

*Previsão de Séries Temporais utilizando Métodos Estatísticos*

Elisângela Lopes de Faria <sup>(a)</sup>

Marcelo Portes Albuquerque <sup>(a)</sup>

Jorge Luis González Alfonso <sup>(b)</sup>

Márcio Portes Albuquerque <sup>(a)</sup>

José Thadeu Pinto Cavalcante <sup>(a)</sup>

<sup>(a)</sup> Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas – CBPF

Rua Dr. Xavier Sigaud, 150

22290-180 – Rio de Janeiro, RJ

<sup>(b)</sup> Pontifícia Universidade Católica – PUC-RIO

Marquês de São Vicente, 225

22453-900 – Rio de Janeiro, RJ

## Resumo

Esta nota técnica tem como objetivo mostrar o uso de dois métodos estatísticos bem conhecidos e muito utilizados na previsão de séries temporais. Os métodos estatísticos estudados foram o Alisamento Exponencial Simples e a Média Móvel Simples. Para este estudo foi escolhida uma série temporal financeira, mais precisamente a série do Ibovespa (indicador do mercado de ações do Brasil). O motivo desta escolha se deve ao fato dos dados desta série ser de fácil aquisição. O estudo mostra a eficiência de ambos os métodos, onde em particular o alisamento exponencial produz resultados mais eficientes na previsão dos valores futuros da série estudada.

## SUMÁRIO

1. Introdução.....	3
2. Séries Temporais .....	4
2.1 Métodos Simples de Previsão de Série Temporal.....	5
2.1.1 Modelos de Média Móvel .....	6
2.1.2 Alisamento Exponencial .....	7
3. Medidas de Erro de Previsão .....	9
4. Desenvolvimento .....	10
4.1 Resultados Média Móvel Simples .....	11
4.2 Resultados Alisamento Exponencial Simples.....	12
5. Conclusões.....	15
6. Referências Bibliográficas.....	16

## 1. Introdução

O avanço da computação e de novas tecnologias tem permitido estudos avançados em diferentes áreas, onde dentre elas podemos citar a economia. Nos dias atuais, um número cada vez maior de informações está disponível, o que facilita o estudo e a compreensão destes sistemas e em particular dos mercados financeiros. Podemos dizer que as pesquisas na área da econometria (também *econophysics*) crescem a cada dia devido ao grande interesse no tema como consequência da disponibilidade de dados e informações. Por outro lado a globalização tem correlacionado os diferentes mercados mundiais o que faz com que estes sistemas complexos sejam difíceis de prever.

Há muitos anos a previsão envolvendo mercados financeiros tem sido um grande desafio para a estatística, pois a cada dia é mais comum perguntas do tipo: Será que a bolsa de valores vai subir? Será que a cotação do dólar vai cair? E a resposta correta para estes tipos de perguntas pode significar uma grande lucratividade ou um grande prejuízo para os investidores sejam eles individuais ou grandes investidores empresariais. Neste sentido diferentes métodos de previsão tem sido implementados em diversas aplicações envolvendo outros ramos do conhecimento, como por exemplo, previsões do clima, entre outros.

Em se tratando de previsão em economia existem dois procedimentos predominantes: econométrico e de séries temporais. No primeiro o modelo de previsão se baseia fortemente na teoria econômica incluindo muitas variáveis. Já no segundo, o modelo é construído através da estatística, onde os dados disponíveis não precisam estar em sintonia com as teorias da economia, basta que apresente previsões superiores [2]. Métodos estatísticos de previsão como os métodos de alisamento exponencial simples, modelos de auto-regressão, os modelos ARMA, os modelos de Box & Jenkins entre outros, tem sido muito utilizados em previsões de séries temporais financeiras, além de serem aplicados em previsões de outras séries temporais.

Os modelos envolvendo métodos estatísticos são desenvolvidos com diferentes propósitos e neste trabalho em específico estamos interessados em fazer a previsão do

indicador da BOVESPA (Bolsa de Valores de São Paulo) o Ibovespa, que é um indicador que mede a lucratividade teórica das ações mais negociadas da Bovespa e retrata o comportamento do mercado brasileiro em geral [1]. É importante ressaltar que o mercado de ações brasileiro está em constante crescimento e que nos dias atuais é um dos mercados de maior liquidez entre os mercados emergentes. O nosso objetivo é mostrar como os métodos estatísticos podem ser implementados para prever séries temporais, sendo que os mesmos podem ser utilizados em qualquer série temporal, daí a importância deste estudo.

## 2. Séries Temporais

O conceito de séries temporais está relacionado a um conjunto de observações de uma determinada variável feita em períodos sucessivos de tempo e ao longo de um determinado intervalo. Podemos citar como exemplos as cotações diárias da taxa do dólar, as vendas mensais de um determinado produto, a taxa de desemprego de um país, e etc. Segundo [2] os objetivos de se analisar uma série temporal são os seguintes:

- 1) Descrição: propriedades da série como, por exemplo, o padrão de tendência, a existência de alterações estruturais, etc.
- 2) Explicação: construir modelos que permitam explicar o comportamento da série no período observado.
- 3) Controle de Processos: por exemplo, controle estatístico de qualidade.
- 4) Previsão: prever valores futuros com base em valores passados.

Em se tratando de séries temporais o primeiro ponto de partida é fazer a representação gráfica da série, pois através do gráfico podemos fazer uma melhor análise e identificar as características que podem ser relevantes para o estudo da série em questão. Como neste estudo escolhemos o principal indicador do mercado acionário Brasileiro mostramos então na figura 2.1 o gráfico das cotações diárias do Ibovespa (série temporal) no período de janeiro de 2000 a dezembro de 2006.

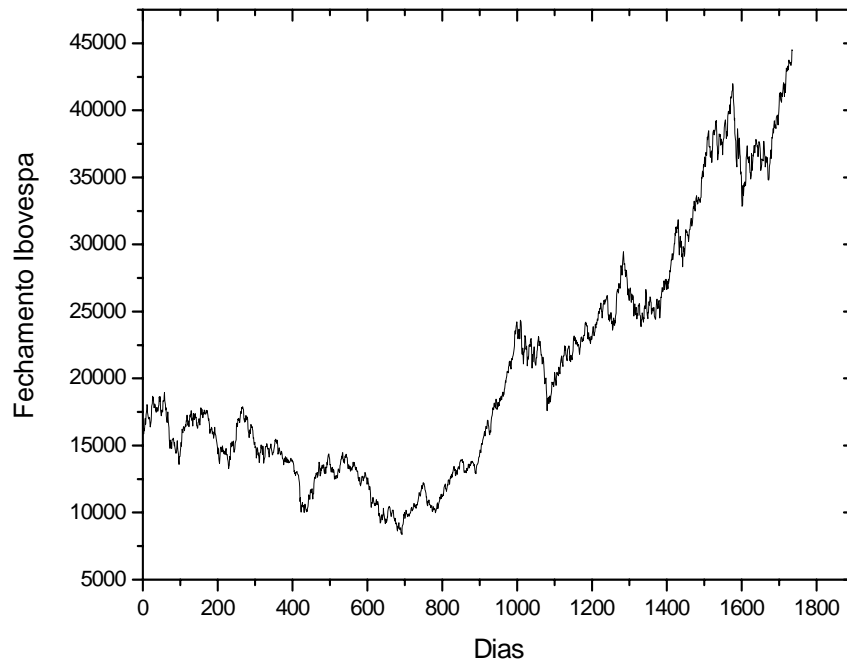


Figura 2.1 Cotações diárias Ibovespa (jan/00 a dez/06)

Existem inúmeros métodos para se fazer previsão de séries temporais, desde os mais complexos que envolvem diferentes parâmetros aos métodos mais simples e de fácil entendimento. Para [3] o fato de se utilizar métodos estatísticos mais complexos não significa necessariamente uma melhora nos resultados da previsão. Métodos simples podem apresentar resultados satisfatórios sobre certas condições, além de permitir uma total compreensão de suas limitações facilitando assim a interpretação dos resultados. Sendo assim deve-se primeiro avaliar os benefícios de se utilizar um método simples ou um mais complexo antes de se iniciar a previsão em uma determinada aplicação.

## 2.1 Métodos Simples de Previsão de Série Temporal

Muitos estudos envolvendo séries temporais têm como objetivo fazer previsões. Existem alguns métodos de previsão simples e que efetuam a previsão de valores futuros da série temporal através das observações de valores passados da série em interesse. Segundo [2] o propósito destes métodos é identificar um padrão básico presente nos dados históricos da série e através deste padrão prever valores futuros.

Estes métodos simples têm uma grande popularidade, pois são simples de programar, e o custo computacional é muito pequeno além de obter uma razoável previsão. Dentre estes métodos podemos citar a média móvel, o alisamento exponencial simples e linear e também o alisamento exponencial sazonal e linear de Winter.

### 2.1.1 Modelos de Média Móvel

Os modelos de média móvel utilizam como previsão para um determinado período no futuro a média das observações passadas. As médias móveis podem ser simples, centradas ou ponderadas. Para os modelos de média móvel simples que são os modelos utilizados neste trabalho podemos definir sua equação como:

$$x_t = \frac{x_{t-1} + x_{t-2} + \dots + x_{t-n}}{n}$$

Na equação acima  $n$  representa o número de observações incluídas na média  $X_t$ , ou seja,  $n$  (também pode ser chamado de janela de observações) pode ser considerado como um parâmetro a ser ajustado. Neste caso quanto maior for a janela de observações maior o efeito de alisamento na previsão. Sendo assim, se a série em estudo apresentar muita aleatoriedade ou pequenas mudanças em seus padrões um número maior de observações podem ser utilizadas no cálculo da média móvel, ou seja, podemos dizer que a média móvel neste caso fica mais imune a ruídos e movimentos curtos. Já para o caso de séries que apresentam pouca flutuação aleatória nos dados ou mudança significativa, um número menor deve ser usado para o tamanho da janela de observações, pois caso contrário a série prevista poderá reagir de maneira muito lenta as estas mudanças significativas.

Para [2] o termo média móvel é utilizado porque à medida que a próxima observação está disponível, a média das observações é recalculada, incluindo esta observação no conjunto de observações e desprezando a observação mais antiga, conforme podemos visualizar na figura abaixo:

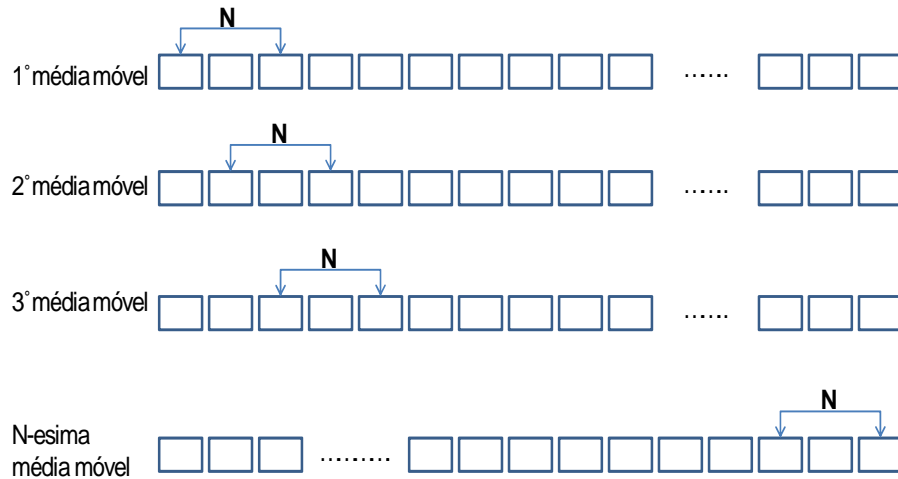


Figura 2.2 Cálculo das Médias Móveis Simples.

Na figura acima o valor **N** corresponde ao número de observações (tamanho da janela igual a três) a ser utilizado para o cálculo da média móvel simples. Podemos perceber claramente que para cada nova janela de três dias a ser formada, a observação mais antiga é desprezada, e uma nova observação é inserida no conjunto **N** para o próximo cálculo.

### 2.1.2 Alisamento Exponencial

Os modelos de alisamento exponencial podem ser de vários tipos: modelos de alisamento exponencial simples, modelos de alisamento exponencial duplo e modelos de Holt-Winters com e sem sazonalidade. Para este estudo específico vamos utilizar o modelo de alisamento exponencial simples que tem muita semelhança com as médias móveis, pois ambos extraem das observações o comportamento aleatório dos dados históricos da série. A diferença entre estes dois métodos é que, em se tratando do método de média móveis simples, as observações usadas para encontrar a previsão do valor futuro contribuem em igual proporção para o cálculo da previsão, enquanto que no método de alisamento exponencial simples cada observação da série recebe um peso diferente [2]. A fórmula para o cálculo do alisamento exponencial é definida na equação abaixo:

$$F_{t+1} = \alpha x_t + (1 - \alpha)F_t$$

Onde:  $F_{t+1}$  representa a previsão no tempo  $t+1$ ,  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) é o peso atribuído à observação, também conhecido como constante de alisamento,  $x_t$  é a observação mais recente (último valor observado), e  $F_t$  é o valor da previsão anterior. Pode-se dizer então que este método utiliza apenas o último valor observado, a previsão no momento anterior e um valor para a constante  $\alpha$ .

No início do processo de previsão deve-se escolher um valor inicial para  $F_{t+1}$  (em geral utiliza-se a média das primeiras observações) e um valor para  $\alpha$  que deve estar entre 0 e 1. Valores de  $\alpha$  pequenos produzem previsões que dependem mais das observações passadas, pois o peso das mesmas será então maior. Enquanto valores de  $\alpha$  próximos de 1 dependem das observações mais recentes, que são as observações que recebem o maior peso.



### 3. Medidas de Erro de Previsão

Para se escolher um método de previsão ou outro é importante utilizar uma medida de erro com a finalidade de se encontrar aquele método que melhor atenda os resultados esperado. Existem na literatura diversas medidas de erro disponíveis dentre as quais podemos citar comparação gráfica, diagramas de dispersão, coeficiente de correlação, erro quadrático acumulado, raiz do erro médio quadrático (RMSE), erro percentual médio absoluto (MAPE), entre outros. Neste trabalho em específico usaremos as duas medidas do erro, RMSE e MAPE respectivamente, para avaliar nossas previsões. O cálculo das medidas utilizadas pode ser visualizado nas equações abaixo.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N \left( \frac{a_k - y_k}{a_k} \right)^2}{N}}$$

Na equação acima N é o número de padrões, neste trabalho N é igual a 100,  $a_k$  representa o valor real no instante t,  $y_k$  representa o valor previsto no instante t.

$$MAPE = \frac{\sum_{k=1}^N \left| \frac{a_k - y_k}{a_k} \right|}{N} * 100$$

Onde N é o número de padrões, conforme citado acima N é igual a 100,  $a_k$  representa o valor real no instante t,  $y_k$  representa o valor previsto no instante t.

#### 4. Desenvolvimento

Neste trabalho estamos utilizando dois métodos estatísticos que são os métodos de média móvel simples e alisamento exponencial simples para fazer a previsão do indicador da Bovespa (Ibovespa). Foram desenvolvidos dois programas no software matlab versão 7.1 para atingir os objetivos deste trabalho. As cotações a serem utilizadas para os dois métodos citados acima correspondem aos valores diários do fechamento do Ibovespa no período de janeiro de 2007 a maio de 2007, conforme pode ser visualizado na figura 4.1.

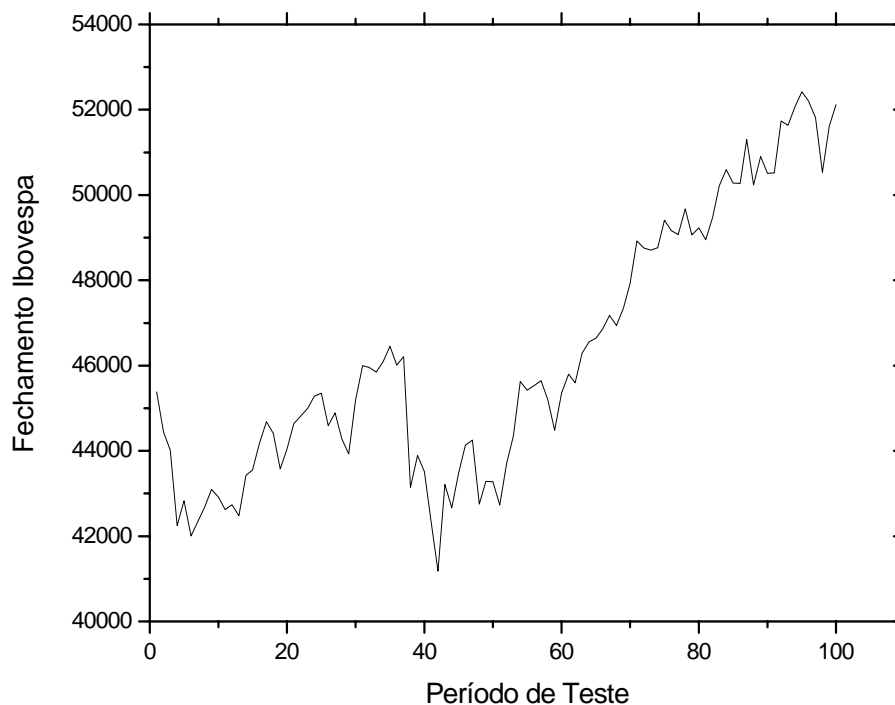


Figura 4.1 Gráfico cotações diárias do Ibovespa (jan/07 a maio/07)

Para o método da média móvel simples o programa desenvolvido primeiramente carrega o conjunto com as cotações do Ibovespa a serem utilizados na previsão (jan/07 maio/07) e em seguida é preciso determinar o valor para o parâmetro referente ao tamanho de observações (janela) a serem utilizados no cálculo da média. Conforme citado na seção 2.1.1 a cada nova previsão um novo valor observado é acrescentado para o cálculo e o valor mais antigo é então desprezado. Valores para o tamanho da janela variaram de 2 a 30, mais precisamente 2, 3, 5, 7, 10, 15, 21,25 e 30. Já para o

método de Alisamento exponencial simples o programa desenvolvido também carrega primeiramente o conjunto a ser utilizado na previsão e em seguida um valor é atribuído ao parâmetro  $\alpha$ . Como  $\alpha$  precisa variar entre 0 e 1 este parâmetro neste trabalho assumiu valores de 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 e 0.98.

#### 4.1 Resultados Média Móvel Simples

No gráfico abaixo (figura 4.2) podemos visualizar os resultados obtidos com o método da média móvel simples para os diferentes tamanhos de janela (número de observações utilizadas no cálculo da média móvel), assim como as medidas do erro utilizadas para avaliar a previsão. É possível perceber que os menores valores para as medidas dos erros foram encontrados com tamanho de janela igual a 2. Podemos perceber também que à medida que o tamanho da janela aumenta os erros também aumentam consideravelmente.

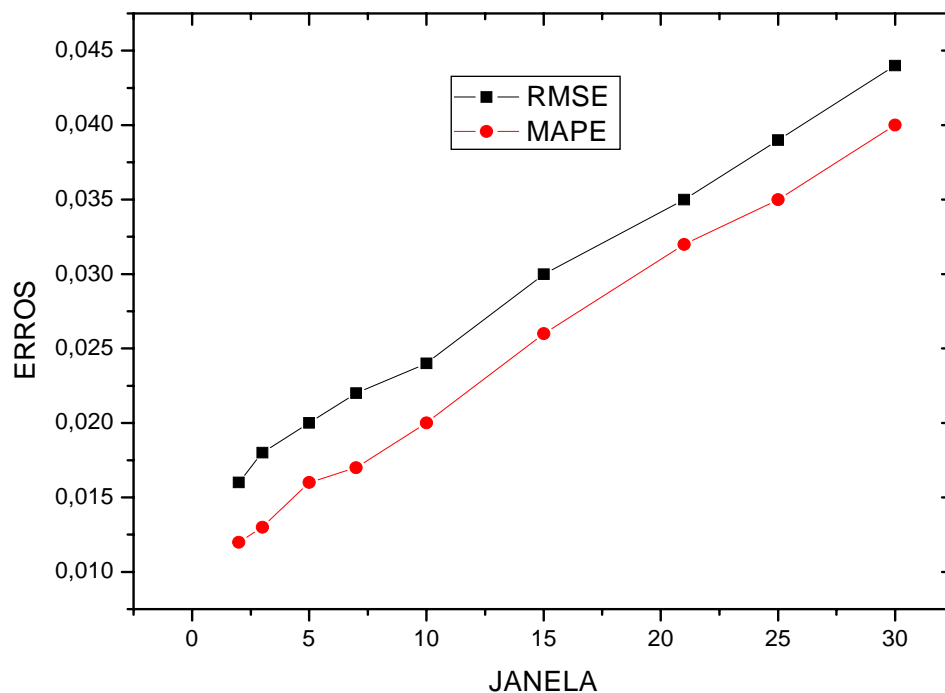


Figura 4.2 Resultados Média Móvel Simples

Por fim no segundo gráfico (figura 4.3) podemos visualizar os valores da previsão que apresentou as menores medidas do erro (janela = 2). As previsões encontradas conforme pode ser visualizadas no gráfico, acompanham as cotações reais do Ibovespa, porém com certo atraso.

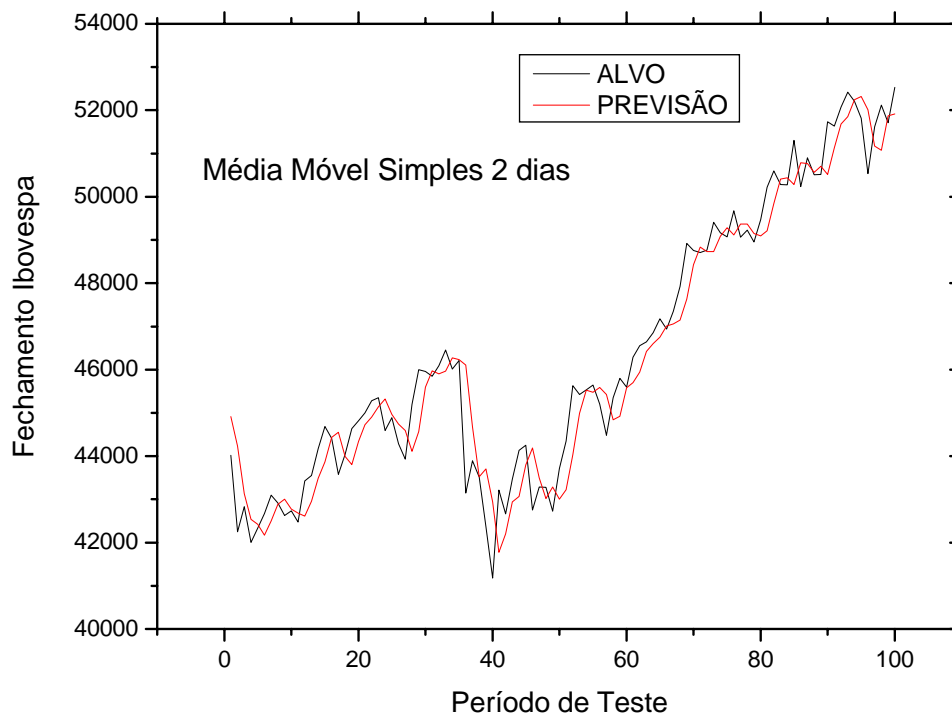


Figura 4.3 Gráfico com cotações reais do Ibovespa e suas previsões com o método media móvel simples.

## 4.2 Resultados Alisamento Exponencial Simples

Os resultados obtidos com o método de alisamento exponencial simples podem ser visualizados no gráfico abaixo (figura 4.4) para os diferentes valores da constante de alisamento  $\alpha$  (assumi valores entre 0 e 1) e com as mesmas medidas do erro utilizadas no método anterior (média móvel simples) para avaliar a previsão. Podemos perceber que com os parâmetros utilizados neste trabalho à medida que o valor de  $\alpha$  aumenta, mais precisas são as previsões, ou seja, menores são os erros encontrados. Outro ponto

também a ser considerado é que com a constante de alisamento ( $\alpha$ ) igual a 0.7, 0.8 e 0.98 apresentaram os mesmos valores para as medidas dos erros.

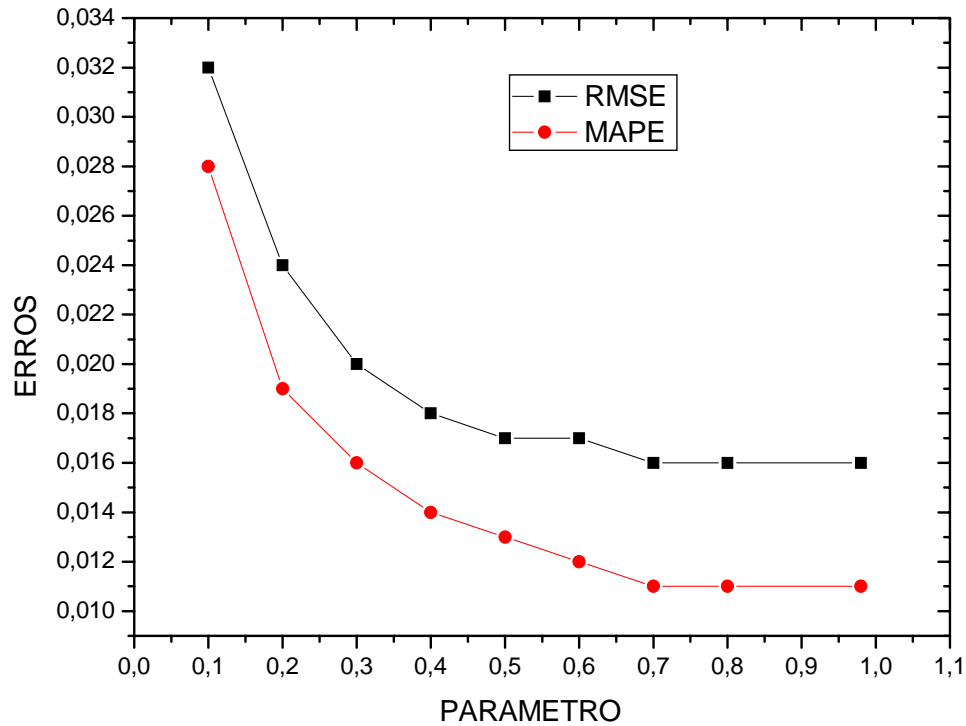


Figura 4.4 Resultados Alisamento Exponencial Simples

Assim como no método anterior, podemos visualizar na figura 4.5 o gráfico com os valores reais do Ibovespa e suas previsões feitas com o método de alisamento exponenciais simples, para uma constante de alisamento igual a 0.7 a qual foi uma das constantes de alisamento que apresentou os menores erros.

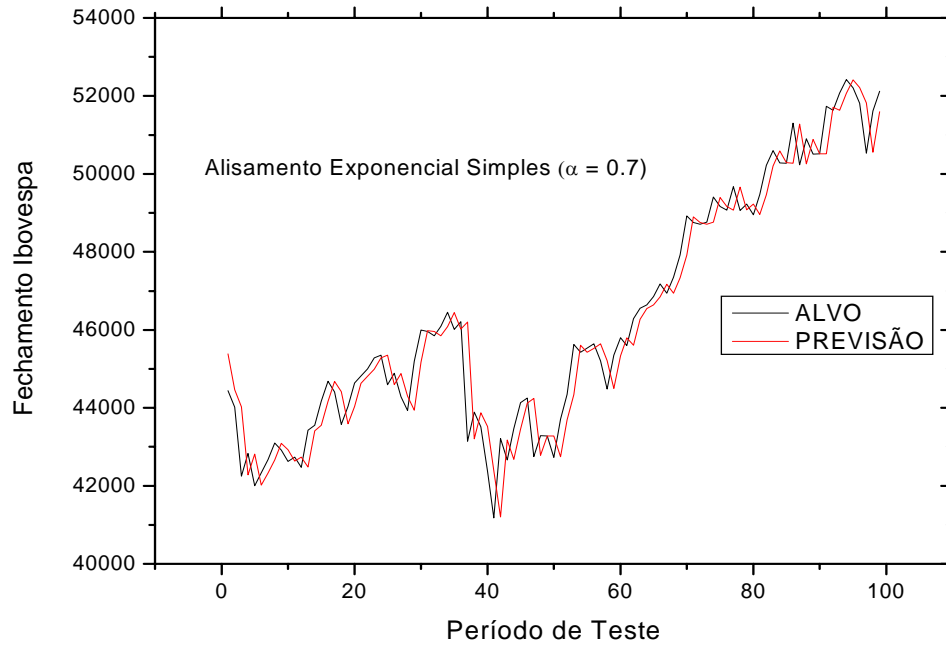


Figura 4.5 Cotações Ibovespa e suas previsões utilizando Alisamento Exponencial Simples

## 5. Conclusões

Neste trabalho foram feitas previsões do indicador mais importante da bolsa de valores de São Paulo (IBOVESPA) utilizando os métodos estatísticos univariados de média móvel simples e alisamento exponencial simples. Os métodos utilizados apesar de serem métodos simples de previsão apresentaram resultados razoáveis onde o método de alisamento exponencial simples conseguiu acompanhar com certa eficiência o indicador estudado.

As previsões feitas foram avaliadas com duas medidas de erro muito utilizadas na literatura para previsões de séries temporais. Podemos perceber através destas medidas que a eficiência nas previsões está diretamente relacionada aos parâmetros utilizados em cada método.

Para o método de média móvel simples foi possível constatar que conforme aumentamos o tamanho da janela de observações há um considerável aumento nas medidas dos erros, e que com janela de observações igual a 2 os resultados obtidos consegue acompanhar mesmo que com um atraso as cotações do indicador estudado (Ibovespa).

Já para o método de alisamento exponencial pode-se afirmar que constantes de alisamento mais próximas de 1 apresentam previsões com erros menores, sendo assim os resultados mais significativo foram encontrados com  $\alpha$  igual a 0,7, 0,8 e 0,98. Assim como o método de média móveis simples os valores obtidos na previsão também conseguem acompanhar a tendência do Ibovespa, porém com pequeno atraso.

Quanto aos dois métodos abordados como já era esperado o alisamento exponencial simples confirmou sua superioridade em relação ao método de média móveis simples, encontrando menores valores para as medidas dos erros utilizados, o que resultou em valores previstos mais próximos dos valores reais da série estudada.

## 6. Referências Bibliográficas

[1] - Bovespa – <http://www.bovespa.com.br>

[2] - Morettin, Pedro A. e Toloi, Clélia M. Modelos para Previsão de Séries Temporais, Edgard Blucher, 1981.

[3] - WHEELRIGHT, S.C., Makridakis, S., McGEE, V.E (1983). Forecasting: Methods and Applications, 2ª ed., John Wiley & Sons, New York.