Dissertação de Mestrado

## Emissão Simultânea de Partículas na Teoria da Evaporação Nuclear

Leonardo Paulo Guimarães de Assis

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas-CBPF Rio de Janeiro, 26 de Fevereiro de 2013

## Dedicatória

Em memória de meus pais Francisco e Cleia

### Agradecimentos

Este é um espaço que dedico para reconhecer publicamente que este trabalho não constitui uma conquista individual, mas que é o fruto do apoio que recebi de muitas pessoas importantes para mim a quem agora ofereço os meus agradecimentos.

Na impossibilidade de citar todos, lembro aqui de algumas destas pessoas que de um modo marcante me influenciram:

- Ao meu orientador e amigo, Prof. Sérgio J. B. Duarte, a quem devo o meu agradecimento pela pronta e generosa disposição em me orientar nesta dissertação de mestrado.
A ele minha gratidão por em tão pouco tempo me ensinar muito sobre física nuclear e pela abertura em ouvir com atenção as ousadias. A ele todos os meus agradecimentos;

Aos demais membros do Grupo de Física Núclear e Astrofísica do CBPF: Professores
 Odilon Tavares, Emil Medeiros e Edgar C. de Oliveira e a minha colega Martha M. N.
 Rodrigues. A eles agradeço pelas conversas esclarecedoras e pela boa acolhida no grupo;

-Quero lembrar os colaboradores que ganhei ao iniciar as minhas atividades em física nuclear. São eles: Dr.Marcelo Chiapparini, Dr. Antonio Delfino, Dr. Luciana Hirsh e a doutoranda Bianca Santos. A todos eles meus agradecimentos pelo coleguismo e pelos conhecimentos compartilhados;

- Ao Prof. José abdalla Helayel-Neto, mestre e amigo, que teve um papel definitivo para continuidade de minha carreira na física. Não existem palavras que possam expressar a minha gratidão por toda a contribuição que teve em minha vida; - Ao professor e amigo, Sebastião Alves Dias, agradeço pelo companheirismo e pelo constante incentivo que sempre me deu para prosseguir na minha carreira acadêmica;

-Ao meu colega e amigo Dr. Sergio Vellozo meu agradecimento pela primeira revisão desta dissertação e acima de tudo pela amizade e companheirismo deste que é um de meus mais antigos colaboradores acadêmicos;

 Aos funcionários, pela ajuda e carinho: Às secretárias do LAFEX, à Beth Martins e Almério da Física Teórica quem sempre estiveram dispostos a me ajudar quando precisei; a toda equipe da Biblioteca; todos da CAT; da CFC: Elisabete V. de Souza e José Ricardo;

-Ao CBPF, pelos anos de acolhida e por toda a infraestrutura que foi colocada a minha disposição. Minha gratidão a esta instituição que considero a minha Alma Mater;

-Ao Conselho Nacional de desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq/MCT pelo suporte financeiro;

- A minha família, que pelo amor e carinho me sustentaram e me inspiraram em tudo aquilo de bom que tenho: em particular, a minha mãe, Cleia Guimarães de Assis, e meu pai, Francisco Paulo de Assis, meus irmãos, Ricardo, Andreia, Cristiano e Sergio.

### Resumo

A desintegração de um sistema nuclear quente, em elevadas energias de excitação, continua a ser um desafio e uma questão central no estudo dos mecanismos de reações nucleares. Este assunto é particularmente relevante, atualmente, para uma compreensão abrangente do processo de fragmentação nuclear em energias de feixe de vários GeV. Investigamos o papel de novos processos de emissão simultânea das partículas na fase de evaporação, favorecidos neste regime de energia.

Construímos dois modelos de emissões simultâneas de partículas e os rendimentos partículas, em competição com a fissão, foram comparados com o modelo de evaporação seqüencial. Simulações de Monte Carlo destes modelos foram utilizadas para investigar os efeitos destes novos canais na produção de partículas e sobre o processo de fissão.

### Summary

Disintegration of a hot nuclear system remains a challenge and a central issue in the study nuclear reaction mechanisms at high excitation energies. This subject is particularly relevant nowadays for a comprehensive understanding of nuclear spallation process at beam energies of several GeV. We investigate the role of new favored simultaneous particle emission processes in the evaporation phase in this energy regime.

We constructed two simultaneous emission models and their particle yields, in competition with fission, were compared with the sequential evaporation model. Monte Carlo simulations of these models were used to investigate the effects of these new channels on the particles yield and on the fission process.

## Conteúdo

	Ded	icatória	i			
	Agra	adecimentos	ii			
	Rest	1mo	iv			
	Sum	mary	v			
	Índi	ce	vi			
In	Introdução e Motivação					
1	Revisão do Modelo Evaporativo de Weisskopf					
	1.1	Motivação	7			
	1.2	Apresentação do Modelo de Weisskopf	8			
<b>2</b>	Modelo de Evaporação Simultânea via Espaço de Fase					
	2.1	Modelo de Tomasini	15			
	2.2	Modelo de Emissões Simultâneas via Espaço de Fase (Modelo I) $\ .\ .\ .\ .$	20			
	2.3	Um Modelo Alternativo para Emissões Simultâneas (Modelo II) $\ .\ .\ .\ .$	25			
	2.4	Barreira de Potencial, Parâmetro de Densidade de Nível e outras Grandezas				
		Complementares aos Modelos	26			

		2.4.1	Remoção de Energia para o Modelo II	27		
		2.4.2	Remoção de Energia para o Modelo I	30		
		2.4.3	Cálculo da largura de fissão	31		
		2.4.4	Larguras relativas a emissão de nêutrons	32		
3	Imp	olemen	tações das Propostas em um Código de Monte Carlo	35		
	3.1	Simula	ação via Monte Carlo para Evaporações de Partículas com Emissões			
		Simulá	àneas	36		
4	Resultados					
	4.1	Produ	ção de Partículas com a Inclusão de Emissões Simultâneas	42		
5	5 Conclusão					
Bi	Bibliografia					
A	A Algumas noções de Mecânica Estatística para Física Núclear.					

## Introdução e Motivação

Desde o inicio das pesquisas teóricas dos fenômenos nucleares percebeu-se que seria muito difícil descrever reações nucleares em uma abordagem microscópica (quântica) de um sistema de muitos nucleons em interação. Uma das estratégias adotadas para atacar esta classe de problemas foi a construção de modelos estatísticos para reações nucleares.

Um dos modelos estatísticos mais conhecidos e utilizados até os dias de hoje é o da evaporação nuclear que foi inicialmente proposto por Weisskopf. Em 1937 Weisskopf propôs um modelo para descrever a emissão espontânea em núcleos, um fenômeno já observado em laboratório, mas que carecia de uma adequada formulação teórica. Em sua proposta Weisskopf adotou as seguintes hipóteses:

 O núcleo inicial do processo evaporativo seria um núcleo composto excitado e em equilíbrio termodinâmico, ou seja, cada microestado do sistema ocorre com igual probabilidade. Também associado com a noção de equilíbrio termodinâmico é a de que a energia está igualmente distribuída entre os graus de liberdade de partículas do sistema (nucleons);

 A emissão espontânea de um nucleon pelo núcleo composto poderia ser pensada como processo inverso de captura deste nucleon.

Ao considerarmos estas hipóteses verificamos que a primeira é mais geral e nela não há restrições sobre o processo de emissões de nucleons. A segunda, entretanto, estabelece restrições, pois não seria razoável supor um processo de emissão simultânea de nucleons como um processo inverso correspondente a uma captura simultânea. Portanto, neste trabalho, admitimos apenas a primeira das hipóteses de Weisskopf e assumimos que quando a energia de excitação é suficintemente alta o núcleo pode emitir mais de um nucleon simultaneamente, ou mesmo partícula alfa.

Em uma primeira avaliação, podemos encontrar vários candidatos dentre fenômenos naturais, em que situações criadas em laboratório e aplicações tecnológicas onde a condição descrita acima deva acontecer e, portanto a possibilidade de existência de emissões simultâneas se concretize.

Por exemplo, em tempos recentes, um interesse crescente no estudo dos reatores ADS -(Accelerator Driven Systems) [1], tem sido observado, uma vez que eles poderiam operar em regime subcrítico queimando rejeitos radiativos originados da operação de reatores convencionais, bem como na geração de energia.



Figura 1: Representção de uma cadeia de "Spallation" com a fase de cascata, evaporação.

No entanto, como uma proposta relativamente nova, o reator ADS envolve modos de decaimentos nucleares que não são totalmente bem entendidos.

A fonte de nêutrons nestes reatores é o processo de "spallation" iniciado por um feixe de prótons, elétrons, fótons ou pions de alta energia de um acelerador linear. No fim de uma fase rápida de cascata um núcleo composto quente é formado, que por sua vez dá início a uma cadeia de evaporação, finalizando com um processo de spallation (Veja fig.1). Este sistema de decaimento nuclear pode alcançar altas energias de excitação, abrindo novos canais não acessados com feixes de diferentes pontas de prova de baixas energias (Veja fig.2).

O desempenho do reator ADS é caracterizado pela produção e espectro de nêutrons, pela razão entre nêutrons produzidos e os prótons incidentes assim como pelos produtos de spallation, que por sua vez contribuirão para produção de mais neutrons via evaporação, fissão e fragmentação. A compreensão destes novos canais de emissão se torna de fundamental importância para a determinação da produção de partículas no processo.

Nas faixas de altas energias de excitação, as emissões simultâneas de partículas na cadeia de evaporação dão origem a novos canais a serem investigados e constituem questões em aberto, cujas consequências ainda não foram exploradas.

Esta nova reação em cadeia evaporativa, inclui muitos nuclídeos longe da linha de estabilidade beta, para os quais não existem dados experimentais disponíveis. As novas propriedades nucleares desses núcleos são objeto de intensas pesquisas físicas, teóricas e experimentais, para a compreensão da estrutura dos núcleos exóticos.

Outro cenário que oferece amplas possibilidades para proposição e observação de novos processos evaporativos é o estudo de colisões com íons pesados. Dependendo das características de cada colisão, existem vários processos que podem dar origem a uma cadeia evaporativa, sendo que alguns destes têm sido objeto de investigação na literatura [2]- [4]. Neste ponto, com o intuito de melhor delimitar os objetivos desta dissertação, destacamos que mesmo o modelo de evaporação sequencial, proposto por Weisskopf em 1937, e que é utilizado até os dias de hoje, tem sido uma fonte permanente de investigação para uma melhor descrição de seus principais ingredientes como, por exemplo: a transmissão da barreira para partículas carregadas, o parâmetro densidade de níveis, a formulação para fissão, que tem importante efeito na cadeia evaporativa, barreira de potencial e outros [5]. Portanto, se o modelo de evaporação sequencial ainda hoje é objeto de aperfeiçoamento, não existe a ambição de nesta dissertação, estabelecer a melhor formulação para todas estas grandezas físicas dos processos de evaporação simultânea de partículas.

O principal objetivo desta dissertação é incluir os canais de evaporação simultânea e com eles evidenciar as implicações desta nova formulação para a produção de partículas evaporadas. Outro objetivo é tamém construir modelos de evaporação simultâneas consistentes com formulação teórica que tem sido usada durante décadas.

Nesta Dissertação, investigamos as cadeias de evaporação nuclear, incluindo os canais relevantes das emissões simultâneas (veja Fig.2). As probabilidades relativas destes canais são determinadas, e a multiplicidade de nêutrons, prótons e partículas alfa produzidas no processo de evaporação, são calculadas. Nossos resultados são comparados com os resultados gerados pelo modelo de emissão seqüencial de partículas, segundo o mecanismo de evaporação convencional.

Como ainda não dispomos de dados experimentais suficientemente limpos para os processos evaporativos isolados, pois os parcos dados de produção de partículas na reação de spallation não são separados da fase rapida do processo e utilizam alvos espessos onde nêutrons podem ser absorvidos ou emitidos por outro centros espalhadores. Assim, construímos mais de uma proposta de emissões simultâneas, comparando seus resultados com o modelo de emissão seqüencial simples de Weisskopf [6] e utilizada por outros autores[7] com os nossos. Fazemos uma estimativa da faixa de multiplicidade de nêutrons que esperamos observar em futuros experimentos e avaliando a contribuição destes novos canais.



Figura 2: A figura exibe em cada direção radial os canais de evaporação que serão considerados neste trabalho.

Esta dissertação possui a seguinte organização. No capitulo 1 é feita uma revisão do modelo de Weisskopf onde são apresentados alguns elementos históricos e a dedução do modelo.

No capitulo 2 iniciamos por rever o modelo de Tomasini [8] que é tomado como referência para a principal proposta de inclusão de emissões simultâneas na cadeia evaporativa.

Na seqüência elaboramos nossa proposta de emissões simultâneas no espaço de fase usando idéias dos modelos de Tomasini e Weisskopf. Terminamos o capítulo com a construção de um modelo estatístico mais simplificado para emissões simultâneas como um modelo de probabilidade conjunta com a largura de canais simultâneos definidos a partir das larguras de canais de emissão simples.

No capitulo 3 descrevemos os códigos de Monte Carlo desenvolvidos para as simulações das cadeias evaporativas utilizados tanto para emissões simultâneas e emissões simples sequenciais. Terminamos apresentando os pseudocódigos dos programas de evaporação para os modelos propostos.

No capitulo 4 os resultados e as discussões são apresentados, assim como também, perspectivas futuras de trabalhos.

No capitulo 5 apresentamos as nossas conclusões e discussão dos resultados obtidos assim como perspectivas de trabalhos futuros.

Informações suplementares usados na construção de modelos estatísticos no espaço de fase são apresentadas no Apêndice A.

## Capítulo 1

# Revisão do Modelo Evaporativo de Weisskopf

#### 1.1 Motivação

Em seu artigo seminal [6], Weisskopf explicou que a tentativa de aplicar diretamente a mecânica quântica nas reações nucleares, envolvendo núcleos compostos, daria origem a um sistema complicado de equações para os quais nem soluções aproximadas eram conhecidas uma vez que estas equações descreviam a dinâmica de um sistema de muitos corpos. Isto o levou a propor um modelo estatístico para descrever as emissões espontâneas por um núcleo composto. Na ocasião ele foi motivado por duas observações, presentes na literatura, uma devido a Bohr [9], que afirmava ser possível separar o processo de emissão de uma partícula por um núcleo composto em duas etapas. Outra devido a Frenkel [10] que já havia percebido que poderia ser possível comparar as emissões de partículas de um núcleo composto excitado com a evaporação das moléculas de um sólido ou fluido.

A primeira etapa da Hipótese de Bohr seria a formação de um núcleo composto com

o estado bem definido e com a energia incidente bem distribuída entre os nucleons constituintes. Na segunda fase, temos o decaimento deste núcleo. Um aspecto importante destas hipoteses é que o segundo estagio poderia ser tratado independente do primeiro.

Weisskopf assume que no decaimento de um núcleo pesado e excitado as propriedades dos estados quânticos espaçados não são importantes na descrição dos níveis de energia, que nestes casos estão muito próximos uns dos outros e, portanto, seria possível obter formulações estatísticas do processo nuclear fazendo uso de médias sobre muitos estados quânticos de aproximadamente mesma energia.

De posse destas considerações, Weisskopf usou o primeiro argumento da hipótese de Bohr, que diz que a energia de excitação é distribuída pelos constituintes do núcleo, e sugeriu uma analogia entre a emissão espontânea por um núcleo composto e o processo evaporativo em um sólido ou líquido.

O modelo, por ele proposto, pode ser visto como uma formulação estatística para emissão sequencial de partículas e que se baseia em considerar a evaporação como o "inverso" do processo  $b + B \rightarrow C$ , onde b é o nucleon incidente, B o núcleo original e C é o núcleo composto final.

A seguir, faremos uma apresetação mais detalhada deste modelo.

#### 1.2 Apresentação do Modelo de Weisskopf

Consideremos um núcleo composto, C, com energia de excitação  $E_C^*$  que emite uma uma partícula, b, com energia cinética,  $\epsilon_b$ , deixando um núcleo residual, B. Também vamos assumir que o núcleo B é suficientemente grande de tal modo a ser considerado estacionário no centro de massa do sistema b - B e a energia,  $\epsilon_b$ , como sendo a energia cinética de b em relação a B. Depois de um intervalo de tempo,  $\Delta t$ , podemos pensar que a partícula b se encontra dentro de um volume fixo V com centro em B. Tomamos este volume, sem perda de generalidade, como sendo uma esfera. Se fizermos sorteios de decaimentos de núcleos compostos igualmente preparados, que ocorrem em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , verificaremos que as parículas emitidas irão povoar o volume V de uma forma bem especial. Além disso, podemos identificar os decaimentos entre os microestados de núcleos compostos, cujo número se escreve como  $\Omega_{C\to bB}(\Delta t)$ , e os estados finais produzidos em V tal que  $\Omega_{C\to bB}(\Delta t)$  representa também estados em que b e B encontram-se em algum lugar no volume V. Nestas condições, a probabilidade de decaimento de um núcleo composto no intervalo de tempo  $\Delta t$  é dado pelo número de estados nucleares compostos que decaem em  $\Delta t$  dividido pelo número inicial de estados. Definindo  $W_{C\to bB}$  como a probabilidade de decaimento por unidade de tempo (ou taxa de decaimento específico), podemos portanto escrever:

$$\Delta t W_{C \to bB} = \frac{\Omega_{C \to bB} \left( \Delta t \right)}{\Omega \left( E_C^* \right)} = \frac{\rho_{C \to bB} \left( \Delta t \right)}{\rho \left( E_C^* \right)}, \tag{1.2.1}$$

onde  $\rho's$  são densidades de microestados e a quantidade W pode ser identificada com a constante de decaimento radioativo,  $\lambda$ .

A seguir, propomos uma nova densidade de microestados para o par  $b \in B$ , que denotamos por  $\rho_{bB}$ , restritos ao volume V, mas não necessariamente identificada com estados resultantes do decaimento  $C \to b + B$  tal que  $\rho_{C \to bB}(\Delta t)$  formam um subconjunto de  $\rho_{bB}$ . Esta condição pode ser satisfeita se escolhermos um valor suficientemente pequeno de  $\Delta t$  (ou um grande volume V).

Multiplicando a equação (1.2.1) pela unidade  $(\rho_{bB}/\rho_{bB})$  e dividindo por  $\Delta t$ , obtemos

$$W_{C \to bB} = \frac{\Gamma_{C \to bB}}{\hbar} = \frac{1}{\Delta t \rho_C \left(E_C^*\right)} \frac{\rho_{C \to bB} \left(\Delta t\right)}{\rho_{bB}} \rho_{bB}, \qquad (1.2.2)$$

onde  $\Gamma_{C\to bB}$  é a largura de decaimento. Podemos identificar a fração  $\rho_{C\to bB}(\Delta t)/\rho_{bB}$  como a probabilidade de que os estados pertencentes à  $\rho_{bB}$  resultem do decaimento do núcleo composto.

Na construção da probabilidade de decaimentos por unidade de tempo, vamos restringir a densidade de estados  $\rho_{bB}$  para os casos em que a particula *b* esteja no volume *V* com velocidade no intervalo  $(v_b, v_b + dv_b)$ .

Neste cenário, tomaremos a fração de microestados que terminará com a formação de um núcleo composto após decorrido um intervalo de tempo  $\Delta t$ .

Se a energia de excitação de um núcleo composto for maior do que o valor característico para um dado canal de decaimento, então existe uma probabilidade por unidade de tempo que este decaimento aconteça.

De acordo com Weisskopf, o nucleon b, confinado em V, se move de forma aleatória como se fosse uma molécula de um gás com energia  $\epsilon$ , correspondendo a uma velocidade  $v_b = \sqrt{2\epsilon/m_b}$ . Se  $\sigma_{bB}$  é a seção de choque do núcleo, a probabilidade média por unidade de tempo de um nucleon ser capturado pelo núcleo B é dado por:

$$\langle p_t(\epsilon) \rangle = \frac{\sigma_{bB}(\epsilon) v_b}{V}$$
 (1.2.3)

ou simplesmente a probabilidade média

$$\langle P(\epsilon) \rangle = \frac{\sigma_{bB}(\epsilon) v_b \Delta t}{V}.$$
 (1.2.4)

que identificamos agora com a probabilidade de transição média no tempo  $\Delta t$  de estados do sistema (b+B) para os estados que decaem em tempo reverso do núcleo composto, Cou, inversamente, de estados de C para os estados de (b+B) (fig.1.1)

$$\frac{\rho_{C \to bB} \left(\Delta t\right)}{\rho_{bB}} = \frac{\rho_{bB \to C} \left(\Delta t\right)}{\rho_{bB}} = \frac{\sigma_{bB} v_b \Delta t}{V}.$$
(1.2.5)



Figura 1.1: Representação dos processos de captura (a) e evaporação (b) no sistema de repouso do núcleo que são vistas como processos reversos no tempo uma da outra.

Assim, de (1.2.2), a contribuição para a taxa de transição específica para as partículas emitidas com velocidade no intervalo  $(v_b, v_b + dv_b)$  é dada por

$$\frac{dW_{C\to bB}\left(\Delta t\right)}{dv_{b}}dv_{b} = \frac{\sigma_{bB}v_{b}}{V}\frac{1}{\rho_{C}\left(E_{C}^{*}\right)}\frac{d\rho_{bB}}{dv_{b}}dv_{b}$$

$$= \frac{dW_{C\to bB}\left(\Delta t\right)}{d\varepsilon_{b}}d\varepsilon_{b} = \frac{\sigma_{bB}}{V}\left(\frac{2\varepsilon_{b}}{m_{b}}\right)^{1/2}\frac{1}{\rho_{C}\left(E_{C}^{*}\right)}\frac{d\rho_{bB}}{d\varepsilon_{b}}d\varepsilon_{b}.$$

$$(1.2.6)$$

Para o cálculo da densidade de micro-estados,  $\rho_{bB}$ , associada com a configuração b+B, assumimos que a partícula b tenha sido emitida em seu estado fundamental e denotamos a energia de excitação do núcleo residual,  $E_B^*$ . A densidade de micro-estados correspondente à macro-estados b + B é então obtida como a convolução de duas densidades. A primeira é a densidade do espaço de fase para o par (b, B). Dado que o resíduo (pesado), B, é considerado como estacionário (com zero de energia cinética) e localizado no centro de V, a contribuição do espaço de fase com a densidade de microestados é dada por todo espaço de fase de uma partícula (correspondente a b) que, para uma partícula de massa,  $m_b$ , e energia,  $\epsilon_b$ , é expressa como

$$\rho_b(\varepsilon_b) = \frac{g_b V \left(2\pi m_b\right)^{3/2}}{h^3 \Gamma(3/2)},$$
(1.2.7)

onde o fator,  $g_b$ , é a degenerescência de spin que dá o número de orientações possíveis de spin da partícula b (ou seja,  $g_b = 2s_b + 1$ ) e  $\Gamma$  é a função Gama. A segunda densidade é a densidade de microestados do núcleo excitado B que escrevemos como  $\rho_B(E_B^*)$ .

Seja a energia total do sistema b + B, sendo  $E_{bB} = \epsilon_b + E_B^* = E_C^* - L_0$ , onde  $L_0$  é a energia de ligação. A densidade de microestados correspondente é então a convolução

$$\rho_{bB} (E_{bB}) = \int_{0}^{E_{bB}} \int_{0}^{E_{bB}} \rho_{b} (\varepsilon_{b}) \rho_{B} (E_{B}^{*}) \delta (\varepsilon_{b} + E_{B}^{*} - E_{bB}) d\varepsilon_{b} dE_{B}^{*}$$
(1.2.8)  
$$= \int_{0}^{E_{bB}} \rho_{b} (\varepsilon_{b}) \rho_{B} (E_{bB} - \varepsilon_{b}) d\varepsilon_{b}.$$

A densidade de estados correspondentes à energia cinética de b, contida em um intervalo  $(\epsilon_b, \epsilon_b + d\epsilon_b)$  é, portanto:

$$\frac{d\rho_{bB}}{d\varepsilon_b}d\varepsilon_b = \rho_b\left(\varepsilon_b\right)\rho_B\left(E_{bB} - \varepsilon_b\right)d\varepsilon_b = \frac{g_b V\left(2\pi m_b\right)^{3/2}\varepsilon^{1/2}}{h^3\Gamma\left(3/2\right)}\rho_B\left(E_{bB} - \varepsilon_b\right)d\varepsilon_b.$$
(1.2.9)

Usando (1.2.6) e (1.2.9), a probabilidade de transição por unidade de tempo para as energias cinéticas das partículas emitidas no intervalo ( $\epsilon_b, \epsilon_b + d\epsilon_b$ ) é obtida a partir da probabilidade de transição correspondente (1.2.4) para o processo inverso como

$$\frac{dW_{C\to b+B}}{d\varepsilon_b}d\varepsilon_b = \frac{\sigma_{bB}}{V} \left(\frac{2\varepsilon_b}{m_b}\right)^{1/2} \frac{g_b V \left(2\pi m_b\right)^{3/2} \varepsilon^{1/2}}{h^3 \Gamma \left(3/2\right)} \frac{\rho_B \left(E_{bB} - \varepsilon_b\right)}{\rho_C \left(E_C^*\right)} d\varepsilon_b \qquad (1.2.10)$$
$$= \sigma_{bB} \frac{8\pi g_b m_b \rho_B \left(E_{bB} - \varepsilon_b\right)}{h^3 \rho_C \left(E_{bB} - Q_{C\to b+B}\right)} \varepsilon_b d\varepsilon_b,$$

onde usamos  $\Gamma(2/3) = \sqrt{\pi/2}$  e  $Q_{C \to b+B}$  é a energia removida do núcleo C no decaimento  $C \to b + B$ . A equação (1.2.10) representa a teoria Weisskopf para decaimento do núcleo composto (essa equação não é literalmente a fórmula dada por Weisskopf porque ele denota por "h" o símbolo que é hoje conhecido como  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ).

Em seu artigo, Weisskopf fez uso da definição de entropia microcanônica,  $S(E) = ln[\rho(E)]$  e, com esta relação, a equação (1.2.10) pode ser escrita como:

$$\frac{dW_{C\to b+B}}{d\varepsilon_b}d\varepsilon_b = \frac{8\pi\sigma_{bB}g_bm_b}{h^3}e^{S(E_{bB}-\varepsilon_b)-S(E_C^*)}\varepsilon_bd\varepsilon_b.$$
(1.2.11)

Então, supondo que o núcleo  $B \in C$  têm as mesmas densidades de microestados na região de energia ao redor  $E_{bB}$ , ou seja,  $S_B(E_{bB}) = S_C(E_{bB})$ , e que podemos usar o desenvolvimento de primeira ordem em  $E_C - L_0$ , escrevemos:

$$S_B (E_{bB} - \varepsilon_b) = S_B (E_C - L_0 - \varepsilon_b) \simeq$$

$$\simeq S_B (E_C - L_0) - \varepsilon_b \left. \frac{dS_A}{dE} \right|_{E_A}.$$
(1.2.12)

Pela definição de entropia em termos da temperatura temos,

$$\frac{dS}{dE} = \frac{1}{T\left(E\right)} \tag{1.2.13}$$

tomando 1.2.11 ficamos com

$$\frac{dW_{C\to b+B}}{d\varepsilon_b}d\varepsilon_b = \frac{8\pi\sigma_{bB}g_bm_b}{h^3}e^{S_B(E_C-L_0)-S_A(E_C^*)}\varepsilon_b e^{-\frac{\varepsilon_b}{T(E_C-L_0)}}d\varepsilon_b,$$
(1.2.14)

ou

$$W_{C\to b+B}d\varepsilon_b = \frac{8\pi\sigma_{bB}g_bm_b}{h^3}e^{S_B(E_{bB})-S_A\left(E_C^*\right)}\varepsilon_b e^{-\frac{\varepsilon_b}{T(E_{bB})}}d\varepsilon_b.$$
 (1.2.15)

A largura de decaimento fica então dada por

$$\Gamma = \hbar \int W_{C \to b+B} d\varepsilon_b = \frac{8\pi\sigma_{bB}g_b m_b}{h^2} T\left(E_{bB}\right)^2 e^{S_B(E_{bB}) - S_A\left(E_C^*\right)}.$$
(1.2.16)

Como a temperatura pode ser representada em termos da energia de excitação, podemos escrever,

$$E^* = aT^2, (1.2.17)$$

onde a é o parâmetro de densidade de níveis e T é a temperatura. Com esta substituição a largura assume a seguinte forma,

$$\Gamma = \frac{8\pi\sigma_{bB}g_bm_b}{h^2} \frac{E_{bB}^*}{a} e^{S_B(E_{bB}^*) - S_A(E_C^*)}$$
(1.2.18)

que é a expressão da largura de emissão obtida por Weisskopf.

Na próxima seção, apresentamos propostas de generalização do modelo de evaporação para emissões múltiplas simultâneas.

## Capítulo 2

# Modelo de Evaporação Simultânea via Espaço de Fase

Em um trabalho de 1957, A. Tomasini propôs um modelo [8] para emissões simultâneas dentro do formalismo do espaço de fase. Em seu trabalho Tomasini se limite a fazer uma apresentação simples de seu modelo, inspirado em um trabalho escrito por Fermi [12] sete anos antes, que teve grande repercussão no entendimento das transições em fenômenos nucleares e de física de partículas.

Como o modelo que apresentaremos na próxima seção é inspirado na proposta de Tomasini faremos um breve resumo de seu modelo a seguir.

#### 2.1 Modelo de Tomasini

As idéias básicas deste modelo assumem a existência de um núcleo pesado excitado C para o qual vale uma aproximação estatística no tratamento da densidade de estados

nucleares.

O núcleo em consideração tem uma energia de excitação  $E_c$  com probabilidade de emissão de *n* partículas no intervalo de energia cinética  $\varepsilon$  e  $\varepsilon + d\varepsilon$  proporcional a

$$W = g_{1,2,...,n} |H_{\varrho f}|^2 \, \varrho_n V^n \varpi \, (E_f) \,, \qquad (2.1.1)$$

A expressão acima é conhecida como "Regra de Ouro de Fermi" sendo  $E_f = E_c - B - \varepsilon$  e  $B = \sum_{i=1}^{n} B_i$  a energia total de separação das *n* partículas,  $g_{123...n}$  é a degerenecencia de spin das *n* partículas,  $H_{\varrho f}$  é o elemento da matriz de transição,  $\varrho_n V^n$  é o número de estados no espaço de fase e  $\varpi(E_f)$  é a densidade de nível do núcleo final. A energia cinética  $\varepsilon$ refere-se a soma das energias cinéticas das partículas emitidas,  $\varepsilon = \sum_i \epsilon_i$ .

Em uma aproximação não relativística para a densidade de níveis das particulas emitidas temos,

$$\varrho_n = \frac{(m_1 m_2 \dots m_n)^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{3}{2}n} \pi^{\frac{3}{3}n} \hbar^n} \frac{\varepsilon^{\frac{3}{2}n-1}}{(\frac{3}{2}n-1)!},$$
(2.1.2)

onde  $m_1, m_2, ..., m_n$  são as massas das partículas.

O modelo supõe que  $|H_{\varrho f}|^2$  é proporcional a probabilidade de que as partículas estejam ao mesmo tempo dentro do volume nuclear  $\Omega$ . Se as partículas não forem carregadas esta probabilidade seria dada por  $(\Omega/V)^n$ . Como conseqüência teríamos como densidade de probabilidade para emissão de *n* partículas,

$$W_n(\varepsilon) d\varepsilon = K g_{123\dots n} \frac{\Omega^n (m_1 m_2 \dots m_n)^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{3}{2}n} \hbar^{3n}} \frac{\varepsilon^{\frac{3}{2}n-1}}{(\frac{3}{2}n-1)!} \varpi (E_c - \varepsilon - B) d\varepsilon, \qquad (2.1.3)$$

onde K é uma constante de proporcionalidade entre  $|H_{\varrho f}|^2$  a probabilidade de que as partículas estejam no volume nuclear dado por

$$\Omega = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\hbar}{\mu c}\right)^3 A. \tag{2.1.4}$$

Em seu trabalho Tomasini assume que a constante de proporcionalidade na determinação do raio nuclear,  $R = r_0 A^{1/3}$ , pode ser estimada como  $r_0 \simeq \left(\frac{\hbar c}{\mu c^2}\right)$ , sendo  $\mu$  a massa do meson  $\pi$  utilizada para definir o alcance da força nuclear e c é a velocidade da luz. De fato, a grandeza  $\hbar c/\mu c^2 = \hbar/\mu c = \hbar/\mu$  possui dimensão de comprimento em unidades relativisticas onde c = 1 e é adimendional.

Substituindo 2.1.4 em 2.1.3 e assumindo n=1, 2 e 3, que correspondem aos casos de uma, duas e três partículas emitidas respectivamente, temos as seguintes expressões:

$$W_1(\varepsilon) d\varepsilon = Kg_1 \frac{4A}{3\sqrt{2}\pi} \frac{m_1^{\frac{3}{2}}}{\mu^3} \varepsilon^{\frac{1}{2}} \varpi \left(E_c - \varepsilon - B_1\right) d\varepsilon, \qquad (2.1.5)$$

$$W_2(\varepsilon) d\varepsilon = Kg_{12} \frac{A^2}{9\pi} \frac{(m_1 m_2)^{\frac{3}{2}}}{\mu^6} \varepsilon^2 \varpi \left(E_c - \varepsilon - B_1 - B_2\right) d\varepsilon, \qquad (2.1.6)$$

$$W_3(\varepsilon) d\varepsilon = K g_{123} \frac{32\sqrt{2}A^3}{2835\pi^2} \frac{(m_1 m_2 m_3)^{\frac{3}{2}}}{\mu^9} \varepsilon^{\frac{7}{2}} \varpi \left(E_c - \varepsilon - B_1 - B_2 - B_3\right) d\varepsilon, \qquad (2.1.7)$$

onde o fatorial de números fracionários em 2.1.3 foi calculado usando a função Gama.

Para determinarmos a probabilidade de emissão ainda teríamos que efetuar a integração destas densidades,

$$W_{tot}^{i} = \int_{0}^{E-B} W_{i}(\varepsilon) \, d\varepsilon, \qquad (2.1.8)$$

tomando  $\varpi(E)$  como a densidade de níveis de Fermi,  $b \exp\left(2\sqrt{aE}\right)$ , onde aqui E é a energia dos níveis nucleares.

Para o caso da emissão de uma partícula carregada, a probabilidade seria obtida a partir da multiplicação da densidade de emissão de uma partícula neutra (2.1.5) por uma função que têm como argumento o coeficiente de transmissão da barreira Coulombiana  $\Xi(\varepsilon)$  e o espectro de energia da partícula emitida para o caso da emissão de uma única partícula.

Para o caso de emissão de duas partículas, uma das quais carregada, segundo Tomasini, tomaríamos o espectro de energia de uma partícula neutra como sendo

$$n(\varepsilon_1) \propto \sqrt{\varepsilon_1(\varepsilon - \varepsilon_1)},$$
 (2.1.9)

E se a partícula é carregada, o espectro assume a seguinte forma

$$n_c(\varepsilon_1) \propto \sqrt{\varepsilon_1(\varepsilon - \varepsilon_1)} \Xi(\varepsilon_1).$$
 (2.1.10)

Assumindo o caso extremo de uma barreira completamente refletora como no caso clássico,

$$\Xi(\varepsilon_1) = 0 \quad \text{se} \quad \varepsilon_1 < V_1 \tag{2.1.11}$$

$$\Xi(\varepsilon_1) = 1$$
 se  $\varepsilon_1 > V_1$ ,

onde  $V_1$  é a barreira reduzida.

Em seu artigo Tomasini [8] usou como exemplos  $A = 100, V_1 \sim 7$  MeV para prótons e $V_1 \sim 15$  MeV para partículas alphas.

Neste caso a equação (2.1.5) deve ser multiplicada por um fator

$$G_{1}(\varepsilon) = \frac{\int_{V_{1}}^{\varepsilon} \sqrt{\varepsilon_{1}(\varepsilon - \varepsilon_{1})} d\varepsilon_{1}}{\int_{0}^{\varepsilon} \sqrt{\varepsilon_{1}(\varepsilon - \varepsilon_{1})} d\varepsilon_{1}} = 1 - \frac{2}{\pi} sen^{-1} \eta^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{\pi} \left[ \eta \left( 1 - \eta \right) \right]^{\frac{1}{2}} \left( 1 - 2\eta \right), \qquad (2.1.12)$$
Onde  $n = V_{1}/\varepsilon$ 

Onde  $\eta = V_1/\varepsilon$ .

Se ambas as partículas forem carregadas, a partícula 1 só é emitida se  $V_1 < \varepsilon < \varepsilon - V_2$ . Para este caso a equação (2.1.5) deve ser multiplicada por

$$G_{2}(\varepsilon) = \frac{\int_{V_{1}}^{\varepsilon-V_{2}} \sqrt{\varepsilon_{1}(\varepsilon-\varepsilon_{1})} d\varepsilon_{1}}{\int_{0}^{\varepsilon} \sqrt{\varepsilon_{1}(\varepsilon-\varepsilon_{1})} d\varepsilon_{1}} = \frac{2}{\pi} \left\{ \left[ sen^{-1}(1-\eta_{2}) - sen^{-1}\eta_{1} \right] + \frac{2}{\pi} \left[ \eta_{1}(1-\eta_{2}) \right]^{\frac{1}{2}} (1-2\eta_{1}) + \left[ \eta_{2}(1-\eta_{2}) \right]^{\frac{1}{2}} (1-2\eta_{2}) \right\}$$
(2.1.13)

Neste ponto, concluímos a apresentação do modelo proposto por Tomasini para emissões simultâneas. É possível verificar que esta formulação difere em principio do modelo de Weisskopf quando restringimos o modelo de Tomasini à emissão de uma única partícula.

Com o propósito de aproveitarmos os aprimoramentos provenientes de estudos feitos ao longo dos anos em conceitos como densidades e parâmetros de níveis, barreiras de potencial e outros que foram aplicados ao modelo de Weisskopf, na próxima seção apresentaremos um modelo para emissões simultâneas que possui como eixo a proposta de Tomasini, e que também inclui elementos da formulação de Weisskopf, reduzindo-se a este último no caso de emissão de uma única partícula.

## 2.2 Modelo de Emissões Simultâneas via Espaço de Fase (Modelo I)

Nesta seção apresentamos o nosso principal modelo para emissões simultâneas que é uma combinação de ingredientes da formulação de Tomasini e Weisskiopf.

Da proposta de Tomasini aproveitamos a aproximação feita para o elemento de matriz de transição. Neste aspecto, a proposta de Tomasini é mais adequada, pois ela possibilita a descrição de emissões simultâneas ao passo que o elemento de matriz de transição de Weisskopf só se aplica para o caso da emissão simples constituídos pelo núcleo residual e pela partícula emitida.

Outra característica favorável ao modelo de Tomasini é que não recorreu explicitamente ao conceito geométrico de seção de choque para a evaporação de muitas partículas, que no caso de muitos corpos não saberíamos escrever. Note-se que no caso de modelo de Weisskopf, o processo descrito é binário a seção de choque empregada é a geométrica.

Por outro lado, a abordagem de Weisskopf para o caso das emissões de partículas carregadas onde todas as informações a este respeito são incluídas dentro da densidade de níveis do núcleo residual. Além de ser mais elegante permite-nos fazermos uso de aperfeiçoamentos acumulados ao longo do tempo na literatura.

Tomasini, por sua vez, ao modelar as emissões de partículas carregadas multiplicou a expressão da emissão de partículas neutras por uma razão composta por aproximações para espectros de energias das partículas carregadas e neutras emitidas. Acreditamos que, em muitas situações estas aproximações podem ser muito fracas para descrever eventos reais.

A seguir, faremos uma apresentação detalhada do primeiro modelo proposto nesta

dissertação.

Como visto anteriormente, podemos escrever as densidades de microestados do estado final como um produto das densidades de microestados das partículas emitidas e do núcleo residual:

$$\frac{d\rho_{bB}}{d\varepsilon_b}d\varepsilon_b = \rho_b\left(\varepsilon_b\right)\rho_B\left(E_{bB} - \varepsilon_b\right)d\varepsilon_b.$$
(2.2.14)

Como na proposta de Tomasini, assumiremos que a taxa de transição das particulas emitidas no intervalo de energia ( $\varepsilon_b$ ,  $\varepsilon_b + d\varepsilon_b$ ), onde  $\varepsilon_b$  é a energia total das particulas emitidas, é proporcional a probabilidade das partículas estarem ao mesmo tempo dentro do volume nuclear  $\Omega$ .

$$W = \frac{\left(\frac{\Omega}{V}\right)^{N} \frac{d}{d\varepsilon_{b}} \rho_{bB}\left(\varepsilon_{b}\right)}{\rho_{C}\left(E_{C}\right)},\tag{2.2.15}$$

onde  $\rho_C(E_C)$ ,  $\rho_{bB}(\varepsilon_b)$  são respectivamente as densidades de microestados do núcleo excitado original e do sistema  $b \in B$  após a emissão, N é o número de partículas evaporadas, V é o volume que contem todos as configurações possíveis das partículas  $b \in \Omega$  é o volume nuclear

$$\Omega = 4/3 \,\frac{\pi \,\hbar^3 A}{\mu^3}.\tag{2.2.16}$$

Feita a substituição de  $\Omega$  em W temos:

$$W = \frac{\left(4/3 \frac{\pi \hbar^3 A}{\mu^3 V}\right)^N \frac{d}{d\varepsilon_b} \rho_{bB}\left(\varepsilon_b\right)}{\rho_C\left(E_C\right)}$$
(2.2.17)

Substitutindo em W o produto das densidades de microestados das particulas emitidas e do núcleo residual temos:

$$W = \prod_{i=1}^{N} g_i \frac{\left(4/3 \frac{\pi \hbar^3 A}{\mu^3 V}\right)^N \rho_b\left(\varepsilon_b\right) \rho_B\left(E_{bB} - \varepsilon_b\right)}{\rho_C\left(E_C\right)}.$$
(2.2.18)

A densidade de microestados para um numero arbitrário de partículas emitidas é dado pela expressão [13]

$$\rho_b(\varepsilon_b) = \frac{\left(\frac{V}{8\pi^3\hbar^3}\right)^N (2\pi)^{3/2N} \left(\prod_{i=1}^N m_i^{3/2}\right) \varepsilon_b^{3/2N-1}}{\Gamma(3/2N)}.$$
(2.2.19)

que substituída em W nos dá

$$W = \frac{\left(4/3 \,\frac{\pi \,h^3 A}{\mu^3 V}\right)^N \prod_{i=1}^N g_i^N \left(\frac{V}{8\pi^3 \hbar^3}\right) (2 \,\pi)^{3/2 \,N} \prod_{i=1}^N m_i^{3/2} \varepsilon_b^{3/2 \,N-1} \rho_B \left(E_{bB} - \varepsilon_b\right)}{\rho_C \left(E_C\right) \Gamma \left(3/2 \,N\right)}. \quad (2.2.20)$$

De agora em diante faremos o resto da dedução já exibindo os três valores de N que correspondem aos casos de interesse deste trabalho, N = 1, 2 e 3, que representam as emissões simples, a emissão simultânea dupla e a emissão simultânea tripla e os subindices das expressões a seguir destacam estas situações.

Usando as identidades anteriomente apresentadas:  $E_{bB} = \varepsilon_b + E_B^* = E_C^* - S_0$ , reescrevemos  $E_{bB} - E_N = E^* - S_N - E_N$ , onde  $E^*$  é a energia de excitação do núcleo original,  $S_N$ ,  $E_N$  são respectivamente a energia total de separação  $S_N = \sum_{i=1}^N s_i$  e cinética total  $E_N = \sum_{i=1}^N \epsilon_i$  das partículas emitidas e o subindice N é o total de partículas simultaneamente emitidas.

Com esta notação, as taxas de transição para emissões simples, duplas e triplas assumem as seguintes formas:

$$W_1 = \frac{2}{3} \frac{Ag_i \sqrt{2m_i^{3/2}} \sqrt{E_1} \rho_B \left(E^* - S_1 - E_1\right)}{\pi \,\mu^3 \rho_C \left(E^*\right)} \tag{2.2.21}$$

$$W_{2} = \frac{1}{9} \frac{A^{2} g_{i} g_{j} (m_{i} m_{j})^{3/2} E_{2}^{2} \rho_{B} (E^{*} - S_{2} - E_{2})}{\pi \mu^{6} \rho_{C} (E^{*})}$$
(2.2.22)

$$W_{3} = \frac{32}{2835} \frac{A^{3} g_{i} g_{j} g_{k} \sqrt{2} (m_{i} m_{j} m_{k})^{3/2} E_{3}^{7/2} \rho_{B} (E^{*} - S_{3} - E_{3})}{\pi^{2} \mu^{9} \rho_{C} (E^{*})}$$
(2.2.23)

Reescrevendo as densidades de microestados em termos da entropia,  $S(E) = \ln (\rho (E))$ , expandindo  $S_B$  em torno de  $E_N$  e retemos apenas os termos de ordem O(2) e usando a relação entre entropia e temperatura  $\frac{dS}{dE} = \frac{1}{T(E)}$  e temos:

$$W_1 = \frac{2}{3} \frac{Ag_1 \sqrt{2m_1^{3/2}} \sqrt{E_1} e^{S_B (E^* - S_1 - E_1) - S_C(E^*)} e^{-\frac{E_1}{T(E^* - S_1 - E_1)}}}{\pi \mu^3}$$
(2.2.24)

$$W_{2} = \frac{1}{9} \frac{A^{2} g_{1} g_{2} \left(m_{1} m_{2}\right)^{3/2} E_{2}^{2} e^{S_{B}} \left(E^{*} - S_{2} - E_{2}\right) - S_{C}(E^{*}) e^{-\frac{E_{2}}{T(E^{*} - S_{2} - E_{2})}}}{\pi \mu^{6}}$$
(2.2.25)

$$W_{3} = \frac{32}{2835} \frac{A^{3}g_{1}g_{2}g_{3}\sqrt{2} (m_{1}m_{2}m_{3})^{3/2} E_{3}^{7/2} e^{S_{B}} (E^{*}-S_{3}-E_{3}) -S_{C}(E^{*}) e^{-\frac{E_{3}}{T(E^{*}-S_{3}-E_{3})}}}{\pi^{2}\mu^{9}}$$

$$(2.2.26)$$

A probabilidade total multiplicada por  $\hbar$  nos fornece a largura para os canais

$$\Gamma_i = \hbar \int W_i(E_i) dE_i \tag{2.2.27}$$

Após a integração as seguintes expressões são obtidas,

$$\Gamma_1 = \frac{1}{3} \frac{\hbar \sqrt{2} A g_1 m_1^{3/2} e^{-2 \sqrt{aE^*} + 2\sqrt{aE^* - S_1}} \left(\frac{E^* - S_1}{a}\right)^{3/4}}{\mu^3 \sqrt{\pi}}, \qquad (2.2.28)$$

$$\Gamma_2 = \frac{2}{9} \frac{\hbar A^2 g_1 g_2 \left(m_1 m_2\right)^{3/2} e^{-2\sqrt{aE^*} + 2\sqrt{aE^* - S_2}} \left(\frac{E^* - S_2}{a}\right)^{3/2}}{\pi \mu^6}, \qquad (2.2.29)$$

$$\Gamma_3 = \frac{2}{27} \frac{\hbar A^3 g_1 g_2 g_3 \left(m_1 m_2 m_3\right)^{3/2} \sqrt{2} e^{-2\sqrt{aE^*} + 2\sqrt{aE^* - S_3}} \left(\frac{E^* - S_3}{a}\right)^{9/4}}{\pi^{3/2} \mu^9}, \qquad (2.2.30)$$

onde a é o parâmetro densidade de níveis. Nas expressões acima para as larguras, a relação entre a energia de excitação e a temperatura foi usada,  $(E^* = aT^2)$ . Também fizemos uso do modelo de gás de Fermi para determinar a entropia dos nucleos compostos inicial e residual.

Para emissiões de partículas carregadas, nós utilizamos o procedimento de Weisskopf. As larguras,  $\Gamma_i$ , resultantes, são semelhantes ao do caso não carregado, bastando substituir  $E_N$  por  $E_N - U_N$  nas Eqs. (2.2.24-2.2.26) e integrar de acordo com (2.2.27).

As larguras obtidas para partículas carregadas são:

$$\Gamma_1 = \frac{1}{3} \frac{\hbar \sqrt{2} A g_1 m_1^{3/2} e^{-2 \sqrt{aE^*} + 2\sqrt{aE^* - S_1 - U_1}} \left(\frac{E^* - S_1 - U_1}{a}\right)^{3/4}}{\mu^3 \sqrt{\pi}}, \qquad (2.2.31)$$

$$\Gamma_2 = \frac{2}{9} \frac{\hbar A^2 g_1 g_2 \left(m_1 m_2\right)^{3/2} e^{-2\sqrt{aE^*} + 2\sqrt{aE^* - S_2 - U_2}} \left(\frac{E^* - S_2 - U_2}{a}\right)^{3/2}}{\pi \mu^6}, \qquad (2.2.32)$$

$$\Gamma_3 = \frac{2}{27} \frac{\hbar A^3 g_1 g_2 g_3 \left(m_1 m_2 m_3\right)^{3/2} \sqrt{2} e^{-2\sqrt{aE^*} + 2\sqrt{aE^* - S_3 - U_3}} \left(\frac{E^* - S_3 - U_3}{a}\right)^{9/4}}{\pi^{3/2} \mu^9}, \qquad (2.2.33)$$

A seguir, a seguir apresentamos nosso segundo modelo de emissões simultâneas.

# 2.3 Um Modelo Alternativo para Emissões Simultâneas (Modelo II)

Agora apresentaremos um outro modelo que tem como ideia básica a construção da probabilidade de emissões simultâneas como uma função de probabilidade conjunta, formada a partir do produto das probabilidades de emissões simples obtidos por Weisskopf.

$$\Gamma_{p_1, p_2, \dots p_n} = \Gamma_{p_1} \Gamma_{p_2} \dots \Gamma_{p_n} \tag{2.3.34}$$

Embora, seja uma proposta de motivação estatística, ela carrega na definição das larguras individuais características da emissão simultânea. Assim, como veremos mais adiante, os valores de barreira e energias retiradas do sistema são calculadas de forma compatível com os canais de emissões simultâneas.

Este problema é superado em nossa construção ao computarmos, de modo especial, a energia residual para cada membro da probabilidade conjunta levando em consideração todas as particulas emitidas e não somente a contribuição de uma particula para o calculo da energia residual em cada membro da função de probabilidade conjunta.

Na próxima seção faremos uma apresentação das Barreiras de Potencial, parâmetros de densidade de nível e outros parâmetros complementares aos modelos que no caso do Modelo II vão atuar como vinculos que estabelecem a correlação entre as particulas emitidas.

## 2.4 Barreira de Potencial, Parâmetro de Densidade de Nível e outras Grandezas Complementares aos Modelos

Até o momento não havíamos apresentado explicitamente alguns parâmetros e funções que estão presentes nas expressões finais para as probabilidades de emissões nos dois modelos propostos.

Como estas são quantidades comuns aos dois modelos, deixamos para apresentá-los nesta seção.

O primeiro deles é o parâmetro de densidade de nível para emissão de nêutron [14]:

$$a_n = \tilde{a} \left\{ 1 + \left[ 1 - \exp\left( -0.051E^* \right) \right] \frac{\Delta M}{E^*} \right\}$$
(2.4.35)

onde  $\Delta M$  (expresso em MeV) é a correção de camada extraída das tabelas de massa da Ref. [15], e

$$\tilde{a} = 0.114A + 0.098A^{\frac{2}{3}} \text{MEV}^{-1}$$
 (2.4.36)

é o valor assintótico de  $a_n$ . Para as demais emissões de partículas, o parâmetro de densidade de nível correspondente é expresso em termos de  $a_n$  por:

$$a_k = r_k a_n \tag{2.4.37}$$

onde  $r_k$  é uma constante adimensional.

A energia de excitação do núcleo após a emissão da partícula-k é dada por:

$$E_i^* = E^* - \overline{E}_{ev_k} \tag{2.4.38}$$

onde  $E_{ev_k}$  é a energia média removida pela partícula emitida e calculada segundo a curva de distribuição de Weisskopf. Cabe destacar que como no caso de emissões simultâneas existem 19 canais não é possivel durante a simulação determinar a energia removida por meio do sorteio das energias cinéticas das partículas evaporadas segundo o espectro de energia, pois para apenas alguns níveis da arvore de evaporação teríamos um numero de possibilidades maior do que aqueles que poderiam ser contemplados por um sorteio estatístico do tipo Monte Carlo. Por isto optamos por usar as expressões analíticas das energias removidas que é uma abordagem já utilizada com sucesso em outros códigos para simulação de evaporação nuclear.

Como o modelo II faz uso da formulação de Weisskopf, inverteremos a ordem e apresentaremos primeiro o cálculo de remoção de energia.

#### 2.4.1 Remoção de Energia para o Modelo II

As energias médias totais, removidas pela evaporação, usadas no modelo II para emissão simples de um nêutron, próton ou partícula alfa de um núcleo residual, respectivamente, são dadas por [16]:

$$\overline{E}_{ev_n} = S_n + 2\sqrt{\frac{E^* - S_n}{a_n}},\tag{2.4.39}$$

$$\overline{E}_{ev_p} = (S_p + u_p) + 2\sqrt{\frac{E^* - (S_p + u_p)}{a_n}},$$
(2.4.40)

$$\overline{E}_{ev_{\alpha}} = (S_{\alpha} + u_{\alpha}) + 2\sqrt{\frac{E^* - (S_{\alpha} + u_{\alpha})}{a_n}}, \qquad (2.4.41)$$

onde a aproximação  $a_n = a_p = a_\alpha$  está implícita e  $S_n$ ,  $S_p$  e  $S_\alpha$  são as energias de separação para nêutron, próton e partícula alfa, respectivamente.

O potencial de Coulomb para próton é [17]:

$$V_p = C \frac{[K_p (Z-1) e^2]}{\left[r_0 (A-1)^{\frac{1}{3}} + R_p\right]},$$
(2.4.42)

para partículas alfa

$$V_{\alpha} = C \frac{\left[2K_{\alpha} \left(Z-2\right) e^{2}\right]}{\left[r_{0} \left(A-4\right)^{\frac{1}{3}}+R_{\alpha}\right]},$$
(2.4.43)

onde  $K_p = 0,70$  e  $K_{\alpha} = 0,83$  são as barreiras de Coulomb para prótons e partículas alfa, respectivamente,  $R_p = 1,14$  fm é o raio do próton,  $R_{\alpha} = 2,16$  fm é o raio das partículas alfas,  $r_0 = 1,2$  fm, e

$$C = 1 - \frac{E^*}{B} \tag{2.4.44}$$

é a correção da barreira de Coulomb para partículas carregadas devido à temperatura nuclear, com B sendo a energia de ligação nuclear. Além disso, de acordo com a Ref.[18], fizemos  $r_{\alpha} = r_p = 1$ .

A energia de separação da partícula pode ser calculada diretamente a partir de sua definição usando a fórmula da massa nuclear. A energia de separação de um próton e uma partícula alfa foi calculada, respectivamente, por

$$S_p = m_p + m \left( A - 1, Z - 1 \right) - m \left( A, Z \right)$$
(2.4.45)
$$S_{\alpha} = m_{\alpha} + m \left( A - 4, Z - 2 \right) - m \left( A, Z \right)$$
(2.4.46)

onde  $m_p$  é a massa do próton,  $m_{\alpha}$  é a massa da partícula alfa e m(A, Z) é a massa nuclear calculada com os parâmetros da Ref. [19]. Entretanto, para energia de separação do nêutron temos uma fórmula empírica que fornece o valor mais preciso dado por,

$$S_n = [-0, 16 (A - Z) + 0, 25Z + 56] \text{ MeV.}$$
(2.4.47)

No caso de emissões simultâneas empregamos as generalizações para estas quantidades como descritas a seguir.

A altura da barreira efetiva de Coulomb é dada por  $U_N = \sum_{i=1}^N u_i$  onde  $u_i$  é a barreira de Coulomb como vista por cada partícula emitida. Cada barreira  $u_i$  possui a seguinte expressão:

$$u_i = CK_i \frac{Z_i (Z - Z_{evap}) e^2}{r_0 (A - A_{evap})^{1/3} + R_i},$$
(2.4.48)

onde  $Z_i$  e Z são respectivamente as cargas elétricas de cada partícula emitida e do núcleo original, A é carga bariônica núcleo original e as cargas totais emitidas para cada canal são dadas por  $Z_{evap}$  e  $A_{evap}$ . Assim como no caso de emissões simples, o parâmetro de raio nuclear, para o núcleo residual, é dado por  $r_0 = 1,2$  fm. As penetrabilidades de barreiras para próton e alfa são  $K_p = 0,78$  e  $K_{\alpha} = 0,83$ , como estabelecido nas Refs. [17, 20]. Esta prescrição implica que nós temos o tunelamento simultâneo das partículas emitidas como sendo a superposição de eventos de tunelamentos independentes das partículas através da barreira Coulombiana do núcleo residual.

Para energia de separação para emissão dupla simultânea temos

$$S_{p1p2} = \sum_{i=1}^{2} m_i + m \left( A_E, Z_E \right) - m \left( A, Z \right)$$
(2.4.49)

e para emissão tripla simultânea

$$S_{p1p2p3} = \sum_{i=1}^{3} m_i + m \left( A_E, Z_E \right) - m \left( A, Z \right)$$
(2.4.50)

onde

$$Z_E = Z - Z_{evap},\tag{2.4.51}$$

é o numero atômico residual após a emissão das i partículas e

$$A_E = A - A_{evap},\tag{2.4.52}$$

é o numero de massa residual após a emissão das i particulas. Acima, usamos a notação com os subíndices  $p_i$  para designar as distintas partículas que são emitidas.

#### 2.4.2 Remoção de Energia para o Modelo I

Assumindo a formulação para partículas carregadas como caso geral, a energia media removida pelas partículas evaporadas em cada etapa na cadeia evaporativa é estimada por intermédio cálculo da energia média dos espectros de energia do modelo como nas Refs.[6, 14],

$$\overline{E}_{evap,simples} = (S_N + U_1) + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{E^* - (S_N + U_1)}{a}}.$$
(2.4.53)

$$\overline{E}_{evap,dupla} = (S_N + U_2) + 3\sqrt{\frac{E^* - (S_N + U_2)}{a}}.$$
(2.4.54)

$$\overline{E}_{evap,tripla} = (S_N + U_3) + \frac{9}{2}\sqrt{\frac{E^* - (S_N + U_3)}{a}}.$$
(2.4.55)

onde  $S_N$  é a soma das energias de separação das partículas emitidas. O parâmetro de densidade de níveis e as alturas de barreira são calculados como no modelo II.

#### 2.4.3 Cálculo da largura de fissão

Usando a largura de fissão do modelo da gota líquida de Bohr e Wheeler para fissão [21], e os nêutrons de emissão da largura de Weisskopf [6], obtêm-se:

$$\frac{\Gamma_f}{\Gamma_n} = K_f \exp\left\{2\left[\sqrt{a_f E_f^*} - \sqrt{a_n E_n^*}\right]\right\},\tag{2.4.56}$$

Onde

$$K_f = K_0 a_n \frac{\left(2\sqrt{a_f E_f^*} - 1\right)}{4A^{\frac{2}{3}} a_f E_f^*},$$
(2.4.57)

 $\mathbf{e}$ 

$$E_f^* = E^* - B_f \tag{2.4.58}$$

com  $K_0 = 14,39$  MeV e  $B_f = CB_{f0}$  a altura da barreira de fissão [22], sendo dada por  $B_{f0} = \Delta m - \Delta M$ , onde  $\Delta m$  é o excesso de massa, obtido da Ref. [15].

O cálculo do parâmetro de densidade de nível para fissão ( $a_f$ ) recebe um tratamento diferente devido aos efeitos de camada na barreira de fissão. O valor de  $a_f$  foi obtido pela Eq. 2.4.37, onde o valor de r é determinado pela expressão geral [16]:

$$r = 1 + \frac{p(A)}{E^{*q(A)}} \tag{2.4.59}$$

Para energias de excitação acima de aproximadamente 40 MeV os valores de  $p \in q$  foram dados pelas seguintes expressões [16]:

$$p(A) = \exp[0,150(222 - A)]$$
  $150 \le A \le 210$  (2.4.60)

$$p(A) = \exp[0,257(217 - A)]$$
  $210 \le A \le 232$  (2.4.61)

$$q(A) = 0.0352(235 - A)$$
  $150 \le A \le 232$  (2.4.62)

### 2.4.4 Larguras relativas a emissão de nêutrons

De posse das expressões acima podemos determinar as probabilidades para as diversas formas de emissões de evaporação e fissão que são dadas em termos das larguras  $\Gamma$ , normalizadas em termos das  $\Gamma s$  para emissão de nêutrons de mesma ordem, ou seja,

para o Modelo I:

$$G_{1} = \frac{\Gamma_{n}}{\Gamma_{n}}, G_{2} = \frac{\Gamma_{p}}{\Gamma_{n}}, G_{3} = \frac{\Gamma_{\alpha}}{\Gamma_{n}}, G_{4} = \frac{\Gamma_{fis}}{\Gamma_{n}}$$

$$G_{5} = \frac{\Gamma_{nn}}{\Gamma_{nn}}, G_{6} = \frac{\Gamma_{np}}{\Gamma_{nn}}, ..., G_{10} = \frac{\Gamma_{\alpha\alpha}}{\Gamma_{nn}},$$

$$G_{11} = \frac{\Gamma_{nnn}}{\Gamma_{nnn}}, G_{12} = \frac{\Gamma_{nnp}}{\Gamma_{nnn}}, ..., G_{19} = \frac{\Gamma_{p\alpha\alpha}}{\Gamma_{nnn}}.$$

$$(2.4.63)$$

e para o para o Modelo II:

$$G_{1} = \frac{\Gamma_{n}}{\Gamma_{n}}, G_{2} = \frac{\Gamma_{p}}{\Gamma_{n}}, G_{3} = \frac{\Gamma_{\alpha}}{\Gamma_{n}}, G_{4} = \frac{\Gamma_{fis}}{\Gamma_{n}}$$

$$G_{5} = \frac{\Gamma_{n}\Gamma_{n}}{\Gamma_{n}\Gamma_{n}}, G_{6} = \frac{\Gamma_{n}\Gamma_{p}}{\Gamma_{n}\Gamma_{n}}, ..., G_{10} = \frac{\Gamma_{\alpha}\Gamma_{\alpha}}{\Gamma_{n}\Gamma_{n}},$$

$$G_{11} = \frac{\Gamma_{n}\Gamma_{n}\Gamma_{n}}{\Gamma_{n}\Gamma_{n}}, G_{12} = \frac{\Gamma_{n}\Gamma_{n}\Gamma_{p}}{\Gamma_{n}\Gamma_{n}\Gamma_{n}}, ..., G_{19} = \frac{\Gamma_{p}\Gamma_{\alpha}\Gamma_{\alpha}}{\Gamma_{n}\Gamma_{n}\Gamma_{n}}.$$

$$(2.4.64)$$

Entretanto, as probabilidades que vamos efetivamente usar são aqueles que representam a competição de cada canal de emissão frente aos demais. Ela é calculada da seguinte forma:

$$P_{i} = \frac{G_{i}}{\sum_{j=1}^{19} G_{j}}.$$
(2.4.65)

A cadeia evaporativa é governada pelas probabilidades relativas de evaporação nuclear, das partículas escolhidas aleatoriamente via Monte Carlo, segundo as taxas relativas dos canais de decaimento e da fissão. Uma vez que um destes canais foi escolhido, o número atômico e o número de massa foram recalculados, exceto após a escolha do canal de fissão, por:

$$Z_{i+1} = Z_i - \Delta Z_i \tag{2.4.66}$$

е

$$A_{i+1} = A_i - \Delta A_i \tag{2.4.67}$$

onde  $\Delta Z_i$  e  $\Delta A_i$  são, respectivamente, a soma do número atômico e do número de massa das partículas ejetadas na i-ésima etapa de evaporação. A energia de excitação também é modificada, de acordo com a expressão:

$$E_j^* = E^* - \overline{E}_{ev_i}, \qquad (2.4.68)$$

onde  $\overline{E}_{ev_i}$  é a energia média total removida pela evaporação da partícula k na i-ésima etapa de evaporação. A (2.4.68) expressa o fato de que a energia de excitação do núcleo em cada etapa de evaporação é diminuída da energia carregada pelas partículas evaporadas. Este processo continua até a energia de excitação do núcleo não ser suficiente para a emissão de nenhuma partícula por evaporação. Neste ponto o processo de evaporação pára, e calculam-se as multiplicidades das partículas liberadas ao longo de todo o processo de "spallation".

No próximo capítulo apresentamos a implementação do código Monte Carlo usado para simular os modelos de evaporação propostos neste trabalho.

# Capítulo 3

# Implementações das Propostas em um Código de Monte Carlo

Já pensando na continuidade desta linha de pesquisa, nós aproveitamos a rotina de evaporação de um código mais amplo, desenvolvido em nosso grupo de pesquisa [23], que também contempla a fase de cascata, e fizemos adaptações na rotina de evaporação para simulação dos processos evaporativos simultâneos, segundo os modelos propostos nesta dissertação.

A subrotina em questão, chamada MCMC/Evap faz os cálculos da fase de evaporação nuclear a partir dos núcleos residuais de cascata. Em nosso caso, como estamos considerando apenas a fase evaporativa, estamos assumindo o núcleo inicial da fase de evaporação como sendo o **Pb** (chumbo) por ser, em muitos casos, usado como o núcleo inicial da fase de cascata. O **Hg** (meercúrio) também foi usado. A razão para estas escolhas está no fato que as situações de interesse a fase de cascata contribuir com poucas emissões a ponto de podermos, diante de uma arbitrariedade na escolha, mantermos para este estudo o mesmo núcleo que seria usada como entrada na fase de cascata. Outra motivção, de natureza aplicada, é o fato dos projetos de reatores ADS empregarem **Pb** e **Hg** em estado liquido como alvo do feixe oriundo do acelerador.

Os dados de entrada desta rotina são o número atômico, o número de massa, a energia de excitação do núcleo pai e parâmetros que podem assumir valores zero ou um. Eles determinam se queremos somente considerar emissões evaporativas simples com ou sem fissão e multiplicidades de evaporação dupla e/ou triplas.

A determinação de qual canal será escolhido é feita de acordo com a probabilidade relativa de cada um deles. O sorteio do canal é feito pela escolha de um número aleatório x gerado no intervalo [0-1] e comparado com as expressões das probabilidades normalizadas de emissões para cada canal. Feita a escolha o canal é computado.

Apenas no caso de emissões por evaporação, o número atômico, o número de massa e a energia de excitação do núcleo avaliado são atualizados de acordo com o tipo de partícula que foi emitida.

Este processo é repetido com o núcleo filho após esta emissão assumindo o papel de núcleo pai que dá começo a um novo ramo evaporativo.

Entretanto se o canal sorteado for o de fissão, a cadeia evaporativa neste ramo é interrompida e inicia-se um novo ramo da cadeia.

Portanto, um ramo só termina quando ocorre uma fissão ou quando a energia de excitação é baixa a ponto de nenhuma das partículas poderem ser emitidas.

# 3.1 Simulação via Monte Carlo para Evaporações de Partículas com Emissões Simulâneas

Na simulação da reação de evaporação utilizamos como parâmetros de entrada a energia de excitação do núcleo, o número atômico e o número de massa dos núcleos residuais da fase de cascata. Na figura 3.1 ilustramos o processo de evaporação simples concorrendo com a fissão para um núcleo residual excitado com parâmetros Z,  $A \in E^*$ . Os símbolos que aparecem nos ramos da cadeia evaporativa denotam as probabilidade para os distintos canais de desexcitação e os números subscritos indicam a ordem das diferentes gerações de evaporação de partículas ou fissão, por exemplo, f1 é a probabilidade de na primeira geração ocorrer fissão;  $n_1 e p_1$  são as probabilidades de na primeira geração ocorrer emissão de nêutrons e emissão de prótons, respectivamente;  $f_{3,pn}$  é probabilidade de na terceira geração ocorrer a fissão depois das emissões sucessivas de um próton e um nêutron;  $a_{2,n}$ é a probabilidade de na segunda oportunidade ocorrer a emissão de partículas alfa após a primeira emissão de nêutrons; e assim por diante [17].

Para o caso mais geral tratado nesta dissertação, não seria possível construir semelhante diagrama pois já na primeira geração teríamos dezenove ramificações o que tornaria o gráfico muito confuso. Entretato, pensamos que a apresentação deste diagrama, para o caso de emissões simples pode oferecer ao leitor uma idéia pictórica da situação mais geral de emissões simultâneas.



Figura 3.1: Representção de uma cadeia de evaporação para o caso de emissão simples [24].

Os dois códigos que usam o Método de Monte Carlo, construídos para simular os dois modelos propostos neste trabalho, são idênticos em todas as suas etapas, diferindo somente nas expressões para as probabilidades de emissão utilizadas, que no caso são dependentes dos modelos. Portanto, apresentaremos a seguir o pseudo-código que é comum a ambos os programas e que é constituído pelas seguintes etapas:

- De posse do número de massa, número atômico e a energia de excitação do núcleo residual é feito o cálculo da barreira de fissão [22], a energia de separação das partículas envolvidas assim como as barreiras Coulombianas;
- 2. Se a energia de excitação for superior às barreiras de fissão ou de emissão de qualquer partícula considerada, as probabilidades de emissão destas partículas e da fissão do núcleo são calculadas. Se a energia de excitação não permitir nenhum destes processos, a execução é desviada para a etapa (5);
- 3. A escolha da partícula que será emitida é feita comparando as probabilidades calculadas na etapa (2) com um número aleatório x que é gerado no intervalo [0 - 1]. Inicialmente, x é comparado com a probabilidade do primeiro canal de emissão, se  $x \ll P_1$ , a partícula associada com este canal escapa do núcleo; Em seguida, x é comparado com a probabilidade de emissão do próximo canal, se  $P_1 \ll x \ll P_1 + P_2$ , a particula associada ao segundo canal é emitido. De modo geral após a primeira comparação, x é comparado com a probabilidade de emissão de todos os demais canais de emissão, com a emissão do n-ésimo canal ocorrendo se a seguinte desigualdade for satisfeita:  $P_{n-1} \ll x \ll \sum_{j=1}^{n} P_j$  com  $n = \{2, 3, ...19\}$ .

O útimo canal comparado com x é o da fissão. Caso a fissão ocorra, a etapa (5) é executada;

- 4. A massa nuclear e os números atômicos são recalculados considerando a emissão da partícula escolhida na etapa (3), de acordo com as Eqs. 2.4.66 e 2.4.67. A energia de excitação do novo núcleo residual é calculada usando a Eq. 2.4.68. O algoritmo, então, retorna para a etapa (1);
- O ramo da cadeia de evaporação é interrompido e inicia-se um novo ramo da cadeia evaporativa.

Com o método adotado, a cadeia evaporativa chega ao fim somente quando a energia de excitação é muito baixa, e nenhuma das partículas podem ser emitidas, ou quando a fissão ocorre. Como esse processo é essencialmente estatístico, os mesmos parâmetros de entrada podem gerar resultados diferentes durante a execução do algoritmo em uma segunda vez. Para levar em conta esta característica do processo, é necessário a execução do mesmo algoritmo várias vezes. Os resultados finais, então, são entendidos como valores médios do parâmetro físico investigado, como por exemplo, a multiplicidade de partículas evaporadas.



Figura 3.2: Fluxograma do código Evaporação.

# Capítulo 4

## Resultados

# 4.1 Produção de Partículas com a Inclusão de Emissões Simultâneas

Neste capítulo apresentaremos os resultados das simulações feitas usando o código Monte Carlo para o caso usual com emissão simples e as emissões simultâneas com até três emissões simultâneas de acordo com os modelos I e II.

Todos os casos listados a seguir foram simuladas com 1 milhão de repetições no código Monte Carlo tendo como núcleos originais o  $^{208}$ Pb e o  $^{200}$ Hg com energias de excitação no intervalo de 0 até 300 MeV.

Nas figuras 4.1-4.4 apresentamos os resultados para o modelo I comparados com emissões segundo o modelo sequencial convencional. Como primeiro resultado, na Fig.4.1 comparamos a multiplicidade de partículas considerando apenas emissão seqüencial simples e simultâneas para <sup>208</sup>Pb. Nas partes (a) e (c) mostramos os resultados do cálculo utilizando apenas emissões sequenciais de partículas individuais e as partes (b) e (d) correspondem ao mesmo cálculo, mas incluindo os novos canais de emissões simultâneas. Podemos ver que a produção de nêutrons, para a emissão sequencial na parte (a) apresenta um máximo bem localizado em torno de 125 MeV, que é ligeiramente menor do que o máximo na parte (b) que ocorre em torno de 150, seguindo-se uma cauda decrescente. A partir destes valores de energia, os novos canais incluídos oferecem uma pequena contribuição para a produção de nêutrons, uma vez que a emissão simples ainda é o processo dominante quando os canais de emissões simultâneas são incluindos. Os resultados dos nossos cálculos com emissões simultâneas coincidem com os resultados do processo de evaporação convencional até esta energia. A comparação com os resultados do grupo de Liège, na Ref. [7], é apresentado pela curva sólida nas partes (a) e (b). Comparando-se a produção das partículas carregadas emitidas (protons e alfas), observamos uma mudança que favorece os resultados do cálculo que incluem emissões simultâneas. Além disso, uma modificação qualitativa no comportamento das curvas é observado comparando as parte (b) e (d).

O nível de competição relativa dos diferentes canais pode ser observado na Fig. 4.2, que mostra as razões de canais do conjunto de canais incluídos como uma função da energia de excitação do núcleo composto original. A razão de canais é definida como o quociente entre o rendimento de um dado canal e a soma dos rendimento de todos os canais. A emissão simples de partículas carregadas são agrupadas na parte (b) e as de emissão simultâneas triplas na parte (d). Na realidade, a razões de canais de algumas emissões triplas na parte (d) nnp e  $nn\alpha$  são maiores que aquelas observadas para emissão de partículas simples e duplas, que incluem as partículas carregadas (partes (b) e (c)). Estes são os canais que contribuem para uma produção significativa de protons e alfas na parte (d) da Fig. 4.1.

Para o caso de Hg, os resultados são apresentados nas figuras 4.3-4.4. A comparação para os cálculos usando somente a emissão simples, com os canais de emissões simultâneas são mostrados na Fig.4.3. Como se pode observar, ocorre um aumento na produção de nêutrons na cauda da curva na (b), que representa o resultado com os canais de emissões simultâneas na-parte. Este resultado é semelhante aquele observado para o Pb, as curvas da Fig.4.1. A produção de partículas carregadas (protons e alfas) para o cálculo incluindo os canais de emissões simultâneas são maiores do que para os resultados obtidos com o modelo de emissão sequencial (isto também foi observado no caso de Pb). A Fig.4.4 mostra razões de canais dos canais para o núcleo <sup>200</sup>Hg. Como na Fig.4.2, eles estão agrupados por magnitudes semelhantes. Os canais dominantes são aqueles que só emitem nêutrons (emissões simples, dupla e tripla) e os processos de fissão, mostrados na parte (a).

Tal como no caso de Pb, os canais apenas com emissões de nêutrons, mostrados na parte (a), são os dominantes. O ponto notável aparece na parte (d), em que os canais de emissões triplas nnp e  $nn\alpha$  são mais significativos do que a emissão de partículas carregadas simples e dupla envolvendo emissões de partículas carregadas (Isto também foi observado para o caso da cadeia de decaimento Pb).

Nas figuras 4.7-4.12 apresentamos os resultados correspondentes aqueles exibidos nas figuras 4.1-4.6, mas agora usando o modelo II.

Este trabalho objetiva comparar o efeito dos canais de emissões simultâneas, na produção da evaporação de partículas, com o modelo de emissão sequencial. Entretanto, seria interessante compará-los com dados experimentais. Porém, os dados da fase de evaporação não são "limpos" o suficiente para permitirem tal comparação. De fato, a maioria dos dados experimentais que encontramos na literatura não separa a evaporação da fase de cascata e além disso o uso de alvos espessos nestes experimentos [25, 26] impõe uma dificuldade significativa. Por isto usamos estes dados experimentais como limites superior e inferior para comparação com os nossos cálculos de produção de nêutrons. A tabela 4.1 confronta os nossos resultados com dados experimentais (para alvos finos e grossos e energia do próton na reação p + A de 800, 1200, e 1600 MeV).

Tabela 4.1: Multiplicidades de nêutrons emitidos na fase de evaporação da reação p+Pb experimental [25, 26] comparado com nossos resultados. Nossos resultados para a multiplicidades de nêutrons: com apenas a emissão de evaporação sequencial  $\langle n_s \rangle$ , com o modelo I por  $\langle n_I \rangle$  e com o modelo II por  $\langle n_{II} \rangle$ .

	Calculated		Data		
$E_{beam}$	$< n_s >$	$< n_I >$	$< n_{II} >$	Lim. exp. superior	Lim. exp. inferior
800 MeV	13.35	13.35	15.96	$12.0\pm6.57$	$6.5\pm0.7$
1200 MeV	9.47	10.83	13.28	$12.12\pm7.13$	$8.3\pm0.8$
1600 MeV	7.8	8.89	12.84	_	$10.1\pm1.0$

Tabela I mostra que os nossos resultados são compatíveis com os limites provenientes dos dados experimentais.

No próximo capítulo faremos uma síntese dos resultados obtidos com sugestões para explicar os comportamentos apresentados neste capítulo. Concluiremos este trabalho com propostas de novos estudos que darão continuídade à esta linha de pesquisa.



Figura 4.1: A multiplicidade de partículas evaporadas como função da energia de excitação para o núcleo  $^{208}$ Pb segundo o modelo I. Os resultados dos cálculos usando somente emissão simples sequential (nas partes-(a) e (c)) são comparados com os cálculos que incluem emissões simultâneas (na partes (b) e (d) ). A curva sólida com círculo nas partes (a) e (b) representam a parametrização para a evaporação de nêutrons segundo o cálculo convencional na Ref.[7]. Reparem que a parametrização é para a produção de partículas evaporadas sem considerar a competição com o canal de fissão (incluídos em nosso resultado). 47



Figura 4.2: Razões de canais (Branching ratios) para o decaimento do núcleo excitado de <sup>208</sup>Pb. Eles estão agrupados pela semelhança de magnitude da média do número de acesso. Na parte-(a) os canais dominantes são agrupados: emissões de nêutrons (simples, duplas e triplas) e para o processo de fissão segundo o modelo I. As emissões simples de partículas carregadas(protons e alfas) são agrupadas na parte-(b). As emissões simultâneas binárias e ternárias estão na parte-(c) e part-(d), respectivamente. Nos parênteses estão o fator multiplicativo para as escalas verticais (nas partes (b), (c) e (d) ).



Figura 4.3: Multiplicidade de partículas evaporadas como função da energia de excitação para o núcleo  $^{200}$ Hg segundo o modelo I. Os resultados dos cálculos usando somente emissões sequencias simples (na partes-(a) e (c)) são comparadas com os cálculos que incluem emissões simultãneas (nas partes (b) e (d) ). A curva sólida com círculo nas partes (a) e (b) representa a parametrização para a evaporação de nêutrons segundo o cálculo convencional na Ref. [7]. A parametrização feita naquele trabalho, para a produção de patículas evaporadas não considerou a competição com o canal de fissão (incluído em nosso resultado). 49



Figura 4.4: Razões de canais (Branching ratios) para os decaimentos do núcleo excitado <sup>200</sup>Hg segundo o modelo I. Eles estão agrupados de acordo com a semelhança de magnitude da média do número de acesso. Na parte-(a) os canais dominates estão agrupados, as emissões de nêutrons (simples, dupla e tripla) e o processo de fissão. A emissão simples de partículas carregadas (protons e alfas) estão agrupadas na parte-(b). As emissões simultâneas binárias e ternárias estão na parte-(c) e parte-(d), respectivamente. Nos parênteses o fator multiplicativo para escala vertical (nas partes (b), (c) e (d) ).



Figura 4.5: A multiplicidade de partículas evaporadas como função da energia de excitação para o núcleo <sup>208</sup>Pb segundo o modelo II. Os resultados dos cálculos usando somente emissão simples sequential (nas partes-(a) e (c)) são comparados com os cálculos que incluem emissões simultâneas (na partes (b) e (d) ). A curva sólida com círculo nas partes (a) e (b) representam a parametrização para a evaporação de nêutrons segundo o cálculo convencional na Ref.[7]. Reparem que a parametrização é para a produção de partículas evaporadas sem considerar a competição com o canal de fissão (incluídos em nosso resultado). 51



Figura 4.6: Razões de canais (Branching ratios) para o decaimento do núcleo excitado de  $^{208}$ Pb segundo o modelo II. Eles estão agrupados pela semelhança de magnitude da média do número de acesso. Na parte-(a) os canais dominantes são agrupados: emissões de nêutrons (simples, duplas e triplas) e para o processo de fissão. As emissões simples de partículas carregadas(protons e alfas) são agrupadas na parte-(b). As emissões simultâneas binárias e ternárias estão na parte-(c) e part-(d), respectivamente. No parêtese está o fator multiplicativo para as escalas verticais (nas partes (b), (c) e (d) ).



Figura 4.7: Multiplicidade de partículas evaporadas como função da energia de excitação para o núcleo <sup>200</sup>Hg segundo o modelo II. Os resultados dos cálculos usando somente emissões sequencias simples (na partes-(a) e (d)) é comparadas com os cálculos incluem emissões simultãneas (nas partes (b) e (d)). A curva sólida com círculo nas partes (a) e (b) representam a parametrização para a evaporação de nêutrons segundo o cálculo convencional na Ref. [7]. A parametrização daquele trabalho a produção de patículas evaporadas não considerou a competição com o canal de fissão (includo em nosso resultado).



Figura 4.8: Razões de canais (Branching ratios) para os decaimentos do núcleo excitado  $^{200}$ Hg segundo o modelo II. Eles estão agrupados de acordo com a semelhante de magnitude da média do numero de acesso. Na parte-(a) os canais dominates estão agrupados: emissões de nêutrons (simples, dupla e tripla) e o processo de fissão. A emissão simples de partículas carregadas (protons e alfas) estão agrupadas na parte-(b). As emissões simultâneas binárias e ternárias estão na parte-(c) e parte-(d), respectivamente. Nos parênteses o fator multiplicativo para escala vertical (nas partes (b), (c) e (d) ).

# Capítulo 5

## Conclusão

Nesta Dissertação construímos dois modelos para descrever processos evaporativos nucleares com canais de emissões simultâneas de partículas.

O primeiro modelo, que denotamos por Modelo I, é uma proposta que acomoda parte das hipóteses do modelo de Tomasini, em particular a forma de calculo da amplitude de transição, e elementos do modelo de Weisskopf para o calculo de emissões simples, ou seja, uma única emissão, e a forma de calculo das contribuições das partículas carregadas para a expressão final da largura (probabilidade) de emissão.

No segundo modelo, denotado por Modelo II, construímos expressões para as probabilidades totais (larguras relativas) de emissões simultâneas a partir do produto das expressões das probabilidades de emissões simples de acordo com Weisskopf. Tomando-se o cuidado de contemplar devidamente a energia carregada pelas partículas emitidas.

Como resultado de nossas simulações pelo método de Monte Carlo verificamos que em geral existe uma maior emissão de partículas, para todas as partículas no caso de Pb e nêutrons para Hg, devido ao novos canais não contemplados pelo modelo tradicional de emissão única. A relevância destes processos é mostrada para o caso de um núcleo composto formado com energia de excitação de poucos MeV até 300 MeV. A multiplicidade média de partículas é determinada e comparada com o caso do cálculo convencional e a importância relativa dos canais é mostrada através do cálculo da razão de canais como uma função da energia de excitação.

Com os novos canais de evaporação observamos um aumento na multiplicidade de nêutrons. A nossa explicação para esta ocorrência esta na observação que agora existe um maior número de canais contribuindo para a produção de nêutrons. Sem surpresa notamos que os maiores rendimentos ocorrem nos canais nêutron, nêutron-nêutron e nêutronnêutron-nêutron. Com a presença destes dois últimos canais que não estão presentes no modelo de evaporação tradicional temos que o nêutron, que não precisa vencer uma barreira de potencial, tem mais possibilidades de ser emitido e com estes novos canais existe a possibilidade da redução rápida do número de massa do núcleo residual e portanto uma redução acentuada da energia de separação o que favorece a emissão de mais nêutrons.

Também observamos que com o aumento da energia de excitação as emissões de prótons e partículas alfas aumentam de maneira significativa se comparadas ao modelo tradicional.

Este efeito pode também ser explicado pelo aumento de canais e pela maior evaporação de nêutrons que deixa o núcleo residual com maior numero de nucleons carregados. Com energias de excitação mais altas podem agora vencer com mais facilidade a barreira de potencial.

Em energias de excitação mais altas e com a maior competição entre os novos canais ocorre uma redução na emissão de nêutrons. Resta mencionar o único canal não evaporativo considerado neste trabalho, a fissão.

Diferente do que ocorre no modelo convencional de evaporação verificamos que a com-

petição da fissão com os novos canais de evaporação gera dois resultados novos. O primeiro é um deslocamento do inicio do processo de fissão para maiores valores da energia de excitação. O segundo é uma redução da fissão para energias de excitação mais altas devido a esta competição com os novos canais.

Por fim uma comparação das razões de canais dos dois modelos propostos mostrou uma grande correlação entre seus respectivos resultados mesmo quando havia um grande discrepância entre os valores absolutos com o modelo I se ajustando mais aos dados experimentais para baixas energias de excitação. Entretanto os resultados de ambos os modelos mostram uma maior produção de partículas quando comparado ao modelo de evaporação convencional com maior destaque para a produção de nêutrons. Este resultado tem implicações sobre a fissilidade e na multiplicidade de próton e partículas alfas. Este estudo pode ser investigada pelo acoplamento do código evaporação novo com o cálculo cascata intranuclear para simular todo o processo de "spallation", que é um trabalho em curso. Como os dois modelos são formulações bem distintas os resultados sugerem que independente do tipo de construção teórica os modelos de emissões simultâneas devem favorecer uma maior produção de partículas evaporadas. Entretanto, como verificado ao longo do tempo para o modelo sequencial, os modelos devem depender de alguns aspectos de suas construções como, por exemplo, as formas escolhidas para quantidades como densidades de níveis, parâmetro densidades de níveis, barreiras de potencial, energia de separação e calculo da energia removida. Não foi objetivo neste trabalho fazer um estudo detalhado destas quantidades. Nos limitamos a fazer propostas plausíveis para estas quantidades que permitiram fazer uma comparação com o modelo convencional de evaporação sem que as especificidades destas quantidades desviassem a analise dos aspectos que nos propusemos investigar.

Portanto estas quantidades teóricas constituem temas para futuros estudos em modelos

de emissões simultâneas. Lembramos que este trabalho foi iniciado na perspectiva de que existem muitos processos em reações nucleares que merecem uma investigação em nível de pesquisa básica. Acreditamos que a escolha do processo de evaporação com canais de emissões simultâneas foi uma escolha oportuna visto que existem atualmente pesquisas básicas, como o estudo de colisões de íons pesados e aplicações tecnológicas como os reatores ADS, que parecem demandar este tipo de estudo.

Como salientado anteriormente esta dissertação deve constituir apenas um primeiro passo na retomada da pesquisa deste assunto e, portanto muitas outras possibilidades de investigação neste tema podem surgir no futuro próximo além dos que foram mencionados aqui.

# Bibliografia

- C. RUBBIA et al; Conceptual Design of a Fast Neutron Operated High Power Energy Amplifier. European Organization for Nuclear Research Report, CERN/AT/95-44(ET), 1995.
- [2] P. F.DONOVAN, B. G. HARVZY e W. H. WADE; Recoil Studies of Heavy Element Nuclear Reactions I. Physical Review, 119, 218-225, 1937.
- [3] J. TSANG; Comparisons of statistical multifragmentation and evaporation models for heavy-ion collisions. The European Physica Journal A, 30, 129-139, 2006.
- [4] M. B. RIGOL et al; New statistical function for the angular distribution of evaporation residues produced by heavy ions. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A,352 663-664, 1995.
- [5] R. J. CHARITY; Systematic description of evaporation spectra for light and heavy compound nuclei. Physical Rreview C 82, 014610, 2010.
- [6] V. F. WEISSKOPF; Statistics and Nuclear Reaction. Physical Review, 52, 295-303, 1937.
- [7] J. CUGNON et al; Intranuclear cascade model for a comprehensive description of spallation reaction data. Physical Review C, 66, 044615, 1-28, 2002.

- [8] A. TOMASINI; Multiple Emissions in Nuclear Reactions. Il Nuono Cimento, VI, 2, 2264, 1957.
- [9] N. BOHR; Nature, 137 344, 1936.
- [10] I. FRENKEL; Sov. Phys., 9, 533, 1936.
- [11] R. HAGEDORN; Relativistic kinematics: a guide to the kinematic problems of highenergy physics. New York: W. A. Benjamin, 1964.
- [12] E. FERMI; High Energy Nuclear Events. Prog. Theo. Phys., 5, 570, 1950.
- [13] A.G. COLE; Statistical Models for Nuclear Decay: From Evaporation to Vaporization (Series in Fundamental and Applied Nuclear Physics), Inst. of Physics Pub Inc, 1<sup>a</sup> edição, p. 31-32, 2000.
- [14] O.A.P. TAVARES, E.L. MEDEIROS; Level density parameter at the fission saddle point from intermediate-energy photofission cross section data. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 2004, 30, 395-405, (a).
- [15] W.D. MYERS; Droplet Model of Atomic Nuclei. New York: Plenum (1st ed), 1977.
- [16] O.A.P. TAVARES et al; Nuclear photofissility of <sup>nat</sup>Pb and <sup>232</sup>Th at energies above the pion photoproduction threshold. Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics, 30, 337-394, 2004.
- [17] A. DEPPMAN et al; A Monte Carlo method for nuclear evaporation and fission at intermediate energies. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B, 211, 15-21, 2003.
- [18] K.J. Le COUTEUR; The Evaporation Theory of Nuclear Disintegrations. Proceedings of the Physical Society (Section A), 63, 259-282, 1950.

- [19] E. SEGRÈ; Nuclei and Particles. Benjamin (3rd edn.), p. 215, 1965.
- [20] A. DEPPMAN et al; The MCEF code for nuclear evaporation and fission calculations. Computer Physics Communication, 145, 385-394, 2002.
- [21] N. BOHR e J. A. WHEELER; The Mechanism of Nuclear Fission. Physical Review, 56, 426-450, 1939.
- [22] O.A.P. TAVARES e M.L. TERRANOVA; Analysis of <sup>209</sup>Bi and <sup>208</sup>U photofission cross section in the quasi-deuteron region of photonuclear absorption. Z. Physics A, Hadrons and Nuclei, 343, 407-416, 1992.
- [23] BIANCA M. SANTOS; Análise Neutrônica de reatores com Fonte Estimulada por Feixe de Prótons em "Accelerator-Driven Systems: ADS", Dissetação de Mestrado-IME, 2011.
- [24] E. de PAIVA, O.A.P. TAVARES e M.L. TERRANOVA; Nuclear photofissility in quasi-deuterion energy region. Journal of Physics G: Nucl. Part. Phys., 27, 1435, 2001.
- [25] S. LERAY et al; Physical Review C, 65, 044621, 2002.
- [26] A. LETOURNEAU et al; Neutron Production in Bombardments of Thin and Thick W, Hg, Pb targets by 0.4, 0.8, 1.2, 1.8 and 2.5 GeV protons, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B, 170, 299, 2000.

# Apêndice A

# Algumas noções de Mecânica Estatística para Física Núclear.

Como a teoria evaporação é uma formulação estatística neste apêndice é feita uma revisão de conceitos de mecânica estatística que são usados nesta dissertação.

- Equilíbrio Termodinâmico: Um sistema é dito estar em equilíbrio termodinâmico se todos os seus microestados possuem a mesma probabilidade;

- Microestados: Um microestado é definido como uma completa especificação das posições e momenta de todos os graus internos de liberdade. Por exemplo, para um certo volume de gás, todas as posições e momenta das moléculas;

-Macroestados: Um macroestado é definido em termos de parâmetros globais do sistema, como exemplo: temperatura, energia total, volume.

Macroestados também podem ser definidos em termos de um subconjunto de microestados que correspondem a estes parâmetros globais. Para um sistema com um grande numero de partículas em geral existe um grande numero  $\Omega$  de microestados que correspondem a um certo macroestado; -Entropia: Definimos entropia como o logaritmo do numero de microestados,

 $S = \ln(\Omega)$ , que correspondem a um certo macroestado.

Em um sistema com energia E, o numero de estados até a energia E é dado por

$$N(E) = \sum_{n} g_{n} \int_{0}^{E} \delta(E' - E) dE'$$
 (A.0.1)

Onde  $g_n$  é o numero de estados na energia  $E_n$ .

A densidade de estados (densidade de níveis) é dada por

$$g(E') = \sum_{n} g_n \delta(E - E') = \sum_{i} \delta(E' - E_i)$$
 (A.0.2)

Com o primeiro somatório é feito sobre todos os níveis de energia do sistema e o segundo somatório é sobre todos os estados individuais do sistema independente de suas energias.

Em termos práticos é mais conveniente escrever a ultima expressão como uma densidade de microestados suave, ou seja, o numero médio de estados por unidade de energia

$$\rho(E) = \frac{\Delta N}{\Delta E} = \frac{N(E + \Delta E)}{\Delta(E)} = \frac{1}{\Delta E} \int_{E}^{E + \Delta E} g(E') dE'.$$
(A.0.3)

Com esta expressão para densidade de microestados podemos definir o numero de estados em um intervalo de  $(E, E + \Delta E)$  como

$$\Omega\left(E\right) = \int_{E}^{E+\Delta E} g\left(E'\right) dE' = \rho\left(E\right) \Delta E.$$
(A.0.4)

Também usando a forma "suave" para densidade de microestados podemos reescrever a entropia como:

$$S(E) = \ln(\rho(E)) + \ln(\Delta E).$$
(A.0.5)

### Sistema formado por subsistemas.

Como veremos adiante será interessante tratar o sistema final após a evaporação formado pelo núcleo residual e a(s) partícula(s) emitida(s) como dois subsistemas.

Se um sistema com energia total E é constituído por dois subsistemas um com energia  $E_1$  e outro com energia  $E_2$  tal que o numero de estados

$$\Omega_{12}(E) = \sum \Omega_1(E_1) \Omega_2(E_2); \qquad E = E_1 + E_2.$$
 (A.0.6)

E neste caso a densidade de níveis

$$\rho_{12}(E) = \int_{0}^{E} \int_{0}^{E} \rho_{1}(E_{1}) \rho_{2}(E_{2}) \delta(E_{1} + E_{2} - E) dE_{1} dE_{2}$$
(A.0.7)  
= 
$$\int_{0}^{E} \rho_{1}(E_{1}) \rho_{2}(E_{1} - E) dE_{1}.$$