

**CBPF - CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS**

---

**Rio de Janeiro**

**Notas Técnicas**

CBPF-NT-003/15

outubro 2015

**Modelagem dos dispositivos magnéticos de um Laser de  
Elétrons Livres**

Rubem Caetano, João Manoel Barbosa Pereira,  
Ricardo M. O. Galvão & Geraldo Cernicchiaro

## Modelagem dos dispositivos magnéticos de um Laser de Elétrons Livres

*Numerical Modeling of Magnetic Devices for a Free Electron Laser*

Rubem Caetano

*Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas – CBPF/MCTI Rua Dr. Xavier Sigaud, 150 – Rio de Janeiro – RJ – Brasil.  
Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ/Macaé Av. Aluizio da Silva Gomes, 50 - Macaé – RJ – Brasil.*

João Manoel Barbosa Pereira

*Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas – CBPF/MCTI Rua Dr. Xavier Sigaud, 150 – Rio de Janeiro – RJ – Brasil.  
Pontifícia Universidade Católica – PUC/RJ Rua Marquês de São Vicente, 225 - Rio de Janeiro RJ Brasil*

Ricardo M. O. Galvão

*Instituto de Física USP – IF USP Rua do Matão, Travessa R, 187 – São Paulo – SP – Brasil.*

Geraldo Cernicchiaro

*Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas – CBPF/MCTI Rua Dr. Xavier Sigaud,  
150 – Rio de Janeiro – RJ – Brasil.*

*Submetido em 24/07/2015*

**Resumo:** Laser de Elétrons Livres (do inglês Free Electron Laser - FEL) é uma fonte para geração de radiação eletromagnética, com características de Laser, baseada na interação de um feixe de elétrons relativístico com um campo magnético estático ondulado, proporcionado por um dispositivo de inserção denominado Ondulador. O Ondulador é construído com ímãs permanentes e atua como amplificador óptico e cavidade ressonante. O feixe relativístico, obtido a partir de um acelerador eletrostático linear, tem sua trajetória controlada por dispositivos magnéticos, Dipolos e Quadrupolos, de modo a injetar os elétrons convenientemente no Ondulador. Este trabalho descreve a função destes elementos magnéticos (Dipolo, Quadrupolo e Ondulador) em um FEL, bem como, sua modelagem numérica. O Dipolo e o Quadrupolo descritos são do tipo solenoide. Os dipolos permitem deflexionar, e direcionar, o feixe de elétrons e os Quadrupolos, atuam como lentes convergentes que corrigem a divergência do feixe. Os modelos numéricos, descritos de modo didático, foram implementados utilizando a plataforma de simulação COMSOL Multiphysics.

**Palavras chave:** Laser de Elétrons Livres, dispositivos magnéticos, modelagens numéricas.

**Abstract:** Free Electron Laser is a source for generating electromagnetic radiation, with laser characteristics, based on the interaction of a relativistic electrons beam with a undulated static magnetic field, provided by an insertion device called undulator. The undulator is built with permanent magnets and it acts as an optical amplifier and resonant cavity. The relativistic beam is obtained from a linear electrostatic accelerator. Magnetic devices, as dipoles and quadrupoles, allow the control the trajectory in order to inject the electrons conveniently in the undulator. This paper describes the function of these magnetic elements (Dipole, Quadrupole and undulator) in a FEL, as well as its numerical modeling. The Dipole and Quadrupole described are solenoid type. The dipoles allow to deflect the electron beam and the quadrupoles act as converging lenses that correct the beam divergence. The numerical models were implemented using COMSOL Multiphysics simulation platform.

**Keywords:** Free Electron Laser, magnetic devices, numerical modeling.

## 1. INTRODUÇÃO

O Laser de Elétron Livres, do inglês *Free Electron Laser* (FEL), é uma fonte de radiação eletromagnética que apresenta relativamente alta potência, monocromaticidade (banda passante muito estreita), colimação e coerência. A principal característica que o diferencia dos lasers convencionais, é a sua capacidade de variar, ou sintonizar, sua frequência de operação em uma gama ampla do espectro (alta tunabilidade) [1]. A literatura mostra um crescente número de novos laboratórios e instalações baseadas em FEL, bem como o crescente interesse em suas aplicações industriais e em diversas áreas da física, optônica, biologia, medicina entre outras [2].

Neste trabalho abordamos o estudo, por modelagem numérica, dos dispositivos magnéticos de controle da óptica do feixe de elétrons de um Laser de Elétron Livres, baseado em um sistema desenvolvido inicialmente no *Center for Research and Education in Optics and Lasers* (CREOL), entre 1997 e 2001 [3]. Além da compreensão dos mecanismos de um FEL, parte dos objetivos deste trabalho é criar ferramentas para verificar a viabilidade de se reaproveitar os elementos do FEL CREOL no projeto de um novo sistema, que possa operar na faixa do infravermelho longínquo (*Far Infrared* – FIR), com comprimentos de onda entre 250 a 1000  $\mu\text{m}$ .

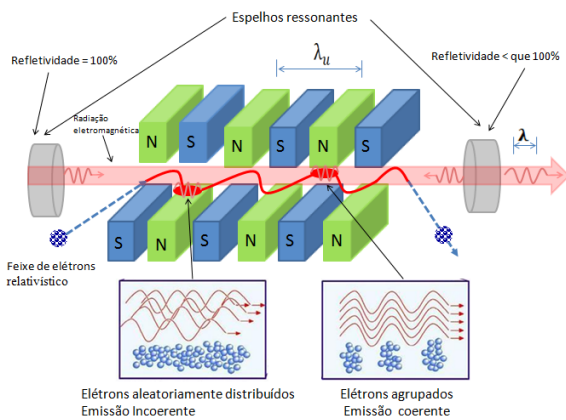


Figura 1: Esquema do princípio do mecanismo de funcionamento de um Laser de Elétron Livre, a partir da interação de um feixe de elétrons relativístico, conforme trajetória ilustrada pela linha tracejada em azul, o campo magnético periódico do Ondulador e a radiação eletromagnética indicada pela seta vermelha presente na cavidade ressonante formada por dois espelhos (figura adaptada [6]).

Este trabalho foca a modelagem numérica do dipolo, quadrupolo e Ondulador que consistem no cerne da óptica do feixe de elétrons do FEL CREOL. As análises numéricas foram realizadas utilizando o programa COMSOL *Multi-physics*. Esta plataforma de simulação se baseia no método de elementos finitos, e é bastante utilizada para modelar fenômenos físicos acoplados [4].

## 2. LASER DE ELÉTRONS LIVRES

O Laser de Elétron Livres gera radiação eletromagnética coerente a partir de um feixe de elétrons relativísticos que se propaga através de um campo magnético ondulado. O sistema é formado por um acelerador eletrostático, que tem por função acelerar um feixe de elétrons, que é conduzido pelos campos magnéticos, controlados pelos dipolos e quadrupolos, e injetados no Ondulador. O feixe de elétrons se propaga no interior de uma linha de vácuo, de forma a aumentar seu livre caminho médio e minimizar perdas devidas ao espalhamento do feixe com moléculas do gás de fundo.

A radiação emitida pelo Laser de Elétron Livres é devida à interação de três elementos: o feixe de elétrons relativístico, o campo magnético periódico no Ondulador e a onda eletromagnética que se propaga na direção dos elétrons [5].

Conforme esquematizado na figura 1, quando um feixe de elétrons é injetado no Ondulador, o campo magnético perpendicular à trajetória do feixe, provoca uma deflexão nos elétrons devido à força de Lorentz. Como o campo magnético ao longo do Ondulador é periódico, os elétrons realizam uma trajetória com oscilação periódica no plano ao longo deste eixo.

Elétrons acelerados emitem radiação eletromagnética. Devido às velocidades relativísticas envolvidas, o ângulo sólido da radiação eletromagnética emitida, é relativamente estreito o que resulta em um feixe colimado. A cavidade ressonante, formada por dois espelhos, atua criando no eixo óptico uma onda eletromagnética estacionária que interage com o feixe de elétrons.

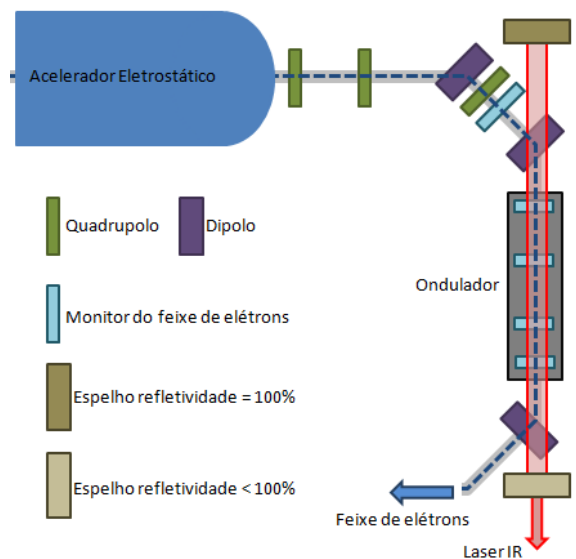


Figura 2: Esquema do sistema de geração, transporte e injeção do feixe de elétrons.

Nas condições de sintonia, os elétrons no feixe interagem com a radiação eletromagnética estacionária presente na cavidade ressonante. Parte dos elétrons do feixe é acelerada e outra parte é desacelerada, em função da fase do modo estacionário, resultando em um agrupamento dos elétrons no feixe ao longo de sua trajetória. O feixe de elétrons agrupados resultante passa a produzir radiação eletromagnética coerente, amplificando consequentemente o modo estacionário

[7]. Como nos Lasers convencionais, um dos espelhos da cavidade ressonante apresenta refletividade menor que 100 por cento, permitindo extrair parte da radiação eletromagnética, que consiste na radiação Laser resultante. A equação 1, conhecida como equação fundamental de um Laser de Elétron Livre, relaciona o comprimento de onda  $\lambda$  da radiação eletromagnética emitida,  $\lambda_u$  o comprimento de onda associado ao campo magnético periódico característico do Ondulador,  $\gamma$  o fator de Lorentz que está relacionado à energia do elétron,  $K$  o parâmetro do Ondulador,  $e$  a carga do elétron,  $m_0$  é a massa do elétron,  $c$  é a velocidade da luz no vácuo,  $\theta$  é o ângulo de observação do feixe de elétrons e  $B_0$  é a amplitude do campo magnético do Ondulador [7].

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left( 1 + \frac{K^2}{2} + \gamma^2 \theta^2 \right), \text{ onde } K = \frac{eB_0\lambda_u}{2\pi m_0 c} \quad (1)$$

O comprimento de onda  $\lambda$  pode ser sintonizado, atuando na energia do feixe de elétrons ou variando mecanicamente as características magnéticas do Ondulador. Por exemplo, alterar a distância,  $gap$ , entre os conjuntos de ímãs do Ondulador implica em variar  $\lambda$  [7].

Na figura 2, temos o sistema de controle do transporte e injeção do feixe de elétrons. Podemos observar os dispositivos magnéticos quadrupolos e dipolos, que permitem injetar e extrair os elétrons do Ondulador, antes que estes venham a colidir com os espelhos ressonantes. O feixe de elétrons recuperado pode ser novamente injetado no acelerador, o que acarreta em maior eficiência no consumo de energia elétrica. Este tipo de sistema é conhecido como Laser de Elétron Livres do tipo Realimentado.

## 2.1. Dispositivos magnéticos

Os projetos do dipolo, quadrupolo e do Ondulador, discutidos neste trabalho, são baseados em dispositivos físicos reais desenvolvidos originalmente para o FEL-CREOL [3]. As fotos apresentadas nas figuras 3.a, 4.a e 6, se referem a estes dispositivos físicos [8].

### 2.1.1. Dipolo

Neste contexto, o Dipolo é um dispositivo tipo solenoide que tem por função criar um campo magnético que nos permite defletir de forma controlada o feixe de elétrons. Conforme ilustrado na figura 3, o campo magnético é gerado por uma corrente elétrica, passando por espiras condutoras enroladas em torno de um núcleo de material ferromagnético. Essa corrente gera no solenoide um fluxo magnético no núcleo, criando um campo magnético unidirecional entre os polos A e B do Dipolo [9].

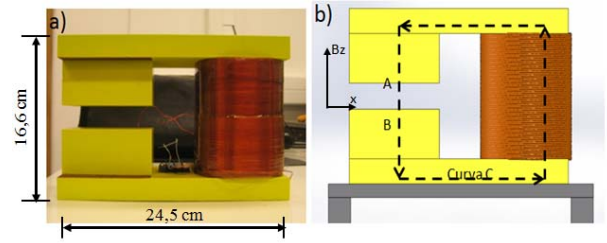


Figura 3: a) Foto de um Dipolo magnético. b) Representação da linha Amperiana no modelo numérico do Dipolo.

O campo magnético entre os polos A e B do dipolo é dado pela equação 2, onde  $N$  é o número de espiras,  $I$  a corrente elétrica,  $L_{gap}$  é a distância entre os polos e  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética no vácuo.

$$B_Z = \frac{NI\mu_0}{L_{gap}} \quad (2)$$

### 2.1.2. Quadrupolo

O Quadrupolo é um dispositivo, ilustrado na figura 4, constituído de quatro polos cujos campos magnéticos são alternados. Sua função é análoga a uma lente convergente em um sistema óptico, e tem por objetivo controlar a divergência do feixe de elétrons. O controle da focalização do feixe de elétrons se dá variando a corrente elétrica aplicada e, conseqüentemente, o módulo do campo magnético. Esta configuração apresenta campo magnético nulo no centro do dispositivo [9].

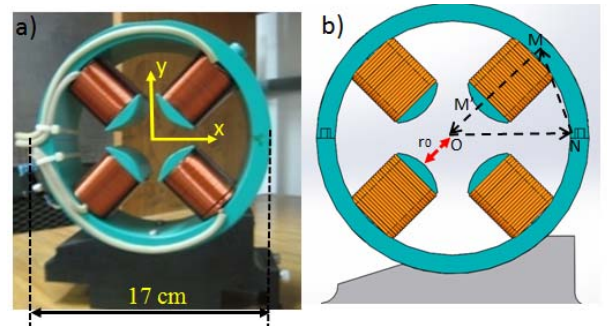


Figura 4: a) Foto de um Quadrupolo magnético. b) Desenho de um quadrupolo onde  $r_0$  é distância de um polo até o centro do quadrupolo.

O módulo do campo magnético entre uma bobina do quadrupolo pode ser calculado a partir da lei de Ampère, onde temos que o eixo de coordenada está localizado no centro do quadrupolo.

Na figura 4b podemos observar que há quatro caminhos definidos: M-M', M'-O, O-N e N-M. Dos quatro caminhos apenas o M'-O, representa o campo magnético no Quadrupolo. Assim a lei de Ampère para este caminho pode ser expressa por:

$$\int_{M'}^O \vec{H}_1 \cdot d\vec{s} = \tilde{N}I \quad (3)$$

Onde  $\tilde{N}$  é o número total de espiras do Quadrupolo e  $\vec{H}_1$  é o campo magnético. Na figura 4b podemos observar que o caminho M'-O representa o limite de 0 a  $r_0$ . Assim a equação 3 pode ser reescrita como:

$$\int_0^{r_0} \frac{B}{\mu_0} \cdot d\vec{r} = \tilde{N}I \quad (4)$$

Onde  $B$  representa o campo magnético de um polo do Quadrupolo, que neste caso varia com a distância  $r$ . Pois quanto mais afastado do centro o campo magnético aumenta, assim neste caso podemos dizer que  $B = g \cdot r$ , onde  $g$  é o gradiente [T/m] e  $r$  é a distância do polo ao centro do quadrupolo. Calculando  $B$  na equação 5 em função do gradiente  $g$  temos:

$$\int_0^{r_0} \frac{B}{\mu_0} \cdot dr = \frac{g}{\mu_0} \int_0^{r_0} r \cdot dr = \frac{g r_0^2}{\mu_0 2} = \tilde{N}I \quad (5)$$

$$g = \frac{2\mu_0 \tilde{N}I}{r_0^2} \quad (6)$$

Adicionando o valor do gradiente  $g$  no campo magnético  $B$  temos que o campo magnético em um polo do quadrupolo é:

$$B = \frac{2\mu_0 \tilde{N}I}{r_0^2} \cdot r \quad (7)$$

Onde  $r_0$  é a distância entre o polo do quadrupolo e seu centro,  $r$  representa a distância da dependência do campo magnético, onde quanto mais próximo do centro for o  $r$  mais o campo magnético tende a zero,  $\tilde{N}$  é o número de espiras total do quadrupolo,  $I$  a corrente elétrica  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética no vácuo.

Calculando o campo magnético em um par de bobinas do quadrupolo onde  $\tilde{N} = N/2$ , com a distância  $r_0 = r$ , temos que:

$$B_r = \frac{\mu_0 N I}{r_0} \quad (8)$$

Onde o módulo do campo magnético  $B_r$  possui uma dependência linear em relação à corrente elétrica.

### 2.1.3. Ondulador

O Ondulador consiste no principal elemento de um FEL. Ele é um dispositivo magnético de inserção construído de modo a apresentar um campo magnético periódico estático no seu Eixo Axial, produzido por ímãs permanentes com polos alternados. Neste estudo, optamos por uma configuração do tipo *Hybrid*, onde os ímãs são posicionados com seus polos magnéticos em oposição e separados por placas de ma-

terial ferromagnético, entreferros de aço [10], conforme a figura 5.

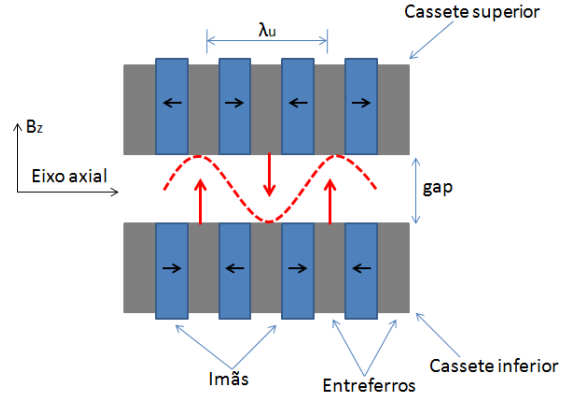


Figura 5: Esquema do Ondulador *Hybrid* onde os ímãs estão indicados pela cor azul e seus respectivos campos magnéticos pelas setas pretas. Os entreferros, na cor cinza, orientam o fluxo resultante, indicados pelas setas em vermelho. O campo magnético estático resultante, representado pelo tracejado vermelho, é periódico para uma faixa de parâmetros que depende da intensidade  $B_0$  associada aos materiais dos entreferros e dos ímãs, a distância entre eles ( $gap$ ) e de  $\lambda_u$ .

Esta configuração permite ajustar a intensidade do campo magnético  $B_0$  variando a posição da altura relativa dos entreferros, sem afetar significativamente  $\lambda_u$ . Os polos magnéticos dos ímãs são alternados e o módulo do campo magnético no eixo  $z$  é expresso pela equação 9 resultando em  $B_0$  que é a amplitude do campo magnético [11].

$$B_z = -B_0 \text{sen} \left( \frac{2\pi}{\lambda_u} x \right) \quad (9)$$

A amplitude do campo magnético do Ondulador pode ser obtida pela equação 10, onde temos a relação entre o comprimento de onda  $\lambda_u$  e da distância ( $gap$ ) entre o vão livre dos ímãs [12]. Para a construção de um Ondulador os parâmetros  $g$  e  $\lambda_u$  devem obedecer à relação  $0,07 = g/\lambda_u = 0,7[7]$ .

$$B_0 [\text{T}] = 3,30 \exp \left\{ -\frac{g}{\lambda_u} \left( 4,94 - 1,45 \frac{g}{\lambda_u} \right) \right\} \quad (10)$$

Como exemplo de ordem de grandeza, o Ondulador do FEL CREOL [3], no qual é inspirado nosso estudo, é formado por dois cassetes paralelos e superpostos ao longo do eixo axial, com 1480 ímãs separados por uma distância, denominada  $gap$ , de 6 mm. Possui 185 períodos, com um comprimento de onda  $\lambda_u$  de 8 mm, comprimento total de 1486 mm e remanência magnética  $B_{rm}$  de 1,17 T [13].

A precisão da posição mecânica do elemento magnético do Ondulador é de  $50 \mu\text{m}$ , comprovado experimentalmente. Variações no momento magnético dos ímãs impõem a necessidade de um mecanismo de ajuste[8]. Este ajuste é feito alterando mecanicamente a altura dos entreferros e apresenta a vantagem de se alterar a amplitude sem comprometer  $\lambda_u$ . Na figura 6 temos os parafusos de ajuste e fixação para a



realização deste ajuste fino.

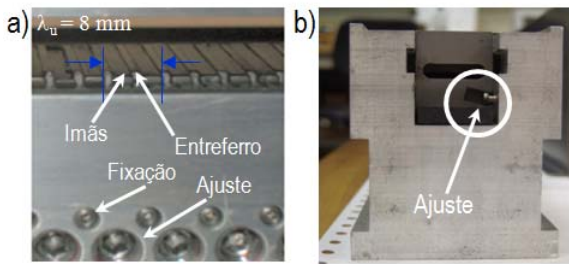


Figura 6: Fotos do cassete inferior do Ondulador do CREOL. a) Detalhe do parafuso de fixação e do parafuso de ajuste do entreferro b) Vista frontal com detalhe do parafuso de ajuste fino de um dos entreferrros.

### 3. MODELAGENS NUMÉRICAS DOS DISPOSITIVOS MAGNÉTICOS

#### 3.1. COMSOL Multiphysics

Os dispositivos magnéticos foram modelados utilizando a plataforma de simulação COMSOL *Multiphysics*, que utiliza método de elementos finitos para resolver sistemas de equações dependentes do tempo, e estacionárias, em três dimensões. Este método consiste em calcular soluções de equações parciais de segunda ordem, através de subdivisões na geometria do problema. O modelo de elementos finitos é composto por elementos geométricos conectados entre si por nós, formando uma malha (*mesh*) de elementos finitos[14], conforme está ilustrado na figura 7.

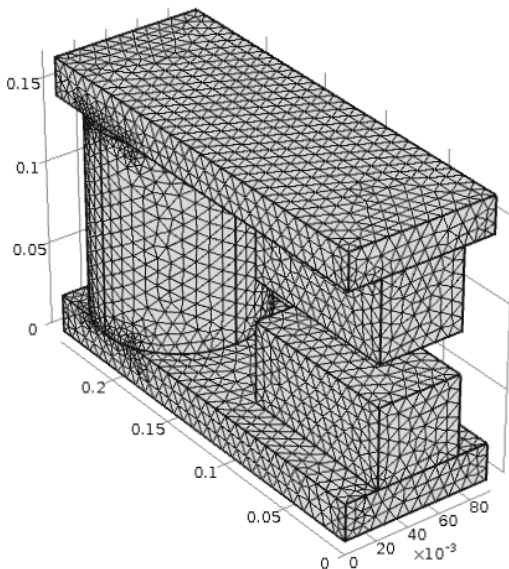


Figura 7: Exemplo de uma malha de elementos finitos, *mesh*, utilizada para análise do modelo de um dipolo magnético.

O COMSOL é dividido em módulos de programação associados a diferentes modelos físicos, tais como: mecânica, óptica, eletricidade e etc. Neste trabalho foi utilizado o

modelo AC/DC que calcula campos elétricos, magnéticos e eletromagnéticos em aplicações estáticas e de baixa frequência[15]. O computador empregado para a realização das análises foi um microcomputador, compatível PC, com CPU Intel Xeon X3430, clock de 2.40GHz, 8 GB RAM, e sistema operacional Windows 7 64 bits.

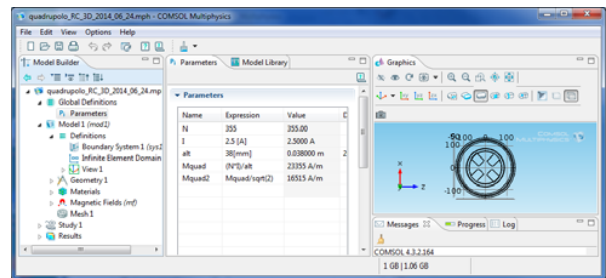


Figura 8: Painel de interface do COMSOL para parametrização do quadrupolo. À esquerda o *Model Builder*, no centro o subpainel para a inserção dos parâmetros de programação.

O COMSOL apresenta uma estrutura de interfaces para construção dos modelos, dividida em: *Global Definitions*, *Model*, *Study* e *Result*. A seguir, descrevemos estas interfaces, cujo painel principal é apresentado na figura 8:

a) *Global Definitions* (Definições globais) - É o painel onde são definidas as variáveis utilizadas no problema.

1. *Definitions* (Definições): Onde são definidas as funções utilizadas na construção da análise numérica. O domínio é uma importante definição em modelagens numéricas. A escolha da geometria dos domínios é função das características de simetria do problema físico analisado para assegurar a unicidade da solução. Nesta escolha deve levar em conta o tempo de processamento, utilização da memória e de artefatos criados nos cálculos devido às definições das condições de contorno. Neste trabalho de acordo com os modelos analisados foram utilizados domínios esféricos, cilíndricos e quadrados. Uma interface utilizada para este tipo de região externa é o *Infinite Element Domain*, que emula um espaço aberto [16].
2. *Geometric* (Geometria): Tem como objetivo construir o objeto de estudo, podendo ser elaborado em 2D ou 3D. Também sendo possível construir objetos em 2D e expandir para o 3D através da ferramenta *Work Plane*.
3. *Materials* (Materiais): Painel onde são definidos os materiais do objeto de estudo.
4. *Physics* (Física): Este parâmetro é empregado para realizar e descrever fisicamente o problema. No caso deste trabalho utilizamos o modelo físico AC/DC, com a interface *Magnetic Field* que trabalha com campos magnéticos que dependem da corrente elétrica.

5. *Mesh* (malha): Permite definir automaticamente os elementos do domínio do problema em regiões menores.

6. *Study* (Estudo): É a interface empregada para realizar o cálculo numérico no objeto. O estudo pode ser estacionário (*Stationary*) ou dependente do tempo (*Temp dependent*). Em alguns casos pode ser combinada com a interface *Parametric Sweep* que realiza a análise numérica em uma faixa de valores estipuladas de um ou mais parâmetros físicos.
7. *Result* (Resultados): Nessa interface são apresentadas, e manipuladas, os gráficos e planilhas com os resultados. Dentre várias alternativas para apresentar os resultados, duas interfaces se adequaram aos modelos propostos e que foram utilizadas nesse trabalho. A interface *Data Set* que utiliza uma linha para obter resultados em função da posição e a *Derived Values* que relaciona duas grandezas físicas associadas a uma linha, superfície ou volume.

### 3.2. Dipolo

O modelo do dipolo foi realizado utilizando as interfaces *Magnetic Field* e *Coil Current Calculation* [4]. Os parâmetros do modelo são apresentados na tabela 1.

**Tabela 1: Definições globais do dipolo.**

| Nome    | Expressão             | Valor                | Descrição                         |
|---------|-----------------------|----------------------|-----------------------------------|
| N       | 877                   | 877.00               | Número de espiras                 |
| I       | 1<br>[A]              | 1.000<br>[A]         | Corrente elétrica                 |
| $\mu_0$ | $4\pi E-7$<br>[T*m/A] | 1.2560E-6<br>[T*m/A] | Permeabilidade magnética no vácuo |

A base e o topo do dipolo são elaborados em 3D. A bobina é desenhada primeiramente em 2D por meio da interface *Work Plane*, que permite representara corrente elétrica. O projeto elaborado, por partes, em duas e três dimensões, precisa ser transformado para representar um único modelo tridimensional. Esta operação é realizada por meio do comando *Extrude*, que concatena as diversas representações geométricas em uma única entidade.

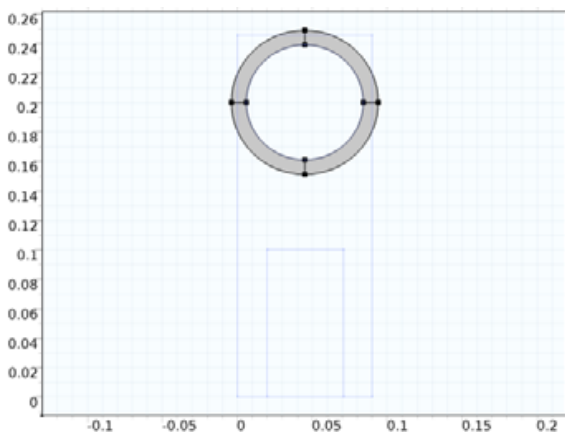


Figura 9: Desenho da bobina utilizando a interface *Work*

*Plane*.

Na modelagem por elementos finitos é importante definir, apropriadamente, as condições de contorno para o cálculo de acordo com a geometria do problema. Estas condições limitam a região do espaço de cálculo de modo a representar, o mais fielmente possível, o sistema investigado. A escolha de uma geometria inadequada acarreta no aumento de tempo de processamento ou em erros, devido a artefatos de cálculo.

No cálculo do dipolo, as linhas de fluxo magnético se concentram na região entre os dois polos, isto nos permite simplificar o problema e definir o volume de um bloco retangular como região do espaço de cálculo, conforme pode ser observado na figura 10.

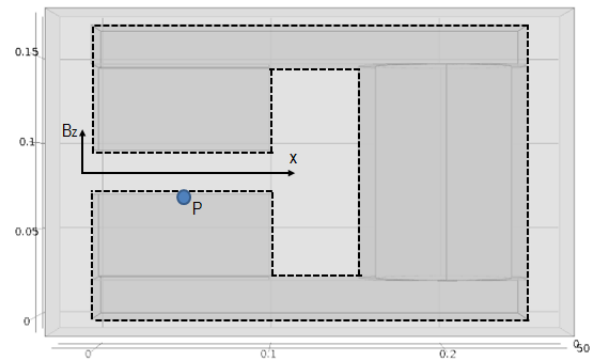


Figura 10: Vista lateral do Dipolo magnético onde a linha tracejada representa o contorno do dipolo e a região externa representa a geometria escolhida para a condição de contorno no dipolo. O eixo de coordenadas ( $B_z \times x$ ) representa o sentido e a direção do fluxo do campo magnético  $B_z$  e sua distribuição ao longo do eixo  $x$  e a letra P representa o ponto no polo do dipolo que foi utilizado para calcular o fluxo magnético em função da corrente elétrica.

Para simular o dipolo utilizamos dois materiais: ferro para a estrutura e o ar na região externa. Os parâmetros destes materiais são disponíveis na biblioteca do COMSOL.

A malha utilizada no modelo foi a *Extra Fine*, que define automaticamente o tamanho para cada elemento do *mesh*, em uma faixa que varia entre no máximo 0,0104 m e no mínimo de  $4,44 \cdot 10^{-4}$  m.

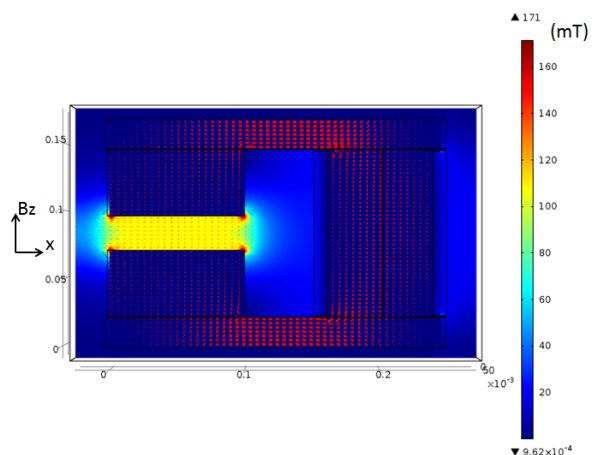


Figura 11: Representação da intensidade do fluxo magnético obtido no dipolo. Na escala temos a variação do fluxo, onde podemos observar que o fluxo entre os polos do dipolo é con-

stante.

Para a análise numérica do dipolo, foi utilizado o módulo de cálculo *Stationary* combinado com a interface *Parametric Sweep*, onde a corrente elétrica aplicada, variava na faixa de 0 a +2,5 A.

A intensidade do fluxo magnético no dipolo está representada em cores na figura 11, onde há uma concentração do fluxo magnético entre os polos do dipolo.

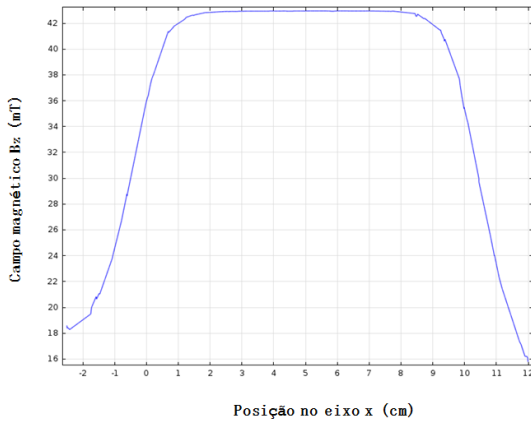


Figura 12: Campo magnético do dipolo ao longo da posição no eixo y com uma corrente elétrica de 1A.

Para este modelo apresentamos dois resultados quantitativos, conforme a figura 10:

a) Utilizando a interface *Data Set*, é apresentado o módulo do campo magnético em função da posição, indicado pelos eixos de coordenadas ( $B_z \times x$ ) na figura 10. Conforme o gráfico da figura 12, para uma corrente elétrica constante temos a homogeneidade do campo magnético entre os polos do dipolo.

b) Utilizando a interface *Derived Values*, obtemos a intensidade da componente do campo magnético  $B_z$  ponto médio **P**, indicado na figura 10, em função da corrente elétrica, como pode ser apresentado na figura 13, variando-se a corrente elétrica. No gráfico podemos observar, conforme esperado, que a relação entre o campo magnético e a corrente elétrica, entre 0 a 2,5 A, é linear de acordo com a equação 2.

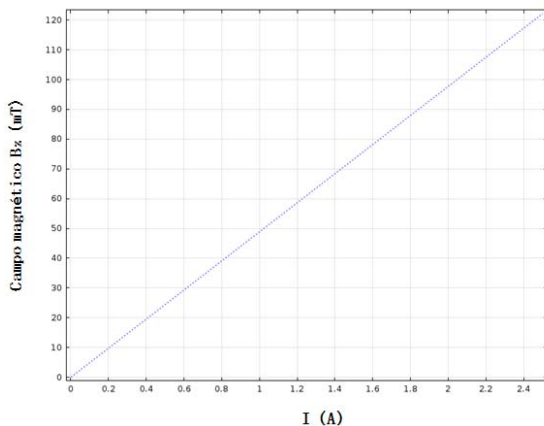


Figura 13: Campo magnético em função da corrente elétrica, no ponto P (figura 10) no polo do dipolo.

### 3.3. Quadrupolo

Conforme descrito na seção anterior, o modelo do Quadrupolo se inicia a partir do desenho, em 2D, que é extrudado para 3D, utilizando a interface *Work Plane*, e aplicando a interface *Ampere Law*, para calcular a magnetização, nas bobinas do quadrupolo. A distribuição dos magnetos é mostrada na figura 14.

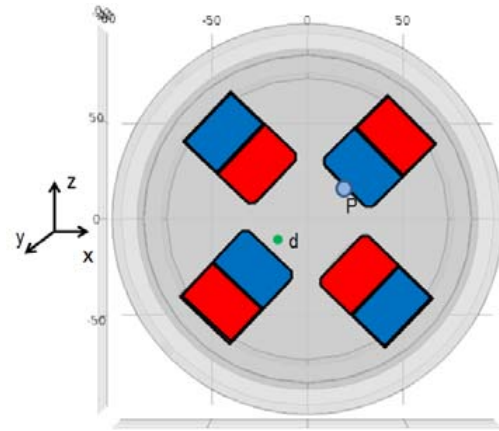


Figura 14: Desenho do Quadrupolo com a orientação magnética dos magnetos e a região circular externa representando a condição de contorno. A letra P indica um ponto na superfície do quadrupolo e a letra d representa a distância onde é calculado o fluxo magnético em relação ao eixo y, ortogonal ao plano do desenho, e próxima à superfície do magneto, apresentado no gráfico da figura 16.

Devido à simetria do problema se utiliza um cilindro para representar a geometria das condições de contorno para o cálculo. Os materiais usados são o ferro para a estrutura do quadrupolo e o ar como envoltório.

Para o cálculo do campo magnético a partir da magnetização foram aplicadas as interfaces *Magnetic Field* e *Ampere Law*. A magnetização é um fenômeno que acontece em um material quando há um alinhamento dos momentos magnéticos decorrente da aplicação de um campo magnético  $H$  que também gera um campo magnético resultante  $B$  [17].

A equação que relaciona o campo magnético resultante, aplicado e a magnetização é dada por:

$$B = \mu_0 (H + M) \quad (11)$$

Onde  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética no vácuo,  $H$  é o campo aplicado e  $M$  é a magnetização [18]. O campo magnético é gerado no Quadrupolo por meio de bobinas, mas para a simulação, em questão, são emulados por ímãs.

As bobinas do Quadrupolo não possuem uma geometria circular, o que dificulta definir o sentido da corrente elétrica utilizando a interface *Coil Current Calculation*.

Nesse contexto, o cálculo do campo magnético é feito a partir da magnetização, que é definida como o somatório dos momentos magnéticos por unidade de volume [18]. Para um



solenóide a magnetização é dada pela equação 12.

$$M = \frac{N \cdot i \cdot A}{V} = \frac{N_i \cdot A}{A \cdot 2r_0} = \frac{N_i}{2r_0} \quad (12)$$

Onde  $N$  é o número de espiras,  $i$  é a corrente,  $A$  é a área do solenóide e  $V$  é o volume. Como o objetivo é calcular a magnetização entre as bobinas, o volume é dado por  $A \cdot 2r_0$ , onde  $r_0$  é a distância  $d$  entre o polo e o centro do Quadrupolo.

Os parâmetros definidos para o modelo são apresentados na tabela 2.

**Tabela 2: Definições globais do quadrupolo.**

| Nome    | Expressão                       | Valor                | Descrição                         |
|---------|---------------------------------|----------------------|-----------------------------------|
| N       | 355                             | 355.00               | Número de espiras                 |
| I       | 2.5<br>[A]                      | 2.5000<br>[A]        | Corrente elétrica                 |
| d       | 0.2055<br>[mm]                  | 0.02055<br>[m]       | Distância entre os polos          |
| $\mu_0$ | $4\pi \cdot 10^{-7}$<br>[T*m/A] | 1.2560E-6<br>[T*m/A] | Permeabilidade magnética no vácuo |
| B       | $(N \cdot I \cdot \mu_0) / d$   | 0.02169<br>[T]       | Campo magnético                   |
| M       | $B / \mu_0$                     | 17275<br>[A/m]       | Magnetização                      |
| Mquad   | $M / \sqrt{2}$                  | 12215<br>[A/m]       | Magnetização de um polo           |

Esta modelagem foi realizada usando a interface *Stationary* em associação com a interface *Parametric Sweep*, onde podemos variar a corrente elétrica de -2,5 a +2,5 A. No quadrupolo, a malha utilizada foi a *Extremely Fine*, que apresenta uma variação de dimensão para cada elemento do *mesh*, em uma faixa que varia entre no máximo 3,88 mm e no mínimo de 0,0388 mm.

Na figura 15 destacamos a representação em cores a intensidade do fluxo magnético no quadrupolo. Podemos observar que o campo magnético no centro das bobinas é nulo.

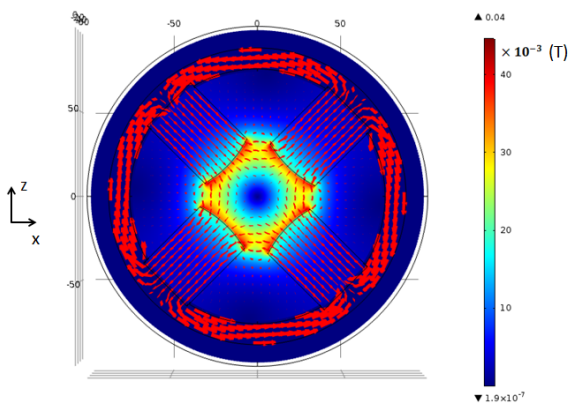


Figura 15: Representação da intensidade do fluxo magnético no Quadrupolo. Na escala das cores representamos a intensidade do fluxo magnético, onde podemos observar que o fluxo no centro do Quadrupolo é zero.

Utilizando o mesmo método empregado na simulação do dipolo para calcular o módulo do campo magnético em função da posição, apresentamos na figura 16, de acordo

com a equação 4, o módulo do campo magnético  $B_r$  do Quadrupolo em função da distância  $d$  próxima ao polo do Quadrupolo, que está representada pela cor verde na figura 13.

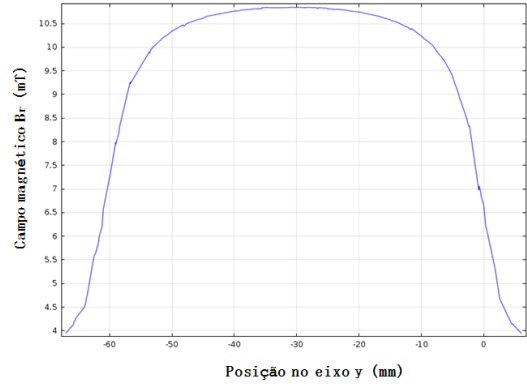


Figura 16: Campo magnético  $B_r$  no quadrupolo ao longo da posição no eixo y com uma corrente elétrica de 1A.

Na figura 16 temos que a resposta do campo magnético  $B_r$  em função da posição para a corrente de 1A, apresenta uma região homogênea na área central dos polos.

O Campo magnético no ponto  $P$  mostrado na figura 13 em função da corrente elétrica para os valores de 0 a 2,5 A é apresentado na figura 17. Neste gráfico constatamos a linearidade do módulo do campo magnético em função da corrente elétrica, estando de acordo com a equação 8.

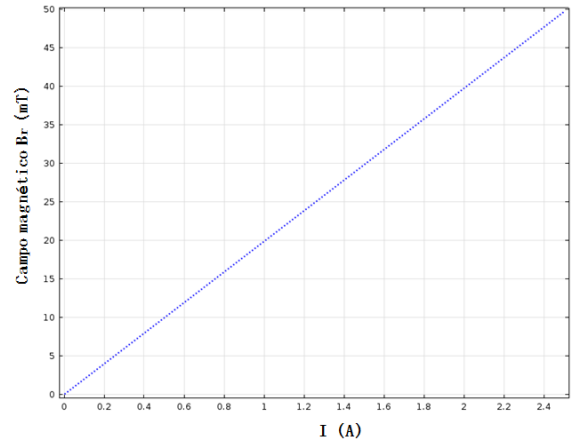


Figura 17: Campo magnético  $B_r$  em função da corrente elétrica, no ponto  $P$  (figura 14) no polo do quadrupolo.

### 3.4. Ondulador

O cálculo do campo magnético do Ondulador é obtido utilizando o modelo físico AC/DC e as interfaces *Magnetic Field* e *Magnetic Field No Current*.

A simulação do Ondulador foi realizada com 50 períodos, para reduzir o tempo de processamento. Esta simulação permite variar a intensidade do campo magnético  $B_0$ , comprimento de onda  $\lambda_u$  e a distância entre os entreferros (*gap*). Para a condição de contorno foi escolhida uma geometria esférica, nessa geometria foi aplicada a interface *Infinite Element Domain* que emula o espaço sendo infinito, conforme

visto na figura 18.

Os materiais utilizados são neodímio ferro boro NdFeB (33SH) para os ímãs e o aço 1010 para os entreferros. As medidas dos ímãs são: 10,5 x 1,3 x 25 mm e do aço 30 x 2,7 x 13 mm. O campo magnético remanente de cada ímã é de 1,17 T. Para cada ímã permanente utilizado na simulação do Ondulador foi utilizada a equação 13 aplicada na interface *Magnetic Flux Conservation* para calcular a magnetização.

$$B_{rm} = \mu_0 M \quad (13)$$

Onde  $B_{rm}$  é remanência magnética e  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética no vácuo. A malha *Extra Fine* foi utilizada para esta simulação, onde o tamanho para cada elemento do *mesh* é estipulado em uma faixa que varia entre no máximo 10,4 mm e no mínimo 0,61 mm.

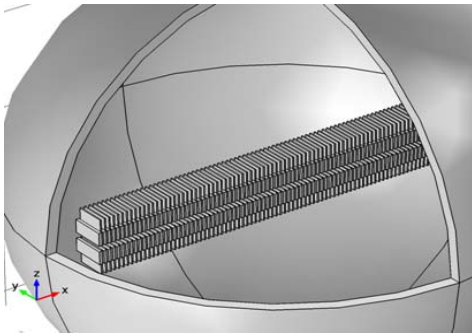


Figura 18: Desenho de um trecho do Ondulador com 50 períodos, onde a geometria esférica representa a condição de contorno.

Na figura 19 temos a visualização de um setor do Ondulador. As linhas mais escuras representam os ímãs e as cores vermelhas e azuis representam o potencial escalar magnético, cuja unidade é Ampère, onde o azul representa região negativa e a vermelha representa a região positiva.

Os momentos magnéticos dos ímãs são orientados no Eixo Axial de forma alternada, gerando uma componente do fluxo magnético  $B_z$  entre os cassetes do Ondulador, que apresenta uma resposta periódica para o campo magnético no Eixo Axial, que está representado pela linha tracejada na figura 19[10].

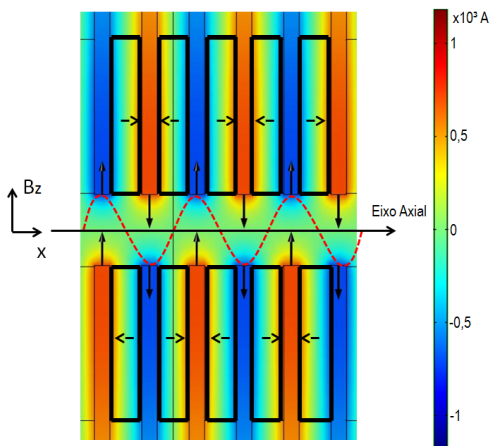


Figura 19: Detalhe do potencial escalar magnético dos ímãs

onde a característica senoidal está representada na linha tracejada.

Na figura 20 é apresentada a intensidade  $B_z$  do campo magnético entre os cassetes do Ondulador no Eixo Axial, no qual temos uma função periódica como previsto pelas configurações de projeto.

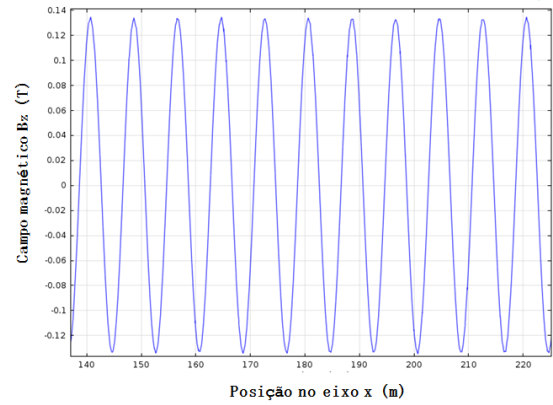


Figura 20: Campo magnético  $B_z$  calculado por uma representação em 2D no Eixo Axial do Ondulador em função da posição ao longo do eixo x.

O ajuste na posição do entreferro está diretamente ligado com a amplitude do campo magnético no Ondulador. A figura 21 nos permite investigar a sensibilidade entre o campo magnético  $B_z$  no plano xy em relação à rotação dos entreferros.

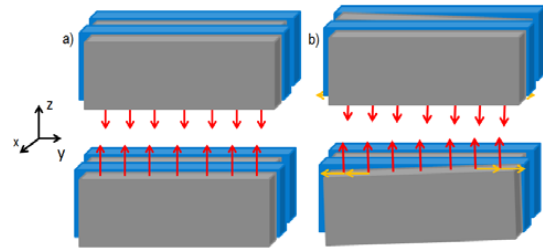


Figura 21: a) Desenho de um período do Ondulador, onde os ímãs estão representados em azul, os entreferros em cinza e o campo magnético  $B_z$  está representado pelos vetores em vermelho. b) Um ângulo de rotação no eixo do entreferro pode provocar uma componente transversal indesejável.

Nesta simulação, foram calculados os valores do campo magnético  $B_z$  em um período do Ondulador em função dos eixos x e y, com os ângulos de 0°, 0,5°, 1°, 1,5° e 2° graus.

O cálculo do fluxo magnético  $B_z$  no eixo y foi obtido no comprimento na direção y. Para o eixo x, o cálculo foi realizado em todo o comprimento na direção x, no centro do Ondulador, onde todas as respostas foram obtidas utilizando a interface *Data Set*.

Na direção x, os campos magnéticos  $B_z$  referentes aos ângulos possuem pequenas variações em suas intensidades de campos magnéticos, porém na direção y é possível ver que as intensidades dos campos magnéticos  $B_z$  apresentam variação em função do ângulo de inclinação dos entreferros como é possível observar na figura 22.

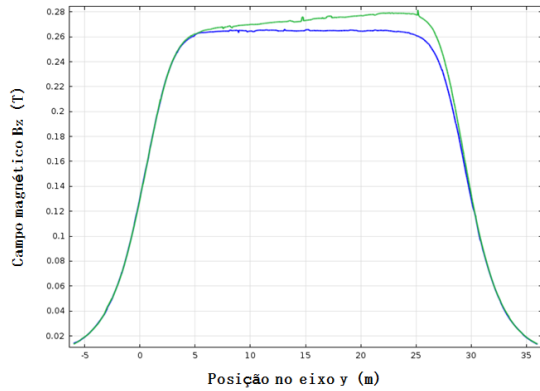


Figura 22: Campo magnético  $B_z$  no eixo axial do Ondulador e ao longo do entreferro, para inclinações do entreferro de  $0^\circ$  (azul) e  $0,5^\circ$  (verde).

A figura 22 nos mostra o resultado do campo magnético  $B_z$ , em função do eixo  $y$ , entre as amplitudes do campo magnético em relação aos ângulos de  $0^\circ$  e  $0,5^\circ$ , nos indicando que a inclinação do entreferro cria uma componente transversal na intensidade do campo magnético  $B_z$  no Ondulador.

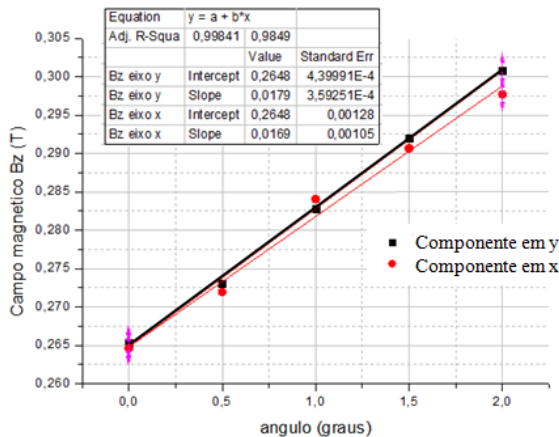


Figura 23: Projeção da variação da amplitude máxima das componentes do campo magnético  $B_z$ , em relação aos eixos  $x$  e  $y$ , de um entreferro em função de sua inclinação.

Realizando uma média dos pontos no campo magnético

$B_z$  no eixo  $y$  e utilizando os pontos de máximo no eixo  $x$ , é possível sugerir uma relação linear entre os campos magnéticos no eixo  $z$  no plano  $xy$  em função dos ângulos medidos.

#### 4. CONCLUSÃO

Apresentamos a função dos principais dispositivos magnéticos de um Laser de Elétrons Livres e seus modelos numéricos, simulados na plataforma COMSOL.

Os resultados numéricos dos dispositivos, tipo solenoide, Dipolo e Quadrupolo, não apresentam discrepâncias significativas em relação aos cálculos analíticos e aos resultados de caracterização experimentais. Uma apresentação didática destes modelos apresenta certo interesse, principalmente, pela dificuldade de se encontrar, na literatura, exemplos dos mesmos em COMSOL, e pela sensibilidade dos resultados aos parâmetros de configuração. Discrepâncias significativas nos resultados ocorrem em função das definições de malha (*mesh*), na definição do desenho e das condições de contorno, gerando erro devido às descontinuidades nos cálculos do campo magnético e distorções nas linhas de fluxo.

Para o Ondulador tipo *Hybrid* os resultados indicam uma sensibilidade entre a simetria do campo magnético e variações nos ângulos dos entre ferros, cuja diferença entre os coeficientes angulares pode chegar a  $0,001 \text{ T}^\circ$ . Isto pode ser uma restrição aos mecanismos de ajuste do campo variando-se a altura do entreferro, sem levar em consideração o ângulo relativo do entreferro.

No escopo deste trabalho, que é o de analisar o comportamento estático dos campos magnéticos envolvidos, desprezamos os efeitos de borda e apresentamos um modelo reduzido com 50 períodos de  $\lambda_u$ , no intuito de simplificar os cálculos e diminuir o tempo de simulação. Para futuros trabalhos com simulação do feixe de elétrons, não existe restrição conceitual para se ampliar o número de períodos, porém é necessário um ajuste fino dos campos magnéticos no início e no fim do Ondulador para compensar os efeitos de borda, de forma análoga ao que ocorre em caracterizações e configurações experimentais de Onduladores similares.

[1] Paul A. Tipler & Ralph A. Llewellyn, Física Moderna, LTC, 2010.  
 [2] J. Blau, K. Cohn, W. B. Colson, R. Vigil, "FREE ELECTRON LASERS IN 2013," Proceedings of FEL2013, pp. 486-490, 2013.  
 [3] M. Tecimer, Time – Domanin analysis and technology of THz Free Electron Lasers, Tel – Aviv University.: Faculty of Engineering. Department Electrical Engineering – Physical Electronics., 2005.  
 [4] COMSOL Multiphysics User's Guide, 2012.

[5] C. A. Brau, Free Electron Laser, Academic Press, 1990.  
 [6] Accelerator Science and Technology Center (ASTeC), "ALICE free electron laser," 2015. [Online]. Available: <http://www.stfc.ac.uk/astec/17452.aspx>. [Accessed 12 04 2015].  
 [7] G. Dattoli, A. Renieri, A. Torre, "Lectures on the Free Electron Laser Theory and Related Topics," Roma, 1993, pp. 117-124.  
 [8] R. R. S. Caetano, "Dispositivos magnéticos de um Laser de Elétrons Livres Realimentado," Dissertação (Mestrado Profis-

- sional em Instrumentação Científica), Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas CBPF, Rio de Janeiro, 2015.
- [9] J. Tanabe, Iron Dominated Electromagnets Design, Fabrication, Assembly and Measurements, 2006.
- [10] J. Clarke, Insertion Devices - Introduction to Synchrotron Radiation, ASTeC - Daresbury Laboratory.
- [11] M. D. J. R. Peter Schmöser, Ultraviolet and Soft X-Ray Free-Electron Lasers - Introduction to Physical Principles, Experimental Results, Technological Challenges, Springer, 2009.
- [12] Jia Qi-ka, Zhang Shancai, Lu Shengkuan, He Duohu. Cao Yun, Dai Zhimin, Zhao Zhentang., "Desing od undulator for the Shanghai DUV-FEL," Proceedings of the FEL Conference, pp. 494-497, 2004.
- [13] J. G. L. R. E. Paul P. Tesch, "Final construction of the CREOL 8 mm period hybrid undulator," Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A375, pp. 504-507, 1996.
- [14] G. Singh, Short Introduction to Finite Element, 2009.
- [15] R. W. Pryor, Multiphysics Modeling Using COMSOL. A First Principles Approach, 2011.
- [16] COMSOL, "Introduction to the AC/DC module," 2013.
- [17] R. N. Faria, L.F.C.P. Lima, Introdução ao magnetismo dos materiais, São Paulo: Livraria da Física, 2005.
- [18] D. J. Griffiths, Introduction to Electrodynamics, New Jersey: Prentice- Hall, 1989.

NOTAS DE FÍSICA é uma pré-publicação de trabalho original em Física.  
Pedidos de cópias desta publicação devem ser enviados aos autores ou ao:

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas  
Área de Publicações  
Rua Dr. Xavier Sigaud, 150 – 4<sup>o</sup> andar  
22290-180 – Rio de Janeiro, RJ  
Brasil  
E-mail: [socorro@cbpf.br](mailto:socorro@cbpf.br)/[valeria@cbpf.br](mailto:valeria@cbpf.br)  
<http://portal.cbpf.br/publicacoes-do-cbpf>

NOTAS DE FÍSICA is a preprint of original unpublished works in Physics.  
Requests for copies of these reports should be addressed to:

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas  
Área de Publicações  
Rua Dr. Xavier Sigaud, 150 – 4<sup>o</sup> andar  
22290-180 – Rio de Janeiro, RJ  
Brazil  
E-mail: [socorro@cbpf.br](mailto:socorro@cbpf.br)/[valeria@cbpf.br](mailto:valeria@cbpf.br)  
<http://portal.cbpf.br/publicacoes-do-cbpf>