ISSN 0101-9201

CBPF - CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS
Rio de Janeiro

Notas de Física CBPF-NF-013/11
August 2011

Algoritmo para constantes de estrutura
Algoritmo por konstantoj de strukturo

F.M. Paiva & A.F.F. Teixeira

Ministério da
Ciência, Tecnologia
e Inovação

Algoritmo para constantes de estrutura Algoritmo por konstantoj de strukturo

F.M. Paiva

Departamento de Física, Unidade Humaitá II, Colégio Pedro II

Rua Humaitá 80, 22261-040 Rio de Janeiro-RJ, Brasil; fmpaiva@cbpf.br

A.F.F. Teixeira

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

22290-180 Rio de Janeiro-RJ, Brasil; teixeira@cbpf.br

24–a de aŭgusto, 2011

Resumo

Em uma álgebra de Lie n-dimensional, valores numéricos aleatórios são atribuídos por computador a $n(n-1)$ constantes de estrutura selecionadas por especificado critério. Então um algoritmo é criado, que calcula sem ambiguidade as demais constantes sujeitas às condições de Jacobi. Diferentemente dos outros, este algoritmo é apropriado mesmo para computador pessoal pequeno.

En n-dimensia algebro de Lie, hazardaj numeraj valoroj estas asignitaj per komputilo al $n(n-1)$ speciale elektitaj konstantoj de strukturo. Tiam algoritmo estas kreita, kalkulante senambigue la ceterajn konstantojn obeante kondiĉojn de Jacobi. Malsimile al aliaj algoritmoj, tiu ĉi taŭgas eĉ al malpotenca komputilo.

1 Enkonduko

Bonkonate, bazaj vektoroj e_i de n-dimensia algebro de Lie obeas regulon [1, paĝo 383]

1 Introdução

Como é bem conhecido, os vetores de base e_i de uma álgebra de Lie $n-$dimensional obedecem uma regra [1, pág. 383]

$$[e_i, e_j]_- = C_{ij}{}^k e_k \,, \tag{1}$$

kie indicoj varias de 1 al n, kaj kie konstantoj de strukturo $C_{ij}{}^k$ estas antisimetriaj en malsupraj indicoj: $C_{ij}{}^k = -C_{ji}{}^k$. Tiu antisimetrio permesas skribi nur konstantojn $C_{ij}{}^k$ havantaj $i < j$. Plue, ili devas obei kondiĉojn de Jacobi

onde os índices variam de 1 a n, e onde as constantes de estrutura $C_{ij}{}^k$ são antissimétricas nos índices inferiores: $C_{ij}{}^k = -C_{ji}{}^k$. Essa antissimetria permite-nos escrever somente as constantes $C_{ij}{}^k$ com $i < j$. Ademais, elas devem obedecer às condições de Jacobi

$$C_{ij}{}^l C_{kl}{}^m + C_{jk}{}^l C_{ij}{}^m + C_{ki}{}^l C_{jl}{}^m = 0 \,. \tag{2}$$

Tiuj kondiĉoj estas antisimetriaj en la 3 indicoj i, j, k, do ili agas se nur $n \geq 3$.

Se $n = 1$, tiam la algebro havas nur 1 bazan vektoron, kaj ĝia nura konstanto de strukturo estus ${C_{11}}^1$, nula.

Se $n = 2$, tiam 2 konstantoj de strukturo povas ekzisti, sendependaj kaj ne-nulaj: ${C_{12}}^1$ kaj ${C_{12}}^2$.

Se $n = 3$, tiam 9 ne-nulaj konstantoj de strukturo povas ekzisti: ${C_{12}}^m$, ${C_{13}}^m$, ${C_{23}}^m$, kun $m = 1, 2, 3$. Tamen la 3 kondiĉoj de Jacobi

Essas condições são antissimétricas nos 3 índices i, j, k, portanto elas atuam somente se $n \geq 3$.

Se $n = 1$, então a álgebra tem apenas 1 vetor de base, e sua única constante de estrutura seria ${C_{11}}^1$, nula.

Se $n = 2$, então duas constantes de estrutura podem ocorrer, independentes e não-nulas: ${C_{12}}^1$ e ${C_{12}}^2$.

Se $n = 3$, então 9 constantes de estrutura não-nulas podem ocorrer: ${C_{12}}^m$, ${C_{13}}^m$, ${C_{23}}^m$, com $m = 1, 2, 3$. Porém as 3 condições de Jacobi

$$ {C_{12}}^k {C_{3k}}^m + {C_{23}}^k {C_{1k}}^m + {C_{31}}^k {C_{2k}}^m = 0\,, \quad m = 1, 2, 3 \tag{3} $$

reduktas tiujn 9 konstantojn al nur 6 sendependaj.

Se $n = 4$, tiam 24 ne-nulaj konstantoj de strukturo povas ekzisti: ${C_{12}}^m$, ${C_{13}}^m$, ${C_{14}}^m$, ${C_{23}}^m$, ${C_{24}}^m$, ${C_{34}}^m$, estante $m = 1, 2, 3, 4$. Kaj la kondiĉoj de Jacobi nun estas 16:

reduzem aquelas 9 constantes a apenas 6 independentes.

Se $n = 4$ então podem ocorrer 24 constantes de estrutura não-nulas: ${C_{12}}^m$, ${C_{13}}^m$, ${C_{14}}^m$, ${C_{23}}^m$, ${C_{24}}^m$, ${C_{34}}^m$, sendo $m = 1, 2, 3, 4$. E as condições de Jacobi agora são 16:

$$ \begin{aligned} {C_{12}}^k {C_{3k}}^m + {C_{23}}^k {C_{1k}}^m + {C_{31}}^k {C_{2k}}^m &= 0\,, \\ {C_{12}}^k {C_{4k}}^m + {C_{24}}^k {C_{1k}}^m + {C_{41}}^k {C_{2k}}^m &= 0\,, \\ {C_{13}}^k {C_{4k}}^m + {C_{34}}^k {C_{1k}}^m + {C_{41}}^k {C_{3k}}^m &= 0\,, \\ {C_{23}}^k {C_{4k}}^m + {C_{34}}^k {C_{2k}}^m + {C_{42}}^k {C_{3k}}^m &= 0\,, \end{aligned} \tag{4} $$

kun $m = 1, 2, 3, 4$. Ni povus pensi, ke tiuj 16 kondiĉoj reduktas la 24 konstantojn de strukturo al nur $24 - 16 = 8$ sendependaj, sed tio ne veriĝas. Fakte, nur 12 el tiuj kondiĉoj estas sendependaj, tiom reduktante de 24 al $24 - 12 = 12$ la nombron de sendependaj konstantoj de strukturo.

Tiu ĉi artikolo montras, ke en n-dimensia algebro de Lie, la plejgranda nombro de konstantoj de strukturo kies numerajn valorojn oni povas hazarde asigni estas $n(n-1)$. Por tio, ni prezentas algoritmon malkovrante neambigue la pluajn $\frac{1}{2}n(n-1)(n-2)$ konstantojn de strukturo, kondiĉe ke tiuj $n(n-1)$ konstantoj estas konvene elektitaj.

Antaŭe verki la okazon de arbitra n, la sekvanta sekcio analizas detale la okazon $n = 4$. Tiu analizo montras kiel sinsekvaj sistemoj de

com $m = 1, 2, 3, 4$. Nós poderíamos pensar que essas 16 condições reduzem as 24 constantes de estrutura a somente $24 - 16 = 8$ independentes, mas isso não é verdade. De fato, somente 12 daquelas condições são independentes, assim reduzindo de 24 para $24 - 12 = 12$ o número de constantes de estrutura independentes.

Este artigo mostra que, em uma álgebra de Lie $n-$dimensional, o número máximo de constantes de estrutura cujos valores numéricos se pode arbitrariamente designar é $n(n-1)$. Para tal, apresentamos um algoritmo que descobre sem ambiguidade as restantes $\frac{1}{2}n(n-1)(n-2)$ constantes de estrutura, contanto que aquelas $n(n-1)$ constantes sejam convenientemente escolhidas.

Antes de trabalharmos o caso de n arbitrário, a seção seguinte analisa em detalhe o caso $n = 4$. Essa análise mostra de que modo

n linearaj ekvacioj por n variabloj aperas kaj estas solvitaj, laŭlonge la algoritmo.

sucessivos sistemas de n equações lineares para n incógnitas surgem e são resolvidas, ao longo do algoritmo.

2 Se $n = 4$

Ni interkonsentas la jenan notacion por kondiĉoj de Jacobi:

2 Se $n = 4$

Nós convencionamos a seguinte notação para as condições de Jacobi:

$$J_{abc}{}^m := \left(C_{ab}{}^k C_{ck}{}^m + C_{bc}{}^k C_{ak}{}^m + C_{ca}{}^k C_{bk}{}^m = 0 \right) \ ; \tag{5}$$

kaj ni profitas ilian antisimetrion por uzi nur ekvaciojn $J_{abc}{}^m$ kun $a < b < c$.

Ni vidu kio okazas en 4-dimensia algebro de Lie se ni asignas hazardajn numerajn valorojn por konstantoj de strukturo havante malsupran indicon 1. Tiam la 12 konstantoj $C_{1j}{}^k$ kun $j = 2, 3, 4$ kaj $k = 1, 2, 3, 4$ estos numeroj, ekde tie ĉi.

Skribu la 4 ekvaciojn $J_{123}{}^m$:

e aproveitamos a antissimetria delas para usarmos somente as equações $J_{abc}{}^m$ com $a < b < c$.

Vamos ver o que ocorre em uma álgebra de Lie 4-dimensional se designarmos valores numéricos aleatórios para as constantes de estrutura contendo um índice inferior 1. Então as 12 constantes $C_{1j}{}^k$ com $j = 2, 3, 4$ e $k = 1, 2, 3, 4$ serão números, a partir de aqui.

Escreva as 4 equações $J_{123}{}^m$:

$$\begin{aligned}
J_{123}{}^1 : \quad & \alpha_0 + \alpha_m C_{23}{}^m + \alpha_5 C_{24}{}^1 + \alpha_6 C_{34}{}^1 &=& \ 0, \\
J_{123}{}^2 : \quad & \beta_0 + \beta_m C_{23}{}^m + \beta_5 C_{24}{}^2 + \beta_6 C_{34}{}^2 &=& \ 0, \\
J_{123}{}^3 : \quad & \gamma_0 + \gamma_m C_{23}{}^m + \gamma_5 C_{24}{}^3 + \gamma_6 C_{34}{}^3 &=& \ 0, \\
J_{123}{}^4 : \quad & \delta_0 + \delta_m C_{23}{}^m + \delta_5 C_{24}{}^4 + \delta_6 C_{34}{}^4 &=& \ 0,
\end{aligned} \tag{6}$$

kie $m = 1, 2, 3, 4$ kaj grekaj simboloj estas numeroj. Ni rimarkas, ke tiuj 4 ekvacioj estas linearaj por ĉiuj konstantoj $C_{ij}{}^k$ kun $i \neq 1$. Ni solvas tiujn 4 ekvaciojn $J_{123}{}^m$ por la 4 konstantoj $C_{23}{}^m$. Tiuj ĉi fariĝas linearaj kombinoj de la 8 konstantoj $C_{24}{}^m$ kaj $C_{34}{}^m$:

onde $m = 1, 2, 3, 4$ e os símbolos gregos são números. Notamos que essas 4 equações são lineares em todas as constantes $C_{ij}{}^k$ com $i \neq 1$. Resolvemos essas 4 equações $J_{123}{}^m$ para as 4 constantes $C_{23}{}^m$. Estas se tornam combinações lineares das 8 constantes $C_{24}{}^m$ e $C_{34}{}^m$:

$$\begin{aligned}
C_{23}{}^1 &= \epsilon_0 + \epsilon_m C_{24}{}^m + \epsilon_{m+4} C_{34}{}^m, \\
C_{23}{}^2 &= \eta_0 + \eta_m C_{24}{}^m + \eta_{m+4} C_{34}{}^m, \\
C_{23}{}^3 &= \iota_0 + \iota_m C_{24}{}^m + \iota_{m+4} C_{34}{}^m, \\
C_{23}{}^4 &= \kappa_0 + \kappa_m C_{24}{}^m + \kappa_{m+4} C_{34}{}^m,
\end{aligned} \tag{7}$$

kie $m = 1, 2, 3, 4$ kaj grekaj simboloj estas numeroj. Ni metas esprimojn (7) de $C_{23}{}^m$ en la 4 ekvacioj $J_{124}{}^m$, kaj refoje ricevas linearecon por $C_{24}{}^p$ kaj $C_{34}{}^q$:

onde $m = 1, 2, 3, 4$ e os símbolos gregos são números. Levamos as expressões (7) de $C_{23}{}^m$ às 4 equações $J_{124}{}^m$, e obtemos novamente linearidade em $C_{24}{}^p$ e $C_{34}{}^q$:

$$
\begin{array}{rrcl}
J_{124}{}^{1}: & \lambda_0 + \lambda_m C_{24}{}^{m} + \lambda_{m+4} C_{34}{}^{m} & = & 0, \\
J_{124}{}^{2}: & \mu_0 + \mu_m C_{24}{}^{m} + \mu_{m+4} C_{34}{}^{m} & = & 0, \\
J_{124}{}^{3}: & \nu_0 + \nu_m C_{24}{}^{m} + \nu_{m+4} C_{34}{}^{m} & = & 0, \\
J_{124}{}^{4}: & \pi_0 + \pi_m C_{24}{}^{m} + \pi_{m+4} C_{34}{}^{m} & = & 0,
\end{array}
\tag{8}
$$

kie $m = 1, 2, 3, 4$ kaj la grekaj simboloj estas numeroj. Ni solvas tiujn 4 ekvaciojn por ricevi la 4 variablojn $C_{24}{}^{m}$, kiuj fariĝas linearaj kombinoj de la 4 variabloj $C_{34}{}^{m}$:

onde $m = 1, 2, 3, 4$ e os símbolos gregos são números. Resolvemos estas 4 equações para obter as 4 variáveis $C_{24}{}^{m}$, que se tornam combinações lineares das 4 variáveis $C_{34}{}^{m}$:

$$
\begin{array}{rcl}
C_{24}{}^{1} = \rho_0 + \rho_m C_{34}{}^{m} & , & C_{24}{}^{2} = \sigma_0 + \sigma_m C_{34}{}^{m}, \\
C_{24}{}^{3} = \tau_0 + \tau_m C_{34}{}^{m} & , & C_{24}{}^{4} = \phi_0 + \phi_m C_{34}{}^{m},
\end{array}
\tag{9}
$$

kie $m = 1, 2, 3, 4$ kaj la grekaj simboloj estas numeroj. Fine, ni metas tiujn kombinojn de $C_{34}{}^{m}$ en la 4 kondiĉoj de Jacobi $J_{134}{}^{m}$, kaj solvas la linearajn ekvaciojn. Tiel ni ricevas la numerajn valorojn de la 4 konstantoj $C_{34}{}^{m}$. Sekve, ni returne kalkulas la valorojn de $C_{24}{}^{m}$ uzante (9), kaj de $C_{23}{}^{m}$ uzante (7).

onde $m = 1, 2, 3, 4$ e os símbolos gregos são números. Finalmente, levamos essas combinações de $C_{34}{}^{m}$ nas 4 condições de Jacobi $J_{134}{}^{m}$, e resolvemos as equações lineares. Assim obtemos os valores numéricos das 4 constantes $C_{34}{}^{m}$. Em seguida, obtemos retroativamente os valores de $C_{24}{}^{m}$ usando (9), e os de $C_{23}{}^{m}$ usando (7).

Oni vidas, ke la serio de la algoritmo por $n = 4$ estis

Vê-se que a sequência do algoritmo para $n = 4$ foi

$$
\{C_{1j}{}^{m}\} \to J_{123}{}^{m} \to C_{23}{}^{m} \to J_{124}{}^{m} \to C_{24}{}^{m} \to J_{134}{}^{m} \to C_{34}{}^{m}\,, \tag{10}
$$

kaj la serio de finaj kalkuloj de dependaj konstantoj de strukturo estis

e a sequência de cálculos finais das constantes de estrutura dependentes foi

$$
C_{34}{}^{m} \to C_{24}{}^{m} \to C_{23}{}^{m}\,. \tag{11}
$$

Se ni metas la 12 numerajn valorojn asignitaj por konstantoj $C_{1j}{}^{m}$, kaj la 12 numerajn valorojn ricevitajn por la aliaj $C_{ij}{}^{m}$, en iu ajn el la 4 kondiĉoj de Jacobi ne uzitaj, $J_{234}{}^{m}$, ni ricevos $0 = 0$.

Se levarmos os 12 valores numéricos designados às constantes $C_{1j}{}^{m}$, e os 12 valores numéricos obtidos para as demais $C_{ij}{}^{m}$, em qualquer das 4 condições de Jacobi não usadas, $J_{234}{}^{m}$, obteremos $0 = 0$.

3 Por arbitra n

Kondiĉoj de Jacobi (5) estas kvadrataj en konstantoj de strukturo. Tial, ricevi numerajn valorojn de konstantoj de n-dimensia algebro de Lie, ekde numeraj valoroj de kelkaj

3 Para n arbitrário

As condições de Jacobi (5) são quadráticas nas constantes de estrutura. Assim, obter os valores numéricos das constantes de uma álgebra de Lie n-dimensional, a partir dos valores numéricos konstantoj hazarde elektitaj, estas longtempa verko, ordinare. Tamen, antaŭa sekcio sugestas simplan kaj efikan algoritmon por, poste konvena elekto de preciza nombro de konstantoj, ricevi la numerajn valorojn de ceteraj konstantoj.

En tiu algoritmo, unue ni aranĝas la konstantojn de strukturo $C_{ab}{}^m$ laŭ ordo pligrandiĝanta en la malsupraj indicoj:

de algumas constantes escolhidas ao acaso, é um trabalho demorado, em geral. Entretanto, a seção anterior sugere um algoritmo simples e eficiente para, depois de uma escolha apropriada de certo número de constantes, se obter os valores numéricos das demais constantes.

Nesse algoritmo, nós primeiro ordenamos as constantes de estrutura $C_{ab}{}^m$ por ordem crescente nos índices inferiores:

$$C_{12}{}^m,\, C_{13}{}^m,\, \dots,\, C_{1n}{}^m,\, C_{23}{}^m,\, C_{24}{}^m,\, \dots,\, C_{2n}{}^m, \dots\dots,\, C_{(n-1)n}{}^m\,, \tag{12}$$

kaj simile aranĝas la kondiĉojn de Jacobi $J_{abc}{}^m$:

e semelhantemente ordenamos as condições de Jacobi $J_{abc}{}^m$:

$$J_{123}{}^m,\, J_{124}{}^m,\, \dots,\, J_{12n}{}^m,\, J_{134}{}^m,\, \dots,\, J_{13n}{}^m,\, \dots\dots,\, J_{1(n-1)n}{}^m. \tag{13}$$

Ekde tie ĉi, la algoritmo procedas kiel en antaŭa sekcio: unue ni faras komputilon asigni hazardajn numerajn valorojn por la $n(n-1)$ konstantoj de strukturo $C_{1b}{}^m$, kaj metas tiujn valorojn en la n ekvacioj de Jacobi $J_{123}{}^m$. Poste ni solvas tiujn linearajn ekvaciojn por la n variabloj $C_{23}{}^m$, kaj tiel pluen.

Do la serio de la algoritmo estas

A partir daqui, o algoritmo prossegue como na seção anterior: nós primeiro fazemos um computador atribuir valores numéricos aleatórios para as $n(n-1)$ constantes de estrutura $C_{1b}{}^m$, e levamos esses valores às n equações de Jacobi $J_{123}{}^m$. Depois resolvemos essas equações lineares para as n variáveis $C_{23}{}^m$, e assim por diante.

A sequência do algoritmo é então

$$\begin{aligned}\{C_{1b}{}^m\} &\to J_{123}{}^m \to C_{23}{}^m \to J_{124}{}^m \to C_{24}{}^m \to \dots \to J_{12n}{}^m \to C_{2n}{}^m \to J_{134}{}^m \to C_{34}{}^m \to \\ &\to J_{135}{}^m \to C_{35}{}^m \to \dots \to J_{13n}{}^m \to C_{3n}{}^m \to \dots\ \dots \to J_{1(n-1)n}{}^m \to C_{(n-1)n}{}^m\,.\end{aligned} \tag{14}$$

Havante la numerajn valorojn de konstantoj $C_{(n-1)n}{}^m$, ni sekve kalkulas la valorojn de ceteraj konstantoj en inversa ordo:

Tendo os valores numéricos das constantes $C_{(n-1)n}{}^m$, nós calculamos sequencialmente os valores das demais constantes na ordem inversa:

$$C_{23}{}^m \leftarrow \dots \leftarrow C_{(n-3)(n-1)}{}^m \leftarrow C_{(n-3)n}{}^m \leftarrow C_{(n-2)(n-1)}{}^m \leftarrow C_{(n-2)n}{}^m \leftarrow C_{(n-1)n}{}^m. \tag{15}$$

Por kontroli, ni metas valorojn de la sendependaj kaj dependaj konstantoj en iu ajn ekvacio de Jacobi $J_{abc}{}^m$ kun $a \neq 1$; ni devas ricevi $0 = 0$.

Tiu ĉi algoritmo evidentigas, ke la maksimuma nombro de sendependaj konstantoj de strukturo de n-dimensia algebro de Lie, kaj la responda nombro de dependaj konstantoj, estas

Para conferir, nós levamos os valores das constantes independentes e dependentes a qualquer das equações de Jacobi $J_{abc}{}^m$ com $a \neq 1$; devemos obter $0 = 0$.

Este algoritmo evidencia que o número máximo de constantes de estrutura independentes em uma álgebra de Lie n-dimensional, e o correspondente número de constantes dependentes, é

$$n(n-1)\,, \quad n{C_n}^2 - n(n-1) = \frac{1}{2}n(n-1)(n-2)\,, \tag{16}$$

respektive. Ankaŭ, la nombro de sendependaj kaj dependaj kondiĉoj de Jacobi estas, respektive,

respectivamente. Ainda, o número de condições de Jacobi independentes e de dependentes é, respectivamente,

$$\frac{1}{2}n(n-1)(n-2)\,, \quad n{C_n}^3 - \frac{1}{2}n(n-1)(n-2) = \frac{1}{6}n(n-1)(n-2)(n-3). \tag{17}$$

4 Komentoj

La algoritmo prezentita tie ĉi solvas sinsekve, $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ foje, sistemojn de nur n linearaj ekvacioj por n variabloj. Tiu algoritmo multe taŭgas al persona komputilo, eĉ de malgranda kapablo.

Vere, estas maniero matematike pli rektmetoda por ricevi la konstantojn de strukturo pendantaj de la $n(n-1)$ konstantoj, elektitaj kiel ni faris tie ĉi. Tiu alia maniero profitas, ke ĉiuj $\frac{1}{2}n(n-1)(n-2)$ ekvacioj ${J_{1bc}}^m$ estas linearaj por ĉiuj $\frac{1}{2}n(n-1)(n-2)$ konstantoj ${C_{ab}}^r$ kun $a > 1$. Do, se la $n(n-1)$ konstantoj ${C_{1b}}^r$ estas donitaj, tiu alia maniero bezonas solvi nur 1 sistemon de $\frac{1}{2}n(n-1)(n-2)$ linearaj ekvacioj. Malfeliĉe, se n estas granda, tiu elefanta kalkulaĵo ordinare estas pluen la kapablo de disponebla persona komputilo.

4 Comentários

O algoritmo aqui apresentado resolve sucessivamente, $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ vezes, sistemas de somente n equações lineares para n variáveis. Esse algoritmo é bem apropriado para computador pessoal, mesmo de pequena capacidade.

Em verdade, há um modo matematicamente mais direto para se ter as constantes de estrutura dependentes das $n(n-1)$ constantes escolhidas como fizemos aqui. Esse outro método aproveita que todas as $\frac{1}{2}n(n-1)(n-2)$ equações ${J_{1bc}}^m$ são lineares para todas as $\frac{1}{2}n(n-1)(n-2)$ constantes ${C_{ab}}^r$ com $a > 1$. Então, se as $n(n-1)$ constantes ${C_{1b}}^r$ forem dadas, este outro modo precisa resolver somente 1 sistema de $\frac{1}{2}n(n-1)(n-2)$ equações lineares. Infelizmente isto geralmente está além da capacidade do computador pessoal disponível.

Citaĵoj

Referências

[1] J.F. Cornwell, *Group theory in physics*, 2 volumes, Academic Press (1984).

NOTAS DE FÍSICA é uma pré-publicação de trabalho original em Física.
Pedido de cópias desta publicação deve ser enviado aos autores ou ao:

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas
Área de Publicações
Rua Dr. Xavier Sigaud, 150 – 4º andar
22290-180 – Rio de Janeiro, RJ
Brasil
E-mail: socorro@cbpf.br/valeria@cbpf.br
http://www.biblioteca.cbpf.br/index_2.html

NOTAS DE FÍSICA is a preprint of original unpublished works in Physics.
Request for copies of this report should be addressed to:

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas
Área de Publicações
Rua Dr. Xavier Sigaud, 150 – 4º andar
22290-180 – Rio de Janeiro, RJ
Brazil
E-mail: socorro@cbpf.br/valeria@cbpf.br
http://www.biblioteca.cbpf.br/index_2.html