

ISSN 0029-3865



# Notas de Física

CBPF-NF-005/25  
August 2025

Interação da radiação com a matéria

Alberto Reis

# Interação da radiação com a matéria

Alberto Reis – CBPF  
alberto@cbpf.br

2024

## 1 Introdução

Partículas subatômicas (elétrons, prótons, partículas  $\alpha$ , fótons etc), genericamente denominadas *radiação*, são detectadas através da sua interação com a matéria. Esse é o princípio geral de funcionamento de qualquer detector. Na imensa maioria das aplicações, a interação com o material do detector implica um impacto sutil na trajetória e a energia da radiação. Medições deste tipo são chamadas não-destrutivas. Há exceções a essa regra, e a calorimetria é um exemplo. Nos calorímetros, a radiação deve ser totalmente absorvida para que sua energia seja determinada. Por essa razão, os calorímetros são construídos com materiais com número atômico elevado, e têm uma espessura suficiente para que toda a energia da radiação seja absorvida. Partículas neutras e massivas, como nêutrons e káons, são destruídas pela interação forte com os núcleos atômicos. Em todos os demais casos, a interação eletromagnética é a responsável pela formação de sinais eletrônicos.

Elétrons e fótons recebem um tratamento especial. Os elétrons, por serem muito leves, sofrem grande perturbação ao interagir com os átomos do detector. Além disso, a interação entre um elétron incidente e um elétron atômico envolve duas partículas idênticas. Os fótons de energia mais baixa são absorvidos pelos átomos do material (efeito fotoelétrico), causando ionização; os de energia intermediária também causam ionização via espalhamento Compton; os de maior energia se transformam em pares  $e^+e^-$ .

A detecção de neutrinos é um capítulo à parte, pois não é possível detectá-los diretamente. Interagem fracamente com a matéria, podendo sofrer espalhamento elástico com elétrons atômicos ou ser absorvidos pelos núcleos atômicos.

Com exceção da calorimetria, todas as partículas carregadas mais pesadas que o elétron interagem com a matéria da mesma forma, independente da sua massa, e esta é a característica mais notável. Em todas as aplicações práticas em Física de Altas Energias, a única propriedade da partícula incidente que importa é a sua *velocidade*. Ao atravessarem um detector, transferem ao meio uma pequena fração da sua energia. A perda de energia (*stopping power*, em inglês) depende do número atômico do material de que é feito o detector, assim como da energia necessária para provocar ionização. Em geral, a perda de energia é computada em termos da *espessura de massa*,  $x \equiv \rho L$  (g/cm<sup>2</sup>), onde  $\rho$  é a densidade do material e  $L$  é a espessura do detector. A adoção dessa unidade permite tratar a reposta dos diferentes materiais à passagem da radiação de uma forma universal. Diferentes tipos de radiação que se propaguem com a mesma velocidade vão transferir, em média, a mesma quantidade de energia ao atravessar uma mesma espessura de massa. Um múon, por exemplo, perde, em média, a mesma quantidade de energia ao atravessar 1 cm de chumbo ou 90 m de nitrogênio em estado gasoso. Vale lembrar, no entanto, que no nível mais fundamental todas as interações são fenômenos quânticos, e por isso a perda de energia é um processo inerentemente estatístico. Quando um feixe monocromático (todas as partículas com a mesma energia) atravessa um detector suficientemente espesso, cada partícula será parada em uma profundidade diferente.

A interação da radiação com a matéria é extremamente complexa, e não há uma única teoria que abarque todos os processos físicos possíveis em todas as faixas de energia. Vamos considerar inicialmente apenas as partículas eletricamente carregadas mais pesadas que o elétron. A interação de fótons e elétrons com a matéria será discutida posteriormente.

## 2 Bethe-Bloch

No regime moderadamente relativístico (por exemplo, múons com momentum entre 10 MeV e 100 GeV), a passagem da radiação pela matéria deixa atrás de si um rastro de ionização e excitação atômica. Praticamente toda ( $\sim 98\%$ ) a energia transferida pela radiação se deve a uma sequência de colisões inelásticas entre a partícula incidente e os átomos do meio. A imensa maioria das colisões ocorre com um átomo de cada vez,

$$\mu^\pm + \text{átomo} \rightarrow \mu^\pm + \text{átomo}^*, \quad \text{átomo}^* \rightarrow \text{átomo} + e^- + \gamma,$$

e em cerca de 90% dos casos, a energia transferida é inferior a 100 eV.<sup>1</sup>

Na Fig. 1 vemos o campo elétrico gerado por uma partícula em movimento. Quando a velocidade é pequena, o campo elétrico é isotrópico. Porém, no regime relativístico a contração de Lorentz concentra o campo na sua componente transversal. A integral temporal da componente longitudinal é nula, de forma que apenas a componente transversal é relevante.

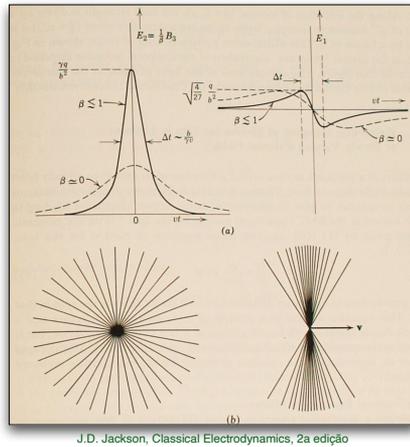


Figura 1: *Campo elétrico gerado por uma partícula não relativística (esquerda) e relativística (direita). A contração de Lorentz torna a componente transversal do campo mais intensa.*

Assim, partículas com velocidades muito altas podem também interagir simultaneamente com vários átomos devido à componente transversal do seu campo elétrico, embora apenas uma pequena fração ( $\sim 2\%$ ) da energia depositada no detector se transforme em alguma forma de excitação coletiva. A ação da radiação incidente sobre átomos distantes é parcialmente blindada pelos átomos mais próximos, o que reduz a perda de energia da partícula incidente nesse processo. Esse efeito é conhecido como *efeito de densidade*, e é uma pequena correção à estimativa do valor da energia perdida pela radiação quando colisões múltiplas são desconsideradas.

Uma grandeza crítica para a determinação da perda de energia é a *energia média de excitação* ( $I_0$ ), que descreve a capacidade do meio de ab-

<sup>1</sup>Passage of particles through matter, D. E. Groom e S. R. Klein, Particle Data Group

servir energia da radiação através de ionização, excitação atômica e dos modos de vibração molecular. Há diferentes modelos fenomenológicos para estimar o valor de  $I_0$  para diferentes materiais. Os modelos são baseados em aproximações e simplificações, mas todos têm alcance limitado. Existem tabelas com os valores medidos da energia de excitação de cada elemento. A energia média de excitação, o número atômico do material e a velocidade da partícula incidente são as informações relevantes para a determinação da energia transferida pela radiação incidente.

As características acima são comuns às partículas carregadas mais pesadas que o elétron, e estão reunidas na *equação de Bethe-Bloch*, Eq. 1. O tratamento quântico da perda de energia, válido no intervalo entre 10 MeV e 100 GeV, foi feito na década de 1930 por Hans Bethe e posteriormente aperfeiçoado por Felix Bloch. O mundo real é sempre mais complexo que os modelos matemáticos criados para representá-lo, de forma que simplificações e aproximações são inevitáveis. No caso da equação de Bethe-Bloch, a aproximação fundamental é a de que os elétrons atômicos estão em repouso, uma vez que a velocidade da partícula incidente é, em geral, muito próxima à da luz. Essa aproximação não é válida para partículas incidentes com baixas energias. Neste caso, os efeitos atômicos têm um papel importante. Tampouco é válida no regime ultra-relativístico, quando a perda de energia por emissão de radiação passa a ser o mecanismo dominante.

$$\left\langle -\frac{dE}{dx} \right\rangle = K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[ \frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I_0^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\gamma\beta)}{2} \right] \quad (1)$$

- $E$  = energia da radiação
- $m_e$  = massa do elétron
- $r_e$  = raio clássico do elétron
- $N_A$  = número de Avogadro
- $K = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2$
- $Z, A$  = número atômico, massa atômica
- $\beta = v/c$  velocidade da partícula incidente em unidades da velocidade da luz
- $\gamma$  = fator de Lorentz

- $I_0$  = energia média de excitação
- $T_{\max}$  = máxima energia transferível em uma única colisão
- $\delta(\gamma\beta)$  = correção devida ao efeito de densidade

Na Fig. 2 vemos a perda de energia de anti-múons atravessando uma placa de cobre. Na figura, estão ilustradas as diferentes abordagens, em função da velocidade da radiação. Os intervalos de aplicabilidade de cada uma estão delimitados pelas faixas verticais. No intervalo onde a equação de Bethe-Bloch se aplica, a perda de energia inicialmente decresce de forma acentuada com a velocidade, graças ao termo  $1/\beta^2$  até atingir um valor mínimo, a partir do qual há um aumento suave, dominado pelo termo logarítmico da Eq. 1. A linha tracejada verde mostra o que seria a perda de energia caso as colisões simultâneas com vários átomos fossem desconsideradas. No regime ultra-relativístico, a perda de energia é dominada pela produção direta de pares  $e^+e^-$  e pela radiação de frenagem (toda partícula carregada emite radiação quando é acelerada, processo conhecido como *bremsstrahlung*). No ponto de menor perda de energia, a radiação é chamada *partícula de ionização mínima*, ou MIP (*minimum ionizing particle*).

Nas colisões inelásticas, a energia transferida ao material se divide entre ionização e excitação atômica ou molecular. Assim, a energia necessária para produzir um par elétron-íon ( $W$ ) é sempre maior que a energia média de excitação. Os elétrons liberados nas ionizações primárias podem ter – ou adquirir, na presença de um campo elétrico – energia suficiente para produzir ionizações secundárias, o que faz com que o número total de elétrons liberados na passagem da radiação ionizante ( $n_T$ ) exceda o número de ionizações primárias ( $n_p$ ). Os valores numéricos de  $n_p$  são difíceis de estimar, pois exigem a distinção entre elétrons de ionizações primárias e secundárias. A ionização total, no entanto, pode ser deduzida medindo a quantidade de energia depositada pela radiação ionizante,

$$n_T = \frac{\Delta E}{W}.$$

Na Tabela 1 vemos os valores da energia média de excitação,  $I_0$ , de diversos gases, assim como a energia necessária para produzir um par elétron-íon,  $W$ , o número estimado de ionizações primárias por centímetro,  $n_p$ , e o número total de pares elétron-íon por centímetro,  $n_T$ . São valores médios, obtidos nas CNTP, e se referem à passagem de uma partícula de ionização mínima, visto que a perda de energia é um processo estocástico.

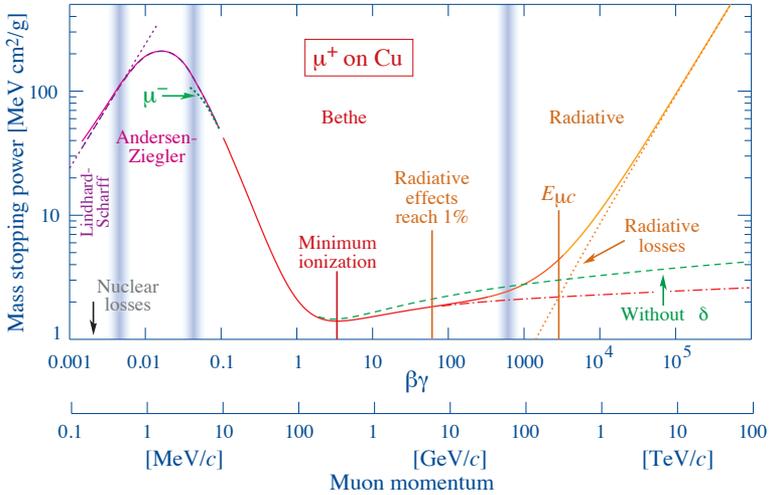


Figura 2: Perda média de energia de múons positivos incidindo em cobre, em função de  $\beta\gamma = p/Mc$ . No regime ultra-relativístico, o efeito da interação simultânea da partícula incidente com muitos átomos torna-se muito importante (linha vermelha tracejada).

Fonte: Particle Data Group.

Nos materiais no estado sólido, os átomos oscilam em torno de posições fixas nos diversos tipos de redes cristalinas. Embora a passagem da radiação provoque ionização e excitação, como nos gases, a proximidade entre os átomos altera drasticamente os níveis de energia que cada um teria isoladamente. Em sólidos cristalinos, os níveis de energia formam bandas, uma vez que a diferença entre dois níveis consecutivos seja da ordem de  $10^{-22}$  eV. Nos semicondutores, como silício e germânio, as energias necessárias para ionização são da ordem de 2-3 eV apenas. Além disso, os sólidos são muito mais densos que os gases. A combinação desses dois fatores faz com que o número total de ionizações em detectores de estado sólido seja muito maior. A passagem da radiação por materiais sólidos será tratada posteriormente.

No que diz respeito à ionização e excitação atômica, as propriedades dos materiais estão resumidas na energia média de excitação, o parâmetro  $I_0$  na Eq. 2, como descrito acima. Sua determinação, no entanto, está longe de ser uma tarefa simples. Os valores para cada elemento têm variado substancialmente com o tempo. Na Fig. 3, estão mostrados os valores medidos por elétron atômico, adotados pela *International Commission on*

Tabela 1

gás	$I_0$ [eV]	$W$ [eV]	$n_p$ [cm <sup>-1</sup> ]	$n_T$ [cm <sup>-1</sup> ]
H <sub>2</sub>	15.4	37	5.2	9.2
N <sub>2</sub>	24.6	35	10	56
O <sub>2</sub>	15.5	31	22	73
Ar	15.8	26	29	94
Kr	14.0	24	22	192
Xe	12.1	22	44	307
CO <sub>2</sub>	13.7	33	34	91

*Radiation Units and Measurements* - ICRU, e indicam que para materiais com números atômicos maiores do que 15 o potencial médio de ionização situa-se entre 9 e 11 eV. <sup>2</sup>

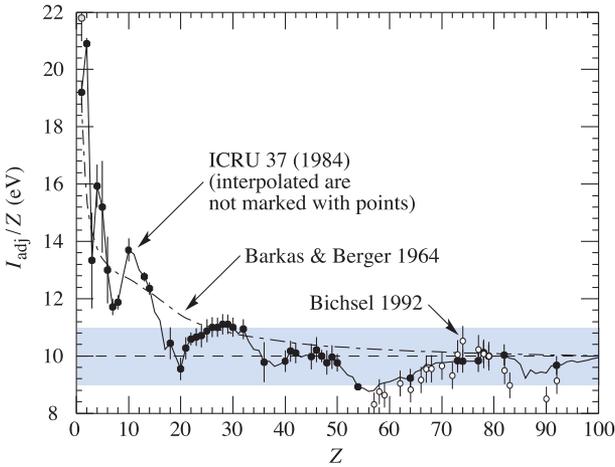


Figura 3: Valores estimados para o potencial médio de ionização.

Fonte: Particle Data Group.

Partículas de mesma velocidade e massas distintas têm momentum diferentes. Assim, medindo a perda de energia, função apenas da velocidade, e o momentum das partículas, é possível identificar a massa e, portanto, o tipo de radiação. Essa técnica é utilizada em situações

<sup>2</sup><https://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/ESTAR.html>

em que as partículas têm momentum menor que 2-3 GeV. O uso desse método de identificação é ilustrado na Fig. 4.

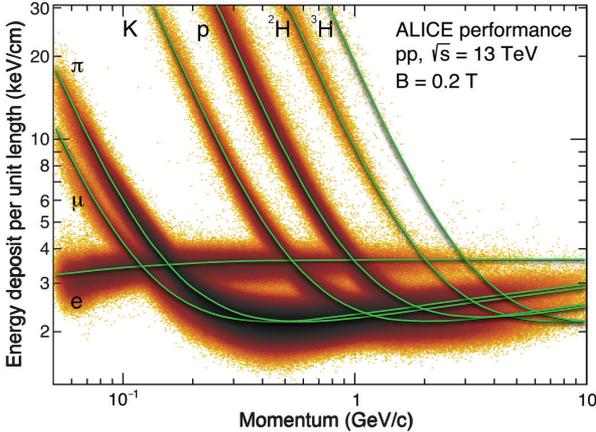


Figura 4: Método de identificação de partículas baseado na medida da energia depositada pela radiação em detectores a gás no detector ALICE, do CERN. Partículas de mesma velocidade mas com massas diferentes têm momentum distinto.

Como dito anteriormente, colisões inelásticas entre a radiação incidente e os átomos do material são processos estocásticos. Há uma apreciável flutuação no valor da energia transferida em cada colisão individual. Colisões mais frontais são raras, mas a energia transferida é grande. Como consequência, a distribuição de energia transferida é bastante assimétrica, sendo bem representada por uma distribuição de Landau-Vavilov, como ilustrado na Fig. 5. O valor mais provável da transferência de energia por colisão e por unidade de espessura é significativamente menor do que o valor médio.

### 3 Elétrons e pósitrons

Assim como as demais partículas carregadas, os elétrons também perdem energia nas colisões com os átomos do detector. Ocorre, no entanto, que cada colisão altera drasticamente a linha de voo dos elétrons, pois estes são muito leves ( $m_e = 0.511$  MeV). Em um gás, por exemplo, os elétrons têm uma trajetória errática. Ao contrário das demais partículas, em cada

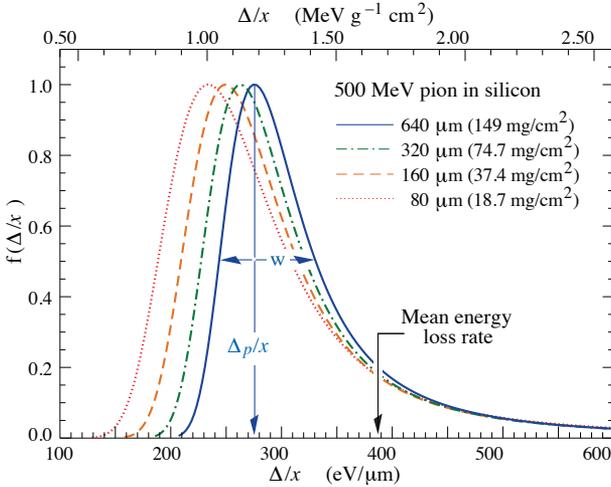


Figura 5: Distribuições de probabilidade de transferência de energia ( $\Delta$ ) por unidade de comprimento ou espessura de massa (eixos horizontais) de píons incidindo em silício, para diferentes espessuras do alvo. As distribuições são normalizadas à unidade nos valores mais prováveis ( $\Delta_P$ ). Os valores médios são significativamente menores devido a colisões frontais, com grande transferência de energia.

Fonte: Particle Data Group.

colisão com os átomos, os elétrons perdem uma fração considerável da sua energia.

Um complicador adicional é o fato de as partículas envolvidas serem idênticas: após a colisão, é impossível distinguir entre o elétron incidente e o ejetado do átomo, o que implica uma interpretação diferente da probabilidade de transferência de energia. Após a colisão, um elétron adquire energia cinética  $E_{\text{kin}}$ , enquanto o outro tem energia  $E - m_e c^2 - E_{\text{kin}}$ , onde  $E$  é a energia do elétron incidente. O valor máximo da energia transferida, nesse caso, é  $\frac{1}{2}(E - m_e c^2) \approx \gamma m_e c^2$ . A perda de energia de elétrons por ionização pode ser aproximada pela expressão <sup>3</sup>

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left( \ln \frac{\gamma m_e c^2}{2I} - \beta^2 - \frac{\delta^*}{2} \right), \quad (2)$$

<sup>3</sup>Particle detectors, C. Grupen e B. Shwartz

onde  $\delta^*$  tem um valor diferente do que aparece na Eq. 1. A expressão para pósitrons é ligeiramente diferente devido ao fato de haver aniquilação com os elétrons atômicos quando a energia incidente é baixa.

### 3.1 Emissão de radiação e produção direta

Há também outros modos pelos quais os elétrons perdem energia: o *bremstrahlung* e a produção direta de pares  $e^+e^-$ . A seção de choque de *bremstrahlung* varia de acordo com o inverso do quadrado da massa da partícula,  $d\sigma_{\text{brem}} \propto 1/m^2$ . Nas colisões com os átomos, os elétrons sofrem a ação do campo elétrico dos núcleos, o que causa a emissão de radiação. Como a massa dos elétrons é muito pequena, o *bremstrahlung* é responsável por uma fração significativa da perda de energia.

O *bremstrahlung* pode ocorrer também na interação do elétron incidente com o campo criado pelos elétrons atômicos, embora com seção de choque pequena comparada com a da interação com o núcleo. Em ambos os casos, no entanto, a amplitude da emissão de radiação está diretamente relacionada com a produção de pares por simetria de *crossing*, como podemos ver nos diagramas de Feynman da Fig. 6. Os dois processos envolvem a interação com o campo Coulombiano do átomo e o acoplamento entre um fóton real e um par de elétrons (fótons não distinguem elétrons de pósitrons), os vértices  $\gamma ee$  e  $e\gamma e$ .

O núcleo sofre um pequeno recuo, pois o momento linear é conservado. Mas o fato de o recuo do núcleo ser muito sutil implica a emissão de fótons em ângulos muito próximos à direção de voo do elétron incidente, uma característica marcante do *bremstrahlung*. Argumentos de natureza semelhante se aplicam ao processo correlato de conversão de fótons em pares  $e^+e^-$ , em que as partículas são produzidas em pequenos ângulos em relação à direção de voo dos fótons.

Depois dos elétrons, os múons são as partículas mais leves ( $m = 105.7$  MeV). Isso significa que os múons perdem cerca de 40000 vezes menos energia por *bremstrahlung* que os elétrons (os múons não participam das interações fortes, e em cada colisão perdem uma minúscula fração de energia, o que explica o fato de poderem atravessar grandes quantidades de matéria). Para as demais partículas carregadas, a emissão de radiação só é relevante no regime ultra-relativístico. A perda total de energia de elétrons (e pósitrons) é, portanto, a soma de duas contribuições, expressa na Eq. 3.

$$\left(\frac{dE}{dx}\right) = \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{col}} + \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad}}. \quad (3)$$

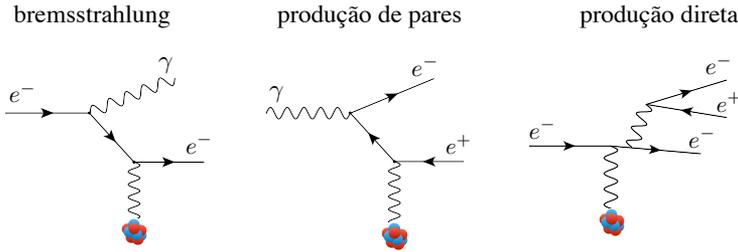


Figura 6: Diagramas de Feynman para o *bremsstrahlung* e para a produção de pares  $e^+e^-$ . As amplitudes dos dois processos estão diretamente relacionadas por simetria de crossing.

Na Eq. 3, a fração de cada contribuição depende tanto da energia dos elétrons como do número atômico do material, e é dada aproximadamente por

$$\frac{(dE/dx)_{\text{rad}}}{(dE/dx)_{\text{col}}} \simeq \frac{E[\text{MeV}]Z}{700}.$$

Na Fig. 7, os processos que podem ocorrer na interação de elétrons e pósitrons com a matéria estão representados em função da energia incidente, tomando o chumbo como exemplo. Abaixo de 10 MeV, aproximadamente, a perda de energia é amplamente dominada pela ionização. Acima desse valor, o *bremsstrahlung* é o mecanismo principal. Em torno de 8 MeV, a perda em colisões inelásticas se iguala à perda por emissão de radiação. O valor da energia para o qual essa igualdade ocorre é chamado *energia crítica*, e tem valores distintos para cada partícula.

A interação de elétrons e pósitrons de alta energia ( $E > 8$  MeV) com a matéria está relacionada à interação de fótons com energia maior que algumas dezenas de MeV, para os quais a produção de pares é o processo físico dominante. O *comprimento de radiação*,  $X_0$ , usualmente expresso em  $\text{g}/\text{cm}^2$ , é uma espessura de material característica desses processos. O comprimento de radiação é definido como a distância média percorrida por um elétron até que sua energia seja reduzida por um fator  $1/e$ , e

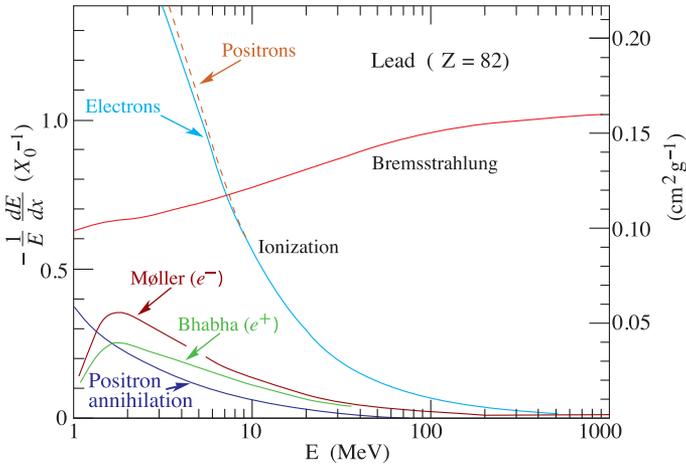


Figura 7: Perda de energia de elétrons. Os diversos processo são mostrados. O valor aproximado da energia crítica é 8 MeV. A partir dessa energia, o bremsstrahlung é o mecanismo dominante.

Fonte: Particle Data Group.

possui um valor distinto para cada tipo de material. Sua expressão foi derivada por Y. S. Tsai <sup>4</sup>:

$$\frac{1}{X_0} = r_e^2 4\alpha Z^2 \frac{N_A}{A} \ln \frac{183}{Z^{1/3}}. \quad (4)$$

No regime de energias em que a perda por ionização pode ser ignorada, a perda por *bremsstrahlung* é dada por

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad}} = \frac{E}{X_0}, \quad (5)$$

de forma que para elétrons com energia inicial  $E_0$ , a perda média de energia após atravessar uma espessura  $X$  é

$$\langle E \rangle = E_0 e^{-X/X_0}. \quad (6)$$

Há, no entanto, um efeito que suprime a seção de choque de *bremsstrahlung* em energias ultra-relativísticas. Em 1950, Landau, Pomeranchuk e Migdal (LPM) previram que elétrons de altíssima energia atravessando meios densos emitiriam menos radiação devido à interferência causada por

<sup>4</sup>Rev. Mod. Phys. 46, 815 (1974)

espalhamento múltiplo. O momento longitudinal transferido do elétron ao núcleo é muito pequeno. O Princípio de Incerteza faz com que a transferência de energia se estenda por uma distância significativa. Consequentemente, a hipótese de uma sequência de colisões individuais não mais se aplica. O elétron interage simultaneamente com muitos núcleos, o que produz uma interferência destrutiva que reduz a amplitude total. O efeito LPM é observado também em materiais de baixo número atômico, e é um ingrediente importante usado na simulação de chuveyros aéreos extensos.

A produção direta de pares  $e^+e^-$  pode ser ignorada para elétrons, mas para múons é o mecanismo dominante no regime ultra-relativístico (energias da ordem de TeV), com uma seção de choque que varia entre 1.3 e 1.5 vezes o valor da seção de choque de *bremsstrahlung*.<sup>5</sup> É, portanto, um ingrediente indispensável no tratamento de múons produzidos na interação de raios cósmicos com a atmosfera.

O tratamento analítico exato da produção direta é bastante complexo. Para o desenho de detectores, no entanto, uma boa estimativa da perda de energia é suficiente. Uma expressão aproximada para uma partícula de massa  $M$  em unidades de comprimento de radiação é<sup>5</sup>

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{dir}} = E \frac{8\alpha}{3} \frac{7}{9} \frac{1}{X_0} \frac{m_e}{M} \quad (7)$$

É interessante notar que a probabilidade de produção direta de pares torna-se menor para partículas mais pesadas. No caso dos múons, a expressão aproximada da perda de energia é

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{dir}} \simeq E \frac{7.32 \times 10^{-5}}{X_0} \quad (8)$$

## 4 Fótons

Fótons interagem com a matéria de várias maneiras, mas apenas três são relevantes para a sua detecção. Em baixas energias, os fótons são absorvidos pelos átomos, causando o efeito fotoelétrico (fotoabsorção). Fótons com energias mais altas interagem ou com os núcleos atômicos (Fig. 6) ou com a nuvem eletrônica, dando origem a pares elétron-pósitron. Em ambos os casos os fótons incidentes desaparecem. Em uma pequena faixa

<sup>5</sup>M.J.Tannembaum, NIM **A300**, 595 (1991)

de energias intermediárias (alguns MeV), o processo dominante é o espalhamento Compton,  $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$ . Nesse caso, o fóton incidente sobrevive, transferindo uma fração de sua energia a um elétron atômico. Outras formas de os fótons interagirem com a matéria podem ocorrer, como o espalhamento Rayleigh, em que o fóton interage como átomo como um todo, sem transferência de energia, ou então reações fotonucleares ( $\sigma_{\text{g.d.r.}}$ ), quando os núcleos se fragmentam. São processos sem relevância na Física de Altas Energias. Um feixe de fótons, portanto, perde intensidade (número de fótons) ao atravessar a matéria, seja por absorção ou por espalhamento, mas a energia dos fótons que sobrevivem permanece inalterada.

A seção de choque dos diferentes processos está mostrada na Fig. 8, em função da energia da radiação incidente. Uma representação simplificada, contendo apenas os três processos dominantes, está ilustrada na Fig. 9, onde as regiões de cada contribuição são computadas em função do número atômico, em um amplo espectro de energia. As linhas que delimitam as regiões representam as combinações de energia do fóton e número atômico do material para as quais as seções de choque são iguais. Para materiais de baixo  $Z$ , o efeito Compton é importante em uma extensa faixa de energias, que se reduz a um estreito intervalo em materiais de alto número atômico.

## 4.1 Efeito fotoelétrico

Na fotoabsorção, a conservação do momentum (elétrons livres não podem absorver fótons) requer a presença de um terceiro ator: o núcleo atômico, que sofre um recuo quando um elétron é emitido após o átomo absorver o fóton. Devido à proximidade deste terceiro ator, a seção de choque da camada K, a mais interna, corresponde a cerca de 80% do total para fótons com energia superior à energia da camada. A seção de choque apresenta descontinuidades, claramente observáveis na Fig. 8, quando a energia do fóton ultrapassa a energia de ligação de uma camada atômica. A energia do fóton,  $E_\gamma = h\nu$ , é totalmente transferida a um elétron do orbital 1s, que é ejetado com energia cinética  $E_{\text{cin}} = E_\gamma - E_B$  ( $E_B =$  energia de ligação do elétron).

Na seqüência, a vaga aberta pelo elétron ejetado da camada K é preenchida por um elétron de uma das camadas mais externas. Na transição da camada L para a camada K, o átomo emite um fóton (fóton  $K\alpha$ ), na frequência do raio-X, cuja energia é igual à diferença entre as energias dos dois níveis envolvidos na transição. Uma fração da energia do fóton  $K\alpha$  pode ser transferida a um elétron atômico de uma camada mais externa.

Esse elétron é expelido junto com o fóton  $K\alpha$ ,  $\gamma + \text{átomo} \rightarrow \text{átomo}^* + e^-$ ,  $\text{átomo}^* \rightarrow \text{átomo} + e^- + \gamma$ . Esse é o efeito Auger.

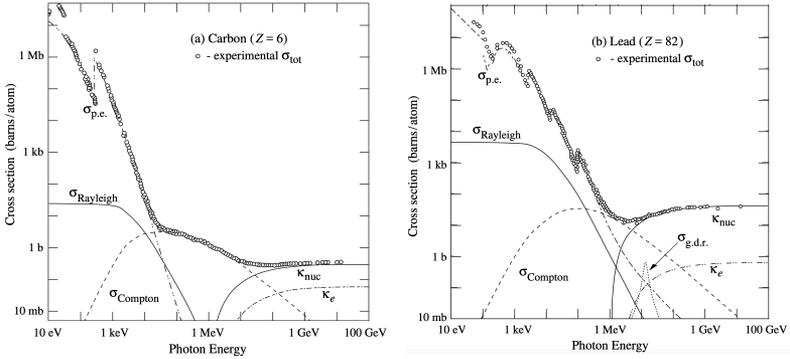


Figura 8: Os súbitos aumentos na seção de choque de fotoabsorção,  $\sigma_{\text{p.e.}}$ , correspondem aos limiares dos vários níveis de energia atômicos. Em altas energias, a criação de pares pode ocorrer via interação do fóton com o campo do núcleo,  $\kappa_{\text{nuc}}$ , ou dos elétrons atômicos,  $\kappa_e$ . O espalhamento Compton tem uma contribuição significativa em energias intermediárias, sobretudo para elementos leves.

Fonte: Particle Data Group.

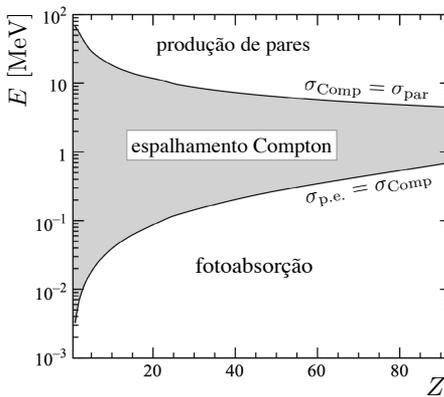


Figura 9: Regiões no plano número atômico vs. energia do fóton onde cada processo é dominante. As linhas que delimitam as regiões são os pontos de mesma seção de choque.

Fonte: H. Bichsel e H. Schindler, Particle Physics Reference Library, volume 2.

Não há uma única expressão para a seção de choque de fotoabsorção que cubra todo o espectro de energias dos fótons. Para energias baixas, uma expressão aproximada é

$$\sigma_{\text{p.e.}} = \left(\frac{32}{\varepsilon^7}\right)^{1/2} \alpha^4 Z^5 \sigma_{Th} \text{ [cm}^2/\text{atomo}], \quad (9)$$

onde  $\varepsilon \equiv E_\gamma m_e c^2$  e  $\sigma_{Th}$  é a seção de choque de Thomsom (espalhamento elástico de fótons por elétrons). Em energias mais altas, a seção de choque de fotoabsorção tem uma dependência na energia muito mais suave,

$$\sigma_{\text{p.e.}} = 4\pi r_e^2 Z^5 \frac{1}{\varepsilon} \text{ [cm}^2/\text{atomo}]. \quad (10)$$

## 4.2 Espalhamento Compton

No espalhamento Compton, o fóton incidente transfere uma fração de sua energia a um elétron atômico com pequena energia de ligação. A energia do fóton é muito maior que as energias de ligação, de forma que, em uma ótima aproximação, o elétron atômico pode ser considerado uma partícula livre e em repouso. O espalhamento Compton foi o processo físico que confirmou a hipótese de Einstein sobre o caráter corpuscular da luz.

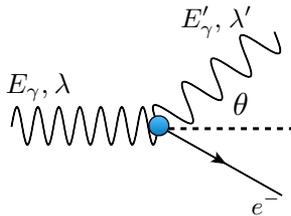


Figura 10: O espalhamento Compton é uma reação inelástica. Um fóton de energia  $E_\gamma$  e comprimento de onda  $\lambda$  é espalhado em um ângulo  $\theta$ , transferindo parte de sua energia a um elétron atômico.

Vamos considerar um fóton com 4-momentum  $(E_\gamma/c, \mathbf{k})$ , colidindo com um elétron inicialmente em repouso. A energia de ligação do elétron é muito menor que a do fóton e é ignorada. Após a colisão, o elétron adquire energia cinética  $T$  e momentum  $\mathbf{p}$ . Usando

$$E_\gamma = h/\lambda, \quad E'_\gamma = h/\lambda', \quad k = h/(c\lambda),$$

a conservação da energia e momentum implica

$$E_\gamma + mc^2 = E'_\gamma + T + mc^2, \quad \mathbf{p} = \mathbf{k} - \mathbf{k}',$$

$$\frac{h}{\lambda} + mc^2 = \frac{h}{\lambda'} + \sqrt{(\mathbf{pc})^2 + (mc^2)^2}, \quad \mathbf{p}^2 = (\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2 = k^2 + k'^2 - 2kk' \cos \theta.$$

O comprimento de onda do fóton espalhado é dado por

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta).$$

A quantidade  $h/mc$  é conhecida como o comprimento de onda Compton do elétron.<sup>6</sup>

A seção de choque diferencial é dada pela fórmula de Klein-Nishina,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(E_\gamma, E'_\gamma) = \frac{r_e^2}{2} \left( \frac{E'_\gamma}{E_\gamma} \right)^2 \left[ \frac{E_\gamma}{E'_\gamma} - \frac{E'_\gamma}{E_\gamma} - \sin^2 \theta \right].$$

Definindo  $\varepsilon = E_\gamma/mc^2$ , temos

$$\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} = \frac{1}{1 + \varepsilon(1 + \cos \theta)}.$$

A seção de choque total para o espalhamento Compton é obtida integrando a seção de choque diferencial acima,

$$\sigma_{\text{Comp}} = \sigma_{\text{Th}} \frac{3}{8\epsilon} Z \left[ \left( 1 - \frac{2(\varepsilon + 1)}{\varepsilon^2} \right) \ln(2\varepsilon + 1) + \frac{1}{2} + \frac{4}{\epsilon} - \frac{1}{2(2\varepsilon + 1)^2} \right].$$

Quando a energia do fóton incidente é muito pequena comparada com o comprimento de onda Compton do elétron, o que equivale a  $\varepsilon \rightarrow 0$ , a energia do fóton espalhado se aproxima da do fóton incidente. A seção de choque Compton se reduz à seção de choque Thomsom,  $\sigma_{\text{Th}}$ .

No limite de energias muito baixas, o fóton incidente pode também interagir com o átomo como um todo, processo conhecido como espalhamento Rayleigh, ou espalhamento coerente, uma vez que o fóton interage coerentemente com todos os elétrons atômicos.

---

<sup>6</sup>O comprimento de onda Compton de uma partícula é equivalente ao comprimento de onda de um fóton cuja energia é igual à massa de repouso da partícula.

### 4.3 Produção de pares

A produção de pares  $e^+e^-$  é o processo dominante na interação de fótons com a matéria em altas energias, e resulta da interação envolvendo o núcleo atômico. O campo Coulombiano da nuvem eletrônica também pode ocasionar a produção de pares, mas a probabilidade é muito pequena comparada com a produção pela interação com o núcleo. A energia mínima do fóton deve ser

$$E_\gamma > 2m + 2\frac{m^2}{M_{\text{nuc}}}, \quad E_\gamma \gtrsim 2m$$

A blindagem do campo elétrico do núcleo pelos elétrons atômicos é um efeito importante. Sendo  $E_+$  e  $E_-$  as energias do pósitron e do elétron, respectivamente, a blindagem é parametrizada como

$$\xi = \frac{100mc^2}{Z^{1/3}} \frac{E_\gamma}{E_+E_-}$$

No caso de mínima blindagem, a seção de choque total de produção de pares é

$$\sigma_{\text{par}} = 4\alpha r_e^2 Z^2 \left( \frac{7}{9} \ln 2\varepsilon - \frac{109}{54} \right), \quad \varepsilon = \frac{E_\gamma}{mc^2} \quad (11)$$

Na blindagem máxima, a seção de choque é dada por

$$\sigma_{\text{par}} = 4\alpha r_e^2 Z^2 \left( \frac{7}{9} \ln \frac{183}{Z^{1/3}} - \frac{1}{54} \right) \quad (12)$$

A equação acima representa o limite de fótons de altas energias. Ignorando o termo  $1/54$ , a forma assintótica da seção de choque de produção de pares é

$$\sigma_{\text{par}} \simeq \frac{7}{9} 4\alpha r_e^2 Z^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}} \simeq \frac{7}{9} \frac{A}{N_A} \frac{1}{X_0} \quad (13)$$

A probabilidade de produção de pares está mostrada na Fig. 11, em função da energia do fóton e de diferentes materiais. Em meios com alto  $Z$ , a probabilidade atinge 100% para fótons com energia de algumas centenas de MeV. Os pares  $e^+e^-$  são produzidos em ângulos pequenos. Em média, os pósitrons carregam uma energia ligeiramente superior à dos elétrons devido à repulsão do campo nuclear.

Um feixe com intensidade inicial  $I_0$ , após percorrer uma distância  $x$ , terá intensidade  $I(x) = I_0 e^{-\mu x}$ , onde o parâmetro  $\mu$  ( $[\text{cm}^2/\text{g}]$ ) é o *coeficiente de atenuação de massa*, uma grandeza característica de cada substância e que varia com a energia da radiação incidente. O coeficiente

de atenuação está relacionado à seção de choque dos diversos processos físicos na interação de fótons com a matéria, e é uma medida de quão intensamente uma substância absorve ou espalha a luz:

$$\mu = \frac{N_A}{A} \sum_i \sigma_i = \frac{N_A}{A} \sigma_{\text{tot}} \simeq \frac{N_A}{A} (\sigma_{\text{p.e.}} + \sigma_{\text{Comp}} + \sigma_{\text{par}}). \quad (14)$$

O coeficiente de atenuação de massa é o inverso do *livre caminho médio*, ou seja, a distância média percorrida pelo fóton entre duas interações sucessivas.

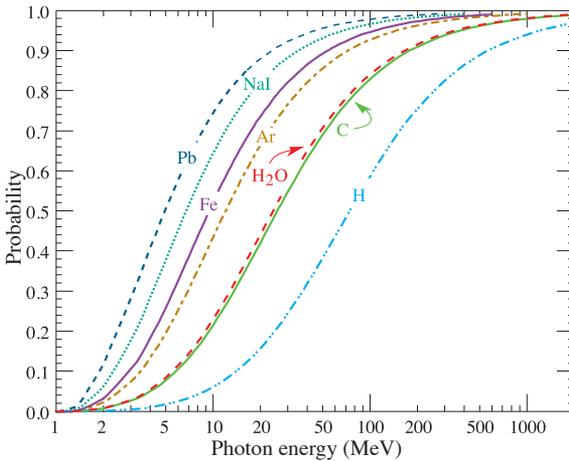


Figura 11: Probabilidade de conversão de um fóton em um par  $e^+e^-$  em função da energia do fóton, para vários materiais.

Fonte: Particle Data Group.

## 5 Radiação Čerenkov

A equação de Bethe-Bloch (Eq. 1) descreve acuradamente a perda média de energia de partículas carregadas mais pesadas que o elétron quando atravessam qualquer tipo de material. Ela é aplicável para partículas relativísticas *ma non troppo*. No regime ultra-relativístico (energias da ordem de TeV), no entanto, a perda de energia prevista é superestimada, especialmente para meios densos. O tratamento originalmente feito por H. Bethe parte da premissa de que a energia perdida resulta da soma incoerente de uma sequência de colisões envolvendo partícula incidente e

apenas um elétron de um único átomo. Vimos que a componente transversal campo elétrico de uma partícula ultra-relativística se torna mais e mais intenso à medida que a velocidade aumenta (Fig. 1). Nesse regime, efeitos coletivos se manifestam, reduzindo a perda de energia estimada. Essa é a origem do termo  $\delta(\gamma\beta)$  na Eq. 1. A radiação Čerenkov é um dos efeitos coletivos causados pela passagem de partículas muito rápidas em meios densos.

Nada se propaga com velocidade maior que a da luz no vácuo. Em um meio material, no entanto, a velocidade da luz depende do índice de refração,  $v = c/n(\omega)$ , onde  $\omega$  é a frequência da luz. O índice de refração da água, por exemplo, é aproximadamente 1.33 nas frequências da luz visível, e ligeiramente maior para fótons UV. Na água (ou em outros meios), uma partícula carregada pode se propagar com velocidade maior que a da luz. Quando isso ocorre, há emissão de radiação Čerenkov. O fenômeno é uma “onda de choque” luminosa.

Na Fig. 12 duas situações estão ilustradas. À esquerda, uma partícula carregada se propaga com velocidade menor que a da luz no meio. A resposta do meio é uma polarização que acompanha a trajetória da partícula e que se desfaz incoerentemente. Mas quando a velocidade da partícula supera a da luz no meio (à direita), a despolarização se torna um processo coerente, que vem acompanhado da emissão de radiação. Os fótons são emitidos em um ângulo bem definido em relação à trajetória da partícula:

$$\cos \theta_C = \frac{1}{\beta n(\omega)}$$

Um múon com energia 1 GeV ( $\beta \sim 0.994$ ) se propagando na água (índice de refração  $\sim 1.33$ ), causará emissão de luz Čerenkov em um ângulo de cerca de  $40^\circ$ . Se a velocidade da partícula for exatamente igual ao limiar, os fótons serão emitidos na mesma direção de voo da partícula. No limite  $\beta \rightarrow 1$ , ângulo máximo é dado por

$$\theta_C^{\max} = \cos^{-1} \left( \frac{1}{n(\omega)} \right)$$

A detecção da radiação Čerenkov é um dos principais métodos de identificação de partículas, como é ilustrado a Fig. 13 (dados do experimento LHCb, do CERN). Em geral, nos experimentos em aceleradores são usados materiais com índice de refração ligeiramente superior à unidade, como o perfluorobutano ( $C_4F_{10}$ ,  $n \sim 1.0014$  a uma pressão de 430 Pa). Nesses casos, os ângulos de emissão são muito pequenos, da ordem de miliradianos.

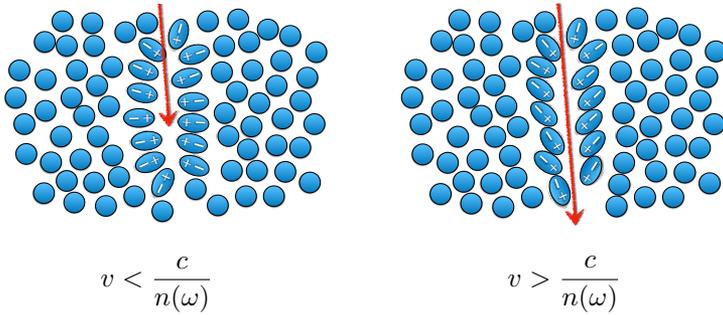
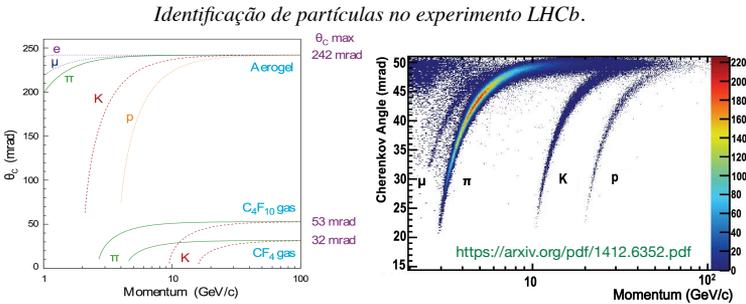


Figura 12: A passagem de uma partícula carregada provoca polarização do meio. Se for não relativística (esquerda) a polarização de desfaz de forma incoerente. Mas se a velocidade for maior que a da luz no meio, a polarização se desfaz de forma coerente.



Valores esperados do ângulo de emissão. O ângulo cresce muito rapidamente com a energia até atingir um valor constante.

Performance de um dos detectores Čerenkov do LHCb. Medindo o momentum e o ângulo de emissão, determina-se a massa da partícula

Figura 13: Dependência do ângulo de emissão de radiação Čerenkov com o momentum. Dados do experimento LHCb.

Para um detector com comprimento  $L$ , a energia irradiada por ângulo sólido  $\Omega$  e em um intervalo de frequência entre  $\omega$  e  $\omega + d\omega$  é dado por <sup>7</sup>

$$\xi(\theta) = \frac{\omega L}{2\beta c} (1 - \beta n(\omega) \cos \theta).$$

<sup>7</sup>W.R. Leo, Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, Springer (1994)

Para  $L$  suficientemente grande,  $\sin \xi/\xi \rightarrow \delta(1 - \beta n(\omega) \cos \theta)$ , o que implica a radiação ser emitida num ângulo bem definido. A perda de energia por unidade de comprimento é obtida integrando a Eq. 15 no ângulo sólido e no intervalo de frequências para o qual a condição  $\beta > c/n(\omega)$  é satisfeita.

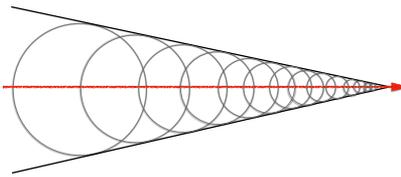
$$\frac{d^2 E}{d\omega d\Omega} = \frac{\alpha \hbar}{c} n(\omega) \beta^2 \sin^2 \theta \left[ \frac{\omega L}{2\pi\beta c} \frac{\sin \xi(\theta)}{\xi(\theta)} \right]^2, \quad (15)$$

Um termo similar a  $(\sin \xi/\xi)^2$  aparece também na equação que descreve a difração de Fraunhofer, e, no caso da radiação Čerenkov, modula a intensidade que possui um máximo acentuado em  $\cos \theta = (\beta n)^{-1}$  seguido de picos menores.

A emissão de radiação Čerenkov corresponde a uma fração minúscula da energia que a partícula incidente transfere ao meio. Tipicamente, um número pequeno de fótons é produzido:

$$\frac{dN}{dx} = 2\pi\alpha \sin^2 \theta_C \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{d\lambda}{\lambda^2},$$

o que equivale a  $475 \sin^2 \theta_C$  fótons/cm. As flutuações são grandes, inevitavelmente. Um espectro de emissão típico está mostrado na Fig. 14.



A radiação Čerenkov é uma onda de choque sonora. A partícula (linha vermelha) sempre antecede as frentes de ondas (círculos). Os fótons são emitidos numa direção perpendicular à superfície do cone com eixo na trajetória da partícula.

O espectro da radiação Čerenkov. A intensidade máxima ocorre na região do ultra-violeta

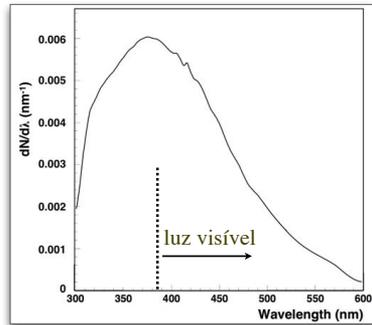


Figura 14: A radiação Čerenkov é emitida em um ângulo que depende da velocidade e o índice de refração do meio. Um espectro típico é mostrado à direita.

## 6 Múons ultra-relativísticos

Partículas muito energéticas são produzidas nas colisões de raios cósmicos com moléculas da atmosfera. Em energias suficientemente altas, a emissão de radiação passa a ser o principal mecanismo de perda de energia, para todos os tipos de partículas carregadas, superando a ionização.

Para múons ultrarrelativísticos, a perda de energia é parametrizada pela expressão <sup>8</sup>

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = a(E) + b(E)E, \quad (16)$$

onde o termo  $a(E)$  representa a contribuição da ionização (Eq. 1) e  $b(E)$  é basicamente a soma da produção direta de pares  $e^+e^-$  e *bremstrahlung*, com uma pequena participação de reações fotonucleares. As contribuições de cada processo para o termo  $b(E)$  estão mostradas na Fig. 15, para múons incidindo em ferro (*Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **78**, 183 - 2001).

Até serem parados, múons com energia inicial  $E_0$  percorrem, em média, uma distância  $x_0$  ( $x_0$  da ordem de centenas de metros) dada por

$$x_0 \approx \frac{1}{b} \ln \left( 1 + \frac{E_0}{E_{\mu c}} \right), \quad E_{\mu c} = \frac{a}{b}. \quad (17)$$

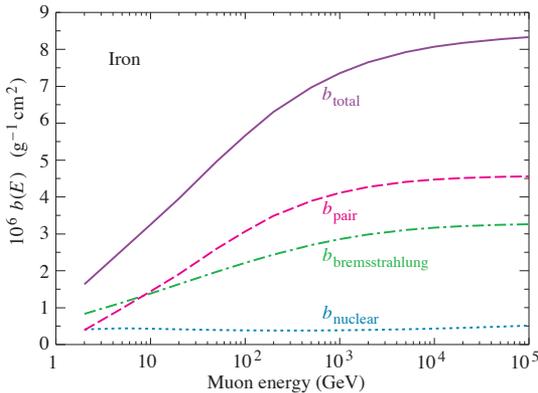


Figura 15: Contribuição dos processos que compõem o termo  $b(E)$  da Eq. 16, em função da energia dos múons.

Fonte: Particle Data Group.

<sup>8</sup>P. H. Barrett et al., Rev. Mod. Phys. 24, 3, 133 (1952).

A perda de energia por ionização é aproximadamente constante para múons ultra-relativísticos,  $a \approx 0.002 \text{ GeVg}^{-1}\text{cm}^2$ . O termo  $b(E)E$  é o dominante para múons com energias da ordem de algumas centenas de GeV.

Na Fig. 16 vemos a distribuição de perda média de energia em função da energia do múon para diferentes materiais. A ionização tende a um fator constante, enquanto as perdas por emissão de radiação crescem exponencialmente com a energia.

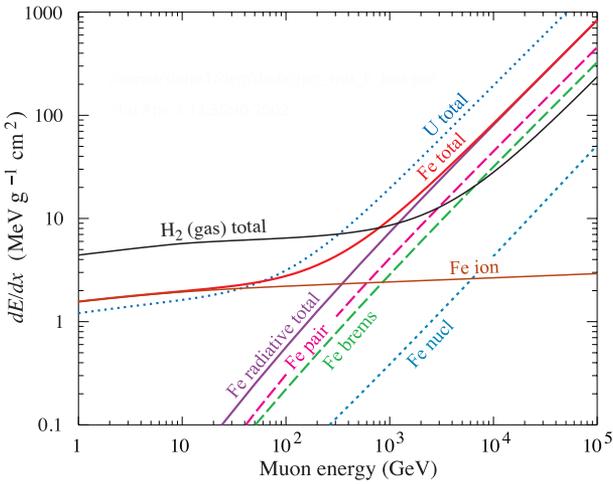


Figura 16: Perda média de energia de múons em função da energia para diferentes materiais.

Fonte: Particle Data Group.

NOTAS DE FÍSICA é uma pré-publicação de trabalho original em Física. Pedidos de cópias desta publicação devem ser enviados aos autores ou ao:

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas  
Área de Publicações  
Rua Dr. Xavier Sigaud, 150 – 4<sup>o</sup> andar  
22290-180 – Rio de Janeiro, RJ  
Brasil  
E-mail: [alinecd@cbpf.br](mailto:alinecd@cbpf.br)/[valeria@cbpf.br](mailto:valeria@cbpf.br)  
<http://portal.cbpf.br/publicacoes-do-cbpf>

NOTAS DE FÍSICA is a preprint of original unpublished works in Physics.

Requests for copies of these reports should be addressed to:

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas  
Área de Publicações  
Rua Dr. Xavier Sigaud, 150 – 4<sup>o</sup> andar  
22290-180 – Rio de Janeiro, RJ  
Brazil  
E-mail: [alinecd@cbpf.br](mailto:alinecd@cbpf.br)/[valeria@cbpf.br](mailto:valeria@cbpf.br)  
<http://portal.cbpf.br/publicacoes-do-cbpf>