# Caracterização de Redes Complexas

# Aplicação à Modelagem Relacional entre Sistemas Autônomos da Internet

**Nilton Alves Júnior**

Orientadores: Joaquim Teixeira de Assis
Marcio Portes de Albuquerque

Nova Friburgo, RJ - Brasil
Março de 2007

# Caracterização de Redes Complexas Aplicação à Modelagem Relacional entre Sistemas Autônomos da Internet

**Nilton Alves Júnior**

Tese submetida ao Corpo Docente do Programam de Pós-Graduação em Modelagem Computacional do Instituto Politécnico da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, como parte dos requisistos necessários para obtenção do Grau de

Doutor em Modelagem Computacional

Linha de Pesquisa: Matemática Aplicada e Computação Científica

Tese aprovada por:

Joaquim Teixeira de Assis, D.Sc. - (Orientador)
IPRJ/UERJ

Marcio Portes de Albuquerque, Ph.D. - (Orientador)
CBPF/MCT

Antônio José da Silva Neto, Ph.D.
IPRJ/UERJ

João Flávio Vieira de Vasconcellos, D.Sc.
IPRJ/UERJ

Marcelo Portes de Albuquerque, Ph.D.
CBPF/MCT

Ronaldo Moreira Salles, Ph.D.
IME/EB

Março de 2007, Nova Friburgo, RJ-Brasil

Dedico este trabalho aos meus pais Nilton e Laura por serem intensos na humildade e na perseverança.
Dedico a minha esposa Lucia pela bela mulher que sempre foi.
Dedico aos meus filhos Juliana e Matteus por darem vida à minha vida.

# Resumo

Neste trabalho, foram utilizadas técnicas e conceitos tipicamente encontrados em estudos de Redes Complexas, uma sub-área da Física Estatística, para caracterizar a Internet e sua evolução em uma década, de 1998 a 2007. Foi considerada como unidade básica de análise, a estrutura Sistema Autônomo. Nesta caracterização, foram utilizadas várias ferramentas computacionais desenvolvidas em linguagem C/C++, que permitiram classificar, simular e modelar propriedades dinâmicas. Dentre estas propriedades podemos destacar o coeficiente de conectividade, fundamental para os estudos topológicos, e o parâmetro menor caminho médio, ambos baseados nas propriedades da matriz adjacência. Os dados experimentais foram inicialmente obtidos nos roteadores de borda da RedeRio de Computadores - FAPERJ e posteriormente, os dados relativos ao intervalo de estudo, foram retirados da base de dados disponibilizada pela Universidade de Oregon. Foi proposto um modelo de crescimento de uma rede complexa baseado nas premissas de crescimento contínuo e conexão preferencial não linear com suporte aos mecanismos de rearranjo e novas conexões entre nós já existentes. Este modelo se mostrou bastante adequado no estudo das propriedades consideradas. Foi desenvolvido um método para cálculo do menor caminho médio que apresentou performance superior àqueles normalmente utilizados pela comunidade acadêmica. O comportamento da topologia sob o ponto de vista da distribuição de probabilidades de conexão e do ranque de conectividade, apresentaram comportamento linear constante no período estudado com coeficientes médios iguais a -2,0 e -0,93, respectivamente. O parâmetro menor caminho médio global da Internet permaneceu praticamente inalterado e igual a $4,2$ ao longo da década estudada.

*Palavras-chave:* sistemas autônomos, redes complexas, redes livres de escala, leis de potência, modelagem relacional, menor caminho médio.

# Abstract

Connection networks are observed in many areas of human knowledge. The characterization and topological studies of these networks may be performed through distribution of connectivity degrees, rank properties, shortest path length between nodes, adjacency matrix etc, typical concepts from Complex networks, a filed of study of Statistical Physics domain. In this thesis we characterize the Internet connections evolution from 1998 to 2007. The Internet may be seen under several levels of reach and complexity considering different basic units. A wide vision is to consider the Internet basic element as an Autonomous System - AS, which is defined as a cluster of LANs or routers submitted to the same policy of usage, connectivity and technically administrated by the same network management group. The complex network considered in this work is composed by Autonomous Systems (vertices) and the established traffic connection (edges) between them obtained from the BGP routing table. Many interesting property of this networks is analyzed, e.g. degree distribution (the rank and outdegree exponents) from 1998 to 2007 and the shortest path length (L), obtained by a proposed computational method (Friburgo algorithm) among each pair of ASs represented in the adjacency matrix. Finally, we present the behavior of the power law function and the shortest path length of the Internet for each year. Simulations of the connections network were carried out by a proposed model developed from continuous growth premises, possibilities of new and rearranging connections. This model was based on the concept of potential preferable connection showing a stable exponential factor that reproduces the true shortest path parameter over the decade.

*Keywords:* autonomous system, complex networks, scale-free networks, power law, relational modeling, shortest path.

# Agradecimentos


- Ao meu orientador Prof. Joaquim Teixeira de Assis por me mostrar que existe genialidade nos caminhos mais simples durante esta jornada.
- Ao meu orientador Prof. Marcio Portes de Albuquerque por me mostrar que existe muito suor nos caminhos mais difíceis durante esta jornada.
- Aos meus afilhados João Flávio e Cláudia por me receberem em sua casa como se fosse minha também.
- Aos meus cunhados Kim e Vininha por me tratarem como irmão.
- Aos amigos Júlio, Erthal, Suzana, Georgina e Oswaldo por estarem eternizados em minha memória pois voltar a ser aluno é uma experiência inesquecível.
- Aos amigos da CAT por me fazerem sentir em casa, no trabalho.
- Aos amigos do "Bebe Zero" que transformaram as noites frias de Friburgo em divertidíssimos eventos.
- Aos demais colegas, professores e servidores do IPRJ-UERJ e do CBPF-MCT, os meus sinceros agradecimentos.
- Ao espírito livre e aventureiro que todo motoqueiro legítimo possui. Vrumm, Vruummm ...
- À PAZ!

# Nomenclatura

## Variáveis

| | |
|---|---|
| $A$ | Constante utilizada no modelo de crescimento Barabási-Albert estendido para garantir a um nó isolado, a possibilidade de conexão (normalmente $A = 1$) |
| $B$ | Coeficiente angular dos ajustes lineares dos diagramas de distribuição de probabilidades e do ranque de conexões |
| $C$ | Constante utilizada no modelo de crescimento Dorogovtesev-Mendes para caracterizar o número de conexões incluídas ($C > 0$) ou removidas ($C < 0$) |
| $k_i$ | Número de conexões do iésimo nó de uma rede |
| $L$, $L(p)$ | Menor Caminho Médio |
| $M[i, j]$ | Matriz adjacência característica da rede de conexões |
| $m$ | Número de conexões iniciais de cada novo nó em todos os modelo de crescimento de uma rede de conexões |
| $m_{ij}$, $a_{ij}$ | elemento $ij$ da matriz adjacência característica de uma rede de conexões |
| $N$ | Número total de nós ou ASs da rede de conexões |
| $n_0$ | Número inical de nós em todos os modelo de crescimento de uma rede de conexões |
| $p$ | Probabilidade de haver novas conexões entre nós já existentes na rede de conexões |

$prob$ Número sorteado para definir o mecanismo que será utilizado na iteração (simples inclusão de um novo nó ou nova conexão ou rearranjo entre nós já existentes) no caso do modelo de crescimento proposto

$P(k_i)$ Probabilidade de conectividade linear do iésimo nó possuir $k_i$ conexões, utilizada nos modelos básicos

$q$ Probabilidade de haver rearranjo de conexões entre nós já existentes na rede de conexões

$r$ Probabilidade de haver somente inclusão de um novo nó com $m$ conexões na rede

$s$ Número sorteado para ser comparado com o grau de aleatóriedade $p$, utilizado na rede circular adotada para certificar o método Friburgo

$t$ Índice do número da iteração ou simplesmente tempo

$(X, Y)$ Simbologia adotada para representar a existência de conexão direta entre os nós ou ASs $X$ e $Y$

$(X, Y, Z)$ Simbologia adotada para representar a existência de conexão indireta entre os nós ou ASs $X$ e $Z$, através do nó $Y$

$\alpha$ Expoente utilizado na probabilidade de conexão não-linear adotada no modelo de crescimento Zhou-Mondragón e no modelo proposto

$\gamma$ Expoente da lei de potência genérica

$\prod(k_i)$ Probabilidade de conectividade não-linear, adotada no modelo de crescimento Zhou-Mondragón e no modelo proposto

## Siglas

ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas

AfriNIC *Regional Internet Registry for Africa*

APNIC *Asia Pacific Network Information Centre*

ARIN *American Registry for Internet Numbers*

AS *Autonomous System*

| | |
|---|---|
| ASN | *Autonomous System Number* |
| BGP | *Border Gateway Protocol* |
| CBPF | Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas |
| CIDR | *Classless Interdomain Routing* |
| DTI | *Dream Train Internet* |
| DDoS | *Distributed Denied of Service* |
| FAPERJ | Fundação Carlos Chagas Filho de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro |
| FRT | *Full Routing BGP Table* |
| IGRP | *Interior Gateway Routing Protocol* |
| IP | *Internet Protocol* |
| ISO | *International Standartization Organization* |
| ISP | *Internet Service Provider* |
| LAN | *Local Area Network* |
| LACNIC | *Latin American and Caribbean Internet Addresses Registry* |
| LGC | *Looking Glass Collections* |
| MA | Matriz Adjacência |
| MCM | Menor Caminho Médio total da Internet |
| MCT | Ministério de Ciência e Tecnologia |
| NANOG | *The North American Network Operator's Group* |
| NCC | *Network Coordination Center* |
| OSPF | *Open Shortest Path First* |
| RAM | *Random Access Memory* |
| RedeRio | RedeRio de Computadores - FAPERJ |
| RFC | *Request for Comments* |
| RIP | *Router Information Protocol* |
| RIPE | *Réseaux IP Européens* |
| RNP | Rede Nacional de Pesquisa |
| SCAD | Sistema de Computação de Alto Desempenho |
| TCP | *Transmission Control Protocol* |

# Lista de Figuras

# Lista de Tabelas

# Conteúdo

# Capítulo 1

# Introdução

A cerca de duas décadas, o ambiente acadêmico passou a dar grande importância aos sistemas complexos, em particular às redes de conexões ou redes complexas. Redes, elas estão por todos os lados. Diversas estruturas organizadas em redes estão presentes em nosso cotidiano, e.g., as redes de distribuição elétrica, redes sociais, redes rodoviárias, redes de computadores, redes de neurônios, etc.

Até recentemente os estudos de sistemas em redes eram principalmente descritos por uma área da matemática chamada teoria dos grafos. A falta de dados experimentais de tais sistemas levavam a uma abordagem por meio de uma estrutura aleatória, conhecida por *random-graphs networks*. As primeiras análises de estruturas em redes foram introduzidas por Erdös e Rényi [ER59][ER60] em meados de 1960. O modelo proposto na época consistia de nós interconectados entre si com probabilidade $p$. Através desse tipo de consideração uma rede aleatória segue uma distribuição de Poisson, fazendo com que seja raro encontrar nós com concentração de conexões ou muito grande ou muito pequena.

Vários trabalhos relativos a redes complexas seguiram esta linha sempre encontrando uma dificuldade comum que era a dificuldade experimental de obter dados e testar suas teorias e seus métodos. Como obter o mapeamento de conexões de nossos neurônios? Como verificar se os modelos se aplicam a rede de conexões aéreas? Como simular e comparar o crescimento de uma colônia de bactérias ou de formigas? Tudo era possível somente com redes pequenas, com poucos nós e conexões.

A Internet, com o advento do ambiente web, com suas páginas com hipertexto[1], que ligam outras páginas que por sua vez se conectam a outras tantas e assim por diante, revelou-se uma rede complexa, de tamanho grande e crescente e o mais importante, neste caso, passível de gerar imensas quantidades de dados com facilidade.

Sendo assim, a Internet passou a ser uma excelente rede complexa para estudo, pois além de permitir que teorias, modelos e técnicas fossem desenvolvidas e testadas, a extensão disto para outras redes mais inacessíveis, de difícil aquisição de dados tais como rede de neurônios ou rede sociais, é imediata. A Internet se tornou o objeto de estudo de laboratório para pesquisa na sub-área Sistemas Complexos da Física Estatística.

O rápido crescimento da Internet pode ser medido pela importância e pela quantidade das aplicações em diversas áreas da atividade humana. São inúmeros os exemplos de utilização da Internet que vão desde procedimentos já existentes sob outra forma tais como pagamentos bancários, compras variadas, etc, até novas atividades tais como relacionamento humano, disponibilização da informação em lugares de difícil acesso, ensino remoto, etc.

Apesar da Internet existir há mais de três décadas, durante muito tempo ficou restrita ao mundo acadêmico onde foi inicialmente desenvolvida. Somente na última década, a Internet passou a ser acessível a todos que tivessem um microcomputador e uma linha telefônica ou de dados. A partir de então, o seu crescimento foi muito rápido e de certa forma inesperado, fazendo com que o conhecimento de sua própria estrutura e forma de crescimento não acompanhasse a sua evolução.

A motivação para o estudo da Internet é o rápido crescimento, dito exponencial, veja figuras 1.1 e 1.2, ambas na pág. 4, devido à utilização e dependência cada vez maior pela sociedade nacional e mundial. Nestas figuras, 1.1 e 1.2, observa-se o crescimento do número de dispositivos conectados

[1]Hipertexto é um texto organizado em forma de rede de itens ou módulos de informação interligados entre si, permitindo ao usuário "navegar" seguindo sua própria seqüência de estudo.

à Internet e o número de redes de computadores na Internet, respectivamente.

Um outro tipo de rede diferente das redes aleatórias são as redes livres de escala ou sem escala que são caracterizadas por serem observadas em uma infinidade de sistemas de naturezas diversas, por possuírem um grande número de elementos interconectados e por serem estudadas pela área de sistemas complexos. Somente nos últimos anos, com o avanço tecnológico dos sistemas de aquisição de dados e o aumento do poder computacional, pesquisas nesta área puderam se desenvolver. Assim o estudo dos princípios que governam essas redes é de fundamental importância para a compreensão da Internet.

A Internet, através do serviço de correio eletrônico e serviço web, tem sido muito utilizada na compreensão das outras redes complexas e na definição de teorias e modelos, principalmente por permitir de maneira relativamente fácil a obtenção de dados experimentais, que no caso de outras redes complexas muitas vezes não é possível.

O enfoque deste trabalho é exatamente o inverso, o objetivo aqui é a Internet, em particular a sua caracterização e modelagem e para isto foram utilizados os conceitos e ferramentas da Física de Redes Complexas. Foram utilizados métodos e modelos já aplicados em outras redes para caracterizar e modelar a Internet.

Assim fica possível fornecer uma base para desenvolvimento de novos protocolos de transmissão de dados, novas políticas de segurança, novas metodologias de conectividade e assim, provavelmente, estimular o desenvolvimento de novas tecnologias que utilizem a Internet como veículo.

Dentre os principais objetivos deste trabalho, destacam-se:

- Aquisição de *know-how* no tema Redes Complexas ou Redes de Conexão, uma sub-área da Física Estatística.

- Entendimento do modo de crescimento da Internet através do desenvolvimento de modelagem computacional.

- Levantamento da topologia da rede de conexões entre sistema autônomos mundiais e nacionais da Internet.

Figura 1.1: Crescimento do número de dispositivos conectados na Internet (*hosts*) em função dos anos (referência na própria figura).

Figura 1.2: Crescimento do número de *Local Area Networks* - LANs conectadas na Internet em função dos anos (figura retirada do sítio `http://bgp.potaroo.net/` em 18/01/07).

- Caracterização da Internet através do parâmetro menor caminho médio global.

Estes objetivos certamente serão de interesse dos profissionais das áreas de engenharia de redes, gerência e administração de provedores de Internet, pois encontrarão neste trabalho subsídios para responder questões técnicas importantes do seu dia-a-dia, como por exemplo:

- Quais devem ser os critérios para escolha de vizinhos? Maior conectividade, menor caminho médio, ...?
- Qual a topologia de conexão entre os principais sistemas autônomos?
- Quais as políticas de conexões adequadas?
- Qual a relação entre tempo de convergência do protocolo BGP e a conectividade do sistema?
- Qual a relação entre *traffic aggregation*[2] e a topologia de sistemas autônomos?
- Qual a melhor maneira de conter um ataque malicioso?

Definidos os objetivos e alguns possíveis questionamentos técnicos, a seguir será descrito um breve histórico de artigos e desenvolvimentos nesta área do conhecimento humano.

## 1.1 Histórico

Em 1997, quando a Internet já era uma realidade para a sociedade não acadêmica, já que para a comunidade acadêmica brasileira ela surgiu no início dos anos 80, um artigo chamou atenção desta comunidade e em particular do autor desta tese, pelo título: "*Why we don't know how to simulate the Internet*" [PF97]. Neste artigo os autores justificavam a dificuldade

[2] *Traffic aggregation* é a técnica utilizada pelos ISPs - *Internet Service Providers* ao agregar os diversos tráfegos vindo de instituições filiadas em roteadores de acesso que, por sua vez, se conectam aos roteadores do *backbone*.

de entendimento e conseqüente frustração em relação à Internet devido a sua heterogeneidade e também à rápida mudança do enlaces de conexão, aos diferentes protocolos utilizados, à topologia, às tecnologias envolvidas e aos serviços disponibilizados. As dificuldades encontradas pelos autores nas suas simulações de crescimento estavam vinculadas ao tipo considerado de rede de conexões e também à fenomenologia pontual tomada como base de seus estudos. O fracasso do modelo até então adotado, que elegia a distribuição de Poisson para governar a probabilidades de conexão, já tinha sido documentado dois anos antes [PF95].

O trabalho de Watts e Strogatz de 1998 [WS98], se tornou uma clássica referência na área de redes complexas cuja figura principal passou a ser citada em vários trabalhos posteriores. Neste artigo, foram estudados dois tipos de sistemas de conexões acoplados dinamicamente. As redes regulares, onde as conexões e vizinhanças são previsíveis e aquelas onde a natureza aleatória das conexões é máxima. Entre estes dois tipos extremos de rede, existe uma infinidade de outras redes, onde a probabilidade de conexão aleatória varia do valor mínimo 0, redes regulares, ao valor máximo 1, redes totalmente aleatórias. Os parâmetros caracterizadores estudados foram o menor caminho médio e o coeficiente de clusterização, que revelaram um comportamento próximo daquele esperado para sistemas com acoplamento do tipo *small-world* que é o acoplamento encontrado em muitas redes complexas e inicialmente observado na rede de relacionamentos entre pessoas.

Em 1999, Barabási e Albert [BA99] estudaram sistemas de origem bem distintas, naturais como redes genéticas e criados pelo homem como o ambiente *World Wide Web*. Neste trabalho, pela primeira vez relacionado com a Internet, surgiu o conceito de *scale-free network*, redes sem escala ou livre de escalas, quando perceberam que o grau de conectividade $k$ dos nós ou vértices da rede seguiam uma distribuição em lei de potência. Este comportamento era devido a dois principais mecanismos: i. crescimento contínuo da rede pela adição de novos nós e ii. novos nós se conectam preferencialmente a outros nós já bem conectados. Baseado nestes dois princípios, um modelo de crescimento pode reproduzir as distribuições livres de escala encontradas nos sistemas reais e isto indica que o desenvolvimento de grandes redes pode ser governado por um fenômeno auto-organizado e auto-consistente que predomina sobre as características pontuais de cada elemento do sistema.

Ainda em 1999, em outro trabalho, os irmãos Faloutsos [FFF99], que apesar de trabalharem em institutos diferentes atuam na mesma área de Ciência da Computação, apresentaram um estudo da topologia da Internet mundial e revelaram sua surpresa diante do comportamento da distribuição ser do tipo lei de potência. Suas observações foram feitas entre Sistemas Autônomos - ASs, por meio de dados coletados de roteadores públicos mantidos pelo *National Laboratory for Applied Network Research - NLANR*. Devido à sua área de atuação, os autores perceberam a utilidade desta área da ciência no desenho e performance de análise de protocolos de comunicação para Internet.

Em 2001, em uma sequência de vários trabalhos, de novo Barabási [Bar01] submete a Internet, sob o ponto de vista da Web, aos recentes conceitos de redes livres de escala da área de Redes Complexas, traçando um paralelo com a teoria clássica de redes aleatórias de Erdös e Rényi [ER59]. Também neste ano, Pastor-Satorras et al. [PSVV01], seguindo esta mesma linha de estudo, apresentaram as propriedades dinâmicas e as correlações de vizinhança da Internet em um estudo que considerou a evolução da topologia durante três anos. Os resultados obtidos apresentam um comportamento que também segue uma lei de potência, com coeficiente angular do ajuste linear de dados em escala $log - log$ igual a $-1,2$ e portanto expoente $\gamma = 2,2$ para a análise ordenada do número de conexões e para a distribuição de conexões de ASs. Os estudos apresentados por Barabási e Pastor-Satorras consideram a Internet como um processo complexo e dinâmico, resultado da topologia observada.

Com o artigo na revista *Scientific American* [BB03] em 2003, Barabási e Bornabeau transmitiram ao público menos acadêmico as particularidades das redes livres de escala encontradas na natureza e no cotidiano da sociedade.

Em 2004, Maslov, Sneppen e Zaliznyak [MSZ04] apresentaram um sistema de análise de padrões topológicos para redes complexas de grande porte. Neste sistema, a rede estudada é comparada com sua versão totalmente aleatória chamada de modelo nulo. O desvio das propriedades deste modelo, reflete seu desenho e/ou sua história de crescimento. A Internet foi usada como exemplo ao quantificarem as correlações entre os coeficientes de conexão. Verificaram também, que existem diferenças entre a Internet e redes moleculares estudadas anteriormente. O grande mérito deste trabalho está na introdução do conceito de padrões de correlação que permitem quantificar as diferenças entre redes complexas que possuam a mesma distribuição de graus de conectividade.

Neste breve histórico, onde foram destacados cronologicamente alguns dos principais artigos da área de redes de conexões, alguns dos aspectos que serviram de base para este trabalho foram citados. As motivações que levaram o autor à este trabalho foram caracterizar as propriedades da topologia da Internet e o relacionamento entre ASs. De maneira bem objetiva, este trabalho procura responder as seguintes perguntas:

- Comparativamente, seria a estrutura de sistemas autônomos da Internet nacional equivalente a da Internet mundial?

- Qual o comportamento da topologia (ranque e distribuição de probabilidades de conexão) nos últimos 10 anos?

- Qual o comportamento do parâmetro menor caminho médio da Internet neste período?

Este trabalho se propõe senão a responder estas perguntas por completo, pelo menos fornecer alguns detalhes para futuras análises científicas.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: no capítulo 2, **Redes de Conexão**, é feita uma abordagem dos principais conceitos da Física Estatística relativa ao tema, mostrando um pouco de sua evolução no conhecimento humano; no capítulo 3, **Modelos de Crescimento Organizado**, são apresentados os principais modelos genéricos de crescimento de redes complexas e um modelo proposto, específico para a rede de conexões da Internet; no capítulo 4, **Topologia da Internet**, é definido o objeto de estudo, a obtenção dos dados experimentais, sua análise inicial e também uma análise comparativa da topologia mundial e nacional em janeiro de 2004 com os resultados da modelagem computacional dos modelos básicos; no capítulo 5, **Evolução Temporal da Internet**, os dados reais são analisados em função do parâmetro grau de conectividade e menor caminho médio - MCM e comparados com as simulações do modelo proposto no intervalo da década de 1998 a 2007; no capítulo 6, **Algoritmo Friburgo**, é detalhado o algoritmo desenvolvido para o cálculo do parâmetro menor caminho médio e finalmente, no capítulo 7, as conclusões finais e prováveis próximos trabalhos nesta área. Existe ainda o Apêndice A, que esclarece um aspecto paralelo ao assunto deste trabalho que é a abordagem e relação entre as leis de Zipf, de Pareto e de potência.

A redação desta tese e sua posterior impressão tomou como base as normas definidas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) - NBR 6023 e International Standartization Organization (ISO) - ISO 690 e 690.2 utilizadas no documento elaborado pelo Grupo DiTeses da USP[3]. O texto está dividido em capítulos e estes, por sua vez, em seções. Existem três tipos de objetos, equações, tabelas e figuras, numerados continuamente dentro de cada capítulo, não importando a seção. Termos técnicos comumente usados em inglês, foram escritos em itálico. Todo o texto foi desenvolvido em um ambiente TEX, utilizando o pacote teTEX(*base* e *extra*) e o editor Kile v1.9.2. As citações foram referenciadas utilizando o estilo *\bibliographystyle{alpha}* que identifica as iniciais dos autores e o ano da publicação. Os gráficos e ajustes matemáticos foram desenvolvidos nos softwares OriginPro v7.5 e MatLab v6.5 e posteriormente tratados nos editores de imagens e figuras Gimp v2.2, Photoshop v7 e Ilustrator v8. Todos os softwares implementados para tratamento dos dados e simulações foram desenvolvidos em linguagem C/C++ utilizando o compilador g++ v4.1.2 e submetidos a vários sistemas computacionais do próprio CBPF.

[3]Diretrizes para apresentação de dissertações e teses da USP: documento eletrônico e impresso, *Sistema Integrado de Bibliotecas da Universidade do Estado de São Paulo*, Vânia M. B. de Oliveira Funaro, coord ... et.al. – São Paulo: SIBi-USP, 110p, ISBN 85-7314-023-2, 2004.

# Capítulo 2

# Redes de Conexão

Redes complexas, redes de conexâo, redes sociais ou simplesmente redes, é uma recente área interdisciplinar que envolve o formalismo matemático da Teoria dos Grafos e a análise baseada em ferramentas da Mecânica Estatística. Uma rede é um conjunto de elementos que são associados a nós ou vértices cuja ligação entre si se dá por meio de uma aresta. Uma maneira intuitiva de trabalhar com redes é utilizar a matriz adjacência $M[i,j]$ característica do sistema, onde os índices $i$ e $j$ representam os nós e os elementos de matriz $m_{ij}$ representam as ligações entre os nós, as arestas. As ligações podem ser unidirecionais, bidirecionais ou sem direção, caso da matriz simétrica. Podem ainda ser simples, $a(i,j) = 1$ ou $a(i,j) = 0$, ou com pesos diferenciados, $a(i,j) \in \Re$.

É comum se considerar o trabalho de Leonhard Euler, em 1735, em St. Peterburg, que resolveu o chamado problema das pontes de Königsberg (Prússia, no séc. XVIII), como sendo o ponto inicial da ciência das redes. Nesta cidade, atualmente Kaliningrado, Rússia, formada por duas grandes ilhas, haviam sete pontes ligando-as. Se discutia na época se seria possível fazer um percurso passando por todas as pontes uma única vez. Apesar da cultura local, Euler provou em seu trabalho [Eul53] a impossibilidade de um caminho fechado e para isto ele elaborou, provavelmente, o primeiro grafo matemático, considerando as pontes como arestas.

O estudo de muitas redes complexas teve como motivação o desejo de entender diversos sistemas reais que vão desde redes de comunicação até sistemas de cadeias ecológicas. Podemos citar como exemplos mais estudados recentemente o ambiente *World Wide Web*, a Internet, a rede de colaboração de atores de cinema, a rede de contatos sexuais humanos, as redes celulares, as redes ecológicas, as redes de telefonia, as redes de citações científicas, as redes lingüísticas, as redes de transmissão elétrica, as redes de neurônios e as redes de interação de proteínas, dentre outras.

De maneira geral, podemos classificar as redes complexas em quatro tipos diferenciados: as redes sociais, as redes tecnológicas, as redes biológicas e as redes de informação.

Uma rede social é a caracterização de um grupo de pessoas ou mais especificamente, um grupo de pessoas com padrão de contato ou relacionamento entre si, [Sco00] e [WF94]. Neste tipo de rede, podemos destacar os trabalhos passados relativos às amizades entre indivíduos [Mor34] e [RH61], às relações comerciais entre empresas [Mar75] e [Miz82] ou ainda às relações familiares [PA93]. Podemos também considerar neste tipo de rede o relacionamento entre super-heróis Marvel Comics [AMJR02] ou entre animais, brilhantemente descrito em [CHB99] onde em uma comunidade de cerca de 400 golfinhos, 14 indivíduos formaram um nível de super-aliança que subjulga o nível comum de aliança entre os demais indivíduos.

Ainda falando em redes sociais, um conjunto de experimentos que teve um grande impacto na sociedade acadêmica mundial é aquele feito por Milgram [Mil67] e [TM69] e que ficou conhecido pelo fenômeno *small world*. Em 1967, Milgram conduziu um experimento seminal para testar a hipótese de que membros de uma grande rede social, no caso a população dos Estados Unidos, estariam ligados entre si por uma pequena cadeia de conhecimentos intermediários. Milgram enviou mensagens para algumas centenas de indivíduos selecionados aleatoriamente para que encaminhassem para alguém próximo, com o objetivo de alcançar um indivíduo alvo em uma região geográfica distante. O resultado médio de seis indivíduos, incluindo ele, necessários para fechar uma cadeia entre ele e o indivíduo destino se transformou em um dogma sociológico e uma verdade popular. Atualmente existe o projeto *Small World* na Universidade de Columbia [Wat07] que tenta, através do correio eletrônico, levantar algumas questões ainda em aberto tais como a generalização do conceito em função de raça, classe social, nacionalidade, ocupação profissional, etc.

As redes tecnológicas são aquelas feitas ou construídas pelo homem diretamente tais como as redes de distribuição de eletricidade [ASBS00], as rotas das linhas férreas [SDC+02] ou a rede que retrata o movimento de pedestres em uma cidade [CHE02].

Outra rede tecnológica muito estudada é a Internet, principalmente pela facilidade na obtenção dos dados. A Internet é uma rede de conexões físicas entre computadores que possuem endereçamento IP[1] chamados *hosts*. Como a taxa de crescimento do número de *hosts* é muito grande, normalmente os estudos são feitos usando um outro sistema de maior granulometria como por exemplo roteadores, servidores de e-mail ou de ambiente Web ou através de Sistemas Autônomos - AS (sigla do nome em inglês).

Outro tipo de rede, as redes biológicas, por possuírem intrinsecamente uma grande dificuldade na obtenção de dados, se utilizam também das teorias e modelos desenvolvidos para os outros tipos de redes. Estudos sobre as propriedades estatísticas das redes metabólicas, por exemplo, foram bem estudadas por Jeong *et al.* [JTA+00], Stelling *et al.* [SKB+02] e Wagner e Fell [WF01].

O quarto tipo de rede considerado, redes de informação ou redes de conhecimento, tem como exemplo clássico a rede de citações entre artigos acadêmicos [ER90]. Por exemplo, os artigos citados neste trabalho formam uma rede complexa de tópicos relativos. Cada artigo citado é um vértice e uma conexão, neste caso unidirecional, entre o artigo $A$ e o artigo $B$, significa que o artigo $B$ cita o artigo $A$ em seu conteúdo. Devido a propriedade intrínseca de que cada artigo cita aqueles outros já existentes, esta rede basicamente aponta os relacionamentos do passado. Um dos primeiros estudos neste tipo de rede foi realizado por Alfred Lotka [Lot26], em 1926, quando desenvolveu a Lei de Produtividade Científica, que basicamente afirma que a distribuição do número de trabalhos publicados $k$ por cientistas segue uma lei de potência

[1]IP é um acrônimo para a expressão inglesa *Internet Protocol*, que é um protocolo usado entre duas máquinas em rede do ethernet, para encaminhamento dos dados.

do tipo $k^{-\gamma}$ onde $\gamma$ é o expoente da lei a ser determinado.

Apesar das primeiras bases de dados da área de bibliometria[2] terem sido integradas em 1960 por Eugene Garfield e outros pioneiros, neste trabalho vamos citar os estudos mais recentes de Seglen [Seg92], Redner [Red98] e Tsallis e de Albuquerque [TdA00].

Um outro importante exemplo de uma rede de informação é o ambiente *World Wide Web* que é composto de servidores Web e o emaranhado de conexões entre suas páginas de hipertexto. Esta rede, diferentemente das redes de citações científicas, apresenta uma característica cíclica. Este ambiente foi amplamente estudado desde o seu início no começo dos anos 90 com destaque para os trabalhos de Albert et al. [AJB99], Barabási et al. [BAJ00], Kleinberg [Kle00] e Broder et al. [BKM+00]. É importante destacar que o ambiente WWW não é a Internet propriamente dita, que é o objeto deste trabalho e que é uma rede física de computadores, dispositivos computacionais (impressoras, *data storages*, *clusters*, etc) e equipamentos de rede (roteadores, comutadores, etc).

## 2.1 Sistemas Complexos

Sistemas constituídos por muitos corpos, em escalas diferentes, que interagem entre si e com o próprio meio de forma não linear, são considerados sistemas complexos. Estes sistemas podem ser naturais como um formigueiro, o conjunto de neurônios em cérebros humanos, ou não naturais como as linhas de transmissões de energia elétrica, a economia e a Internet.

No final do século XX, parte da comunidade de físicos passou a dar importância ao estudo da dinâmica dos sistemas complexos que tem como principal característica a interação não linear entre seus elementos. A tentativa de construir teorias e modelos que contemplassem estes sistemas originou a teoria do caos e a física dos sistemas complexos.

[2]Bibliometria é um campo da ciência da informação, que infere sobre a produção bibliográfica de um determinado autor, tentando medir a produtividade de cada autor e assim criar métodos de comparação entre vários. O termo foi primeiramente usado por Pritchard e por Nalimov e Mulchenko em 1969. `http://www.steunpuntoos.be/bibliometrics.html` em 31/01/07.

Em sistemas lineares, quando o elemento $A$ interage com o elemento $B$ de forma linear, uma mudança em $A$ implica em uma mudança proporcional em $B$. Quando existem muitas não-linearidades nas interações em um sistema de muitos componentes, o sistema não pode ser analisado como sendo a soma de suas partes constituintes. Nestes casos, a predição de um comportamento não é possível e, assim, teorias e métodos desenvolvidos na área de sistemas complexos são aplicáveis.

Os conceitos de criticalidade auto-organizada [BTW87][BTW88], auto-similaridade [LTWW94], fractais e leis de potência [Mit03] fazem parte da física estatística mais recente e em particular, da física de sistemas complexos.

## 2.2 Redes Aleatórias

Redes aleatórias é um campo da Ciência da Computação que teve um desenvolvimento mais intenso nos anos recentes. Está baseada no estudo de grafos aleatórios que está em uma interseção entre a teoria dos grafos e a teoria de probabilidades.

Em termos matemáticos, a representação de um grafo é feita através da notação $G = \{P, E\}$, onde $P$ é um conjunto de $N$ nós ou vértices ou pontos $P_1, P_2, ..., P_N$ e $E$ é um conjunto de arestas ou conexões ou linhas entre dois elementos de $P$. O grafo da figura 2.1 é um grafo simples com o conjunto de vértices $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e um conjunto de arestas $E = \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}\}$, com o mapeamento dos pesos das conexões $w$ sendo a identidade.

A Teoria dos Grafos teve sua origem no século XVIII com o trabalho de Leonhard Euler que se concentrava em grafos pequenos e com alto grau de regularidade. Já no século XX, a Teoria dos Grafos passou a ser utilizada na análise de sistemas grandes e em conjunto com conceitos estatísticos e através de algoritmos computacionais. Muitos conceitos foram desenvolvidos a partir de grafos aleatórios, onde as conexões são aleatórias. Inicialmente passaram a ser estudados também por esta teoria as redes com topologia complexa e princípios de conectividade desconhecidos.

A Teoria de Grafos Aleatórios foi inicialmente introduzida por Paul Erdös

Figura 2.1: Exemplo de um grafo com seis vértices ou nós. Figura retirada de `http://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_grafos` em fevereiro de 2007.

e Alfréd Rényi [ER59], [ER60] e [ER61]. A título de referência deve-se considerar o artigo de Cohen [Coh88] e o livro de Bollobás [Bol01]. O modelo de Erdös-Rényi começa pela definição de um grafo aleatório com $N$ nós e com $n$ conexões escolhidas de maneira aleatória entre as $N(N-1)/2$ conexões possíveis. Existem $C^n_{N(N-1)/2}$ grafos possíveis que formam um espaço de probabilidade em que cada grafo é igualmente provável. Conseqüentemen-tente, o número total de conexões é uma variável aleatória proporcional a probabilidade $p$ e com valor esperado

$$E(n) = p[N(N-1)/2] \tag{2.1}$$

Considerando que $G_0$ é um grafo com $N$ nós e $n$ conexões, a probabilidade de obtê-lo por esta construção é dada por

$$P(G_0) = p^n(1-p)^{N(N-1)/2-n} \tag{2.2}$$

Este modelo possui algumas características que não se aplicam às redes complexas. Podemos destacar dois aspectos:

- O número fixo de elementos em contraposição com o número crescente encontrado em muitas redes
- O grau de conectividade de muitas redes não está em concordância com

a função de Poisson

Uma propriedade marcante na teoria dos grafos, no caso de grafos aleatórios (*random graphs*), é a existência de uma probabilidade crítica acima da qual emerge a existência de um aglomerado gigante envolvendo na maioria das vezes todos os elementos do grafo. Abaixo desta probabilidade de conexão, o grafo é composto de vários aglomerados menores e isolados. Este fenômeno é similar à teoria da percolação amplamente estudada em matemática e mecânica estatística [bAH00].

O modelo de Erdös-Rényi, apesar de ser robusto para muitas redes, em particular para as redes aleatórias, não satisfaz a descrição daquelas redes que apresentam crescimento contínuo e baseado em uma lei de potência. Na próxima seção abordaremos este tipo de rede.

## 2.3 Redes Sem Escala

Muitas das redes reais diferem das redes aleatórias pois apresentam uma distribuição de graus de conectividade que segue a lei de potência (2.3). Como as leis de potência são livres de qualquer escala característica, estas redes são chamadas de redes livres de escala, redes de escala livre ou redes sem escala [Ada07].

Redes sem escala, são um tipo de rede complexa que atraiu a atenção dos pesquisadores porque várias redes reais caem nesta categoria. Diferentemente das redes aleatórias onde a distribuição de conectividade segue a distribuição de Poisson, no caso de redes livres de escala, alguns poucos elementos são muito conectados enquanto a maioria dos demais possuem baixo índice de conectividade. Este tipo de rede é independente do número $N$ de elementos. Sua principal característica, que a diferencia da rede aleatória, é a probabilidade de conexão que é dada por [BA99] [SFFF03]

$$P(k) \sim k^{-\gamma} \tag{2.3}$$

onde $k$ é o coeficiente de conectividade ou número de conexões e o expoente $\gamma$ varia aproximadamente entre 2 e 3 para a maioria das redes reais [BA02].

Uma rede livre de escala pode ser construída adicionando-se elementos progressivamente à rede existente através de conexões com os elementos já participantes da rede seguindo o princípio de conexão preferencial com a probabilidade sendo dada por

$$P(k_i) = \frac{k_i}{\sum\limits_{j=1}^{N} k_j} \tag{2.4}$$

onde $k_i$ é o número de conexões do iésimo elemento ou nó e $N$ é o número total destes elementos [BA99].

Aqueles elementos que possuírem um elevado valor do coeficiente de conectividade $k$ são considerados *hubs*.

A figura 2.2 (pág. 18) apresenta um diagrama comparativo entre redes aleatórias que seguem a distribuição de Poisson, coluna esquerda e as redes em lei de potência que não possuem escala, coluna direita.

Na figura 2.2a, uma rede baseada no modelo de grafo aleatório de Erdös-Rényi é construída com $N = 10$ nós conectados aos pares com probabilidade $p = 0,2$. Considerando que as conexões possuem pesos iguais e unitários, $\{i,j\} = \{j,i\}$, então de acordo com a equação (2.1), página 15, o valor esperado do número de conexões para este caso é $p\,[N(N-1)/2] = 9$.

Na figura 2.2b é utilizado o modelo sem escala que considera que a rede cresce continuamente e que a cada instante um novo nó se conecta a dois outros nós já existentes, preferencialmente aqueles com maior número de conexões. Este mecanismo é chamado de conexão preferencial.

A rede de conexão pode ser caracterizada pela probabilidade de conexão $P(k)$ que o iésimo nó tenha $k_i$ conexões. Na figura 2.2c, observa-se que para rede aleatória, $P(k)$ segue a distribuição de Poisson que está centrada no valor médio $< k >$. Basicamente esta figura mostra que a maioria dos nós possuem $k =< k >$ e que a probabilidade decai exponencialmente a medida que o número de conexões se afasta deste valor.

Já na figura 2.2d, é visível que a probabilidade segue uma lei de potência, dada pela equação (2.4) onde é muito provável nós com poucas conexões e ao contrário, pouco provável nós muito conectados.

Figura 2.2: Esquema comparativo entre redes de conexões que possuem a distribuição do coeficiente de conectividade $k_i$ do tipo aleatório ou Poisson e do tipo lei de potência, nas colunas esquerda e direita, respectivamente. Figura extraída de [Bar01].

Nas figuras 2.2e e 2.2f, observam-se redes de 130 nós e 430 conexões e onde é possível constatar que a rede aleatória é mais homogênea enquanto que na rede sem escala, a maioria dos nós estão conectados a alguns poucos nós, chamados de *hubs*. A importância destes nós *hubs* para este tipo de rede pode ser avaliada pelo fato de, estatísticamente, 60% dos nós serem alcançados através de apenas 5 deles em comparação com 27% no caso de redes aleatórias.

Observa-se que a estabilidade da rede de conexões apesar de ser maior se ela for do tipo sem escala, os nós *hubs* não podem ser afetados pois, se isto ocorrer, existe a possibilidade de criação de aglomerados de nós e conseqüente isolamento.

Na natureza estes dois principais tipos de redes de conexões existem, assim como existem também aquelas que são uma mistura delas. As redes aleatórias são mais simples e foram primeiramente bem estudadas. As redes sem escala tiveram sua natureza e propriedades conhecidas mais recentemente, principalmente nas últimas duas décadas (extensa documentação no recente livro de Newman et al. [NBW06]).

No próximo capítulo, serão descritos os principais modelos genéricos de crescimento ordenado de redes de conexões. É também apresentado um modelo específico e original para rede Internet, proposto neste trabalho.

# Capítulo 3

# Modelos de Crescimento Organizado de Redes Complexas

A Internet é baseada nas interconexões de Sistemas Autônomos que apresentam uma aparente natureza aleatória porém, na realidade, são descritas por uma lei de potência, sendo por isto considerada uma rede de topologia do tipo sem escala (*scale-free network*).

Muitos modelos foram desenvolvidos e testados em redes de diversos tipos. De maneira resumida podemos dividir os modelos em dois tipos: os básicos e os específicos. Os modelos básicos são aqueles utilizados para o desenvolvimento e testes de teorias e conceitos necessários para o desenvolvimento dos modelos específicos que incluem ingredientes dinâmicos existentes nas redes a que serão submetidos e avaliados.

Neste capítulo, são apresentados os principais modelos que caracterizam as redes livres de escala que serviram de base para o desenvolvimento de um modelo mais abrangente e específico para Internet. Os modelos base são os modelos Barabási-Albert e a sua extensão, o modelo Dorogovtsev-Mendes e o modelo Zhou-Mondragón. Estes modelos serviram para o desenvolvimento de um modelo específico, original e aplicado aos dados experimentais considerados neste trabalho.

Nas primeiras seções deste capítulo, seções de 3.1 a 3.3, são apresentados os modelos base. Estes modelos tratam dos seguintes conceitos básicos:

crescimento contínuo, conexão preferencial, atração inicial, novas conexões e exclusão de conexões. Na seção 3.4 é abordado um modelo que acrescenta um ingrediente na dinâmica de conexões entre sistemas autônomos da Internet, a probabilidade não linear. Na seção 3.5, é apresentado o modelo proposto neste trabalho, que contém ingredientes dos modelos descritos anteriormente. Posteriormente, nos capítulos 4 e 5, são apresentados os resultados das modelagens computacionais destes modelos, comparativamente com os resultados dos dados experimentais.

## 3.1 Modelo Barabási-Albert

Baseado nos dois princípios fundamentais: crescimento contínuo e conexão preferencial, Barabási e Albert [BA99] propuseram o seguinte modelo:

- **Crescimento contínuo**: o modelo começa com um pequeno número de nós sem conexões $n_0$ e a cada instante é adicionado um novo nó que faz $m$ novas conexões a diferentes nós já presentes na rede.

- **Conexão preferencial**: as conexões iniciadas pelo novo nó são realizadas de acordo com a probabilidade dada pela equação (2.4) que será repetida aqui na forma

  $$P(k_i) = \frac{k_i}{\sum\limits_{j=1}^{N} k_j} \tag{3.1}$$

  onde $P(k_i)$ e $k_i$ são a probabilidade e o grau de conectividade do iésimo nó, respectivamente, e $N$ é o número de nós a qualquer instante da evolução da rede.

Neste modelo, a rede resultante a cada instante terá $N$ nós e $mt$ conexões depois de $t$ passos, onde $N = t + n_0$. Através de simulações numéricas, é possível demonstrar que a rede resultante segue uma lei de potência cujo expoente $\gamma$ é aproximadamente igual a 3, independentemente do valor de $m$.

Voltando um pouco no tempo, em 1999, Barabási e Albert [BA99] e Albert, Jeong e Barabási [AJB99] calcularam a dependência temporal do grau de conectividade do iésimo nó $k_i$ utilizando aproximações contínuas. Este grau, também chamado de coeficiente de conectividade $k_i$, aumenta toda vez que um novo nó entra no sistema e se conecta ao nó $i$ com uma probabilidade dada pela equação (3.1).

Assumindo que $k_i$ é uma variável real e contínua, a taxa de variação temporal com que muda, deve ser proporcional à probabilidade $P(k_i)$. Lembrando que $m$ é o número inicial de conexões, conseqüentemente, $k_i$ deve satisfazer a equação dinâmica

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} = mP(k_i) = m \frac{k_i}{\sum_{j=1}^{N-1} k_j} \tag{3.2}$$

Observando que agora o somatório do denominador não considera o novo nó e que cada conexão é simétrica e por isso contada duas vezes então, no limite $(t \gg m)$, esta soma é dada por

$$\sum_{j=1}^{N-1} k_j = 2(mt - m) \Rightarrow 2mt \tag{3.3}$$

A simples substituição da equação (3.3) em (3.2), leva a

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} = \frac{k_i}{2t} \tag{3.4}$$

Observando que o iésimo nó é acrescentado na rede no instante $t_i$ com o número inicial de conexões $k_i = m$, a solução da equação (3.4) com a condição de contorno inicial $k_i(t_i) = m$ é dada por

$$k_i(t) = m \left(\frac{t}{t_i}\right)^{\beta}, \quad \beta = 1/2 \tag{3.5}$$

Observe que a equação (3.5) atesta que o coeficiente de conectividade de qualquer um dos nós, é uma lei de potência diferenciada pelo valor de $t_i$.

$$k_i(t) = m\frac{t^{\beta}}{t_i^{\beta}} \Rightarrow t_i^{\beta} = \frac{mt^{\beta}}{k_i(t)} \Rightarrow t_i = \frac{m^{1/\beta} t}{(k_i(t))^{1/\beta}} \tag{3.6}$$

Dessa forma, a probabilidade de um nó possuir grau $k_i(t)$ menor que $k$ é dada por

$$P\left[k_i(t) < k\right] = P\left[t_i > \frac{m^{1/\beta}t}{k_i^{1/\beta}}\right] \tag{3.7}$$

Assumindo que o modelo de crescimento considera intervalos de tempo iguais, os valores de $t_i$ possuem uma densidade de probabilidade igual a

$$P(t_i) = \frac{1}{n_0 + t} = \frac{1}{N} \tag{3.8}$$

Substituindo (3.8) em (3.7), obtêm-se

$$P\left[t_i > \frac{m^{1/\beta}t}{k_i^{1/\beta}}\right] = 1 - \frac{m^{1/\beta}t}{k_i^{1/\beta}N} \tag{3.9}$$

A distribuição do coeficiente de conectividade $P(k)$ é obtida calculando sua derivada parcial em relação a $k$. Para obter a forma algébrica das equações (3.10), (3.11) e (3.12), o valor de $N$ foi substituido na equação (3.9) e o valor numérico de $\beta = 1/2$ foi usado quando conveniente.

$$P(k) = \frac{\partial P[k_i(t) < k]}{\partial k} = \frac{2m^{1/\beta}t}{(n_0 + t)} \frac{1}{k^{1/\beta+1}} \tag{3.10}$$

Asimptoticamente quando ($t \to \infty$) em (3.10), as contribuições de $t$ do numerador e denominador se cancelam e obtém-se

$$P(k) \approx 2m^{1/\beta}k^{-\gamma} \tag{3.11}$$

onde o expoente da lei de potência é dado por

$$\gamma = \frac{1}{\beta} + 1 \tag{3.12}$$

Para $\beta = 1/2$, é imediato chegar ao valor $\gamma = 3$ comentado anteriormente. Este resultado de independência do valor de $\gamma$ em relação à $m$ obtido analiticamente por Barabási e Albert em [BA02] também foi obtido numericamente através de simulações computacionais do modelo e são apresentadas na seção (4.5.1).

Assim, a equação (3.11) mostra que a distribuição de probabilidades do coeficiente de conectividade $k_i$ é descrita por uma lei de potência de expoente $\gamma$ independente do número de conexões iniciais a que todo novo nó está sujeito.

A equação (3.11) também revela que o modelo Barabási-Albert é independente do tempo e por conseqüência, indepentente do tamanho pois $N = n_0+t$, indicando que apesar do crescimento contínuo, a rede de conexões chega ao seu estado estacionário, que é também livre de escala ou sem escala.

Este processo analítico foi baseado nas premissas do crescimento contínuo e da conexão preferencial descritas na pág. 21. Nos artigos citados, [BA99] e [AJB99], os autores também provam que a liberdade de escala necessariamente depende destas duas condições básicas do modelo. O procedimento é simples e apoiado em uma análise de duas situações diferentes onde somente uma das premissas é considerada de cada vez.

### Conexão Preferencial

Nesta primeira análise não é considerada a premissa do crescimento contínuo e portanto não há aumento do número de nós $N$ que permanece constante ao longo do tempo. A cada instante um nó é escolhido aleatóriamente e realiza uma conexão preferencial dada com o nó $i$ com probabilidade $P(k_i)$ dada pela equação (3.1).

As simulações feitas por Barabási e Albert [BA99] revelaram que no início o modelo apresenta uma lei de potência porém, com o passar das iterações, é alcançado um estado onde todos os nós estão conectados entre si, estado conhecido como *full meshed network*, o que elimina a possibilidade de uma rede livre de escala

### Crescimento Contínuo

Nesta análise a premissa do crescimento contínuo é testada com a probabilidade de conexão de um novo nó sendo agora igual para qualquer um dos outros nós já existentes. Se a rede começa com $n_0$ nós e a cada novo nó são realizadas $m < n_0$ conexões, então a eqüiprobabilidade é dada por

$$P(k_i) = \frac{1}{n_0 + mt - 1} \tag{3.13}$$

Neste caso, Barabási e seus colaboradores nos artigos já citados, demonstram que existe uma dependência logarítmica de coeficiente de conectividade $k_i(t)$ com o tempo que no limite $t \to \infty$ leva a distribuição de probabilidades à seguinte expressão:

$$P(k, t \to \infty) = \frac{e}{m} \, \exp\left(-\frac{k}{m}\right) \tag{3.14}$$

o que também elimina a propriedade de rede livre de escala.

Em cada uma das duas situações consideradas, somente uma das premissas fundamentais está presente e a condição de liberdade de escala não é alcançada, portanto é possível concluir que para o crescimento de uma rede livre de escala são necessários simultaneamente os mecanismos de crescimento contínuo e conexão preferencial dada pela equação (3.1).

Resumidamente, é possível dizer que este modelo reproduz as distribuições de probabilidades estacionárias livres de escala observadas, por exemplo, ou em redes genéticas ou mesmo no ambiente Web. Isto é um indicativo de que o desenvolvimento de grandes redes de conexões é governado por um fenômeno robusto de auto-organização que predomina sobre os princípios dos sistemas individuais, participantes da rede.

## 3.2 Modelo Barabási-Albert Estendido

Barabási e Albert observaram que algumas outras características deveriam ser acrescentadas ao seu modelo básico principalmente porque em algumas redes de conexões, o valor experimental do expoente $\gamma$ diferia daquele obtido na equação (3.12).

A primeira mudança no modelo básico está no conceito de atração inicial, que é uma necessidade diante dos demais mecanismos acrescentados ao modelo, novas conexões e rearranjo, e que serão descritos na seqüência [BAJ00].

De acordo com a equação (3.1), se um nó tiver zero ligações, então a probabilidade deste nó receber uma nova ligação também será zero e isto na maioria das redes reais não é a realidade, pois sempre existe alguma possibilidade de, por exemplo na rede de citações, um artigo que ainda não foi citado, receber citações.

Para solucionar esta questão pode-se adicionar uma constante $A$, usualmente $A = 1$, garantindo a possibilidade do nó $i$ ter chance de receber novas ligações e assim a equação (3.1) fica:

$$P(k_i) = \frac{k_i + A}{\sum\limits_j (k_j + A)} \tag{3.15}$$

Esta equação permite que o modelo considere a atração inicial que é intrínseca a cada elemento da rede independente de estar já conectado ou ainda isolado.

Uma outra questão é que em muitas redes reais o expoente $\gamma$ é diferente de 3, que é o valor esperado no modelo original, sugerindo a existência de mecanismos não considerados até então. Esses mecanismos são os chamados eventos locais, tais como: adição ou remoção de conexões entre os nós já existentes, exclusão de nós e rearranjo de conexões. Para tornar seu modelo mais realista, Barabási e Albert propuseram uma extensão ao seu modelo básico. Começar com $n_0$ nós isolados e a cada instante de tempo uma das três operações a seguir é realizada:

- Com probabilidade $p$ são adicionadas $m$ novas conexões. Um dos nós da nova conexão é escolhido aleatoriamente e outro com probabilidade descrita pela equação (3.15). Este procedimento é repetido $m$ vezes.

- Com probabilidade $q$ são rearranjadas $m$ conexões. Para isso, é selecionado um nó aleatoriamente e é removida uma de suas conexões que é substituída por outra com um nó escolhido com probabilidade descrita pela equação (3.15). Este procedimento também é repetido $m$ vezes.

- Com probabilidade $r = (1-p-q)$ é adicionado um novo nó. Este novo nó realiza $m$ conexões com probabilidade descrita pela equação (3.15).

Nesta extensão do modelo básico, as probabilidades $p$ e $q$ de novas conexões e de rearranjos entre as conexões existentes, podem variar no intervalo $0 \leq p \leq 1$ e $0 \leq q \leq 1$, respectivamente, porém, satisfazendo a $p+q+r=1$, onde $r$ é a probabilidade de somente adcionar um novo nó. No caso de ambas as probabilidades serem nulas, o modelo estendido reduz-se ao modelo básico.

Barabási e colaboradores nos artigos [BA99] e [BA02] também utilizaram as mesmas aproximações contínuas introduzidas no modelo básico, para descrever a taxa de variação temporal do coeficiente de conectividade $k_i$ do iésimo nó. A contribuição de cada novo mecanismo é descrita a seguir.

**Novas Conexões**

Nesta operação de nova conexão entre os nós existentes, um dos nós é escolhido aleatoriamente, portanto, com probabilidade $1/N$. O outro nó da nova conexão é selecionado preferencialmente com probabilidade dada pela equação (3.15), com $A = 1$. Esta operação é repetida $m$ vezes com probabilidade $p$. A taxa de variação do coeficiente de conectividade nesta operação de adição de conexões preferenciais entre os nós já existentes, é dada por:

$$\left(\frac{\partial k_i}{\partial t}\right)_a = mp\,\frac{1}{N} + mp\,\frac{k_i+1}{\sum_j (k_j+1)} \tag{3.16}$$

**Rearranjo de Conexões**

O mesmo raciocínio empregado na operação anterior é utilizado no caso da operação de rearranjo de conexão. O primeiro termo da equação (3.17) é negativo porque nesta operação ocorre primeiramente a remoção com probabilidade $q$ de uma conexão do nó sorteado aleatoriamente, portanto um decréscimo no coeficiente de conectividade. O segundo termo continua positivo porque representa o acréscimo no coeficiente de conectividade com probabilidade $q$ quando a conexão é feita com um novo nó, agora com probabilidade preferencial.

$$\left(\frac{\partial k_i}{\partial t}\right)_b = -mq\,\frac{1}{N} + mq\,\frac{k_i+1}{\sum_j (k_j+1)} \tag{3.17}$$

**Adição de um novo nó**

Esta é a operação definida no modelo básico, agora realizada com probabilidade $r = 1-p-q$. Neste caso ocorre somente o acréscimo no coeficiente de conectividade do nó existente que irá receber a conexão. De novo a operação é realizada $m$ vezes agora com probabilidade $r$. A taxa de variação é dada por:

$$\left(\frac{\partial k_i}{\partial t}\right)_c = mr\,\frac{k_i+1}{\sum\limits_j (k_j+1)} \tag{3.18}$$

O valor total da taxa de variação do coeficiente de conectividade do iésimo nó, $k_i$, é dada pela soma das equações (3.16), (3.17) e (3.18) relativas a cada uma das três operações descritas.

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} = \left(\frac{\partial k_i}{\partial t}\right)_a + \left(\frac{\partial k_i}{\partial t}\right)_b + \left(\frac{\partial k_i}{\partial t}\right)_c \tag{3.19}$$

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} = m(p-q)\frac{1}{N} + m\frac{k_i+1}{\sum\limits_j (k_j+1)} \tag{3.20}$$

Considerando $N = n_0 + (1-p-q)t$, $\sum\limits_j (k_j) = 2mt(1-q) - m$ e a condição de conectividade inicial do iésimo nó $k_i(t) = m$, no limite quando $t \to \infty$, a solução da equação (3.20) é dada por

$$k_i(t) = [A(p,q,m) + m + 1]\left(\frac{t}{t_i}\right)^{\frac{1}{B(p,q,m)}} - A(p,q,m) - 1 \tag{3.21}$$

onde

$$A(p,q,m) = (p-q)\left(\frac{2m(1-q)}{1-p-q} + 1\right) \tag{3.22}$$

$$B(p,q,m) = \frac{2m(1-q) + 1 - p - q}{m} \tag{3.23}$$

Finalmente, o modelo Barabási-Albert estendido leva a uma distribuição de probabilidade do coeficiente de conectividade $k_i$ tendo uma lei de potência generalizada com a seguinte forma:

$$P(k) \propto [k + A(p,q,m) + 1]^{-\gamma} \tag{3.24}$$

onde os parâmetros $A(p,q,m)$ e $\gamma$ são definidos pelas equações (3.22) e (3.25), respectivamente.

$$\gamma = \frac{2m(1-q)+1-p-q}{m} + 1 \tag{3.25}$$

A equação (3.24) somente é válida para $A(p,q,m) + m + 1 > 0$ e a estrutura livre de escala só é observada para $q < q_{max}$, onde

$$q_{max} = min\left\{(1-p), \frac{(1-p+m)}{(1+2m)}\right\} \tag{3.26}$$

De maneira resumida, o modelo Barabási-Albert estendido inclui os mecanismos intrínseco de atração inicial e probabilísticos de novas conexões e de rearranjos entre nós já existentes. A distribuição de probabilidades de conexão é descrita por uma lei de potência dada pela equação (3.24).

## 3.3 Modelo Dorogovtsev-Mendes

Partindo do modelo básico Barabási-Albert, Dorogovtsev e Mendes [DM00] propuseram dois novos mecanismos de crescimento: i. desenvolvimento de redes e ii. estrutura de decaimento.

O mecanismo "desenvolvimento de redes" considera a possibilidade do surgimento de novas conexões entre os nós já existentes. O mecanismo "estrutura de decaimento", ao contrário, admite a exclusão de conexões entre os nós já existentes. Estes mecanismos levam à seguinte expressão para o expoente $\gamma$:

$$\gamma = 2 + \frac{1}{1+2C} \tag{3.27}$$

onde $C$ é o número de conexões incluídas ($> 0$) ou removidas ($< 0$). Quando $C = 0$ obtemos o valor esperado do modelo original de Barabási-Albert. Em sua forma original o modelo Dorogovtsev-Mendes considera um ou outro mecanismo.

## 3.4 Modelo Zhou-Mondragón

Estes modelos apresentados nas seções anteriores, o modelo Barabási-Albert, sua extensão e o modelo Dorogovtsev-Mendes, são modelos gerais utilizados no desenvolvimento de teorias e modelagem de redes complexas de uma maneira geral.

São muito úteis no entendimento dos mecanismos existentes nos estudos relacionados com o crescimento das redes complexas em geral. Certamente servem de base para o desenvolvimento de modelos mais realistas e aplicáveis a redes complexas específicas.

Para a rede de conexões da Internet, Zhou e Mondragón [ZM03][ZM04] introduziram o conceito de conexão preferencial não-linear onde a probabilidade de conexão agora apresenta um expoente que tem a principal característica de amplificar o efeito de conectividade preferencial. A probabilidade de conexão de cada nó agora é dada por

$$\prod(k_i) = \frac{k_i^\alpha}{\sum\limits_j k_j^\alpha} \tag{3.28}$$

O que está por trás desta probabilidade, que passaremos a chamar probabilidade alfa ou probabilidade não-linear, é a possibilidade de aumentar a importância de grandes *hubs*[1] para a rede toda.

Além deste tipo não-linear de probabilidade, este modelo considera também a possibilidade do surgimento de novas conexões entre nós já existentes.

O modelo Zhou-Mondragón, apesar de considerar a rede de conexões entre ASs, não foi submetido a dados retirados da tabela *full routing* BGP. Os autores utilizaram dados obtidos através da utilização da ferramenta computacional *traceroute*. Esta ferramenta basicamente é um programa que determina a rota por onde passam os pacotes de informação em uma rede de computadores.

[1] Neste trabalho, *hub* significa um nó que possui alto grau de conectividade $k_i$, não havendo um limite inferior deste valor para que o nó seja assim considerado.

## 3.5 Modelo Proposto

Havia nesta fase do trabalho, as alternativas de desenvolvimento de um modelo baseado em uma estatística não-extensiva, como aquele feito por Soares et al. em 2005 [STMdS05], que em outros sistemas também em escala livre apresentou ótima concordância com os dados experimentais , ou um modelo baseado na dinâmica das redes (Chen e Shi, 2004) [CS04] ou ainda aquele fenomenológico proposto por Oliveira (2005) [Oli05].

Porém, o modelo Zhou-Mondragón chamou atenção pelo fato de estar bem próximo dos modelos já estudados com simulações e portanto não havendo necessidade de introduzir conceitos oriundos de outras teorias e também por apresentar facilidade de implementação.

Tomando como base os modelos apresentados nas seções anteriores, neste trabalho é proposto um modelo original que considera alguns dos mecanismos mencionados. O modelo proposto considera o crescimento contínuo, a probabilidade alfa de conexão dada pela equação (3.28), pág. 30, e as possibilidades de inclusão e de rearranjo de novas conexões entre os nós já existentes.

Os dois princípios básicos, crescimento contínuo e conexão preferencial, são mecanismos de longo alcance, genéricos e de interferência nas conexões da rede de modo coletivo, como um sistema amplo. Existem outros mecanismos que caracterizam eventos locais e que contribuem de maneira importante nas propriedades coletivas. Dois novos mecanismos locais não específicos da rede são aqueles que representam a possibilidade de adição de novas conexões entre os nós já existentes e de remoção de conexões já existentes.

A remoção simples de conexões no sistema Internet é muito raro, representando aqueles poucos casos em que o nó, sistema autônomo - AS no caso da Internet, deixa de existir sendo normalmente absorvido por um outro, caso de fusão entre dois ou mais *Internet Services Providers* - ISPs. É bem mais comum a operação chamada de rearranjo que é a remoção seguida de uma nova conexão, representando a troca de vizinhança devido principalmente ao custo/benefício.

A simples inclusão do expoente na probabilidade alfa de conexão faz com que aqueles nós, aqueles ASs, considerados *hubs* passem a ser ainda mais preferidos nas conexões sorteadas se compararmos com a expressão inicial.

O modelo aqui proposto considera a inclusão de um novo AS, a unidade básica do ciclo temporal, a cada iteração na implementação. Considera também, com probabilidade $p$ e $q$, as possibilidades de novas conexões e de rearranjo entre ASs já existentes, respectivamente.

Assim, a cada ciclo ou iteração, além da inclusão do AS e suas $m$ novas conexões, é sorteada uma probabilidade, $0 < prob < 1$. Se $prob$ for menor ou igual a $p$, o modelo adiciona uma nova conexão entre ASs introduzidos em um ciclo anterior. Se a probabilidade estiver entre $p$ e $p + q$ inclusive, uma operação de rearranjo é efetuada. E por fim, se a probabilidade for maior que $p + q$, nada ocorre além da inclusão deste novo AS e suas conexões.

Os parâmetros $p$ e $q$ tem seus valores ajustados nas simulações de cada ano para que a rede de conexões gerada seja compatível com os números de nós e de conexões, obtidos dos arquivos de dados experimentais.

Este modelo proposto está baseado em três funções principais descritas a seguir.

**SortProbAlfa:** nesta função primeiramente é construído um vetor $va$ de números reais onde cada elemento representa a probabilidade alfa dada pela equação (3.28) e posteriormente é sorteado um número entre 0 e 1 que é procurado em cada um dos elementos de $va$ definindo assim o nó sorteado.

**IncluiConexão:** esta função utiliza a função *SortProbAlfa* para escolher um nó de acordo com a probabilidade alfa.

**ExcluiConexão:** esta função sorteia uma das conexões do nó previamente escolhido e a exclui verificando se existem outras, evitando assim o isolamento do nó.

Com estas três funções principais e outras mais, a implementação do modelo proposto de crescimento da rede complexa Internet permite a utilização dos diversos mecanismos considerados na dinâmica da evolução temporal. A seguir, uma breve descrição da implementação em cinco etapas.

1. Definir os valores do número de nós total $N$ e inicial $n_0$, do número inicial de conexões $m$, das propabilidades de novas conexões $p$ e de rearranjo $q$ entre os nós já existentes.

2. Iniciar a rede com dois nós conectados, que é a condição básica de uma rede.

3. A cada iteração, incluir um novo nó com $m$ conexões definidas pela probabilidade alfa dada pela equação (3.28).

4. A cada iteração, também sortear uma probabilidade $prob$ e compará-la com as probabilidades das dinâmicas de novas conexões ou de rearranjos entre nós já existentes, de acordo com:

   - $prob \leq p$ realizar uma nova conexão;
   - $p < prob \leq (p+q)$ realizar rearranjo;
   - $(p+q) < prob$ nada a fazer.

5. Repetir o processo até que o número de nós seja $N$.

No capítulo 4 a seguir, são definidos os objetos de estudo, as fontes de dados experimentais e o pré-tratamento dos dados. Também são apresentadas as primeiras análises dos dados obtidos em janeiro de 2004 e as modelagens computacionais dos modelos básicos submetidas a comparações com estas análises iniciais.

No capítulo 5, os resultados das simulações deste modelo proposto são comparados aos valores experimentais na análise da evolução da Internet sobre os aspectos da topologia e do parâmetro menor caminho médio ao longo da década de 1998 à 2007.

# Capítulo 4

# Topologia da Internet

Neste capítulo, primeiramente, na seção 4.1 - O que é Internet?, será definido o objeto de estudo, a rede de conexões de Sistemas Autônomos da Internet, na seção 4.2 - Tabela BGP *Full Routing*, é abordada a maneira de obtenção dos dados experimentais e toda a nomenclatura necessária para o entendimento do tema e na seção 4.3 - Pré-análise do Dados, são listados os arquivos de dados originais utilizados e comentados os arquivos que são resultantes do pré-tratamento, que já possuem a informação compilada para este trabalho. Na seção 4.4, é apresentado um trabalho inicial com os resultados da análise sobre a topologia da Internet brasileira comparada à mundial em um único momento de fevereiro de 2004. Na última seção deste capítulo, seção 4.5, são apresentadas as simulações computacionais dos modelos básicos descritos no capítulo anterior e comparados com os resultados experimentais da seção anterior 4.4.

## 4.1 O que é a Internet?

A Internet é realmente uma rede de redes de computadores que trocam informações entre si. Estes computadores podem ser de qualquer tipo, arquitetura, marca ou modelo. Podem ser microcomputadores ou computadores de grande porte. Podem usar qualquer processador e, portanto, qualquer sistema operacional. Podem usar qualquer software que permita comunicação entre servidores e clientes. Estes computadores estão interligados por linha comum de telefone, linhas privadas de comunicação, canais de satélite, cabos submarinos, cabos ópticos e outros meios de comunicação. Esta é uma e talvez a principal característica da Internet: a independência de hardware e software [AdVC01].

Na realidade, a palavra internet é proveniente da expressão *internetwork* que significa "comunicação entre redes" [car07]. Uma maneira simples de visualizar a Internet é considerar uma nuvem com computadores conectados a ela. Esta nuvem é dinâmica e cresce à medida que crescem as redes. Estas redes se comunicam através do conjunto de protocolos TCP/IP (*Transmission Control Protocol/Internet Protocol*) que são especificados em várias RFCs[1], já que são vários os protocolos. Uma boa leitura inicial sobre o assunto pode ser obtida na RFC 1180 escrita por Socolofsky e Postel (vide nota de rodapé).

A Internet pode ser vista sob vários níveis de abrangência e de complexidade considerando unidades básicas diferentes. A visão mais intuitiva e de fácil entendimento para o público leigo, é imaginar que estas unidades são *hosts*[2] ou genericamente computadores conectados por fios, fibras ópticas ou mesmo usando tecnologia sem fio através de todo o planeta.

Outra visão um pouco mais ampla, define a unidade básica como sendo um conjunto de computadores, servidores, impressoras, comutadores e roteadores que formam uma rede local ou LAN - *Local Area Network*. Cada instituição, empresa, prédio residencial ou mesmo um lar, teria sua LAN que estaria conectada a outras LANs através de um ou mais roteadores e assim sucessivamente. Roteador é um dispositivo responsável pelo encaminhamento de pacotes de informação na comunicação entre LANs ou em outras palavras é o sistema responsável pela comunicação entre diferentes LANs. Existem roteadores com características, capacidades e quantidades de interfaces variadas custando entre alguns milhares até poucos milhões de reais. Dentre os principais fabricantes de roteadores e equipamentos de

[1] *Request for Comments series* contém documentos técnicos e organizacionais sobre a Internet incluindo especificações técnicas e políticas de utilização. Acesso a todas as RFCs de maneira classificada pode ser obtido em `http://www.rfc-editor.org/`.

[2] Em informática, *host* é todo dispositivo computacional conectado a uma rede de comunicações e endereçado pelo protocolo IP - *Internet Protocol*.

redes é possível citar as empresas Cisco Systems Inc. (`www.cisco.com`), Juniper Networks (`http://www.juniper.net/`) e Extreme Networks (`http://www.extremenetworks.com/`) apesar da primeira delas deter a maior parte do mercado.

Uma terceira visão mais complexa, técnica, de difícil definição, porém real, seria considerar o elemento básico da Internet sendo um Sistema Autônomo - AS (sigla em inglês, como é conhecida no meio profissional). Uma definição direta seria: um AS é definido como sendo um conjunto de LANs submetidas a uma mesma política de utilização e conectividade e administrada pelo mesmo grupo de gerentes de rede.

A figura 4.1 exibe a estrutura da Internet através de dois elementos básicos principais, as redes locais, LANs, e os Sistemas Autônomos, ASs. É importante observar que a visão da Internet como sendo uma rede de conexões entre ASs apesar de não ser popular é intuitiva e simplificada, pois além de diminuir em uma ordem de grandeza o número de elementos de rede, os dados reais podem ser obtidos com facilidade através de consulta aos roteadores de borda.

Figura 4.1: Estrutura da Internet - (a) destaque para a estrutura interna dos sistemas Autônomos - ASs e (b) destaque para a estrutura de relação entre os ASs.

Um exemplo típico de um sistema autônomo é a RedeRio de Computadores - RR/FAPERJ[3] que agrega as LANs das principais universidades, institutos de pesquisa, órgãos governamentais e instituições sem fins lucrativos situados no estado do Rio de Janeiro. Outros exemplos nacionais são a Rede Nacional de Pesquisa - RNP, Empresa Brasileira de Telecomunicações - EBT, a TELEMAR, a INTELIG e internacionais a LKNet, a Global Crossing, a GlobalOne, a UUnet.

Cada AS, quando registrado no órgão de controle regional recebe um número entre 1 e 65.536 (ASN) que será utilizado na configuração dos roteadores que farão as conexões entre ASs e que será a sua impressão digital para toda Internet, ou seja, o conjunto de endereços das LANs de um AS são representados pelo número AS - ASN. No caso do Brasil e de toda América Latina, o órgão de controle é o Registro de Endereçamento de Internet para América Latina e Caribe - LACNIC[4]. Por exemplo, o ASN 2715 é utilizado na RedeRio, 1916 na RNP e 4230 na EBT.

O número de sistemas autônomos cresce diariamente, em 1998 existiam cerca de 2.550 e atualmente são utilizados cerca de 21.000 ASNs, que não estão em ordem pois alguns são reservados, outros dedicados e alguns não mais utilizados por desistência ou fim de operação.

Ao longo deste trabalho, o sistema autônomo, AS, através de seu identificador ASN, será considerado a unidade básica de análise. Todos os dados experimentais obtidos estão em função dos ASNs. Sendo assim, considere que a Internet é uma rede de conexão complexa onde os nós são os ASs e os vértices são as conexões físicas entre eles.

Cada LAN possui pelo menos um roteador, cada AS possui um conjunto de roteadores que juntos distribuem os pacotes de informação internamente entre as suas LANs. Estes roteadores internos trocam informações através de protocolos cuja função principal é informar aos demais roteadores do AS

[3]A RedeRio de Computadores é um projeto especial da agência de fomento do estado do Rio de Janeiro, criado em 1992 para integrar instituições acadêmicas e de pesquisa do estado, `http://www.rederio.br`.

[4]LACNIC é uma organização que administra o espaço de endereçamento IP, Números de Sistemas Autônomos (ASN), resolução reversa e outros recursos para a região da América Latina e Caribe em nome da comunidade Internet, `http://lacnic.net/sp`.

quais as LANs cujo acesso é feito através deles. Exemplos destes protocolos internos são: *Router Information Protocol* - RIP, *Open Shortest Path First* - OSPF, *Interior Gateway Routing Protocol* - IGRP.

Cada AS possui pelo menos um roteador com características especiais. É um roteador que se comunica com um ou mais roteadores de outros ASs, ou seja, faz a comunicação externa ao AS. Este roteador especial é intuitivamente chamado de roteador de borda. Estes roteadores de borda se comunicam, trocam mensagens, através do protocolo *Border Gateway Protocol* - BGP que está na versão 4. Estas mensagens contém o endereçamento de todas as LANs de cada AS, de forma que cada roteador de borda sabe quais as LANs que pertencem aos ASs primeiros vizinhos e assim pode encaminhar os pacotes de informação às suas respectivas LANs destino.

Por configuração, no caso de não conhecer o AS ao qual pertence uma LAN, o pacote neste caso é encaminhado para um AS pré-escolhido, normalmente de maior porte, ou seja, se a LAN é desconhecida então o roteador de borda envia para o AS mais conectado.

As trocas de mensagens entre os roteadores de borda de cada AS permite que cada um destes roteadores construa uma tabela que contém o caminho de acesso em termos da unidade básica AS para cada LAN conhecida. Esta tabela é a base dos dados deste trabalho e é comentada em detalhes na próxima seção.

A conexão entre ASs é constituída por uma conexão física e outra lógica. A conexão física é feita através de cabos ópticos ou metálicos, satélites, antenas ou ainda, a mais comum, uma combinação de duas ou mais destas mídias. Esta conexão física pode ter tamanho variado na faixa de 1Mbps a 1Gbps ou mesmo 10Gbps[5] e vários outros valores intermediários. Normalmente o valor da conexão física é definido pela demanda, pelo custo mensal e pelas características e capacidades das interfaces disponíveis nos roteadores envolvidos.

Os estudos das redes de dados e de comunicação, do conjunto de protocolos TCP/IP e da Internet estão tão inter-relacionados que é comum alguma

[5]Mbps e Gbps são unidades de velocidades de transmissão de dados típicas, que significam megabit por segundo e gigabit por segundo.

confusão na definição de termos, conceitos, abordagens e até mesmo de siglas. Alguns livros considerados referências no assunto são [Com01], [Nau01] e [KK05].

## 4.2 Tabela BGP *Full Routing*

O protocolo BGP é o protocolo de roteamento do núcleo da Internet. Sua função é manter a tabela de Redes IP, LANs, ou prefixos que designa o alcance das redes entre sistemas autônomos, ASs. É considerado um protocolo do tipo vetor caminho, enquanto que os protocolos RIP e OSPF são do tipo vetor distância e estados dos enlaces, respectivamente, ou em outras palavras, o protocolo BGP considera o menor caminho em termos de AS, o protocolo RIP o menor caminho em termos de roteadores e o protocolo OSPF, o caminho mais rápido, também em termos de roteadores.

A versão atual, v4, do protocolo BGP é especificada na RFC 1771 (nota de rodapé na página 35), embora as RFCs 1772, 3392, 2918, 2796 também sejam relevantes, pois especificam a capacidade de anunciar, as confederações, as capacidades de atualizações e as aplicações, respectivamente.

Este protocolo é bastante robusto, capaz de lidar com endereçamento do tipo *Classless Interdomain Routing* - CIDR tipicamente usado em sub-redes ou super-redes, quando o endereçamento IP é particionado ou aglomerado, respectivamente. Além desta característica, o protocolo BGP lida com os atributos peso, preferência local, descriminador multi-saídas, origem, AS_*path*, próximo *hop* e comunidades, que são associados às LANs e utilizados na seleção da melhor rota no caso de várias possíveis.

A cada 60 segundos, roteadores BGP de ASs vizinhos se comunicam no mínimo com uma mensagem de 19 bytes, se não houver nenhuma mudança nas informações anteriores ou mais, se alguma LAN mudou seu estado de acessibilidade. Estas informações de acesso a LANs são armazenadas em uma tabela, tabela BGP, que em princípio guarda somente os endereços das LANs do AS vizinho.

Os relacionamentos entre ASs acontecem após o estabelecimento de um acordo de troca de tráfego com ou sem compromisso financeiro (*peering*) entre dois ou mais ASs. Em qualquer modelo de *peering* adotado, é preciso que cada AS determine quais blocos de redes vai anunciar para os ASs vizinhos. Uma vez definido estes anúncios, esta informação é configurada nos roteadores de borda de cada AS, que se comunicam através do protocolo BGP com o roteador de borda de seu vizinho.

Quando os roteadores de borda de todos os ASs trocam informações, são montadas tabelas com os prefixos de redes e seus respectivos caminhos em ASs, estabelecendo assim um caminho de ASs para cada rede, partindo do AS origem do roteador até o AS destino que contém a LAN em questão.

Eventualmente, a pedido dos administradores, a tabela BGP pode conter informações de mais LANs provenientes de segundos ou terceiros vizinhos. No caso extremo, fundamental para este trabalho, todos os prefixos das LANs da Internet e os seus respectivos caminhos de acesso em termos da unidade básica ASN podem ser armazenados e atualizados. Neste caso, esta tabela recebe o nome de *Full Routing BGP Table* - FRT ou simplesmente *Full Routing*. Atualmente, em março de 2007, a tabela FRT contém cerca de 212 mil prefixos utilizados na Internet mundial.

Na figura 4.2 (pág. 41), pode-se observar um trecho do resultado do comando <sh ip bgp> no principal roteador do AS RedeRio (2715) que faz conexão BGP com os ASs EBT e RNP, 4230 e 1916, respectivamente. Esta tabela, que na realidade é uma FRT com mais de 250 mil linhas, é constituída de 5 colunas, a saber: i. a primeira delas contém o endereços das LANs acessíveis; ii. a segunda coluna informa o endereço da interface do roteador por onde devem trafegar os pacotes de informação para a rede destino definida na primeira coluna; iii. na terceira coluna o atributo preferência local pode ser caracterizado se assim for configurado; iv. na quarta coluna o peso do caminho que neste caso é nulo e igual para todas as entradas e por fim, v. a última coluna com o caminho em termos do identificador da unidade fundamental ASN.

Por exemplo, na primeira linha vemos que o pacote de informação tendo como origem o roteador GIGA_ROUTER_RR e destino a rede 3.0.0.0, deverá sair pela interface do roteador com endereço 200.179.69.29 e passar pelos ASs 4230 (EBT), 701 (UUNET), 703 (UUNET) e por fim 80 (General

Figura 4.2: Resultado do comando <sh ip bgp> no roteador de borda da RedeRio/FAPERJ.

Eletric) que é o AS da rede destino[6].

Repare que a rede 4.0.0.0/9 possui dois acessos diferentes: através da interface 200.179.69.29 passando pelos ASs 4230 701 3356 e da interface 200.143.254.138 passando pelos ASs 1916 3549 3356. O acesso eleito pelo roteador ao analisar as regras de seleção definidas no protocolo BGPv4 é aquele com o símbolo $>$ . A RedeRio possui duas conexões BGP com os ASs EBT (4230) e RNP (1916), sendo este último o preferido por configuração. Sendo assim o primeiro AS sempre será um dos dois e o último, o AS da rede considerada na primeira coluna. A base da análise deste trabalho está na última coluna onde podemos observar que ASs vizinhos, à esquerda ou à direita, fazem conexão física direta.

## 4.3 Pré-análise dos Dados

Partindo da tabela BGP *full-routing*, toda análise relativa aos aspectos topológicos ou correlacionais está escondida na sua quinta coluna. Os dados

[6]A consulta aos dados cadastrais do identificador ASN pode ser feita no sítio da *American Registry for Internet Numbers* - ARIN, `http://arin.net`.

experimentais reais possuem duas origens distintas. Os dados apresentados na próxima seção, Topologia Nacional, foram obtidos do servidor de borda da RedeRio, ASN 2715. Aqueles dados tratados no capítulo posterior, Evolução Temporal da Internet, foram retirados dos servidores do projeto *University of Oregon Route Views Project*. Este projeto foi inicialmente concebido para ser uma ferramenta para operadores de Internet obter informação sobre o roteamento global sob a perspectiva de vários diferentes *backbones*[7]. O acervo com tabela BGP *full routing* está disponibilizado na forma diária de novembro de 1997 até os dias de hoje, sendo que a partir de 2000, várias aquisições foram feitas em cada um dos dias. Algumas lacunas no acervo foram encontradas.

Existem outras ferramentas que também atendem aos administradores e operadores de Internet chamadas *Looking Glass Collections* - LGC, onde destacam-se os sítios das instituições *The North American Network Operator's Group* - NANOG, `http://www.nanog.org`, e *Dream Train Internet* - DTI, cujo sítio `http://neptune.dti.ad.jp/` apresenta uma lista dos principais *Looking Glass* mundiais.

A seguir, a lista dos arquivos de dados considerados neste trabalho. Cada um destes arquivos contém a tabela BGP *full routing*, cujo nome caracteriza a data e a hora de aquisição.

- oix-full-snapshot-1998-01-01-1040.dat.bz2
- oix-full-snapshot-1999-01-12-1040.dat.bz2
- oix-full-snapshot-2000-01-02-1040.dat.bz2
- oix-full-snapshot-2001-01-01-1040.dat.bz2
- oix-full-snapshot-2002-01-01-0000.dat.bz2
- oix-full-snapshot-2003-01-01-0000.dat.bz2
- oix-full-snapshot-2004-02-24-1800.dat.bz2
- oix-full-snapshot-2005-04-19-1800.dat.bz2
- oix-full-snapshot-2006-01-01-0000.dat.bz2
- oix-full-snapshot-2007-01-01-2200.dat.bz2

[7]Atualmente o termo *backbone* pode ser utilizado para representar o núcleo de uma LAN da Internet e em particular, onde foi usado, representar a rede núcleo de um AS.

Na fase inicial de pré-análise dos dados, foram desenvolvidos programas que retiravam da quinta coluna as seguintes informações na forma de arquivos para posterior utilização:

- os ASNs existentes em cada arquivo origem,
- os ASNs vizinhos de cada ASN existente e conseqüentemente,
- o número de vizinhos de cada ASN existente.

Nesta fase, foram considerados somente os dados referentes àquelas linhas eleitas pelo roteador (>) por representarem realmente as vizinhanças por onde trafegam os pacotes de informação na Internet.

## 4.4 Topologia Nacional

Uma análise inicial foi efetuada em fevereiro de 2004, utilizando as informações do protocolo de roteamento BGP obtidas no roteador de borda da Rede-Rio que também dispõe da tabela FRT ou *full-routing* de prefixos de rede da Internet. O pré-processamento nesta FRT foi realizado a fim de retirar a redundância de rotas e as políticas de custo de um determinado caminho (*prepend*) que alteram a profundidade da rede.

A partir dessa tabela foram excluídos todos os ASs exceto aqueles que correspondem a provedores Internet brasileiros, i.e., aqueles cadastrados no registro de endereçamento da América Latina, LACNIC. Podem existir ainda alguns ASs estrangeiros em operação no Brasil, porém estes não foram considerados neste estudo pois não estão oficialmente cadastrados na base de registros de endereços do LACNIC.

Estas informações foram obtidas através de consulta ao arquivo de estatísticas do LACNIC. Em `ftp://ftp.lacnic.net/pub/stats/` existe um grande repositório de tabelas que contém estas e outras informações dos AS administrados pelas instituições *Regional Internet Registry (RIR) for Africa* - AfriNIC desde 2005, *Asia Pacific Network Information Centre* - APNIC desde 2001, *American Registry for Internet Numbers* - ARIN desde 2001, *Réseaux IP Européens - Network Coordination Center* - RIPE-NCC desde 2003 e LACNIC desde 2004.

A figura 4.3, mostra parte de uma tabela de estatísticas obtida junto ao LACNIC onde é possível observar na segunda coluna a nacionalidade de cada ASN alocado na quarta coluna e na sexta coluna a data do seu registro. Com esta tabela é possível obter todos os ASN nacionais e assim separá-los dos demais, em uma análise da tabela FRT.

Figura 4.3: Parte do arquivo de estatísticas do LACNIC obtido em `ftp://ftp.lacnic.net/pub/stats/lacnic/delegated-lacnic-latest`.

A partir da análise computacional da tabela FRT conclui-se que em fevereiro de 2004 existiam na Internet 16.538 ASs em funcionamento, sendo que 164 (0,99%) são registrados por *backbones* brasileiros. Destes ASs brasileiros, 26 (16%) têm conexões com ASs fora do Brasil. O número total de conexões de ASs brasileiros é de 340, sendo 99 (29%) com ASs fora do Brasil. O índice de conexões de ASs brasileiros entre si é de 1,80% (241), em um total de $N(N-1)/2 = 13.366$ possíveis conexões. Na Internet mundial este mesmo índice é de 0,021% (27.925) em um total de 136.744.453 possíveis conexões.

Uma visão do mapa de conexões entre ASs no Brasil em 2004 é apresentado na figura 4.4 (pág. 45). Neste mapa os números correspondem aos ASs brasileiros e as suas conexões indicam a presença de troca de tráfego entre eles. Os dados foram observados a partir do AS da Rede-Rio (2715). O mapa não apresenta as interconexões dos ASs brasileiros com ASs estrangeiros. Este mapa foi construído em linguagem Java e os ASs de maior conectividade são representados por círculos maiores. Os nós foram posicionados aleatoriamente na imagem.

Figura 4.4: Topologia da Internet no Brasil observada no início de 2004 a partir da Rede-Rio de Computadores. Esta imagem pode ser visualizada na URL `http://www.rederio.br/ceo/AS` por meio de uma *applet* Java que retraça os ASs em diversas posições aleatórias mantendo as mesmas conexões.

Partindo agora, para uma análise mais acadêmica, são apresentados os gráficos do ranque e das distribuições do coeficiente de conectividade $k_i$ e seus respectivos ajustes lineares, para os casos nacional e mundial.

Os gráficos da figura 4.5 (pág. 46), apresentam a organização em ordem decrescente do número de vizinhos por AS para o Brasil e para a Internet mundial, conhecido como ranque Zipf [AH02]. Para a construção deste ranque, os ASs com o mesmo número de vizinhos ocupam a mesma posição, porém a ordem final leva em consideração o total de ASs em cada posição. Por exemplo, se dois (ou mais) ASs possuírem o mesmo número de vizinhos, portanto a mesma posição no ranque, ambos serão representados pelo mesmo ponto. O próximo AS no ranque será deslocado de duas (ou mais) posições.

O ajuste apresentado no gráfico corresponde a uma função em lei de

Figura 4.5: Gráficos em escala $log \times log$ do ranqueamento em ordem decrescente dos sistemas autônomos da: (a) Internet brasileira e (b) Internet mundial em fevereiro de 2004. Em cada gráfico, observe o coeficiente angular $B$ do ajuste linear, com valores muito próximos.

potência, onde o expoente $B$ é igual a $-1,1$ para os dois casos. O parâmetro $A$ corresponde à amplitude do ajuste na escala $log \times log$. Estes gráficos mostram que a relação de conectividade dos ASs (brasileiros e internacionais) pode ser determinada pelo seu posicionamento no ranque. É importante notar o comportamento linear em ambos os casos comprovando a estrutura em escala-livre. Além disso o mesmo valor para o expoente $B$ é encontrado nos dois casos, comprovando a característica de sistemas auto-organizáveis, observados em fenômenos fractais.

Os gráficos da figura 4.6 (pág. 48), apresentam as distribuições dos números de vizinhos $k$ de ASs (brasileiro e internacional), isto é, a probabilidade $P(k)$ de ASs com o mesmo número de vizinhos. Na construção do gráfico da figura 4.6a foram levados em conta ASs brasileiros com conectividade com outros ASs no Brasil e no exterior. Os ajustes em lei de potência podem ser observados nesta figura, com expoente $B$ igual a $-2,07$ e $-2,08$ para as distribuições brasileira e internacional respectivamente. Este comportamento linear semelhante caracteriza novamente a fractalidade do sistema. Para o cálculo dos ajustes foram utilizados 99,78% e 95,70% dos pontos nos gráficos das figuras 4.6a e 4.6b respectivamente, devido à baixa representatividade dos pontos de maior conectividade.

A partir da análise dos dados, podemos observar que uma característica das redes em escala-livre é a assimetria entre o número de ASs com muitos vizinhos em relação ao número de ASs com poucos vizinhos. Um parâmetro que pode estabelecer um ponto de separação entre essas duas classes é o valor médio de vizinhos dos ASs. O valor médio de conexões por AS obtido é igual a $3,54$ e $3,37$ para a Internet brasileira e mundial, respectivamente. No caso da Internet brasileira somente 14,6% dos ASs tem maior número de vizinhos que a média. No caso da Internet mundial este valor é igual a 7%. Esta diferença entre os valores em diferentes escalas (regional e mundial) pode ser entendida devido ao crescimento do número de ASs com poucas conexões.

Os resultados encontrados apresentam as relações entre os ASs na rede brasileira e na Internet mundial. A organização em ranque enfatiza o tamanho dos ASs com muitas conexões, figura 4.5 (pág.46) e a análise da distribuição estatística de vizinhos enfatiza os ASs com poucas conexões,

Figura 4.6: Gráficos em escala $log \times log$ da distribuição do grau de conectividade $k$ de cada ASs por número de vizinhos: (a) Internet brasileira e (b) Internet mundial em fevereiro de 2004. Em cada gráfico, observe o coeficiente angular $B$ do ajuste linear, com valores muito próximos.

figura 4.6 (pág.48). Em ambos os casos e para as duas situações (nacional e internacional) o comportamento em escala-livre e em lei de potência pode ser caracterizado. Os expoentes $B$ das leis de potência, ou em outras palavras, os coeficientes angulares $B$ dos ajustes lineares dos gráficos $log \times log$ do ranque e da distribuição de probabilidades em fevereiro de 2004 mostrados aqui são os mesmos daqueles encontrados em novembro de 1997 e dezembro de 1998 nos trabalhos de de [FFF99] e [PSVV01], sugerindo um comportamento estacionário. O comportamento regional segue o mesmo comportamento global caracterizando a Internet como uma rede independente da escala em que se observa.

Finalmente, neste trabalho foi possível observar que um processo que apresenta um ranque Zipf $r$ do número de vizinhos $v$, tem da mesma forma uma função densidade de probabilidade em lei de potência, [Zip32][Zip49]. Os dados coletados mostram que no caso de um ranque com coeficiente $B$ igual a $-1$, o expoente que exprime o comportamento da lei de potência da distribuição será igual a $-2$. A lei de Zipf ($v \propto r^B$) está relacionada com a lei de Pareto ($r \propto v^{1/B}$) [Par96] pois são diferentes interpretações do mesmo fenômeno [AH02]. A distribuição estatística representada por meio da lei de potência é obtida a partir da derivação da lei de Pareto. Este relacionamento explica os expoentes encontrados. Estas leis e as relações entre elas, estão em destaque no Apêndice A.

Os resultados deste trabalho preliminar [AdAdAdA05], comprovam que a topologia da rede brasileira segue uma distribuição em escala-livre assim como a Internet mundial. A análise estatística desses resultados nos revela que a Internet Brasileira apresenta propriedades topológicas com distribuições em leis de potência.

É importante destacar que esta visão corresponde à observação a partir da Rede-Rio de Computadores. Sabemos que algumas poucas políticas de troca de tráfego acabam não aparecendo na tabela BGP observada neste ponto e esta tabela pode ser diferente de uma observação em outros pontos da rede. Uma visão geral da topologia brasileira poderia ser obtida através de uma análise complementar a partir de outros pontos. Uma análise das tabelas dos principais ASs poderia ser um bom começo. Este tipo de análise foi feito por Barceló e colaboradores em 2004 [BNHGv04].

Finalmente é possível dizer que o comportamento da topologia é auto-similar, i.e., é independente da escala em que ele é observado (fractal). Este trabalho inicial comprova que o comportamento da topologia da rede brasileira, sua organização e acordos de troca de tráfego, seguem o mesmo comportamento estatístico da Internet mundial. As leis de potência conseguem descrever a Internet pois esta é uma grande rede de conexões cujo crescimento tem dependências diversas, de natureza tecnológica, econômica e política.

Na próxima seção, serão mostrados os resultados das modelagens computacionais dos modelos básicos descritos no capítulo anterior. Serão também tecidas interpretações quando forem comparados aos resultados experimentais de fevereiro de 2004, mostrados na seção anterior.

## 4.5 Simulações dos Modelos Básicos

Nesta seção são apresentados os resultados da modelagem e ajustes lineares em escala $log \times log$ dos modelos básicos descritos no capítulo anterior. No final algumas considerações comparativas entre estas modelagens e os dados experimentais são comentadas.

Estes resultados a seguir, relativos às simulações dos modelos básicos de crescimente de redes, foram obtidos em colaboração com Oliveira em sua monografia de mestrado [Oli05] e foram por mim apresentados no congresso internacional XXVI CILAMCE em 2005 [OAdAdA05].

### 4.5.1 Simulações Barabási-Albert

No modelo Barabási-Albert, espera-se que o valor do expoente $\gamma$ da equação (3.1), pág. 21, seja constante e aproximadamente igual a 3, independentemente do valor de $m$, que é o número de conexões iniciadas por cada novo nó em cada instante ou iteração da simulação. Este parâmetro $m$ é o único parâmetro do modelo.

Foram feitas diversas simulações com o mesmo número total de nós $N$

e com valores diferentes de $m$. Na figura 4.7, em escala $log \times log$, são apresentados os resultados das simulações de uma rede com 300.000 nós e valores de $m$ iguais a 2, 3 e 7.

Nesta figura é possível observar o mesmo valor do coeficiente obtido através de ajuste linear, em concordância com o esperado pelo modelo, ou seja, a figura revela a independência em relação ao número de conexões iniciais, $m$.

A degenerescência observada para valores superiores de k pode ser explicada pelo fato de apresentarem baixa estatística, o que é uma das características das redes sem escala, ou seja, poucos nós apresentam elevado número de conexões.

Figura 4.7: Simulação do modelo Barabasi-Albert, N=300.000, a)m=2, b)m=3 e c)m=7. Em destaque o valor do expoente $\gamma = 2,9$ ser o mesmo independente de $m$, como era previsto pela teoria.

Na figura 4.7, o eixo das ordenadas foi normalizado pelo número total de nós, passando a representar a probabilidade de obtenção de um determinado nó com certo número $k$ de conexões.

### 4.5.2 Simulações Barabási-Albert Estendido

No modelo Estendido, o expoente dado pela equação (3.24), pág. 28, é função dos valores de $m$ e das probabilidades $p$ e $q$ e por isto foram efetuadas diversas simulações. Na figura 4.8 são apresentados os resultados para os valores (2, 0,25, 0,55) e (2, 0,3, 0,5) respectivamente a (m, p, q). Pode-se observar, além da degenerescência, uma saturação na curva em escala $log \times log$ para pequenos valores de $k$, fazendo com que o gráfico, ao contrário do modelo básico, apresente uma pequena curvatura.

Figura 4.8: Simulações do modelo Barabasi-Albert Estendido, N=100.000 e valores de $(m\ p\ q)$, a)(3 0,2 0,5), b)(4 0,1 0,5) e c)(2 0,4 0,48).

Figura 4.9: Simulação do modelo Dorogovtsev-Mendes, N=100.000, m=2 e C=2.

Os resultados obtidos neste modelo, na presença da possibilidade de rearranjo de conexões e do surgimento de novas conexões entre os nós existentes, revelam uma característica exponencial para pequenos valores de k.

### 4.5.3 Simulações Dorogovtsev-Mendes

No modelo Dorogovtsev-Mendes, existe a independência de $m$, a ausência da saturação e o valor do expoente $\gamma$ pode variar, dependendo apenas do valor de $C$ que representa o número de conexões excluídas ou incluídas entre os nós existentes, de acordo com a equação (3.27), na página 29. As figuras 4.9 e 4.10 mostram as simulações para este modelo.

Observe que $C$ é um valor constante, representando o valor médio de conexões excluídas ou incluídas ao longo do tempo. No resultado apresentado na figura 4.9, a cada duas iterações, surgem quatro conexões entre os nós existentes e na figura 4.10, nove.

### 4.5.4 Conclusões Sobre os Modelos Básicos

Os valores analítico e simulado obtidos no modelo Barabási-Albert foram reproduzidos também pelo método computacional utilizado, o que permite

Figura 4.10: Simulação do modelo Dorogovtsev-Mendes, N=100.000, m=2 e C=4,5.

concluir que a técnica desenvolvida neste trabalho foi adequada. Apesar do primeiro modelo proposto por Barabási e Albert não representar a realidade para muitas redes reais, em particular a rede de conexões de ASs, é extremamente útil pois propõem um padrão de crescimento e uma formulação para a conexão preferencial. Além disto, este modelo demonstra que na presença destes conceitos é que surge a topologia livre de escala e, por isto, a sua reprodução é essencial para uma compreensão completa do desenvolvimento destas redes.

Para tanto, foi desenvolvida uma técnica de modelagem [Oli05] que acabou demonstrando ser muito eficiente, pois além de permitir a fiel reprodução dos resultados obtidos por Barabási, apresentou um tempo de execução dos softwares desenvolvidos muito baixo, da ordem de uns poucos minutos para um número de nós elevado (centenas de milhares).

Os resultados das simulações dos modelos Barabasi-Albert Estendido e Dorogovtsev-Mendes estão em conjunção com os resultados obtidos por Alves et al. [AdAdAdA05], ou seja, o expoente da lei de potência dada pela Eq.(3.25) é igual a 2,1. Apesar da linearidade apresentada pelo modelo Dorogovtsev-Mendes indicar um melhor ajuste linear, a situação de saturação obtida com as simulações do modelo Barabasi-Albert Estendido se aproxima mais dos dados experimentais obtidos por Alves et al. (figuras 4.5 e 4.6 nas páginas 46 e 48, respectivamente) para o caso de redes de conexões de ASs. Sendo assim os conceitos considerados no modelo Barabasi-Albert Estendido devem ser interpretados segundo características próprias das redes de conexões de ASs.

O primeiro destes conceitos é o número de conexões iniciais $m$ e que possui interpretação diferenciada entre os modelos. No modelo Barabasi-Albert básico, as simulações confirmaram a independência do seu valor. Já no modelo Estendido, a dependência é dada pela equação (3.25), pág 29, e as simulações para $m = 2$ revelaram um comportamento concordante com os dados experimentais. Este valor é o valor médio encontrado na prática, pois é a condição mínima para que uma rede local de computadores obtenha status de sistema autônomo. Estes conceitos serão descritos no próximo capítulo.

O segundo conceito, a probabilidade $p$ de novas conexões, e o terceiro conceito, probabilidade $q$ de haver rearranjos, nas simulações resultaram nos valores aproximados de 0,25 e 0,55, respectivamente. Isto significa que cerca de um quarto dos ASs aumentam o seu número de conexões e quase metade deles trocam suas conexões existentes de um AS para outro em cada iteração ou intervalo de tempo. Aparentemente estes valores são altos, porém isto é só uma expectativa não baseada em dados reais. A comprovação destes valores requer um estudo dinâmico, não mais estático, da topologia de conexões entre ASs.

Existe uma grande diversidade de eventos locais que influenciam na topologia da rede de conexões entre ASs, portanto, os modelos apresentados dão uma visão global do comportamento da Internet mundial e brasileira, porém não suficiente para retratar outros fatores tais como políticas administrativas e distribuição geográfica entre ASs.

Através de comparações com dados reais obtidos por Alves et al., onde o valor do expoente da lei de potência que descreve tanto a Internet mundial quanto a nacional, é aproximadamente igual a 2,1, as simulações sugerem que o modelo Barabási-Albert Estendido é mais adequado para a representação da rede de conexões entre ASs. Apesar disto e principalmente porque os valores de $p$ e $q$ não aparentam ser corretos, o autor propõe um modelo mais específico para a rede de conexões entre ASs da Internet e que será analisado com os demais dados experimentais.

No próximo capítulo serão apresentados os principais resultados relativos à evolução temporal da Internet sobre o ponto de vista da topologia e do parâmetro menor caminho médio, ao longo de uma década. Simultaneamente, vários aspectos da modelagem computacional do modelo proposto são então comparados.

# Capítulo 5

# Evolução Temporal da Internet

Neste capítulo são apresentados os principais resultados encontrados no estudo da evolução temporal da Internet, no período de 1998 a 2007. São considerados o aspecto topológico, baseado no número de conexões $k_i$ de cada AS e também o parâmetro menor caminho médio total - MCM, baseado na matriz adjacência e obtido pela média de todos os menores caminhos médios de cada um dos ASs. Em várias situações também serão apresentados comparativamente os resultados das simulações do modelo proposto.

## 5.1 Topologia

Como dito anteriormente, os dados experimentais reais utilizados na análise da evolução temporal da topologia de ASs na Internet mundial foram coletados pelo projeto *University of Oregon Route Views Project*[1] que possui um grande acervo histórico de tabelas BGP completas, FRTs. Este projeto foi originalmente concebido para ser uma ferramenta para operadores e administradores da Internet obterem informação em tempo real sobre o sistema de roteamento global da perspectiva de diferentes *backbones* e localizações da Internet.

Foram consideradas as FRTs obtidas nas datas de primeiro de janeiro de cada um dos anos do intervalo de 1998 a 2007, com exceção de 1999, 2004 e

[1] `http://www.routeviews.org/`

| Ano | # ASs totais | # ASs BR |
|---|---|---|
| 1998 | 2.541 | 3 |
| 1999 | 4.452 | 41 |
| 2000 | 6.397 | 69 |
| 2001 | 7.897 | 106 |
| 2002 | 12.376 | 129 |
| 2003 | 14.370 | 150 |
| 2004 | 16.761 | 167 |
| 2005 | 19463 | 186 |
| 2006 | 20.629 | 192 |
| 2007 | 20.989 | 232 |

Tabela 5.1: Número de ASs totais e Nacionais.

2005 devido à disponibilidade e à qualidade dos dados experimentais.

Na tabela 5.1 observa-se a evolução do número de ASs mundiais e nacionais durante o intervalo de estudo. Na realidade estes são os dados de construção dos gráficos apresentados nas figuras 5.1 e 5.2 (pág.59).

Na figura 5.1 (pág. 59), observa-se o comportamento do número de ASs mundiais e nacionais (BR) ao longo dos anos de estudo, de 1998 a 2007. Na figura 5.2 (também na pág. 59), vemos em destaque esta evolução com relação aos ASs BR, nacionais. Em ambas as figuras, está traçado o ajuste linear dos pontos apenas para intuirmos a taxa de crescimento anual que é de aproximadamente 24 e 2.261, nacional e mundial, respectivamente.

Os dados da tabela 5.1 utilizados nas figuras 5.1 e 5.2, foram obtidos através dos softwares desenvolvidos de pré-tratamento de dados com a finalidade específica de separar somente os dados necessários para a criação da Matriz Adjacência - MA que contém informação a respeito da conectividade entre ASs. Partindo da tabela FRT obtêm-se a MA para cada um dos anos do intervalo estudado e a partir destas matrizes a distribuição dos coeficientes de conectividade $k_i$ de cada um dos ASs em cada ano. Com estes coeficientes se obtém dois tipos de evolução, no caso anual: o comportamento da distribuição de probabilidades de cada coeficiente ou mais rigorosamente, o histograma do grau de conectividade de cada AS $k_i$, veja a figura 5.3 (pág. 60), e a posição no ranque, figura 5.6 (pág. 63).

Figura 5.1: Evolução temporal do número de ASs mundiais e nacionais no período entre 1998 a 2007. Ajuste linear na série mundial.

Figura 5.2: Evolução temporal do número de ASs nacionais no período entre 1998 a 2007. Ajuste linear na série nacional.

Figura 5.3: Histograma do grau de conectividade no período de 1998 a 2007. Observe o mesmo comportamento linear na região de pequena vizinhança, $k_i$ pequeno.

Na figura 5.3, pode ser observado o comportamento do histograma da contagem do coeficiente de conectividade $k_i$. O comportamento na fase inicial do gráfico é o mesmo para todos os anos.

Uma alternativa para vizualiação deste comportamento similar, pode ser visto nas figuras 5.4 e 5.5, ambas na página 61. Na figura 5.4, é possível observar o comportamento da distribuição de probabilidades de conexão $P(k)$ obtida dos dados reais nos anos 1998, 2001, 2003 e 2007. Na figura 5.5, os dados foram obtidos das simulações usando o modelo proposto nos anos, 1998 e 2007. Em ambas as figuras, as demais distribuições relativas aos outros anos foram omitidas somente por simplicidade visual, porém pode-se afirmar que a superposição na parte inicial do gráfico, aquela referente aos coeficientes

Figura 5.4: Distribuição de probabilidades do número de vizinhos $k_i$ para os anos de 1998, 2001, 2003 e 2007 obtida de tabela BGP full-routing.

Figura 5.5: Probabilidades do número de vizinhos para 1998 e 2007 obtidas da simulação utilizando o modelo proposto. A lista interior mostra o expoente $\gamma$ do ajuste da função lei de potência.

de conectividade pequenos, é praticamente a mesma daquela visualizada na figura 5.3.

Também, em ambas as figuras, se observa uma mudança na base do gráfico, menor probabilidade e maior número de vizinhos, que é esperada pois o número total de ASs aumenta, diminuindo assim a probabilidade de grandes coeficientes de conectividade pertencentes aos ASs *hubs*.

Neste trabalho, o termo distribuição de probabilidades está sendo usado sem rigor matemático, pois é sabido que a distribuição de probabilidades só é obtida com a normalização do histograma quando o número de amostragem é infinito. Na estatística, um histograma é uma representação gráfica da distribuição de frequências de uma massa de medições, normalmente um gráfico de barras verticais. O histograma é um gráfico composto por retângulos justapostos em que a base de cada um deles corresponde ao intervalo de classe e a sua altura à respectiva freqüência. Quando o número de dados aumenta indefinidamente e o intervalo de classe tende a zero, a distribuição de freqüência se transforma em uma distribuição de densidade de probabilidades.

Na figura 5.6 (pág. 63) e na figura 5.7 (pág. 64), estão exibidas a evolução anual do ranque do coeficiente de conectividade $k_i$ e os ajustes lineares de cada um deles, respectivamente. É facilmente observado que apesar do aumento do número de vizinhos, representado no eixo vertical, esperado pelo aumento de ASs, a característica linear permanece a mesma, figura 5.7.

Na figura 5.6 existe uma degenerescência para valores baixos do número de vizinhos esperada, já que é grande o número de ASs com poucos vizinhos e, da mesma forma, inversamente, poucos ASs possuem grandes coeficientes de conectividade, muitos vizinhos. Esta degenerescência foi retirada ao considerar somente um ponto, a melhor colocação, em cada valor de $k_i$, já que não existem critérios de desempate, típicos em estudos de ranque.

Outra observação é a pouca linearidade encontrada nos primeiros colocados, aqueles com grande valor de $k_i$, parte esquerda do gráfico da figura 5.6, justificada pela baixa estatística destas colocações. Estes ASs primeiros

Figura 5.6: Ranque do coeficiente de conexão $k_i$ no período de 1998 à 2007. Na legenda comportamento do coeficiente angular dos ajustes lineares que podem ser observados na figura 5.7.

colocados são chamados de ASs *Hubs* ou ASs concentradores e aqueles de baixa colocação, de valores pequenos de $k_i$, são chamados de ASs *Leaf* ou ASs de extremidade. Tecnicamente, ASs *Hub* são aqueles ASs de maior abrangência na Internet. Na realidade os ASs *hubs* são aqueles de maior importância para a Internet. No Brasil podemos destacar que o maior AS *hub* é de origem comercial (Embratel) e o segundo maior é de origem acadêmica (Rede Nacional de Pesquisa - RNP). Ataques maliciosos do tipo DDoS[2] tem maior eficiência nos roteadores deste tipo de ASs.

O destaque da figura 5.6 (pág.63) mostra os valores dos coeficientes angulares dos ajustes lineares dos ranques desta figura, no intervalo anual

[2] *Distributed Denied of Service*: é um tipo de ataque na Internet em que o atacante utiliza código malicioso instalado em vários computadores para atacar um único alvo fazendo com que este computador alvo fique inacessível ou sem serviço.

Figura 5.7: Ajuste linear do ranque do coeficiente de conexão $k_i$ no período de 1998 à 2006.

estudado. É visível a pequena diferença no comportamento linear já que o intervalo de variação do coeficiente angular é de $0,08$ e o seu valor médio é $-0,93$. Este comportamento linear pode ser melhor observado na figura 5.7 (pág.64) onde estão somente os gráficos dos ajustes lineares. De uma maneira geral, pode-se concluir que o comportamento observado é de uma lei de potência com expoente próximo de $-0,9$ que se mantém, mesmo com o aumento contínuo do número de ASs.

Na figura 5.8 (pág. 65), observa-se uma comparação da estatística do ranque entre os valores reais e os simulados pelo modelo proposto em somente dois anos, 1998 e 2005. Nestes dois anos escolhidos, o comportamento tem aparências extremas, a melhor e a pior concordância, respectivamente.

Figura 5.8: Comparação do ranque real e simulado usando o modelo proposto nos anos de 1998 e 2005. Em destaque, as diferentes concavidades entre o real e o simulado.

Os demais anos não estão nesta figura somente por questão de simplicidade visual. Nestes dois anos e também nos demais, os gráficos do ranque do número de ASs vizinhos apresentam concavidades contrárias, sugerindo que o modelo proposto ainda deve incluir algum outro mecanismo além daqueles outros já considerados.

Existem vários mecanismos que certamente deveriam ser considerados. Alguns são complexos de avaliar, tais como proximidade geográfica e também a questão financeira que são fundamentais em qualquer acordo contratual de *peering*. Outros exigiriam novas abordagens computacionais, tais como tamanho dos enlaces entre os roteadores de borda ou até mesmo a taxa de sua utilização. E existem também aqueles mecanismos que são temporais, como por exemplo, conexões momentaneamente perdidas por motivos técnicos.

## 5.2 Menor Caminho Médio - MCM

O cálculo do parâmetro MCM é um problema clássico estudado originalmente no passado por vários pesquisadores que desenvolveram seus próprios algoritmos que se destacam por apresentarem melhor performance quando certas características específicas estão presentes. Pode-se destacar os modelos desenvolvidos por Dijkstra [Dij59] para pesos das conexões não negativos, Bellman em 1958 [Bel58] e Ford em 1956 [For56], de maneira independente, para pesos que também podem ser negativos, Johnson et. al. para grafos esparsos [JDF54], dentre outros.

Especificamente para o caso da rede complexa de conexões de ASs da Internet estudado neste trabalho, foram considerados pesos iguais e de valor unitário e por isto, inicialmente foi adotado o algoritmo desenvolvido por Dijkstra cuja complexidade temporal é da ordem de $O(N^2)$ onde $N$ é o número de nós existentes na rede.

O código fonte implementado neste trabalho, está disponibilizado por Escardó [Esc06] e é baseado em estruturas do tipo *typedef* e *typedef enum* além de utilizar o macro código definido em $<$*assert.h*$>$ muito útil para depurar o código e documentar/informar, ambos em *run time* e também para permitir que o programa ultrapasse alguns limites, porém sem garantia de exatidão na execução, por exemplo valores do parâmetro MCM em redes com número de nós maiores que 10.000.

As características das estruturas utilizadas e os limites impostos pelo código fonte inviabilizaram sua plena utilização neste trabalho. Utilizando o Sistema de Computação de Alto Desempenho - SCAD do CBPF[3], os tempos de execução para as menores redes de conexões entre ASs, relativas ao ano de 1998 envolvendo cerca 2.500 ASs, chegaram a mais de oito dias e para anos mais recentes mais de trinta dias se passaram sem o resultado final.

Além disto a limitação de processamento para redes maiores, cerca de 21.000 ASs em 2007, nos levaram à necessidade de desenvolvimento de um algoritmo próprio que atendesse às nossas necessidades e recursos computacionais disponíveis. O algoritmo desenvolvido, denominado método Friburgo,

[3]Projeto SSolar: `http://mesonpi.cat.cbpf.br/ssolar`

foi utilizado em todos os cálculos com os dados experimentais e modelados e será detalhado no capítulo posterior.

A figura 5.9 a seguir, revela todos os resultados, sejam experimentais ou simulados, relativos ao parâmetro MCM na década estudada.

Figura 5.9: Comportamento do parâmetro Menor Caminho Médio - MCM para rede de conexões de ASs da Internet no período de 1998 a 2007. São apresentados também o ajuste linear destes dados e os dados modelados pelo modelo proposto.

A figura 5.9 apresenta três informações que se completam. A primeira delas, contém os resultados experimentais do cálculo do parâmetro MCM da rede de conexões de ASs da Internet ao longo dos anos de 1998 à 2007. A segunda informação é o ajuste linear do MCM dos dados experimentais. E por fim, são apresentados os valores MCM da modelagem computacional, baseada no modelo proposto. Em ambos os casos, redes de conexões reais e redes modeladas, foi utilizado o método Friburgo para o cálculo do parâmetro MCM.

Assim como no estudo da topologia, seção 5.1, utilizamos os dados das FRTs do projeto de Oregon no período de 1998 e 2007. Foram desenvolvidos softwares para tratamento inicial dos dados experimentais contidos nestas tabelas BGP, que além de selecionar os dados relevantes para este trabalho (pré-tratamento), também já construía a matriz de adjacência - MA necessária para a submissão do software específico do cálculo do MCM.

Após este tratamento dos dados experimentais e a montagem em forma de arquivos das matrizes de adjacência de cada um dos anos considerados, um outro software carregava na memória a MA e as submetia ao método Friburgo.

Curiosamente, os resultados apresentaram um comportamento quase constante do valor do MCM como visto na figura 5.9. O ajuste linear sugere um valor do MCM total da Internet de $4,19 \pm 0,14$.

Este comportamento do valor do parâmetro MCM praticamente inalterado ao longo dos anos caracterizado pelo aumento do número de ASs, é um indicador de surgimento de novos ASs concentradores de muitas conexões, valores altos de $k$, aqueles considerados do tipo *hub*.

Na tabela 5.2 (pág. 69) observa-se o comportamento da evolução temporal no período estudado dos dados experimentais e dos dados obtidos da modelagem computacional do modelo de crescimento proposto.

Na primeira coluna, *Anos*, estão os anos do intervalo de estudo. Na segunda coluna, *#ASs*, estão listados os números de AS em cada um destes anos. Observe a diferença praticamente inexistente entre os dois últimos anos, 2006 e 2007. Isto induz a pensar que o número de ASs utilizados está saturado, porém qualquer afirmativa neste sentido deve esperar por estudos dos próximos anos.

A terceira coluna, *Conexões*, está dividida em outras três onde estão os valores do número de conexões experimentais e simulados além da variação percentual entre estes valores. Estas sub-colunas mostram claramente que os parâmetros das probabilidades $p$ e $q$, novas conexões e rearranjos respectivamente, utilizados no modelo proposto simulado estão bem ajustados.

| | | Conexões | | | | MCM - $L$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ano | #ASs | Exp. | Sim. | Var % | p(%) | Exp. | Sim. | Var.% | $\alpha$ |
| 1998 | 2.541 | 6.125 | 6.140 | 0,24 | 21 | 4,51 | 4,44 | 1,49 | 1,20 |
| 1999 | 4.452 | 11.799 | 11.816 | 0,14 | 33 | 4,12 | 4,21 | 2,33 | 1,21 |
| 2000 | 6.397 | 17.198 | 17.263 | 0,38 | 35 | 4,09 | 3,97 | 2,91 | 1,21 |
| 2001 | 7.897 | 21.018 | 21.107 | 0,42 | 34 | 4,09 | 4,13 | 1,03 | 1,21 |
| 2002 | 12.376 | 33.076 | 33.110 | 0,10 | 34 | 4,00 | 3,96 | 1,00 | 1,21 |
| 2003 | 14.370 | 37.645 | 37.645 | 0,34 | 31 | 4,28 | 4,27 | 0,30 | 1,19 |
| 2004 | 16.761 | 45.189 | 45.137 | 0,12 | 35 | 4,16 | 4,03 | 3,10 | 1,20 |
| 2005 | 18.772 | 51.138 | 51.275 | 0,27 | 37 | 4,20 | 4,17 | 0,69 | 1,20 |
| 2006 | 20.951 | 56.395 | 56.531 | 0,24 | 35 | 4,25 | 4,22 | 0,64 | 1,19 |
| 2007 | 20.989 | 58.836 | 58.982 | 0,06 | 41 | 4,16 | 4,24 | 1,92 | 1,19 |

Tabela 5.2: Comparação entre resultados experimentais e simulações do MCM: a probabilidade de novas conexões $p$ é de 34,3% em média, se não considerarmos os valores dos anos extremos. A probabilidade de rearranjo considerada é $q = 5\%$ . O expoente $\alpha$ caracteriza a probabilidade preferencial não linear das simulações.

A quarta coluna, $p\%$, mostra o valor da probabilidade $p$ de novas conexões. A destacar o valor nos anos extremos do período estudado. Em 1998, $p = 21$ está bem abaixo e em 2007, $p = 41$, se encontra bem acima do valor médio de $34,3\%$ dos anos internos.

A quinta coluna, Menor Caminho Médio ($L$), também está dividida em outras três com os valores experimentais, simulados e as variações percentuais entre eles. Também aqui, observa-se a boa concordância obtida pela modelagem do modelo de crescimento proposto.

A última coluna mostra o comportamento do parâmetro $\alpha$, expoente da probabilidade não linear definida na equação (3.28), na página 30. Aqui, é visível que o comportamento do expoente $\alpha$ é constante e próximo do valor médio $\alpha \simeq 1,20$, revelando que a importância dos ASs *hubs* permanece ao longo do período estudado.

Esta tabela 5.2 está baseada nos ajustes dos parâmetros $p$, $q$ e $\alpha$ do modelo de crescimento proposto objetivando a concordância com o número de ASs, o número de conexões totais e o parâmetro menor caminho médio -

MCM.

Todas as simulações foram feitas considerando o número de repetições igual a 10 e todo o processo de ajuste está baseado nos seguintes passos:

1. O valor da probabilidade de rearranjo entre ASs existentes é constante $q = 5\%$. Este valor está baseado da experiência obtida na gerência da RedeRio/FAPERJ (AS 2715).

2. O valor da probabilidade $p$ de novas conexões entre ASs existentes é ajustado para que o número de conexões da simulação seja o mais próximo do valor experimental.

3. O valor do expoente $\alpha$ da probabilidade de conexão é ajustado para que o valor $L$ do MCM simulado seja o mais próximo do valor experimental, ambos calculados utilizando o método Friburgo.

É importante destacar que nestes processos de ajustes, os mecanismos de novas conexões e de rearranjos, caracterizados pelos valores das probabilidades $p$ e $q$, respectivamente, produzem efeitos opostos nos ASs *hubs*. Enquanto que valores superiores de $p$ aumentam o número de conexões nos ASs *hubs*, aumentando sua importância, valores maiores de $q$ tendem a distribuir as conexões, apesar de apresentar um comportamento menos sensível.

Já o comportamento do parâmetro $\alpha$ da probabilidade de conexões, equação (3.28) é extremamente sensível a pequenas variações o que já era esperado por ser um expoente. Isto leva a uma dificuldade no ajuste do seu valor e que implicou em varrer seus valores com intervalos de $0,01$.

No próximo capítulo, o método Friburgo, utilizado em todas as análises e simulações, é explicado em detalhes.

# Capítulo 6

# Algoritmo Friburgo

Algumas considerações iniciais sobre o cálculo do menor caminho já foram feitas no capítulo anterior, portanto neste capítulo são abordadas as dificuldades e as soluções encontradas nos cálculos do parâmetro Menor Caminho Médio - MCM, além das descrições dos procedimentos de certificação do método desenvolvido e da dinâmica adotada.

## 6.1 Cálculo do Menor Caminho Médio

O problema do caminho mínimo ou menor caminho, consiste em encontrar a rota mais curta em termos de tempo, custo, distância ou qualquer que seja o índice de conveniência, entre um ponto e outro dentro de uma rede. Este tipo de problema tem aplicações nas áreas de telecomunicações, transporte, eletrônica e biomédica, por exemplo.

Mais formalmente, na teoria dos Grafos, o problema do menor caminho é achar o caminho entre dois vértices ou nós ou ASs no caso deste trabalho, cuja soma dos pesos das conexões seja mínimo. O valor médio considerado, MCM, é a média de todos os menores caminhos médios entre cada AS com todos os demais.

O algoritmo desenvolvido neste trabalho recebeu o nome de Método Friburgo devido à cidade que abriga o instituto onde a pesquisa ocorre e é melhor entendido através de um exemplo prático que segue.

Figura 6.1: Diagrama do método Friburgo onde se observa do lado esquerdo a rede de conexão exemplo constituída de seis nós e a sua matriz adjagência com "X" na diagonal representando a auto conexão. No lado direito, observa-se um diagrama onde estão os passos na definição das conexões indiretas de cada nó com os demais. Neste diagrama, a primeira linha de cada nó é uma cópia da respectiva linha na MA. Cada nova linha do processo representa uma ordem a mais na conectividade. É visível também a diferença de passos necessários nesta definição. Isto é um dos diferenciais do método: cada passo, cada nova linha, define pelo menos uma nova conexão indireta. Não existe procura de conexão onde não há!

Considere uma rede de conexão composta de 6 nós conectados de acordo com o esquemático apresentado na figura 6.1 (pág. 72). Observa-se que as arestas representam as conexões bidirecionais existentes $(A,B)$, $(A,D)$, $(A,E)$, $(B,E)$, $(B,F)$ e $(C,F)$. Abaixo do diagrama, em fundo escuro, a matriz adjacência - MA está em destaque. O método envolve um procedimento repetitivo para cada nó ou linha da matriz. Em cada linha da MA o caracter $X$ representa o próprio nó ou a auto-conexão e os caracteres 1 e 0 representam a existência ou não de conexão com os demais nós, respectivamente.

A idéia básica do método Friburgo é procurar na MA, as conexões que faltam nas linhas dos nós onde esta conexão direta existe. Por exemplo, no nó $A$ o algoritmo procura nas linhas respectivas aos nós $B$, $D$ e $E$ conexões com os nós $C$ e $F$ que não existem. Ao observarmos a linha do nó $B$, vemos que existem as conexões $(B,A)$, $(B,E)$ e $(B,F)$. As duas primeiras são descartadas pois o nó $A$ já está conectado aos nós $A$ (ele próprio) e $E$. A conexão $(B,F)$ indica existir a conexão indireta $(A,B,F)$ considerada de nível 2. Fazendo o mesmo procedimento para as linhas dos nós $D$ e $E$, nada de novo aparece. Assim ainda ficamos com a conexão indireta faltante $(A,...,C)$ representada pelo 0 na segunda linha do esquema do nó $A$. Repetimos o processo para a linha do nó $F$ e observamos que existem duas conexões (1s). A conexão $(F,B)$ nada acrescenta porém a conexão $(F,C)$ caracteriza a conexão $(A,B,F,C)$ que possui nível 3 pois partiu da conexão $(A,B,F)$ de nível 2 que por sua vez partiu da conexão $(A,B)$ de nível 1. Todas as ausências de conexões (0s) acabaram, veja terceira linha do esquema do nó $A$, e assim o algoritmo passa a cuidar do próximo nó, $B$.

Neste caso do nó $B$, a procura por conexões indiretas do nó $B$ com os nós $C$ e $D$ é contemplada nas linhas dos nós $F$ e $A$, respectivamente. Ambas são conexões de nível 2.

No caso do nó $C$, vemos que existe somente uma conexão direta (1) com o nó $F$. A partir da linha do nó $F$ vemos conexões de nível 2 com $B$ pois existe $(F,B)$. A partir da linha do nó $B$, vemos conexões de nível 3 devido as conexões $(B,A)$ e $(B,E)$. E por fim, a partir da linha do nó $A$, observa-se uma conexão de nível 4 devido a $(A,D)$. Repare que existem várias conexões que não contribuem ou por serem de maior nível ou por já terem sido consideradas.

O processo se repete para cada uma das linhas representando todos os demais nós. O valor do parâmetro MCM é calculado através da média da soma de todas as últimas linhas do esquema de cada um dos nós. Neste trabalho, é considerada a média de todos os $N$ MCMs, onde $N$ é o número de ASs de cada ano considerado. Na realidade, é calculado o MCM médio da Internet.

O fator de eficiência (*big O*) do método Friburgo é de difícil definição, pois apesar da necessidade de varrer todos os outros nós à procura de conexões para cada um deles o que indicaria $O(N^2)$, existem variações no número de iterações, pois são dependentes da topologia da rede e podem ser observadas nos esquemas de nós, figura 6.1. Na realidade a procura é específica e somente nos nós que possuem vizinhança de ordem menor.

A implementação do método Friburgo foi feita em linguagem C/C++ através de 3 funções principais. A primeira delas simplesmente cria um vetor imagem da linha da MA do nó considerado. A segunda função constrói dois vetores de apoio com as posições dos 0s e dos 1s do vetor imagem principal. A terceira e principal função faz a busca por conexões indiretas descrita anteriormente. O número de linhas de código fonte é sensivelmente pequeno caracterizando a simplicidade do método.

Para armazenar a matriz adjacência e os vetores imagem e de apoio foram usadas variáveis, respectivamente, do tipo *bool* (1byte) devido aos tamanhos ($21.000 \times 21.000$ ou maior) e *int* (4bytes) para podermos representar os caracteres $X$s por $-1$.

A tabela 6.1 (pág. 75) mostra o comportamento temporal no cálculo do parâmetro MCM da rede de conexões entre ASs da Internet nos anos de 1998 à 2007, utilizando um sistema com processador AMD Athlon 64 3.8GHz com 4GB de memória RAM e sistema operacional Linux OpenSuse v10.0.

Na análise do parâmetro MCM de 1998, a performance obtida de 35 segundos é surpreendente se compararmos com o tempo de $8,4$ dias obtido com a implementação do método de Dijkstra.

Parte da excelente performance encontrada está no fato de procurar conexões faltantes ou indiretas onde já existem conexões de nível inferior, ou

| Ano | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 |
|---|---|---|---|---|---|
| # de ASs | 2.541 | 4.452 | 6.397 | 7.897 | 12.376 |
| Tempo(s) | 35 | 152 | 420 | 793 | 2.979 |
| Ano | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
| # de ASs | 14.370 | 16.761 | 18.772 | 20.951 | 20.989 |
| Tempo(s) | 5.601 | 7.552 | 11.570 | 15.525 | 14.076 |

Tabela 6.1: Tempo de processamento do cálculo do parâmetro Menor Caminho Médio, utilizando o Método Friburgo, em função do tamanho da rede complexa em termos de ASs.

em outras palavras, o método não perde tempo procurando conexões onde não existem, o que é uma operação comum aos vários métodos de cálculo do MCM, que varrem todas as possibilidades indistintamente, tais como Djikstra, Bellman, Ford e Johnson, referenciados na seção 5.2.

Parte dos cálculos computacionais foram realizados em sistemas de 64bits. É importante observar que a simples recompilação dos softwares para arquitetura de 64bits não implica em ganho acentuado de performance. Curiosamente muitas das vezes esta migração leva a valores maiores de *run time*. É necessário um estudo detalhado para modificar os códigos fonte além, é claro, da correta utilização do compilador escolhido. Normalmente, uma boa documentação pode ser encontrada no sítio do fabricante do processador.

O desenvolvimento e implementação do método Friburgo para cálculo do menor caminho médio em redes complexas de conexões de mesmo peso foi testado em redes pequenas de alguns poucos nós ($N < 10$) e de fácil cálculo manual. Além disto, foram feitos vários testes comparativos com a implementação do método Dijkstra, inclusive para os dados de 1998, e os resultados sempre apresentaram concordância.

## 6.2 Certificação do Método

A certificação do método em redes complexas de muitos nós foi realizada através de simulações comparadas com aquelas realizadas por Watts e Strogatz em 1998 [WS98].

Figura 6.2: Exemplo de interpolação entre uma rede em anel regular (p=0) e uma rede aleatória (p=1). Neste exemplo N=20 e k=4. Figura extraída de [WS98].

Foi considerada uma rede em anel com $N = 1.000$ nós, cada um com $k = 10$ conexões vizinhas. Considerando que $p$ representa a probabilidade de conexões aleatórias, a distribuição de conexões varia do modo regular ($p = 0$), 5 vizinhos anteriores e 5 posteriores, ao totalmente aleatório ($p = 1$), sem alterar os números de nós e de conexões totais. A partir de $p > 0$, conexões duplicadas surgem no sorteio, porém são desprezadas e novamente sorteadas. Uma visualização simplificada deste processo de variação da probabilidade $p$ é apresentada na figura 6.2, onde $N = 20$ e $k = 4$.

O software desenvolvido, inicialmente gera a matriz adjacência da rede em anel regular descrita anteriormente. A partir daí, valida em cada nó, cada uma das conexões existentes, sorteando um número $s$ entre 0 e 1. Se sorteado um número maior que a probabilidade definida ($s > p$), então esta conexão é validada e a próxima conexão é analisada. Se for um número menor ou igual a probabilidade ($s \leq p$), a conexão é cancelada e marcada, e assim, posteriormente, é escolhida uma nova conexão por um outro sorteio envolvendo todos os outros nós. Se for sorteada uma conexão já existente, ou alguma marcada pelo cancelamento, novo sorteio é feito até que seja encontrada uma conexão realmente nova.

Ao final deste processo, a matriz de adjacência está montada para a probabilidade $p$ definida e assim submetida à implementação do método

Friburgo. A implementação calcula o parâmetro desejado Menor Caminho Médio - MCM, $L(p)$, característico da rede de conexões definida por uma certa probabilidade $p$. Esta média é obtida dos diversos valores do parâmetro MCM decorrentes de cada par de pontos da rede de conexões.

Figura 6.3: Comportamento do parâmetro Menor Caminho Médio - MCM normalizado pelo seu valor em uma rede regular (p=0) em função da probabilidade de conexão $p$. No destaque comparativo retirado de [WS98], observa-se o mesmo comportamento da curva $L(p)/L(0)$.

O comportamento do parâmetro MCM é estudado em função da probabilidade $p$. Na figura 6.3 (pág.77) , este comportamento é normalizado por $L(0)$ que é o valor obtido em uma rede regular, ou seja, quando $p = 0$. O valor de cada ponto do gráfico da figura 6.3 é uma média de 20 valores obtidos pelo software, para maximizar a aleatoriedade dos sorteios da implementação computacional. Observe que foi usada escala logarítmica no eixo horizontal devido ao rápido decaimento de $L(p)/L(0)$, que é uma característica do fenômeno *small-world*. As oscilações encontradas para pequenos valores de $p$, se devem principalmente à pequena estatística encontrada nesta região de probabilidades.

Este rápido decaimento observado no valor de $L(p)$ é devido ao surgimento de conexões de longo alcance, ou seja, conexões entre nós distantes no anel, introduzida pela aleatoriedade. Cada nova conexão sorteada, que substitui uma outra regular, introduz um efeito não linear, não só entre os nós conectados, mas também nos seus vizinhos e nos vizinhos de seus vizinhos. Estes sistemas cujo comportamento do parâmetro MCM tem este aspecto "pequeno" foram primeiramente chamados de *small-world networks* por Watts em 1999 [WB99] em analogia com o fenômeno de mesmo nome primeiramente chamado por Milgram em 1967 [Mil67].

De maneira conclusiva e totalmente segura, é possível afirmar que o algoritmo desenvolvido neste trabalho, o método Friburgo, foi implementado de uma maneira extremamente optimizada e os resultados são exatamente os mesmos daqueles obtidos manualmente em redes pequenas e pelo método Dijkstra em redes grandes, $N \geq 1000$ por exemplo.

# Capítulo 7

# Conclusões

Diante da diversidade de aspectos relativos ao tema deste trabalho, modelagem da rede de conexão Internet, este capítulo sobre conclusões será dividido em cinco partes:

- Modelos de Crescimento
- Topologia nacional
- Evolução da topologia mundial
- Evolução do parâmetro Menor Caminho Médio
- Algoritmo Friburgo

Ainda neste último capítulo, são apresentados alguns aspectos que devem ser trabalhados dentro do tema para atender duas necessidades que ficaram latentes: i. desenvolver o modelo proposto e ii. generalizar o método Friburgo.

**Modelos de Crescimento**

Os modelos de crescimento de redes de conexões básicos Barabási-Albert, Barabási-Albert estendido e Dorogovtsev-Mendes foram testados em simulações computacionais e apresentaram resultados coerentes com aqueles previstos no desenvolvimento analítico. No modelo inicial Barabási-Albert, destaque para o valor simulado do expoente da lei de potência muito próximo do valor analítico esperado, $\gamma = 2,9 \approx 3$.

Os modelos estendido e Dorogovtesev-Mendes forneceram valores de $\gamma = 2,1$ muito próximos daquele encontrado, $\gamma = 2,09$, em um trabalho preliminar do próprio autor.

Neste atual trabalho é apresentado um modelo (modelo proposto) que é baseado nestes três modelos básicos e na probabilidade preferencial dada pela equação (3.28), na página 30. Este modelo foi implementado para que simulações computacionais fornecessem informações sobre sua aplicabilidade e compatibilidade com os dados experimentais

O modelo proposto apresenta leve divergência com relação à forma do gráfico do ranque do número de ASs vizinhos, visualiado na figura 5.8 (pág.65).

Em contrapartida, o modelo proposto se comporta muito bem em relação à simulação do cáculo do parâmetro MCM, facilmente observado na figura 5.9 (pág.67).

O expoente $\alpha$ da probabilidade preferencial não linear de conectividade de cada nó, definido na equação (3.28), introduzido por Zhou e Mondragón no seu modelo, é um ingrediente importante do modelo proposto neste trabalho. Foi obtido experimentalmente e seu valor permanece praticamente constante na década estudada, como pode ser observado na tabela 5.2 (pág.69). Seu valor médio neste período é de $\alpha = 1,20 \pm 0,01$.

**Topologia nacional**

Esta parte do estudo foi realizada a partir de uma "fotografia" da Internet retirada dos roteadores de borda da RedeRio/FAPERJ, em fevereiro de 2004. Os resultados comprovam que a topologia da Internet brasileira apresenta propriedades topológicas com distribuições do grau de conectividade $k_i$ de cada AS em lei de potência.

Existe um comportamento muito semelhante entre a Internet nacional e a mundial, que pode ser comprovado pelos valores dos expoentes das leis de potência encontradas nos gráficos $log \times log$ do ranque, $-1,11$ e $-1,10$, figura 4.5 (pág.46), e da distribuição do número de vizinhos $k_i$, $-2,08$ e $-2,07$, figura 4.6 (pág.48), respectivamente.

Diante destes valores experimentais, é possível afirmar que o comportamento da topologia da Internet é auto-similar, i. e., é independente da escala em que ela é observada (fractal). Este estudo comprova que o comportamento da topologia da rede brasileira, sua organização e acordos de troca entre ASs, seguem o mesmo comportamento estatístico da Internet mundial.

O crescimento do número de ASs mundiais e nacionais segue uma tendência linear não rigorosa, com coeficientes angular iguais a 2.261 e 24, de acordo com as figuras 5.1 e 5.2 (pág.59), respectivamente.

**Evolução da topologia mundial**

A topologia mundial da rede de ASs da Internet foi estuda ao longo de uma década, de 1998 a 2007, utilizando dados reais obtidos e disponibilizados pelo projeto *University of Oregon Route Views Project.*

A evolução do histograma do grau de conectividade $k$, figura 5.3 (pág.60), mostra um comportamento semelhante, mesmo grau de inclinação no gráfico $log \times log$, se observados os ASs do tipo *leaf* que são aqueles de poucas conexões, $k < 15$. Neste mesmo gráfico, na parte relativa aos ASs *hubs*, $k > 15$, observa-se uma degenerescência esperada devido à baixa estatística.

Se os dados do histograma forem normalizados, observa-se nas figuras 5.4 e 5.5 (pág.61), dados experimentais e dados simulados, respectivamente, que a inclinação inicial é praticamente a mesma para todos os anos apesar de só serem mostrados alguns deles. O valor médio é $-2,00$.

Na figura 5.6 (pág.63), relativa à evolução do ranque do número de vizinhos, é possível observar que embora exista um aumento no número de ASs, o comportamento linear no gráfico $log \times log$ é o mesmo, apesar da pouca linearidade apresentada nas primeiras colocações, nos ASs *hubs*. No destaque desta figura estão os coeficientes do ajuste linear. Este comportamento linear praticamente constante ao longo da década pode ser melhor visto na figura 5.7 (pág.64).

**Evolução do Parâmetro Menor Caminho Médio**

Para o cálculo do parâmetro menor caminho médio total da rede de conexões de ASs da Internet, foi utilizado um método desenvolvido especificamente para isto, método Friburgo, devido a performance computacional necessária.

Na figura 5.9 (pág.67) o comportamento praticamente constante do parâmetro MCM com valor médio de $4,21 \pm 0,10$ revelado pelo ajuste linear, pode ser observado.

Nesta figura, também são apresentados os valores do parâmetro MCM da simulação do modelo proposto ao longo da década e os seus respectivos desvios médios. É notável a excelente concordância da modelagem computacional com os dados reais, sugerindo que neste caso do parâmetro MCM, o modelo proposto atende plenamente.

**Algoritmo Friburgo**

Foi adotado inicialmente o método de Dijkstra para calcular o parâmetro MCM da rede de conexões da Internet. Foi utilizada uma implementação disponibilizada na Internet que se mostrou extremamente lenta em termos de processamento computacional. Para a rede de ASs de 1998 com 2.541 nós foi necessário um tempo de 8,4 dias. Para redes maiores, a implementação se mostrou totalmente inadequada, pois, por exemplo, para rede de ASs de 1999 levou mais de 30 dias sem chegar ao resultado final.

Certamente uma implementação mais voltada para optmização do tempo de execução poderia levar a tempos menores e viáveis. Uma outra possibilidade seria o desenvolvimento de um método específico para redes de muitos elementos e pesos unitários nas conexões. Esta segunda opção levou ao desenvolvido de um algoritmo, chamado de método Friburgo, em alusão à cidade que abriga o instituto onde este trabalho foi desenvolvido. Este algoritmo foi implementado em linguagem C/C++ de maneira muito compacta e optimizada, objetivando a performance necessária para redes complexas grandes, milhares e dezenas de milhares de nós.

Os resultados iniciais e posteriormente a plena utilização do método Friburgo indicam a espantosa performance, ex. 35 segundos para a rede de 1998, veja tabela 6.1 (pág. 75).

A implementação do método Friburgo foi testada e certificada para redes variadas, sempre fornecendo os mesmos resultados daqueles obtidos: i. por cálculo manual em redes de poucos nós, ii. pelo método Dijkstra na rede de ASs de 1998 e iii. também pela sistemática de Strogatz e Watts em redes circulares que variavam o modo de conexão de totalmente regular à totalmente aleatória.

O método Friburgo demonstrou ser robusto, muito rápido, confiável e portanto eficaz para cálculos de MCM em redes de conexões de muitos nós como aquelas encontradas neste estudo da Internet.

**Próximos Trabalhos** São duas as linhas principais para continuidade deste trabalho: o modelo proposto e o método Friburgo.

A primeira destas linhas está relacionada com o modelo proposto que certamente ainda carece de alguns mecanismos dinâmicos cuja caracterização e modelagem dependem diretamente de propriedades além daquelas da topologia e do parâmetro MCM. A segunda linha de estudo é pertinente ao método Friburgo que deve ser generalizado em termos dos pesos das conexões para que possa ser também utilizado em outras redes complexas.

Com relação ao modelo proposto, algumas propriedades devem ser retiradas da matriz adjagência para fornecer dados que promovam a possibilidade de inclusão de alguns mecanismos não presentes no atual estágio do modelo. Algumas propriedades são do tipo localizadas como o coeficiente de *cluster*, número de triângulos e a proporção de ASs *hubs* e ASs *leafs*. Outras propriedades possuem uma abrangência maior, caracterizando o sistema globalmente, como por exemplo a análise espectral ou o tratamento matemático da matriz adjacência para obtenção de auto valores e auto vetores.

Uma outra possibilidade de melhor compreensão dos mecanismos dinâmicos existentes em sistemas complexos, é a abordagem da mecânica estatística não extensiva, que recentemente tem alcançado algum sucesso nesta área, dependendo da natureza da rede de conexões.

A segunda linha de estudo está relacionada com o algoritmo Friburgo, que é um método para cálculo do menor caminho médio de redes de conexões de tamanhos que demandem muito tempo e recursos de processamento computacional. A generalização do método Friburgo deve começar por um estudo detalhado dos modelos já existentes e utilizados no cálculo do MCM em redes cujas conexões são avaliadas com pesos diferentes.

O próximo passo é a própria generalização e implementação seguida de sua certificação e comparação com os métodos que a comunidade acadêmica adota.

Finalmente, este trabalho apresentou originalmente:

- Análise topológica comparativa entre a Internet nacional e mundial.
- Estudo da evolução temporal da rede de conexões de ASs da Internet durante uma década (1998 à 2007).
- Desenvolvimento de um modelo de crescimento de redes complexas específico para Internet baseado em outros mais básicos.
- Desenvolvimento do método Friburgo para cálculo do menor caminho médio total da rede.

# Apêndice A

# Leis de Potência, Zipf e Pareto

Este apêndice se propõe a esclarecer uma aparente confusão existente quando em um gráfico $log - log$ está uma reta. É comum considerar neste caso a lei de Zipf ou a lei de Pareto ou ainda um comportamento em lei de potência.

Uma lei de potência implica que pequenas ocorrências são muito comuns ao contrário de grandes instâncias que são muito raras apesar de existirem. Um exemplo típico é a distribuição de renda em nosso país, onde muitos possuem muito pouco e raros são aqueles indivíduos que detêm a maior parte da riqueza. Outro exemplo é a ocorrência de vários terremotos de pequena intensidade e poucos de grande intensidade.

Este comportamento algumas vezes é chamado de lei de Zipf [Zip49], outras vezes é chamado de lei de Pareto [Par96] e outras tantas simplesmente de lei de potência.

Os três termos são utilizados para descrever fenômenos em que grandes eventos são raros, assim como pequenos eventos são muito comuns.

A lei de Zipf usualmente refere-se ao tamanho $y$ de ocorrência de um evento relativo ao seu ranque $r$. Em seu trabalho inicial de 1932 [Zip32], George Kingsley Zipf, professor de linguística de Harvard, apresentou um estudo em que determinava o tamanho, ou no caso frequência, do uso das palavras e assim construiu um ranque onde em primeiro lugar estava a palavra mais utilizada, em segundo aquela imediatamente após e assim por diante. Sua lei afirmava que a enésima maior ocorrência de uma palavra era inversamente proporcional ao seu ranque:

$$y \sim r^{-\gamma} \tag{A.1}$$

onde $\gamma$ está próximo da unidade.

Por sua vez, Vilfredo Pareto, 1848-1923, em seu trabalho estava interessado na distribuição de renda na Itália em 1906. Ao invés de perguntar qual seria a enésima maior renda, ele se perguntou quantas pessoas teriam uma renda maior que $x$.

A Lei de Pareto é dada em termos da função de distribuição acumulativa - FDA, isto é, o número de eventos maior que $x$ é dado por uma potência inversa de $x$:

$$P[X > x] \sim (m/x)^{-k} \tag{A.2}$$

onde $m$ representa o menor salário e $m > 0$, $k > 0$ e $x \geq m$.

Esta expressão basicamente atesta que existem poucos milionários e muita pessoas modestas.

No caso de uma distribuição em lei de potência, a informação relevante não é quantas pessoas possuem salário maior que $x$, mas quantas pessoas recebem exatamente $x$. Isto é a função de distribuição de probabilidade - FDP, associada com a FDA dada pela lei de Pareto.

$$P[X = x] \sim x^{-(k+1)} = x^{-a} \tag{A.3}$$

Observe que no expoente da distribuição em lei de potência, $a = k + 1$, $k$ é o parametro da distribuição de Pareto.

Para exemplificar esta semelhança vamos considerar o caso da topologia de ASs da Internet. Na figura 5.3 (pág.60) observa-se a distribuição de probabilidades onde é possível afirmar: o *r-ésimo* AS mais conectado possui $k_r$ conexões. Por outro lado, na figura 5.6 (pág.63) onde se observa o ranque de conexões, a afirmativa agora é: $r$ ASs possuem mais de $k_r$ conexões.

Ambas as figuras apresentam um comportamento em lei de potência, porém apesar de alguns autores erradamente não distinguirem, no primeiro caso, distribuição de probabilidades, é considerada a lei de Zipf e no segundo caso, ranque, a lei de Pareto.

De maneira simplificada é possível dizer que na lei de Zipf, a variável $k$ está no eixo das abcissas e a variável $n$ no eixo das ordenadas. Na lei de pareto, os eixos se invertem, a variável $k$ está representado nas ordenadas e a posição no ranque, que em última análise representa o número de contagens ou probabilidade se normalizado, no eixo das abcissas. As expressões (A.4) e (A.5) abaixo sumarizam este raciocínio.

$$n \sim k^{-b} \quad (Zipf) \tag{A.4}$$

$$k \sim n^{-1/b} \quad (Pareto) \tag{A.5}$$

Existem muitos trabalhos relativos às distribuições de Zipf e de Pareto, porém pode-se destacar os trabalhos de Troll e Graben [TbG98] e Günther et. al. [GLSW96] que possuem uma análise matemática profunda ou o livro de Bak [Bak96] menos formal.

# Bibliografia

[Ada07] L. A Adamic. Zipf, power-laws, and pareto - a ranking tutorial. *http://www.hpl.hp.com/research/idl/papers/ranking/ranking.html*, acessado em março de 2007. Information Dynamics Lab, HP Labs, Palo Alto, CA 94304.

[AdAdAdA05] N. Alves, M. P. de Albuquerque, M. P. de Albuquerque, and J. T. de Assis. Topologia e modelagem relacional da internet brasileira. *XXVI Iberian Latin American congress on computacional Methods in Engineering - CILAMCE*, 19th-21st October 2005. Guarapari, Espírito Santo, BR.

[AdVC01] N. Alves, M. S. C. do Vale, and D. C. Costa. Internet: Histórico, evolução e gestão. *Notas Técnicas - CBPF*, CBPF-NT-005/01, 2001. disponível em http://mesonpi.cat.cbpf.br/redes/historico.

[AH02] L. A. Adamic and B. A. Huberman. Zipf's law and the internet. *Glottometrics*, 3:143–150, 2002.

[AJB99] R. Albert, H. Jeong, and A. L. Barabási. Diameter of the world-wide web. *Nature*, 401:130–131, 1999.

[AMJR02] R. Alberich, J. Miro-Julia, and F. Rossello. Marvel universe looks almost like a real social network. *Cornell University Library arXiv.org*, cond-mat/0202174, 11feb 2002.

[ASBS00] L. A. N. Amaral, A. Scala, M. Barthélémy, and H. E. Stanley. Classes of small-world networks. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 97:11.149–11.152, 2000.

[BA99] A. L. Barabási and R. Albert. Emergence of scaling in random networks. *Science*, 286:509–512, 1999.

[BA02] A. L. Barabási and R. Albert. Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics*, 74:47–97, 2002.

[bAH00] D. ben Avraham and S. Havlin. Diffusion and reactions in fractals and disordered systems. *Cambridge University Press*, 2000.

[BAJ00] A.-L. Barabási, R. Albert, and H. Jeong. Scale-free characteristics of random networks: The topology of the world wide web. *Physica A*, 281:69–77, 2000.

[Bak96] P. Bak. *How Nature Works: The Science of Self-Organised Criticality*. 1996. ISBN 0-387-94791-4.

[Bar01] A. L. Barabási. The physics of the web. *Physics World*, pages 33–38, jul. 2001.

[BB03] A. L. Barabási and E. Banabeau. Scale-free networks. *Scientific American*, pages 50–59, may 2003.

[Bel58] R. Bellman. On a routing problem. *Quarterly of Applied Mathematics*, 16-1:87–90, 1958.

[BKM+00] A. Broder, R. Kumar, F. Maghoul, P. Raghavan, S. Rajagopalan, R. Stata, A. Tomkins, and J. Wiener. Graph structure in the web. *Computer Networks*, 33:309–320, 2000.

[BNHGv04] J. M. Barceló, J. I. Nieto-Hipólito, and J. García-vidal. Study of internet autonomous system interconnectivity from bgp routing tables. *Computer Networks*, 45:333–344, march 2004.

[Bol01] B. Bollobás. Random graphs. *Cambridge University Press, 2nd Edition*, 2001.

[BTW87] P. Bak, C. Tang, and K. Wiesenfeld. Self-organized criticality: an explanation of the *1/f* noise. *Physical Review Letter*, 59, pages = 381-384,, 1987.

[BTW88] P. Bak, C. Tang, and K. Wiesenfeld. Self-organized criticality. *Physical Review A*, 38:364–374, 1988.

[car07] Telecommunications dictionary. *Carroll Communications Inc.*, acessado em 3 de fevereiro de 2007. http://www.carrollcommunications.com/.

[CHB99] R. C. Connor, M. R. Heithaus, and L. M. Barre. Superalliance of bottlenose dolphins. *Nature*, 397:571–572, 1999.

[CHE02] G. Chowell, J. M. Hyman, and S. Eubank. Analysis of a real world network: The city of portland. *Department of Biological Statistics and Computational Biology*, Technical Report Cornell University:BU–1604–M, 2002.

[Coh88] J. E. Cohen. *Discrete Appi. Math.*, 19:113, 1988.

[Com01] D. E. Comer. *Redes de Computadores e Internet*. Bookman Compainha Editora, 2 edition, 2001. ISBN 0-13-083617-6.

[CS04] Q. Chen and D. Shi. The modeling of scale-free networks. *Physica A*, 335:240–248, 2004.

[Dij59] E. W. Dijkstra. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*, 1:269–271, 1959.

[DM00] S. N. Dorogovtsev and J. F. F. Mendes. Scaling behavior of developing and decaying networks. *Europhysics Letters*, 52:33-39, 2000.

[ER59] P. Erdös and A. Rényi. On random graphs. *Publicationes Mathematicae (Debrecem)*, 6:290–297, 1959.

[ER60] P. Erdös and A. Rényi. On the evolution of random graphs. *Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences*, 5:17–61, 1960.

[ER61] P. Erdös and A. Rényi. *Bull. Inst. Int. Stat.*, 38:343, 1961.

[ER90] L. Egghe and R. Rousseau. Introduction to informetrics. Elsevier, Amsterdam, 1990.

[Esc06] M. Escardó. Foundation of computer science, appendix: A full implementation of dijkstra's algorithm in c. *http://www.cs.bham.ac.uk/˜mhe/foundations2/node113.html*, acessado em dezembro de 2006.

[Eul53] L. Euler. Dissertatio de principio mininiae actionis, ' una cum examine objectionum cl. prof. koenigii. ibid., 1753. in octavo.

[FFF99] M. Faloutsos, P. Faloutsos, and C. Faloutsos. Power-law relationships of the internet topology. *ACM SIGCOMM, Computer comunication*, 29:251–262, 1999.

[For56] L. R. Ford. Network flow theory. *The RAND Corporation 1700 Main St. Monica California*, *paper* P-923:1–7, August 14, 1956.

[GLSW96] R. Günther, L. Levitin, B. Schapiro, and P. Wagner. Zipf 's law and the effect of ranking on probability distributions. *International Journal of Theoretical Physics*, 35(2), 1996.

[JDF54] S. Johnson, G. Dantzig, and R. Fulkerson. Solution of a large-scale traveling-salesman problem. *Operations Research*, 2:393–410, 1954.

[JTA$^+$00] H. Jeong, B. Tombor, R. Albert, Z. N. Oltvai, and A.-L. Barabási. The large-scale organization of metabolic networks. *Nature*, 407:651–654, 2000.

[KK05] J. F. Kurose and W. R. Keith. *Computer Network: a top-down approach featuring the Internet*. Pearson Education/Addison-Wesley Computing, 3 edition, 2005. ISBN 0-321-22735-2.

[Kle00] J. M. Kleinberg. The small-world phenomenon: An algorithmic perspective. *Proceedings of the 32nd Annual ACM Symposium on Theory of Computing, Association of Computing Machinery, New York*, pages 163–170, 2000.

[Lot26] A. J. Lotka. The frequency distribution of scientific productivity. *Journal of the Washington Academy of Sciences*, 16(12):317–323, June 1926.

[LTWW94] W. E. Leland, M. S. Taqqu, W. Willinger, and D. V. Wilson. On the self-similar nature of ethernet traffic (extended version). *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2(1):1–15, 1994.

[Mar75] P. Mariolis. Interlocking directorates and control of corporations: The theory of bank control. *Social Science Quarterly*, 56:425–439, 1975.

[Mil67] S. Milgram. The small world problem. *Sychology Today*, P2:60–67, 1967.

[Mit03] M. Mitzenmacher. A brief history of generative models for power law and longnormal distribuitions. *Internet Mathematics*, 1(2):226–251, 2003.

[Miz82] M. S. Mizruchi. The american corporate network, 1904-1974. *SAGE Library of Social Research - SAGE Publications Inc.*, 1982. ISBN-13: 978-0803917781.

[Mor34] J. L. Moreno. Who shall survive? *Beacon House, NY*, 1934.

[MSZ04] S. Maslov, K. Sneppen, and A. Zaliznyak. Detection of topological patterns in complex networks: correlation profile of the internet. *Physica A*, 333:529–540, 2004.

[Nau01] M. G. Naugle. *Guia Ilustrado do TCP/IP*. Sicilianos S.A./Editora Berkeley, 2001. ISBN 0-471-19656-8.

[NBW06] M. Newman, A. L. Barabási, and D. J. Watts. *The Structure and Dynamics of Networks*. Princeton University Press, 2006. ISBN-13: 978-0-691-11357-9.

[OAdAdA05] J. C. C. Oliveira, N. Alves, M. P. de Assis, J. T.and de Albuquerque, and M. P. de Albuquerque. Simulações da rede de conexões da internet brasileira. *XXVI Iberian Latin American congress on computacional Methods in Engineering - CILAMCE*, 19th-21st October 2005. Guarapari, Espírito santo, BR.

[Oli05] J. C. C. Oliveira. Simulação computacional de redes sem escala: Uma aplicação à modelagem relacional da internet. Master's thesis, Instituto Politécnico do Estado doRio de Janeiro - IPRJ/UERJ, Nova Friburgo, RJ, março 2005.

[PA93] J. F. Padgett and C. K. Ansell. Robust action and the rise of the medici, 1400-1434. *Am. J. Sociol*, 98:1.259–1.319, 1993.

[Par96] V. Pareto. Cours dÉconomie politique. *Genéve: Droz*, 1896.

[PF95] V. Paxson and S. Floyd. Wide-area traffic: the failure of poisson modeling. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2:316–336, 1995.

[PF97] V. Paxson and S. Floyd. Why we don't know how to simulate the internet. *LBNL*, 1997.

[PSVV01] R. Pastor-Satorras, A. Vazquez, and A. Vespignami. Dynamical and correlation properties of the internet. *Physical Review Letters*, 87(25):258.701–258.714, 2001.

[Red98] S. Redner. How popular is your paper? an empirical study of the citation distribution. *Eur. Phys. J. B*, 4:131–134, 1998.

[RH61] A. Rapoport and W. J. Horvath. A study of a large sociogram. *Behavioral Science*, 6:279–291, 1961.

[Sco00] J. Scott. Social network analysis: A handbook. *Sage Publications, London*, 2000.

[SDC+02] P. Sen, S. Dasgupta, A. Chatterjee, P. A. Sreeram, G. Mukherjee, and S. S. Manna. Small-world properties of the indian railway network. *Preprint arXiv*, cond-mat/0208535, 2002.

[Seg92] P. O. Seglen. The skewness of science. *J. Amer. Soc. Inform. Sci.*, 43:628–638, 1992.

[SFFF03] G. Siganos, M. Faloutsos, P. Faloutsos, and C. Faloutsos. Power-laws and the as-level internet topology. *IEEE/ACM Transactions on Networking (TON)*, 2003.

[SKB+02] J. Stelling, S. Klamt, K. Bettenbrock, S. Schuster, and E. D. Gilles. Metabolic network structure determines key aspects of functionality and regulation. *Nature*, 420:190–193, 2002.

[STMdS05] D. J. B. Soares, C. Tsallis, A. M. Mariz, and L. R. da Silva. Preferencial attachment growth model and nonextensive statistical mechanics. *Europhysics Letters*, 1:70–76, 2005.

[TbG98] G. Troll and P. beim Graben. Zipf's law is not a consequence of the central limit theorem. *Physical Review E*, 57(2):1347–1355, february 1998.

[TdA00] C. Tsallis and M. P. de Albuquerque. Are citations of scientific papers a case of nonextensivity. *European Physical Journal B, Società Italiana di Fisica SV*, 13:777–780, 2000.

[TM69] J. Travers and S. Milgram. An experimental study of the small world problem. *Sociometry*, 32:425–443, 1969.

[Wat07] D. J. Watts. Small world project. *Columbia University*, acessado em fevereiro de 2007. http://smallworld.columbia.edu/index.html.

[WB99] D. J. Watts and K. Bacon. The small-world, and why it all matters. *Santa Fé Institute Bulletin*, 1999.

[WF94] S. Wasserman and K. Faust. Social network analysis. *Cambridge University Press*, 1994.

[WF01] A. Wagner and D. Fell. The small world inside large metabolic networks. *Proc. Royal Society London B*, 268(1478):1803–1810, 7 september 2001.

[WS98] D. J. Watts and S. H. Strogatz. Colletive dynamics of 'small-world' networks. *Nature*, 393:440–42, 1998.

[Zip32] G. K. Zipf. Selected studies of the principle of relative frequency in language. *Cambridge, MA: Harvard University Press*, 1932.

[Zip49] G. K. Zipf. Human behavior and the principle of least effort. *Cambridge, MA: Addison-Wesley*, 1949.

[ZM03] S. Zhou and R. J. Mondragón. In J. Charzinski, editor, *Proceedings of the 18th International Teletraffic Congress (ITC18)*, volume 5a of *Teletraffic Science and Engineering*, pages 121–130. Elsevier (Berlin), 2003.

[ZM04] S. Zhou and R. J. Mondragón. Accurately modeling the internet topology. *Physical Review E*, 70:066108–1–8, 2004.

# Índice