

NOTAS DE FÍSICA

VOLUME XII

Nº 9

DISTRIBUTIONS DES ESPACEMENTS DES RESONANCES  
ET VALEURS DES COEFFICIENTS DE CORRELATION  
ENTRE LES DIFFERENTS PARAMETRES

par

S. de Barros, P. L. Chevion, J. Julien,  
J. Morgenstern, C. Samour et .H. Jackson

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

Av. Wenceslau Braz, 71

RIO DE JANEIRO

1966

DISTRIBUTIONS DES ESPACEMENTS DES RESONANCES  
ET VALEURS DES COEFFICIENTS DE CORRELATION  
ENTRE LES DIFFERENTS PARAMETRES

S. de Barros

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Rio de Janeiro

P. L. Chevion, J. Julien

J. Morgenstern, C. Samour

Service de Physique Nucléaire à Basse Energie  
Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay - France

H. Jackson

Argonne National Laboratory - U.S.A.

(Réçu le 13 Decembre, 1966)

INTRODUCTION

L'étude des distributions des espacements entre résonances et le calcul des coefficients de corrélation entre espacements adjacents ou autre est valable si un échantillon statistique suffisant de niveaux est disponible. Les progrès réalisés tant dans l'amélioration des conditions expérimentales que dans les méthodes d'analyse permettent maintenant la comparaison des résultats expérimentaux et des prédictions théoriques (1 à 16).

Les distributions employées pour adapter les histogrammes ex-

périmentaux sont déduites des relations suivantes: (Wigner distributions)

$$p(x) = \frac{\pi}{2} x \exp\left(-\frac{\pi}{4} x^2\right) \quad (1)$$

pour une famille de spin

$$p(W) = \frac{\pi}{2} x \left[ \frac{R^3}{(1+R)^3} \exp\left(-\frac{\pi}{4} \left(\frac{R}{1+R}\right)^2 x^2 \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\pi}{2} x \frac{1}{1+R}\right)\right]\right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{(1+R)^3} \exp\left(-\frac{\pi}{4} \left(\frac{1}{1+R}\right)^2 x^2 \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\pi}{2} x \frac{R}{1+R}\right)\right]\right) + \right. \\ \left. + \frac{2R}{1+R^2} \exp\left(-\frac{\pi}{4} \frac{1+R^2}{(1+R)^2} x^2\right) \right] \quad (2)$$

avec

$$x = \frac{D}{\langle D \rangle} \quad \text{et} \quad R = \frac{\langle D \rangle_{I+1/2}}{\langle D \rangle_{I+1/2}}$$

Pour deux familles de spin, R étant égal au rapport  $\frac{I}{(I+1)}$ , I spin du noyau cible.

On présente les résultats pour quelques noyaux (Au, Tm, Pt, Ag) soit considérés isolément, soit groupés. La signification des résultats obtenus sera discutée en fonction des méthodes expérimentales.

## II - RESULTATS

### IIa) Distributions pour un même noyau (I = 1/2) de deux populations

Les figures I et II représentent respectivement les histo-

grammes expérimentaux du  $^{169}\text{Tm}$ , et de  $^{197}\text{Au}$ , et leur comparaison avec les distributions théoriques. On peut constater que le nombre des faibles espacements est compatible avec la courbe théorique à l'opposé des résultats obtenus pour d'autres noyaux (17). Ceci est dû à des conditions expérimentales meilleures et en particulier aux méthodes d'analyse. Le nombre des espacements pour l'Or est 63 et pour le Thulium 94. Le pas le plus faible choisi est  $x = 0,1$  si  $x \leq 0,1$  histogrammes changent peu. Pour le Thulium dans ce cas, un plus faible espacement serait nécessaire mais pour ce noyau nous estimons ne pas détecter entre 5 et 8 niveaux. Cela expliquerait le nombre important de grands espacements de l'histogramme de ce noyau. Pour l'Or le nombre de niveaux non détectés sera égal à 1 ou nul pour le domaine d'énergie considéré. Nous étudierons plus loin l'incidence des niveaux omis dans l'interprétation des résultats expérimentaux.

### IIb) Distribution résultant d'un mélange de populations supérieures à deux.

Les figures 3 et 4 représentent les histogrammes obtenus en combinant les résonances du  $^{169}\text{Tm}$  et du Pt pour deux domaines d'énergie 0-760 eV, 0-550 eV. Dans le domaine d'énergie 0-550 eV le nombre de niveaux non détectés est faible et le nombre de faibles espacements croît sensiblement. Il est vrai qu'à faible énergie les méthodes d'analyse et la résolution expérimentale permettent de mettre en évidence les doublets plus aisément. La courbe 4 révèle toutefois un nombre important d'espacements pour la va

leur  $x = 1$ . Il faut combiner beaucoup de populations pour obéir à la distribution au hasard  $e^{-x}$ . La figure 5 représente les distributions intégrées de la courbe 3. La figure 6 représente l'histogramme obtenu en combinant les résonances du Pt.

La figure 10 représente l'histogramme obtenu en combinant les résonances de l'Ag, Tm, Pt. Le nombre des faibles espacements  $X < 0.1$  est grand mais il y a un manque d'espacements  $X \sim 0,20$  et un trop grand nombre d'espacements  $X \sim 0,6$ . Le nombre total de résonances était égal à 288. Le nombre de niveaux de l'Ag croissant avec l'énergie ne permet pas de combiner des populations d'espacement moyen respectif à peu près égal.

### IIIc) Influence des niveaux omis

L'obtention de résultats significatifs exige des échantillons de 100 niveaux au moins. Un tel chiffre ne peut être atteint sans omettre des niveaux.

D'abord le pas choisi pour tracer l'histogramme peut fournir des résultats bizarres. La figure 7 représente l'histogramme de  $^{238}\text{U}$  dans le domaine d'énergie 0, 3200 eV le pas choisi étant voisin de 0,25. La courbe de Wigner a une population adaptée bien les résultats expérimentaux ( $I = 1/2$  pour  $^{238}\text{U}$ ). Si nous choisissons un pas deux fois plus petit, le nouvel histogramme est entièrement différent: deux pics apparaissent. Nous traçons maintenant le même histogramme pour les domaines d'énergie  $1200 \text{ eV} < E < 2250 \text{ eV}$  et  $3200 \text{ eV} > E > 2250 \text{ eV}$  (fig. 8). Les

deux pics apparaissent séparément cela pour des valeurs de  $x$  sensiblement doubles. La résolution dans le domaine 2200 eV - 3200 eV est insuffisants pour détecter tous les niveaux, aussi la valeur  $\langle D \rangle = 17$  eV est très différente du  $\langle D \rangle$  expérimental pour cet intervalle d'énergie; le maximum vers  $x = 1$  est donc déplacé vers  $x \sim 2$  et la résolution étant mauvaise on ne peut plus distinguer des doublets d'où un nombre nul des faibles espacements. Dans le domaine d'énergie 1200 eV - 2250 eV la valeur  $\langle D \rangle$  choisie est en fait plus élevée que celle effective pour cet intervalle; le maximum est donc situé à une valeur  $x = \frac{D_i}{\langle D \rangle}$  plus faible que la valeur  $x \sim 1$  ici environ 0,7. Il est donc nécessaire avant d'interpréter des résultats, d'analyser des données sûres. Les figures 3 et 4 montrent comme les histogramme peuvent être différents même pour un faible nombre de niveaux omis.

Même en supposant que la résolution expérimentale est suffisante comparée à la largeur totale  $\Gamma$  et l'espacement moyen  $D$ , il faut envisager le cas de non détection de niveaux très rapprochés. Ainsi pour 100 niveaux détectés et pour un noyau cible de spin  $I = 3/2$  le nombre d'espacements  $D_i < 0.05 \langle D \rangle$  sera de l'ordre de deux. Si  $D = 15$  eV, on a  $D_i = 0,075$  eV. Il est plus probable (distribution de Porter et Thomas) d'avoir deux résonances peu intenses rapprochées. Une faible résonance voisine d'une résonance intense sera très difficile aussi à mettre en évidence. Certains exemples ont déjà été cités (18.19). On peut conclure en disant qu'il n'est guère possible actuellement de détecter plus de 100 niveaux avec une perte de 1 ou 2 niveaux. Une manière-

re de connaître la sensibilité de mise en évidence des niveaux rapprochés est d'étudier simultanément des noyaux ayant des résonances très voisines et d'analyser les données pour connaître ce seuil de détection. Les résultats expérimentaux concordent bien avec ceux déduits de courbes simulées à l'aide d'ordinateur.

### III) Conclusion

Il est difficile de connaître si les formalismes proposés rendent bien compte des résultats expérimentaux.

Il semble lorsqu'on dispose de données sûres, mais peu nombreuses malheureusement que les distributions de Wigner à 1 et 2 populations soient vérifiées convenablement.

### III - COEFFICIENT DE CORRELATION

La valeur du coefficient de corrélation  $p$  pour des espacements adjacents, est:

$$p = \frac{\sum X_i X_{i+1}}{\sum X_i^2}$$

avec

$$X_i = \frac{D_i}{\langle D \rangle} - 1$$

L'erreur sur  $p$  est  $\frac{1-p^2}{\sqrt{n}} = \Delta p$ .

Leff a calculé les valeurs de  $p$  pour un mélange de deux populations et différentes valeurs du rapport  $\alpha = D_{I+1/2}/D_{I-1/2}$ :

$$\begin{aligned} \alpha = 1/3 & & p = - 0,19 \\ \alpha = 3/5 & & p = - 0,26 \\ \alpha = 1 & & p = - 0,29 \end{aligned}$$

 $^{169}\text{Tm}$ 

La valeur de  $p$  a été calculée pour différents domaines d'énergie

Domaine énergie	$p$	$\Delta p$	$\sum X_i^2$	Nb niveaux
0 360 eV	- 0,11	$\pm 0,14$	24	50
0 548 eV	- 0,175	$\pm 0,11$	39,6	70
0 760 eV	- 0,14	$\pm 0,10$	47	95

Si la valeur de  $p$  réelle est - 0,19, la valeur de  $p$  sera très sensible au chargement d'un produit  $X_i X_{i+1}$  si la quantité  $\sum X_i^2$  du dénominateur est faible. En effet si la quantité  $\sum X_i X_{i+1}$  varie par exemple de 0,7 la valeur de  $p$  passe de - 0,11 à 0,06 dans le cas du  $^{169}\text{Tm}$  pour la domaine d'énergie 0,360 eV. La tendance de  $p$  à rester négative et voisine de - 0,15 et cela pour un nombre de niveaux omis très faible semble indiquer que la valeur réelle de  $p$  est de cet ordre de grandeur (la valeur théorique étant  $p = - 0,19$ ).

 $^{197}\text{Au}$ 

Pour ce noyau la probabilité de manquer 1 niveau est très faible. On trouve  $p = - 0,22 \pm 0,12$  dans le domaine d'énergie 0 = = 980 eV.

Les valeurs des spins étant connues pour un grand nombre de ré

sonances on s'est efforcé de trouver la valeur du spin des autres en séparant les niveaux en deux groupes de spin 1 et 2 tout en s'efforçant de trouver  $\rho = -0,25$  ou une valeur voisine. Les résultats sont représentés dans la table I. En particulier pour la famille de résonances  $J = 1$ , il était essentiel qu'une résonance soit située vers l'énergie de 930 eV pour obtenir une valeur  $\rho$  convenable. Cette résonance a été détectée récemment en employant un écran d'Or d'épaisseur 3 centimètres. Sans cette résonance la valeur  $\rho$  pour l'ensemble des résonances était de  $-0,10$  seulement. Ceci est encore un exemple de la sensibilité de  $\rho$  au nombre total de niveau considérés et au nombre de ceux omis.

#### Mélange de plusieurs populations

La valeur de  $\rho$  pour l'ensemble des résonances mélangées de l'Ag, Tm et Pt est égal à  $-0,09 \pm 0,06$ .

#### CONCLUSION

Le calcul du coefficient de corrélation  $\rho$  est très délicat et il semble difficile de tirer des conclusions significatives des résultats expérimentaux. Ces derniers même s'ils sont corrects sont encore en nombre suffisant et ceci est vrai aussi pour les distributions des espacements.

TABLE I

Essai d'attribution de la valeur du spin en s'imposant une valeur du coefficient de corrélation  $p$  égale à  $-0,25$ .

$E_0$ (eV)	J = 2	$E_0$ (eV)	J = 1
4,9	2	58	1
<u>46,5</u>		78,4	1
60,3	2	144,2	1
107	2	163	1
<u>122</u>		190	1
151,2	2	262	1
165	2	330	
<u>209</u>		375	
240,3	2	<u>401</u>	
255		440	1
273		490	1
293,1	2	549	1
329	2	561	
355	2	587	
370,7	2	629	
381,5	2	686	
<u>400</u>		696	1
451	2	760	1
477	2	774	1
494	2	814	
534	2	<u>930</u>	non vue (détectée 1966)
		961	1
579	2	1040	
603	2		
617	2		
625			
639	2		
<u>660</u>			
699	2		
716	2		
<u>738</u>			
784	2		
796	2		
820	2		
825	2		
864			
879			
<u>932</u>	2		
984	2		
988,5	2		
995,6	2		
<u>1050</u>			

Les énergies soulignées (46,5 par exemple) signifient que ces résonances jouent un rôle essentiel dans le calcul de  $p$ . Le symbole x400eV signifie que dans la colonne de l'autre valeur de spin il y a une résonance d'énergie voisine et que la permutation est possible.

LEGENDE DES FIGURES

- Fig. 1 - Histogramme expérimental des espacements du  $^{169}\text{Tm}$  pour un domaine d'énergie 0-750 eV et comparaison avec la distribution au hasard  $e^{-x}$  et les distributions de Wigner à deux populations, représentant le rapport des espacements moyens  $I = 1/2$   $\alpha = 1/3$   $I = 3/2$   $\alpha = 5/8$ .
- Fig. 2 - Histogramme expérimental des espacements de l'Or  $^{197}\text{Au}$  pour un domaine d'énergie 0 - 900 eV et comparaison avec les mêmes courbes théoriques que pour  $^{169}\text{Tm}$ .
- Fig. 3 - Histogramme expérimental des espacements obtenus en combinant les niveaux du  $^{169}\text{Tm}$  et du Pt pour un domaine énergie 0-760 eV.
- Fig. 4 - Identique à la figure 3, le domaine d'énergie étant 0-550 eV.
- Fig. 5 - Distribution intégrale des espacements de la figure 3 et comparaison avec la loi au hasard  $e^{-x}$  et la distribution intégrale de Wigner à deux populations ( $\alpha = 9/11$ ).
- Fig. 6 - Histogramme des espacements du Pt.
- Fig. 7 - Histogramme des espacements de  $^{238}\text{U}$  pour  $0 < E < 3200$  eV.
- Fig. 8 - Même histogramme que 7 mais avec un pas deux fois moindre.
- Fig. 9 - Histogramme avec le même pas que la figure 8 mais pour deux domaines d'énergie.
- Fig.10 - Histogramme exponentiel obtenu en combinant les niveaux de  $^{107}\text{Ag}$   $^{109}\text{Ag}$   $^{169}\text{Tm}$  Pt dans un domaine d'énergie 0 - 760 eV.

\* \* \*

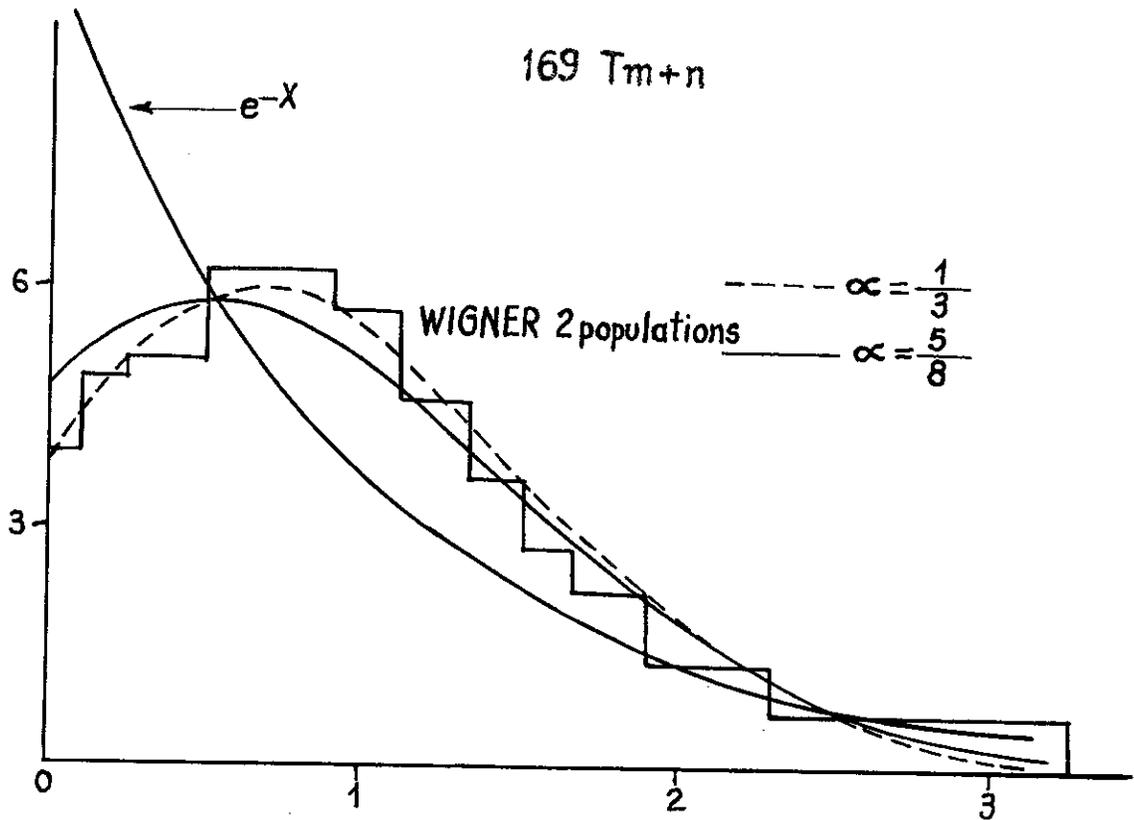


Fig. 1

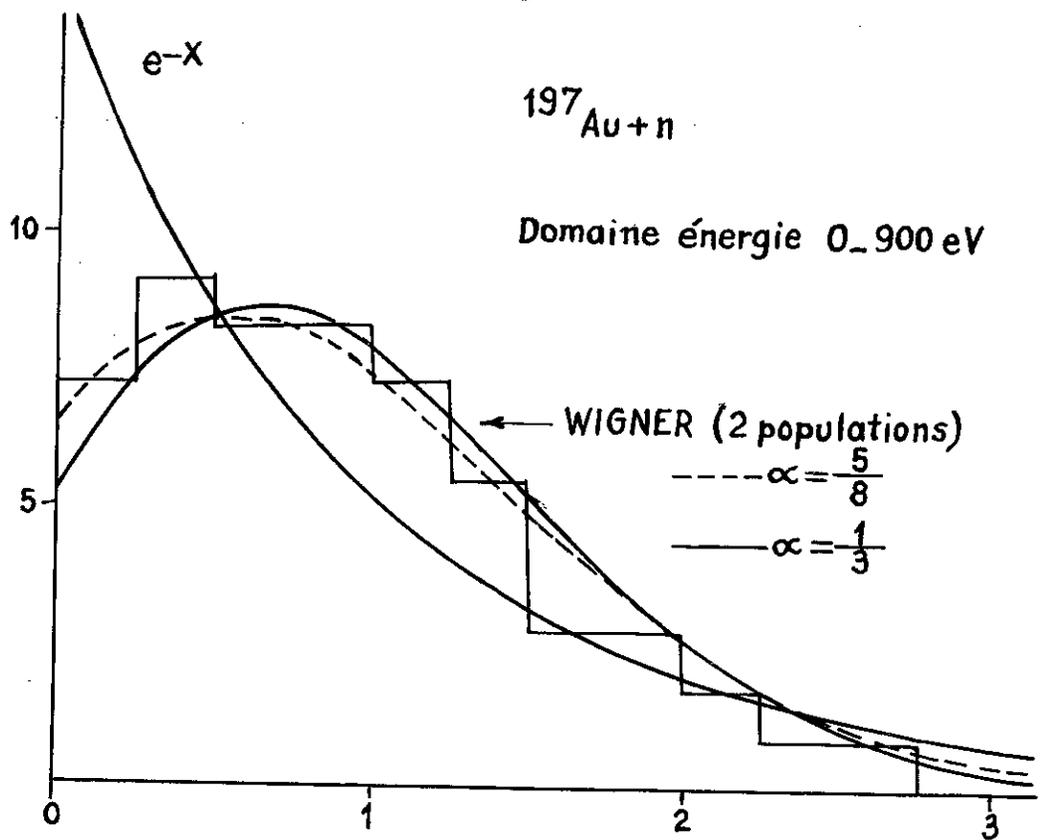


Fig. 2

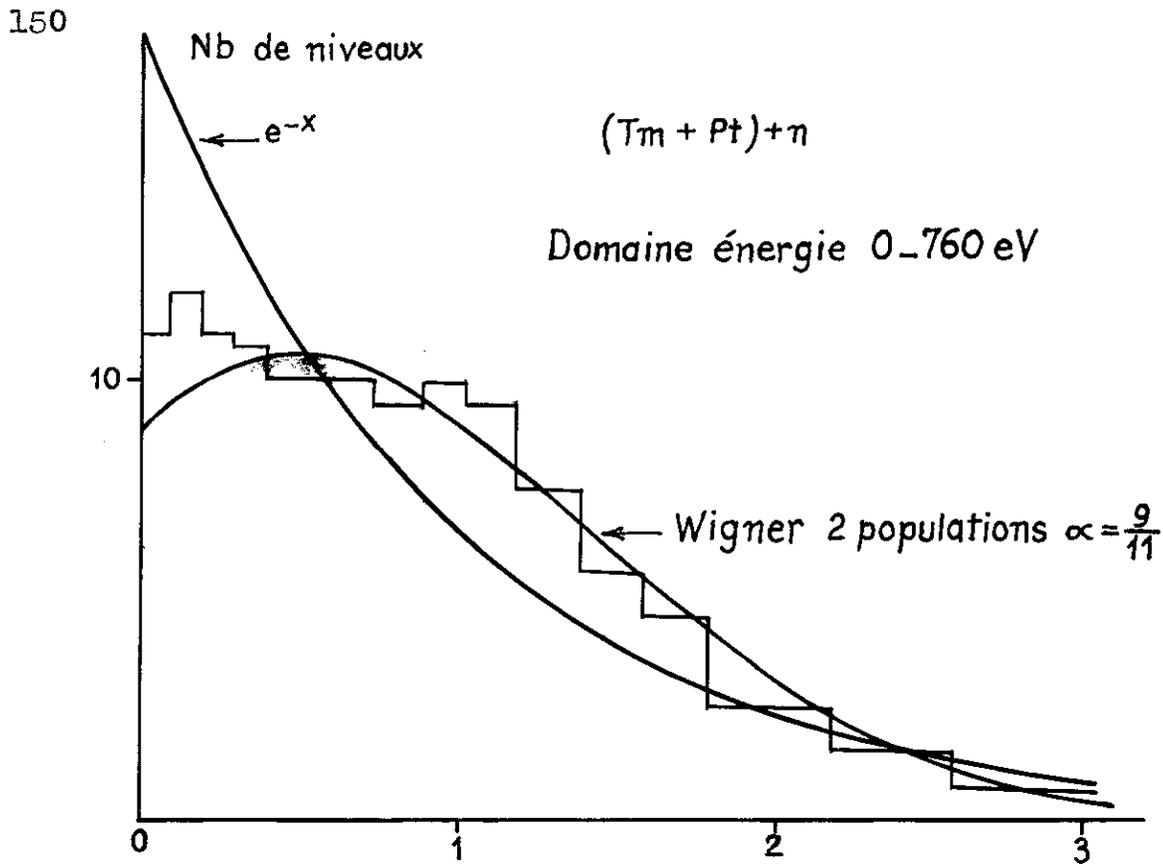


Fig. 3

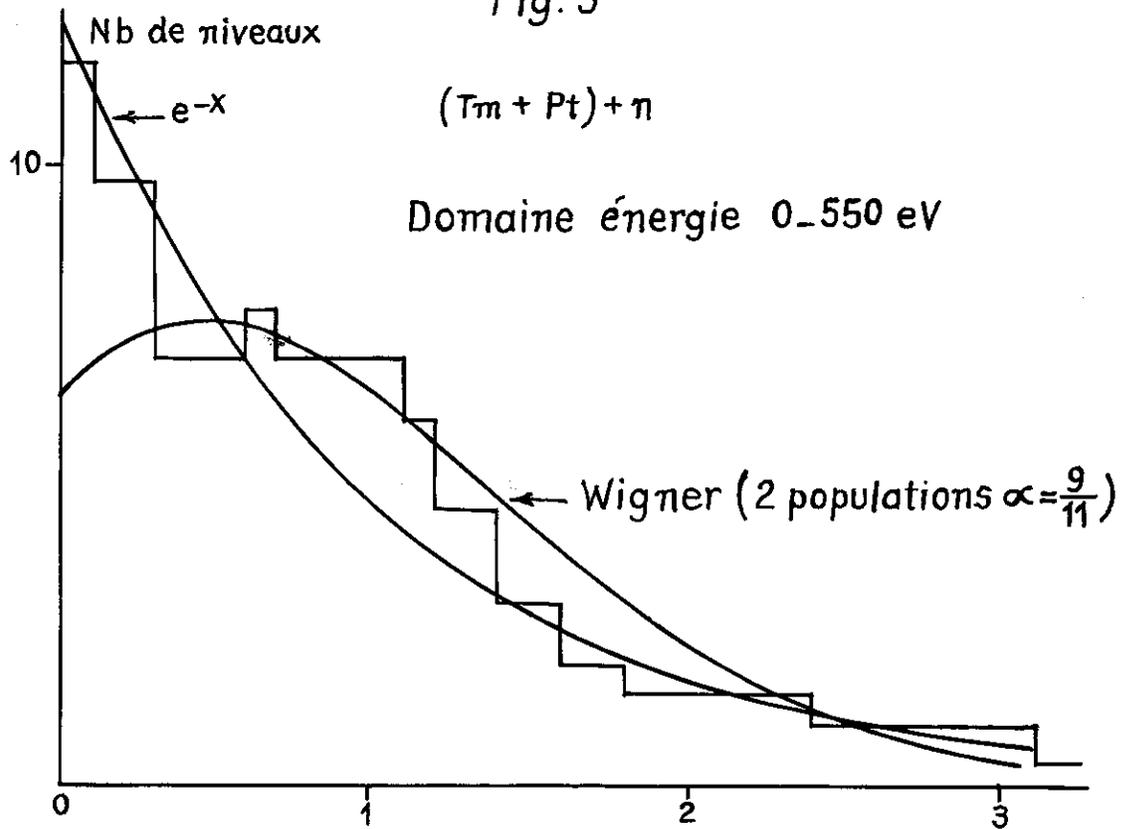


Fig. 4

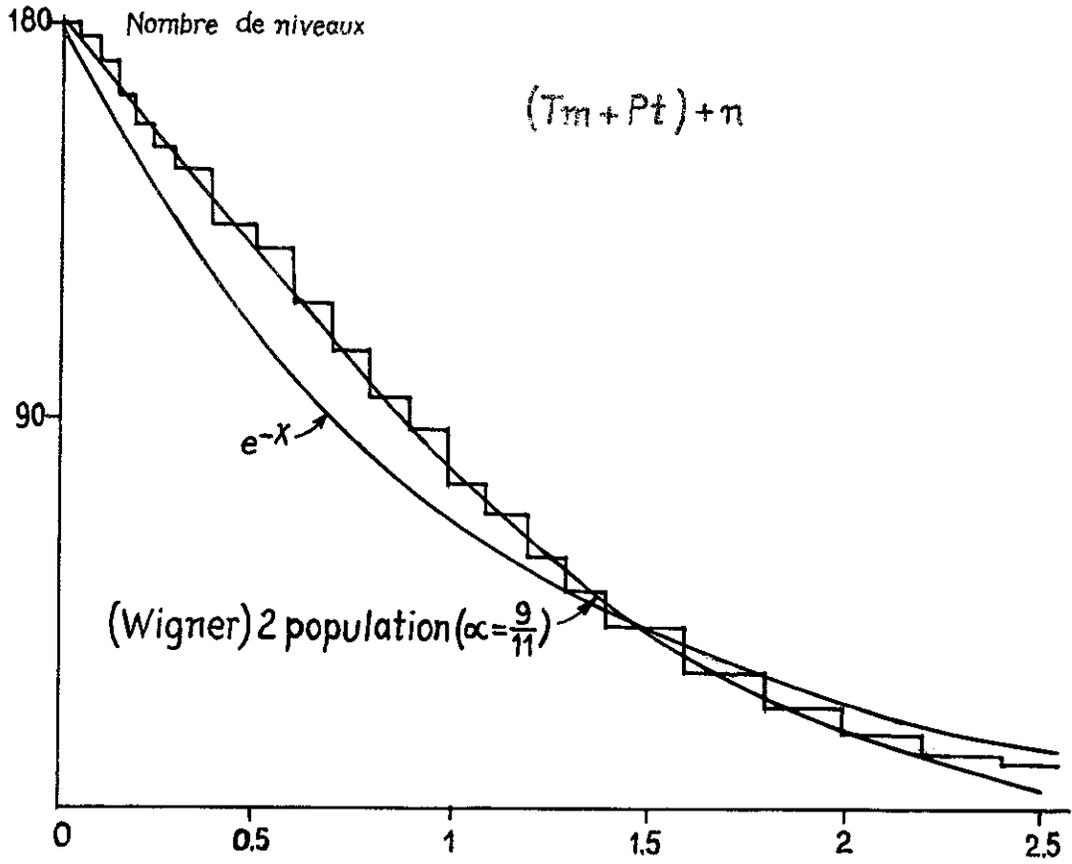


Fig. 5

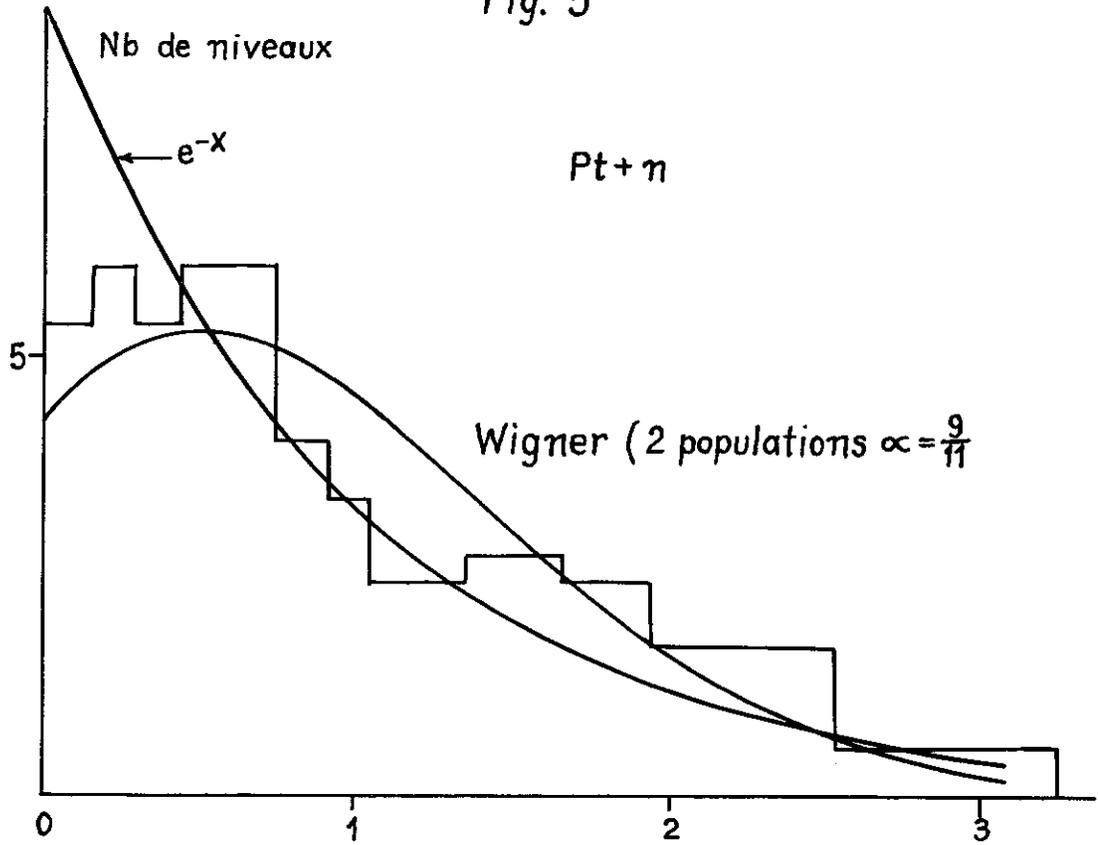


Fig. 6

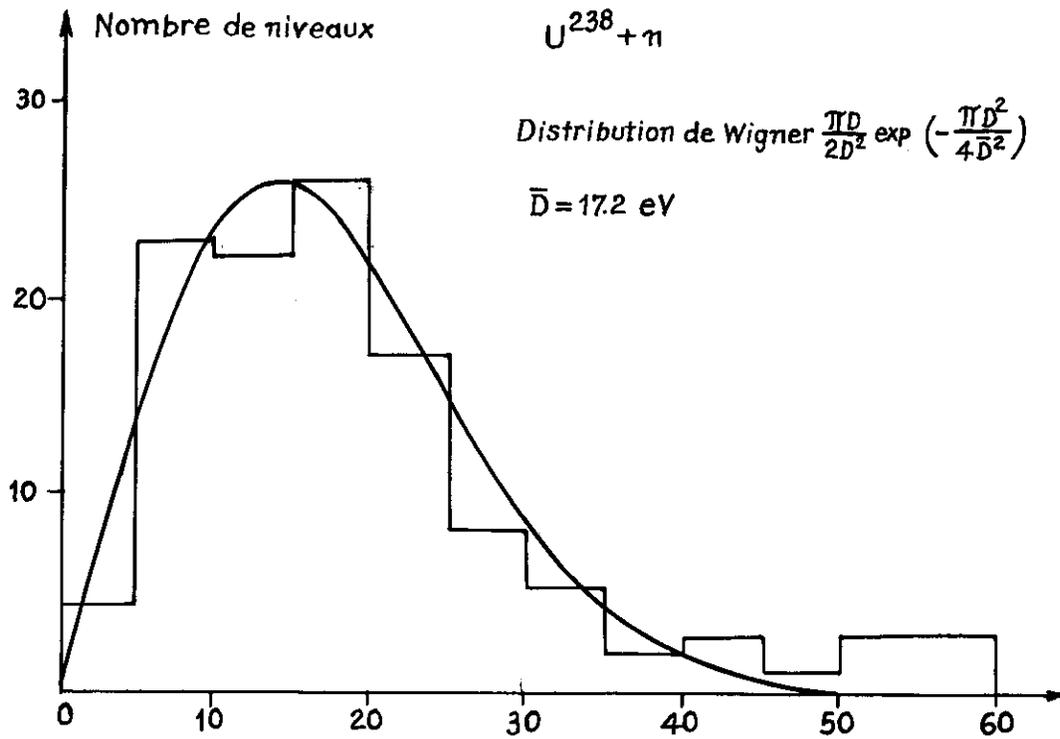


Fig. 7

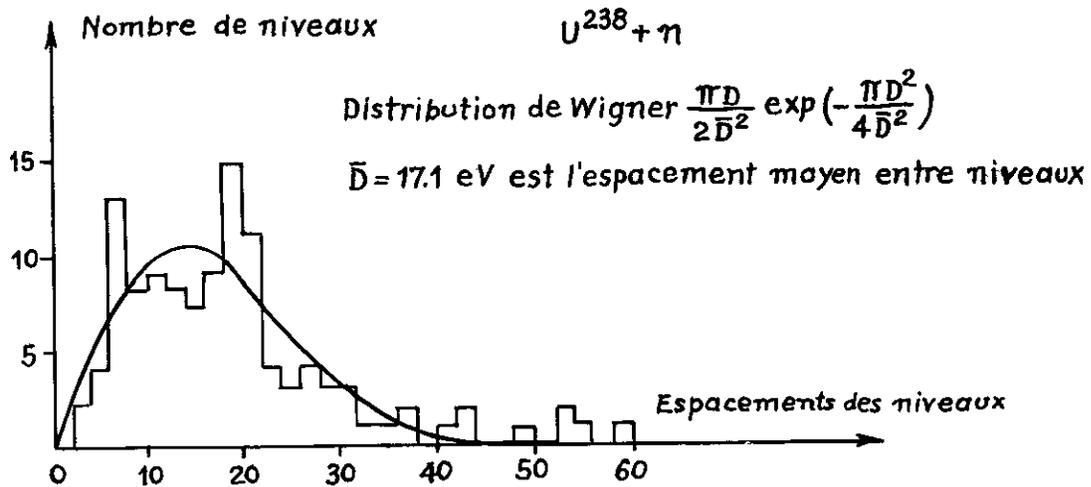


Fig. 8

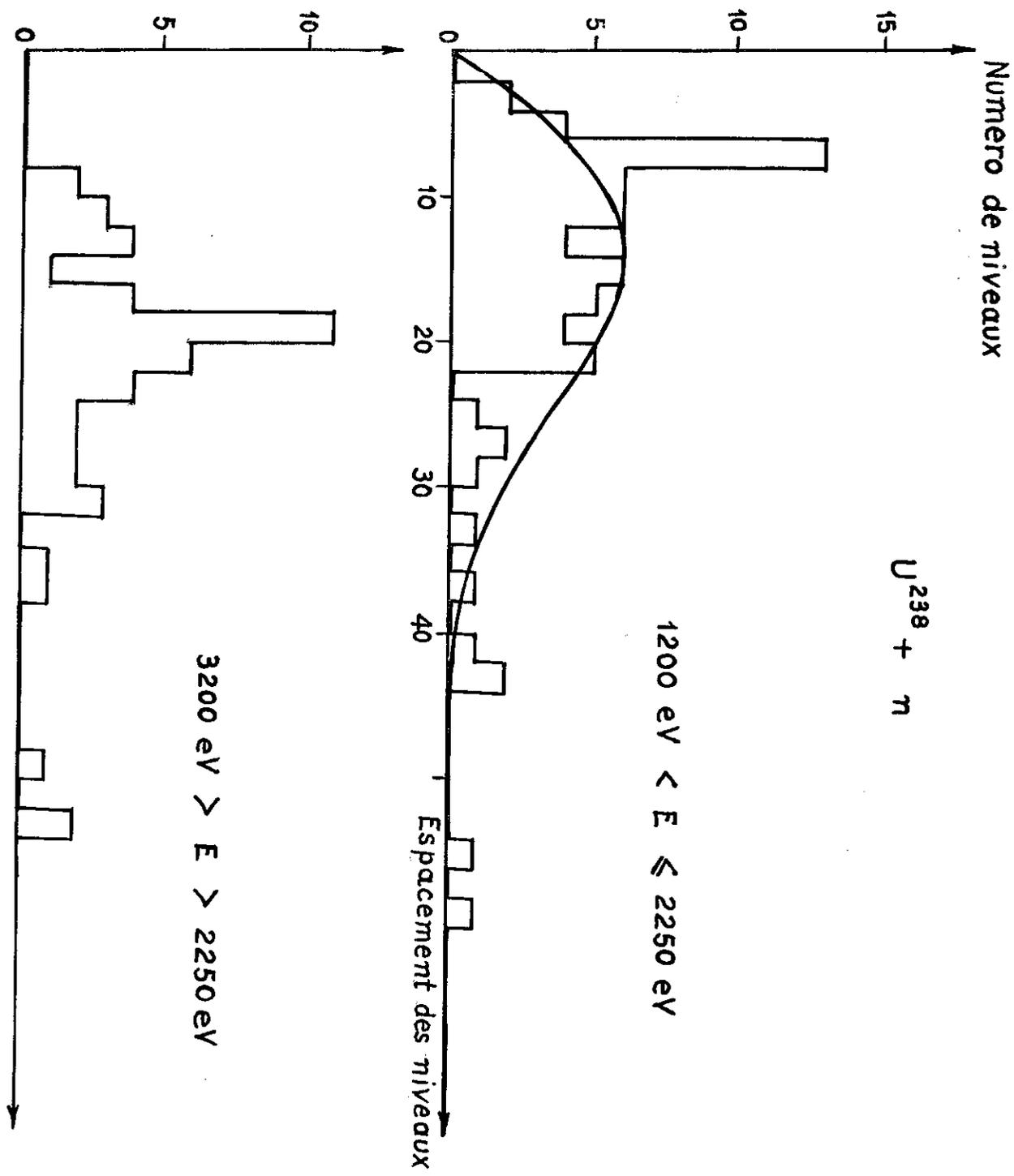


Fig. 9

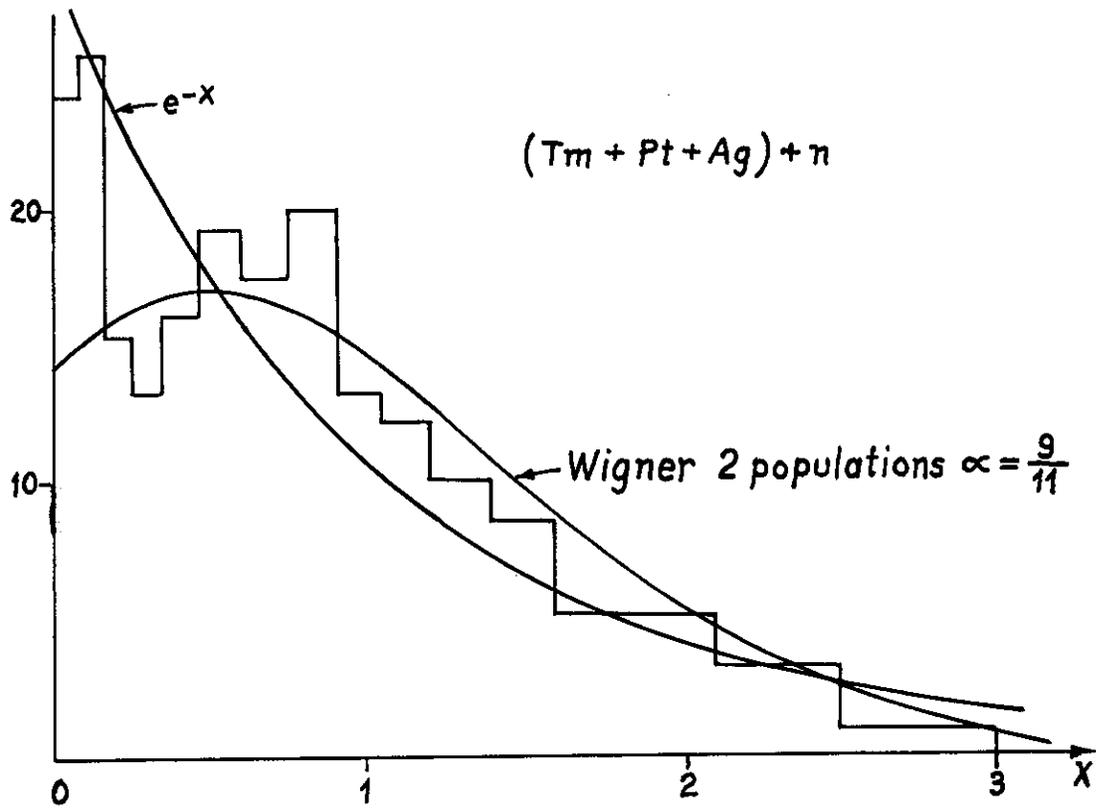


Fig. 10

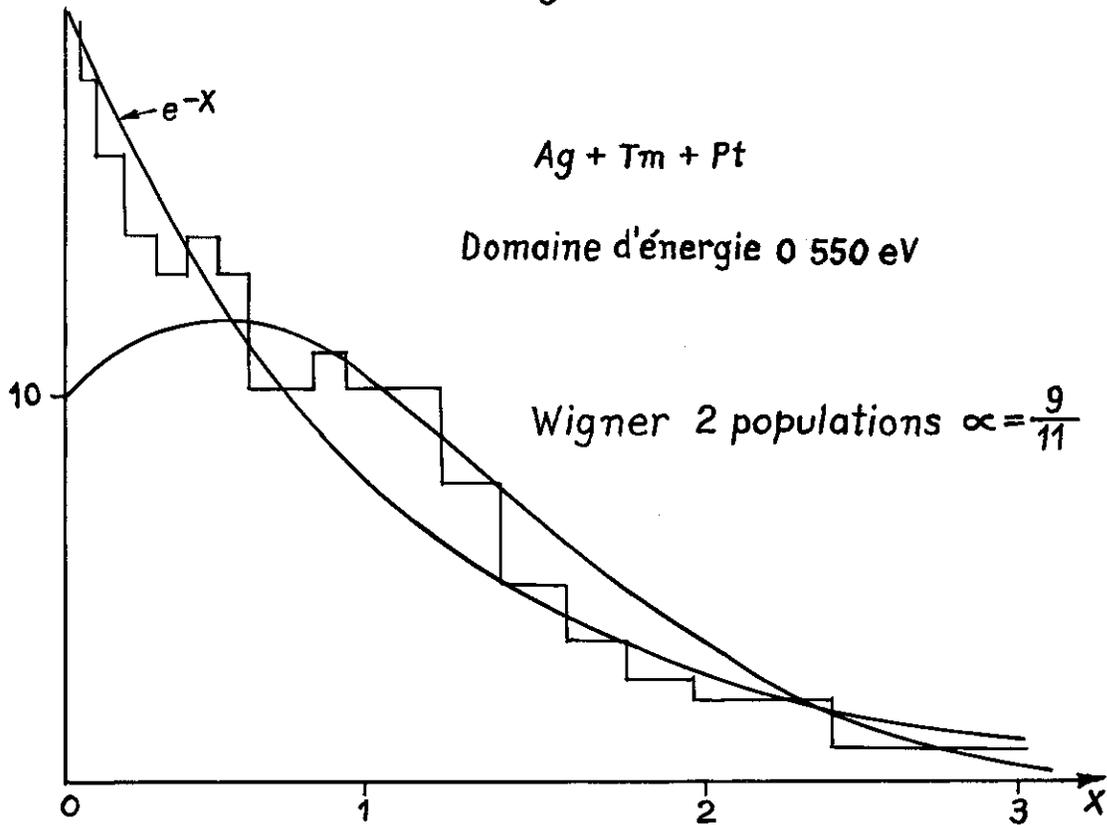


Fig. 11

REFERENCES

1. MEHTA, M. L. - Nuclear Phys., 18 395 (1960).
2. MEHTA, M. L. et M. GAUDIN - Nucl. Phys. 18 420 (1960).
3. MEHTA, M. L. et M. GAUDIN - Nucl. Phys. 22 340 (1961).
4. PORTER, C. E. - Nucl. Phys. 40 167 (1963).
5. PORTER, C. E. - J. Math. Phys. (1963).
6. WIGNER, E. P. - ORNL 2309 67 (1956).
7. WIGNER, E. P. - Ann. Math. 67 325 (1958).
8. KAHN, P. B. - Nucl. Phys. 41 (1959) (1963).
9. DYSON, F. J. J. - Math. Phys. 3 140 (1962).
10. DYSON, F. J. J. - Math. Phys. 3 157 (1962).
11. DYSON, F. J. J. - Math. Phys. 3 166 (1962).
12. DYSON, F. J. J. - Math. Phys. 3 1191 (1962).
13. DYSON, F. J. J. - Math. Phys. 3 1193 (1962).
14. LEFF, H. S. - Bull Am. Phys. Soc. 8 31 (1962).
15. LEFF, H. S. - Bull These (non publiée).
16. GAUDIN, M. - Nucl. Phys. 25 447 (1961).
17. GARG, J. B. - Phys. Rev. 137 B 457 (1965).
18. JULIEN, J. et al - Nuclear Phys. 76 391 (1966).
19. JULIEN, J. - Proceedings of the International Conference on the Study of Nuclear Structure with Neutrons - Antwerp - July 1965 - p. 156.

\* \* \*