NOTAS DE FÍSICA

VOLUME X

Nº 8

LA SEPARATION DES MEMBRES DU DOUBLET $\Omega = \Omega_p + \Omega_n, \Omega = |\Omega_p - \Omega_n|$ DES NOYAUX IMPAIR-IMPAIRS DEFORMÉS

par

Alceu de Pinho

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

Av. Wenceslau Braz, 71

RIO DE JANEIRO

1962

Notas de Física - Volume X - Nº 8

LA SEPARATION DES MEMBRES DU DOUBLET $\Omega = \Omega_p + \Omega_n$, $\Omega = |\Omega_p - \Omega_n|$ DES NOYAUX IMPAIR-IMPAIRS DEFORMÉS*

Alceu de Pinho **
Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas
Rio de Janeiro, Brasil

(Reçu le 10 Octobre 1962)

RESUMÉ. Nous avons calculé l'énergie de separation des membres du doublet $\Omega = \Omega_p + \Omega_n$, $\Omega = |\Omega_p - \Omega_n|$ des noyaux impair-impairs déformés avec l'hypothèse d'une force d'interaction central entre le proton et le neutron. Les règles de couplage de Gallagher-Moszkowski sont discutées.

---

* Présentée à l'ACADEMIE DE SCIENCES DE PARIS par M. Francis Perrin.

** Actuellement au Laboratoire de Physique Nucleaire - Orsay - S. et O. France.

Dans une note précedente [1] nous avons calculé les élements de matrice non-diagonaux des opérateurs multipolaires électriques et magnétiques dans les noyaux impair-impairs déformés. Nous donnons dans cette note les élements de matrice diagonaux d'une intéraction central neutron-proton qui nous permettront calculer la séparation des membres $K = \Omega_p + \Omega_n$ et $K' = \Omega_p - \Omega_n$ du doublet résultant du couplage du dernier proton avec le dernier neutron. En fait, la dégénérescence du doublet est levée par une force résiduelle proton-neutron dépendente du spin [2]. La notation est la même de la réference [1]. La fonction d'onde d'un noyau impair -impair dans un état de parité P et spin I avec projections M et K $(=\Omega)$ est donnée par:

$$|I(P)M,K=\Omega=\Omega_1 \pm \Omega_2> = \frac{(2I+1)^{\frac{1}{2}}}{4\pi} \sum_{\ell_1 \ell_2} \sum_{\Sigma_1 \Sigma_2} a_{\ell_1}^{\Omega_1-\Sigma_1} a_{\ell_2}^{\Omega_2-\Sigma_2}$$

$$\left\{ \chi_{\Sigma_1}^{\Omega_1-\Sigma_1}(1) \cdot \chi_{\pm\Sigma_2}^{\pm\Omega_2 \mp \Sigma_2}(2) \cdot \mathcal{D}_{M,K}^{I}(\theta_i) - P(-)^I \chi_{-\Sigma_1}^{-\Omega_1+\Sigma_1}(1) \right.$$

$$\left. \chi_{\mp\Sigma_2}^{\mp\Omega_2 \pm\Sigma_2}(2) \cdot \mathcal{D}_{M,-K}^{I}(\theta_i) \right\} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (1)$$

Les fonctions d'onde intrinsèques χ sont les $|N\,\ell\,\Lambda\,\Sigma>$ de la répresentation dite "non couplée" de Nilsson [3].

L'interaction central proton-neutron est donné par:

$$V_{12} = V_o \cdot V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \cdot \left[(1-\alpha) + \alpha\, \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2\right]\left[(1-\beta) + \beta\, P_M\right] =$$

$$= V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)(v_1 + v_2\, \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + v_3\, P_M + v_4\, \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2\, P_M) \; \ldots\ldots \quad (2)$$

où $V\,(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$ est la forme du puits de potentiel, $v_1 = (1-\alpha)(1-\beta)\, v_o$ etc ... sont la profondeur du puits pour chaque composante de l'interaction, $\vec{r}_i$ et $\vec{\sigma}_i$ sont le vecteur de position et l'operateur de spin de la particule i et P_M l'operateur de Majorana qui change les coordonnées espatiales des particules 1 et 2. Les elements de matrice diagonaux de V_{12} avec les fonctions d'onde (1) sont donnés par:

$$\langle I(P)M, K = \Omega = \Omega_1 + \Omega_2 | V_{12} | I(P)MK \rangle = A^+ = v_1\, A_1^+ + v_2\, A_2^+ + v_3\, A_3^+ +$$

$$+ v_4\, A_4^+ = \sum_{i=1}^{4} v_i\, A_i^+ \qquad (3\text{-}1)$$

$$\langle I(P)M, K = \Omega = \Omega_1 - \Omega_2 | V_{12} | I(P)MK \rangle = A^- - (-)^I\, \delta_{K,0}\, PB =$$

$$= \sum_{i=1}^{4} v_i\, A_i^- - (-)^I\, \delta_{K,0}\;\; P \sum_{i=1}^{4} v_i\, B_i \qquad (3\text{-}2)$$

où $A_1^{\pm} = \sum A'\, \alpha_1^{\pm}$; $A_2^{\pm} = \sum A'\, (\alpha_2^{\pm} + \alpha_{2'}^{\pm})$;

$$A_3^{\pm} = \sum A'' \alpha_3^{\pm} \quad \text{et} \quad A_4^{\pm} = \sum A'' \, (\alpha_4^{\pm} + \alpha_{4'}^{\pm}) \qquad .$$

avec $\alpha_1^+ = \alpha_1^+ (\ell_1 \; \ell_2 \; \ell_1' \; \ell_2' \; k)$, etc ... la somme étant sur tous les indices ℓ_1, ℓ_2, ℓ_1', ℓ_2' et k.

Les integrales radiales A' et A" sont:

$$A' = A'(\ell_1 \; \ell_2 \; \ell_1' \; \ell_2' \; k) = \frac{1}{2} \; \hat{k}^{-2} \; \hat{\ell}_1 \; \hat{\ell}_2 \; \hat{\ell}_1' \; \hat{\ell}_2' \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} r_1^2 \, dr_1 \; r_2^2 \, dr_2$$

$$R_{n_1\ell_1}(r_1) \; R_{n_2\ell_2}(r_2) \; R_{n_1'\ell_1'}(r_1) \; R_{n_2'\ell_2'}(r_2) \int_{-1}^{+1} d(\cos \omega_{12}) \; V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$$

$$P_k(\cos \omega_{12}) \qquad (4\text{-}1)$$

$$A'' = A''(\ell_1 \; \ell_2 \; \ell_1' \; \ell_2' \; k) = \frac{1}{2} \, \hat{k}^{-2} \, \hat{\ell}_1 \; \hat{\ell}_2 \; \hat{\ell}_1' \; \hat{\ell}_2' \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} r_1^2 \, dr_1 \; r_2^2 \, dr_2$$

$$R_{n_1\ell_1}(r_1) \; R_{n_2\ell_2}(r_2) \; R_{n_2'\ell_2'}(r_1) \; R_{n_1'\ell_1'}(r_2) \int_{-1}^{+1} d(\cos \omega_{12}) \; V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$$

$$P_k(\cos \omega_{12}) \qquad (4\text{-}2)$$

où $\hat{\ell} = (2\ell + 1)^{\frac{1}{2}}$; $P_k(\cos \omega_{12})$ est un polynôme de Legendre et ω_{12} est l'angle entre les vecteurs $\vec{r}_1$ et $\vec{r}_2$.

Avec la notation

$$\langle a \, o, \; b \; o | a \; b, \; c \; o \rangle \langle a \, \alpha, \; b \, \beta \; | ab, \; c \, \gamma = \alpha + \beta \rangle = [\langle ab | c \rangle \langle \alpha \, \beta | \rangle]$$

pour un produit de coefficients de Clebsch-Gordon présent en toutes les quantités $\alpha^{\pm}$, nous avons:

$$\alpha_1^{\pm} = (-)^{-(\Omega_1 \pm \Omega_2)} \sum_{\Sigma_1 \Sigma_2} (-)^{\Sigma_1 \pm \Sigma_2} a_{\ell_1}^{\Omega_1 - \Sigma_1} a_{\ell_2}^{\Omega_2 - \Sigma_2} a_{\ell'_1}^{\Omega_1 - \Sigma_1} a_{\ell'_2}^{\Omega_2 - \Sigma_2}$$

$$\left[\langle \ell_1 \ell'_1 | k \rangle \langle \Omega_1 - \Sigma_1, -\Omega_1 + \Sigma_1 | \rangle\right]\left[\langle \ell_2 \ell'_2 | k \rangle \langle \Omega_2 - \Sigma_2, -\Omega_2 + \Sigma_2 | \rangle\right]$$

$$\alpha_2^{\pm} = -(-)^{-(\Omega_1 \pm \Omega_2)} \sum_{\Sigma_1 \Sigma_2} a_{\ell_1}^{\Omega_1 - \Sigma_1} a_{\ell_2}^{\Omega_2 - \Sigma_2} a_{\ell'_1}^{\Omega_1 - \Sigma_1} a_{\ell'_2}^{\Omega_2 - \Sigma_2} \cdot$$

$$\left[\langle \ell_1 \ell'_1 | k \rangle \langle \Omega_1 - \Sigma_1, -\Omega_1 + \Sigma_1 | \rangle\right]\left[\langle \ell_2 \ell'_2 | k \rangle \langle \Omega_2 - \Sigma_2, -\Omega_2 + \Sigma_2 | \rangle\right]$$

$$\alpha_{2'}^{\pm} = -2(-)^{-(\Omega_1 \pm \Omega_2)} \sum_{\Sigma_1} a_{\ell_1}^{\Omega_1 - \Sigma_1} a_{\ell_2}^{\Omega_2 + \Sigma_1} a_{\ell'_1}^{\Omega_1 + \Sigma_1} a_{\ell'_2}^{\Omega_2 - \Sigma_1} \cdot$$

$$\cdot \left[\langle \ell_1 \ell'_1 | k \rangle \langle \Omega_1 - \Sigma_1, -\Omega_1 - \Sigma_1 | \rangle\right]\left[\langle \ell_2 \ell'_2 | k \rangle \langle \Omega_2 + \Sigma_1, -\Omega_2 + \Sigma_1 | \rangle\right]$$

$$\alpha_3^{\pm} = \sum_{\Sigma_1 \Sigma_2} a_{\ell_1}^{\Omega_1 - \Sigma_1} a_{\ell_2}^{\Omega_2 - \Sigma_2} a_{\ell'_1}^{\Omega_1 - \Sigma_1} a_{\ell'_2}^{\Omega_2 - \Sigma_2} \cdot$$

$$\cdot \left[\langle \ell_1 \ell'_2 | k \rangle \langle \Omega_1 - \Sigma_1, \mp \Omega_2 \pm \Sigma_2 | \rangle\right]\left[\langle \ell'_1 \ell_2 | k \rangle \langle \Omega_1 - \Sigma_1, \mp \Omega_2 \pm \Sigma_2 | \rangle\right]$$

$$\alpha_4^{\pm} = \pm \sum_{\Sigma_1 \Sigma_2} (-)^{\Sigma_1 - \Sigma_2} \, a_{\ell_1}^{\Omega_1 - \Sigma_1} \, a_{\ell_2}^{\Omega_2 - \Sigma_2} \, a_{\ell'_1}^{\Omega_1 - \Sigma_1} \, a_{\ell'_2}^{\Omega_2 - \Sigma_2}$$

$$\left[\langle \ell_1 \ell'_2 | k \rangle \langle \Omega_1 - \Sigma_1, \mp \Omega_2 \pm \Sigma_2 | \rangle \right] \left[\langle \ell'_1 \ell_2 | k \rangle \langle \Omega_1 - \Sigma_1, \mp \Omega_2 \pm \Sigma_2 | \rangle \right]$$

$$\alpha_{4'}^{\pm} = -2 \sum_{\Sigma_1} a^{\Omega_1 - \Sigma_1} \, a^{\Omega_2 \pm \Sigma_1} \, a^{\Omega_1 + \Sigma_1} \, a^{\Omega_2 \mp \Sigma_1}$$

$$\left[\langle \ell_1 \ell'_2 | k \rangle \langle \Omega_1 - \Sigma_1, \mp \Omega_2 + \Sigma_1 | \rangle \right] \left[\langle \ell'_1 \ell_2 | k \rangle \langle \Omega_1 + \Sigma_1, \mp \Omega_2 - \Sigma_1 | \rangle \right]$$

L'énergie de separation des membres du doublet $\Omega = \Omega_p + \Omega_n$, $\Omega = |\Omega_p - \Omega_n|$ sera donnée par l'expression:

$$\Delta E = \langle \Omega_1 + \Omega_2 | V_{12} | \Omega_1 + \Omega_2 \rangle - \langle \Omega_1 - \Omega_2 | V_{12} | \Omega_1 - \Omega_2 \rangle =$$

$$= A^+ - A^- + (-)^I \; \delta_{K,0} \; PB \qquad (6)$$

Le terme B a été calculé par Newby [4] avec une intéraction du même type (il faut noter que notre valeur de B vaut - P là valeur de Newby).

On peut constater qu'une force de Wigner pure ne donne aucune contribution pour la separation du doublet dès que $A_1^+ - A_1^- = 0$ et $B_1 = 0$ pour toutes les déformations. Dans la limite d'une force de contact on ne doit considerer que les contributions A_2;

ΔE est simplement donné par $2v_2\ A_2^+$ à part les termes additionnels qui apparaissent quand K = 0 [5]. Newby [4] a montré que le terme B est responsable par le déplacement relatif des membres impairs par rapport au membres pairs d'une bande de rotation avec K = 0. Il a noté que quand les projections des spins intrinsèques du proton et du neutron sont parallèles les contributions des forces centrales au terme B sont considerablement reduites et tendent à zero dans la limite des grandes déformations. Dans ce cas, seulement les forces tensorielles peuvent donner le déplacement relatif. On peut remarquer que dans certains cas réels (^{242}Am et ^{172}Lu par example) où les spins intrinsèques sont fortement polarisés et, en plus, les composantes dominantes dans les fonctions d'onde du proton et du neutron présentent spins parallèles, le déplacement experimental est aussi important que dans les cas où il n'y a pas de polarisation ou, si il y en a, les spins sont antiparallèles. On voit donc que les forces tensorielles donnent une contribution non negligeable et que les forces centrales sont responsables pour à peine une partie de la séparation du doublet. Nous avons verifié que quand $K = \Omega_1 - \Omega_2 = 0$ avec les spins asymptotiquement antiparallèles B devient de la même ordre de grandeur que $A^+ - A^-$; ainsi l'état I = K = 0 peut être l'état fondamental si P et B sont du même signe, en contradiction avec les règles de Gallagher-Moszkowski [6]; cette situation, nous l'avons constaté, semble verifier dans les ^{166}Ho et ^{234}Np. où la quantité B est negative et de l'ordre de 100 KeV. (Pour calculer l'énergie de separation E nous avons pris, comme Newby, $V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) =$

$= \exp\left[-\bar{\beta}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2\right]$ avec $1/\sqrt{\bar{\beta}} = 1{,}6 \cdot 10^{-13}$ cm, $V_o = -60$ MeV, $\alpha = 1/16$ et $\beta = 1/2$). Nous avons verifié que la contribution la plus importante provient du terme où $\ell_1 = \ell_1' = \ell_{1\,max} = N_1$ et $\ell_2 = \ell_2' = \ell_{2\,max} = N_2$. Dans ce cas $n_1 = n_2 = n_1' = n_2' = 0$ et les integrales radiales avec les fonctions d'onde de Nilsson sont les mêmes calculées par Ford et Konopinski [7]. Que cette contribution soit la plus importante peut être facilement compris par la simple inspection des fonctions d'onde de Nilsson: toujours la composante de plus grand moment angulaire est la dominante ou, au moins, comparable avec la dominante. En plus, la partie radiale de la fonction d'onde correspondente au moment angulaire maximum ne présente pas de noeuds. La fonction radiale A' sera donnée par:

$$A' = \frac{(2k+1)^{-1}}{(2\ell_1 - 1)!!\,(2\ell_2 - 1)!!}\left[2(\ell_1 + \ell_2) + 1\right]!!\ \frac{\beta'^{k}(1+\beta')^{\ell_1 + \ell_2 - k}}{(1+2\beta')^{\ell_1 + \ell_2 + 3/2}}$$

$$F\left[\frac{k}{2} - \ell_1;\ \frac{k}{2} - \ell_2;\ -\ell_1 - \ell_2 - \frac{1}{2};\ \frac{1+2\beta'}{(1+\beta')^2}\right] \tag{7}$$

et A" par une expression semblable, où $\beta' = \bar{\beta}/\nu$, ν étant la constante de l'oscilateur et F est une fonction hypergéometrique.

Les valeurs calculées ne seront donc qu'une indication de la grandeur et du signe de ΔE. Cette approximation correspond, comme on peut constater par l'inspection des fonctions d'onde de Nilsson, au cas d'une déformation nulle. Les règles de Gallagher-Moszkowski peuvent donc être ramenées à celles de Nordheim [8] qui ont été justifiées theoriquement même quand l'hypothèse simplificatrice d'une force de contact est abandonnée [9].

Quelques résultats numeriques seront présentés ulterieurement.

* * *

L'auteur, détaché du Centre Brésilien de Recherches Physiques, remercie vivement le Conselho Nacional de Pesquisas, du Brésil, pour une bourse.

* * *

Bibliographie

1. A. G. DE PINHO, C. R. Ac. Sc., 1962.
2. A. BOHR et B. R. MOTTELSON - Dan. Mat. Fys. Medd. 27, nº 16, 1953.
3. S. G. NILSSON - Dan. Mat. Fys. Medd. 29, nº 16, 1955.
4. N. D. NEWBY - UCRL - 9764 - 1961.
5. Ce travail était déjà en cours quand le Dr. R. Foucher nous a passé un préprint de N. I. Pyatov (Doubna, 1962) où ce cas spécial est consideré.
6. C. J. GALLAGHER et S. A. MOSZKOWSKI - Phys. Rev. 111, 1282, 1958.
7. K. W. FORD et E. J. KONOPINSKI - Nucl. Phys. 9, 218, 1959.
8. L. W. NORDHEIM - Phys. Rev. 78, 294, 1950.
9. D. M. BRINK - Proc. Phys. Soc. London A 67, 757, 1954.

* * *