semelhante ponto (e sua vizinhança) ficará associado com uma densidade de energia correspondente ao máximo local do potencial em $\Phi = 0$ (b). Extendendo este argumento a três dimensões, o ponto resulta em uma linha de densidade de energia presa (c).	48
5-1	Interação minimal de um férmion f com um campo E.M clássico que produz $a_f = 0$	57
5-2	Alguns diagramas Feynman que contribuem ao momento magnético do múon. As contribuições QED de ordem inferior são (a), (b) e (c). Algumas das contribuições hadrônicas vêm da polarização de vácuo a “leading order” (d) e do espalhamento luz - luz (e), onde h é um hádron composto de quark e antiquark. As contribuições eletrofracas de ordem inferior são (f), (g) e (h).	60
5-3	Ilustração da convenção de variáveis cinemáticas.	63
5-4	Algumas contribuições de tipo electrofracas em um modelo GUT com simetria E_6	68
5-5	Principais contribuições SUSY à anomalia do múon.	69
5-6	Um modelo de sub-estrutura do múon.	71
5-7	Diagrama de Feynman que inclui uma contribuição ao MAM no modelo com dimensões extras.	72
6-1	Diagrama de Feynman para a correção do momento magnético do múon.	75
6-2	Gráfico de $G(z)$ como função de z	77
6-3	Diagrama de Feynman para o decaimento de L em ν^c e \bar{Z} que não conserva a carga $\bar{U}(1)$	79

6-4	Diagrama de Feynman para o possível decaimento de L em duas etapas. .	80
6-5	Diagrama de Feynman para o decaimento de L em três etapas se $M_L < M_\varepsilon$.	81
7-1	Espalhamento de férmions por uma corda cósmica em um ângulo $\theta = \pi - \varphi$. A corda é representada pelo círculo de rádio R	89
7-2	Contribuição do campo de calibre da corda para a seção de choque de espalhamento de helicidade $+$ \rightarrow $+$ no regime de fricção para valores diferentes de λ . As linhas representam o ajuste obtido usando a Eq. (7.21).	93
7-3	Contribuição do campo de Higgs da corda para a seção de choque de espalhamento de helicidade $+$ \rightarrow $-$ no regime de fricção para valores diferentes de λ . As linhas representam a aproximação da Eq. (7.35). . .	95
7-4	Captura do neutrino massivo pela corda para formar um modo zero que se movimenta ao longo do eixo z com emissão de um bóson massivo. . . .	97
7-5	Comparação das seções de choque de captura de ν_R para formar modos zeros com emissão de um bóson de Higgs ou um bóson vetorial.	101

Lista de Tabelas

1.1	Descrição da família do elétron indicando seus números quânticos sob \mathcal{G}_{SM} . As cores dos quarks r, w, b são postas em evidência bem como a natureza quiral L, R dos férmions.	4
1.2	Descrição dos setores de calibre e de Higgs.	5
1.3	Medições das massas dos bósons M_Z, M_W e do ângulo de Weinberg $\sin^2 \theta_W (M_Z)$	11
1.4	Valores para $\alpha_S (M_Z)$ e $\alpha_{e.m} (M_Z)$	11
1.5	Massas para quarks e léptons conhecidos.	15
2.1	Previsões para as escalas de quebra M_X e M_R tendo como simetria inter- mediária G	32

Introdução

O Modelo Padrão das interações fundamentais tem tido um enorme sucesso ao explicar inúmeros de resultados experimentais com grande precisão. Esta concordância demonstra sua consistência teórica.

Não existe ainda uma clara evidência fenomenológica da necessidade de se estender o modelo padrão, porém nos últimos anos tem surgido indícios de que uma nova física possa ser requerida.

Entre estes indícios está o resultado experimental do momento magnético do múon que apresenta um valor superior ao previsto teoricamente pelo modelo padrão e os eventos de raios cósmicos ultra energéticos uma daquelas explicações plausíveis é o decaimento de um objeto microscópico superpesado.

O objetivo desta tese é fornecer explicações alternativas a estas questões baseadas em modelos de grande unificação, isto é modelos com uma simetria que contém a do modelo padrão, sem levar em conta outras alternativas como a supersimetria que engloba férmions e bósons ou teorias de dimensões espaciais extras além das três usuais.

Em conseqüência o grupo de menor extensão, o $SU(5)$, não é apropriado para tal fim já que as três constantes de acoplamento do modelo padrão deveriam convergir a um valor comum ao aproximarmos as altas energias, o que não acontece ao considerar as partículas ordinárias.

Ao invés, grupos de maior extensão como $SO(10)$ ou E_6 não apresentam, em princípio, esse problema ao admitirem quebras de simetria intermediárias entre a grande unificação e o modelo padrão.

Depois de revisar as características essenciais do modelo padrão no Cap. 1, descrevem-

se no Cap. 2 as teorias de grande unificação baseadas em $SU(5)$, $SO(10)$ e E_6 prestando particular atenção aos esquemas de campos de Higgs responsáveis pelas sucessivas quebras de simetria.

No Cap. 3 descreve-se brevemente o modelo de expansão do universo. A evolução deste e seu esfriamento induz transições que possibilita através do seu esfriamento transições de fase com geração de defeitos topológicos, tal como se discute no Cap. 4. Estes defeitos podem ser responsáveis pelos efeitos cosmológicos posteriormente considerados.

No Cap. 5 estudam-se dois resultados experimentais que podem requerer nova física, para uma melhor explicação deles. Os eventos de raios cósmicos ultra energéticos que não parecem ter origem em fontes astrofísicas ordinárias galáticas ou extragaláticas, e a medição do momento magnético do múon que excede em mais de um desvio padrão previsto teóricamente pelas três interações conhecidas.

Um modelo que poderia explicar estes resultados, tal como se analisa no Cap. 6, está baseado na simetria E_6 . Esta simetria contém um férmion superpesado, e potencialmente de longa vida, que não participa das interações ordinárias, possivelmente componente da matéria escura, que ao decair geraria os raios cósmicos ultra energéticos. Por outra parte, a previsão de uma mistura do estado do múon leveiro com seu correspondente lépton carregado pesado implicaria em uma contribuição adicional ao momento magnético do primeiro.

Outro mecanismo para se gerar raios cósmicos ultra energéticos invoca os laços de cordas cósmicas supercondutoras, previstas pelo modelo E_6 e também de uma maneira mais simples porém menos realista no $SO(10)$, tal como se descreve no Cap. 7. Nesta seção estuda-se a probabilidade de que férmions superpesados sejam capturados por cordas cósmicas dentro das quais teriam massa nula gerando assim as correntes supercondutoras, além de serem espalhados segundo uma generalização do efeito Aharonov-Bohm.

Capítulo 1

O MODELO PADRÃO

1.1 Conceitos básicos

O Modelo Padrão (SM) ¹ [1] de física de partículas elementares é uma teoria renormalizável das interações fundamentais da natureza (que não inclui a gravitação). Seu grupo de simetria $\mathcal{G}_{\text{SM}} = SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ contém a simetria $SU(3)_C$ associada às interações fortes descritas pela Cromodinâmica Quântica (QCD) e a simetria eletrofraca $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ de Weinberg - Glashow - Salam que descreve as interações fracas e eletromagnéticas. O *princípio de calibre* que rege no SM afirma que todas as forças da natureza são mediadas pela troca de campos de calibre do correspondente grupo de simetria local. Estes bósons de calibre estão acoplados minimamente a quarks e léptons.

Existem três setores bem definidos no SM: o setor de férmions, de bósons intermediários e do campo de Higgs, conforme é ilustrado nas tabelas 1.1 e 1.2 .

A necessidade de um campo de Higgs se deduz do fato que $SU(2)_L$ não é uma simetria exata da natureza, portanto a simetria do grupo eletrofraco $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ deve ser quebrada espontaneamente a $U(1)_{e.m}$ do eletromagnetismo. O papel desempenhado pelo campo de Higgs é, de fato, parametrizar este mecanismo de quebra de simetria, que consiste em adquirir um valor de expectativa não nulo no seu estado fundamental.

¹Neste trabalho usaremos convencionalmente siglas em inglês.

Setor de férmions : spin = 1/2				
$SU(2)_L$ ↑ ↓	Quarks	\mathcal{G}_{SM}	Léptons	\mathcal{G}_{SM}
	← $SU(3)_C$ →			
	$\begin{pmatrix} u_L^r & u_L^w & u_L^b \\ d_L^r & d_L^w & d_L^b \end{pmatrix}$	$(\mathbf{3}, \mathbf{2}, 1/6)$	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1/2)$
$\begin{pmatrix} d_R^r & d_R^w & d_R^b \end{pmatrix}$	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, -2/3)$	e_R	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, -1)$	

Tabela 1.1: Descrição da família do elétron indicando seus números quânticos sob \mathcal{G}_{SM} . As cores dos quarks r, w, b são postas em evidência bem como a natureza quirial L, R dos férmions.

No entanto isto é possível sempre que o termo quadrático do potencial de Higgs seja negativo. Como consequência do mecanismo de Higgs as partículas conhecidas passam a ganhar massa enquanto que o fóton permanece sem massa, conforme se observa experimentalmente. Férmions como quarks e léptons são classificados em três gerações. Os três quarks de carga eléctrica $\frac{2e}{3}$ são o quark *up* (u), *charm* (c) e o *top* (t), e aqueles de carga $-\frac{1}{3}e$ são o quark *down* (d), *strange* (s) e *bottom* (b). A cada um destes quarks estão associados léptons carregados de carga eléctrica $-e$, elétron (e), múon (μ) e tau (τ), assim também como três espécies de neutrinos de carga neutra, ou seja, o neutrino do elétron (ν_e), o muônico (ν_μ) e do tau (ν_τ) respectivamente. Cada geração de férmions tem as mesmas assignações de números quânticos sob \mathcal{G}_{SM} como é mostrado na Tabela 1.1, e se transforma sob a representação do mesmo grupo como

$$(\mathbf{3}, \mathbf{2}, 1/6) \oplus (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, -2/3) \oplus (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, 1/3) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1/2) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{1}, -1). \quad (1.1)$$

Os sub-índices L, R denotam quiralidade esquerda, direita no espinor e são definidos como

$$\psi_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)\psi \quad , \quad \psi = \psi_L + \psi_R, \quad (1.2)$$

Setor de Calibre : spin = 1		
Designação	\mathcal{G}_{SM}	Acoplamento
Glúons: $G_\mu^a [SU(3)_C]$	(8, 1, 0)	g_s
Bósons: $W_\mu^i [SU(2)_L]$	(1, 3, 0)	g
Bóson Abelian: $B_\mu [U(1)_Y]$	(1, 1, 0)	g'
Setor de Higgs : spin = 0		
$SU(2)_L$	$SU(3)_C$	\mathcal{G}_{SM}
	$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$	

Tabela 1.2: Descrição dos setores de calibre e de Higgs.

Estas componentes estão vinculadas mediante à operação de conjugação de carga \mathcal{C}

$$\mathcal{C} \psi \mathcal{C}^{-1} \equiv \psi^C = \mathcal{C} \bar{\psi}^T \quad \text{com } \mathcal{C} = i\gamma_2 \gamma_0 . \quad (1.3)$$

Os números quânticos de $U(1)_Y$ são fixados tal que

$$Q = T_3 + Y \quad , \quad (1.4)$$

produz a carga elétrica correta nos férmions. Como os férmions tem carga elétrica atribuída, o SM não dá conta da quantização da carga elétrica. Em (1.4) T_3 é a terceira componente do isospin fraco. Na realidade, os geradores da álgebra de Lie $SU(2)_L$ são representados por $T_i = \tau_i/2$ com $i = 1, 2, 3$ e τ_i são as matrizes de Pauli. Estes geradores satisfazem a álgebra

$$[T_i, T_j] = i\epsilon_{ijk} T_k . \quad (1.5)$$

Observe-se que o neutrino direito não foi incluído na construção do SM significando que é invariante sob \mathcal{G}_{SM} , ou seja, que corresponde à representação (1, 1, 0). Isto ocorre porque os neutrinos direitos e antineutrinos esquerdos não são observados nos experimentos.

Os bósons de calibre se acoplam aos férmions mediante as correntes $\mathcal{J}^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$ com

acoplamentos g_s, g, g' . O dobrete de Higgs que parametriza o mecanismo do mesmo nome pelo qual se produz a quebra espontânea $\mathcal{G}_{\text{SM}} \longrightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m}$ se transforma como a representação fundamental $(1, 2, 1/2)$ sob o grupo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ de SM.

O Lagrangiano do SM, \mathcal{L}_{SM} consiste de três partes: um termo contém a interação de calibre, outro o potencial de Higgs e por último a interação de Yukawa para dar massa aos férmions. Está dado por

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_{\text{calibre}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} , \quad (1.6)$$

e na seguinte seção descrevemos brevemente cada um destes termos.

1.2 Setor de calibre

O Lagrangiano que descreve as interações de calibre é

$$\mathcal{L}_{\text{calibre}} = -\frac{1}{4} \sum_{SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y} \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(a)} \mathcal{F}^{(a)\mu\nu} + \sum_{\text{quarks, léptons}} i\bar{\psi}_{\alpha L(R)} \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi_{\alpha L(R)} + |\mathcal{D}_\mu \Phi|^2 \quad (1.7)$$

onde $\mathcal{F}_{\mu\nu}$ é a intensidade do campo de calibre que para os diferentes grupos de simetria é definida como

$$\mathcal{F}_{\mu\nu} = \begin{cases} SU(3) \implies G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c , & a = 1, \dots, 8 \\ SU(2)_L \implies W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k , & i = 1, \dots, 3 \\ U(1)_Y \implies B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu , \end{cases} \quad (1.8)$$

onde f^{abc} são as constantes de estrutura da álgebra de $SU(3)$. O segundo termo de (1.7) é igual a

$$\sum_{\text{quarks, léptons}} i\bar{\psi}_{\alpha L(R)}\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu\psi_{\alpha L(R)} = i\bar{l}_{\alpha L}\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu l_{\alpha L} + i\bar{Q}_{\alpha L}\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu Q_{\alpha L} + i\bar{E}_{\alpha R}\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu E_{\alpha R} + i\bar{U}_{\alpha R}\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu U_{\alpha R} + i\bar{D}_{\alpha R}\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu D_{\alpha R} \quad (1.9)$$

onde

$$l_{\alpha L} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \quad (1.10)$$

$$Q_{\alpha L}^i = \begin{pmatrix} U_\alpha^i \\ D_\alpha \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} u^i \\ d^i \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c^i \\ s^i \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t^i \\ b^i \end{pmatrix}_L, \quad (1.11)$$

$$E_{\alpha R} = e_R, \mu_R, \tau_R, \quad (1.12)$$

$$U_{\alpha R}^i = u_{iR}, c_{iR}, t_{iR}, \quad (1.13)$$

$$D_{\alpha R}^i = d_{iR}, s_{iR}, b_{iR}, \quad (1.14)$$

com índice de cor $i = r, w, b$ e o índice de geração $\alpha = 1, 2, 3$. As derivadas covariantes são definidas como

$$\mathcal{D}_\mu l_\alpha = \left(\partial_\mu - i\frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i + i\frac{g'}{2}B_\mu \right) l_\alpha, \quad (1.15)$$

$$\mathcal{D}_\mu Q_\alpha = \left(\partial_\mu - i\frac{g_s}{2}\lambda^a G_\mu^a - i\frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i - i\frac{g'}{6}B_\mu \right) Q_\alpha, \quad (1.16)$$

$$\mathcal{D}_\mu E_\alpha = (\partial_\mu + igB_\mu) E_\alpha, \quad (1.17)$$

$$\mathcal{D}_\mu U_\alpha = \left(\partial_\mu - i\frac{g_s}{2}\lambda^a G_\mu^a + i\frac{2g'}{3}B_\mu \right) U_\alpha, \quad (1.18)$$

$$\mathcal{D}_\mu D_\alpha = \left(\partial_\mu - i\frac{g_s}{2}\lambda^a G_\mu^a - i\frac{g'}{3}B_\mu \right) D_\alpha, \quad (1.19)$$

onde indicamos com λ^a ($a = 1, \dots, 8$) às matrizes de Gell-Mann para o grupo $SU(3)$. O terceiro termo de (1.7) é

$$\mathcal{D}_\mu \Phi = \left(\partial_\mu - i\frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i - i\frac{g'}{2}B_\mu \right) \Phi. \quad (1.20)$$

Até aqui todas as partículas físicas estão sem massa, isto é \mathcal{G}_{SM} ainda é respeitada. Para descrever como são geradas as massas, estudemos agora o setor de Higgs.

1.3 Setor de Higgs. Mecanismo de Higgs

Este setor é descrito pelo Lagrangiano

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = -V = m^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2. \quad (1.21)$$

onde m é um parâmetro de massa² e λ uma constante adimensional. O dobrete de Higgs

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

deve conter uma componente neutra para termos a possibilidade de que seu valor de expectação no estado fundamental $\langle \Phi \rangle_0$ seja invariante sob $U(1)_{e.m.}$. A seguir mostra-se como este valor de expectação de vácuo (VEV) produz a quebra espontânea da simetria desta simetria

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\langle \Phi \rangle_0} U(1)_{e.m.}$$

necessária para gerar massas quando

$$\langle \Phi \rangle_0 \equiv \langle 0 | \Phi | 0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad v = \left(\frac{m^2}{\lambda} \right)^{1/2}. \quad (1.23)$$

²Usamos unidades naturais em física de partículas $c = \hbar = 1$.

Na verdade, sempre é possível exigir que a componente superior ϕ^+ caia a zero mediante uma transformação de calibre apropriada, pelo qual escrevemos

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(\frac{i}{v}\Theta(x)\cdot\boldsymbol{\tau}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ v + \chi(x) \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

com o isovetor $\Theta = (\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3)$. Assim os dois campos complexos originais $\phi^+(x)$ e $\phi^0(x)$ em (1.22) são parametrizados em função de quatro campos reais $\Theta_i(x)$ e $\chi(x)$. Estes campos devem ter VEV

$$\langle 0 | \Theta_i | 0 \rangle = \langle 0 | \chi | 0 \rangle = 0. \quad (1.25)$$

Observe-se que é possível escrever

$$\begin{aligned} \Phi &= \widehat{U}_2^{-1} \Phi', \quad \widehat{U}_2 = \exp\left(-\frac{i}{v}\Theta(x)\cdot\boldsymbol{\tau}\right), \\ \Phi' &= \frac{1}{\sqrt{2}} (v + \chi(x)) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.26)$$

Em virtude da invariância de calibre podemos substituir Φ' por Φ ; assim

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (v + \chi(x)) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Substituindo isto em (1.21)

$$V(\Phi) = m^2 \chi^2 + \lambda v \chi^3 + \frac{\lambda}{4} \chi^4. \quad (1.28)$$

1.4 Espectro de massas para bósons

Para a partícula de Higgs que corresponde ao campo χ sua massa obtém-se sai diretamente de (1.28):

$$m_H = \sqrt{2}m. \quad (1.29)$$

O mecanismo de Higgs assegura que os três bósons de Goldstone $\Theta_i(x)$ serão “engolidos” pelos bósons de calibre para formar três bósons vetoriais massivos. O Lagrangiano de massas segue dos dois últimos termos de (1.20). Definimos campos físicos

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) , \quad (1.30)$$

$$Z_\mu = \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu , \quad (1.31)$$

$$A_\mu = \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu . \quad (1.32)$$

Temos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Massas}} &= \left| \left(-i\frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i - i\frac{g'}{2}B_\mu \right) \langle \Phi \rangle_0 \right|^2 = \\ &= \frac{v^2}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i + \frac{g'}{2}B_\mu \\ \frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i + \frac{g'}{2}B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i + \frac{g'}{2}B_\mu \\ \frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i + \frac{g'}{2}B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{v^2}{2} \left\{ g^2 \left[(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2 \right] + (gW_\mu^3 - g'B_\mu)^2 \right\} \equiv M_W^2 W_\mu^+ W_\mu^- + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu \quad (1.33) \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} M_{W^\pm}^2 &= \frac{g^2 v^2}{4} \quad (1.34) \\ \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu &= \frac{v^2}{8} (gW_\mu^3 - g'B_\mu)^2 = \\ \frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} Z_\mu & A_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_Z^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} \end{aligned}$$

com

$$M_Z^2 = \frac{v^2}{4} (g^2 + g'^2) , \quad (1.35)$$

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g} , \quad g' \cos \theta_W = g \sin \theta_W = e , \quad (1.36)$$

que definem o ângulo de Weinberg θ_W e a carga elétrica e . Os bósons de calibre de SU(3), os glúons, não são observados em virtude do confinamento dos quarks e permanecem sem

Quantidade	M_Z (GeV)	M_W (GeV)	$\sin^2 \theta_W$ (M_Z)
Medição	91.1876 ± 0.0021	80.446 ± 0.040	0.23113 ± 0.00015

Tabela 1.3: Medições das massas dos bósons M_Z , M_W e do ângulo de Weinberg $\sin^2 \theta_W$ (M_Z)

Quantidade	α_S (M_Z)	$\alpha_{e.m}^{-1}$ (M_Z)
Medição	0.1200 ± 0.0028	128.978 ± 0.027

Tabela 1.4: Valores para α_S (M_Z) e $\alpha_{e.m}$ (M_Z) .

massa. Alguns resultados recentes eletrofracos de precisão [2] são mostrados na tabela 1.3 e 1.4 .

As medições experimentais para as constantes de acoplamento da teoria $SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m}$ próximos da escala de energia M_Z , conforme indicados na tabela 1.4 ($\alpha_S = \frac{g_S^2}{4\pi}$ e $\alpha_{e.m} = \frac{e^2}{4\pi}$) apresentam valores que variam com a energia, já que para energias ~ 100 MeV $\alpha_S \sim 1$ e $\alpha_{e.m}^{-1} \simeq 137$. Com estes valores e com ajuda das relações ³ $\sin^2(\theta_W)$

$$\alpha_1(M_Z) = \frac{5}{3} \frac{\alpha_{e.m}(M_Z)}{\cos^2 \theta_W(M_Z)} , \quad \alpha_2(M_Z) = \frac{\alpha_{e.m}(M_Z)}{\sin^2 \theta_W(M_Z)} , \quad (1.37)$$

obtemos

$$\alpha_1(M_Z) = 0.0167 , \quad \alpha_2(M_Z) = 0.033 , \quad \alpha_3(M_Z) = 0.12 . \quad (1.38)$$

Conclue-se que dos quatro graus de liberdade de Φ só um é físico correspondente à componente neutra ϕ^0 que tem uma massa $m_H = \sqrt{2}m$. Das medições do LEP 2 [3] pôde-se estabelecer $m_H \gtrsim 113.5$ GeV , com alguma possível evidência do Higgs com massa ~ 115 GeV [4].

³O fator 5/3 na definição de α_1 vem da normalização correta da hipercarga fraca Y que é necessária no caso de ter só uma constante de acoplamento como é previsto em teorias de grande unificação (veja o capítulo seguinte e a Eq. (2.15)). No caso de acoplamentos diferentes o fator pôde ser absorvido por uma redefinição do acoplamento respectivo.

1.5 O setor fermiônico

É descrito pelo terceiro termo de (1.6) cuja densidade Lagrangiana é

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = y_{\alpha\beta}^{\ell} \bar{\ell}_{\alpha} \Phi E_{\beta} + y_{\alpha\beta}^D \bar{Q}_{\alpha} \Phi D_{\beta} + y_{\alpha\beta}^U \bar{Q}_{\alpha} U_{\beta} \tilde{\Phi} + h.c., \quad (1.39)$$

com $\tilde{\Phi} = i\tau_2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix}$ que tem hipercarga $Y(\tilde{\Phi}) = -1/2$. Entretanto os $\{y\}$ são os acoplamentos de Yukawa não dimensionais para léptons carregados: quarks de tipo “down” e de tipo “up”.

1.5.1 Interações férmion-bóson de calibre

As interações entre férmions e bósons de calibre obtém-se de (1.9) - (1.19) e podem ser escritas em forma compacta como

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = g' \mathcal{J}^{\mu} B_{\mu} + g \mathcal{J}_i^{\mu} W_{\mu i} + g_s \mathcal{J}_a G_{\mu a} \quad (1.40)$$

onde

$$\mathcal{J}^{\mu} = -\frac{1}{2} \bar{\ell}_{\alpha L} \gamma^{\mu} \ell_{\alpha L} + \frac{1}{6} \bar{Q}_{\alpha L} \gamma^{\mu} Q_{\alpha L} - \bar{E}_{\alpha R} \gamma^{\mu} E_{\alpha R} - \frac{2}{3} \bar{U}_{\alpha R} \gamma^{\mu} U_{\alpha R} + \frac{1}{3} \bar{D}_{\alpha R} \gamma^{\mu} D_{\alpha R}, \quad (1.41)$$

$$\mathcal{J}_i^{\mu} = \frac{1}{2} \bar{\ell}_{\alpha L} \gamma^{\mu} \tau_i \ell_{\alpha L} + \frac{1}{2} \bar{Q}_{\alpha L} \gamma^{\mu} \tau_i Q_{\alpha L}, \quad (1.42)$$

$$\mathcal{J}_a = \frac{1}{2} \bar{Q}_{\alpha L} \gamma^{\mu} \lambda_a Q_{\alpha L} + \frac{1}{2} \bar{U}_{\alpha R} \gamma^{\mu} \lambda_a U_{\alpha R} + \frac{1}{2} \bar{D}_{\alpha R} \gamma^{\mu} \lambda_a D_{\alpha R}. \quad (1.43)$$

Podemos reescrever (1.40) como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} &= (g' \mathcal{J}^{\mu} B_{\mu} + g \mathcal{J}_3^{\mu} W_{\mu 3}) + g (\mathcal{J}_1^{\mu} W_{\mu 1} + \mathcal{J}_2^{\mu} W_{\mu 2}) + g_s \mathcal{J}_a G_{\mu a} \\ &= \mathcal{L}_{\text{N.C}} + \mathcal{L}_{\text{C.C}} + g_s \mathcal{J}_a G_{\mu a}. \end{aligned} \quad (1.44)$$

O primeiro termo de (1.44)

$$\mathcal{L}_{\text{N.C}} = g \mathcal{J}^\mu B_\mu + g \mathcal{J}_3^\mu W_{\mu 3} \quad (1.45)$$

depois de substituir B_μ e $W_{\mu 3}$ de (1.31) e (1.32) em função de Z_μ e A_μ obtém-se

$$\mathcal{L}_{\text{N.C}} = e \mathcal{J}_{\text{e.m.}}^\mu A_\mu + \frac{e}{\sin(2\theta_W)} \mathcal{J}_{\text{N.C}}^\mu Z_\mu, \quad (1.46)$$

o que justifica a anterior definição de e . As correntes eletromagnéticas são definidas como

$$\mathcal{J}_{\text{e.m.}}^\mu = \mathcal{J}^\mu + \mathcal{J}_3^\mu, \quad (1.47)$$

e as correntes neutras

$$\mathcal{J}_{\text{N.C}}^\mu = 2 (\mathcal{J}_3^\mu - \sin^2 \theta_W \mathcal{J}_{\text{e.m.}}^\mu). \quad (1.48)$$

Com a ajuda de (1.30), o segundo somando de (1.44) reescreve-se como

$$\mathcal{L}_{\text{C.C}} = g (\mathcal{J}_1^\mu W_{\mu 1} + \mathcal{J}_2^\mu W_{\mu 2}) = \frac{e}{2\sqrt{2} \sin \theta_W} (\mathcal{J}_+^\mu W_\mu^+ + \mathcal{J}_-^\mu W_\mu^-), \quad (1.49)$$

onde

$$\mathcal{J}_\pm^\mu = 2 (\mathcal{J}_1^\mu \pm i \mathcal{J}_2^\mu), \quad (1.50)$$

representam as correntes carregadas.

Para a interação de baixa energia de 4-férmions, como é mostrado na Fig. 1.1, é possível gerar o seguinte Lagrangiano efectivo para $\mathcal{L}_{\text{C.C}}$ tal como foi proposto por Fermi

$$\mathcal{L}_{\text{C.C}}^{\text{e.f.}} = -\frac{e^2}{8M_W^2 \sin^2 \theta_W} \mathcal{J}_\mu^+ \mathcal{J}^{-\mu}. \quad (1.51)$$

Verificando a intensidade das interações de correntes carregadas pode-se concluir

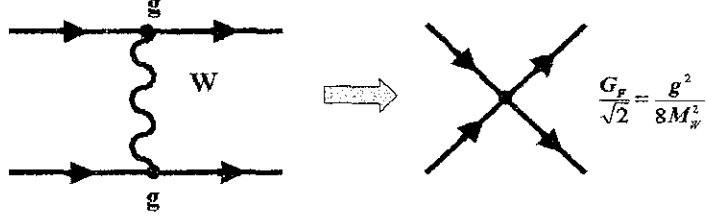


Figura 1-1: Aproximação de baixa energia para a interação de quatro férmions com um bóson vetorial intermediário.

$$\frac{1}{\sqrt{2}}G_F = \frac{e^2}{8M_W^2 \sin^2 \theta_W} , \quad (1.52)$$

e de (1.34) e (1.36) encontramos a magnitude do VEV do campo de Higgs

$$v = 2^{-1/4}G_F^{-1/2} \simeq 246 \text{ GeV} , \quad (1.53)$$

sendo $G_F = 1.16639(1) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ a constante de Fermi.

1.5.2 Espectro de massas de férmions

Depois da quebra espontânea de simetria, o Lagrangiano de Yukawa produz:

$$\mathcal{L}_{\text{massas}} = \bar{\psi}_{\alpha L} M_{\alpha\beta}^{\ell} \psi_{\beta R} + \bar{d}_{\alpha L} M_{\alpha\beta}^D d_{\alpha R} + \bar{u}_{\alpha L} M_{\alpha\beta}^U u_{\beta R} + h.c. , \quad (1.54)$$

onde $\psi_{\alpha,\beta} = \{e, \mu, \tau\}$, $d_{\alpha,\beta} = \{d, s, b\}$, $u_{\alpha,\beta} = \{u, c, t\}$ e as matrizes de massas

$$M_{\alpha\beta}^{\ell} = \frac{v}{\sqrt{2}} y_{\alpha\beta}^{\ell} , \quad M_{\alpha\beta}^D = \frac{v}{\sqrt{2}} y_{\alpha\beta}^D , \quad M_{\alpha\beta}^U = \frac{v}{\sqrt{2}} y_{\alpha\beta}^U . \quad (1.55)$$

Qualquer uma destas matrizes M^f ($f = \ell, D, U$) pode ser diagonalizada por uma transformação bi-unitária

$$U_L^{\dagger f} M^f U_R^f \equiv (M^f)_{\text{diag}} , \quad (1.56)$$

Quarks				Léptons	
Carga 2/3		Carga -1/3		Carga -1	Carga 0
Massa (GeV)		Massa (GeV)		Massa (GeV)	Massa (GeV)
u	0.001 – 0.005	d	0.003 – 0.009	e	$\nu_e < 3 eV$
c	1.15 – 1.35	s	0.075 – 0.175	μ	$\nu_\mu < 190 KeV$
t	174.3 ± 5.1	b	4.0 – 4.4	τ	$\nu_\tau < 18.2 MeV$

Tabela 1.5: Massas para quarks e léptons conhecidos.

sendo U_L^f y U_R^f matrizes unitárias. As matrizes $U_{L,R}^f$ induzem a transformação dos estados próprios de corrente $\Psi_{L,R}^f$ a estados próprios de massa $\Psi_{L,R}^{(0)f}$

$$\Psi_{L,R}^f = U_{L,R}^f \Psi_{L,R}^{(0)f}. \quad (1.57)$$

Esta mudança de bases não afeta a expressão de correntes neutras \mathcal{J}_{NC}^μ mas sim o setor de correntes carregadas. Como estas matrizes unitárias para quarks “left-handed” de tipo u e quarks “left-handed” de tipo d são geralmente diferentes, é induzida uma mistura de sabores nas interações de correntes fracas carregadas; aparecendo deste modo a conhecida matriz de mistura de sabores V_{CKM} para os quarks, chamada matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) que depende de três ângulos e uma fase que viola a simetria CP.

Na tabela 1.5 mostram-se as massas obtidas experimentalmente para os férmions que correspondem aos elementos diagonais da matriz $(M^f)_{diag}$ [1].

No seguinte capítulo abordamos algumas das virtudes do SM e problemas não resolvidos nela como uma necessidade de física além do SM.

Capítulo 2

TEORIAS DE CALIBRE UNIFICADAS SEM SUSY¹

2.1 Motivações para teorias de grande unificação (GUT)

É inegável o sucesso do SM como uma teoria com poder preditiva, embora exista ainda problemas ou defeitos dentro do modelo que precisam de explicação.

Primeiro mencionemos alguns dos argumentos a favor:

- O “dogma do calibre” é um princípio do SM: verificou-se que os acoplamentos de quarks e léptons a bósons de calibre fracos W_μ^\pm e Z_μ são de fato precisamente aqueles descritos pela simetria de calibre.
- É uma teoria renormalizável: implica que suas predições são precisas e não ambíguas até qualquer ordem de perturbação.
- O SM pode ser extrapolado: em virtude do grupo de renormalização é possível usar o SM para extrapolar resultados a energias mais altas e distâncias mais curtas; para estas escalas as interações fundamentais são todas efetivamente fracas.

¹Sigla usada para se referir à teoria da supersimetria.

- Concordância extraordinária do SM com os dados atuais obtidos para as correntes carregadas e neutras.
- Eleição econômica do setor de Higgs: com um só dobreite de Higgs consegue-se a quebra espontânea de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{e.m}$ para dar-lhe massas a todos os férmions, e fixar $\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = 1$.
- Ao nível de árvore não há correntes neutras que troquem o sabor (mecanismo GIM). Prediz-se violação de CP em interações com correntes carregadas.
- Incorporação automática de simetrias globais como número de léptons e bárions.

Algumas das deficiências e problemas não resolvidos pelo SM:

- Não prediz a quantização da carga elétrica: por quê prótons e elétrons têm cargas elétricas exatamente opostas? Mais exatamente, por quê $Q_{\text{elétron}} + Q_{\text{próton}} = \mathcal{O}(< 10^{-20})$? [5].
- O problema de calibre: por quê da existência três grupos de simetrias diferentes?
- Contém um grande número de parâmetros livres: como reduzi-los?
- Oferece a possibilidade de violação de P e T na interação forte, o que não está bem compreendido.
- A mistura de sabores e o número de gerações são arbitrários.
- Não está confirmado o mecanismo de quebra de simetria eletrofraca: o bóson de Higgs ainda não foi observado.
- O SM não fornece massas para neutrinos pois não inclui o ν_R . De fato, isto tem motivação experimental. No entanto, experimentos recentes com neutrinos [6] parecem sugerir massas não nulas para estes. Neste sentido, se queremos acomodar massas para neutrinos é suficiente adicionar ν_R como um singlete a \mathcal{G}_{SM} como férmion de Majorana; o qual teria massa M muito grande (sem violar a renormalizabilidade

da teoria) e mediante o mecanismo de “see-saw” daria-se uma pequena massa ao ν_L em seu acoplamento a um doplete leptônico e o campo de Higgs com $M \lesssim 10^{15}$ GeV para ser cosmológicamente interessante. Isto parece sugerir uma nova física.

- Não inclui a gravidade no modelo.
- O SM não pode explicar naturalmente a magnitude pequena relativa à escala fraca de massas requerido pelo mecanismo de Higgs $\sim G_F^{-1/2} \sim 250$ GeV. Este é o conhecido problema de hierarquia, visto que seria mais natural que as correções de renormalização fossem maiores.

As respostas a estes problemas se encontram além do SM. Os caminhos possíveis são a GUT, a supersimetria (SUSY), a teoria de cordas, etc; outras possibilidades são tecnicores, preones, dimensões extras, mundos “brane”, etc.

Neste trabalho seguimos o caminho das GUTs sem SUSY. Este caminho basea-se na ideia da existência de um grupo $G \supset SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ no qual unificam-se as três interações forte, fraca e eletromagnética mediante a parametrização de uma escala de unificação μ e uma constante de acoplamento. Na realidade, os acoplamentos não são iguais pois é observado em experimentos com aceleradores que $g_s \gg g > g'$; porém experimentos com a QCD mostram que estes acoplamentos “correm” com a energia. Isto é um efeito explicável pela polarização do vácuo que induz um aumento da carga elétrica com a energia. Além deste efeito, um anti – apantalhamento produz a liberdade assintótica que leva a relação observada entre os acoplamentos a baixa energia.

A coisa maravilhosa é que fazendo correr os acoplamentos com a energia eles se comportam como mostra [7] a Fig. 2.1.(a). A unificação de acoplamentos aparece a uma escala de massas maior $M_{GUT} \sim 10^{15}$ GeV. Na versão mais simples, esta é a magnitude do VEV do campo escalar que quebra espontâneamente $G = SU(5)$ na simetria do modelo padrão $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, como mostrar-se-à na próxima seção. Alguns dos problemas apresentados por este tipo de teorias incluem a predição da vida média do próton dentro do contexto de $SU(5)$ $\tau_p \sim 10^{31}$ anos, incompatível com medições experimentais que dão uma cota maior; assim como a predição de $\sin^2 \theta_W$ que também não é

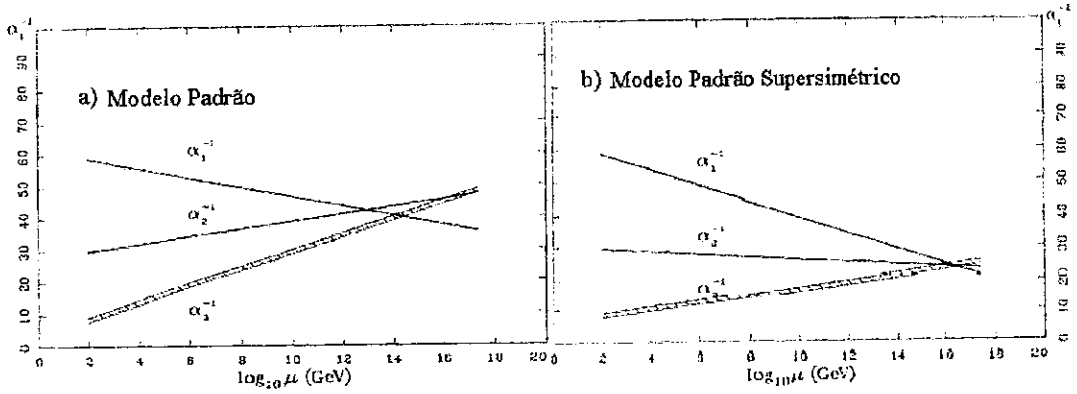


Figura 2-1: Evolução do inverso dos acoplamentos efetivos: (a) no SM até distâncias espaço-temporais pequenas. Os aspectos qualitativos destes resultados são estimulantes para unificação, (b) na extensão mínima do modelo padrão (MSSM) que inclui a SUSY.

satisfatoriamente reproduzido. Um grande estímulo para a supersimetria (SUSY) chegou com a inclusão dos parceiros supersimétricos das partículas ordinárias [8] na corrida dos acoplamentos como é mostrado [7] na Fig. 2.1.(b) isto devido em princípio a que a SUSY não é uma simetria interna se não espaço-temporal. Por isto, ela não afeta a estrutura teórica de grupo nos cálculos. O efeito principal é devido aos gluinos (parceiros SUSY dos gluons) que enfraquecem o efeito da liberdade assintótica da interação forte fazendo diminuir seu acoplamento efetivo e se aproximar dos outros mais lentamente. Todo isto conduz à uma escala de unificação $\sim 10^{16}$ GeV com um acoplamento $GUT \frac{g_{GUT}^2}{4\pi} \approx \frac{1}{26}$ frente a $\frac{1}{40}$ sem SUSY, que aumentaria a vida média do próton dentro da simetria $SU(5)$.

2.2 Um primeiro sucesso. $SU(5)$

Considerando só a grande unificação, uma solução parcial para os problemas apresentados antes baseia-se em supor a existência de um grupo $G \supset \mathcal{G}_{SM}$. Uma extensão mínima do SM a uma GUT com $G = SU(5)$ foi construída [9].

Este grupo de extensão 4, igual ao do SM, tem 24 geradores T_a :

$$T_a = \frac{\lambda_a}{2} \quad , \quad a = 1, \dots, 24, \quad (2.1)$$

onde λ_a são generalizações 5×5 das matrizes 3×3 de Gell-Mann que satisfazem a convenção de normalização

$$Tr(\lambda_a \lambda_b) = 2\delta_{ab} \quad , \quad (2.2)$$

dos quais 12 geradores são os de SM e os 12 restantes correspondem a bósons vetoriais superpesados X, Y contidos no grupo quociente G/\mathcal{G}_{SM} . As representações irreduzíveis de menor dimensão de $SU(5)$ são **5**, **10** e uma representação adjunta **24**-dimensional.

2.2.1 Conteúdo de férmions

Concentrando-nos na primeira geração de férmions (do elétron), estes estão contidos na representação reduzível $\bar{\mathbf{5}} \oplus \mathbf{10}$ que pode-se decompôr sob $SU(3)_C \otimes SU(2)_L$ como ²

$$\bar{\mathbf{5}}^T = \underbrace{\begin{pmatrix} d_r^c & d_w^c & d_b^c \end{pmatrix}}_{(\bar{\mathbf{3}}, 1)} \underbrace{\begin{pmatrix} e^- & -\nu_e \end{pmatrix}_L}_{(1, \bar{\mathbf{2}})} \quad , \quad \mathbf{10} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} \overbrace{\begin{pmatrix} 0 & u_b^c & -u_w^c \\ -u_b^c & 0 & u_r^c \\ u_w^c & -u_r^c & 0 \end{pmatrix}}^{(\bar{\mathbf{3}}, 1)} & & & \overbrace{\begin{pmatrix} -u_r & -d_r \\ -u_w & -d_w \\ -u_b & -d_b \end{pmatrix}}^{(\mathbf{3}, 2)} & & \\ \dots & & & \dots & & \\ \underbrace{\begin{pmatrix} u_r & u_w & u_b \\ d_r & d_w & d_b \end{pmatrix}}_{(\mathbf{3}, 2)} & & & \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -e^+ \\ e^+ & 0 \end{pmatrix}}_{(1, 1)} & & \end{array} \right) . \quad (2.3)$$

²O sinal negativo na frente de ν_e não tem significado físico nas bases de interação.

As outras duas gerações de léptons e quarks são colocados em esquemas semelhantes a (2.3) o que não resolve, portanto, o problema de replicação de férmions.

2.2.2 Bósons de calibre

A representação adjunta 24-dimensional de $SU(5)$ desdobra-se sob $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ como

$$24 = \underbrace{(8, 1, 0)}_{G_{\mu\beta}^\alpha} \oplus \underbrace{(1, 3, 0)}_{(W_\mu^\pm, W_\mu^3)} \oplus \underbrace{(1, 1, 0)}_{B_\mu} \oplus \underbrace{(3, 2, 5/6)}_{A_{\mu r}^\alpha} \oplus \underbrace{(\bar{3}, 2, -5/6)}_{A_{\mu\alpha}^r}, \quad (2.4)$$

com $\alpha, \beta = 1, 2, 3$ sendo usados para índices de cores e os dois índices restantes $r = 4, 5$ para o isospin fraco. Neste sentido G_β^α representa gluons de $SU(3)$, W^\pm e W^3 os bósons intermediários de $SU(2)$ e B_μ o bóson intermediário de $U(1)$. Os 12 novos bósons A_r^α carregam índices de cores (α) e de sabores (r), são denotados como bósons de calibre X, Y

$$(3, 2, 5/6) = A_\alpha^r = \begin{pmatrix} X_1 & X_2 & X_3 \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

e têm cargas fracionárias

$$Q_X = 4/3 \quad , \quad Q_Y = 1/3 . \quad (2.6)$$

É possível escrever a representação adjunta 24-dimensional na forma matricial [10]:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{24} &= \sum_{i=1}^{24} A^i \frac{\lambda^i}{\sqrt{2}} = \\
 &\left(\begin{array}{cccccc}
 G_1^1 - \sqrt{\frac{2}{15}}B & G_2^1 & G_3^1 & \vdots & X^{C1} & Y^{C1} \\
 G_1^2 & G_2^2 - \sqrt{\frac{2}{15}}B & G_3^2 & \vdots & X^{C2} & Y^{C2} \\
 G_1^3 & G_2^3 & G_3^3 - \sqrt{\frac{2}{15}}B & \vdots & X^{C3} & Y^{C3} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 X_1 & X_2 & X_3 & \vdots & \frac{W^3}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{3}{10}}B & W^+ \\
 Y_1 & Y_2 & Y_3 & \vdots & W^- & -\frac{W^3}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{3}{10}}B
 \end{array} \right)
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

onde A^i é o i -ésimo elemento da representação adjunta. Observe-se que operando com esta matriz sob $\bar{\mathbf{5}}$ os bósons vetoriais X, Y transformam quarks em léptons e viceversa!

2.2.3 Previsões da $SU(5)$

Quantização da carga

Como os quarks e léptons são colocados no mesmo multiplete deduz-se que suas cargas devem ficar associadas, pois que a soma dos elementos diagonais de qualquer gerador tem que ser zero. Por exemplo, para a representação fundamental $\mathbf{5}$ tem-se

$$\mathbf{5} = \text{Tr } Q = 3Q(d) + Q(e^+) + Q(\nu_e^c) = 0 \tag{2.8}$$

indicando que a carga elétrica do quark d tem que ser $1/3$ da carga do elétron. De modo análogo é possível mostrar que a carga do quark u é $2/3$ da carga do pósitron, e assim a carga do próton ($2u + d$) resulta ser exatamente oposta à carga de um elétron. Este é um resultado extraordinário já que fixando por exemplo a carga do elétron é possível determinar completamente a carga dos quarks u e d , isto é, a quantização da carga é uma consequência direta do modelo $SU(5)$.

Decaimento do próton

Os bósons vetoriais X, Y podem induzir violações de algumas simetrias globais como o número de léptons (L) e bárions (B) ao trocar quarks em léptons e viceversa ³. Uma consequência imediata disto é o decaimento dos núcleons como o próton e o nêutron.

Alguns canais de decaimento são

$$\begin{aligned} p &\longrightarrow e^+\pi^0, e^+\rho^0, e^+\omega^0, e^+\eta^0, \bar{\nu}\pi^+, \bar{\nu}\rho^+, \bar{\nu}_\mu K^+, \\ n &\longrightarrow e^+\pi^-, e^+\rho^-, \nu\omega^0, \bar{\nu}\pi^0, \bar{\nu}_\mu K^0. \end{aligned}$$

Os diagramas de Feynman para alguns destes canais são mostrados na Fig. 2.2 .

Usando os diagramas anteriores é possível estimar grosseiramente a vida média do próton levando em conta que os propagadores são superpesados

$$\tau_p \simeq \frac{M_{X,Y}^4}{\alpha_5^2 m_p^5} \quad (2.9)$$

com m_p sendo a massa do próton, $\alpha_5 = 1/24$ e $M_{X,Y}$ as massas dos bósons de calibre. A Eq. (2.9) deriva-se, dimensionalmente, do fato que o propagador de X ou Y tem massa maior do que o momento transferido, e que o único parâmetro com dimensão de energia para o próton em repouso é sua massa m_p . O limite experimental inferior para a vida média do próton [11] é $\tau_p \gtrsim 2.9 \times 10^{33}$ anos. Isto implica $M_{X,Y} \approx M_{GUT} \approx 10^{16} GeV$. Extrapolando os acoplamentos do modelo $SU(5)$ para altas energias espera-se que a escala de unificação seja alcançada próxima de $10^{15} GeV$, e assim as medições do tempo de vida média do próton excluem o modelo mínimo $SU(5)$ como uma GUT viável.

³Durante estas transições se conserva $B - L$.

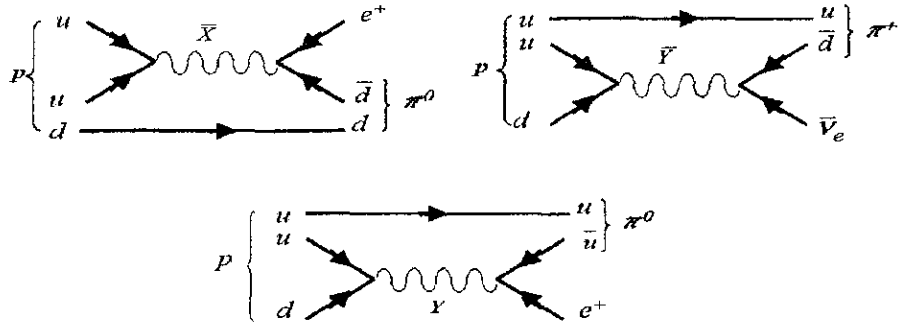


Figura 2-2: Diagramas de Feynman para o decaimento do próton.

Predição de $\sin^2 \theta_W$

O cálculo é como segue. Redefinimos a hipercarga $Y = CT_0$ e a inserimos na relação de Gell-Mann-Nishijima (1.4)

$$Q = T_3 + CT_0 \quad (2.10)$$

avaliando

$$\text{Tr } Q^2 = \text{Tr } (T_3^2 + CT_3T_0 + CT_0T_3 + C^2T_0^2) . \quad (2.11)$$

Lembrar que para transformações unitárias as matrizes de rotação são normalizadas tal que

$$\text{Tr } M_k M_l = \delta_{kl} . \quad (2.12)$$

Requerendo $\text{Tr } T_3^2 = \text{Tr } T_0^2$ resulta de (2.11) e (2.12)

$$\text{Tr } Q^2 = (1 + C^2) \text{Tr } T_3^2 , \quad (2.13)$$

e tomando em conta os números quânticos de Q e T_3 do $\bar{5}$ em (2.3)

$$(1 + C^2) = \frac{\text{Tr } Q^2}{\text{Tr } T_3^2} = \frac{3 \times 1/9 + 1}{2 \times 1/4} = \frac{8}{3}. \quad (2.14)$$

Das relações (1.15) - (1.19) observa-se que o acoplamento $g'Y = g'CT_0 = g_5T_0$, ou equivalentemente

$$g_5 = C g', \quad (2.15)$$

e como $C^2 = 5/3$ obtém-se

$$\sin^2 \theta_W = \frac{g'^2}{g^2 + g'^2} = \frac{g_5^2 C^2}{g_5^2 + g_5^2 / C^2} = \frac{1}{1 + C^2} = \frac{3}{8}. \quad (2.16)$$

O desacordo manifesto com o valor experimental de 0.23 a baixas energias deixou o modelo $SU(5)$ em descrédito, até que foi observado que a corrida dos acoplamentos entre a escala de unificação e a baixas energias poderia reduzir o valor de $\sin^2 \theta_W$ consideravelmente. Mas com as medições mais precisas feitas nos aceleradores, a unificação dos três acoplamentos dentro do modelo $SU(5)$ é excluído, tal como se vê na Fig. 2.1 (a). Foi observado que a predição de $\sin^2 \theta_W = 3/8$ não está restringido ao modelo $SU(5)$, se não que é verdade para qualquer grupo com \mathcal{G}_{SM} como subgrupo, sempre que Q , T_3 e Y são geradores com traços igual a zero e assim conduz as predições anteriores [12].

2.2.4 Escalares de Higgs e quebra espontânea de simetria em $SU(5)$

Certamente $SU(5)$ tem que ser quebrado porque a simetria observada na natureza é $SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m}$, ao mesmo tempo que esta simetria residual surgiu da quebra de $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \longrightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m}$, processo no qual os bósons W^\pm e Z^0 ganham massas $\sim 100 \text{ GeV}$. Por outro lado, da análise do decaimento do próton no marco de $SU(5)$ são necessárias massas para bósons de calibre acima de 10^{15} GeV . Assim

estamos obrigados a exigir dois multipletes para a quebra de $SU(5)$ e do SM

$$SU(5) \xrightarrow[\mathbf{24}]{M_{X,Y}} SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow[\mathbf{5}]{W^\pm, Z^0} SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m} \quad (2.17)$$

o que quer dizer que um Higgs Φ_{24} na representação adjunta $\mathbf{24}$ adquire um VEV grande para quebrar $SU(5)$ e dar massas a X, Y , enquanto que o Higgs Φ_5 adquire um VEV da escala eletrofraca para quebrar \mathcal{G}_{SM} e dar massas aos bósons W e Z . Os VEVs destes campos podem-se obter da seguinte maneira

$$\langle \Phi_{24} \rangle = v_{24} \text{diag} [1, 1, 1, -3/2, -3/2] , \quad (2.18)$$

para respeitar a simetria do SM . Os 12 bósons de calibre X, Y adquirem as massas

$$M_X^2 = M_Y^2 = \frac{25}{8} g_5^2 v_{24}^2 . \quad (2.19)$$

Por outra parte,

$$\langle \Phi_5 \rangle^T = v_5 (0, 0, 0, 0, 1) , \quad (2.20)$$

para respeitar $SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m}$. Observe-se que $\langle \Phi_{24} \rangle \sim M_X$ enquanto que $\langle \Phi_5 \rangle \sim M_W$. Além disso, $M_W^2 = (g_5 v_5)^2 / 2$ e $M_Z = M_W / \cos \theta_W$ com $v_5 = \frac{v}{\sqrt{2}} = 174 \text{ GeV}$, o que implica que a relação $v_5 / v_{24} \approx 10^{-13}$ expressa o problema de hierarquia.

2.2.5 Massas de férmions

Os férmions do SM ganham massas com $\langle \Phi_5 \rangle$. Para ver isso considerem-se os produtos tensoriais

$$\bar{\mathbf{5}} \otimes \bar{\mathbf{5}} = \bar{\mathbf{10}} \oplus \bar{\mathbf{15}} , \quad \bar{\mathbf{5}} \otimes \mathbf{10} = \mathbf{5} \oplus \mathbf{45} , \quad \mathbf{10} \otimes \mathbf{10} = \bar{\mathbf{5}} \oplus \bar{\mathbf{45}} \oplus \bar{\mathbf{50}} . \quad (2.21)$$

O acoplamento de Φ_5 com o termo $\bar{5} \otimes 10$ produz massas de Dirac para os quarks d e léptons carregados, aqueles com o produto $10 \otimes 10$ produzem massas para quarks u . Massas de tipo Majorana para neutrinos não aparecem, já que o Φ_5 não se acopla ao $\bar{5} \otimes \bar{5}$.

Da escala GUT M_X espera-se as relações $M_d = M_e$, $M_s = M_\mu$, $M_b = M_\tau$; se levamos em consideração os efeitos do grupo de renormalização obtemos a relação $M_d \approx 3M_e$ na escala M_Z que está em contradição com as massas de férmions da Tabela 1.5. Observe-se que seriam possíveis termos de massas com um Higgs 45 que também tem uma componente (1, 2) relativa de $SU(3)_C \otimes SU(2)_L$ como se requer, produzindo resultados qualitativamente corretos [13].

As dificuldades apresentadas no modelo $SU(5)$ sem SUSY não significa que a idéia de grande unificação não é correta. A seguir mostra-se como o modelo $SO(10)$ conduz à unificação de um modo interessante.

2.3 $SO(10)$ como GUT

O grupo $SO(10)$ [14] é um grupo ortogonal de extensão 5 da classe de grupos $SO(N)$ que tem $N(N-1)/2$ geradores T^{ij} antissimétricos, $i, j = 1, \dots, N$ que satisfazem a regra de comutação

$$[T^{ij}, T^{kl}] = 2i (\delta^{ik} T^{jl} + \delta^{jl} T^{ik} - \delta^{il} T^{jk} - \delta^{jk} T^{il}) . \quad (2.22)$$

Para $N = 2m$, o caso que interessa para nos, $SO(N)$ tem uma representação espinorial 32-dimensional ψ de dimensão 2^m , quer dizer; se $m = 5$ é possível dividir o multiplete espinorial 32-dimensional ψ em 16 e $\bar{16}$ denotados por ψ_+ e ψ_- respectivamente tal que $\psi_\pm = \frac{1}{2} (1 \pm \Gamma_5) \psi$. Esta decomposição é possível em virtude de que $[\Gamma_5, T^{ij}] = 0$, $i, j = 1, \dots, 10$. As matrizes Γ_5 e T^{ij} podem-se escrever como

$$T_{ij} = \frac{1}{2i} [\Gamma_i, \Gamma_j] \quad , \quad \Gamma_5 \equiv -i \prod_{i=1}^{10} \Gamma_i , \quad (2.23)$$

as matrizes generalizadas Γ_i para $SO(10)$ [15] satisfazem a álgebra de Clifford

$$\{\Gamma_i, \Gamma_j\} = 2\delta_{ij} . \quad (2.24)$$

2.3.1 Estrutura de férmions

Os férmions são colocados na representação **16**. Para a família do elétron em termos de componentes esquerdas isto é

$$\mathbf{16}^T = \left(u_r \quad u_w \quad u_b \quad \nu_e \quad d_r \quad d_w \quad d_b \quad e^- \quad \vdots \quad d_r^c \quad d_w^c \quad d_b^c \quad e^+ \quad -u_r^c \quad -u_w^c \quad -u_b^c \quad -\nu_e^c \right)_L , \quad (2.25)$$

é similarmente para as famílias do μ e τ . Os campos direitos correspondem ao espinor conjugado de carga ψ^c que se transforma como o espinorial $\overline{\mathbf{16}}$ de $SO(10)$ e pode ser obtido com a fórmula (1.3) com a modificação apropriada para a matriz de conjugação da carga \mathcal{C} neste espaço [16]. Podemos estudar $SO(10)$ por meio de dois subgrupos ⁴ $G_{422} = SU(4)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ e $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$ intuitivamente compreensível do diagrama de decomposições na Fig.2.3. Observando a representação **16** vemos a aparição de um singlete leptónico com -5 de $\tilde{U}(1)$ adicional aos férmions ordinários correspondente ao antineutrino ν_{eL}^c que será responsável pela massa dos neutrinos e portanto de suas oscilações [17]. O grupo de cor generalizado de Pati-Salam

$$SU(4)_C \supset SU(3)_C \otimes U(1) \quad (2.26)$$

⁴É importante frisar que o subgrupo máximo principal [18] de $SO(10)$ é $SU(4)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes D$, onde D é uma simetria discreta que desempenha o papel essencial de conjugação de carga. Assim por exemplo, do **16** de $SO(10)$ troca $(4, \mathbf{2}, \mathbf{1})$ pelo $(\overline{4}, \mathbf{1}, \mathbf{2})$, isto é, troca partículas por antipartículas e viceversa.

permite a decomposição adicional de $\mathbf{16}$ sob $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R$

$$\mathbf{16} = \underbrace{\begin{pmatrix} u_r & u_w & u_b \\ d_r & d_w & d_b \end{pmatrix}}_{(\mathbf{3}, \mathbf{2}, \mathbf{1})}_L \oplus \underbrace{\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}}_{(\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{1})} \oplus \underbrace{\begin{pmatrix} d_r^c & d_w^c & d_b^c \\ -u_r^c & -u_w^c & -u_b^c \end{pmatrix}}_{(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, \mathbf{2})}_L \oplus \underbrace{\begin{pmatrix} e^+ \\ -\nu_e^c \end{pmatrix}}_{(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{2})}_L \quad (2.27)$$

sendo evidente que o grupo eletrofraco simétrico esquerdo-direito $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1) \subset SO(10)$.

2.3.2 Bósons de calibre

As partículas vetoriais da teoria completam a representação 45-dimensional de $SO(10)$ que pode-se decompôr como se mostra na Fig. 2.3.

Adicionalmente sob $SU(3)_C$

$$\mathbf{15} = \mathbf{8} \oplus \mathbf{3} \oplus \bar{\mathbf{3}} \oplus \mathbf{1} \quad , \quad \mathbf{6} = \bar{\mathbf{3}} \oplus \mathbf{3} \quad (2.28)$$

permite decompôr $\mathbf{45}$ sob $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ mostrando-se as partículas vetoriais:

$$\begin{aligned} \mathbf{45} = & \underbrace{\begin{pmatrix} \text{Gluons } G_\beta^\alpha \\ (\alpha, \beta = 1, 2, 3) \end{pmatrix}}_{(\mathbf{8}, \mathbf{1}, \mathbf{1})} \oplus \underbrace{\begin{pmatrix} W_L^{1,2,3} \end{pmatrix}}_{(\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{1})} \oplus \underbrace{\begin{pmatrix} W_R^{1,2,3} \end{pmatrix}}_{(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{3})} \oplus \underbrace{\begin{pmatrix} B_\mu \end{pmatrix}}_{(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1})} \oplus \underbrace{\begin{pmatrix} X & \bar{Y}' \\ Y & \bar{X}' \end{pmatrix}}_{(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{2}, \mathbf{2})} \\ & \oplus \underbrace{\begin{pmatrix} X' & \bar{Y} \\ Y' & \bar{X} \end{pmatrix}}_{(\mathbf{3}, \mathbf{2}, \mathbf{2})} \oplus \underbrace{\begin{pmatrix} X_3 \end{pmatrix}}_{(\mathbf{3}, \mathbf{1}, \mathbf{1})} \oplus \underbrace{\begin{pmatrix} \bar{X}_3 \end{pmatrix}}_{(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, \mathbf{1})} . \end{aligned} \quad (2.29)$$

Os 15 bósons de calibre G_β^α , $W_{L,R}^{1,2,3}$ e B_μ estão associados com $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)$. O gerador de hipercarga do modelo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ tem a forma

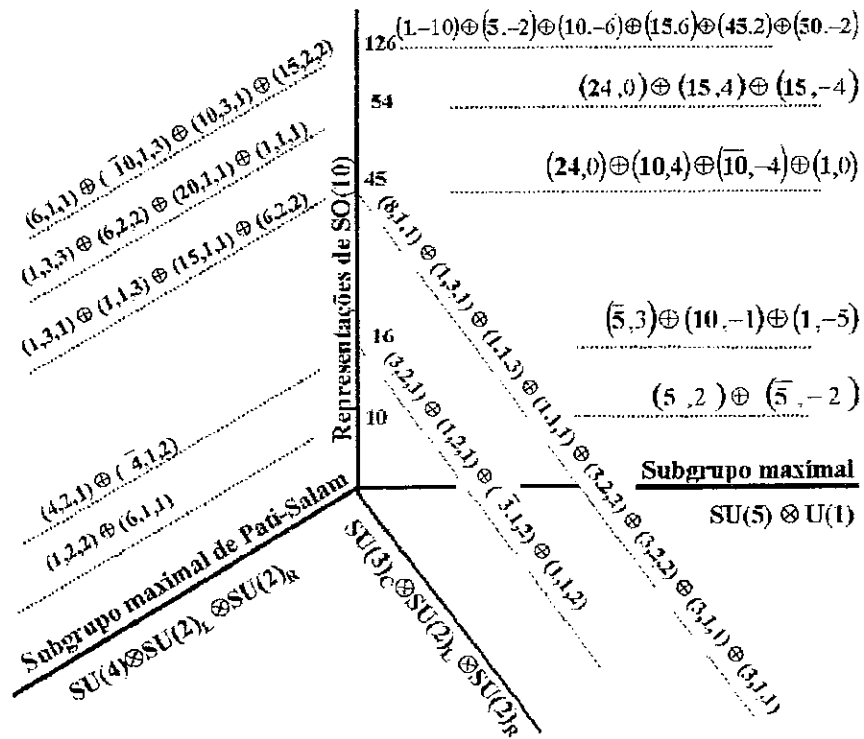


Figura 2-3: Decomposições de algumas representações de $SO(10)$ com respeito aos grupos $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$, $G_{422} = SU(4)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ e $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R$. A linha tracejada sugere que a decomposição dada é sob o grupo indicado.

$Y = T_{3R} + (B - L)/2$ com $Y' = B - L$ a carga $U(1)$ para férmions. O doplete (X, Y) de $SU(2)_L$, antitriplete com $Q_X = 4/3$ e $Q_Y = 1/3$ são os bósons de calibre superpesados de $SU(5)$, enquanto que aqueles do doplete (X', Y') têm cargas $Q_{X'} = 2/3$, $Q_{Y'} = -1/3$ não estão contidos em $SU(5)$. O singlete X_3 de $SU(2)_L$, triplete de cor com $Q_{X_3} = 2/3$ pode intervir no decaimento do próton unicamente através de uma mistura com X' [19] processo no qual é violado $B - L$, mas este tipo de decaimento é fortemente suprimido por potências inversas adicionais de massas superpesadas.

2.3.3 Conteúdo de Higgs e quebra espontânea em $SO(10)$

O conteúdo de Higgs é ditado por dois requerimentos: quebra de $SO(10) \rightarrow \mathcal{G}_{SM}$ e pelo desejo de reproduzir a massa e os parâmetros de ângulos de mistura fenomenologicamente observados dos férmions. O candidato de Higgs que dará massas aos férmions aparece no produto

$$\mathbf{16} \otimes \mathbf{16} = (\mathbf{10} \oplus \mathbf{126})_S \oplus (\mathbf{120})_A, \quad (2.30)$$

onde $S(A)$ significa a parte simétrica (anti simétrica). O setor Higgs aparece no produto que é simétrico nos índices de Lorentz. A representação 10-dimensional de $SO(10)$ é a representação vetorial real que se decompõe como mostra-se na Fig. 2.3. A representação 126-dimensional é complexa, corresponde a um tensor totalmente antisimétrico de ordem 5 e sua decomposição está na Fig. 2.3, onde o 15 e 6 de $SU(4)_C$ se decompõe como em (2.28), enquanto que o 10 sob $SU(3)_C$ é

$$\mathbf{10} = \mathbf{1} \oplus \mathbf{3} \oplus \mathbf{6}. \quad (2.31)$$

Em um modelo genérico $SO(10)$ existe um número de possíveis padrões de quebras de simetrias como é ilustrado na Fig.2.4.

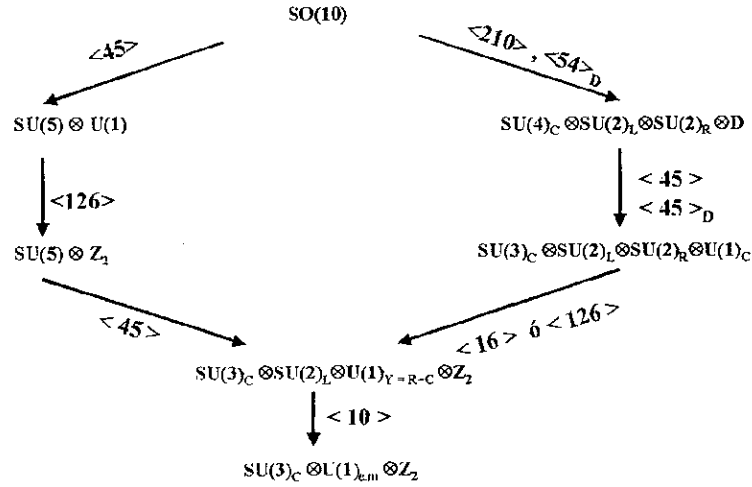


Figura 2-4: Possíveis caminhos de quebras de simetrias para $SO(10)$. São indicados os VEV $\langle \mathbf{R} \rangle$ dos campos de Higgs na R-representação de $SO(10)$ necessários para as quebras. O VEV $\langle 54 \rangle_D$ é necessário para quebrar $SO(10) \rightarrow G_{422} \otimes D$ e $\langle 45 \rangle_D$ é necessário para quebrar $G_{422} \otimes D \rightarrow SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_C$. A simetria discreta Z_2 pelo qual $\Phi \rightarrow -\Phi$ só será levada em conta para a seqüência de quebras que incluem $SU(5)$.

	G'	$M_X/10^{15}GeV$	$M_R/10^{11}GeV$
A	$G_{422} \otimes D$	0.6	460
B	G_{422}	4.7	2.8
C	$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$	9.5	0.067

Tabela 2.1: Previsões para as escalas de quebra M_X e M_R tendo como simetria intermediária G .

2.3.4 Algumas previsões da $SO(10)$

A diferença do modelo minimal $SU(5)$ sem SUSY no modelo $SO(10)$ as constantes de acoplamento se unificam verdadeiramente [20].

Tendo em vista que existem muitas etapas intermediárias alternativas de quebras até chegar ao SM, um exemplo a ser considerado é

$$SO(10) \xrightarrow{M_X} G' \xrightarrow{M_R} \mathcal{G}_{SM} \xrightarrow{M_{EW}} SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m}$$

com M_R sendo a escala de quebra de simetria $SU(2)_R$. Algumas previsões foram feitas tomando como dados conhecidos à escala M_Z os valores $\sin^2 \theta_W = 0.2315 \pm 0.0002$, $\alpha_s = 0.120 \pm 0.005$, $\alpha_{e.m} = (127.9 + 0.09)^{-1}$, e as equações do grupo de renormalização, para determinar M_X e M_R exigindo que $SO(10)$ o G' sejam restauradas. Ver tabela 2.1 [21].

Tendo em conta o limite experimental inferior para a vida média do próton [11] vindo do canal $p \rightarrow e^+ \pi^0$; $\tau_{p \rightarrow e^+ \pi^0} \gtrsim 2.9 \times 10^{33}$ anos, o limite inferior sob M_X resulta $M_X = \left[\frac{\tau_{p \rightarrow e^+ \pi^0}}{10^{32} \text{anos}} \right]^{1/4} \times 10^{15} GeV \gtrsim 2.3 \times 10^{15} GeV$. Deste limite conclue-se que o modelo A com D-simetria é incompatível com experimentos; enquanto que os modelos B e C ainda são bons modelos na predição da vida média do próton para o canal $e^+ \pi^0$ que dão os valores 9×10^{35} anos e 5×10^{34} anos respectivamente.

Uma predição importante no contexto da cosmologia [22] aparece se a cadeia de

Como a escala M_R em que $SU(2)_R$ é quebrado é maior do que M_{EW} , segue-se que os dois valores próprios de massas são aproximadamente iguais a m^M e $(m^D)^2/m^M \ll m^M$. Assim, este mecanismo de "sec-saw" prediz um neutrino direito extremamente pesado e um neutrino esquerdo bem mais leve, por um fator $m^D/m^M \sim M_{EW}/M_R$, do que para os léptons carregados ou quarks da mesma geração. Esta notável predição da GUT $SO(10)$ permite explicar por que os neutrinos que interagem fracamente devem ser leves.

2.4 Além da $SO(10)$. A simetria E_6

A grande unificação das interações de partículas baseada em um grupo excepcional tal como E_6 foi proposta [23] como uma alternativa aos modelos $SU(5)$ e $SO(10)$. Tem a virtude, ao igual que $SO(10)$, de ser livre de anomalias triangulares o que é necessário para a consistência de uma teoria de calibre, a diferença de $SU(5)$ onde o cancelamento destas anomalias é até certo ponto milagrosa. Pode-se considerar como uma simetria natural se começamos com um modelo de supercordas.

É um grupo de extensão 6 e suas representações fundamental e adjunta são **27** e **78** - dimensionais, respectivamente. Contém dois subgrupos maximais, a saber, $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ e $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$. A seguir estaremos interessados no segundo grupo⁵. Sua representação **27**-dimensional se desdobra sob $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ como segue

$$[\mathbf{27}] = \{\mathbf{16}, 1\} \oplus \{\mathbf{10}, -2\} \oplus \{\mathbf{1}, 4\} . \quad (2.35)$$

De (2.35), fica claro que **27** incorpora todas as partículas fermiônicas por geração, as quais incluem-se na representação **16** de $SO(10)$. Existem além disso 11 férmions adicionais

⁵Para evitar complicações no uso da simbologia das decomposições nas diversas representações que usaremos muitas vezes nesta seção, convencionalmente adotamos a nomenclatura seguinte: as representações em [] são de E_6 em componentes { } de $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ e () de $SU(5) \otimes \bar{U}(1)$. Os campos conjugados de carga, como é natural, supõem-se esquerdos ao invés de direitos.

quebras de simetrias é

$$SO(10) \xrightarrow[45]{} SU(5) \otimes \tilde{U}(1) \xrightarrow[126]{} SU(5) \otimes Z_2 \xrightarrow[45]{} \mathcal{G}_{\text{SM}} \otimes Z_2 \xrightarrow[10]{} SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m} \otimes Z_2 \quad (2.32)$$

onde $\tilde{U}(1)$ é quebrado com $\langle \Phi_{126} \rangle$. Nesta fase produziriam-se cordas cósmicas superpesadas que permaneceriam classicamente estáveis até a temperatura $T = 0$ visto que Z_2 não é quebrado a baixas energias o que impede seu decaimento por inserção de monopolos. Se isto é possível, os campos que formam a corda, a saber, o campo de calibre e de Higgs poderiam interagir com férmions com carga $\tilde{U}(1)$ sendo que no primeiro caso a interação é de tipo Aharonov-Bohm [72] e no segundo caso requer violação do número de léptons se a interação é com férmions de Majorana. Analisaremos estes problemas um pouco mais detalhadamente no Cap. 7.

2.3.5 Massas para férmions

Massas de férmions em $SO(10)$ podem ser produzidos mediante o mecanismo de quebra usual de simetria e os acoplamentos Yukawa aos bósons de Higgs da forma

$$10_{\text{H}} \cdot (\mathbf{16}_{\text{F}} \otimes \mathbf{16}_{\text{F}})_{10} , \quad 126_{\text{H}} \cdot (\mathbf{16}_{\text{F}} \otimes \mathbf{16}_{\text{F}})_{126} , \quad 120_{\text{H}} \cdot (\mathbf{16}_{\text{F}} \otimes \mathbf{16}_{\text{F}})_{120} . \quad (2.33)$$

Espera-se que todas as massas de Dirac para férmions sejam geradas na fase final, quando SM se quebra a $SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m}$. A presença de ν_L e ν_L^c na representação $\mathbf{16}$ no entanto, permite também o termo de massa de Majorana $m^M \nu_L^{cT} \sigma_2 \nu_L^c$ que aparece quando $SU(2)_R$ e $U(1)_{B-L}$ são espontâneamente quebrados. A matriz de massa de neutrino toma a forma, exceto pelas correções radiativas

$$m_\nu = \begin{pmatrix} 0 & m^D \\ m^D & m^M \end{pmatrix} . \quad (2.34)$$

Como a escala M_R em que $SU(2)_R$ é quebrado é maior do que M_{EW} , segue-se que os dois valores próprios de massas são aproximadamente iguais a m^M e $(m^D)^2/m^M \ll m^M$. Assim, este mecanismo de “see-saw” prediz um neutrino direito extremamente pesado e um neutrino esquerdo bem mais leve, por um fator $m^D/m^M \sim M_{EW}/M_R$, do que para os léptons carregados ou quarks da mesma geração. Esta notável predição da GUT $SO(10)$ permite explicar por que os neutrinos que interagem fracamente devem ser leves.

2.4 Além da $SO(10)$. A simetria E_6

A grande unificação das interações de partículas baseada em um grupo excepcional tal como E_6 foi proposta [23] como uma alternativa aos modelos $SU(5)$ e $SO(10)$. Tem a virtude, ao igual que $SO(10)$, de ser livre de anomalias triangulares o que é necessário para a consistência de uma teoria de calibre, a diferença de $SU(5)$ onde o cancelamento destas anomalias é até certo ponto milagrosa. Pode-se considerar como uma simetria natural se começamos com um modelo de supercordas.

É um grupo de extensão 6 e suas representações fundamental e adjunta são **27** e **78**- dimensionais, respectivamente. Contém dois subgrupos maximais, a saber, $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ e $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$. A seguir estaremos interessados no segundo grupo⁵. Sua representação 27-dimensional se desdobra sob $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ como segue

$$[27] = \{16, 1\} \oplus \{10, -2\} \oplus \{1, 4\} . \quad (2.35)$$

De (2.35), fica claro que **27** incorpora todas as partículas fermiônicas por geração, as quais incluem-se na representação **16** de $SO(10)$. Existem além disso 11 férmions adicionais

⁵Para evitar complicações no uso da simbologia das decomposições nas diversas representações que usaremos muitas vezes nesta seção, convencionalmente adotamos a nomenclatura seguinte: as representações em [] são de E_6 em componentes { } de $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ e () de $SU(5) \otimes \bar{U}(1)$. Os campos conjugados de carga, como é natural, supõem-se esquerdos ao invés de direitos.

não observadas ainda. Estas novas partículas são

$$\underbrace{\{1, 4\}}_{L_L} \oplus \underbrace{\left(\underbrace{\left(\begin{array}{ccc} D^c & N & E \end{array} \right)}_L \oplus \underbrace{\left(\begin{array}{ccc} D & N^c & E^c \end{array} \right)}_L \right)}_{\{10, -2\}} \oplus \underbrace{\left(\begin{array}{c} (\bar{5}, -2) \\ (5, 2) \end{array} \right)}_{\{10, -2\}} \quad (2.36)$$

Além disso temos novos bósons vetoriais não contidos em $SO(10)$, agrupados todos na representação adjunta 78-dimensional que sob $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ decompõe-se como

$$[78] = \{45, 0\} \oplus \{1, 0\} \oplus \{16, -3\} \oplus \{\bar{16}, 3\}. \quad (2.37)$$

Os bósons de calibre de $SO(10)$ como já foi mencionado contém os 12 do SM, os 33 restantes são bósons de calibre exóticos adicionais que chamaremos X . As decomposições do 45 e 16 de $SO(10)$ sob $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$ são dadas na Fig. 2.3, adicionalmente o singlete que aparece na equação (2.35) corresponde a

$$\{1\} = (1, 0). \quad (2.38)$$

2.4.1 Quebra da E_6

As representações de Higgs da simetria E_6 necessários para quebrar esta simetria até $SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m}$ estão contidos no produto do termo de massa

$$[27] \otimes [27] = ([\bar{27}] \oplus [351])_S \oplus [351']_A. \quad (2.39)$$

Observe-se que sob $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ o $[351']$ se decompõe como [24]

$$[351'] = \{10, -2\} \oplus \{16, 1\} \oplus \{\bar{16}, -5\} \oplus \{45, 4\} \oplus \{120, -2\} \oplus \{144, 1\} \quad (2.40)$$

e para o $[351]$ temos

$$[351] = \{1, -8\} \oplus \{10, -2\} \oplus \{16, -5\} \oplus \{54, 4\} \oplus \{126, -2\} \oplus \{144, 1\} . \quad (2.41)$$

Além disso, em termos de $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$

$$\{144\} = (\mathbf{5}, -3) \oplus (\bar{\mathbf{5}}, -7) \oplus (\overline{\mathbf{10}}, 1) \oplus (\overline{\mathbf{15}}, 1) \oplus (\mathbf{24}, 5) \oplus (\mathbf{40}, 1) \oplus (\mathbf{45}, -3) \quad (2.42)$$

$$\{120\} = (\mathbf{5}, 2) \oplus (\bar{\mathbf{5}}, -2) \oplus (\mathbf{10}, -6) \oplus (\overline{\mathbf{10}}, 6) \oplus (\mathbf{45}, 2) \oplus (\overline{\mathbf{45}}, -2) . \quad (2.43)$$

A sucessão de quebras de simetrias em que estamos interessados permite tratar separadamente dois problemas. Um deles é o dos raios cósmicos ultra-energéticos (UHECR) e o outro o do momento magnético anômalo do múon (MAM).

Esquema de quebra alternativo para UHECR

O esquema de Higgs responsável pelas quebras que nos permite estudar o problema UHECR está baseado em [27] com alguma componente de $[351]$ e o $[78]$, necessário para quebras não relacionados com massas de férmions

$$\begin{array}{ccccccc}
E_6 & \xrightarrow[A]{} & SO(10) \otimes \bar{U}(1) & \xrightarrow[B]{} & SO(10) & \xrightarrow[C]{} & SU(5) \otimes \tilde{U}(1) \\
[78] \{1,0\} & & & [27] \{1,4\} & [78] \{45,0\}(1,0) & & \\
& & & [351] \{1, -8\} & & & \\
& & \xrightarrow[D]{} & SU(5) & \xrightarrow[E]{} & SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1) & \\
[351] \{126, -2\}(1, -10) & & & [27] \{16,1\}(1, -5) & [78] \{45,0\}(24,0) & & \\
& & & & \xrightarrow[F]{} & & \\
& & & [27] \{10, -2\} & SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m} & , & (2.44) \\
& & & [27] \{16,1\}(\bar{5},3) & & &
\end{array}$$

onde entende-se que as representações em $[]$ são de E_6 com componentes $\{ \}$ de $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ e $()$ de $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$.

Esquema de quebras alternativo para MAM

Alternativamente o esquema de Higgs que permitiria estudar o problema MAM está baseado em [351] com as indispensáveis componentes de [78]

$$\begin{array}{ccccccc}
 E_6 & \xrightarrow[A]{} & SO(10) \otimes \bar{U}(1) & \xrightarrow[B]{} & SO(10) & \xrightarrow[C]{} & SU(5) \otimes \tilde{U}(1) \\
 & & [78] \{1,0\} & & [351] \{1, -8\} & & [78] \{45,0\}(1,0) \\
 & & \xrightarrow[D]{} & & \xrightarrow[E]{} & & \\
 [351] \{126, -2\} (1, -10) & & SU(5) & & [351] \{54,4\}(24,0) & & SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1) \\
 [351] \{16, -5\} (1, -5) & & & & [351] \{144,1\}(24,5) & & \\
 & & \xrightarrow[F]{} & & & & \\
 & & [351] \{10, -2\} & & SU(3)_C \otimes U(1)_{e,m} & & (2.45)
 \end{array}$$

Descrevemos brevemente [25] cada uma das fases de quebra de simetrias de (2.44) e (2.45):

A) $E_6 \longrightarrow SO(10) \otimes \bar{U}(1)$. Esta quebra é possível porque o [78] é a única representação de E_6 que contém o singlete neutro $\{1,0\}$ necessário para manter a simetria $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$, assim todos os férmions permanecem sem massa, porém ganham massa os 32 bósons de calibre em $\{16, -3\}$ e $\{\bar{16}, 3\}$ que estão no [78] segundo a Eq. (2.37).

B) $SO(10) \otimes \bar{U}(1) \longrightarrow SO(10)$. Nesta etapa necessitamos da componente $\{1,4\}$ do [27] para produzir esta quebra, sendo que neste caso férmions exóticos de $\{10, -2\}$ ganham massa conservando-se a carga $\bar{U}(1)$ no termo de Yukawa. Como os 45 bósons de calibre de $SO(10)$ ficam ainda sem massa o único bóson exótico que ganha massa é o $\{1,0\}$ de $\bar{U}(1)$ que chamaremos \bar{Z} . Observemos que também um Higgs $\{1, -8\}$ do [351] pode produzir esta quebra na qual ganha massa a partícula L da Eq. (2.35) podendo também dar massa a \bar{Z} . Este férmion L será mais leve que os bósons vetoriais X cuja massa vem da quebra anterior com exceção do \bar{Z} associado a $\bar{U}(1)$.

C) $SO(10) \longrightarrow SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$. É possível quebrar $SO(10)$ através do $\{45,0\}$ do [78] porque esta componente é a única que contém a representação $(1,0)$ necessária para manter $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$. Aqui adquirem massa os 45-25 bósons de $SO(10)$ que não

correspondem a $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$ e que estão contidos em $(10,4)$ e $(\overline{10}, -4)$. Os férmions de $\{16,1\}$ ainda permanecem sem massa nesta quebra.

D) $SU(5) \otimes \tilde{U}(1) \longrightarrow SU(5)$. O que precisamos para produzir esta quebra é um singlete com carga $\tilde{U}(1)$ que seja invariante sob $SU(5)$. Encontramos vários candidatos para este propósito. Por exemplo em $\{126, -2\}$ no complexo conjugado do [351] temos a componente $(1,10)$, e também em $\{16, -5\}$ do [351] na qual temos $(1, -5)$. Esta mesma componente $(1, -5)$ se encontra em $\{16,1\}$ do [27] e em $\{16, -3\}$ ou em $\{\overline{16},3\}$ do [78] como $(1,5)$. Pode-se notar que o neutrino ν_L^c , que é $(1, -5)$, ganha massa com um VEV do Higgs $(1,10)$, porém não recebe massa com um VEV $(1,5)$ do $\{\overline{16},3\}$. Qualquer VEV destes Higgs poderá dar massa ao bóson de calibre $(1,0)$ correspondente a $\tilde{U}(1)$ que chamaremos \tilde{Z} . É importante notar que um VEV do $(1, -5)$ em $\{16,1\}$ do [27] pode produzir mistura de férmions ordinários $(\overline{5}, 3)$ que está no $\{16,1\}$ do [27] com férmions exóticos do $(5,2)$ que está no $\{10, -2\}$. No entanto, se está em $\{16, -3\}$ do [78] não pode-se misturar esses férmions porque não conservaria $Q_{\tilde{U}}$ e [78] não está em $[27] \otimes [27]$.

E) $SU(5) \longrightarrow SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)$. Esta quebra é feita por um singlete do SM. Este candidato se encontra dentro do $(24,0)$ que é uma componente das representações $\{45,0\}$ e $\{54,4\}$ que por sua vez estão no [78] e [351] respectivamente. O Higgs do $(24,0)$ não vai gerar massa nem mistura de férmions ordinários, pois de acordo a Eq. (2.21) nenhum dos produtos $(\overline{5}) \otimes (\overline{5})$, $(\overline{5}) \otimes (10)$ e $(10) \otimes (10)$ contém um $(24,0)$. Como $\{54\}$ aparece em $\{10\} \otimes \{10\} = \{54\} \oplus \{45\} \oplus \{1\}$ é possível ter um termo Yukawa para os férmions exóticos D, N, E que conserve $Q_{\tilde{U}}$ e possa dar-lhes massa já que $(5) \otimes (5) = (1) \oplus (24)$ e se conserva $Q_{\tilde{U}}$. Por outra parte, a componente $(24,5)$ que está em $\{144,1\}$ de [351] vai produzir mistura dos ordinários da componente $(\overline{5}, 3)$ do $\{16,1\}$ com os exóticos do $\{10, -2\}$ na sua componente $(5,2)$ (lembre-se que temos que tomar o complexo de 351). Além disso nesta etapa os 12 bósons de calibre de $SU(5)$ não contidos no SM ganham massa.

F) $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1) \longrightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{em}$. Aqui necessitamos do Higgs $\{10, -2\}$ o qual, segundo as decomposições da Fig. 2.3, produz como $\{10\} = (\overline{5}, -2) \oplus$

(5,2) com únicas componentes $\neq 0$ neutras de (5) e $(\bar{5})$ para serem invariantes sob $SU(3)_C \otimes U(1)_{e,m}$. Este Higgs encontra-se no [27] e por isso dá massa aos férmions ordinários em $\{16,1\}$ porque o termo de Yukawa conserva a carga $\bar{U}(1)$ e $\{16\} \otimes \{16\} = \{10\} \oplus \{126\} \oplus \{120\}$. A componente (5,2) da massa aos ordinários do (10, -1) conservando a carga $\tilde{U}(1)$ como pode ser visto do produto $\{10\} \otimes \{10\} = \{\bar{5}\} \oplus \{\bar{45}\} \oplus \{50\}$, enquanto que o Higgs $(\bar{5}, -2)$ dá massa aos férmions ordinários de $(\bar{5}, 3)$ porque compensa $Q_{\tilde{U}}$ de $(\bar{5}, 3) \otimes (10, -1)$ e $(\bar{5}) \otimes (10) = (5) \oplus (45)$. Ao mesmo tempo $\{10, -2\}$ do [27] pode dar mistura de L , que é $\{1,4\}$ com férmions exóticos $\{10, -2\}$ compensando seu (5, 2) com $(\bar{5}, -2)$ de Higgs e vice-versa em sua componente neutra dando $N \leftrightarrow L$. Deve-se que notar que $\{10, -2\}$ também dá massa de Dirac a ν com sua componente (5,2) que compensa o produto de $(\bar{5}, 3)$ (onde está ν_L) e $(1, -5)$ (onde está ν_L^c) possibilitando o mecanismo “see-saw” com a massa que já tem ν_L^c . Observe-se que $\{10, -2\}$ também se encontra em [351], pois a discussão anterior vale para aquele que está em [27]. Nota-se que $\{10^*\} = \{10\}$.

Esta mesma quebra também pode ser feita com o $\{16\}$ que também tem um 5-plete necessário. Na realidade, temos $\{16\}$ em [27], [78] e em [351]. Se pertence a [27] é $\{16,1\}$ com o qual dá mistura de férmions ordinários $\{16,1\}$ com exóticos $\{10, -2\}$ mediante sua componente $(\bar{5}, 3)$ no produto $(\bar{5}, -2) \otimes (10, -1)$ de ordinários com exóticos, por que no $SU(5)$ o produto $(\bar{5}) \otimes (10)$ tem um 5-plete (veja Eq. (2.21)), ou também no $(1, -5) \otimes (5,2)$ de ν_L^c com exóticos D_L, N_L^c, E_L^c . Se o $\{16\}$ pertence a [351] o Higgs é $\{16, -5\}$ então vai misturar $\{16, 1\}$ com $\{1, 4\}$ do [27] através da sua componente $(\bar{5}, 3)^*$ (porque temos que tomar [351]*) no produto $(\bar{5}, 3) \otimes (1,0)$ de ordinários com L , isto é, se produziria a mistura $L \leftrightarrow \nu_L$. No entanto se tomamos a componente já considerada $(1, -5)$ isto poderia produzir a mistura dos exóticos (5,2) com os ordinários $(\bar{5}, 3)$, porque o produto $(5) \otimes (\bar{5}) = (1) \oplus (24)$, na qual se conserva a carga $\tilde{U}(1)$. Nota-se que se tomamos $\{16\}$ do [78] o Higgs seria $\{16, -3\}$ e não poderia misturar férmions porque o termo de Yukawa não teria $Q_{\bar{U}} = 0$, além do que [78] não está em $[27] \otimes [27]$. Por último, os 3 bósons de calibre de $SU(2)_L$ ganham massa, sendo que os únicos a permanecerem sem massa seriam o fóton e os glúons como é requerido.

Capítulo 3

COSMOLOGIA DE FRIEDMANN-ROBERTSON-WALKER

3.1 O Modelo de Big Bang

A teoria de Big Bang é a melhor que temos para descrever o universo. Ela fundamenta-se em três princípios:

- 1) O Universo é um sistema térmico homogêneo e isotrópico em grandes escalas (princípio cosmológico).
- 2) A relatividade geral é a teoria correta para se descrever a física em escalas cosmológicas.
- 3) O tensor momento - energia do universo é bem aproximado por aquele de um fluido perfeito

$$T_{\mu}^{\nu} = \text{diag} [\rho, -p, -p, -p] , \quad (3.1)$$

onde ρ é a densidade de energia e p a pressão. As duas primeiras suposições implicam que o universo pode ser descrito pela métrica de Friedmann-Robertson-Walker

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (3.2)$$

onde r, ϕ, θ são coordenadas polares comoveis, que permanecem fixas para objetos que não tem outro movimento que o de expansão do universo. O parâmetro $k = 0, -1, +1$ define se o universo é plano, aberto ou fechado, respectivamente. A grandeza adicional $a(t)$ é o “fator de escala” do universo que descreve a expansão cosmica.

A conservação da energia e momento ($T_{\mu;\nu}^{\nu} = 0$) toma a forma de equação de continuidade

$$\dot{\rho} = -3H(t) (\rho + p) , \quad (3.3)$$

onde o parâmetro de Hubble $H(t) \equiv \dot{a}(t)/a(t)$. O primeiro termo do membro da direita de (3.3) descreve a diluição da energia devido a expansão do universo, e o segundo termo corresponde ao trabalho feito pela pressão. As equações de Einstein

$$R_{\mu}^{\nu} - \frac{1}{2}\delta_{\mu}^{\nu}R = 8\pi GT_{\mu}^{\nu} , \quad (3.4)$$

onde R_{μ}^{ν} e R é o tensor e o escalar de curvatura de Ricci, respectivamente. $G \equiv M_p^{-2}$ é a constante de Newton, conduzem à equação de Friedmann

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} . \quad (3.5)$$

É possível descrever a expansão do universo em termos de alguns parâmetros cosmológicos: i) O valor atual do parâmetro de Hubble $H_o \equiv H(t_o) = 100h \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, $h = 0.65 \pm 0.08$ [26], ii) a fração $\Omega = \rho/\rho_c$, onde ρ_c é a densidade crítica para um universo plano ($k = 0$). De (3.5), $\rho_c = 3H^2/(8\pi G)$ e, assim, $\Omega = 1 + k/(a^2H^2)$. Então $\Omega = 1$, $\Omega > 1$ ou $\Omega < 1$ correspondem a um universo plano, fechado ou aberto respectivamente. Supondo um período de inflação no passado, que corresponde a H constante e expansão exponencial, o valor atual de Ω deve ser $\Omega_o = 1$ o que é consistente com observações cosmológicas. No entanto, a contribuição bariônica a Ω é $\Omega_b = (0.019 \pm 0.001) h^{-2}$ [26]. Isso indica que grande parte da energia do universo deve estar em forma não bar-

iônica. iii) O parâmetro de dessaceleração $q = -(\ddot{a}/\dot{a})/(\dot{a}/a) = (\rho + 3p) / (2\rho_c)$. Tendo em conta que a inflação implica $\Omega = 1$ o valor atual de q seria $1/2$ para domínio de matéria, mas as observações recentes indicam $q_o < 0$, o que sugere uma constante cosmológica ou energia de vácuo que produz pressão negativa.

Para implementar a equação de Friedmann (3.5) também requer-se uma equação de estado

$$p = p(\rho) , \quad (3.6)$$

que juntamente com a equação de energia (3.3) conduz à certas previsões.

3.1.1 Eras de radiação e matéria

A era de radiação caracteriza a fase em que as partículas são extremamente relativistas, é descrita pela equação de estado $p = \rho/3$; então de (3.3) $\rho \sim a^{-4}$. Por outro lado, a era dominada pela matéria não relativista é descrita pela equação $p = 0$. Assim, de (3.3) $\rho \sim a^{-3}$. Em um ou outro caso ρ varia mais rapidamente do que o termo de curvatura de (3.5). Por tanto, nas eras primordiais é sempre uma boa aproximação desprezar k . Agora, tomando em conta a Eq. (3.5) a solução é muito simples:

$$a(t) \sim t^{1/2} \quad (\text{universo dominado pela radiação}) , \quad (3.7)$$

$$a(t) \sim t^{2/3} \quad (\text{universo dominado pela matéria}) . \quad (3.8)$$

Um resultado conhecido da mecânica estatística para a radiação estabelece que $\rho \sim T^4$. Combinando isto com $\rho_{rad} \sim a(t)^{-4}$ vemos que a temperatura varia como

$$T(t) \sim a(t)^{-1} , \quad (3.9)$$

um resultado válido também na era de matéria, por que neste último caso $\rho_{mat} \sim T^3$. As três principais previsões da teoria do Big Bang são as seguintes:

- A expansão do universo (lei de Hubble).
- A existência do Fundo Cósmico de Microondas (CMB).
- A abundância relativa dos elementos leves (nucleosíntese primordial).

Uma forma simples de se derivar a lei de Hubble no caso de um universo plano ($k = 0$) é considerar dois pontos no espaço separados por uma distância comóvel dr (com $d\theta = d\phi = 0$). A distância própria (física) entre os dois pontos é dada por

$$ds = a(t) dr . \quad (3.10)$$

Conseqüentemente, a velocidade relativa física entre os dois pontos é

$$\dot{s} = \dot{a}r + a\dot{r} \quad (3.11)$$

onde $\dot{a}r$ é conhecido como o *fluxo de Hubble* e $a\dot{r}$ como a *velocidade peculiar*. Para distâncias próprias comóveis (r) grandes o segundo termo pode ser ignorado, o que conduz a

$$v = \dot{s} \simeq \frac{\dot{a}}{a} s \equiv H(t) s \implies cz \simeq v = H(t) s , \quad (3.12)$$

onde z é o deslocamento ao vermelho Doppler. A Eq. (3.12) se conhece como *lei de Hubble* e tem sido verificada por observações. Apesar do grande sucesso do modelo cosmológico padrão atual ou Big Bang, existem inúmeras questões que requerem solução: o problema do horizonte, da planitude, de monopolos magnéticos e o problema das flutuações da densidade primordial. Estas questões fascinantes podem ser resolvidas mediante invocação de um período inicial de expansão exponencial denominado *inflação* .

3.2 Radiação de fundo de microondas

Uma previsão particularmente importante da teoria do Big Bang é a existência do Fundo Cósmico de Microondas (CMB) [27]. Penzias e Wilson [28] observaram pela primeira vez em 1965 um fundo altamente isotrópico de fótons de microondas com um espectro que era térmico com grande precisão. Medições do CMB [29] mostraram que $T(t_o) = 2.736 \pm 0.017$, conseqüentemente, a temperatura em tempos anteriores seria $T(t) = 2.7 \text{ }^\circ K \frac{a(t_o)}{a(t)}$. Hoje em dia vários experimentos confirmaram esta temperatura para $t = t_o$, bem como anisotropias na temperatura da ordem $\frac{\Delta T}{T} = 10^{-5}$.

Também existe outro tipo de anisotropia devido ao movimento da Terra de ao redor de 600 km/s em relação ao sistema do CMB. Devido a sua origem dipolar esta anisotropia pode ser subtraída deixando a anisotropia anterior. Os fótons do CMB são livres no tempo atual t_o (seu caminho livre médio é de escala cosmológica). A explicação que fornece a teoria do Big Bang para sua termalização é que em tempos anteriores o universo era mais quente. Por tanto existe um tempo de recombinação $t_{rec} < t_o$, quando elétrons e núcleos formaram átomos e a matéria neutra fez-se transparente para os fótons ($T(t_{rec}) \gtrsim T_{ion} \simeq \mathcal{O}(10^4) \text{ }^\circ K$, correspondente à energia de ionização). Nesse momento o deslocamento ao vermelho definido como $1 + z(t_{rec}) \equiv \frac{a(t_o)}{a(t_{rec})} = \frac{T(t_{rec})}{T(t_o)}$ resulta ser $z(t_{rec}) \simeq 1100$. Assim, os fótons do CMB estiveram espalhados até $t = t_{rec}$ e levam uma “fotografia” do universo tirada quando era 1500 vezes menor e mais quente. Uma das implicações importantes dos fótons CMB refere-se aos raios cósmicos, como foi sugerido por K. Greisen em 1966. Greisen antecipou que, se as fontes dos raios cósmicos estivessem suficientemente longe de nós e se seu espectro de energia se estende além de 10^{20} eV , então os prótons e núcleos de ultra-alta-energia poderiam interagir inelasticamente com o fundo de radiação, mediante um mecanismo de fotoprodução de píons. Greisen previu que o espectro de energia de raios cósmicos com lei de potência suave poderia ser abruptamente cortado próximo da energia $5 \times 10^{19} \text{ eV}$, que corresponde ao limiar para a foto-produção de píons. Um efeito análogo foi independentemente previsto por G. T. Zatsepin e V. A. Kuzmin, razão pela qual hoje este limite se conhece como corte GZK.

Capítulo 4

DEFEITOS TOPOLÓGICOS NO UNIVERSO PRIMORDIAL

4.1 Transições de fase cosmológicas

É geralmente aceito que o universo primordial caracterizou-se por uma série de transições de fase, nas que um campo de Higgs Φ evoluiu a cair até o mínimo de seu potencial para um valor diferente de zero quebrando espontaneamente a simetria. Foi mostrado antes que o modelo eletrofraco está baseado neste mecanismo de quebra de simetria, por isso falasse de uma transição de fase eletrofraca, para o qual necessitaríamos uma temperatura de ordem de $10^{15} \text{ }^\circ K$. Nos aceleradores de partículas, podem-se alcançar as energias correspondentes, mas unicamente numa região muito pequena e para um intervalo de tempo muito curto. Os aceleradores de partículas não são fundamentalmente úteis para estudar a transição de fase eletrofraca. (Porém estão sendo úteis para estudar a transição de fase da QCD à uma temperatura de $10^{12} \text{ }^\circ K$.) A transição de fase GUT necessita de uma exorbitante $10^{29} \text{ }^\circ K$ que por enquanto resulta difícil ainda de alcançar. No entanto, o universo primordial deve ter alcançado temperaturas correspondentes à transição eletrofraca à idade de 10^{-10} s e a transição de fase GUT a 10^{-35} s , o que o torna um meio natural para o estudo da física de partículas de ultra alta energia. Ao mesmo tempo, os processos de partículas no universo primordial poderiam haver determinado o

estado atual do universo o que nos permitiria compreender a cosmologia das transições de fase.

Para um tratamento quantitativo é comum usar o potencial

$$V(\Phi) = \frac{\lambda}{4} (\Phi^\dagger \Phi - \eta^2)^2, \quad (4.1)$$

conhecido como o potencial do “chapéu Mexicano” para Φ complexo, com um efeito da temperatura que acrescenta um termo quadrático Φ^2 proporcional a T^2 . Existe uma temperatura crítica de Curie T_c acima da qual os campos estão num estado simétrico caracterizado por um VEV de Φ igual a zero. Porém, quando a temperatura decresce a simetria é espontaneamente quebrada: desenvolvendo-se um “vácuo verdadeiro” enquanto o campo escalar roda até o mínimo de seu potencial e situa-se num dos novos mínimos degenerados com VEV de $\langle |\Phi|^2 \rangle = \eta^2$. A inclusão precisa da temperatura requer da teoria quântica de campos a temperatura finita [30]. No análogo da matéria condensada a transição de fase descrita é de segunda ordem¹.

4.2 Mecanismo de Kibble

No esquema das transições de fase de segunda ordem descrito antes, foi mostrado que na região de fase simétrica onde $T > T_c$ o VEV do campo escalar se anula, enquanto que $T < T_c$ evolue suavemente até um VEV diferente de zero. As flutuações térmicas e quânticas influíram no novo VEV de Φ e por isso não existe razão para que *sua* fase seja uniforme no espaço. Isto conduz à existencia de *domínios* nos quais o VEV é coerente e regiões onde não é. Uma medida quantitativa do tamanho dos domínios onde o VEV é coerente está dada pela função de correlação de dois pontos $G(r) \equiv \langle \Phi(r_1) \Phi(r_2) \rangle$, onde $r = |r_1 - r_2|$, que terá um valor que depende de certo comprimento característico ξ^{-1}

¹Também são possíveis transições de fase de primeira ordem. Neste caso o parâmetro de ordem $\langle |\Phi| \rangle$ não é contínuo e a transição de fase pode proceder por nucleação de bôlhas [31].

conhecido como *comprimento de correlação* [32],

$$G(r) \simeq \begin{cases} \frac{T_c}{4\pi r} \exp(-r/\xi) & , r \gg \xi \\ \frac{T^2}{2\pi^2} & , r \ll \xi . \end{cases} \quad (4.2)$$

Isto quer dizer que os domínios de tamanho ξ surgem onde o campo Φ está correlacionado. Por outro lado, além de ξ não existem correlações e portanto pontos separados por $r \gg \xi$ corresponderam a domínios com orientações em princípio arbitrariamente diferentes do campo de Higgs. Existe um vínculo cosmológico para o comprimento de correlação: $\xi < H^{-1} \sim t$. O mecanismo descrito para a formação de domínios é conhecido como

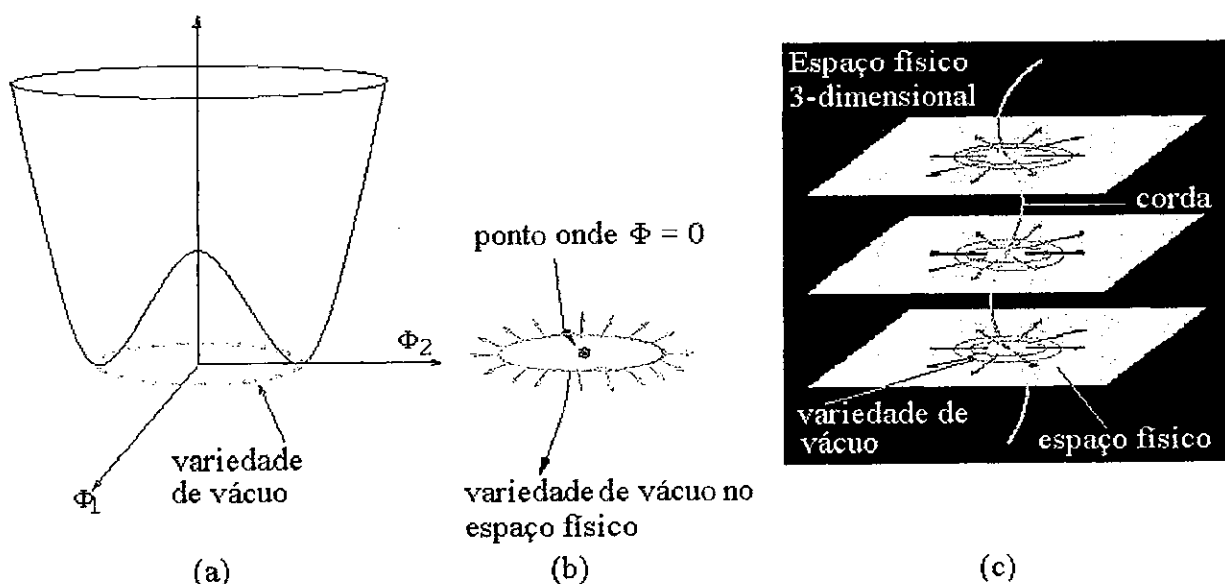


Figura 4-1: A baixa temperatura, o potencial adota a forma do chapéu Mexicano (a) e o campo espontaneamente escolhe um entre os novos estados de mais baixa energia degenerados disponíveis. Esta eleição de uma direção uni-valorada para a fase quebra a simetria que o sistema tinha à alta temperatura. Dentro de um círculo onde $|\Phi| = v$ deve haver um ponto com $\Phi = 0$. Semelhante ponto (e sua vizinhança) ficará associado com uma densidade de energia correspondente ao máximo local do potencial em $\Phi = 0$ (b). Extendendo este argumento a três dimensões, o ponto resulta em uma linha de densidade de energia presa (c).

mecanismo de Kibble [33] e mostra-se ser genérico para diversos tipos de transições de fase. Dependendo do tipo de variedade do vácuo da teoria, a aplicação do mecanismo de

Kibble pode gerar paredes de domínio, monopolos magnéticos, cordas cósmicas, texturas, etc. Entre estes tipos de defeitos, as paredes de domínio e os monopolos magnéticos tem implicações problemáticas para a cosmologia [34]. Para a aplicação a cordas veja-se a Fig. 4.1.

4.3 Cordas ordinárias em teorias do campo

É importante o fato que transições de fase cosmológicas poderiam ter dado origem a defeitos topológicos como cordas cósmicas.

Foi observado na seção anterior que estes tipos de defeitos formam-se com a quebra de alguma simetria $U(1)$ Abelianas não eletromagnética. Também foi visto, no Cap. II, que estes tipos de simetrias unitarias aparecem de uma forma natural em teorias de grande unificação como $SO(10)$ e E_6 . Neste sentido, pode-se ter cordas globais ou de calibre dependendo da natureza da $U(1)$. Certamente, também são possíveis a formação de cordas não Abelianas o que não será tratado neste trabalho.

4.3.1 Cordas globais

A descrição deste tipo de corda precisa de um campo escalar $\Phi(x)$ complexo na densidade Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \Phi^* \partial^\mu \Phi - V(\Phi) \quad , \quad V(\Phi) = \frac{\lambda}{4} (|\Phi|^2 - \eta^2)^2 \quad , \quad (4.3)$$

que é invariante sob uma rotação $U(1)$ global $\Phi \longrightarrow \Phi e^{i\alpha}$, com α constante. Das equações de Euler-Lagrange segue-se que

$$\left[\partial^2 + \frac{\lambda}{2} (|\Phi|^2 - \eta^2) \right] \Phi = 0 \quad . \quad (4.4)$$

A solução do estado de vácuo $\Phi = \eta e^{i\alpha_0}$ com α_0 constante, tem energia zero e é claramente estável. Esta solução quebra a invariância sob $U(1)$, e em consequência uma partícula

escalar adquire a massa $m_H^2 = \lambda\eta^2$; ao passo que a outra, o bóson de Nambu-Goldstone, permanece sem massa e está associado com a simetria global quebrada.

Também existem soluções estáticas com densidade de energia não nula

$$\Phi = \eta f(m_H r) e^{in\phi}, \quad (4.5)$$

onde $\{r, \phi, z\}$ são coordenadas polares cilíndricas, e n é chamado *número de enrolamento* que assume valores inteiros. A inserção da expressão anterior na equação do campo produz uma equação diferencial não linear para $f(\rho)$ com $\rho \equiv m_H r$. Só é possível dar os limites assintóticos para $f(\rho)$. Estes são tais que quando $\rho \rightarrow 0$, por continuidade Φ requer $f \rightarrow 0$; enquanto que quando $\rho \rightarrow \infty$, $f \rightarrow 1$, por que assim o campo alcança seu estado de vácuo $|\Phi| = \eta$. O problema que apresenta este tipo de cordas é que sua energia por unidade de comprimento é infinita, no entanto, introduzindo um corte $R \gg m_H^{-1}$ é aproximadamente [35] igual a $\pi n^2 \eta^2 \ln(m_H R)$.

4.3.2 Cordas locais ou de calibre

Se se introduz um campo de calibre A_μ na densidade Lagrangiana anterior (4.3) esta transforma-se em

$$\mathcal{L} = |\mathcal{D}_\mu \Phi|^2 - \frac{1}{4} \mathcal{F}_{\mu\nu} \mathcal{F}^{\mu\nu} - V(\Phi), \quad (4.6)$$

onde $\mathcal{D}_\mu \Phi = (\partial_\mu + ieA_\mu) \Phi$ e $\mathcal{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Pode-se provar a invariância de calibre local $\Phi \rightarrow \Phi e^{i\Lambda(x)}$, $A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \Lambda(x)$ da Lagrangiana anterior, sendo $\Lambda(x)$ uma função real uni-valorada. Além do campo de Higgs que como no caso anterior tem a massa $m_H = \sqrt{\lambda}\eta$, o campo de calibre ‘absorve’ o bóson de Nambu-Goldstone gerando a massa $m_A = \sqrt{2}e\eta$.

A solução de vórtice neste tipo de modelo de Higgs Abeliano foi encontrada por Nielsen e Olesen [36]. Este caracteriza-se porque sua energia por unidade de comprimento é finita e igual a $\pi\eta^2\epsilon(\beta)$. É possível se mostrar que analiticamente $\epsilon(1) = 1$ [37] sendo

o parâmetro $\beta = \lambda/e^2 = (m_H/m_A)^2$. As soluções estáticas cilindricamente simétricas se escrevem [35]

$$\Phi = \eta f(m_H r) e^{in\phi} \quad , \quad A_\phi = \frac{n}{er} a(m_H r) . \quad (4.7)$$

Inserindo estas soluções nas equações de campo para Φ e A_μ que obtém-se da densidade Lagrangiana é possível definir unicamente comportamentos assintóticos para f e a (f_o e a_o são constantes)

$$f \simeq \begin{cases} f_o \rho^{|n|} , \\ 1 , \end{cases} \quad a \simeq \begin{cases} a_o \rho^2 , & \text{para } \rho \rightarrow 0 \\ 1 , & \text{para } \rho \rightarrow \infty , \end{cases} \quad (4.8)$$

sendo $\rho \equiv m_H r$. É interessante observar que este tipo de corda contém um tubo de fluxo magnético quantizado $\int d^2x \vec{B} \cdot \hat{z} = \frac{2\pi n}{e}$ que corresponde ao campo de calibre A_μ .

4.3.3 Cordas supercondutoras fermiônicas

A interação de férmions com cordas pode, às vezes produzir “*modos zeros*” [38], isto é, soluções de energia zero para a equação de Dirac onde os campos de fundo Φ e A_μ estão no plano transversal à corda. Se estes férmions carregam carga elétrica, os campos elétricos ao longo da corda (ou equivalentemente, o movimento da corda através de um campo magnético) pode produzir correntes elétricas nela os que persistiriam ainda se o campo elétrico é desligado. Estas cordas denominan-se “supercondutoras” [39]. A corrente em uma corda supercondutora depende da corrente inicial existente no momento da sua formação e também do fluxo do campo magnético que a atravessa. Um modelo simples que descreve soluções de modo zero está exemplificado pela seguinte densidade Lagrangiana [40], [41]

$$\mathcal{L} = \psi^\dagger i\sigma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi - \frac{1}{2} ig \psi^\dagger \Phi \psi^C + (h.c) , \quad (4.9)$$

onde $\psi^C = i\sigma^2 \psi^*$, $\sigma^\mu = (I, \sigma^i)$ e $\mathcal{D}_\mu \psi = (\partial_\mu - \frac{1}{2} ie A_\mu) \psi$. O campo de Higgs Φ e de calibre A_μ formam parte da corda na densidade Lagrangiana (4.6). As equações de

campo reduzem-se a

$$\begin{pmatrix} -e^{i\phi} \left[\partial_r + \frac{i}{r} \partial_\phi + \frac{a}{2r} \right] & \partial_z + \partial_t \\ \partial_z - \partial_t & e^{-i\phi} \left[\partial_r - \frac{i}{r} \partial_\phi - \frac{a}{2r} \right] \end{pmatrix} \psi - M_o f e^{i\phi} \psi^* = 0 \quad (4.10)$$

onde foram usadas as expressões de (4.7), para $n = 1$ e $M_o = g\eta$ é a massa do férmion de Majorana. Com base no trabalho de Jackiw e Rossi [38] soluções de modo zero exigem independência de z e t devido a invariância translacional ao longo do eixo z . Pode-se provar que uma solução normalizada que satisfaz $\sigma^3 \psi = +\psi$ é dada por [41]

$$\psi(r, \phi) = \frac{\widetilde{M}}{\sqrt{2\pi L}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp \left(- \int_0^\rho \left[\frac{M_o}{M_{\mathcal{H}}} f(\rho') + \frac{a(\rho')}{2\rho'} \right] d\rho' \right), \quad (4.11)$$

onde $\rho = m_H r'$, L é o comprimento da corda, \widetilde{M}^{-1} é o rádio efetivo das funções de onda sendo $\widetilde{M} = M_{\mathcal{H}} \sqrt{\frac{M_o}{M_{\mathcal{H}}} f_o + \frac{a_o}{2}}$. A normalização foi adotada como

$$\int d^3x |\psi|^2 = 1/2. \quad (4.12)$$

Uma análise similar pode ser aplicada às soluções que satisfaz $\sigma^3 \psi = -\psi$. Todas as soluções decaem exponencialmente fora da corda, e assim os modos zeros estão confinados nela. Podem ser considerados como férmions confinados na corda. Para incluir a dependência em z e t é suficiente multiplicar ψ por $\alpha(z, t)$ em (4.10) que satisfaz $(\partial_z - \partial_t) \alpha = 0$, ou seja, $\alpha = \exp i p_z (z - t)$ (para soluções $\sigma^3 \psi = -\psi$ seria $(\partial_z + \partial_t) \alpha = 0$). Assim os férmions atrapalhados se movimentam com a velocidade da luz na direção $+z$ ($-z$).

Estas correntes são conservadas, e a corda atua como um condutor perfeito. A explicação é como segue: os portadores de correntes na corda são neutrinos sem massa viajando a velocidade da luz. No entanto, ainda que estes portadores de correntes fossem carregados como no modelo de cordas E_6 a estabilidade da corrente é garantida pela topologia da corda, entanto que no caso das correntes eletrônicas num átomo de Hidrogênio é estável quânticamente.

Capítulo 5

ARGUMENTOS EM FAVOR DE NOVA FÍSICA

Argumentos em favor de uma nova física cujo alcance vá além do SM parece ser sugerida, entre outras coisas, por dois resultados experimentais de natureza distinta:

i) o valor do momento magnético anómalo do múon (MAM) medido [42] não se corresponde ao previsto pelo SM e

ii) os raios cósmicos de ultra alta energia (UHECR) não parecem ter origem galáctica e não se identificam fontes extragalácticas vizinhas que possam emití-los. Se provienem de distâncias cosmológicas sua energia seria degradada pela interação com a radiação de fundo CMB.

Nosso objetivo neste capítulo é apresentar alguns argumentos em favor de nova física, como possível caminho para resolver estes problemas.

5.1 Origem dos raios cósmicos ultraenergéticos

O espectro de energia inesperado de UHECR com eventos cuja energia esta acima de $10^{20}eV$ foi construído com base em observações feitas por vários observatórios de raios cósmicos. Entre destes, os resultados do observatório AGASA parece indicar que o fluxo destes eventos esta acima de GZK que começa a $E \sim 5 \times 10^{19}eV$. Ao considerarmos

núcleons ou núcleos como constituintes de UHECR, o comprimento de atenuação no espaço intergalático estima-se ser menor do que 100 Mpc devido ao corte GZK¹. Assim, se a distância da Terra até qualquer fonte de UHECR fosse maior do que 100 Mpc , resulta difícil explicar UHECR em termos de núcleons ou núcleos. Poderíamos esperar que fontes de UHECR pudessem existir num raio de 100 Mpc em torno da Terra, mas tais fontes não tem sido identificadas. Uma outra característica dos UHECRs é a distribuição aproximadamente isotrópica dos eventos observados, assim como o agrupamento de escala pequena. Estas observações recentes contestam as explicações baseadas em astrofísica convencional bem como alternativas que sugerem uma nova física. Um panorama recente do status da física dos UHECR pode ser encontrado nas Ref. [43] e [44]. Descrevem-se brevemente algumas das possíveis soluções que usam um enfoque de física de partículas [45].

- *Matéria escura superpesada*. Partículas de matéria escura superpesadas de longa vida ainda poderiam estar acumuladas no halo galáctico. Estas partículas teriam sido produzidas ao final da inflação por efeitos não térmicos como por exemplo um campo gravitacional variável [46], ressonâncias paramétricas durante preaquecimento ou por decaimento de defeitos topológicos. Estas partículas poderiam ser de longa vida, cuja idade pode exceder a idade do universo. Os decaimentos destas partículas produzem UHECR sem corte GZK (muitas das partículas UHE parecem vir do halo galáctico). A componente dominante seria de fótons e também neutrinos.
- *Defeitos topológicos (TD)*. Existem mecanismos diferentes de produção de partículas UHE por TD. Em alguns casos TD tornam-se instáveis e se fragmentam em seus campos constituintes: bósons de calibre e Higgs superpesados. Este mecanismo

¹Prótons de ultra alta energia (UHE) perdem energia devido à produção de píons em espalhamentos com fótons de CMB, e seu espectro deve ter uma queda acentuada (corte GZK). Núcleons UHE perdem energia devido a produção de pares e^+e^- em espalhamentos com fótons CMB. Elétrons perdem sua energia muito rápido ao interagirem com CMB e fótons UHE são absorvidos pela emissão de fundo de rádio galáxias.

funciona para cordas ordinárias e supercondutoras eventualmente em laços fechados chamados vórtens. No caso de monopólos e antimonopólos conectados por cordas, as partículas de alta energia seriam produzidas na aniquilação de pares monopólo-antimonopólo. Os candidatos mais promissores são colares: monopólos-antimonopólos inseridos em laços, que estariam distribuídos no universo, e por tanto produziriam um corte GZK suave que não está em contradição com as observações.

Outros mecanismos como o de aniquilação de neutrinos-antineutrinos para produzir os bósons Z s, bárions com gluinos leves, neutrinos que interagem fortemente a altas energias, ou a quebra da invariância de Lorentz são descritos em [44].

A idéia básica em relação a matéria escura superpesada como fonte de UHECR é a seguinte [47]:

a) Primeiro, deve-se exigir que a vida média da partícula relíquia superpesada que decai seja grande o suficiente quando comparada ao seu valor obtido sobre bases dimensionais $\tau \sim 1/M_X$.

b) Encontrar os requerimentos para que a vida média seja maior que a idade do universo.

Um Lagrangeano efetivo que descreve o decaimento de uma partícula X de massa M_X em partículas mais leves pode ser escrito como

$$\mathcal{L} = \frac{g}{M^{n-4}} X \Pi \quad (5.1)$$

onde Π representa o produto de campos acoplados a X , enquanto que n é a dimensão do monômio local (em unidades de massa) na Lagrangeana. Desta maneira, pode-se provar que a taxa de decaimento para a partícula X é dada por

$$\Gamma = \frac{g^2}{\epsilon} M_X \left(\frac{M_X}{M} \right)^{|2n-8|} \quad (5.2)$$

sendo ϵ um fator numérico, o que é intuitivo por razões dimensionais. Este formalismo pode-se aplicar a um caso concreto tal como o decaimento do próton. Sua Lagrangeana

efetiva é do tipo [48]

$$\mathcal{L}_p = \frac{g}{M_X^2} qqql \quad (5.3)$$

e usando o resultado anterior encontramos que para $n = 6$ a vida média do próton ² é dada por

$$\tau_p = \frac{1}{\Gamma_p} = \frac{\epsilon M_X^4}{g^2 m_p^5} \quad (5.4)$$

que coincide, razoavelmente, com o cálculo exato obtido em [10]. Como a energia dos eventos UHECR observados é $\lesssim 10^{21} eV$, estas partículas superpesadas devem ter uma massa $M_X \gtrsim 10^{21} eV = 10^{12} GeV$. A idade do universo é $\tau_{\text{universo}} \sim 1.5 \times 10^{10}$ anos. Portanto, se exigirmos $\tau_X > \tau_{\text{universo}}$, precisamos da condição

$$\frac{g^2}{\epsilon} \left(\frac{M}{10^{12} GeV} \right)^{2n-8} > M_X \tau_{\text{universo}} = 10^{54}. \quad (5.5)$$

Se tomarmos por exemplo $M = 10^{15} GeV$ (a escala GUT) obtem-se (exceto por alguns fatores numéricos)

$$\log_{10} g < 3(n - 13), \quad (5.6)$$

para $g = 10^{-9}$ e $n = 10$ se satisfaz a desigualdade anterior. Porém, para $n = 7$ se precisaria de $g \sim 10^{-18}$! A conclusão é que para que a partícula X possa ser fonte UHECR devem-se satisfazer as seguintes condições:

- 1) um acoplamento g extremamente pequeno e/ou ;
- 2) um operador Π com dimensão consideravelmente grande.

A discussão anterior corresponde ao decaimento de partículas superpesadas. No caso de defeitos topológicos como vórtens, classicamente estáveis, seu decaimento não é descrito por uma Lagrangeana como a indicada mas sim pelo efeito túnel imaginado como

²Não esquecer que neste caso a partícula X é o bóson pesado intermediário no decaimento do próton.

sendo acionado por “instantons”. Isto produz uma vida média com um fator exponencial.

5.2 Anomalia do momento magnético do múon

5.2.1 Qual é o problema?

Sabe-se que o momento magnético de uma partícula fermiônica é função de seu spin

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{ge}{2m} \mathbf{s}, \quad (5.7)$$

onde g é o fator giromagnético. A anomalia está definida como

$$a_f = \frac{g - 2}{2}. \quad (5.8)$$

A teoria de Dirac prediz que $g = 2$ ou seja $a_f = 0$ para partículas com spin $1/2$. Isto é consequência do acoplamento mínimo do férmion com o campo EM clássico. O diagrama de Feynman que ilustra a origem de $g = 2$ é mostrado na Fig.5.1. Os léptons carregados

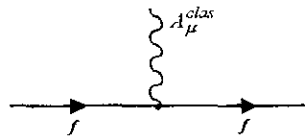


Figura 5-1: Interação mínima de um férmion f com um campo E.M clássico que produz $a_f = 0$.

por sua vez têm $g \approx 2$ e anomalias extremamente pequenas, consistente com a evidência atual de que são partículas pontuais ou sem estrutura. Núcleons como o próton ou neutron têm g diferente de 2 devido à sua sub-estrutura complexa.

É importante salientar que as previsões do SM e medições das anomalias do múon, serão muito mais sensíveis que as do elétron para qualquer física além do SM. Um exemplo

se tem com as contribuições à anomalia que envolvem involucrando partículas virtuais massivas. A diferença entre as diversas contribuições tipicamente se estabelece como $(m_\mu/m_e)^2 \approx 4 \times 10^4$. E, sendo precisamente este valor grande o que faz que a_μ seja muito mais sensível do que a_e para qualquer partícula massiva desconhecida.

O cálculo teórico das anomalias para léptons no contexto do SM contém três contribuições: da QED, EW e QCD. De todas estas correções a maior deriva-se do diagrama QED de ordem inferior (diagrama (a) na Fig. 5.2), que resulta em $\frac{\alpha}{2\pi}$ tanto para elétrons quanto para múons.

É instrutivo comparar os valores das anomalias do elétron e do múon. Para o elétron, as medições de grande exactidão de sua anomalia [49] fornecem $a_e^{\text{exp}} = (1159652.1884 \pm 0.0043) \times 10^{-9}$, entanto que para o pósitron $a_{e^+}^{\text{exp}} = (1159652.1879 \pm 0.0043) \times 10^{-9}$. A predição do SM para e é dada por [50]

$$a_e^{\text{SM}} = \frac{\alpha}{2\pi} - 0.32847844400 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + 1.181234017 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 - 1.5098(384) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + 1.66(3) \times 10^{-12} \text{ (de diagramas EW + QCD)} \quad (5.9)$$

onde os primeiros quatro termos correspondem a contribuição QED enquanto que o último termo contém contribuições EW e QCD. Usando um valor médio dos resultados experimentais pode-se deduzir de (5.9) o valor da constante de estrutura fina

$$\alpha_{a_e}^{-1} = 137.03599958(52) \quad , \quad (5.10)$$

onde os números entre parêntesis referem-se as incertezas a 1σ . Uma medição independente baseada no efeito Hall quântico [51] produz

$$\alpha_{\text{qH}}^{-1} = 137.03600300(270) \quad . \quad (5.11)$$

Se usamos α_{qH}^{-1} como dado em (5.11) então o valor da grandeza definida em(5.9) resulta

ser

$$a_e^{\text{SM}} = (1159652.1535 \pm 0.0240) \times 10^{-9}, \quad (5.12)$$

e neste valor, as contribuições hadrônicas e eletrofracas são respectivamente

$$a_e^{\text{EW}} = 0.030 \times 10^{-12} \quad , \quad a_e^{\text{QCD}} = 1.63(3) \times 10^{-12} \quad (5.13)$$

que são pequenas e com erros desprezíveis quando comparados com os erros experimentais.

Os valores teóricos e experimentais para a_μ não são tão bem conhecidos quanto para a_e . Os diagramas de Feynman que representam as contribuições vindas da QED são do tipo mostrado na Fig. 5.2 (a), (b), (c). O cálculo até $\mathcal{O}(\alpha^5)$ produz [50]

$$a_e^{\text{QED}} = \frac{\alpha}{2\pi} - 0.76587376(27) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + 24.05050898(44) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + 126.07(41) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + 930(170) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^5 + \dots \quad (5.14)$$

onde termos de ordem superior em α resultam ser desprezíveis quando comparados com a incerteza experimental. Usando o valor de α dado em (5.10) obtido das medições de a_e^{exp} tem-se

$$a_\mu^{\text{QED}} = 11658405.7(2.9) \times 10^{-11} \quad (5.15)$$

que corresponde ao grosso do valor experimental de a_μ .

Os diagramas EW de ordem inferior que envolvem a troca de um W , Z ou Higgs são mostrados na Fig. 5.2 (f), (g), (h). Esta contribuição pode ser escrita como [52]

$$a_\mu^{\text{EW}} = \frac{5 G_F m_\mu^2}{3 8\pi^2 \sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{5} (1 - 4 \sin^2 \theta)^2 + (-97.0 \pm 8.8) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) + \dots \right], \quad (5.16)$$

onde o primeiro termo é a contribuição a 1-“loop” e o segundo termo é a contribuição a

2-“loops” $\mathcal{O}(G_F m_\mu^2 \alpha)$. Usando-se [53], obtemos

$$a_\mu^{\text{EW}} = (151 \pm 4) \times 10^{-11}. \quad (5.17)$$

As contribuições hadrônicas dividem-se em dois grupos: de polarização de vácuo (na Fig. 5.2 (d) representa-se sua contribuição de ordem inferior) e de espalhamento luz-luz (veja Fig. 5.2 (e)). Como estas contribuições envolvem a interação forte a baixas ener-

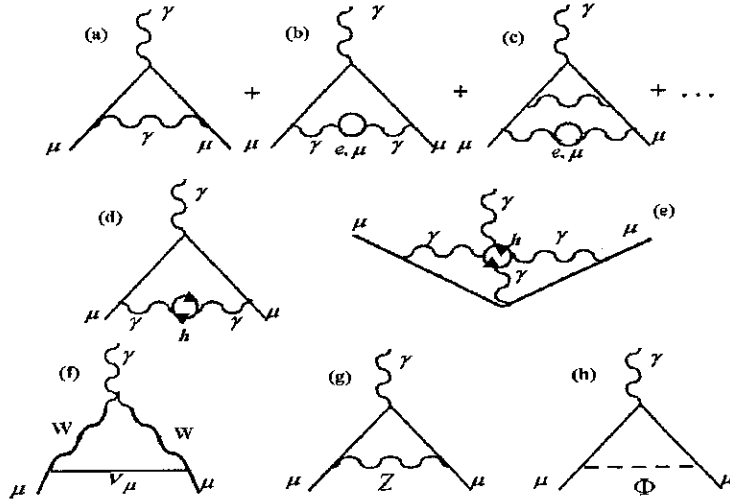


Figura 5-2: Alguns diagramas Feynman que contribuem ao momento magnético do múon. As contribuições QED de ordem inferior são (a), (b) e (c). Algumas das contribuições hadrônicas vêm da polarização de vácuo a “leading order” (d) e do espalhamento luz - luz (e), onde h é um hádron composto de quark e antiquark. As contribuições eletrofracas de ordem inferior são (f), (g) e (h).

gias, onde os quarks são estados ligados, não podem ser calculados apartir de primeiros princípios. No entanto, é possível avaliar o efeito a “leading order” através da integral de espalhamento. Devido à complexidade dos cálculos envolvidos exibe-se unicamente o resultado [52]

$$a_\mu^{\text{Had}}(\text{pol. vac}) = (684.9 \pm 6.4) \times 10^{-10}, \quad (5.18)$$

que é uma combinação das contribuições a 2 e 3 “loops”. Por último, levando em conta

um erro de signo encontrado na contribuição luz-luz devida ao píon [54] , o valor médio correto passa a ser [52]

$$a_{\mu}^{\text{Had}}(\text{luz} - \text{luz}) = (8.6 \pm 3.2) \times 10^{-10}. \quad (5.19)$$

Somando (5.18) e (5.19) obtém-se uma contribuição total hadrônica

$$a_{\mu}^{\text{Had}} = (693.5 \pm 9.4) \times 10^{-10}. \quad (5.20)$$

Somando (5.15), (5.17) e (5.20) a predição do SM para o MAM do múon resulta ser

$$a_{\mu}^{\text{SM}} = a_{\mu}^{\text{QED}} + a_{\mu}^{\text{EW}} + a_{\mu}^{\text{Had}} = (11659179.2 \pm 9.4) \times 10^{-10}. \quad (5.21)$$

Quando combinam-se o resultado experimental de Brookhaven BNL [42] com os resultados de experimentos anteriores obtém-se a seguinte media mundial

$$a_{\mu}^{\text{exp}} = (11659202.3 \pm 15.1) \times 10^{-10}, \quad (5.22)$$

dando em conseqüência a discrepância [52]

$$a_{\mu}^{\text{exp}} - a_{\mu}^{\text{SM}} = (23.1 \pm 16.9) \times 10^{-10}, \quad (5.23)$$

que representa um pouco mais do que 1σ de desvio. O significado desta discrepância poderia ser acentuado pela incerteza experimental projetada pela colaboração do BNL cujo limite é de 4×10^{-10} . Os progressos anunciados na onteção das contribuições hadrônicas poderiam ajudar a reduzir a incerteza da predição do SM para a anomalia do múon.

5.2.2 Fatores de forma e algumas ferramentas para o cálculo de

a_μ

As correções teóricas para o momento magnético anômalo do múon provêm do cálculo de contribuições específicas como aquelas mostradas na Fig. 5.2. Com base na lei de covariância, a amplitude para o espalhamento de léptons por um campo EM de fundo clássico e estático é dada por

$$\text{Amplitude} = -ieQ_l A_\mu^{\text{clas}}(q) \bar{u}(p) \Gamma^\mu u(p) \quad (5.24)$$

onde o operador vértice Γ^μ pode ser unicamente função das grandezas p^μ , p^μ , q^μ , γ^μ e γ^5 . Nem todas as combinações são independentes, podendo estar vinculadas, por exemplo, pela identidade de Gordon. A combinação convencional é

$$\Gamma^\mu = F_1(q^2) \gamma^\mu + F_2(q^2) \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m_l} + F_3(q^2) \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m_l} \gamma^5, \quad (5.25)$$

onde m_l é a massa do lépton e os $F_i(q^2)$ são chamados de fatores de forma. No limite em que $q^2 \rightarrow 0$, obtemos as definições clássicas para $F_i(0)$, isto é $F_1(0)$ corresponde a carga elétrica, $F_2(0)$ dá o MAM e $F_3(0)$ o momento dipolar elétrico. Observe-se que devemos exigir $F_1(0) = 1$. Além do que na QED $F_3(0)$ é exatamente igual a zero. Note-se que todos os diagramas a 1-“loop” que nos descrevem $F_2(q^2)$ são convergentes, porém a muitos “loops” isto já não é verdade.

Convenhâmos que o momento magnético anômalo do lépton seja definido por

$$a_f = \frac{g-2}{2} = F_2(0) . \quad (5.26)$$

Um ponto importante no cálculo de a_μ são as regras de Feynman para os acoplamentos trilineares e quadrilineares entre as diferentes partículas que contribuem a diagramas como aqueles da Fig. 5.2. Isto pode ser visto em [55]. Uma observação também importante neste ponto diz-reipeita aos diagramas que contém W , Z , Φ (ver Fig. 5.2) que aparecem

nas contribuições EW. O cálculo das contribuições provenientes destes diagramas é feito sem ambigüidade usando o calibre ξ [56]. O propagador do W ou Z pode ser definido

$$-i \frac{g^{\mu\nu} - (1 - \xi) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2 - \xi M^2}}{k^2 - M^2}, \quad (5.27)$$

qualquer diagrama que representa troca de W ou Z tem que ser complementado por um diagrama similar onde o bóson vetorial massivo é trocado por um Higgs virtual com o propagador

$$\frac{i}{k^2 - \xi M^2}, \quad (5.28)$$

a fim de manter a unitariedade da teoria.

As convenções cinemáticas usadas aqui ilustram-se na Fig. 5.3 para gráficos a 1-“loop”. Uma identidade importante usada inúmeras vezes é

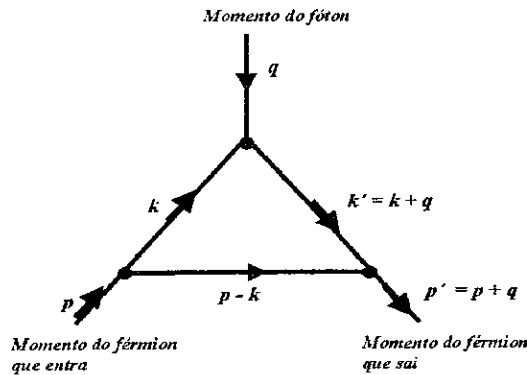


Figura 5-3: Ilustração da convenção de variáveis cinemáticas.

$$\frac{1}{ABC} = \int_0^1 dx dy dz \delta(1 - x - y - z) \frac{2}{(xA + yB + zC)^3} = \int_0^1 dx dy dz \delta(1 - x - y - z) \frac{2}{D^3} \quad (5.29)$$

onde ABC é o produto de três propagadores. Se o “loop” contém duas linhas internas

de férmions e uma de bóson, então

$$\begin{aligned} ABC &= (k^2 - m_{int}^2) ((k+q)^2 - m_{int}^2) ((p-k)^2 - M^2), \\ D &= l^2 - \Delta + xyq^2 \end{aligned} \quad (5.30)$$

onde

$$\begin{aligned} l &= k + yq - zp \\ \Delta &= u(u-1)m_{ext}^2 + (1-u)M^2 + um_{int}^2 \\ u &= x + y \quad , \quad x + y + z = 1 \quad , \\ p^2 &= m_{ext}^2 \quad , \end{aligned} \quad (5.31)$$

m_{int} denota a massa do férmion interno e M a do bóson interno. Não entanto, se tivéssemos duas linhas internas de bósons e uma de férmions, teria-se

$$\Delta = u(u-1)m_{ext}^2 + (1-u)m_{int}^2 + uM^2 . \quad (5.32)$$

Algumas relações úteis que aparecem no numerador de $F_2(0)$ são listado a continuação³ [56]

$$\begin{aligned} \tilde{k} \gamma^\mu + \gamma^\mu \tilde{k}' &\implies i\sigma^{\mu\nu} q_\nu (u-2) \\ \gamma^\mu \tilde{k} + \tilde{k}' \gamma^\mu &\implies i\sigma^{\mu\nu} q_\nu u \\ \tilde{k} \gamma^\mu \tilde{k}' &\implies -im_{ext} \sigma^{\mu\nu} q_\nu (u-1)(u-2) \\ \tilde{k}' \gamma^\mu \tilde{k} &\implies im_{ext} \sigma^{\mu\nu} q_\nu u(u-1) \end{aligned} \quad (5.33)$$

onde o símbolo \implies indica que foram desprezados termos irrelevantes. Por exemplo alguns termos podem levar um fator l ó \tilde{l} cuja integração sob d^4l é zero, outros podem levar um só γ^μ que não contribuirá a $F_2(0)$. É claro que estas relações foram obtidas após de

³Adotamos a seguinte notação para o "slash" de Feynman $\tilde{p} = \gamma^\mu p_\mu$.

suprimir os espinores $u(p)$ e $\bar{u}(p')$.

5.2.3 Algumas correções ao MAM vindas de extensões do SM

Teorema de Weinberg

Este teorema importante para o momento magnético anômalo do múon (ou elétron), devido a Weinberg [57], estabelece que uma contribuição finita ao MAM requer uma violação da simetria quiral no operador MAM

$$\begin{aligned}\mathcal{O} &= a_\mu \frac{e}{2m_\mu} \bar{\mu} \sigma^{\alpha\beta} \mu F_{\alpha\beta} \\ &= a_\mu \frac{e}{2m_\mu} (\bar{\mu}_L \sigma^{\alpha\beta} \mu_R + \bar{\mu}_R \sigma^{\alpha\beta} \mu_L) F_{\alpha\beta}\end{aligned}\quad (5.34)$$

como pode provar-se usando a transformação $\mu \longrightarrow \gamma^5 \mu$, que troca o sinal de \mathcal{O} . Entretanto, o termo de massa do múon $m_\mu \bar{\mu} \mu$ respeita a simetria de Weinberg (WS): $\mu \longrightarrow \gamma^5 \mu$, $m_\mu \longrightarrow -m_\mu$. Veremos mais adiante que WS será quebrada quando em um modelo determinado existem estados com misturas de quiralidades que produzem uma contribuição $a_\mu \sim m_\mu/\Lambda$. Isto acontece em alguns modelos de sub-estrutura do múon [58], [59] bem como em alguns modelos GUT [25]. No entanto, se no modelo WS esta simetria é preservada teremos $a_\mu \sim (m_\mu/\Lambda)^2$, como aconteceria em alguns modelos tecnicolor extendidos [60], extras dimensões [61],[70], modelos de massas radiativas [62] e sob certas hipóteses SUSY [63]. Observe-se que Λ denota uma nova escala de energia ou de nova física e m_μ a massa do múon.

No contexto do SM

Observe-se que o operador em (5.34) não é invariante sob SM, no entanto pode se tornar invariante rescrevendo-o como

$$\mathcal{O}_{\text{SM}} = a_\mu \frac{e}{2m_\mu} \left(\bar{\ell}_L \sigma^{\alpha\beta} \mu_R \frac{f \langle \Phi \rangle}{m_\mu} + \frac{f \langle \Phi^\dagger \rangle}{m_\mu} \bar{\mu}_R \sigma^{\alpha\beta} \ell_L \right) F_{\alpha\beta} \quad (5.35)$$

com $\ell_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \mu_L \end{pmatrix}$, $\langle \Phi \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$, $f \frac{v}{\sqrt{2}} = m_\mu$. Para que \mathcal{O}_{SM} seja invariante sob WS $\mu \rightarrow \gamma^5 \mu$, $m_\mu \rightarrow -m_\mu$, que no SM deve entender-se como $\ell_L \rightarrow \gamma^5 \ell_L = -\ell_L$, $\mu_R \rightarrow \gamma^5 \mu_R = \mu_R$, $\Phi \rightarrow -\Phi$; as correções do tipo

$$a_\mu = c_0 \left(\frac{m_\mu}{v} \right)^0 + c_2 \left(\frac{m_\mu}{v} \right)^2 + \dots \quad (5.36)$$

onde o primeiro termo corresponde às correções eletromagnéticas e o segundo às fracas.

Esta condição deve satisfazer-se já que as interações do SM respeitam a simetria WS [64]

$$\begin{aligned} \bar{\nu}_L \gamma^\alpha \mu_L W_\alpha & \quad (\nu_L \rightarrow -\nu_L, \mu_L \rightarrow -\mu_L) \\ \bar{\mu} \gamma^\alpha \mu Z_\alpha & \quad , \quad \bar{\mu} \gamma^\alpha \mu A_\alpha \quad (\mu \rightarrow \gamma^5 \mu) \\ \bar{\mu} \mu h & \quad \text{sendo que } \Phi = \langle \Phi \rangle + h, \quad (\mu \rightarrow \gamma^5 \mu, h \rightarrow -h) \end{aligned} \quad (5.37)$$

Além do SM

Se as correções correspondem a um modelo que contém o SM, as interações efetivas devem continuar a ser invariantes sob SM.

* Se tem-se um só doplete de Higgs repete-se o anterior procedimento no sentido que

$$\mathcal{O}_{\text{ef}} \sim \frac{1}{\Lambda^2} (\bar{\ell}_L \sigma^{\alpha\beta} \mu_R f \langle \Phi \rangle + f \langle \Phi^\dagger \rangle \bar{\mu}_R \sigma^{\alpha\beta} \ell_L) F_{\alpha\beta} .$$

É imediato a conservação da WS e a interação efetiva pode-se rescrever como

$$\mathcal{O}_{\text{ef}} \sim \frac{m_\mu^2}{\Lambda^2} \frac{1}{m_\mu} (\bar{\mu}_L \sigma^{\alpha\beta} \mu_R + \bar{\mu}_R \sigma^{\alpha\beta} \mu_L) F_{\alpha\beta} . \quad (5.39)$$

* Se pelo contrario, tem-se dois dopletes de Higgs, onde Φ é o de SM e Φ' aquele que quebra a simetria a escala Λ (já que $\langle \Phi' \rangle \sim \Lambda$), a interação efetiva pode tornar-se

invariante do SM usando o doplete Φ'

$$\mathcal{O}_{\text{ef}} \sim \frac{1}{\Lambda^2} \left(\bar{\ell}_L \sigma^{\alpha\beta} \mu_R \langle \Phi \rangle + \langle \Phi \rangle^\dagger \bar{\mu}_R \sigma^{\alpha\beta} \ell_L \right) F_{\alpha\beta} \quad (5.40)$$

$$\sim \left(\frac{m_\mu}{\Lambda} \right) \frac{1}{m_\mu} \left(\bar{\mu}_L \sigma^{\alpha\beta} \mu_R + \bar{\mu}_R \sigma^{\alpha\beta} \mu_L \right) F_{\alpha\beta} , \quad (5.41)$$

que quebra a simetria de Weinberg já que Φ' não tem nada a ver com m_μ , e por tanto não se transforma como $\Phi' \longrightarrow -\Phi'$. Este é o caso da $SU(5)$ onde a correção é devida a leptoquarks que transformam μ em quarks c ou s . Contudo estes diagramas dificilmente dão uma correção linear em $\frac{m_\mu}{\Lambda}$ já que o propagador do X superpesado dá $\frac{1}{\Lambda^2}$ que não póde ser compensado pelas linhas internas de quarks leves (estes diagramas são semelhantes ao (f) da Fig. 5.2, trocando W por X e ν_μ por os quarks c, s , ou de (g) trocando as linhas internas do múon por os quarks c, s e o bóson Z por X). No primeiro diagrama podería ser que o vértice no propagador de X mude $\frac{1}{\Lambda^2}$ à $\frac{1}{\Lambda}$. Mas para isso, deveria haver uma interação com quebra de WS, o que não acontece em $\bar{\mu}_L \gamma^\alpha q_L X_\alpha$ invariante sob $\mu_L \longrightarrow \gamma^5 \mu_L = -\mu_L, q_L \longrightarrow \gamma^5 q_L = -q_L$. O mais provável é que também o primeiro gráfico produza $\frac{1}{\Lambda^2}$, que parece razoavel já que o fóton pode interagir tanto com X como com q , ambos carregados, e não é evidente por que deveria dar contribuições de ordem diferente.

No caso do $SO(10)$ a única diferença respeito aos férmions é que aparece o ν_R que adquire massa (de Majorana) a escala alta Λ . Assim a escala baixa EW ν aparece massa de Dirac e o mecanismo “see-saw” da mistura ν_L e ν_R , pelo que podería-se pensar que esta mistura produza uma interação que quebra a simetria WS.

No entanto; isto não ocorre porque se bem a interação carregada não ocorre entre as componentes esquerdas; $\bar{\nu} \gamma^\alpha \mu W_\alpha$ é igualmente invariante sob $\nu \longrightarrow \gamma^5 \nu, \mu \longrightarrow \gamma^5 \mu$.

Consequentemente, parece ser que no contexto das GUT para se terem correções lineares $\frac{m_\mu}{\Lambda}$ tem que se ir até a simetria E_6 .

Correções de tipo EW em E_6 Em E_6 pode-se ter mistura do múon leve com o lépton carregado pesado é isso pode originar uma quebra da WS. Por exemplo, na mistura do μ e M (o múon pesado que está em $(\mathbf{10}, -2)$ sob $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ na segunda geração)

também há correções adicionais de tipo electrofraco como mostra-se na Fig. 5.4.

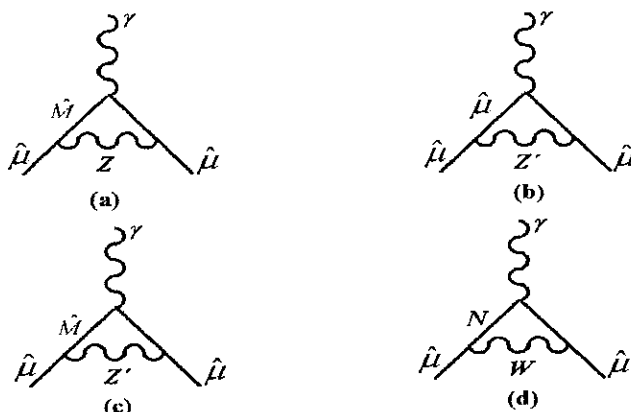


Figura 5-4: Algumas contribuições de tipo electrofracas em um modelo GUT com simetria E_6 .

O diagrama da Fig. 5.4 (a) não aparece se só existe mistura esquerda, L , dos campos μ e M (à escala GUT). Neste caso, [65] tem-se

$$\Delta a_\mu \sim \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{m_\mu}{M_Z} \right)^2 (s_R c_R)^2 \quad (5.42)$$

com $s_R = \sin \theta_R$, $c_R = \cos \theta_R$ e θ_R o ângulo de mistura direita R de escala EW que tem que ser pequena para não afetar as correntes neutras $\bar{\mu} \gamma^\alpha \mu Z_\alpha$, sendo assim $(s_R c_R)^2 \lesssim 10^{-2}$. Em consequência esta correção de $\Delta a_\mu \lesssim 10^{-10}$.

No caso da Fig. 5.4 (b) não há mistura, no entanto sua contribuição existe se μ tem carga do Z' . Por tanto,

$$\Delta a_\mu \sim \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{m_\mu}{M_{Z'}} \right)^2 \quad (5.43)$$

muito pequena por ser uma correção quadrática. Para a Fig. 5.4 (c), ao invés do caso (a), se encontra

$$\Delta a_\mu \sim \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{m_\mu}{M_{Z'}} \right)^2 (s_L c_L)^2 \quad (5.44)$$

um resultado válido se só existe mistura L . No entanto, este diagrama traz uma correção linear [65]

$$\Delta a_\mu \sim \frac{\alpha}{\pi} \frac{m_\mu}{M_Z} s_L c_L s_R c_R \quad (5.45)$$

se também existe mistura R . No capítulo seguinte ver-se-á que no nosso modelo a mistura R produz quebra da WS o que explica a correção linear.

Comparando com a correção linear de nosso modelo a diferença fundamental é que neste não existe o coeficiente $s_R c_R$. Assim, para se obter $\Delta a_\mu \sim 10^{-9}$, a massa M_Z pode ser significativamente maior.

Finalmente, a Fig. 5.4 (d), na corrente carregada, se existe tem mistura L igual para μ e ν esta correção não aparece.

Contribuição SUSY As contribuições SUSY a a_μ vêm dos “loops” sneutrino-chargeino (Fig. 5.5 (a)) e smúion-neutralino (Fig. 5.5 (b)). Estes incluem 2 chargeinos \widetilde{W} e 4 estados de neutralinos \widetilde{Z} , além disso há dois dopletes de Higgs cujos VEVs estão vinculados através da relação $\tan \beta = \frac{\langle \Phi \rangle}{\langle \overline{\Phi} \rangle}$, e a intensidade de acoplamento μ (que não é o múon) entre eles, sendo que β e ν determinam os autovalores da matriz de massa de \widetilde{W} . Uma característica muito importante destes diagramas é a aparição de misturas [66]; assim na interação $\overline{\mu} \widetilde{W} \tilde{\nu}$, que é de tipo Yukawa, temos misturas de quiralidade. Os estados $\tilde{\mu}_1$ e $\tilde{\mu}_2$ são misturas de $\tilde{\mu}_L$ e $\tilde{\mu}_R$ com ângulo δ que também depende de β .

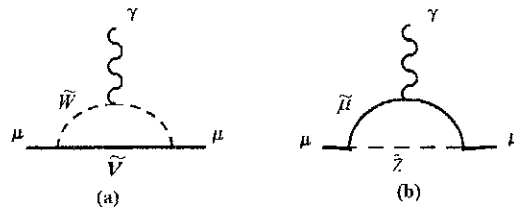


Figura 5-5: Principais contribuições SUSY à anomalia do múon.

Em relação à Fig. 5.5 (a), sua contribuição contém dois termos: um deles vem da

conservação da quiralidade

$$\Delta a_\mu \sim \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{m_\mu}{m_{\widetilde{W}^\pm}} \right)^2 \quad (5.46)$$

o outro é produzido pela mistura da quiralidade $\sim \frac{m_\mu}{M_W} \sin \beta$

$$\Delta a_\mu \sim \frac{\alpha}{\pi} \frac{m_\mu}{m_{\widetilde{W}^\pm}} \mathcal{O} \left(\frac{m_\mu}{M_W} \sin \beta \right). \quad (5.47)$$

Em princípio, este segundo termo quebra a simetria de Weinberg, que é linear na escala da nova física $1/m_{\widetilde{W}^\pm}$. Isto acontece porque a interação $\bar{\mu} \widetilde{W} \widetilde{\nu}$ (onde os dois primeiros são espiniores e o terceiro um escalar) é invariante quiral só entre $\bar{\mu}_L$ e \widetilde{W}_L . No entanto, espera-se que $m_{\widetilde{W}}$ não seja maior do que M_W . Em definitivo, este Δa_μ é quase quadrático.

No diagrama (b) acontece uma coisa parecida devido à mistura de quiralidades (no sentido dos parceiros de μ_L e μ_R) de $\widetilde{\mu}$ que da uma contribuição

$$\Delta a_\mu \sim \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{m_\mu}{m_{\widetilde{Z}}} \right)^2. \quad (5.48)$$

Existe também uma outra contribuição

$$\Delta a_\mu \sim \frac{\alpha}{\pi} \frac{m_\mu}{m_{\widetilde{Z}}} \mathcal{O} \left(\frac{m_\mu}{M_W} \sin \beta \right) \quad (5.49)$$

da mistura de quiralidades que quebra a simetria de Weinberg. Se $m_{\widetilde{W}} \sim m_{\widetilde{Z}} \sim 1$ TeV, destas contribuições com quebra da simetria de Weinberg, obtém-se $\Delta a_\mu \sim 10^{-9}$, isto poderia explicar a discrepância.

Sub-estrutura do múon Neste caso a contribuição depende do modelo. A Lagrangeana efetiva do MAM

$$\mathcal{L}^{eff} \sim \frac{e}{\Lambda} \bar{\mu} \sigma^{\alpha\beta} \mu F_{\alpha\beta} \quad (5.50)$$

tem a mesma estrutura quiral do termo de massa $\Lambda \bar{\mu} \mu$, no qual aparece um fator que a reduz [67] $\frac{m_\mu}{\Lambda}$, ou seja, $\frac{m_\mu}{\Lambda} \Lambda \bar{\mu} \mu = m_\mu \bar{\mu} \mu$, que pode-se atribuir a uma simetria quira. O mesmo fator no MAM produziria

$$\frac{m_\mu}{\Lambda} \frac{e}{\Lambda} \bar{\mu} \sigma^{\alpha\beta} \mu F_{\alpha\beta} = \left(\frac{m_\mu}{\Lambda}\right)^2 \frac{e}{m_\mu} \bar{\mu} \sigma^{\alpha\beta} \mu F_{\alpha\beta} \quad (5.51)$$

que é equivalente a ter $\Delta a_\mu \sim \left(\frac{m_\mu}{\Lambda}\right)^2$.

No caso de supôr [68] um vértice $\mu^- \rightarrow \pi^- N$, como na Fig. 5.6, a correção correspondente é

$$\Delta a_\mu \sim \frac{m_\mu}{\Lambda} \quad (5.52)$$

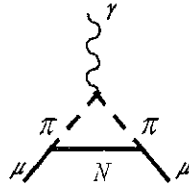


Figura 5-6: Um modelo de sub-estrutura do múon.

Extras Dimensões A teoria de dimensões extras foi proposta [69] para resolver o problema da hierarquia. Segundo esta teoria, existiriam dimensões espaciais adicionais que estariam compactificadas na escala de comprimento R . Nesta região de compactificação poderia existir uma torre infinita de estados Kaluza-Klein com momento não nula cujo modo zero seria o gráviton ordinário (4-D) movimentando-se no “bulk”.

Uma descrição do gráviton com o campo do múon localizado na “3-brane” que contribue ao MAM é mostrada na Fig. 5.5 cuja Lagrangeana efetiva [70] resulta ser

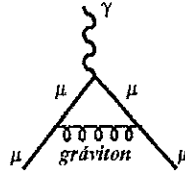


Figura 5-7: Diagrama de Feynman que inclui uma contribuição ao MAM no modelo com dimensões extras.

$$\mathcal{L}_{\text{dim ext}} = em_{\mu} \left(\frac{c_o}{\Lambda_{\text{dim ext}}^2} \right) \bar{\mu} \sigma^{\alpha\beta} \mu F_{\alpha\beta} \quad (5.52)$$

com uma constante numérica c_o do ordem da unidade. Neste caso

$$a_{\mu}^{\text{dim ext}} = 2c_o \left(\frac{m_{\mu}}{\Lambda_{\text{dim ext}}} \right)^2. \quad (5.53)$$

Supondo uma situação em que $\Lambda_{\text{dim ext}} \sim 1\text{TeV}$, obtém-se

$$a_{\mu}^{\text{dim ext}} \sim (2c_o \times 10) \times 10^{-9}. \quad (5.54)$$

No entanto, observações astrofísicas parecem excluir a possibilidade $\Lambda_{\text{dim ext}} = 1\text{TeV}$ [71]. A contribuição a $a_{\mu}^{\text{dim ext}}$ poderia eventualmente se aumentar da soma dos modos Kaluza-Klein. Novamente, (5.52) é invariante sob a simetria de Weinberg.

Capítulo 6

ALTERNATIVAS BASEADAS NO GRUPO DE SIMETRIA E_6

O objetivo deste capítulo é apresentar soluções para os dois problemas comentados ao início do Cap. 5, a saber, aquela do momento magnético anômalo do múon e dos raios cósmicos ultraenergéticos com energias acima do corte GZK, com base na simetria de grande unificação E_6 . É importante enfatizar que as representações de Higgs usadas para ambos problemas não permite resolve-los simultaneamente, sendo assim, o esquema de Higgs usado aqui é único.

6.1 Um novo modelo E_6 para “ $g - 2$ ” do múon

Nesta seção usar-se-à o esquema de quebra E_6 descrito no Cap. II útil para se fornecer uma explicação ao problema do momento magnético anômalo do múon.

Os férmions exóticos do $\mathbf{10}$ de $SO(10)$ podem ganhar massa do campo de Higgs $(54,4)$ da representação $\mathbf{351}$ segundo o esquema [24]

$$\Phi (54, 24) \left(D^c D - \frac{3}{2} E^c E - \frac{3}{2} N^c N \right). \quad (6.1)$$

Na mesma representação, a componente $(144,1)$ permite uma mistura destes férmions

com os ordinários, em virtude de que ambas as componentes contém um 24 de $SU(5)$ que tem uma componente invariante sob $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ que produz

$$\Phi(144, 24) \left(d^c D - \frac{3}{2} E^c e - \frac{3}{2} N^c \nu \right). \quad (6.2)$$

Em conseqüência, na escala GUT os estados esquerdos não massivos para o elétron podem estar fortemente misturados

$$\begin{aligned} e_o^c &= e^c \quad , \quad e_o = e \cos \theta + E \sin \theta \quad , \\ \nu_o &= \nu \cos \theta + N \sin \theta \quad . \end{aligned} \quad (6.3)$$

Descendo em energia até a escala SM encontramos que sua quebra pode ser feita por um Higgs $(10, -2)$ segundo o esquema de quebras (2.45). Neste ponto férmions ordinários ganham massa como pode ser visto de (2.33) e (2.35), produzindo-se também uma mistura entre L e N segundo

$$H(\mathbf{10}, \bar{\mathbf{5}}) (d^c d + e^c e + N^c L) + H(\mathbf{10}, \mathbf{5}) (u^c u + \nu^c \nu + LN) \quad . \quad (6.4)$$

Estes argumentos estendem-se, com certeza, até para a segunda geração de léptons. O acoplamento de Yukawa para e e E (respectivamente para μ e M) das equações (6.1) e (6.4), através da mistura (6.3), dão acoplamentos que trocam o sabor do múon leve μ_o e o estado pesado \widehat{M} , com o campo de Higgs h somado a seu VEV. Neste caso a Lagrangeana que troca o sabor é

$$\mathcal{L}_{\text{FC}} = \kappa \bar{\mu}_o (\alpha - \beta \gamma_5) \widehat{M} h + h.c \quad , \quad (6.5)$$

onde κ depende do ângulo de mistura e dos parâmetros necessários para dar o valor das massas dos léptons. Esta Lagrangeana dá uma contribuição finita ao momento magnético anômalo do múon conforme se ilustra na Fig. 6.1 . A amplitude para este diagrama é

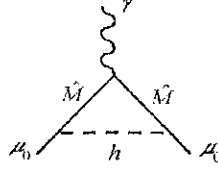


Figura 6-1: Diagrama de Feynman para a correção do momento magnético do múon.

dada por

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A} &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}(p) i\kappa (\alpha - \beta\gamma_5) i \frac{(\tilde{k} + m_{int})}{k^2 - m_{int}^2} ieQ_{int} \frac{\gamma^\mu i (\tilde{k} + m_{int})}{k^2 - m_{int}^2} \times \\
 &\quad \times i\kappa (\alpha^\dagger + \beta^\dagger\gamma_5) u(p) \frac{i}{(p-k)^2 - M_h^2} = \\
 &= ieQ_{ext} \kappa^2 \frac{Q_{int}}{Q_{ext}} i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}(p) (\alpha - \beta\gamma_5) \frac{(\tilde{k} + m_{int})}{k^2 - m_{int}^2} \gamma^\mu \frac{(\tilde{k} + m_{int})}{k^2 - m_{int}^2} \frac{(\alpha^\dagger + \beta^\dagger\gamma_5) u(p)}{(p-k)^2 - M_h^2}.
 \end{aligned} \tag{6.6}$$

Suprimindo, por enquanto, os espinores e desprezando termos que contém γ_5 , que não contribuem ao MAM, vemos que

$$\begin{aligned}
 (\alpha - \beta\gamma_5) (\tilde{k} + m_{int}) \gamma^\mu (\tilde{k} + m_{int}) (\alpha^\dagger + \beta^\dagger\gamma_5) &\implies \\
 \alpha\alpha^\dagger (\tilde{k} + m_{int}) \gamma^\mu (\tilde{k} + m_{int}) + \beta\beta^\dagger (\tilde{k} - m_{int}) \gamma^\mu (\tilde{k} - m_{int}). &
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

Os termos proporcionais a γ^μ também não contribuem ao MAM, por isso

$$\alpha\alpha^\dagger (\tilde{k} + m_{int}) \gamma^\mu (\tilde{k} + m_{int}) \implies \alpha\alpha^\dagger \left[\tilde{k}\gamma^\mu \tilde{k} + m_{int} (\tilde{k}\gamma^\mu + \gamma^\mu \tilde{k}) \right], \tag{6.8}$$

$$\beta\beta^\dagger (\tilde{k} - m_{int}) \gamma^\mu (\tilde{k} - m_{int}) \implies \beta\beta^\dagger \left[\tilde{k}\gamma^\mu \tilde{k} - m_{int} (\tilde{k}\gamma^\mu + \gamma^\mu \tilde{k}) \right]. \tag{6.9}$$

Com ajuda das expressões (5.33) reescrevemos (6.7)

$$(\alpha - \beta\gamma_5) (\tilde{k} + m_{int}) \gamma^\mu (\tilde{k} + m_{int}) (\alpha^\dagger + \beta^\dagger\gamma_5) \implies \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m_\mu} 2m_\mu [(\alpha\alpha^\dagger + \beta\beta^\dagger) m_\mu(1-u)u + M_M u (\alpha\alpha^\dagger - \beta\beta^\dagger)] , \quad (6.10)$$

onde foi posto em evidência $m_{int} = M_M$. Inserindo este resultado em (6.6)

$$\mathcal{A} \supset ieQ_{ext}\bar{u}(p) \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m_\mu} \times \left\{ \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} i\kappa^2 2m_\mu \frac{Q_{int}}{Q_{ext}} \frac{[(\alpha\alpha^\dagger + \beta\beta^\dagger) (1-u)um_\mu + M_M u (\alpha\alpha^\dagger - \beta\beta^\dagger)]}{(k^2 - m_{int}^2) (k^2 - m_{int}^2) ((p-k)^2 - M_h^2)} \right\}. \quad (6.11)$$

Usando a identidade (5.29), e as mudanças de variáveis (5.31) e (5.32), identificamos $F_2(q^2)$ como a expressão entre chaves

$$F_2(q^2) = \kappa^2 2im_\mu \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \int_0^1 du \frac{2u^2 [(\alpha\alpha^\dagger + \beta\beta^\dagger) (1-u)um_\mu + M_M u (\alpha\alpha^\dagger - \beta\beta^\dagger)]}{(l^2 - \Delta + xyq^2)^3}, \quad (6.12)$$

sendo que $\frac{Q_{int}}{Q_{ext}} = 1$. Integrando com respeito a l e passando ao limite $q^2 \rightarrow 0$ encontramos

$$a_\mu = \lim_{q^2 \rightarrow 0} F_2(q^2) = \frac{m_\mu \kappa^2}{8\pi^2} \int_0^1 du \frac{2u^2 [(\alpha\alpha^\dagger + \beta\beta^\dagger) (1-u)um_\mu + M_M u (\alpha\alpha^\dagger - \beta\beta^\dagger)]}{(1-u)M_h^2 + uM_M^2 + u(u-1)m_\mu^2}. \quad (6.13)$$

É correto afirmar que $m_\mu \ll M_h, M_M$, por tanto, a integral produz

$$a_\mu = \frac{\kappa^2}{16\pi^2} \frac{m_\mu}{M_M} (|\alpha|^2 - |\beta|^2) G(z), \quad (6.14)$$

com $z = \left(\frac{M_h^2}{M_M^2}\right)$. Na Fig. 6.2 apresenta-se o comportamento da função $G(z) = \frac{(1-z)^2 - 2z(1-z) - 2z^2 \ln z}{(1-z)^3}$ como função de z . Observe-se que $G(0) = 1$. Se $\kappa\sqrt{|\alpha|^2 - |\beta|^2} \lesssim 1$, para completar a discrepancia $\Delta a_\mu \simeq 2.3 \times 10^{-9}$ precisasse que a massa da partícula exótica

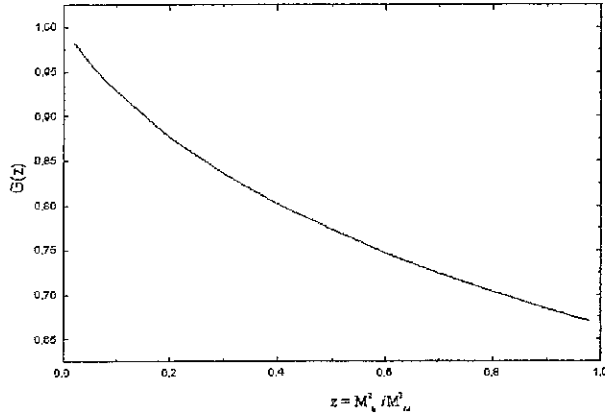


Figura 6-2: Gráfico de $G(z)$ como função de z .

$$M_M \lesssim \frac{m_\mu}{16\pi^2} \times \frac{10^9}{2.3} = 2.8 \times 10^5 \text{ GeV}.$$

Um comentário aqui é apropriado com relação ao teorema de Weinberg. Neste modelo com Higgs em **351** de E_6 , na quebra de GUT os auto-estados de massa μ_0 (massa nula) e \widehat{M} (de grande massa), como viu-se ao início desta seção, vêm determinados por Φ (**54, 24**) e Φ (**144, 24**) (em multipletes de $SO(10)$, $SU(5)$) a través de uma grande mistura de componentes esquerdas, que para a segunda geração de léptons é

$$\mu_0 = \mu \cos \theta + M \sin \theta \quad , \quad \widehat{M} = M \cos \theta - \mu \sin \theta . \quad (6.15)$$

A pequena massa do múon ordinario é devida a um Higgs H (**10, $\bar{5}$**) que em termos do doplete Φ interage como

$$\begin{aligned} \bar{\ell}_L \mu_R f \Phi + f \Phi^\dagger \bar{\mu}_R \ell_L &= \frac{f}{\sqrt{2}} (v + h) (\bar{\mu}_L \mu_R + \bar{\mu}_R \mu_L) = \\ &= \frac{f}{\sqrt{2}} (v + h) (\mu^C \mu + h.c) , \end{aligned} \quad (6.16)$$

usando estados esquerdos. Isto é igual a

$$\frac{f}{\sqrt{2}} (v + h) \left(\mu_0^C \left(\mu_0 \cos \theta - \widehat{M} \sin \theta \right) + h.c \right) \quad (6.17)$$

já que μ^C não se mistura. O termo de massa é

$$\frac{f}{\sqrt{2}}v \left(\mu_0^C \mu_0 \cos \theta - \mu_0^C \widehat{M} \sin \theta + h.c. \right). \quad (6.18)$$

Ao diagonalizar a matriz de massa produz-se uma pequena mistura de μ_0^C com \widehat{M}^C que gera o estado físico do múon ordinário $\widehat{\mu}$ devido à diferença de escala mas com uma contribuição relevante à massa m_μ . Consequentemente não se pode afirmar que a transformação $h \rightarrow -h$ automaticamente corresponde a $m_\mu \rightarrow -m_\mu$.

Enquanto à interação com o campo de Higgs leve h , terá um termo com “troca de sabor” aproximadamente igual a

$$-\frac{f}{\sqrt{2}}h\widehat{\mu}^C \widehat{M} \sin \theta + h.c. . \quad (6.19)$$

Isto é porque o estado físico $\widehat{\mu}$ difere pouco de μ_0 . Mas em qualquer caso as diferentes misturas de μ_L e μ_R não permitem obter $h\widehat{\mu} \widehat{M}$, com notação de espinores de quatro componentes, mas sim $h\widehat{\mu} (\alpha - \gamma_5\beta) \widehat{M}$.

Em qualquer caso, este termo que se acrescenta ao SM, não respeita WS já que é invariante sob $\widehat{\mu} \rightarrow \gamma_5\widehat{\mu}$, $\widehat{M} \rightarrow \gamma_5\widehat{M}$ e $h \rightarrow -h$, embora isto último não implique $m_\mu \rightarrow -m_\mu$.

6.2 UHECR do decaimento de partículas superpesadas. Uma alternativa E_6

Foi descrito no Cap. V um modelo de física de partículas para abordar o problema de UHECR. Nosso objetivo nesta seção é aplicar essas idéias dentro de um modelo GUT baseado em E_6 , postulando o singlete (1,4), que chamamos L , para ser a possível fonte de UHECR. O que necessitamos é garantir que sua vida média é comparável ou maior do que a idade do universo.

Como um passo instrutivo prévio observamos que os dois esquemas de quebras de

E_6 considerados no Cap. II predizem o decaimento de L . Por exemplo, o esquema de quebra favorável para UHECR em (2.44) prediz uma mistura $L \longleftrightarrow N$, isto é o decaimento $L(1,4) \longrightarrow N(10,-2) + V(45,0)$; se $M_L > M_N$. Isto ocorre através de um exótico N da componente $(10,-2)$ do 27 e um bóson vectorial V que está no 78 como a componente $(45,0)$ sob $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$. Visto que a mistura aparece na escala EW sua taxa de decaimento espera-se seja pequena em comparação com casos a serem descritos a seguir. Observe-se também que este tipo de mistura aparece no esquema de quebras para o problema MAM em (2.45). Continuando este último esquema de quebras encontra-se outra mistura $L \longleftrightarrow \nu^c$ que aparece na escala GUT como pode ser visto de (2.35) e (2.37). O decaimento $L(1,4) \longrightarrow \nu^c(16,1) + \bar{Z}(1,0)$ de uma soa vez é possível se $M_{\bar{Z}}$ é da mesma ordem porém um pouco menor do que M_L . Pode-se calcular a taxa

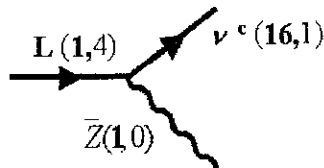


Figura 6-3: Diagrama de Feynman para o decaimento de L em ν^c e \bar{Z} que não conserva a carga $\bar{U}(1)$.

de decaimento para este processo supondo um acoplamento vetorial-axial. A primeira ordem, o quadrado do elemento matricial por unidade de tempo é

$$\frac{|S_{L,\nu^c\bar{Z}}|^2}{T} = \frac{c^2}{8V^3} V (2\pi)^4 \delta^4(p - p' - q) \frac{|\mathcal{M}|^2}{p_o q_o p'_o}, \quad (6.20)$$

$$\mathcal{M} = \bar{u}_L(p, s) \epsilon_\mu(q, \lambda) \gamma^\mu (v - a\gamma_5) u_{\nu^c}(p', s'), \quad (6.21)$$

onde c é uma constante de acoplamento e v, a são constantes. A taxa de decaimento é

dada por

$$\Gamma_L = \frac{c^2}{16(2\pi)^2} \int d^3 p' \int d^3 q \frac{\delta^4(p - p' - q)}{p_o q_o p_o'} \sum_{\lambda, s, s'} |\mathcal{M}|^2, \quad (6.22)$$

e a soma sobre estados de helicidade e de spin dá

$$\sum_{\lambda, s, s'} |\mathcal{M}|^2 = 4(v^2 + a^2)(p \cdot p') - 12M_L m_{\nu c} (v^2 - a^2) + \frac{8(v^2 + a^2)(p \cdot q)(q \cdot p')}{M_{\bar{Z}}^2}. \quad (6.23)$$

Introduzindo a constante $\varkappa = \frac{c^2}{4\pi}$, na aproximação $m_{\nu c} \ll M_L$ encontramos o resultado [25]

$$\Gamma_L \simeq \frac{\varkappa}{4} M_L (v^2 + a^2) G(z), \quad (6.24)$$

com $z = \frac{M_{\bar{Z}}}{M_L}$, $G(z) = \frac{(1-3z^4+2z^6)}{z^2}$. Notando que $G(z) \simeq 1$ para $z \simeq 0.7$, e supondo também que $\varkappa/4 \sim 10^{-2}$, $v^2 + a^2 \sim 1$, com $M_L \sim 10^{16} \text{ GeV}$, a vida média de L é extremamente pequena $\tau_L = \Gamma_L^{-1} \sim 10^{-38} \text{ s}$.

Uma situação mais complicada de decaimento do L aparece no esquema de quebra de E_6 para o MAM que não precisa de mistura com ordinários \mathcal{O} ou com exóticos \mathcal{E} se o bóson de calibre X corresponde à componente $(\bar{16}, 3)$ da representação **78** conforme pôde ser visto de (2.35) e (2.37) processo no qual é conservada a carga $\bar{U}(1)$. Na Fig. 6.4 é mostrado o diagrama de Feynman deste tipo de decaimento. No entanto, é necessário

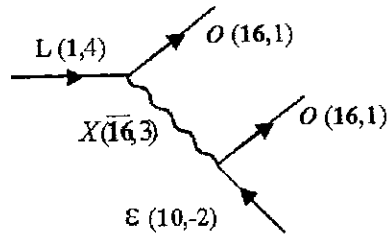


Figura 6-4: Diagrama de Feynman para o possível decaimento de L em duas etapas.

a mistura $\mathcal{E} \leftrightarrow \mathcal{O}$ se desejarmos o decaimento subsequente do exótico \mathcal{E} . Também é possível este tipo de decaimento do L no esquema de quebra para UHECR se $M_L > M_{\mathcal{E}}$. Dado que o cálculo neste caso é mais complexo, primeiro derivamos uma estimativa grosseira da taxa de decaimento $\Gamma_L \sim \alpha^2 \left(\frac{M_L}{M_X}\right)^4 M_L$. Segundo a escala de unificação GUT $\alpha \gtrsim 10^{-2}$, supondo o caso extremo em que $M_L/M_X \gtrsim 10^{-1}$, com $M_X \sim 10^{17} \text{ GeV}$, da fórmula anterior obtemos $\tau_L = \Gamma_L^{-1} \lesssim 10^{-32} \text{ s}$.

O cálculo direito do diagrama de Feynman dá uma taxa de decaimento

$$\Gamma_L \simeq \frac{\alpha_{GUT}^2 M_L^5}{24\pi M_X^4} W^2 \int_0^{1/2} dx x^2 \frac{3 - 4x^2}{(1 - 2x - W)^2 + WG}, \quad (6.25)$$

onde $W = \frac{M_L^2}{M_X^2}$, $G = \frac{\Gamma_X^2}{M_L^2}$, Γ_X é a extensão de X ; válido na aproximação $M_L \gg M_{\mathcal{E}}$, $m_{\mathcal{O}}$ no qual $m_{\mathcal{O}}$ denota a massa do férmions ordinários. Tomando $M_X \sim 10^{17} \text{ GeV}$, da $\tau_L = \Gamma^{-1} \sim 10^{-32} \text{ s}$.

Por último, usamos o esquema de quebras (2.44) para analisar um modelo de decaimento ainda mais complexo de L , conforme descrito na Fig. 6.5; pode tornar L fonte de UHECR. Da evolução da seqüência de quebras (2.44) observa-se que para dar massa

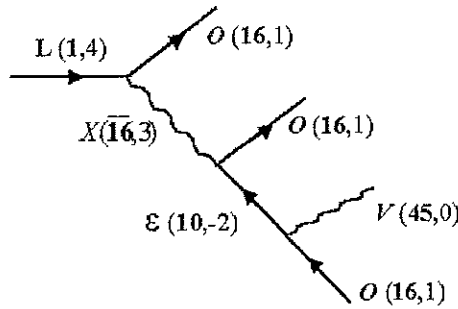


Figura 6-5: Diagrama de Feynman para o decaimento de L em três etapas se $M_L < M_{\mathcal{E}}$.

a L precisamos do singlete $(1, -8)$ de $\mathbf{351}$ como pode ser visto das Eqs. (2.35), (2.39) e (2.41). Igualmente, para dar-lhe massa ao ν^c temos que usar um VEV de $(\mathbf{126}, -2)$ de $\mathbf{351}$.

Como os exóticos \mathcal{E} estão na representação $(10, -2)$ de $\mathbf{27}$, o produto $\mathbf{10} \otimes \mathbf{10}$ que

dá o seu termo de massa, contém um singlete sob $SO(10)$ que pode ser escolhido como o $(\mathbf{1},4)$ de $\mathbf{27}$. Por tanto, pode-se dar massa para os exóticos

$$\phi(\mathbf{1},\mathbf{1})(D^c D + E^c E + N^c N). \quad (6.26)$$

Visto que os VEVs de $(\mathbf{1},4)$ e $(\mathbf{1},-8)$ aparecem na mesma escala de quebra de $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ espera-se que seus valores não sejam muito diferentes. Por isso, a possibilidade de que L seja mais pesado ou mais leve do que \mathcal{E} é função dos acoplamentos de Yukawa. É possível que um destes VEVs se desenvolva a uma escala baixa.

Passando a última etapa de quebra (2.44), é necessário $(\mathbf{10},-2)$ para quebrar o SM a fim de dar massa a férmions ordinários e misturar $L \leftrightarrow N$ como mostrado na Eq. (6.4).

Um aspecto importante que deve ser garantido no esquema da Fig. 6.5 é o decaimento do exótico \mathcal{E} . Para isso faz-se necessária uma mistura $\mathcal{E} \leftrightarrow \mathcal{O}$. Para tal finalidade usa-se um Higgs $(\mathbf{16},1)$ de $\mathbf{27}$, que de acordo ao esquema de decomposições da Fig. 2.3 tem as componentes $(\mathbf{1},-5)$ e $(\bar{\mathbf{5}},3)$ sob $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$ que permitem as misturas requeridas

$$H(\mathbf{16},1)(d^c D + E^c e + N^c \nu) + H(\mathbf{16},\bar{\mathbf{5}})(D^c d + e^c E + \nu^c N). \quad (6.27)$$

O VEV de $(\bar{\mathbf{5}},3)$ pode aparecer quebrando SM na escala electrofraca. Por sua vez a componente $(\mathbf{1},-5)$ do primeiro termo da Eq. (6.27) pode aparecer antes, na quebra $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$. Alternativamente, se $H(\mathbf{16},1)$ aparece na mesma escala de quebra de $(\mathbf{16},\bar{\mathbf{5}})$ a mistura de férmions exóticos e ordinários será menor, o que produz correções desprezíveis às interações fracas neutras e carregadas.

Deve notar-se que neste processo de decaimento de L não é possível incluir nos ordinários \mathcal{O} ao ν^c porque não existe neste caso a mistura $L \leftrightarrow \nu^c$. Se $M_L < M_{\mathcal{E}}$, o decaimento de L será dado por $L \rightarrow \mathcal{O}\mathcal{O}\bar{\mathcal{O}}V$, com V sendo o bóson vectorial $(\mathbf{45},0)$ sob $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$. O acoplamento $\mathcal{E}\mathcal{O}V$ que deve conservar a carga $\bar{U}(1)$ (veja as Eqs. (2.35) e (2.37)). Isto só é possível se existe mistura $\mathcal{E} \leftrightarrow \mathcal{O}$. Se por exemplo à escala $\langle \mathbf{27} \rangle \{(\mathbf{1},4)\}$ (veja (2.44)) é da ordem da quebra de $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$, mas aquela de $\langle \mathbf{351} \rangle \{(\mathbf{1},-8)\}$ é menor, então é possível ter $M_L \sim 10^{12} \text{ GeV}$ que corresponde a

UHECR ¹, enquanto que $M_\varepsilon \sim 10^{16} \text{ GeV}$, $M_X \sim 10^{17} \text{ GeV}$ devido à quebra de E_6 . Isto permite descrever efetivamente o diagrama da Fig. (6.5) segundo a Lagrangeana

$$\mathcal{L}^{\text{ef}} = \frac{1}{M_X^2 M_\varepsilon} \bar{O} \gamma^\mu L \bar{O} \gamma_\mu \gamma^\nu O V_\nu . \quad (6.28)$$

O cálculo direto da taxa de decaimento é muito complexo, por isso da-se a estimativa da ordem de grandeza. Como $M_V \ll M_L$, temos [25]

$$\Gamma_L \sim \alpha_{GUT}^2 \alpha_M 10^{-7} \frac{M_L^8}{M_X^4 M_\varepsilon^2 M_V} , \quad (6.29)$$

e com $M_V \sim 10^2 \text{ GeV}$

$$\tau_L^{-1} \sim \alpha_M \frac{10^7}{\text{seg}} . \quad (6.30)$$

Lembrando que a idade do universo é $t_o \sim 10^{18} \text{ seg}$, poderá ser alcançado por τ_L se $\alpha_M \sim 10^{-25}$, o que não é um absurdo, tendo em conta o quadrado da mistura das escalas GUT e EW. Se este fosse o caso, então L poderia ser fonte de UHECR !!

¹Veja a discussão na seção (5,1) .

Capítulo 7

UMA POSSÍVEL ORIGEM PARA AS CORRENTES SUPERCONDUTORAS EM CORDAS CÓSMICAS

7.1 Introdução

Acredita-se que o universo primordial passou uma seqüência de transições de fase nas que simetrias (GUT) foram quebradas à altas temperaturas e que deixaram simetrias menores. É possível que esta quebra de simetria haja dado origem a defeitos topológicos como monopolos magnéticos, paredes de domínio e cordas cósmicas [35].

Alguns dos modelos GUT que permitem a formação de cordas cósmicas são E_6 e $SO(10)$. Estes grupos contêm um fator $\tilde{U}(1)$, não eletromagnético, necessário como subgrupo, que tem que ser quebrado espontaneamente para formar cordas. Neste sentido, o modelo minimal $SU(5)$ não pode produzir cordas. Entretanto cordas E_6 parecem não ser absolutamente estáveis, enquanto que no modelo $SO(10)$ as cordas cósmicas são absolutamente estáveis se como resultado da quebra de $\tilde{U}(1)$ remanesce a simetria

discreta Z_2 , [39] que é preservada a baixas energias.

Entre os diferentes caminhos possíveis de quebra de $SO(10)$ que foram analisados na Fig. 2.4, observa-se que as cordas formadas na primeira transição de fase $SO(10) \xrightarrow{54D} SU(4) \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes D \xrightarrow{12\bar{6}} SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{10} SU(3)_C \otimes U(1)_{e,m}$ são topologicamente estáveis, porém na seguinte transição de fase a D simetria é quebrada formando assim paredes de domínio, como conseqüência as cordas deixam de ser estáveis por que acabam formando contornos de paredes de domínio, e estas não são completamente estáveis [22]. Neste trabalho escolheu-se o padrão de quebra de $SO(10)$ que segue o caminho de $SU(5) \otimes Z_2$ por sua maior simplicidade.

Entre os efeitos importantes devidos a cordas cósmicas está a interação Aharonov-Bohm como é apresentado no trabalho de Wilczek e Alford [72]. Este efeito descreve para a interação de uma partícula de carga e com o potencial de calibre da corda cósmica quando o parâmetro $\frac{e}{e_0}$ (onde e_0 é a carga do campo de Higgs que quebra a simetria Abelian) é semi-inteiro. Em conseqüência, a seção de choque de espalhamento é divergente na direção para frente. Verificou-se que esta característica da interação Aharonov-Bohm é devida à natureza de longo alcance do potencial de calibre. Segundo este, pacotes de ondas infinitamente distantes ainda contribuem notavelmente à seção de choque de espalhamento. Entre tanto, mostrou-se a unitaridade da Matriz S [73] e a seção de choque de espalhamento total pode se supor finita; desprezando desta maneira contribuições dos pacotes de ondas que passam infinitamente longe da corda. Por isso introduzimos um corte dado pela distância da corda.

Consideramos que existe uma motivação física para este corte. Este estaria dado pelo comprimento de correlação entre duas cordas que durante o início do regime de fricção que segue a formação destas è definido por $\xi \simeq \lambda^{-1}\eta^{-1}$, onde λ é a constante de acoplamento do potencial de Higgs na Eq. (4.3) e $\eta = 10^{15} GeV$ a escala de energia GUT. Mais tarde, ao alcançar o regímem de escala na dinâmica de cordas $\xi \sim t$. Implementamos esta idéia em nosso cálculo perturbativo da seção de choque de espalhamento. Nesta seção abordam-se duas questões que tem sido tratadas “superficialmente” na literatura: 1) A inclusão do efeito do campo de Higgs da corda no espalhamento, conforme estimado

na Ref. [74] e 2) A análise do processo de captura do férmion pela corda para formar correntes supercondutoras, devidas a modos zeros para a equação de Dirac no plano transversal a corda . O efeito do campo de Higgs da corda na captura de um férmion ordinário com a simultânea emissão de um bóson de Higgs que escapa desta foi analisado por Brandenberger [74]. Consideramos, além disso, a possibilidade de captura do férmion com emissão de um bóson de calibre.

Um candidato fermiônico que permite cubrir nossos requerimientos é o neutrino direito ν_R superpesado que está como singlete $(1, -5)$ sob $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$ na representação 16 de $SO(10)$, e que adquire massa (veja a discussão na subsecção 2.4.1) através de um acoplamento do tipo Majorana com o campo de Higgs Φ_{126} da corda que é singlete $(1, -10)$ sob $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$ na representação 126 de $SO(10)$, cujo valor de expectação quebra a simetria $\tilde{U}(1)$ na transição de fase $SO(10) \rightarrow SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$. Em $SO(10)$ o neutrino ν_R é o único candidato possível para formar modos zeros no caso de ser capturado pela corda gerada nessa quebra.

7.2 Corda cósmica local e conteúdo fermiônico da teoria

Estamos interessados em uma corda Abelianas local $\tilde{U}(1)$ que aparece depois da quebra de $SO(10)$ segundo o esquema de quebra descrita em (2.32)

$$SO(10) \xrightarrow{-45} SU(5) \otimes \tilde{U}(1) \xrightarrow{-126} SU(5) \otimes Z_2 \xrightarrow{-45} SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes Z_2 \xrightarrow{-10} SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m} \otimes Z_2 . \quad (7.1)$$

Quando o campo de Higgs Φ_{126} da representação 126 de $SO(10)$ adquire um VEV $\langle \Phi_{126} \rangle$ quebra a simetria $\tilde{U}(1)$ produzindo cordas Abelianas estáveis topologicamente em virtude da conservação da simetria discreta residual Z_2 a baixas energias. Os outros valores de expectação $\langle \Phi_{45} \rangle$ e $\langle \Phi_{10} \rangle$ servem para quebrar $SU(5)$ e a simetria do modelo eletrofraco, respectivamente, e correspondem as representações 45 e 10 de $SO(10)$. Em

virtude das cargas $\tilde{U}(1)$ para o Higgs Φ_{126} e para o f3ermion ν_R um termo de massa de Majorana que viola a conserva33o do n3umero de l3epton 3e poss3ivel na Lagrangeana como descrito pela equa33o (4.9):

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= (\mathcal{D}_\mu \Phi_{126})^* (\mathcal{D}^\mu \Phi_{126}) - \frac{1}{4} \mathcal{F}_{\mu\nu} \mathcal{F}^{\mu\nu} - \frac{\lambda}{4} (|\Phi_{126}|^2 - \eta^2)^2 + \mathcal{L}_{fermion} , \\ \mathcal{L}_{fermion} &= \psi^\dagger i \sigma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi - \frac{1}{2} i g \psi^\dagger \Phi_{126} \psi^C + (h.c) . \end{aligned} \quad (7.2)$$

Aqu3i $\mathcal{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathcal{A}_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu$, $\mathcal{D}_\mu \Phi_{126} = (\partial_\mu - ie \mathcal{A}_\mu) \Phi_{126}$, $\psi^C = i \sigma^2 \psi^*$, $\sigma^\mu = (I, \sigma^i)$ e $\mathcal{D}_\mu \psi = (\partial_\mu - \frac{1}{2} ie \mathcal{A}_\mu) \psi$ ¹. Ao produzir-se a corda, os campos de Higgs e de calibre se fazem massivos com massas $M_{\mathcal{H}} = \sqrt{\lambda} \eta$ e $M_{\mathcal{A}} = \sqrt{2} e \eta$, respectivamente. A quebra do n3umero lept3nico 3e produzida no termo de massa da contribui33o fermi3nica $M_o \psi^\dagger \sigma^2 \psi^*$, com $M_o = g \eta$ a massa do f3ermion visto que no setor de v3cuo da corda $\mathcal{A}_\mu = 0$ e $\Phi = \eta$.

A configura33o da corda em cordenadas planares para um n3umero de enrolamento $n = 1$ 3e descrita segundo a Eq. (4.7)

$$\Phi = \eta f(r) e^{i\phi} , \quad \mathcal{A}_\mu = \frac{a(r)}{e r} , \quad (7.3)$$

substituindo na Eq. (4.8) os comportamentos assint3ticos podem ser fixados como $f(0) = a(0) = 0$, $f(\infty) = a(\infty) = 1$.

No estado livre, o campo qu3ntico do f3ermion de Majorana de quiralidade direita [75] 3e dado por

$$\begin{aligned} \hat{\psi}(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} \sum_{\mathbf{p}} \frac{1}{\sqrt{2p_o}} [(\hat{c}(\mathbf{p}, +) e^{-ip \cdot x} + \hat{c}^\dagger(\mathbf{p}, -) e^{ip \cdot x}) \sqrt{p_o + p} \chi(\mathbf{p}, +) + \\ &\quad + (\hat{c}(\mathbf{p}, -) e^{-ip \cdot x} - \hat{c}^\dagger(\mathbf{p}, +) e^{ip \cdot x}) \sqrt{p_o - p} \chi(\mathbf{p}, -)] , \end{aligned} \quad (7.4)$$

note-se que para massa zero s3o a helicidade + contribuir3, $p_o = \sqrt{|\mathbf{p}|^2 + M_o^2}$ e \mathcal{V} 3e o v3lume de normaliza33o. Os estados de helicidade positiva e negativa $\chi(\mathbf{p}, \pm)$ s3o

¹Doravante omite-se os 3ndices da representa33o para simplificar a apresenta33o.

definidos na forma estándar

$$\begin{aligned}\sigma \cdot \mathbf{p} \chi(\mathbf{p}, +) &= p \chi(\mathbf{p}, +) , \\ \sigma \cdot \mathbf{p} \chi(\mathbf{p}, -) &= -p \chi(\mathbf{p}, -) ,\end{aligned}\tag{7.5}$$

enquanto que os operadores de criação e aniquilação dos estados de helicidade positiva e negativa satisfazem o anticomutador usual

$$\{\hat{c}(\mathbf{p}, \pm), \hat{c}^\dagger(\mathbf{p}', \pm)\} = \delta_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'},\tag{7.6}$$

entanto que todas as outras relações de anticomutação anulam-se. Escolheu-se a fase entre os estados de helicidade de forma tal a se satisfazer a seguinte relação

$$\pm \sigma^2 \chi^*(\mathbf{p}, \mp) = \chi(\mathbf{p}, \pm).\tag{7.7}$$

Uma base apropriada para estados de helicidade de um férmion movimentando-se no plano xy é

$$\chi(\mathbf{p}, +) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \chi(\mathbf{p}, -) = \frac{-i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\tag{7.8}$$

$$\chi(\mathbf{p}', +) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\theta/2} \\ -e^{-i\theta/2} \end{pmatrix}, \quad \chi(\mathbf{p}', -) = \frac{-i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\theta/2} \\ e^{-i\theta/2} \end{pmatrix}\tag{7.9}$$

respectivamente para os estados inicial e final, quando o férmion vem do eixo x e é espalhado com ângulo θ como mostra-se na Fig. 7.1.

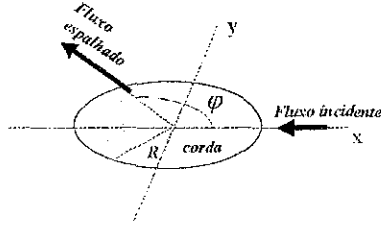


Figura 7-1: Espalhamento de férmions por uma corda cósmica em um ângulo $\theta = \pi - \varphi$. A corda é representada pelo círculo de raio R .

7.3 Espalhamento de um neutrino por uma corda nos regimes de fricção e de escala

Póde-se escrever a densidade Lagrangeana fermiônica dada pela Eq.(7.2) como

$$\mathcal{L}_{ferm} = \mathcal{L}_{free} + \mathcal{L}_{int} ,$$

onde a interação \mathcal{L}_{int} é definida como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} = & \frac{e}{2} \psi^\dagger \sigma^\mu A_\mu \psi - \frac{M_o}{2} \psi^\dagger \sigma^2 \psi^* (1 - e^{i\phi} f(r)) \\ & - \frac{M_o}{2} \psi^T \sigma^2 \psi (1 - e^{-i\phi} f(r)) . \end{aligned} \quad (7.10)$$

Devido ao termo de interação com o campo de Higgs, a condição de aplicabilidade do método perturbativo requer $p > M_o$.

No referencial de repouso da corda, a seção de choque de espalhamento num tempo de interação \mathcal{T} está dada por

$$\sigma = \sum_{\text{estados finais}} \frac{\mathcal{V} p_o}{\mathcal{T} p} |S_{f i}|^2 , \quad (7.11)$$

onde a soma sobre os estados finais inclui os momentos lineares finais e estados de helicidades.

Para um espalhamento elástico, o elemento da matriz S recebe três contribuições

$$S_{f i} = S_{f i}^{(1)} + S_{f i}^{(2)} + S_{f i}^{(3)}. \quad (7.12)$$

O primeiro termo corresponde à interação com o campo de calibre e os outros à interação com o campo de Higgs. Para o cálculo perturbativo da Eq. (7.12) aproximam-se os campos bosônicos clássicos segundo seus comportamentos assintóticos (4.8) levando em consideração um raio de corda $R \sim \eta^{-1}$

$$f(r) = a(r) = 0 \quad , \quad r < R \quad (7.13)$$

$$f(r) = a(r) = 1 \quad , \quad r > R. \quad (7.14)$$

A contribuição do campo de calibre ao espalhamento do férmion de helicidade positiva-positiva, em primeira ordem de perturbação, considerando as Eqs.(7.4),(7.8) ,(7.9) da [76]

$$\begin{aligned} S_{+,+}^{(1)} &= i \int d^4x \left\langle \mathbf{p}', + \left| \frac{e}{2} \psi^\dagger \sigma^\mu \mathcal{A}_\mu \psi \right| \mathbf{p}, + \right\rangle = \\ &= \frac{ieL}{2\mathcal{V}} \sqrt{\frac{(p_o' + p') (p_o + p)}{2p_o' 2p_o}} 2\pi \delta(p_o' - p_o) \Lambda_{+,+}, \end{aligned} \quad (7.15)$$

para um comprimento L da corda, onde

$$\Lambda_{+,+} = \int dr d\phi e^{-i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}} \frac{ia(r)}{2e} (e^{i\theta/2+i\phi} - e^{-i\theta/2-i\phi}). \quad (7.16)$$

Usando a expansão em ondas planas

$$e^{-i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}} = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} (-i)^l J_l(Qr) e^{-l(\phi-\beta)}, \quad (7.17)$$

sendo β o ângulo entre a transferência de momento $\mathbf{Q} = \mathbf{p}' - \mathbf{p}$ com o eixo x , só o modo $l = 1$ contribui na integração sobre ϕ na Eq. (7.16). Depois de integrar sobre r , levando

pela contribuição do corte no primeiro termo. Pode ver-se que no regime de fricção, a contribuição de ângulos maiores não pôde ser despreziada.

Para um estado inicial $|i\rangle = |\mathbf{p}, -\rangle$ sem mudança de helicidade no estado final, espera-se uma contribuição finita à amplitude de espalhamento (em virtude da conservação da helicidade), menor devido à natureza essencialmente direita da quiralidade do férmion

$$S_{-,-}^{(1)} = i \int d^4x \left\langle \mathbf{p}', - \left| \frac{e}{2} \psi^\dagger \sigma^\mu \mathcal{A}_\mu \psi \right| \mathbf{p}, - \right\rangle =$$

$$= \frac{\pi L}{\mathcal{V}} \sqrt{\frac{(p'_0 - p'_z)(p_0 - p_z)}{2p'_0 2p_0}} 2\pi \delta(p'_0 - p_0) \int_R^\xi dr J_1(Qr) \quad , \quad (7.22)$$

de tal maneira que a seção de choque de espalhamento parcial é

$$\frac{d\sigma_{AB}}{dL d\varphi_{- \rightarrow -}} = \frac{\pi}{32 p} \left(\frac{M_o^2}{2p^2} \right)^2 \left(\int_{2pR}^{2p\xi} dz J_1 \left(z \cos \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right) \right)^2 \quad , \quad (7.23)$$

isto é $\frac{d\sigma_{AB}}{dL} - \rightarrow - \sim \mathcal{O} \left(\frac{M_o^2}{2p^2} \right)^2 \times \frac{d\sigma_{AB}}{dL} + \rightarrow +$; que como é muito menor não se inclui nos

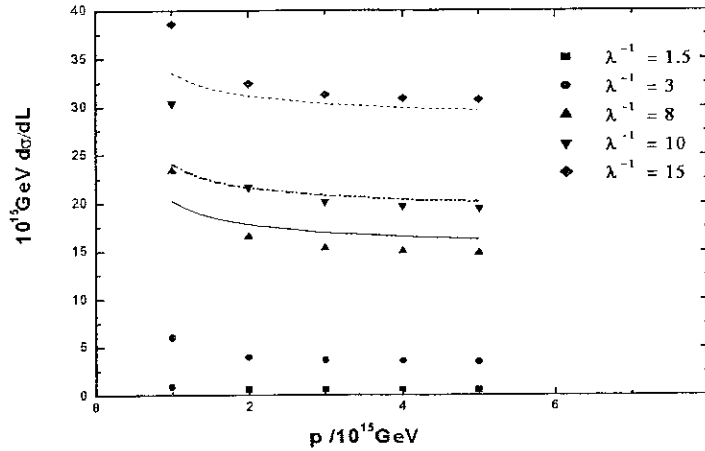


Figura 7-2: Contribuição do campo de calibre da corda para a seção de choque de espalhamento de helicidade $+ \rightarrow +$ no regime de fricção para valores diferentes de λ . As linhas representam o ajuste obtido usando a Eq. (7.21).

cálculos numéricos.

Considerando a contribuição do campo de Higgs da corda ao espalhamento de uma helicidade positiva-positiva do neutrino ν_R , encontra-se das Eqs. (7.3) - (7.9) [76]

$$\begin{aligned} S_{+,+}^{(2)} &= -i \frac{M_o}{2} \int d^4x \langle \mathbf{p}'_+, + | \psi^\dagger \sigma^2 \psi^* (1 - e^{i\varphi} f) | \mathbf{p}_+, + \rangle = \\ &= \frac{i M_o L}{2\mathcal{V}} \sqrt{\frac{(p_o' + p') (p_o - p)}{2p_o' 2p_o}} \sin(\varphi/2) 2\pi \delta(p_o' - p_o) \Xi_{+,+}, \end{aligned} \quad (7.24)$$

onde

$$\Xi_{+,+} = \int d\phi dr r e^{-i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}} (1 - e^{i\phi} f) \quad . \quad (7.25)$$

Usando a expansão (7.17), após integrar sobre ϕ , produz como resultado

$$\Xi_{+,+} = 2\pi \int dr r [J_0(Qr) + i f e^{i\beta} J_1(Qr)] = \frac{\pi}{2p^2} \Xi, \quad (7.26)$$

e então, usando a aproximação (7.13), (7.14) juntamente com o corte ξ , obtém-se

$$\begin{aligned} \Xi &= \int_o^{2p\xi} dz z J_0(z \cos(\varphi/2)) + i e^{i\beta} \int_{2pR}^{2p\xi} dz z J_1(z \cos(\varphi/2)) \\ &\Xi = \Xi_o + i \Xi_1 e^{i\beta} \quad . \end{aligned} \quad (7.27)$$

Para uma mudança de helicidade de positiva para negativa o cálculo é análogo, e obtém-se

$$S_{-,+}^{(2)} = i \frac{M_o L}{2\mathcal{V}} \sqrt{\frac{(p_o' - p') (p_o - p)}{2p_o' 2p_o}} \cos(\varphi/2) 2\pi \delta(p_o' - p_o) \frac{\pi}{2p^2} \Xi. \quad (7.28)$$

Por outro lado, para o elemento de matriz $S^{(3)}$ sem mudança de helicidade obtemos

$$\begin{aligned} S_{+,+}^{(3)} &= -i \frac{M_o}{2} \int d^4x \langle \mathbf{p}'_+, + | \psi^T \sigma^2 \psi (1 - e^{-i\phi} f) | \mathbf{p}_+, + \rangle = \\ &= \frac{i M_o L}{2\mathcal{V}} \sqrt{\frac{(p_o' - p') (p_o + p)}{2p_o' 2p_o}} \sin(\varphi/2) 2\pi \delta(p_o' - p_o) \mathcal{G}_{+,+}, \end{aligned} \quad (7.29)$$

onde agora

$$\mathcal{G}_{+,+} = \int d\phi dr r e^{-i\mathbf{Q}\cdot\mathbf{r}} (1 - e^{-i\phi} f) \quad (7.30)$$

Repetindo o procedimento anterior obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{+,+} &= 2\pi \int dr [r J_0(Qr) + i e^{-i\beta} f J_1(Qr)] = \\ &= \frac{\pi}{2p^2} (\Xi_o + i e^{-i\beta} \Xi_1) \end{aligned} \quad (7.31)$$

Analogamente, com mudança de helicidade

$$\begin{aligned} S_{-,+}^{(3)} &= \frac{iM_o L}{2\mathcal{V}} \sqrt{\frac{(p_o' + p') (p_o + p)}{2p_o' 2p_o}} \cos(\varphi/2) 2\pi \delta(p_o' - p_o) \\ &\times \frac{\pi}{2p^2} (\Xi_o + i \Xi_1 e^{-i\beta}) \end{aligned} \quad (7.32)$$

Usando estes resultados $|S_{+,+}^{(2)} + S_{+,+}^{(3)}|^2 \sim \left(\frac{M_o}{p}\right)^2 |S_{-,+}^{(2)} + S_{-,+}^{(3)}|^2$, que indica que a violação de helicidade é favorecida pelo acoplamento de Majorana. É importante notar que a contribuição principal deve-se a amplitude $S_{-,+}^{(3)}$ como consequência, também, do tipo de acoplamento.

Das Eqs. (7.28), (7.32) temos

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mathcal{I}} |S_{-,+}^{(2)} + S_{-,+}^{(3)}|^2 &= \frac{\pi^2 L^2}{16\mathcal{V}^2} \left(\frac{M_o}{p}\right)^2 \frac{\cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{p^2} 2\pi \delta(p_o' - p_o) \times \\ &\left[\left(\Xi_o + \frac{p}{p_o} \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \Xi_1\right)^2 + \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \Xi_1^2 \right] \end{aligned} \quad (7.33)$$

e então a seção de choque de espalhamento parcial é

$$\frac{d\sigma_H}{dL d\varphi_{+ \rightarrow -}} = \frac{\pi}{32p} \left(\frac{M_o}{p}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \left[\Xi_o^2 + 2 \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \Xi_o \Xi_1 + \Xi_1^2 \right] \quad (7.34)$$

O cálculo numérico desta seção de choque dominante mostra-se na Fig. 7.3. Estes

resultados numéricos podem ser representados para $\lambda^{-1} \gtrsim 8$, por seu comportamento aproximado para $p\xi \gg 1$

$$\frac{d\sigma_{\mathcal{H}}}{dL} = 1.04\xi \left(\frac{M_o}{p}\right)^2 [1 + 0.48\ln(p\xi)] , \quad (7.35)$$

onde a dependência logarítmica adicional do corte é consequência da fase do campo de Higgs em sua interação com o férmion, como é visto na Eq. (7.10). Como a helicidade é

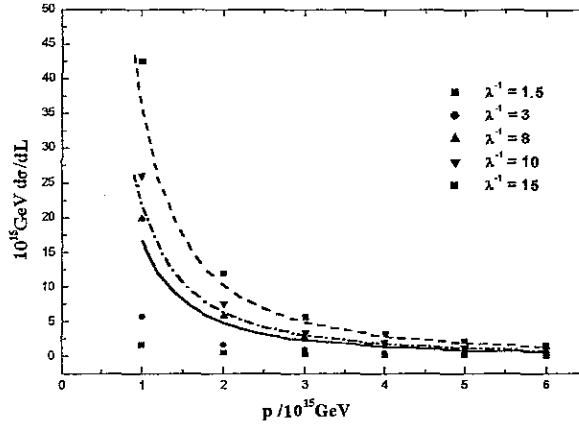


Figura 7-3:

violada na aproximação $\mathcal{O}\left(\frac{M_o}{p}\right)^4$ espera-se que espalhamentos do tipo $|p, -\rangle \rightarrow |p, -\rangle$ sejam ainda mais improváveis de acontecer em virtude da quiralidade direita do neutrino.

Após sua formação, as cordas podem alcançar o regime de escala [78], onde $\xi \sim t$, quando o universo esfriou-se até uma temperatura abaixo de $T_{sc} \simeq \frac{T_{GUT}^2}{M_{pl}} \sim 10^{11} \text{ GeV}$. Isto aconteceu para um tempo de vida do universo $t \sim 10^{-28} \text{ s}$, onde a expansão do raio de escala do universo na era dominada pela radiação $a(t) \propto t^{1/2}$. Conseqüentemente, para $p > M_o$, $\xi p \gg 1$ com $\xi \gg R$, a contribuição do corte domina notavelmente sobre o termo Aharonov-Bohm, o que como aproximação para a seção de choque de espalhamento

devida ao campo de calibre

$$\frac{d\sigma_{AB}}{dL} \simeq 2 \left(1 + \frac{M_o^2}{4p^2} \right)^2 \xi \quad . \quad (7.36)$$

Pode-se ver que a contribuição dada pelo campo de Higgs é ainda melhor aproximada pela Eq. (7.35) no regime de escala. Dado que o comprimento de correlação é muito maior no regime de escala do que no regime de fricção, as seções de choque agora resultam ser correspondentemente maiores do que as anteriores.

É necessário esclarecer como foram calculadas as seções de choque totais no regime de escala. A idéia é quebrar o intervalo de integração do ângulo φ como segue:

$$\begin{aligned} [-\pi, \pi] = & \left[-\pi, -\pi + \frac{1}{2p\xi} \right] \cup \left[-\pi + \frac{1}{2p\xi}, -\pi + \frac{1}{2pR} \right] \cup \left[-\pi + \frac{1}{2pR}, \pi - \frac{1}{2pR} \right] \\ & \cup \left[\pi - \frac{1}{2pR}, \pi - \frac{1}{2p\xi} \right] \cup \left[\pi - \frac{1}{2p\xi}, \pi \right] , \end{aligned}$$

nos intervalos $\left[-\pi, -\pi + \frac{1}{2p\xi} \right]$ e $\left[\pi - \frac{1}{2p\xi}, \pi \right]$ as funções de Bessel $J_0(x) \approx 1 - \frac{x^2}{4}$, $J_0(y) \approx 1 - \frac{y^2}{4}$ com $x = 2pR \cos(\frac{\varphi}{2})$, $y = 2p\xi \cos(\frac{\varphi}{2})$; isto é tem argumento pequeno. No intervalo $\left[-\pi + \frac{1}{2p\xi}, \pi - \frac{1}{2p\xi} \right]$ aproxima-se $J_0(y) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi y}} \cos(y - \frac{\pi}{4})$ por seu valor de argumento maior. A função $J_0(x)$ ainda tem argumento pequeno nos intervalos $\left[-\pi + \frac{1}{2p\xi}, -\pi + \frac{1}{2pR} \right]$ e $\left[\pi - \frac{1}{2pR}, \pi - \frac{1}{2p\xi} \right]$, porém no intervalo $\left[-\pi + \frac{1}{2pR}, \pi - \frac{1}{2pR} \right]$ aproxima-se por seu valor de argumento maior $J_0(x) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos(x - \frac{\pi}{4})$. Este raciocínio permite calcular as integrais que aparecem nas seções eficazes em (7.19) e (7.34).

7.4 Captura de férmions por cordas com emissão de bósons

Este processo tem analogia com a captura de um elétron por um núcleo com a emissão de um fóton sendo a sua descrição em termos da interação do elétron com o campo de radiação quantizado, além da atração de Coulomb. Sobre esta base teremos duas

possibilidades na interação do férmion com os campos da corda: ou bem a corda emite um bóson de Higgs ou um bóson de calibre massivo com a captura do férmion em forma de modo zero. Veja Fig. 7.4.

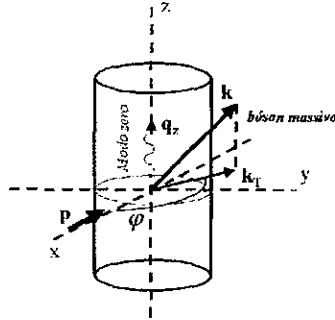


Figura 7-4: Captura do neutrino massivo pela corda para formar um modo zero que se movimenta ao longo do eixo z com emissão de um bóson massivo.

Assim sendo, adiciona-se as flutuações quânticas às configurações clássicas dos campos de Higgs e de calibre da corda, para se escrever

$$\Phi = \Phi^{cl} + \hat{\Phi} \quad , \quad \mathcal{A}_\mu = \mathcal{A}_\mu^{cl} + \hat{\mathcal{A}}_\mu . \quad (7.37)$$

A interação com os campos quânticos bosônicos será

$$\mathcal{L}^{quan} = -\frac{ie}{2} \psi^\dagger \sigma^\mu \hat{\mathcal{A}}_\mu \psi - \frac{ig}{2} \left(\psi^\dagger \hat{\Phi} \psi^c - \psi^c \dagger \hat{\Phi} \psi \right) , \quad (7.38)$$

com as condições de validade $e \lesssim 1$ e $g \lesssim 1$, para um tratamento perturbativo.

Para o campo do férmion deve-se considerar as soluções livres e os estados de modos zeros que podem formar-se com o fundo da configuração clássica da corda

$$\psi = \hat{\psi}_{free} + \hat{\psi}_{zm} , \quad (7.39)$$

onde $\widehat{\psi}_{free}$ é dado pela Eq. (7.4), enquanto que o modo zero

$$\widehat{\psi}_{zm} = \sum_{p_z > 0} [\widehat{c}_o(p_z, +) \mathcal{U}_o(p_z, +) e^{-i\omega t} + \widehat{c}_o^\dagger(p_z, +) \mathcal{U}_o^*(p_z, +) e^{i\omega t}] , \quad (7.40)$$

descreve partículas sem massa, que se movem ao longo do eixo z , em termos do operador de anticomutação \widehat{c}_o . A função de onda do modo zero $\mathcal{U}_o(p_z, +)$ (aqui fazemos a identificação $\mathcal{U}_o(p_z, +) = \psi(r, \phi)$) é dada por (4.11) e a normalização por (4.12). Observa-se que isso requer uma descrição mais detalhada dos campos clássicos no interior da corda que aquela que foi feita nas Eqs. (7.13), (7.14)

$$f(\rho) = f_o \rho' \quad , \quad a(\rho) = a_o \rho'^2 \quad , \quad \rho' < 1 \quad (7.41)$$

onde a_o e f_o são constantes que, da condição de normalização da $\widetilde{M} = M_{\mathcal{H}} \sqrt{\frac{M_o}{M_{\mathcal{H}}} f_o + \frac{a_o}{2}}$, além do que $\rho' = M_{\mathcal{H}} r'$. Os campos quânticos bosônicos são massivos e são descritos em termos de operadores com comutadores usuais para o Higgs complexo e de calibre real

$$\widehat{\Phi}(x) = \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\sqrt{2k_o \mathcal{V}}} \left(a_{\mathbf{k}} e^{-ik^\mu x_\mu} + b_{\mathbf{k}}^\dagger e^{ik^\mu x_\mu} \right) , \quad (7.42)$$

$$\widehat{A}_\mu(x) = \sum_{\lambda} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\sqrt{2k_o \mathcal{V}}} \left(\varepsilon_\mu(\mathbf{k}, \lambda) a(\mathbf{k}, \lambda) e^{-ik^\nu x_\nu} + \varepsilon_\mu^*(\mathbf{k}, \lambda) a^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) e^{ik^\nu x_\nu} \right) , \quad (7.43)$$

onde os vetores de polarização satisfazem

$$\varepsilon_\mu^*(\mathbf{k}, \lambda) \varepsilon^\mu(\mathbf{k}, \lambda') = -\delta_{\lambda\lambda'} \quad , \quad \sum_{\lambda} \varepsilon_\mu(\mathbf{k}, \lambda) \varepsilon_\nu^*(\mathbf{k}, \lambda) = -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{M_A^2} . \quad (7.44)$$

O processo de captura do neutrino com emissão de uma partícula Higgs superpesada $\nu_R \rightarrow \nu_{zm} + \Phi$, é produzido pelo segundo termo da Eq. (7.38) que, a primeira ordem na teoria de perturbação, a amplitude de probabilidade [76]

$$\mathcal{S}_{zm\Phi, \nu_R} = \frac{g}{4} \frac{\widetilde{M}}{\mathcal{V} \sqrt{\pi k_o L}} \sqrt{\frac{p_o + p}{2p_o}} 2\pi \delta(p_o - q_o - k_o) 2\pi \delta(q_z + k_z) \Gamma(Q) , \quad (7.45)$$

para helicidade positiva do neutrino ν_R , onde

$$\Gamma(Q) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int d^2x e^{ix_T \cdot Q} \exp\left(-\int_0^{\rho'} \left[\frac{M_o}{M_{\mathcal{H}}} f(\rho') + \frac{a(\rho')}{2\rho'}\right] d\rho'\right). \quad (7.46)$$

Esta integral no plano transversal da corda, com momento transferido a ela $Q = \mathbf{p} - \mathbf{k}_T$ pode ser calculada aproximadamente [41] expandindo a onda plana em funções de Bessel. Isto conduz a

$$\int d\phi e^{ix_T \cdot Q} = 2\pi J_0(Qr), \quad (7.47)$$

que juntamente com a forma dos campos clássicos dentro da corda na Eq. (7.41) permite obter

$$\Gamma(Q) \simeq \sqrt{2\pi} \frac{1}{\widetilde{M}^2} \exp\left(-\frac{Q^2}{2\widetilde{M}^2}\right). \quad (7.48)$$

Das Eqs. (7.45) - (7.48) encontra-se a seção de choque de captura para este caso, no limite de massas iguais

$$\frac{d\sigma}{dLd\varphi} = \frac{g^2}{64\pi M_o} \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{\sqrt{1+y^2}}\right) \int_0^y dz z e^{-(y^2+2yz\cos\varphi+z^2)}, \quad (7.49)$$

na qual $y = \frac{p}{M_o}$. A avaliação numérica da seção de choque total de captura é mostrada na Fig. 7.5 supondo todas as massas da mesma ordem.

Considerando a captura com emissão de um bóson vetorial de calibre $\nu_R \rightarrow \nu_{zm} + \mathcal{A}$, o primeiro termo da Eq. (7.38) dá a amplitude de probabilidade, que para o caso de helicidade positiva do férmion é [76]

$$\begin{aligned} S_{zm\mathcal{A},\nu_R} &= \frac{ie}{2\mathcal{V}} \frac{\widetilde{M}}{\sqrt{\pi L}} \sqrt{\frac{p_o+p}{2p_o 2k_o}} 2\pi\delta(p_o - k_o - q_o) 2\pi\delta(q_z + k_z) \\ &\quad \times \chi_o^\dagger \sigma^\mu \varepsilon_\mu^*(\mathbf{k}, \lambda) \chi(\mathbf{p}, +) \Gamma(Q), \end{aligned} \quad (7.50)$$

onde agora $Q = |\mathbf{p} - \mathbf{k}_T|$, $\chi_o = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\chi(\mathbf{p}, +) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ e $\Gamma(Q)$ é aquela da Eq. (7.48). Para a análise seguinte precisa-se da soma sobre os estados de polarização

$$\sum_{\lambda} |\chi_o^\dagger \sigma^\mu \varepsilon_\mu^*(\mathbf{k}, \lambda) \chi(\mathbf{p}, +)|^2 = \frac{3}{2} + \frac{1}{M_A^2} [k_T^2 + k_z^2 - k_o k_z + k_o k_T \cos \varphi - k_T k_z \cos \varphi]. \quad (7.51)$$

Com este resultado a seção de choque de captura no limite em que todas as massas são iguais resulta

$$\frac{d\sigma}{dLd\varphi} = \frac{e^2}{32\pi M_o} \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{\sqrt{1+y^2}} \right) \int_0^y dz z \left\{ \frac{3}{2} + \frac{4 + z^2 y^2 - y^2 + 3z^2}{2(1+y^2)} + \frac{z(z^2 + 1)}{\sqrt{1+y^2}} \cos \varphi \right\} e^{-(y^2 + 2yz \cos \varphi + z^2)}. \quad (7.52)$$

Os resultados numéricos para a seção de choque total na mesma aproximação de massas iguais e usando $\alpha_{GUT}^{-1} = \frac{4\pi}{e^2} = 26$, são apresentados na Fig. 7.5. Compróva-se que ambas seções de choque mostram um comportamento ressonante para o momento linear de ν_R da ordem de sua massa.

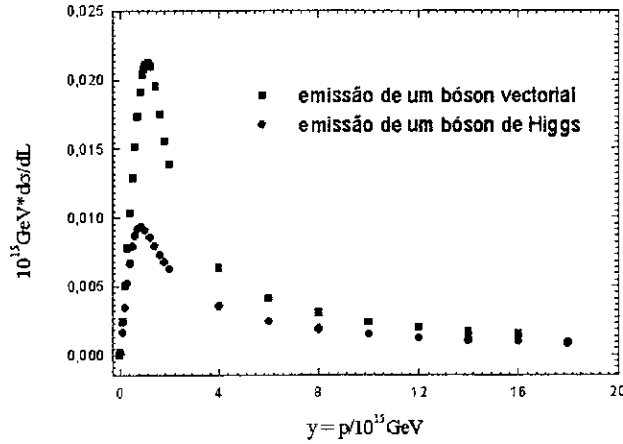


Figura 7-5: Comparação das seções de choque de captura de ν_R para formar modos zeros com emissão de um bóson de Higgs ou um bóson vetorial.

7.5 Implicações cosmológicas

Viu-se que a mesma transição de fase que poderia haver formado cordas cósmicas Abelianas de uma simetria GUT como $SO(10)$ também pode ter dado massa a neutrinos ν_R com a conseguinte captura por parte da corda. Estes neutrinos não possuem carga elétrica, porém tem carga $\tilde{U}(1)$, o que torna possível a formação de correntes supercondutoras em forma de estados ligados sem massa, ou modos zeros, que viajam ao longo da corda à velocidade da luz.

Esta corrente estabiliza os laços de cordas cósmicas que de outra maneira deveriam contrair-se e desaparecer. Os laços supercondutores chamados “vórtens” poderiam haver sobrevivido até a era atual e serem uma parte da matéria escura contida no halo de nossa galáxia, por exemplo como para os vórtens existe uma pequena probabilidade quântica para eles decaírem, eles poderiam ser fontes de raios cósmicos ultra energéticos, do tipo que foi observado que não parecem ter uma fonte emissora bem localizada [79].

Para sabermos qual o fluxo de UHECR produzido por vórtens é necessário estimar sua densidade, a qual evolue com a temperatura do universo T . Desde o início da sua formação esta seria dada por

$$n_\nu(T) = n(T_f) \left(\frac{T}{T_f} \right)^3, \quad (7.53)$$

onde considerou-se [80] que $n(T_f) \propto (\xi(T_f))^{-3}$.

Durante o regime de fricção, uma estimativa [81] é dada por

$$\xi^{\text{fr}}(T) \simeq (M_{PL})^{\frac{1}{2}} \frac{T_{GUT}}{T^{\frac{5}{2}}}, \quad (7.54)$$

onde m_{PL} é a massa de Planck. Assim, para $T_f = T_{GUT}$, da Eq. (7.53), temos

$$\begin{aligned} n_\nu^{\text{fr}}(T) &= (\xi(T_{GUT}))^{-3} \left(\frac{T}{T_{GUT}} \right)^3 \simeq M_{PL}^{-3/2} \times \frac{T_{GUT}^{-3}}{T_{GUT}^{-15/2}} \times \frac{T^3}{T_{GUT}^3} \\ &\simeq \left(\frac{T_{GUT}}{M_{PL}} \right)^{3/2} T^3 \simeq 10^{-6} T^3, \end{aligned} \quad (7.55)$$

enquanto que para a formação no final deste período $T_f \simeq 10^{11} GeV$

$$n_v^{fr}(T) \simeq M_{PL}^{-3/2} \times \frac{T_{GUT}^{-3}}{T_f^{-15/2}} \times \frac{T^3}{T_f^3} =$$

$$\left(\frac{M_{PL}}{T_f}\right)^{-3/2} \times \left(\frac{T_{GUT}}{T_f}\right)^{-3} \times T^3 \simeq 10^{-24} T^3. \quad (7.56)$$

Considerando o número de portadores fermiônicos no laço [80]

$$N \simeq \xi(T_f) T_{GUT}, \quad (7.57)$$

no início do regime de fricção, quando $T_f = T_{GUT}$, temos

$$N_{in}^{fr} \simeq M_{PL}^{1/2} \frac{T_{GUT}}{T_{GUT}^{5/2}} \times T_{GUT} = \left(\frac{M_{PL}}{T_{GUT}}\right)^{1/2} \simeq 100, \quad (7.58)$$

e ao final desse regime, quando $T_f \simeq 10^{11} GeV$, obtém-se

$$N_{fin}^{fr} \simeq \left(\frac{M_{PL}}{T_f}\right)^{1/2} \times \left(\frac{T_{GUT}}{T_f}\right)^{1/2} \sim 10^{12}. \quad (7.59)$$

Por outro lado, na formação no regime de escala, válido para $T_f \lesssim 10^{11} GeV$, onde

$$\xi^{sc} \simeq H^{-1} \simeq \frac{m_{PL}}{T^2}, \quad (7.60)$$

sendo H o parâmetro Hubble, temos

$$n_v^{sc}(T) \sim (\xi^{sc}(T_f))^{-3} \left(\frac{T}{T_f}\right)^3 \sim \left(\frac{M_{PL}}{T_f}\right)^{-3} T^3 \lesssim 10^{-24} T^3, \quad (7.61)$$

e o número de portadores fermiônicos é dado por

$$N^{sc} = \xi^{sc}(T_f) T_{GUT} \simeq \left(\frac{M_{PL}}{T_f}\right) \frac{T_{GUT}}{T_f} \gtrsim 10^{12}, \quad (7.62)$$

ambos os resultados concordam com o limite da época de fricção.

Como consequência, o número de férmions em vórtens por unidade de volume $N n_\nu(T)$ se são incorporados no início do regime de fricção é $10^{-4}T^3$, enquanto que se são incorporados no início do regime de escala obter-se-ia $10^{-12}T^3$. Consequentemente, a relação destes férmions incorporados por unidade de volume comóvel é 10^8 , que é igual ao inverso da relação dos tempos de formação. Uma análise similar para a formação dos vórtens durante o regime de escala indica que a densidade de férmions absorvidos por unidade de volume comóvel evolue como $t_f^{-1/2}$.

É claro que a relação anterior de férmions é igual àquela de comprimentos de laços de cordas originais, que em sua formação seria $\xi(T_f) \times \xi^{-3}(T_f)$. Desta maneira, sendo a probabilidade de captura por unidade de comprimento independente do tempo, a formação de vórtens deve ser igualmente provável nos regimes de fricção e de escala. Porém, se incluírmos o movimento das cordas originais, que é diferente em ambos regimes, a formação de vórtens durante o período de escala é menos provável [82].

Ainda sem esta última consideração, da estimativa anterior para a densidade de vórtens, observa-se que sua relevância para UHECR seria muito mais importante se estes fossem formados no início da época de fricção.

Os cálculos da seção de choque do espalhamento indicam que é possível que vórtens possam ser formados na época de fricção. De fato segundo a Eq. (7.57), precisa-se incorporar um férmion por comprimento Compton λ_C . Multiplicando o máximo de $\frac{d\sigma}{dL}$ da Fig. 7.5 por λ_C e o fluxo de ν_R proporcional a sua densidade térmica $\sim \eta^3$ ao início do regime de fricção, o número de férmions incorporados por unidade de tempo será $\sim 10^{-2}\eta$. Como a duração do período de fricção é $\Delta t \sim 10^8\eta^{-1}$, a corda pode alcançar a densidade de férmions requerida na primeira parte desta época. Uma conclusão similar foi alcançada por um mecanismo de difusão simplificado de incorporação de férmions [79].

O exemplo considerado de $SO(10)$ é o mais simples por que ν_R é o único férmion não ordinário que adquire massa na escala GUT. A fim de termos férmions eletricamente carregados e que produzem correntes supercondutoras no sentido comum da palavra, devemos considerar a unificação das interações sob um grupo maior como E_6 . Mas, neste

caso, a adição dos 11 férmions, além do ν_R , tornaria a análise do problema consideravelmente mais difícil.

Considerando o espalhamento dos férmions por cordas longas e retas pode-se notar que ao efeito tradicional de Aharonov-Bohm devido ao potencial de calibre da corda (como no caso do solenoide), também a interação com o campo de Higgs que gera a massa do férmion deve ser adicionado. Dos cálculos, pode-se ver que este efeito na seção de choque total de espalhamento cresce com a separação entre cordas mais rápido do que aquele devido ao campo de calibre, por um fator logarítmico que está relacionado com a fase de enrolamento também presente a longas distâncias.

Para esta classe de cordas sua densidade de comprimento seria $\propto 1/\xi^2$, e subtraindo a expansão do universo, a correspondente por unidade de volumen de comovimento no regime de escala variaria como $1/t$. Como a seção de choque por unidade de comprimento para o espalhamento de neutrinos cresce como t , o efeito devido aos alvos em unidade de volume comovel seria aproximadamente constante.

Para tornar o processo de geração de correntes supercondutoras mais realista, deveria-se levar em conta a propagação dos neutrinos no plasma fora da corda, a influência do movimento da corda e as flutuações do campo equivalente ao elétrico que poderiam produzir saltos dos férmions de energias negativas para positivas dentro da corda.

Conclusão

Nos trabalhos que serviram de base para a presente tese viu-se que uma simetria de grande unificação suficientemente grande pode, alternativamente, explicar a existência dos raios cósmicos com energia superior ao denominado corte GZK ou o valor experimental do momento magnético anômalo do múon, que é superior ao previsto pelo modelo padrão.

O modelo apropriado para este propósito está baseado na simetria E_6 .

De um lado seu conteúdo de férmions exóticos permite ambos os resultados, se bem que não simultaneamente com o mesmo esquema de campos de Higgs responsáveis pelas quebras de simetria. De fato, para que um férmion neutro superpesado seja suficientemente estável para converter-se em componente da matéria escura e lentamente decair e dar origem aos UHECR requer que sua massa seja inferior a massa dos outros léptons carregados, e que a mistura de estados ordinários e exóticos seja pequena. Mas deste modo a contribuição do lépton exótico carregado ao momento magnético do múon resulta desprezível.

No entanto, se a mistura de léptons carregados ordinários e exóticos é grande pode-se conseguir que a massa destes últimos diminua o suficiente como para dar uma correção notável ao MAM. Em particular isto é possível por que a correção a $g - 2$ é linear na relação da massa do múon à da escala da nova física, devido a que a interação responsável por isto viola a simetria de Weinberg $l \rightarrow \gamma_5 l$, $m_\mu \rightarrow -m_\mu$. A diferença de outros mecanismos que a respeitam e dão uma correção quadrática em relação as massas. O preço a pagar é que a vida média do férmion exótico neutro seria muito curta pois não teriam podido permanecer até hoje.

Entretanto, a origem dos UHECR pode estar em vórtices, classicamente estáveis por

Bibliografia

- [1] Para uma revisão recente do Modelo Padrão veja J. L. Rosner , hep-ph/0108195
- [2] P. Langacker , hep-ph/0110129
- [3] G. Degrassi , hep-ph/0102137
- [4] J. Ellis , CMS Bulletin 00-04 (2000) 7 , hep-ex/0011086
- [5] D. V. Nanopoulos , Phys. Scripta 24 (1981) 873
- [6] Super-Kamiokande Collaboration, Y. Fukuda et al., Phys. Rev. Lett. 81(1999)2644;
ibid. 82(1999)5194 ; hep-ex/9908049
- [7] P. Langacker and N. Polonsky , Phys. Rev. D 47(1993)4028
- [8] S. Dimopoulos, S. Raby and F. Wilczek, Phys. Rev. D 24(1981)1681 ; U. Amaldi,
W. de Boer and H. Fürstenau , Phys. Lett. B 260(1991)447
- [9] H. Georgi and S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. 32(1974)438
- [10] Gauge Theory of Weak Interactions, W. Greiner and B. Muller, Springer-Verlag
1993
- [11] B. Viren , hep-ex/9903029
- [12] W. de Boer , Prog. and Nucl. Phys. 33(1994)201
- [13] H. Georgi and C. Jarlskog , Phys. Lett. B 86(1979)297

- [14] H. Fritzsch and P. Minkowski ; *Ann. Phys.* **93**(1975)193
- [15] S. Rajpoot , *Phys. Rev. D* **22**(1980)2244
- [16] A. Masiero in *Grand Unification with and without Supersymmetry and Cosmological Implications*, World Scientific, 1984
- [17] J. A. Harvey, D. B. Reiss and P. Ramond, *Nucl. Phys. B* **199**(1982)223
- [18] D. Chang, R. N. Mohapatra, M. K. Parida, *Phys. Rev. Lett.* **52**(1984)1072
- [19] M. Machacek , *Nucl. Phys. B* **159**(1979)37
- [20] N. G. Deshpande, E. Keith, P. B. Pal ; *Phys. Rev. D* **46**(1992)2261 , R. N. Mohapatra, M. K. Parida ; *Phys. Rev. D* **47**(1993)264
- [21] O. Pisanti and L. Rosa, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **40**(1998)81 , F. Buccella, G. Mangano, O. Pisanti and L. Rosa , *Yad. Fiz.* **61**(1998)1077
- [22] A. C. Davis and S. C. Davis, *Phys. Rev. D* **55**(1997)1879
- [23] F. Gursey, P. Sikivie and P. Ramond, *Phys. Lett. B* **60**(1976)177 ; Y. Achiman and B. Stech , *Phys. Lett. B* **77**(1978)
- [24] R. Barbieri and D. V. Nanopoulos, *Phys. Lett. B* **91**(1980)369
- [25] H. Chávez, L. Masperi and M. Orsaria , *Space Time & Substance* **2**(2001)111
- [26] J. R. Primack, *astro-ph/0007187*
- [27] R. Partridge, *Rep. Prog. Phys.* **51**(1988)647
- [28] A. Penzias and R. Wilson, *Ap. J.* **142**(1965)419
- [29] J. Mather et al., *Ap. J. Lett.* **354**(1990)L37
- [30] L. Dolan and R. Jackiw, *Phys. Rev. D* **9**(1974)3320

- [31] A. D. Linde, Nucl. Phys. B **216**(1983)421
- [32] E. Copeland, FERMILAB-PUB-88-108-A, Aug 1988.
- [33] T. W. Kibble , J. Phys. A **9**(1976)1387 , Phys. Rep. **67**(1980)183
- [34] A. Vilenkin , Phys. Rep. **121**(1985)263
- [35] M. B. Hindmarsh and T. W. Kibble, Rept. Prog. Phys. **58**(1995)477
- [36] H. B. Nielsen and P. Olesen, Nucl. Phys. B **61**(1973)45
- [37] E. B. Bogomol'nyi , Sov. J. Nucl. Phys. **24**(1976)449
- [38] R. Jackiw and P. Rossi, Nucl. Phys. B **190**(1981)681
- [39] E. Witten , Nucl. Phys. B **249**(1985)557
- [40] S. C. Davis , Int. J. Theor. Phys. **38**(1999)2889
- [41] S. C. Davis , W. B. Perkins and A. C. Davis, Phys. Rev. D **62**(2000)043503
- [42] H. N. Brown et al., Muon (g-2) Coll., Phys. Rev. Lett. **86**(2001)2227
- [43] A. V. Olinto, astro-ph/0201257 , A. A. Watson, astro-ph/0112474
- [44] V. Berezhinsky, astro-ph/0107306
- [45] V. Berezhinsky, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **87**(2000)387
- [46] Ya. B. Zeldovich and A. A. Starobinsky , Soviet Physics, JETP **34**(1972) 1159 ,
D. J. H. Chung, E. W. Kolb and A. Riotto, Phys. Rev. D **59**(1999)023501 , V. A.
Kuzmin and I. I. Tkachev, JETP Lett. **69**(1998)271
- [47] H. J. de Vega and N. Sánchez, hep-ph/0202249
- [48] K. Enqvist and D. V. Nanopoulos, Prog. Part. Nucl. Phys. **16**(1986)1

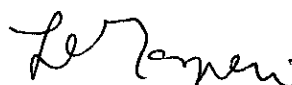
- [49] R. S. Van Dyck Jr. , P. B. Schwinberg and H. G. Dehmelt, *Phys. Rev. Lett.* **59**(1987)26
- [50] A. Czarnecki and W. J. Marciano, *hep-ph/0010194*
- [51] T. Kinoshita, *Rept. Prog. Phys.* **59**(1996)1459
- [52] J. Prades, *hep-ph/0108192*
- [53] Review of Particle Physics, D. E. Groom et. al., *Eur. Phys. J. C* **15**(2000)1
- [54] M. Knecht, A. Nyffeler, M. Perrottet and E. de Rafael, *hep-ph/0111059*
- [55] *An Introduction to Quantum Field Theory*, M. E. Peskin and D. V. Schroeder, Addison-Wesley Publishing Company, reading, MA, 1995
- [56] K. R. Lynch, *hep-ph/0108081*
- [57] *The Quantum Theory of Fields*, S. Weinberg, Cambridge University Press, Vol. I , 1995
- [58] S. Barshay and G. Kreyerhoff, *hep-ph/0106047*
- [59] X. Calmet, H. Fritzch and D. Holtmannpötter, *hep-ph/0103012*
- [60] E. Eichten, K. Lane and J. Preskill, *Phys. Rev. Lett.* **45**(1980)225
- [61] H. Davondiasl, J. L. Hewett and T. G. Rizzo, *hep-ph/0006097*
- [62] A. Czarnecki and W. J. Marciano, *hep-ph/0010194*
- [63] S. P. Martin and J. D. Wells, *hep-ph/0103067*
- [64] H. Chávez and L. Masperi, in preparation.
- [65] T. G. Rizzo, *Phys. Rev. D* **33**(1986)3329
- [66] T. -C. Yuan, R. Arnowitt, A. H. Chansedline and P. Nath, *Z. Phys. C* **26**(1984)407

- [67] X. Calmet, H. Fritzsch and D. Holtmannspötter , hep-ph/0103012
- [68] S. Barshay and G. Kreyerhoff, Eur. Phys. J. C **23**(2002) 191.
- [69] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. Dvali, Phys. Lett. B **429**(1998)263
- [70] M. Hayakawa, hep-ph/9904445
- [71] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. Dvali, Phys. Rev. D **59**(1999)086004
- [72] M. G. Alford and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **62**(1989)1071
- [73] W. B. Perkins, L. Perivolaropoulos, A. C. Davis, R. H. Brandenberger and A. Matheson, Nucl. Phys. B **353**(1991)237 ; S. Sakoda and M. Omote, J. Math. Phys. **38**(1997)716
- [74] R. Brandenberger, A. C. Davis and A. M. Matheson, Nucl. Phys. **307**(1988)909 .
- [75] P. D. Mannheim, Int. Jour. of Theor. Phys. **23**(1984)681
- [76] H. Chávez and L. Masperi , New Journal of Physics **4**(2002)1.1, hep-ph/0206275
- [77] F. Vera and I. Schmidt, Phys. Rev. D. **42**(1990)3591
- [78] A. Albrecht and N. Turok, Phys. Rev. Lett. **54**(1985)1868 , D. Bennett and F. Bouchet, Phys. Rev. Lett. **60**(1988)257 , M. Hindmarsh, Phys. Rev. Lett. **80**(1998)2277
- [79] L. Masperi and M. Orsaria, Astropart. Phys. **16**(2002)411
- [80] B. Carter and A. C. Davis, Phys. Rev. D **61**(2000)123501
- [81] B. Brandenberger, B. Carter, A. C. Davis and M. Trodden, Phys. Rev. D **54**(1996)6059
- [82] C. Martins and E. Shellard, Phys. Rev. D **57**(1998)173

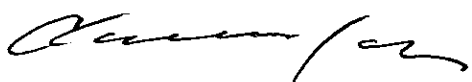
“GRANDE UNIFICAÇÃO PARA ANOMALIA DO MÚON E CORDAS CÓSMICAS”

Helder Hipólito Chávez Sánchez

Tese de Doutorado apresentada no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, fazendo parte da Banca Examinadora os seguintes professores:



Luis Masperi – Presidente



Carlos Alberto Aragão de Carvalho Filho



José Antonio Martins Simões



José Abdalla Helayël Neto



Ronald Cintra Shellard

Rio de Janeiro, 12 de setembro de 2002