

Dissertação de Mestrado

A Origem Eletrofraca do Eletromagnetismo de Bósons Carregados

Luís Rodolfo dos Santos Filho

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

30 de Agosto de 2014

Rio de Janeiro

Sumário

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introdução | 8 |
| 1.1 | Por que explorarmos o estudo dos efeitos eletromagnéticos em teorias de campos e teorias fundamentais? | 8 |
| 1.2 | Como e o que faremos do uso das Interações Eletromagnéticas. | 13 |
| 1.3 | Onde desejamos chegar. | 15 |
| 2 | Campos Vetoriais Massivos e Carregados | 17 |
| 2.1 | Interação Eletromagnética não Mínima com Campos Vetoriais Massivos. . . | 19 |
| 2.2 | Campos Vetoriais Massivos e Carregados em altas Frequências. | 24 |
| 3 | Campos Tensoriais de Calibre. Escalares Auto Interagentes. | 29 |
| 3.1 | Interação Eletromagnética não Mínima com os Campos Tensoriais de Segunda Ordem. | 32 |
| 3.2 | Campos Tensoriais de Segunda Ordem em Altas Frequências. | 34 |
| 4 | Um modelo eletrodinâmico para os campos B e W. Massas Topológicas. | 37 |
| 4.1 | Leitura do Espectro de Radiação para o modelo de campos B e W | 39 |
| 4.2 | Interação Eletromagnética não Mínima com os campos B e W | 48 |
| 4.3 | Uma Análise para o Modelo em Altas Frequências. | 55 |
| 5 | Mecanismo Dinâmico de Massa. Campos Vetoriais Acoplados ao Campo de Higgs. | 57 |
| 5.1 | Efeitos do Mecanismo Dinâmico de Massa sobre as divergências oriundas de um regime de Altas Energias. | 59 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 6 | Interações Provenientes das Correntes Covariantemente Conservadas. | 65 |
| 6.1 | Características da interação provenientes das estruturas de correntes. . . . | 68 |
| 6.1.1 | Correntes Covariantemente Conservadas para Campos Vetoriais Mas- | |
| | sivos e Carregados | 68 |
| 6.1.2 | Estrutura das Correntes Covariantemente Conservadas: Campos | |
| | Tensoriais. | 70 |
| 6.1.3 | Estrutura das Correntes Covariantemente Conservadas: Modelo Com- | |
| | posto B e W | 73 |
| 7 | Uma pequena revisão geral das principais ideias. | 76 |
| 8 | Reflexões | 79 |
| | Referências bibliográficas | 82 |

Metade

(*Oswaldo Montenegro, D maior*)

E que a força do medo que tenho, não me impessa de ver o que anseio.
Que a morte de tudo o que acredito não me tape os ouvidos nem a boca
Porque metade de mim é o que eu grito, mas a outra metade é silêncio.
 Que a música que eu ouço ao longe, seja linda, ainda que tristeza
 Que a mulher que eu amo seja pra sempre amada mesmo que distante
 Porque metade de mim é partida e a outra metade é saudade.
Que as palavras que eu falo não sejam ouvidas como prece, nem repetidas com fervor,
apenas respeitadas, como a única coisa que resta a um homem inundado de sentimentos
 Porque metade de mim é o que ouço, mas a outra metade é o que calo
 Que essa minha vontade de ir embora se transforme na calma e na paz que eu mereço
 Que essa tensão que me corrói por dentro seja um dia recompensada
 Porque metade de mim é o que eu penso e a outra metade é um vulcão
Que o medo da solidão se afaste, que o convívio comigo mesmo se torne ao menos suportável.
Que o espelho reflita em meu rosto um doce sorriso, que me lembro ter dado na infância
 Porque metade de mim é a lembrança do que fui, a outra metade eu não sei
 Que não seja preciso mais do que uma simples alegria para me fazer aquietar o espírito
 E que o teu silêncio me fale cada vez mais
 Porque metade de mim é abrigo, mas a outra metade é cansaço
 Que a arte nos aponte uma resposta, mesmo que ela não saiba
E que ninguém a tente complicar porque é preciso simplicidade para fazê-la florescer
 Porque metade de mim é a platéia, e a outra metade é canção
 E que a minha loucura seja perdoada,
 Porque metade de mim é amor, e a outra metade...
 também.

Agradecimentos

Neste momento em que procuro as mais sinceras e enxutas palavras as quais poderiam descrever o que a conclusão do presente trabalho para mim representa, presencio um marasmo inconsciente. Pois parece ontem que vivia aquela imensa paz em uma cidade de interior, rodeada de verde e pó da estrada. E quando me dou conta estou aqui tendo como companhia a agradável leitura de vossas senhorias, prezados professores e futuros professores.

Mesmo reconhecendo como coerente os ensinamentos de Hegel expostos no livro "*Lições sobre a Filosofia da História Universal*", em que fica registrado que na humanidade nada de grandioso foi realizado sem que a paixão estivesse envolvida.

Perceberemos que nossas potências individuais estão "emaranhadas" muito mais do que o individual, pois quando lermos "*A Natureza da Psique*" de Gustav Jung talvez compreenderemos que de fato somos peças de uma natureza "Transcendente" pela qual construímos nossas heranças compartilhadas coletivamente. Onde suspeita-se que nossas consciências presenciam mecanismos que não estão conectadas com nossas noções de espaço e tempo.

Apesar de que hoje me sinta um novo ser humano um pouco mais graduado no caminho do saber e como um ser de compaixão, percebo o que queria dizer Nietzsche em seus cadernos sobre "*A diferença e o Eterno Retorno*", pois esta é uma das simetrias da vida, pois o ser que presumo ser, hoje é diferente do que um dia fora, mas a cada etapa como esta, é inevitável o retorno da diferença.

É a única explicação que tenho para tornar razoável a minha trajetória.

Após este monólogo interior que gostaria de registrar nestas páginas, gostaria muito de agradecer.

Primeiramente agradeço meus familiares aos quais me ensinaram cultivar uma vida buscando o essencial, saúde e alimentação saudáveis, trabalho como algo santo, respeito e compaixão pelos seres vivos.

Agradeço a minha querida Juana, uma namorada que além de linda me apoia e muito respeita esta profissão que é uma peregrinação rumo a um universo sem fim.

Agradeço profundamente os ensinamentos do professor Toru Kumon, o qual por intermédio de seu método de ensino aprendizado, aprendi a Matemática básica, sem a qual um "caipira" de um ensino público jamais conseguiria passar no vestibular de uma universidade estadual. E para isso agradeço a professora Wanda que me ajudou pagar este curso.

Agradeço meu querido professor Cindra, o qual na graduação foi meu orientador por três anos, anos os quais me ensinou muito mais do que tópicos de iniciação científica como História e Filosofia da Ciências e Teoria do Caos, mas sim, ensinou a buscar o significado

por intermédio das palavras e da história da ciências e que qualquer conceito pode ser elaborado desde que haja disciplina que guie as faculdades do pensamento. Me ensionou muito também no carinho que devemos ter ao inconsciente para o nosso aprendizado, respeitando sempre uma boa noite de sono após um dia árduo de trabalho.

Agradeço também ao meu querido ex orientador Julio Hoff por ter me orientado por dois anos. Mesmo nossas ideologias de trabalho serem incompatíveis e ele não ter aceitado a princípio que eu trabalhasse aos meus modos usando os livros do Landau e alguns artigos que iam contra suas ideologias e também livros de História das Ciências para compor o meu trabalho de "Ondas Gravitacionais" e "Gravitação de Brans e Dicke, devo a ele a ajuda financeira que o mesmo me concedeu para que eu pudesse ficar um mês no Rio de Janeiro me alimentando de maneira satisfatória. Como ser humano o professor Julio é um ser de muita compaixão, devo muito respeito ao seu trabalho e a sua pessoa, muito obrigado!

Agradeço muito o querido professor José Helayël por ter aceito minhas propostas de trabalho, me auxiliado na maior parte das minhas dúvidas e por incrível que pareça foi uma das primeiras pessoas que apreciou o meu modo vago de pensar, o qual quase me condenou na graduação na disciplina de Eletromagnetismo.

Agradeço muito também a iniciativa sagrada de procurar sempre oferecer cursos de ótima qualidade para todos aqueles que os desejem. Para quem não conhece o professor Helayël é daquelas pessoas que você sente falta de conviver por causa da sua capacidade de sempre enxergar o lado bonito de todas as situações. Isso é confortante!

Agradeço ao professor Sebastião Alves, vulgo Tião, ou melhor ainda, "Tiãozinho Butkov". Um ser também incrível que dedica muito carinho a formação de todos. Suas aulas são sempre um mistério pois até mesmo ele não sabe qual caminho o curso tomará. Mas certamente sempre trazem um grande prazer para aqueles que as acompanham!

Jamais poderia esquecer de mencionar o professor Dória com sua irreverência nos permite momentos de inusitadas alegrias. Quem nunca ouviu: "Invariancia da Luz, Professor Maxwell, Conservação de Carga elétrica e Fótons Massivos certamente não assistiu as vídeo aulas do professor global.

Tirando este apreciável lado cômico do professor Dória percebe-se também que ele é um ser de grande inteligência e vontade de transformar o conhecimento e tem pensamentos que pode até incomodar muitas pessoas, por causa de tamanha coerência, como por exemplo quando o mesmo afirma: "O Brasil aguarda a revolução do conhecimento, devemos ser menos operários". Essa frase particularmente carregarei para o resto de minha vida, por que também concordo.

Não poderia deixar de agradecer meus colegas do CBPF, Fábio o vulgo "Dudu", o Célio, ao faxineiro Eduardo pela excelente pessoa que és e pela excelência de seus serviços.

Esses agradecimentos dirigidos refletiram às pessoas mais próximas, mas, como um auto declarado da escola de psicanálise Jungiana, jamais poderia deixar de agradecer a

todos os que pertencem a representação de realidade o qual a natureza transcendente do meu ser é capaz de estabelecer afecções de naturezas quaisquer.

Bolsas de Estudo

- A realização deste trabalho foi agraciada pelo apoio financeiro do CNPQ..

Resumo

Neste trabalho visamos estabelecer uma discussão que centra-se em uma questão de importância universal. Qual a relação entre carga e massa em uma teoria. Deste modo analisando sobre aspectos gerais qual a relação que o espaço tempo poderia inferir nas estruturas ditas elementares uma vez que, recentes medidas, aparentam apontar para que talvez repensemos nestes conceitos. Para tal feito tomamos com guia fundamentais relações que podem ser derivadas da Eletrodinâmica. Conseqüentemente foi-se necessário estabelecer noções para quais limites energéticos poderíamos encarar esta descrição como uma teoria fundamental. Tendo como resultados elementos pertencentes a Teoria das Interações Fracas.

PALAVRAS-CHAVE: Relação Carga Massa, Interações Não Mínimas, Fótons Massivos, Mecanismo de Higgs, Divergências no Ultra Violeta.

Abstract

In this work we aim at establishing a discussion that focuses on an issue of world-wide importance. What is the relationship between mass and charge in a theory. Thus analyzing general aspects on which the relationship that space-time could be inferred in said elementary structures since recent measures appear to point to maybe rethink these concepts. To take such a feat with fundamental guide relationships that can be derived from electrodynamics. Therefore was it necessary establish notions for which energy limits could face this description as a fundamental theory. Having as result elements belonging to Theory of Weak Interactions.

KEYWORDS: Relation Charge Mass, Non Minimum Interactions, Massive Photons, Higgs Mechanism, Divergences Ultra Violet.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Por que explorarmos o estudo dos efeitos eletromagnéticos em teorias de campos e teorias fundamentais?

Hoje é clara a visão de que a Física Teórica avançou muitos anos diante das possibilidades experimentais. Nossa tecnologia mais avançada de detectores é capaz de investigar processos físicos da ordem de 10^{13} elétrons Volts. Todavia como anunciado em Março de 2014[2], foi-se medido uma radiação cósmica de fundo em que ondas "fotônicas" com polarizações concordantes à interferência das possíveis ondas gravitacionais advindas plausivelmente de eventos primordiais. A estas medições conjectura-se ser um ruído originado do alegórico Big-Bang. Modelos recentes prevêem que o evento ancestral aconteceu em uma escala de energia de aproximadamente doze ordens de grandezas além das quais hoje nossos aceleradores podem atingir.

Portanto ao considerarmos razoáveis a ideologia imposta pela Relatividade Geral e pela Cosmologia de Lemaitre-Fredmann-Robertson-Walker, em que o universo, evoluiu da tal singularidade [1], não é de se espantar que hoje, que o que temos seja uma visão efetiva de teorias mais fundamentais.

A noção de uma Física "evolutiva" em seus fenômenos foi também abordada por Dirac em 1937, quando publicou um artigo relacionado com "A Teoria dos Grandes Números"[4], onde propõe dinâmica às constantes ditas fundamentais de acordo com a evolução da era cosmológica.

Diante de nossas possibilidades, ano passado, 2013, o CERN divulgou [3] a provável detecção de uma das peças fundamentais da teoria Eletrofraca de Salam-Glashow-Weinberg, a partícula de Higgs na faixa de energia de $125 \text{ GeV}/c^2$.

Em contra partida neste mesmo ano, o projeto espacial Planck nos atualiza a respeito do conteúdo observável do universo que hoje podemos perceber [5] .

Um valor em torno de 4 a 5 por cento é o conteúdo conhecido do universo até hoje percebido. Ou seja nossas presentes interações munidas de suas apreciáveis simetrias, permitem-nos o conhecimento apenas de um pequeno conteúdo do universo.

Certas escolas de pensamento em Física [7] pouco ou quase não muito se distinguem da Matemática, por exemplo as Teorias M. Se é que um dia devesse-se distingui-las. Uma vez que suas etimologias concordam muito bem, a de físico "Filósofo Natural". E a etimologia de matemático de acordo com o físico e historiador da matemática Prandiano, significa aquele que decodifica a natureza, e por uma ciência exata da etimologia latina, "Obra do Criador".

Reconhecendo que a experiência caminha sobre o mesmo patamar de importância do que a teoria. Desejaremos assim como os precursores das teorias de Campos e de Gauge [8]. Seguiremos as trilhas desbravadas pelo conhecimento do Eletromagnetismo.

O Eletromagnetismo dede suas fundações [6] como uma ciência moderna, embasada no método científico, pelas experiências de Faraday, Oersted entre outros e pela sua formalização matemática herdadas por Heaveside, Helmholtz, Maxwell e Dirac. Até os dias de hoje em que fazendo uso de uma EDQ é possível estabelecer concordâncias de caráter teórico e experimental. Medições com precisões inacreditáveis em relação ao momento magnético das partículas, desde que realizamos correções de ordens superiores experiência e teoria vão se tornando cada vez mais unificadas.

Ao assumir que a EDQ é uma teoria de campos fundamentada na invariância de Lorentz, que valide também a interação local, representada por uma densidade de Lagrangeana Hermitiana, e que os campos pelos quais estamos dialogando em quatro dimensões apresentem apenas ou relação de comutação, no caso de Bósons, ou então, relações de anticomutação, no caso de Férmions. E conseqüentemente satisfazendo o teorema da Conexão Spin Estatística. Pode-se derivar mais um conjunto de simetrias discretas [11] oriundas destes critérios acima declarados. A simetria de Carga "**C**", Simetria de Paridade "**P**" e Simetria de Reversão Temporal "**T**".

Apesar desta profunda conexão entre a simetria discreta em questão com os elementos citados. Hoje ainda não se tem uma teoria fundamental para estas simetrias.

No fim do ano passado de 2013 pela primeira vez consegui-se produzir um feixe de anti matéria [10], de modo que agora será possível realizar um estudo mais sistematizado em relação a CPT e de modo talvez entender a respeito da aparente assimetria que hoje temos ao comparar os conteúdos de matéria e anti matéria.

Recentes medições realizadas em Outubro de 2013 e publicadas à comunidade em Janeiro deste ano de 2014 [9] a respeito do momento de dipolo elétrico para o elétron, onde estabeleceu-se limites da ordem de $10^{-28} e.cm$ para esta grandeza. Além de realizar uma espécie de filtragem em relação a alguns modelos candidatos a extensão do Modelo Padrão, assim como alguns modelos de Super Simetria e de Branas. Este resultado nos

atenta, uma vez que o Modelo Padrão das Partículas Elementares estima o momento de dipolo elétrico para o elétron da ordem de $10^{-38} e.cm$. Indicando assim um resultado razoavelmente discordante onde efeitos de uma Física além do modelo padrão poderia estar sendo uma lição desta discrepância.

O fenômeno dipolo elétrico é um efeito genuinamente de natureza eletromagnética, até onde o conhecemos. Como a pouco discutimos em relação as simetrias discretas, o Eletromagnetismo até onde o conhecemos respeita as simetrias C, P e T. O fenômeno de dipolo elétrico é uma das evidências que viola as simetrias CP e separadamente T.

Uma outra correlação possível de se estabelecer com o momento de dipolo elétrico do elétron é a inomogenidade na distribuição de carga para o elétron. Isto pode sugerir profundamente efeitos de uma estrutura composta.

Se realmente a Teoria de Cordas for uma extensão natural e essencialmente verdadeira de acordo com as realizações físicas. Precisaremos cuidadosamente rever um dos nossos mais fundamentais conceitos. A simetria de Lorentz. Isto se deve ao fato de que quando em teoria de cordas assumirmos limites de baixas energias, poderemos recuperar a Teoria de Campos como uma teoria efetiva. Todavia esta violaria CPT [12].

Em fenômenos pertinentes as escalas astrofísicas poderemos esperar uma violação da simetria de Lorentz quando lidamos com fenômenos de Relação de Disperção de Raios Cósmicos Ultra Energéticos [16]. Todavia estes fenômenos estão ainda distantes de uma descrição por uma teoria de campos. Uma vez que em um regime de campos bastante elevados, da ordem dos Campos Críticos de Schwinger, como por exemplo de $10^{18} V/m$ o vácuo sofreria mudanças em suas propriedades de estabilidade.

Enrico Fermi na década de 30 ao buscar uma teoria concisa capaz de compreender o fenômeno que deveria estar por trás dos decaimentos β , que foi descoberto por Henri Becquerel no final do século 19, compreendeu que os fenômenos em questão certamente deveriam caracterizar um novo domínio de interações [17], questões que são justificadas basicamente por questões de escala de alcance de interação, e tempo de interação. E de fato Fermi ensaiava o que hoje conhecemos como a teoria das Interações Fracas.

Esta teoria após sofrer um enriquecimento devido uma mais profunda compreensão dos fenômenos da natureza quiral de certas correntes de matéria e dentre outras objeções, como, as questões de violação de paridade, a existência das correntes neutras, os objetos fantasmagóricos de Pauli, neutrinos. E até mesmo questionamentos fundados na existência ou não de objetos fundamentais capazes de mediar tal interação. O problema do "méson carregado". Como afirma Richard Feynmann em seu ciclo de palestras dadas ao Caltech. Fez da teoria de Fermi uma apresentável evolução no âmbito de uma teoria de campos. Surgindo então a Teoria Eletrofraca de Salam-Weinberg-Glashow [18].

O estudo dos mésons vetoriais massivos e carregados atraíram a atenção dos apreciadores de uma física mais fundamental, sabemos que desde as propostas de Lee e Yang no início da década de 50 sobre a existência dos portadores, o trabalho de Feynman de 53, os trabalhos de 56 [13] e 57 [14] novamente de Lee e Yang sugerindo que estes objetos apresentariam violação da paridade. Do ponto de vista teórico Abdus Salam apresentava seu trabalho a respeito da conservação de paridade e a massa do neutrino [15]

E até sua existência aparentemente inquestionável após sua detecção em câmeras de bolha na década de 70 no Gargameli.

E a questão da Paridade percebida indiretamente na década de 60 por Cronin e Fitch [19].

A expectativa de que deveria existir um mediador foi inspirada na Eletrodinâmica Quântica (EDQ), uma vez que um campo de calibre se acoplava com a corrente de matéria. Esse campo todavia não era tão desconhecido, pois experiências do início de século 20 e final do 19 evidenciavam o nascimento de uma promissora natureza para a luz. O fóton.

Além do mais a existência de um mediador para as interações nucleares de curto alcance ser imprescindível para aqueles que reconhecem as teorias de gauge como um caminho natural para a descrição de uma interação covariante ao grupo de simetria. A escolha do grupo de simetria em geral é feita por critérios de evidências experimentais nos ensinando fenomenologicamente o aparente melhor critério a ser seguido. Uma outra maneira para se propor um grupo de simetria, digamos, de um modo mais filosófico é buscar-mos assim como faziam os pré socráticos em atrás dos seus "Archés", e assim fazendo o uso de um conjunto mínimo de elementos suficientes para descrever todo o resto.

A EDQ nos ensina que o campo do fóton se acopla apenas a correntes com cargas diferentes de zero. Corrente que neste cenário não misturam as quiralidades. Portanto ele apresentando carga nula (fóton), concluiu-se que sob este regime não existiria auto interação mínima entre outros fótons. Todavia se uma determinada interação apresentasse mediadores carregados, não seria inesperado a proposta de que esses portadores pudessem auto interagir ou interagirem entre si.

Na década de 50 com o estabelecimento das Teorias de Yang-Mills-Shaw, aparentemente ficou claro que esta seria uma boa proposta para uma descrição de auto interação de elementos vetoriais carregados [20].

Onde além dos campos de matéria deveríamos ter os Campos de Yang-Mills. Apesar que esta teoria não nos ensine critérios fundamentais a respeito da massa.

Em maio deste ano de 2014, anunciou-se na Science que as transições de fases oriundas particularmente por efeitos quânticos em fronteiras de super condutores do tipo topológicos apresentam Super Simetria em seus regimes assintóticos, ou seja onde os tem-

pos e as distâncias sejam bastante longos quando comparados ao tempo dos fenômenos em questão [30].

Este fato apesar de ainda meramente teórico abre visões a respeito das profundas conexões que podem existir entre os fenômenos da matéria condensada com uma possível extensão ao Modelo Padrão.

Isto talvez nos faça perceber também que uma investigação em relação as classes de fenômenos do tipo topológicos torna-se bastante indispensável ao Físico de fronteira.

Avanços nas precisões das medidas experimentais, publicadas no mês de Maio deste ano de 2014 apontam refinamentos no valor estabelecido para o momento magnético do próton em torno de 760 vezes. E pela primeira vez uma medida de tão agradável precisão foi-se realizada de modo direto ao próton [31]. A importância deste resultado pode auxiliar a investigação a respeito da assimetria matéria e anti matéria, uma vez que estas técnicas experimentais a princípio podem ser empregadas para os anti prótons.

Até este ponto é possível realçar a importância teórica, fenomenológica e experimental na construção de uma ciência fundamental.

Realizando estas digressões a respeito da construção da teoria de campos e de um modelo padrão com base no sucesso preditivo e experimentalmente realizável do eletromagnetismo esperaria que estes argumentos sejam razoáveis ao estudo das interações eletromagnéticas de sistemas de interesse. A fim de que por ventura conclusões mais fundamentais sejam levantadas.

Se estes argumentos o forem sensatos ao ponto, presumo que, o porque desta abordagem a esta Dissertação também seja razoável.

1.2 Como e o que faremos do uso das Interações Eletromagnéticas.

Apesar desses verídicos elementos que a princípio seriam os suficientes para a descrição mais precisa para os campos vetoriais, massivos e portadores de carga.

Buscaremos uma descrição "minimalista", utilizando não muito mais do que a simetria da invariância de Lorentz e a simetria de conservação de carga elétrica.

Embasados nestes ideais nosso objetivo será explorar a interação eletromagnética por intermédio do cálculo da razão giromagnética. O momento de dipolo magnético que diferentemente do momento de dipolo elétrico, apresenta concordâncias com as simetrias discretas mencionadas, ou seja, preserva a simetria discreta do Eletromagnetismo, CPT.

Realizado a inspeção dos fatores giromagnéticos, exploraremos qual o comportamento destes campos e sistemas de campos quânticos quando portarem altas frequências.

Faremos assim como os precursores da antiga teoria quântica no contexto de Reyleight e Jeans e buscaremos interpretar padrões no regime Ultra Violeta. E uma espécie de "Catástrofe do Ultravioleta" alegoricamente será revivida.

Principiaremos nossos estudos pela Eletrodinâmica Vetorial, capítulo 2.

Realizaremos o estudo das interações eletromagnéticas não mínimas para estes portadores, seção 2.1.

Logo após motivados pela estrutura do termo de dipolo magnético acrescido, estudaremos o regime dos campos em altas frequências, seção 2.2.

Em seguida estudaremos um campo Tensorial de Calibre de rank dois, massivo e carregado, capítulo 3. Estes no contexto de uma teoria de Yang-Mills poderia ser modelado por um escalar com auto interação.

Logo após faremos uso de um modelo que une os dois elementos acima citados, objetos vetoriais massivos e carregados com os campos escalares de auto interação, campos tensoriais de rank dois massivos e também carregados, capítulo 4.

Como o modelo proposto não é muito divulgado, analisamos alguns critérios essencialmente indispensáveis, por exemplo, a existência de uma relação de dispersão e equações de movimento, seção 4.1. Seria razoável também analisar se o sistema apresenta soluções estáveis, ao ponto de que sua Hamiltoniana seja positivo definida. Apesar de não verificarmos explicitamente a positividade definida do Hamiltoniano. Obtivemos o espectro e as equações de movimento.

Após verificar a validade física deste modelo, realizamos o estudo do momento magnético desta estrutura, seção 4.2.

Feito isso assim como sistematizado nos casos anteriores, analisamos o modelo em um regime em que estes campos apresentassem altas frequências, seção 4.3.

Analisamos o mecanismo dinâmico de massa, capítulo 5, uma vez que, este pode a princípio corrigir dinamicamente as divergências naturalmente encontradas em altas frequências. Pois ao ser criada uma escala de massa a qual podemos conseqüentemente redefinir as escalas de "Cutt off", seção 5.1.

No capítulo 6 realizaremos o estudo das interações eletromagnéticas fazendo uso das correntes covariantemente conservadas. Estas estruturas nos dará subsídios para que interpretemos a natureza das possíveis interações que estarão em questão, seção 6.1

1.3 Onde desejamos chegar.

Quando dizemos "eletromagnético" quase sempre estamos associando ao efeito causal direto que uma carga elétrica pode apresentar dependendo do seu estado dinâmico em que o observador se apresente a ela. O fator giromagnético desde sua formulação no "Eletromagnetismo de Maxwell" presume que objetos neutros e sem massa, não poderiam apresentar este efeito.

Todavia resultados recentes indicam que objetos massivos mas sem carga elétrica como o neutrino, apresentam momento magnético diferente de zero [32], este fato é acompanhado de uma necessidade de dialogarmos a respeito de uma extensão ao Modelo Padrão. O bóson Vetorial fundamental de massa da ordem de grandeza de $90 \text{ GeV}/c^2$, mesmo apresentando carga nula, existem discussões a respeito de seu momento magnético diferente de zero.

Discussões muito interessantes a respeito do momento magnético do fóton também ganharam espaço diante a comunidade científica [33], onde talvez possíveis valores diferentes de zero para os momentos magnéticos dos fótons provindo de galáxias distantes sejam capazes de elucidar possíveis explicações para a dinâmica de galáxias.

Desde a formulação das teorias de Kaluza-Klein no início do século 20, almejou-se obter uma clara correspondência entre carga elétrica e massa [34]. Aos modos desta teoria a carga elétrica deveria ser uma espécie de "Efeito Gravitacional" provindo de uma quinta dimensão. Hoje sabemos que esta interessante proposta, provavelmente ainda não seja a resposta para a relação entre carga e massa.

O grupo de Simetria em que o Modelo Padrão das Partículas Elementares se fundamenta é o Grupo de Poincaré. Os operadores de Casimir, responsáveis em fixar as representações, as realizam por intermédio do valor de massa e spin. O consenso de hoje é que estes operadores não permitem relações capazes de vincularem massa e spin, uma vez que são geradores que comutam com todos os geradores da representação [11].

Tentativas nesta direção devem ser indicadas. Por exemplo nos "anos negros" da década de 1960 para a teoria quântica de campos, em que a comunidade discutia sobre se a teoria quântica de campos seria ou não satisfatória para a descrição das teorias de interação forte, teoria esta que após a descoberta dos quarks foi renomeada como a Cromo Dinâmica Quântica (CDQ). A grande aflição da época foi que não se era conhecido nenhum mecanismo capaz de fornecer séries perturbativas, devido ao fato do valor para a constante de acoplamento ser relativamente "muito grande", quando comparadas as demais interações fundamentais. Nesta mesma época como uma alternativa, se desenvolvia uma abordagem baseada em Análise Funcional Complexa, que foi denominada de "Abordagem dos Polos de Regge" [37]. Nesta abordagem uma extensão analítica para o momento angular como uma grandeza complexa fez-se aparentemente uma correspondência entre

massa e spin.

Com a descoberta da Liberdade Assintótica a CDQ e TQC fazem as "pazes". Novamente a teoria quântica de campos como uma teoria satisfatória voltou-se a credibilizar diante da comunidade mundial, uma vez que a liberdade assintótica não fora completamente explicada pela abordagem alternativa.

Desde a década de 1930 quando Dirac propunha uma possível equação para o elétron no espaço de "de Sitter" e estabelecendo relações conformes para que talvez entendêssemos uma natureza mais fundamental para o elétron [35]. Até as conjecturas de Maldacena [36], onde se é estabelecida a denominada correspondência CFT (Teoria de Campos Conforme) e com os trabalhos de Witten nos finais da década de 1990. Basicamente nos agussam a desbravar estas possíveis fronteiras, onde hoje o espaço de Minkowski é visto como apenas a "tampa", a região localmente plana de um espaço tempo Paraboloidal. O parâmetro de curvatura está associado com o inverso de um parâmetro de distância ao quadrado. Hoje é sabido que somente para parâmetros de curvatura negativos é que podemos realizar uma correspondência espaço temporal entre Espaço Tempo de Poincarè com Espaço Tempo de Anti de Sitter.

Neste grupo de simetria massa e spin não são independentes assim como no espaço de Poincarè. Além do mais os resultados a respeito do momento de dipolo elétrico do elétron aparentam concordar muito bem com a ideologia de que este seja composto. E sendo composto uma descrição fundamental talvez seja realizada pela descrição em um Espaço Tempo diferente de Poincarè.

Todavia os modelos de Cosmologia denominados Λ CDM (Constante Cosmológica Matéria Escura e Fria), que hoje representam, a teoria padrão que melhor descreve o universo em grandes escalas por exemplo, "giga parsec", fazem uso de constantes cosmológicas positivas [38]. Esta positividade caracteriza um espaço do tipo "de Sitter" o qual até o que hoje sabemos, não pode ser uma extensão para o espaço de Poincarè. Sem contar que é possível levantar problemas de positividade à energia em modelos tipo "de Sitter".

Esta mesma constante cosmológica quando confrontada suas previsões pelo modelo padrão das partículas elementares com a previsão realizada pelo modelo padrão da cosmologia. Resulta em uma catastrófica discrepância em torno de 120 ordens de grandezas.

Deste modo o que almejo é que fique razoavelmente claro que uma discussão que relacione Carga, Interação Eletromagnética, Spin e Massa seja de interesse profundamente indispensável para aqueles que, de algum modo ou de outro, almejem uma física que na perspectiva de hoje seja dita mais fundamental.

Capítulo 2

Campos Vetoriais Massivos e Carregados

Uma descrição em termos de teoria de campos para um campo vetorial massivo carregado pode ser fornecida fazendo uso da densidade de Lagrangeana de Proca.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}W^{\mu\nu}W_{\mu\nu} + m^2W^\mu W_\mu \quad (2.1)$$

Onde W^μ é um campo Covariante de Lorentz, e $W^{\mu\nu}$ tem uma estrutura idêntica ao tensor de curvatura do Eletromagnetismo, $W^{\mu\nu} = \partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu$.

Se desejarmos analisar que esses campos agora apresentem carga eletromagnética, e assim passem a interagir minimamente com o fóton, a receita que é seguida desde o trabalho de Fiers e Pauli é que as derivadas ordinárias sejam substituídas pelas derivadas covariantes, que serão as derivadas ordinárias corrigidas de conexões, conexões estas que no contexto das teorias de calibre é o campo do fóton.

É importante ressaltar que nem sempre essa extensão deverá ser feita de modo natural como descrevemos, como uma vez enfrentou Dirac em 36 e Fier e Pauli em 39 que questões de causalidades podem impedir esta generalização, esta implicação hoje em dia é reconhecida que para teorias de spins elevados, em geral, maiores do que $3/2$, a dificuldade de descrevermos uma interação eletromagnética é reconhecida como Fenômeno de Vello - Zwanziger, fenômeno consolidado na década de 70. Ao se perceber que certos termos apresentariam propagação taquiônica.

Todavia como não estamos lidando com spins elevados, a interação se dará como apresentado,

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu + ieA_\mu \equiv D_\mu ,$$

consequentemente, $W^{\mu\nu} = D^\mu W^\nu - D^\nu W^\mu$, o termo carregado correspondente, $W^{\mu\nu*} = D^\mu W^{\nu*} - D^\nu W^{\mu*}$, portanto,

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}W^{\mu\nu}W_{\mu\nu}^* + m^2W^\mu W_\mu^* \quad (2.2)$$

Visando melhor analisar como se dá a interação eletromagnética com o campo W , é necessário explicitarmos os termos que compõe a equação e então procurarmos quais equações de movimento satisfazem os campos.

A parte cinética do Lagrangeando quando um pouco simplificada,

$$\frac{1}{2}W^{\mu\nu}W_{\mu\nu}^* = D^\mu W^\nu D_\mu W_\nu^* - D^\mu W^\nu D_\nu W_\mu^*$$

Com a simplificação do termo cinético, e fazendo a hipótese de que a variação funcional do Lagrangeano seja zero, e se não, que não o seja em variações menores que de segunda ordem. Deste modo quando lidamos com o funcional da ação, que em suma é a integração por todo o hiper volume da densidade de Lagrangeana, e expandirmos em série de Volterra as variações da ação em torno dos campos que satisfarão as equações de movimento dinâmicas e assumindo que as variações de primeira ordem sejam nulas, condição que vigora a condição de mínimo ¹ para a ação, e que muito por muitos é conhecido como o princípio de mínima ação. Realizando integrações por partes considerando que a derivada ordinária comuta com a derivada funcional. E que os campos vão a zero sob a região de fronteira, em outras palavras, as fontes dos campos são localizadas, encontraremos as equações de movimento em questão,

$$D_\mu W^{\mu\nu} + m^2W^\nu = 0 \quad (2.3)$$

Como estamos lidando com as equações de movimento adotamos que $\partial_\mu A^\mu = 0$.

Esta é muitas vezes chamada de Equação de Proca.

Tendo estabelecido qual a relação dinâmica satisfeita pelos campos em questão o passo seguinte será estudarmos qual as relações mínimas e não mínimas em termos da interação eletromagnética.

Assim iniciaremos o estudo das interações.

¹Importante ressaltar que para que haja soluções estáveis, não necessariamente devemos exigir que seja um estado mínimo, uma vez que soluções do tipo instantons são construídas em torno de pontos de máximo. Defeitos topológicos são outros exemplos de regiões que podem ser suficientemente estáveis para a existência de soluções análogas

2.1 Interação Eletromagnética não Mínima com Campos Vetoriais Massivos.

A equação de Proca pode nos fornecer uma condição de vínculo que os campos satisfazem.

Considerando a derivada covariante D_ν da equação de Proca e levando em conta que a contração de um tensor anti simétrico com um objeto sem simetria, faz necessidade da anti simetrização do segundo. Anti simetrizando as derivadas covariantes, e reconhecemos os termos que compõe o anti comutador das derivadas covariantes. Ao concluir que o comutador de derivadas covariantes fornece a informação da curvatura, que para nosso contexto é proporcional ao tensor dos campos de Maxwell. Ou seja obtemos,

$$D_\nu W^\nu - \frac{ie}{m^2} F_{\mu\nu} W^{\mu\nu} = 0 \quad (2.4)$$

Esta equação auxiliar quando analisada os seus aspectos não relativísticos, para isso, a separação espaço temporal se faz necessária. Impondo também a correspondência entre $\partial_j \rightarrow ip_j$ e $\partial_0 \rightarrow -iE$ que no limite, $E \rightarrow m$.

É importante enfatizar que consideraremos a situação que envolvam apenas campos de natureza magnética. E que estes sejam constantes e fracos. Tal fato além de ser uma aproximação que facilita alguns aspectos, permite-nos estudar qual o efeito direto de uma interação magnética.

Deste modo o lado direito da equação auxiliar, pode ser escrito pelo uso dos seguintes termos,

$$F_{\mu\nu} W^{\mu\nu} = F_{ij} D^i W^j = \epsilon_{ijk} B^k \partial^i W^j + ie \epsilon_{ijk} B^k A^i W^j$$

Quando analisamos a equação auxiliar em questão, sujeito ao limite não relativístico, ou seja, $eA \ll m$ e $e\phi \ll m$ onde termos do tipo $\left(\frac{eA}{m}\right)^2$, $\frac{eA\rho}{m^2}$, não devem trazer efeitos relevantes. O que encontraremos é que o modo escalar é redundante uma vez que é expresso em termos de componentes puramente espaciais, como indicado abaixo. Vale ressaltar que $A^\mu = (\phi, A^j)$ onde $j = 1, 2, 3$.

De acordo com o critério mencionado, no limite não relativístico $F_{\mu\nu} W^{\mu\nu} \simeq 0$.

Então resta agora analisar o lado esquerdo da equação auxiliar.

$$D_0 W^0 + D_j W^j = 0 = \partial_0 W^0 + \partial_j W^j + ie A_j W^j \Rightarrow W^0 = \frac{1}{m} p_j W^j + \frac{e}{m} A_j W^j,$$

ou seja,

$$W^0 \simeq \frac{1}{m} p_j W^j + \frac{e}{m} A_j W^j$$

Tendo obtido esta relação se agora então analisarmos a decomposição da equação de Proca, levando em conta que o modo escalar não se propagará. Para isso é substituída todas componentes W^0 de acordo com o encontrado e com algumas passagens, poderemos encontrar uma equação reduzida. E dela por fim lermos o fator girmognético que acompanha o termo de acoplamento de spin que "media" a interação entre campo magnético e campo vetorial de spin um.

Todavia eu tenho um atalho para que possamos da mesma forma encontrar a almejada interação.

Como

$$W^{\mu\nu} = D^\mu W^\nu - D^\nu W^\mu,$$

reescrevendo a equação (2.3),

$$(D_\mu D^\mu + m^2) W^\nu - D_\mu D^\nu W^\mu = 0$$

poderemos somar e subtrair $D^\nu D_\mu$ de modo a identificar o tensor de Maxwell,

$$(D_\mu D^\mu + m^2) W^\nu - (D_\mu D^\nu - D^\nu D_\mu) W^\mu - D^\nu D_\mu W^\mu = 0.$$

Agora fazendo uso então da equação auxiliar definida em (2.4),

$$(D_\mu D^\mu + m^2) W^\nu - ie F_\mu^\nu W^\mu + \frac{ie}{m^2} D^\nu F_{\alpha\beta} W^{\alpha\beta}.$$

Analisando um pouco melhor $(D_\mu D^\mu + m^2) W^\nu$,

$$\begin{aligned} [(\partial_\mu + ieA_\mu)(\partial^\mu + ieA^\mu) + m^2] W^\nu &= (\partial_\mu + ieA_\mu)(\partial^\mu W^\nu + ieA^\mu W^\nu) = \\ &= (\partial_\mu \partial^\mu + m^2) W^\nu + ieA_\mu \partial^\mu W^\nu - e^2 A_\mu A^\mu W^\nu + ieA^\mu \partial_\mu W^\nu = \\ &= (\partial_\mu \partial^\mu + m^2) W^\nu + 2ieA_\mu \partial^\mu W^\nu - e^2 A_\mu A^\mu W^\nu \end{aligned}$$

Portanto,

$$(D_\mu D^\mu + m^2) W^\nu = (\partial_\mu \partial^\mu + m^2) W^\nu + 2ieA_\mu \partial^\mu W^\nu - e^2 A_\mu A^\mu W^\nu \quad (2.5)$$

Como $\partial_\mu \partial^\mu = \partial_0 \partial^0 + \partial_j \partial^j$

Temos dois resultados, o primeiro quando assumimos no limite em que $E \simeq m$ e $E_{nr} \equiv E - m$.

$$(\partial_0 \partial^0 + m^2) = (-E^2 + m^2) = (m + E)(m - E) = -2mE_{nr}$$

Onde E_{nr} significa a diferença entre a energia cinética com a energia de repouso.

Por segundo, ao realizar a correspondência entre gradiente e momento,

$$\partial_j \partial^j = -p^2$$

então

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2) W^\nu + 2ieA_\mu \partial^\mu W^\nu - e^2 A_\mu A^\mu W^\nu - ieF_\mu^\nu W^\mu + \frac{ie}{m^2} D^\nu F_{\alpha\beta} W^{\alpha\beta}$$

Considerando que $A_0 = 0$, e explicitando apenas em componentes espaciais, ou seja, estamos de campos puramente magnéticos e constantes.

$$E_{nr} W^i = \frac{1}{2m} \left(-p^2 W^i - 2eA_j p^j W^i - e^2 A_j A^j W^i - ieF_j^i W^j + \frac{ie}{m^2} D^i F_{ab} W^{ab} \right)$$

Sob as condições que estamos discutindo, encontramos uma expressão, uma vez que $\frac{ie}{m^3} D^i F_{ab} W^{ab}$ não apresentará contribuições significativas no limite não relativístico em questão.

$$E_{nr} W^i \simeq -\frac{1}{2m} (p + eA)^2 W^i - \frac{ie}{2m} F_j^i W^j \quad (2.6)$$

A equação acima é uma espécie de equação de Schrödinger para portadores de spin um carregados e massivos. Uma análise desta equação permite-nos analisar que existe acoplamentos entre campo magnético e o campo vetorial massivo em questão

Acoplamento este que é melhor visualizado quando identificamos que

$$F^{ij} = -ie^{ijk} B_k, \text{ desse modo,}$$

$\frac{ie}{2m}F_j^iW^j = \frac{e}{2m}\epsilon^{ijk}B_kW_j$, como as coordenadas são espaciais, e a dimensão em questão sendo três, o pseudo tensor totalmente anti simétrico, será reconhecido como uma matriz de spin, $\epsilon^{ijk} \equiv (S^k)^{ij}$. Termo também conhecido como representação adjunta das matrizes de Pauli para três dimensões.

Os termos que acompanham este resultado nos dão o fator giromagnético, ou fator de Landè, bastante empregado nos contextos do eletromagnetismo clássico no que se trata do estudo do momento magnético.

A questão do momento magnético do elétron foi bastante discutida principalmente na década de 60, uma vez que o eletromagnetismo clássico implicava fator giromagnético unitário para o elétron, todavia, experimentos demonstravam que o valor correto deveria ser o dobro do teórico, com o entendimento da equação de Dirac para o elétron, pode-se utilizar os cálculos da EDQ, e assim obter o tão almejado valor 2.

Este paradigma fez alguns físicos a sugerirem que o fator giromagnético das partículas fossem o inverso do seu spin.

Hoje com o aprimoramento das medidas experimentais, e com correções de Loops aplicadas a este problema, sabemos que o valor dois não é o exato e sim um valor com precisão de uma parte de um bilhão. Medida esta concordante aos cálculos. E também sabemos que a proposta de que o momento magnético seja o inverso do spin, não é a exata, e sim que partículas genuinamente elementares de spin maior que $\frac{1}{2}$ devem possuir teoricamente fator giromagnético 2, assim como encontrado por Ferrara e Telegdi [23] na década de 90 .

Além de fatos experimentais, Lee e Yang ao estudarem a renormalização de uma teoria para spin um massivo, perceberam que a introdução de um termo de dipolo era imprescindível. Uma vez que a renormalizabilidade fosse desejada.

Tendo em vista estas reais necessidades. Ao introduzir o termo de dipolo, além de lidarmos com questões de renormalizabilidade, estaremos recompondo o fator giromagnético.

$$ieF_{\mu\nu}W^{\mu*}W^\nu \tag{2.7}$$

A introdução deste termo é suficiente para que a leitura do fator giromagnético agora seja o valor esperado, uma vez que contribui com $\frac{ie}{2m}F_j^iW^j$ para o fator giromagnético calculado anteriormente. Fornecendo em resumo o fator giromagnético dois.

Apesar de sanar a questão do fator giromagnético, este termo sugere uma dependência direta com a escala de energia empregada, este fato visaremos explorar com um pouco de mais cuidado a seguir.

2.2 Campos Vetoriais Massivos e Carregados em altas Frequências.

É sabido que a quando tratamos dos fenômenos da escala de $10^{-16}m$ que confere ao âmbito das interações Eletrofracas. Após ocorrida a quebra espontânea de simetria, podemos dizer sobre as origens do termo de dipolo, pois o termo implica que o fóton interage não minimamente com os bósons vetoriais carregados e massivos cuja massa estão na ordem de 80 GeV.

Mas da forma como estamos construindo estes fatos sugerem que pode existir estruturas mais fundamentais por trás do tratamento que estamos empregando.

Sendo sinceros percebemos que a introdução de um termo de dipolo ainda aparece um pouco artificial.

Mas quando analisamos um pouco melhor a estrutura de dipolo, percebe-se a forma de uma estrutura de tri vértice, de um lado, estão os dois campos W cada um com carga oposta ao outro, e do outro lado do vértice, basicamente um termo proporcional ao momento do campo do fóton.

Esta estrutura possivelmente toma maiores contribuições em um cenário de elevadas energias, uma vez que neste, a variação do campo do fóton assume valores ainda mais contribuintes.

Esta linha de raciocínio aparenta naturalmente nos guiar ao estudo destes fenômenos sob o regime de elevadas energias.

Se trataremos os aspectos mais energéticos, será necessário que faremos algumas suposições.

Em se tratando de vetores, é sabido que pelo teorema de Helmholtz, todo e qualquer vetor pode ser expresso em termos das suas componentes transversais e longitudinais. Ao pensarmos na simetria de calibre que o Eletromagnetismo apresenta, reconheceremos que estruturalmente apresenta esta distinção, parte transversa mais longitudinal.

Deste modo é possível então intuir que dado um vetor se o expressarmos sob uma decomposição que atenda o teorema de Helmholtz, estaremos nada mais do que redefinindo os campos em questão.

Dado um campo vetorial W_μ em notação covariante ao grupo de Lorentz, a princípio não há heresias o definirmos como,

$$W_\mu \rightarrow V_\mu + \frac{1}{m} \partial_\mu \varphi \quad (2.8)$$

Desde que estes apresentem uma dada simetria, quando satisfazem a seguinte relação

$$V'_\mu = V_\mu + \partial_\mu \eta \quad \text{e} \quad \varphi' = \varphi - m\eta$$

Essa decomposição acima apresentada é denominada Simetria de Stückelberg.

Observa-se que a estrutura da mesma explicita o conteúdo físico que pode ser associado a partículas uma vez que em se tratando de representações do Grupo de Poincaré o spin um é um resultado da composição de dois portadores de spin meio, de modo que como resultado, apresentará um objeto de spin zero, escalar, e um objeto de spin um, vetor. Essa situação também acontece no Eletromagnetismo, no entanto, é sabido que o escalar neste contexto, não apresenta dinâmica espaço temporal, e por não ser propagado, impomos uma condição de ajuste (calibre) de modo a filtrar este estado que além de entrar de acordo com a coerência apresentada, permite-nos o associarmos a um espectro físico que é lido por intermédio de seu propagador. Sob esse mesmo espírito, ao fim a imposição da simetria de Calibre se encarregará de eliminar os estados indesejados.

Apesar deste estado escalar não apresentar dinâmica mensurável, pode ser coerente esperarmos que em uma escala de energia mais alta, estes estados "adormecidos" possam ser excitados e de algum modo influenciar os fenômenos observados.

Deste modo analisemos o que estas implicações poderão nos revelar, para isso, retomemos a expressão em (2.1), e utilizando a proposta indicada em (2.8) com derivadas covariantes.

Analisemos a princípio o termo cinético da Lagrangeana em questão, para isso, consideremos, (2.8) na forma covariante.

$$W^\mu = V^\mu + \frac{1}{m} \partial^\mu \varphi + \frac{ie}{m} A^\mu \varphi$$

deste modo,

$$W^{\mu\nu} = D^\mu W^\nu - D^\nu W^\mu = \partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu + ie (A^\mu W^\nu - A^\nu W^\mu)$$

Sob estas circunstâncias, poderá ser representado pela seguinte expressão.

$$W^{\mu\nu} = \partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu + \frac{ie}{m} F^{\mu\nu} \varphi + ie (A^\mu V^\nu - A^\nu V^\mu)$$

E seu conjugado de carga,

$$W_{\mu\nu}^* = \partial_\mu V_\nu^* - \partial_\nu V_\mu^* - \frac{ie}{m} F_{\mu\nu} \varphi^* - ie (A_\mu V_\nu^* - A_\nu V_\mu^*)$$

Assim o termo cinético, será expresso como a seguir,

$$W^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^* = (\partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu) (\partial_\mu V_\nu^* - \partial_\nu V_\mu^*)$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{e}{m}\right)^2 F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \varphi^* \varphi + e^2 (A^\mu V^\nu - A^\nu V^\mu) (A_\mu V_\nu^* - A_\nu V_\mu^*) \\
& - \frac{ie}{m} F_{\mu\nu} (\partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu) \varphi^* + \frac{ie}{m} F^{\mu\nu} (\partial_\mu V_\nu^* - \partial_\nu V_\mu^*) \varphi \\
& \quad + ie (A^\mu V^\nu - A^\nu V^\mu) (\partial_\mu V_\nu^* - \partial_\nu V_\mu^*) \\
& - ie (\partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu) (A_\mu V_\nu^* - A_\nu V_\mu^*) \\
& + \frac{e^2}{m} F^{\mu\nu} (A_\mu V_\nu^* - A_\nu V_\mu^*) \varphi + \frac{e^2}{m} F_{\mu\nu} (A^\mu V^\nu - A^\nu V^\mu) \varphi^*
\end{aligned}$$

Ou sob uma forma mais compacta

$$\begin{aligned}
W^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^* & = (\partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu) (\partial_\mu V_\nu^* - \partial_\nu V_\mu^*) + \left(\frac{e}{m}\right)^2 F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \varphi^* \varphi \\
& - \frac{ie}{m} F_{\mu\nu} (\partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu) \varphi^* + \frac{ie}{m} F^{\mu\nu} (\partial_\mu V_\nu^* - \partial_\nu V_\mu^*) \varphi + O(e, e^2) \quad (2.9)
\end{aligned}$$

Ao estudarmos o regime da teoria em escalas de energias elevadas, realizaremos uma espécie de corte (cutoff) de modo a criar uma escala normalizada em potências de $\left(\frac{e}{m}\right)^{-1}$. Neste regime considerando que tanto $e, m \rightarrow 0$, ao passo que a razão entre ambos será uma constante. A interpretação física que esta por trás de impor limites de massa e carga tendendo a zero é que: campos com altas energias de acordo com a conservação de energia relativística apresentarão elevados momentos. Estes momentos serão bem mais contribuintes do que a massa na contabilidade de energia. Deste modo sendo desprezível a contribuição energética proveniente da energia de repouso, consideremos que a massa tende a um limite nulo, em palavras gerais se aproxima do fóton. O fato da massa ser assintoticamente aproximada de zero implica que devido a constante relação observada na natureza entre carga e massa, faz que também seja necessário a carga tender a zero de modo que a razão carga e massa permaneça uma constante.

De acordo com estes argumentos a equação (2.9) assumirá a respectiva forma,

$$\begin{aligned}
W^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^* & = (\partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu) (\partial_\mu V_\nu^* - \partial_\nu V_\mu^*) + \Lambda^2 F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \varphi^* \varphi \\
& - i\Lambda F_{\mu\nu} (\partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu) \varphi^* + i\Lambda F^{\mu\nu} (\partial_\mu V_\nu^* - \partial_\nu V_\mu^*) \varphi \quad (2.10)
\end{aligned}$$

A contagem de potências da equação (2.10) nos revela a presença de termos não renormalizáveis, com contagens que excedem a dimensão do espaço de Minkowski em questão, como por exemplo pela presença de termos de ordens cinco e seis.

Como havíamos discutido, a introdução do termo de dipolo como apresentado recuperava o momento magnético esperado, e além do mais, sua contribuição deveria ser mais perceptível em uma escala de energia mais elevada.

Sob estas justificativas também analisemos o estudo do termo de dipolo em termos da transformação de Stuckelberg definida.

$$ieF_{\mu\nu}W^\mu W^{\nu*} = ieF_{\mu\nu} \left(V^\mu + \frac{1}{m}\partial^\mu\varphi + \frac{ie}{m}A^\mu\varphi \right) \left(V^{\nu*} + \frac{1}{m}\partial^\nu\varphi^* - \frac{ie}{m}A^\nu\varphi^* \right)$$

Rearranjando os termos,

$$\begin{aligned} ieF_{\mu\nu}V^\mu V^{\nu*} + \frac{ie}{m}F_{\mu\nu}(V^\mu\partial^\nu\varphi^* + V^{\nu*}\partial^\mu\varphi) - \frac{e^2}{m}F_{\mu\nu}(A^\mu V^{\nu*}\varphi - A^\nu V^\mu\varphi^*) \\ + \frac{ie}{m^2}F_{\mu\nu}\partial^\mu\varphi\partial^\nu\varphi^* - \frac{e^2}{m^2}F_{\mu\nu}(\varphi A^\mu\partial^\nu\varphi^* - \varphi^* A^\nu\partial^\mu\varphi) \end{aligned}$$

Após este cálculo é possível expressar o termo de dipolo em termo de suas componentes,

$$\begin{aligned} ieF_{\mu\nu}W^\mu W^{\nu*} = ieF_{\mu\nu}V^\mu V^{\nu*} + \frac{ie}{m}F_{\mu\nu}(V^\mu\partial^\nu\varphi^* + V^{\nu*}\partial^\mu\varphi) \\ + \frac{ie}{m^2}F_{\mu\nu}\partial^\mu\varphi\partial^\nu\varphi^* - \frac{e^2}{m^2}F_{\mu\nu}(\varphi A^\mu\partial^\nu\varphi^* - \varphi^* A^\nu\partial^\mu\varphi) - O(e^2) \end{aligned}$$

Fazendo uso dos mesmos princípios que havíamos proposto, que é a utilização de um cutoff, a fim de termos um controle dos termos sob regime elevado energeticamente, encontraremos um obstáculo, uma vez que, $\frac{ie}{m^2} = \frac{1}{m}i\Lambda^{-1}$ é um termo que não apresentará um cutoff finito e pode representar um termo problemático quando realizarmos o limite de $e, m \rightarrow 0$.

Após realizarmos o estudo da interação eletromagnética de caráter mínimo e não mínimo, para recompor o fator giromagnético canônico e para lidar de maneira harmoniosa com questões de renormalizabilidade da teoria, como proposto por Lee e Yang, é imprescindível o uso de uma estrutura tal que o fóton interaja de maneira indireta com os portadores carregados e massivos, os bóson vetoriais. No entanto a estrutura adicionada via "ad hoc", sugere que seja analisada seu comportamento em situações onde os campos flutuem mais intensamente, para isso, empregou-se o mecanismo de Stückelber para que possamos sondar as possíveis divergências neste grau energético. E de fato como resultado percebeu-se que existem divergências que mesmo após a redefinição de um parâmetro de escala, cutoff, não são eliminadas e são de caráter infinito.

Após termos analisado este estudo a respeito do campo vetorial massivo, para melhor efeito de comparação a respeito das devidas causas que precedem as divergências e os resultados. Iremos seguir o estudo de uma nova natureza de campo de modo que iremos também inspecionar os efeitos da interação eletromagnética não mínima e as devidas implicações em um nível altamente energético. Este método será empregado também para que de alguma forma, por intermédio de analogia e comparações possamos melhor construir os conceitos.

Capítulo 3

Campos Tensoriais de Calibre. Escalaes Auto Interagentes.

Em se tratando de teorias de Calibre a pergunta de como ou se é possível associar uma origem geométrica para as simetrias internas em algum momento acaba vindo a tona de acordo com nossas faculdades interpretativas.

O acúmulo de conhecimento que a ciência hoje nos oferece permite-nos concluir que em relação as teorias de Calibre, os portadores de spin 1 com simetrias não abelianas apresentam descrições satisfatórias perante o uso de uma teoria de Yang- Mills, que pode ser entendidos como campos vetoriais em auto interação.

No âmbito das ressonâncias de Rarita-Schwinger, ou seja, partículas associadas a spin $3/2$ o consenso é de que estas sejam satisfatoriamente descritas a partir do conhecimento de uma teoria de Super Simetria Local que se equivale a uma teoria de Supergravidade.

Em se tratando de portadores de spin 2, o que hoje se parece ser uma melhor descrição é por intermédio do conhecimento da Relatividade Geral.

Para spins maiores do que 2, o presente problema está sendo amplamente discutido na comunidade, e representa uma das grandes questões da atualidade. Como descrever satisfatoriamente portadores de spin elevados sem contradizer ou ferir questões fundamentais, como a causalidade e a presença de modos fantasmas que aparentam ser completamente espúrios [22], [21].

Quando lidamos com portadores de spin 0 uma satisfatória descrição pode ser realizada utilizando uma teoria de Yan-Mills acrescida de algumas restrições. Os pontos gerais serão discutidos a seguir.

Reconhecendo que uma das formas mais gerais de se definir a transformação dos campos de Calibre que satisfaçam a covariância de um grupo de simetria $SU(N)$ seja,

$$A'_\mu = RA_\mu R^{-1} + \frac{i}{g} R \partial_\mu R^{-1}$$

Considerando que o campo vetorial transformado seja nulo de modo que $A_\mu = 0$.

O que em resumo se obtém será a seguinte matriz.

$$A'_\mu = \frac{i}{g} R \partial_\mu R^{-1}$$

Agora se fixarmos uma representação do Grupo de Lorentz a partir da soma direta de duas representação vetoriais da forma,

$$(1, 0) \oplus (0, 1)$$

E por meio desta reconhecer que os campos que a carreguem serão anti simétricos,

$$B_{\mu\nu} = -B_{\nu\mu}$$

Campos estes cuja simetria de Calibre esteja de acordo com a relação a seguir,

$$B'_{\mu\nu} = B_{\mu\nu} + \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

Tendo em vista os campos anti simétricos e sua simetria de Calibre, pode-se construir um objeto que seja invariante perante as transformações de calibração.

Esta quantidade invariante de Calibre possui a seguinte estrutura,

$$G_{\mu\nu\kappa} = \partial_\mu B_{\nu\kappa} + \partial_\nu B_{\kappa\mu} + \partial_\kappa B_{\mu\nu}$$

Esta construção por fim nos fornece 6 graus de liberdade, todavia devido a existência de 3 graus de liberdade de calibre e de 2 graus de liberdade da equação de movimento associada aos campos.

Como resultante teremos 1 grau de liberdade independente.

Depois de um modo relativamente sucinto termos apresentado a natureza do campo em questão.

Identificaremos qual relação dinâmica pode-se extrair de um formalismo Lagrangeano construído para este tipo de campo.

Seja a densidade de Lagrangeano,

$$\mathcal{L} = aG^{\mu\nu\kappa}G_{\mu\nu\kappa}^* + m^2 B^{\mu\nu}B_{\mu\nu}^* \quad (3.1)$$

Onde,

$$G^{\mu\nu\kappa} = D^\mu B^{\nu\kappa} + D^\nu B^{\kappa\mu} + D^\kappa B^{\mu\nu}$$

Simplificando,

$$G^{\mu\nu\kappa} G_{\mu\nu\kappa}^* = G_{\mu\nu\kappa}^* (D^\mu B^{\nu\kappa} + D^\nu B^{\kappa\mu} + D^\kappa B^{\mu\nu})$$

Calculando a variação funcional em relação ao campo B ,

$$-D^\mu G_{\nu\kappa\mu}^* \delta B^{\nu\kappa} - D^\nu G_{\kappa\mu\nu}^* \delta B^{\kappa\mu} - D^\kappa G_{\mu\nu\kappa}^* \delta B^{\mu\nu}$$

$$= -3D^\kappa G_{\mu\nu\kappa}^* \delta B^{\mu\nu}$$

Assim quando calculada a variação funcional total, reconheceremos as equações de movimento,

$$D^\kappa G_{\mu\nu\kappa}^* + m^2 B_{\mu\nu}^* = 0$$

Após o estabelecimento de uma equação dinâmica para este campo, iremos seguir nossas propostas no que tange ao conhecimento da interação eletromagnética. E em um futuro não tão distante, se necessário, o estudo em um regime de altas frequências.

3.1 Interação Eletromagnética não Mínima com os Campos Tensoriais de Segunda Ordem.

Em busca de mais um vínculo que esta equação poderá fornecer, calculemos a derivação covariante em toda a equação,

$$D^\nu D^\kappa G_{\mu\nu\kappa}^* + m^2 D^\nu B_{\mu\nu}^* = 0$$

$$-\frac{1}{2m^2} ie F^{\nu\kappa} G_{\mu\nu\kappa}^* = D^\nu B_{\mu\nu}^* \quad (3.2)$$

$$D^\kappa G_{\mu\nu\kappa} + m^2 B_{\mu\nu} = 0$$

$$D^\kappa (D_\mu B_{\nu\kappa} + D_\nu B_{\kappa\mu} + D_\kappa B_{\mu\nu}) + m^2 B_{\mu\nu} = 0$$

$$(D^\kappa D_\kappa + m^2) B_{\mu\nu} + D^\kappa D_\mu B_{\nu\kappa} + D^\kappa D_\nu B_{\kappa\mu} = 0$$

$$(D^\kappa D_\kappa + m^2) B_{\mu\nu} + (D^\kappa D_\mu - D_\mu D^\kappa) B_{\nu\kappa} + (D^\kappa D_\nu - D_\nu D^\kappa) B_{\kappa\mu} + D_\mu D^\kappa B_{\nu\kappa} + D_\nu D^\kappa B_{\kappa\mu} = 0$$

$$(D^\kappa D_\kappa + m^2) B_{\mu\nu} + ie F_\mu^\kappa B_{\nu\kappa} + ie F_\nu^\kappa B_{\kappa\mu} + D_\mu D^\kappa B_{\nu\kappa} + D_\nu D^\kappa B_{\kappa\mu} = 0$$

$$(D^\kappa D_\kappa + m^2) B_{\mu\nu} + ie F_\mu^\kappa B_{\nu\kappa} + ie F_\nu^\kappa B_{\kappa\mu} + D_\mu D^\kappa B_{\nu\kappa} + D_\nu D^\kappa B_{\kappa\mu} = 0$$

Utilizando a condição auxiliar como calculada em (3.2), e fazendo uso do operador calculado em (2.5),

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2) B_{\mu\nu} - 2e A_\lambda p^\lambda B_{\mu\nu} - e^2 A_\lambda A^\lambda B_{\mu\nu} + ie F_\mu^\kappa B_{\nu\kappa} + ie F_\nu^\kappa B_{\kappa\mu} = 0$$

Ao utilizar a correspondência existente entre os operadores e as grandezas associadas, e também considerarmos o limite não relativístico, descartando termos de ordem $(\frac{eA}{m})^2$, $(\frac{pA}{m^2})$ da mesma maneira como fizemos ao caso do campo vetorial, encontraremos uma estrutura agora para os escalares auto interagentes,

$$E_{nr} B_{ij} = -\frac{1}{2m} (p + eA)^2 B_{ij} + \frac{ie}{2m} F_i^k B_{jk} + \frac{ie}{2m} F_j^k B_{ki} \quad (3.3)$$

Esta equação permite-nos analisar os acoplamentos eletromagnéticos que ocorrem com o campo B em um regime não relativístico. E a partir destes acoplamentos, identificamos dois termos que se associam como momentos magnéticos. Vale ressaltar que os fatores giromagnéticos em questão são unitários, deste modo para alcançarmos a coerência com as nossas discussões anteriores de que toda partícula elementar de spin maior que meio deveria possuir fator giromagnético dois. Nota-se que estamos assumindo uma correspondência onda partícula de modo que a correspondência seja em torno de uma partícula

de caráter elementar. Para contornar a situação dois termos de dipolo magnético deverão ser adicionados na densidade de Lagrangeana, um para cada estrutura de momento magnético.

Realizado o estudo da interação eletromagnética mínima e não mínima, analisemos agora qual é o comportamento dinâmico dos campos quando os mesmos apresentam elevadas energias, ou seja, a altas frequências.

3.2 Campos Tensoriais de Segunda Ordem em Altas

Frequências.

Se desejarmos analisar esse modelo em um cenário de altas energias, assim como fizemos para o campo vetorial massivo.

Partiremos do fato que a densidade de Lagrangeano em questão apresente a seguinte simetria de calibre, perante a seguinte redefinição,

$$B'_{\mu\nu} = B_{\mu\nu} + \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

Portanto como de usual, a construção da Simetria de Stückelberg se dará de acordo com esta estruturação

$$B_{\mu\nu} = \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{m} (\partial_\mu X_\nu - \partial_\nu X_\mu) \quad (3.4)$$

Se assumirmos que o campo B interage minimamente com o campo do fóton, a descrição de derivada covariante, fará que a simetria de Stückelberg seja definido como a seguir,

$$B_{\mu\nu} = \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{m} (\partial_\mu X_\nu - \partial_\nu X_\mu) + \frac{ie}{m} (A_\mu X_\nu - A_\nu X_\mu) \quad (3.5)$$

Partindo do conhecimento da simetria de Stückelberg, a fim de analisarmos a dinâmica em um regime altamente energético, iremos permitir que mais alguns modos possam serem excitados, para isso reescreveremos a densidade de Lagrangeana definida em termos da transformação de Stückelberg definida em (3.5).

Ao realizarmos este procedimento puramente algébrico, será possível concluir primeiramente que,

$$G_{\mu\nu\kappa} = \partial_\mu \Omega_{\nu\kappa} + \partial_\nu \Omega_{\kappa\mu} + \partial_\kappa \Omega_{\mu\nu} - \frac{ie}{m} (F_{\mu\nu} X_\kappa + F_{\kappa\mu} X_\nu + F_{\nu\kappa} X_\mu) + ie (A_\mu \Omega_{\nu\kappa} + A_\nu \Omega_{\kappa\mu} + A_\kappa \Omega_{\mu\nu})$$

O termo conjugado de carga pode naturalmente ser encontrado, deste modo, é possível reconhecer a estrutura para o termo cinético $G_{\mu\nu\kappa} G_{\mu\nu\kappa}^*$.

Após realizado estes procedimentos meramente algébricos, que requerem um certo cuidado, será possível reconhecer que:

$$\begin{aligned}
G_{\mu\nu\kappa}G_{\mu\nu\kappa}^* &= 6 \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \Omega_{\nu\kappa}^* \partial^\mu \Omega^{\nu\kappa} + \partial_\mu \Omega_{\kappa\nu}^* \partial^\nu \Omega^{\mu\kappa} \right) + \\
&+ 6ie \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \Omega_{\nu\kappa}^* A^\mu \Omega^{\nu\kappa} + \partial_\mu \Omega_{\nu\kappa}^* A^\nu \Omega^{\kappa\mu} \right) - 6ie \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \Omega_{\nu\kappa} A^\mu \Omega^{\nu\kappa*} + \partial_\mu \Omega_{\nu\kappa} A^\nu \Omega^{\kappa\mu*} \right) \\
&+ \frac{6ie}{m} \left(\frac{1}{2} \partial_\nu \Omega_{\kappa\mu}^* F^{\kappa\mu} X^\nu + \partial_\mu \Omega_{\nu\kappa}^* F^{\mu\nu} X^\kappa \right) - \frac{6ie}{m} \left(\frac{1}{2} \partial_\nu \Omega_{\kappa\mu} F^{\kappa\mu} X^{\nu*} + \partial_\mu \Omega_{\nu\kappa} F^{\mu\nu} X^{\kappa*} \right) \\
&+ \frac{6e^2}{m} \left(\frac{1}{2} F_{\mu\nu} X_\kappa^* A^\kappa \Omega^{\mu\nu} + F_{\mu\nu} X_\kappa^* A^\nu \Omega^{\kappa\mu} \right) + \frac{6e^2}{m} \left(\frac{1}{2} F_{\mu\nu} X_\kappa A^\kappa \Omega^{\mu\nu*} + F_{\mu\nu} X_\kappa A^\nu \Omega^{\kappa\mu*} \right) \\
&+ 6 \left(\frac{e}{m} \right)^2 \left(\frac{1}{2} F_{\mu\nu} X_\kappa^* F^{\mu\nu} X^\kappa + F_{\mu\nu} X_\kappa^* F^{\kappa\mu} X^\nu \right) + 6e^2 \left(\frac{1}{2} A_\mu \Omega_{\nu\kappa}^* A^\mu \Omega^{\nu\kappa} + A_\mu \Omega_{\nu\kappa}^* A^\mu \Omega^{\kappa\mu} \right)
\end{aligned}$$

Resumidamente o termo cinético, perante as transformações de Stuckelberg será,

$$\begin{aligned}
&6 \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \Omega_{\nu\kappa}^* \partial^\mu \Omega^{\nu\kappa} + \partial_\mu \Omega_{\kappa\nu}^* \partial^\nu \Omega^{\mu\kappa} \right) + \frac{6ie}{m} \left(\frac{1}{2} \partial_\nu \Omega_{\kappa\mu}^* F^{\kappa\mu} X^\nu + \partial_\mu \Omega_{\nu\kappa}^* F^{\mu\nu} X^\kappa \right) \\
&- \frac{6ie}{m} \left(\frac{1}{2} \partial_\nu \Omega_{\kappa\mu} F^{\kappa\mu} X^{\nu*} + \partial_\mu \Omega_{\nu\kappa} F^{\mu\nu} X^{\kappa*} \right) + 6 \left(\frac{e}{m} \right)^2 \left(\frac{1}{2} F_{\mu\nu} X_\kappa^* F^{\mu\nu} X^\kappa + F_{\mu\nu} X_\kappa^* F^{\kappa\mu} X^\nu \right) \\
&+ O(e, e^2).
\end{aligned}$$

Analisando agora os resultados que a transformação ocasiona no termo de massa, $m^2 B_{\mu\nu} B^{\mu\nu*}$, percebe-se que elas são da ordem de $O(e, e^2, em, m^2)$, e não apresentarão resultado relevante após estabelecida uma dada escala $\Lambda = \left(\frac{e}{m} \right)^{-1}$ sob limite de e, m tendendo a zero em que Λ seja constante.

Até o presente os modos excitados não trouxeram de imediato, nenhuma divergência, perante o limite da escala estabelecida.

Todavia como o fator giromagnético encontrado na equação do tipo Schrödinger necessitar de correções. E para corrigí-la, dois termos de dipolo serão necessariamente acrescentados.

Analisemos então, qual o efeito das excitações sugeridas neste regime energético, sobre o termo de dipolo magnético adicionado.

Consideremos então o seguinte termo de dipolo,

$$ie B_{\mu\alpha}^* F^{\mu\nu} B_\nu^\alpha \quad (3.6)$$

Utilizando a transformação de Stuckelberg neste termo, e organizarmos com cuidado os coeficientes de modo a reunir os possíveis fatores de escala.

$$\begin{aligned}
&\Omega_{\mu\alpha}^* F^{\mu\nu} \Omega_\nu^\alpha + \frac{1}{m} \Omega_{\mu\alpha}^* F^{\mu\nu} (\partial_\nu X^\alpha - \partial^\alpha X_\nu) + \frac{1}{m} \Omega_\nu^\alpha F^{\mu\nu} (\partial_\mu X_\alpha^* - \partial_\alpha X_\mu^*) \\
&+ \frac{1}{m^2} (\partial_\mu X_\alpha^* - \partial_\alpha X_\mu^*) F^{\mu\nu} (\partial_\nu X^\alpha - \partial^\alpha X_\nu) \\
&+ \frac{ie}{m} \Omega_{\mu\alpha}^* F^{\mu\nu} (A_\nu X^\alpha - A^\alpha X_\nu) - \frac{ie}{m} \Omega_\nu^\alpha F^{\mu\nu} (A_\mu X_\alpha^* - A_\alpha X_\mu^*) \\
&+ \frac{ie}{m^2} (\partial_\mu X_\alpha^* - \partial_\alpha X_\mu^*) F^{\mu\nu} (A_\nu X^\alpha - A^\alpha X_\nu) - \frac{ie}{m^2} (A_\mu X_\alpha^* - A_\alpha X_\mu^*) F^{\mu\nu} (\partial_\nu X^\alpha - \partial^\alpha X_\nu) \\
&+ \left(\frac{e}{m} \right)^2 (A_\mu X_\alpha^* - A_\alpha X_\mu^*) F^{\mu\nu} (A_\nu X^\alpha - A^\alpha X_\nu),
\end{aligned}$$

O resultado que poderá ser concluído será a existência de divergências quando o fator de escala for estabelecido, e juntamente os limites de massa e carga sendo definidos como triviais, ou seja, assumindo valor zero.

Os termos responsáveis pelas divergências serão da ordem de $O\left(\frac{1}{m}, \frac{1}{m^2}, \frac{e}{m^2}\right)$ o que torna o nosso corte não finito e indefinido.

O que pode-se tomar como lição deste capítulo é que os procedimentos para o estudo da interação eletromagnética não mínima são análogos aos empregados para os campos de vetoriais massivos e carregados.

Foi possível concluir também que a leitura do momento magnético necessitava de correções, estas correções, agora eram divididas em dois termos. Dois termos de dipolo foram necessários. Todavia assim como realizamos anteriormente, estes termos sugerem que sob o comportamento de altas energias o comportamento das possíveis divergências sejam mais cuidadosamente analisadas.

Como resultado percebe-se que o mesmo termo que torna a harmonia diante a discussão de que o fator giromagnético dois seja de fundamental interesse, este também torna-se o responsável em apontar que existe uma escala de validade energética para as flutuações dos campos em questão. Esta afirmação é sustentada pelo fato da existência de divergências que até o momento concluimos como de caráter infinito.

No capítulo seguinte investigaremos se o mecanismo dinâmico de massa é capaz de por intermédio da criação de parâmetros de massa, contornar a existências das divergências encontradas em uma escala de altas frequências.

Capítulo 4

Um modelo eletrodinâmico para os campos B e W . Massas Topológicas.

Depois de termos realizado o estudo dos portadores massivos de spin um e dos objetos de rank dois carregados, proporemos uma estrutura que agora seja composta pelos dois objetos em questão. Além do mais a estrutura apresenta termos de massa que não interferem na simetria, pois, usamos a maneira conhecida como introdução de massas topológicas.

Este mecanismo permitirá que a densidade de Lagrangeana apresente um termo de massa acompanhado de um pseudo tensor completamente anti simétrico. Esta propriedade de anti simetria refletirá que as derivadas do campo sejam na verdade objetos invariantes de Calibre. Apesar deste mecanismo de massa não ser em geral gerado por um processo dinâmico, assim como, o mecanismo de Higgs, é uma excelente maneira de não abandonarmos a simetria, assim como ocorre em diversos mecanismo de massa.

Como afirmamos no início deste trabalho os fenômenos de natureza topológicas vem demonstrando cada vez mais suas propriedades exóticas no que tange a sua capacidade de ilustrar fenômenos que a princípio não poderiam ser detectados por diversos métodos experimentais.

Deste modo um modelo em que misturamos duas naturezas de campos que apresentam massa de natureza topológica a seguir é apresentado.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^* W^{\mu\nu} + aG_{\mu\nu\kappa}^* G^{\mu\nu\kappa} + \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_{\mu}^*\partial_{\nu}B_{\kappa\lambda} + \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_{\mu}\partial_{\nu}B_{\kappa\lambda}^* \quad (4.1)$$

Apesar de reconhecermos que separadamente os campos B e W são campos físicos, não podemos de imediato dizer que a estrutura composta também represente. Por isso calcularemos o propagador desta densidade de Lagrangeana, e a partir deste elemento

usualmente utilizado para caracterizar a interação, diremos ser ou não uma razoável estrutura para futuros interesses.

4.1 Leitura do Espectro de Radiação para o modelo de campos B e W

A simples afirmação de que um estado quântico pode ser evoluído no tempo. Faz que reconheçamos que os objetos responsáveis em caracterizar esta evolução sejam sempre representações unitárias¹. E estas por sua vez estão associadas a representações Hermitianas e com o parâmetro tempo. Uma tentativa de generalização destes elementos conduzirá em uma relação que envolve a Ação do modelo tratado em questão. Em um cenário perturbativo estamos tratando de séries de potências proporcionais a constante de Planck contida na definição da exponencial da Ação. Em geral é a contribuição da Ação Clássica que se torna majoritária nas descrições deste procedimento, corrigidas por um fator que envolverá um parâmetro associado com as contribuições de segunda ordem da Ação. Este muitas vezes pode ser identificado como um determinante funcional.

Uma extensão desta ideia permite-nos reconhecer a relação existente entre determinados operadores e os estados com os quais desejamos analisar. Para isto correntes acopladas aos campos quânticos são introduzidas, ao passo que, por fim serão anuladas. Tal construção pode ser denominada também como construção de Symanzik. Fazendo o uso de derivadas funcionais é possível reconhecer a seguinte expressão

$$\langle x_b, t_b | X_1 \dots X_N | x_a, t_a \rangle = \left(\frac{\hbar}{i} \right)^N \frac{\delta^N}{\delta j(t_1) \dots \delta j(t_N)} Z[j(t)]$$

Onde $Z[j(t)]$ é denominado de Funcional Gerador,

$$\int D_x \exp \left(\frac{i}{\hbar} \right) \left(S[x] + \int_{t_1}^{t_2} dt j(\bar{t}) x(\bar{t}) \right) |_{j=0}$$

Estes procedimentos apesar de formal, é menos intuitivo do que o procedimento que optaremos em utilizar.

Para o cálculo do Propagador do modelo em questão seguiremos a seguinte linha operacional.

Em geral em sua estrutura, o propagador carrega, as relações de dispersão, presentes nos pólos da integração complexa, e os projetores que são identificados por intermédio do resíduo da integração.

¹De acordo com o teorema das representações de Wigner, as operações de simetria no espaço de Hilbert são operações que deixam invariantes as probabilidades de transição entre dois estados. Demonstrou-se que as simetrias somente serão consistentemente representadas no espaço de Hilbert fazendo uso de operadores lineares e unitário, ou anti lineares e anti unitários. Em se tratando de uma teoria com finitos graus de liberdade as operações de simetria a nível quântico são garantidas pelo teorema de von Neumann.

Visando a simplicidade utilizaremos uma mudança de variáveis a fim de separarmos bem, a parte real e a parte complexa dos campos em questão.

$$W_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} (X_\mu + iY_\mu) \quad \text{e} \quad B_{\mu\nu} = \frac{1}{\sqrt{2}} (R_{\mu\nu} + iV_{\mu\nu}) \quad (4.2)$$

Toda mudança de variáveis é permitida desde que as mesmas não insiram possíveis singularidades ao regime flutuante dos campos em questão.

Por questões de praticidade primeiramente analisemos o setor dinâmico livre do campo vetorial massivo. Visando a abtenção de uma estrutura para o operador, expressamos-o na forma de (Campo)xOperador x(Campo). Para isto diferenciais totais deverão ser realizadas

Feito isto teremos a seguinte estrutura, que quando simplificada de acordo com o nosso critério,

$$-\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^*W^{\mu\nu} = W^{\mu*}(\eta_{\mu\nu}\partial_\alpha\partial^\alpha - \partial_\mu\partial_\nu)W^\nu \quad (4.3)$$

Se identificarmos o operador entre os campos como $\eta_{\mu\nu}\partial_\alpha\partial^\alpha - \partial_\mu\partial_\nu$ sendo igual a $\partial_\alpha\partial^\alpha\theta_{\mu\nu}$, ou seja, impormos que do campo seja propagado apenas a polarização tranversal, definiremos.

$$\partial_\alpha\partial^\alpha\theta_{\mu\nu} \equiv \eta_{\mu\nu}\partial_\alpha\partial^\alpha - \partial_\mu\partial_\nu \quad (4.4)$$

Reconhecendo estes passos, agora realizamos a separação do setor real com o setor complexo por intermédio da sugestão acima.

Como resultado encontramos setores puramente reais, uma vez que, a parte complexa quando somada se anula.

$$-\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^*W^{\mu\nu} = \frac{1}{2}X^\mu\partial_\alpha\partial^\alpha\theta_{\mu\nu}X^\nu + \frac{1}{2}Y^\mu\partial_\alpha\partial^\alpha\theta_{\mu\nu}Y^\nu$$

Após termos calculado o setor pertinente ao campo de spin um, lidaremos agora com o campo de rank dois. Todavia neste procedimento adotaremos a mesma estratégia que é expressar o setor livre dos campos por meio da estrutura (Campo)x Operador x(Campo), todavia a tática, será um pouco diferente. Mas isto é apenas uma sugestão.

Os procedimentos foram reescrever o setor dinâmico desde o início fazendo uso das separações em campos reais e campos complexos como sugerido.

Compreendendo estes passos será possível encontrar os termos a seguir,

$$G_{\mu\nu\kappa}^* G^{\mu\nu\kappa} = 6R_{\nu\kappa} \partial_\mu \partial^\nu R^{\mu\kappa} + 3\partial_\mu R_{\nu\kappa} \partial^\mu R^{\nu\kappa} + 6V_{\nu\kappa} \partial_\mu \partial^\nu V^{\mu\kappa} \\ + 3\partial_\mu V_{\nu\kappa} \partial^\mu V^{\nu\kappa} + \frac{i}{2} (6R_{\kappa\nu} \partial_\mu \partial^\nu V^{\kappa\mu} + 6R^{\mu\kappa} \partial^\nu \partial_\mu V_{\kappa\nu})$$

Ao encontrarmos a estrutura acima, podemos então, proceder com operações de diferenciais totais, visando estabelecer a forma estrutural entre os campos e os operadores.

A expressão encontrada pode ser vista a seguir,

$$G_{\mu\nu\kappa}^* G^{\mu\nu\kappa} = \frac{3}{2} (-R^{\nu\kappa} \partial_\mu \partial^\mu R_{\nu\kappa} + 2R_{\nu\kappa} \partial_\mu \partial^\nu R^{\mu\kappa}) + \frac{3}{2} (-R^{\nu\kappa} \partial_\mu \partial^\mu R_{\nu\kappa} + 2R_{\nu\kappa} \partial_\mu \partial^\nu R^{\mu\kappa}) \\ + \frac{i}{2} (6R_{\kappa\nu} \partial_\mu \partial^\nu V^{\kappa\mu} + 6R^{\mu\kappa} \partial^\nu \partial_\mu V_{\kappa\nu}).$$

Visando estabelecer uma estrutura que por fim permitirá ou não a existência dos propagadores, realizamos mudanças de índices fazendo uso da métrica, e tendo em vista as propriedades de simetria dos objetos em contração indicial.

A seguir este procedimento será realizado de forma um pouco mais detalhada,

$$-\frac{1}{2} R^{\mu\nu} \partial_\alpha \partial^\alpha \eta_{\mu\kappa} \eta_{\nu\lambda} R^{\kappa\lambda} + R^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\kappa R^{\kappa\lambda}$$

Anti simetrizando $\eta_{\mu\kappa} \eta_{\nu\lambda}$ em μ e ν , $\frac{1}{2} (\eta_{\mu\kappa} \eta_{\nu\lambda} - \eta_{\nu\kappa} \eta_{\mu\lambda})$, assim, obteremos,

$$-\frac{1}{2} R^{\mu\nu} \partial_\alpha \partial^\alpha \frac{1}{2} (\eta_{\mu\kappa} \eta_{\nu\lambda} - \eta_{\nu\kappa} \eta_{\mu\lambda}) R^{\kappa\lambda} \quad (4.5)$$

Analisando agora o termo $R^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\kappa R^{\kappa\lambda}$, e também realizando a anti simetrização em μ e ν .

E do mesmo modo anti simetrizamos em relação a κ e λ . Deste modo pode-se escrever da seguinte forma,

$$\frac{1}{4} R^{\mu\nu} (\partial_\mu \partial_\kappa \eta_{\nu\lambda} - \partial_\nu \partial_\kappa \eta_{\mu\lambda} - \partial_\mu \partial_\lambda \eta_{\nu\kappa} + \partial_\nu \partial_\lambda \eta_{\mu\kappa}) R^{\kappa\lambda} \quad (4.6)$$

Este ponto talvez seja favorável e necessário enfatizar, pois é do uso de alguns objetos que tornará nossa descrição mais objetiva.

Estes objetos satisfarão a seguinte relação

$$\eta_{\mu\nu} = \theta_{\mu\nu} + \omega_{\mu\nu} \quad (4.7)$$

onde $\omega_{\mu\nu} = \frac{\partial_\mu \partial_\nu}{\partial_\alpha \partial^\alpha}$ é denominado operador longitudinal.

E também poderemos definir,

$$I_{\mu\nu,\kappa\lambda}^{a.s} = \frac{1}{2} (\eta_{\mu\kappa}\eta_{\nu\lambda} - \eta_{\nu\kappa}\eta_{\mu\lambda}) \quad (4.8)$$

Ao fazer uso destes operadores é possível reescrever (4.6),

$$R^{\mu\nu} \partial_\alpha \partial^\alpha \frac{1}{4} (\omega_{\mu\kappa}\eta_{\nu\lambda} - \omega_{\nu\kappa}\eta_{\mu\lambda} - \omega_{\mu\lambda}\eta_{\nu\kappa} + \omega_{\nu\lambda}\eta_{\mu\kappa}) R^{\kappa\lambda} \quad (4.9)$$

E também (4.9) da seguinte forma,

$$-\frac{1}{2} R^{\mu\nu} \partial_\alpha \partial^\alpha \frac{1}{2} (I_{\mu\nu,\kappa\lambda}^{a.s}) R^{\kappa\lambda}$$

Se do termo encontrado em (4.8) substituirmos a relação da métrica (4.7) encontraremos mais um tipo de projetor,

$$(P_e^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} = \theta_{\mu\kappa}\omega_{\nu\lambda} + \theta_{\nu\lambda}\omega_{\mu\kappa} - \theta_{\mu\lambda}\omega_{\nu\kappa} - \theta_{\nu\kappa}\omega_{\mu\lambda} \quad (4.10)$$

Mas este termo acima não é isolado, é possível reescrever o tensor métrico, se tivermos para isso, o auxílio do projetor a seguir,

$$(P_b^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} = \frac{1}{2} (\theta_{\mu\kappa}\theta_{\nu\lambda} - \theta_{\mu\lambda}\theta_{\nu\kappa}) \quad (4.11)$$

ao passo que com dito anteriormente,

$$(P_b^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} + (P_e^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} = I_{\mu\nu,\kappa\lambda}^{a.s}$$

Estes projetores e operadores definidos, permitirão escrevermos o setor puramente real do termo cinético da densidade de Lagrangeana carregando puramente o caráter transversal da propagação.

Em se tratando dos termos que carregam o setor complexo, e são espécies de acoplamentos entre os campos R e V eles se anulam quando todos os termos forem somados.

$$aG_{\mu\nu\kappa}^* G^{\mu\nu\kappa} = -\frac{3}{2} a R^{\mu\nu} \partial_\alpha \partial^\alpha (P_b^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} R^{\kappa\lambda} - \frac{3}{2} a V^{\mu\nu} \partial_\alpha \partial^\alpha (P_b^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} V^{\kappa\lambda}$$

Após termos realizado estas análises a respeito dos termos de dinâmica da densidade de Lagrangeana, resta-nos por fim o estudo dos termos de massa topológicas.

$$\frac{1}{2} m \epsilon^{\mu\nu\kappa} W_\mu^* \partial_\nu B_{\kappa\lambda} + \frac{1}{2} m \epsilon^{\mu\nu\kappa} W_\mu \partial_\nu B_{\kappa\lambda}^* \quad (4.12)$$

Se seguirmos o mesmo roteiro, ou seja, separar na parte real e parte imaginária, os campos do setor de massa, e realizarmos manipulações anti simetrizando os índices e fazermos uso de apenas mais um operador, um operador de Spin.

$$S \equiv \epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} \partial_\lambda$$

Será possível expressar em apenas setores puramente reais,

$$\frac{1}{4}m (X_\mu S^{\mu\kappa\lambda} R_{\kappa\lambda} - R_{\kappa\lambda} S^{\kappa\lambda\mu} X_\mu) + \frac{1}{4}m (Y_\mu S^{\mu\kappa\lambda} V_{\kappa\lambda} - V_{\kappa\lambda} S^{\kappa\lambda\mu} Y_\mu)$$

Feito estes procedimentos podemos reescrever a densidade de Lagrangeana (4.1) em termos das estruturas por nós desenvolvidas a algumas linhas atrás.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} X^\mu \partial_\alpha \partial^\alpha \theta_{\mu\nu} X^\nu + \frac{1}{2} Y^\mu \partial_\alpha \partial^\alpha \theta_{\mu\nu} Y^\nu \\ & - \frac{3}{2} a R^{\mu\nu} \partial_\alpha \partial^\alpha (P_b^1)_{\mu\nu, \kappa\lambda} R^{\kappa\lambda} - \frac{3}{2} a V^{\mu\nu} \partial_\alpha \partial^\alpha (P_b^1)_{\mu\nu, \kappa\lambda} V^{\kappa\lambda} \\ & + \frac{1}{4} m (X_\mu S^{\mu\kappa\lambda} R_{\kappa\lambda} - R_{\kappa\lambda} S^{\kappa\lambda\mu} X_\mu) + \frac{1}{4} m (Y_\mu S^{\mu\kappa\lambda} V_{\kappa\lambda} - V_{\kappa\lambda} S^{\kappa\lambda\mu} Y_\mu) \end{aligned}$$

Todavia nosso principal objetivo é encontrar um propagador para analisar o espectro do modelo em questão. Mas para que possamos inverter nossos operadores será imprescindível inserirmos termos de calibração, a fim de eliminarmos a propagação de termos que nos impedirão de obter a inversão dos operadores que estarão associados com o propagador em questão.

O termo de Calibração que deveremos inserir na densidade de Lagrangeana será,

$$\mathcal{L}_{calibre} = \frac{1}{2\alpha} |\partial_\mu W^\mu|^2 + \frac{1}{2\beta} |\partial_\mu B^{\mu\nu}|^2 \quad (4.13)$$

Realizando a separação em campos puramente reais e puramente complexos. Fazendo uso de diferenciais totais, a estrutura desejada de onde leremos o prapagador.

Quando reescrevermos as estruturas em termos dos projetores agora a pouco definidos. A densidade de Lagrangeano de Calibração será.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{calibre} = & -\frac{1}{4\alpha} X^\mu \partial_\alpha \partial^\alpha \omega_{\mu\nu} X^\nu - \frac{1}{4\alpha} Y^\mu \partial_\alpha \partial^\alpha \omega_{\mu\nu} Y^\nu \\ & - \frac{1}{8\beta} R^{\mu\nu} \partial_\alpha \partial^\alpha (P_e^1)_{\mu\nu, \kappa\lambda} R^{\kappa\lambda} - \frac{1}{8\beta} V^{\mu\nu} \partial_\alpha \partial^\alpha (P_e^1)_{\mu\nu, \kappa\lambda} V^{\kappa\lambda} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Por fim podemos então definir uma densidade de Lagrangeana que nos permitirá o estabelecimento dos propagadores.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Completo} = & X^\mu \frac{1}{2} \left(\partial_\alpha \partial^\alpha \theta_{\mu\nu} - \frac{1}{2\alpha} \partial_\alpha \partial^\alpha \omega_{\mu\nu} \right) X^\nu + Y^\mu \frac{1}{2} \left(\partial_\alpha \partial^\alpha \theta_{\mu\nu} - \frac{1}{2\alpha} \partial_\alpha \partial^\alpha \omega_{\mu\nu} \right) Y^\nu + \\ & R^{\mu\nu} \frac{1}{2} \left(-3a \partial_\alpha \partial^\alpha (P_b^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} - \frac{1}{4\beta} \partial_\alpha \partial^\alpha (P_e^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} \right) R^{\kappa\lambda} \\ & + V^{\mu\nu} \frac{1}{2} \left(-3a \partial_\alpha \partial^\alpha (P_b^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} - \frac{1}{4\beta} \partial_\alpha \partial^\alpha (P_e^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} \right) V^{\kappa\lambda} \\ & + \frac{1}{4} m (X_\mu S^{\mu\kappa\lambda} R_{\kappa\lambda} - R_{\kappa\lambda} S^{\kappa\lambda\mu} X_\mu) + \frac{1}{4} m (Y_\mu S^{\mu\kappa\lambda} V_{\kappa\lambda} - V_{\kappa\lambda} S^{\kappa\lambda\mu} Y_\mu) , \end{aligned}$$

Tendo os nossos termos de forma explícita, no formato como desejávamos, a tarefa agora se resumirá em inverter cada um dos operadores.

Para isso a utilização de estruturas matriciais certemanete podem nos poupar algum trabalho. Visando este objetivo são definidos tais elementos.

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\mu\nu} &\equiv \partial_\alpha \partial^\alpha \theta_{\mu\nu} - \frac{1}{2\alpha} \partial_\alpha \partial^\alpha \omega_{\mu\nu} \\ \mathbf{H}_{\mu\rho\sigma} &\equiv \frac{1}{2} m S_{\mu\rho\sigma} \\ \mathbf{J}_{\kappa\lambda\nu} &\equiv -\frac{1}{2} m S_{\mu\rho\sigma} \\ \mathbf{L}_{\kappa\lambda,\rho\sigma} &\equiv -3a \partial_\alpha \partial^\alpha (P_b^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} - \frac{1}{4\beta} \partial_\alpha \partial^\alpha (P_e^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} \end{aligned}$$

Com base a estes elementos, pode-se escrever a densidade de Lagrangeana completa fazendo uso de estruturas matriciais.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Completo} = & \frac{1}{2} \begin{pmatrix} X^\mu & R^{\kappa\lambda} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{\mu\nu} & \mathbf{H}_{\mu\rho\sigma} \\ \mathbf{J}_{\kappa\lambda\nu} & \mathbf{L}_{\kappa\lambda,\rho\sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^\nu \\ R^{\rho\sigma} \end{pmatrix} \\ & + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} Y^\mu & V^{\kappa\lambda} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{\mu\nu} & \mathbf{H}_{\mu\rho\sigma} \\ \mathbf{J}_{\kappa\lambda\nu} & \mathbf{L}_{\kappa\lambda,\rho\sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y^\nu \\ V^{\rho\sigma} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.15)$$

Depois de estruturado estes elementos, buscaremos inverter o operador $\Theta = \begin{pmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{H} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{pmatrix}$, para isto, uza-se o fato de que, $\Theta\Theta^{-1} = I$.

Definindo $\Theta^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Z} & \mathbf{W} \end{pmatrix}$ encontra-se as seguintes relações,

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= (\mathbf{P} - \mathbf{H}\mathbf{L}^{-1}\mathbf{J})^{-1} \\ \mathbf{Y} &= -\mathbf{P}^{-1}\mathbf{H}(\mathbf{L} - \mathbf{J}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{H})^{-1} \\ \mathbf{Z} &= -\mathbf{L}^{-1}\mathbf{J}(\mathbf{P} - \mathbf{H}\mathbf{L}^{-1}\mathbf{J})^{-1} \\ \mathbf{W} &= (\mathbf{L} - \mathbf{J}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{H})^{-1} \end{aligned}$$

Em uma linguagem bastante propícia para os propagadores,

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_{\mu\nu} &= \langle X_\mu X_\nu \rangle & \tilde{\mathbf{X}}_{\mu\nu} &= \langle Y_\mu Y_\nu \rangle \\ \mathbf{Y}_{\mu,\rho\sigma} &= \langle X_\mu R_{\rho\sigma} \rangle & \tilde{\mathbf{Y}}_{\mu,\rho\sigma} &= \langle Y_\mu V_{\rho\sigma} \rangle \\ \mathbf{Z}_{\kappa\lambda,\nu} &= \langle R_{\kappa\lambda} X_\nu \rangle & \tilde{\mathbf{Z}}_{\kappa\lambda,\nu} &= \langle V_{\kappa\lambda} Y_\nu \rangle \\ \mathbf{W}_{\kappa\lambda,\rho\sigma} &= \langle R_{\kappa\lambda} R_{\rho\sigma} \rangle & \tilde{\mathbf{W}}_{\kappa\lambda,\rho\sigma} &= \langle V_{\kappa\lambda} V_{\rho\sigma} \rangle\end{aligned}$$

O cálculo individual de cada termo fornece,

$$\begin{aligned}(\mathbf{P} - \mathbf{H}\mathbf{L}^{-1}\mathbf{J})_{\mu\nu} &= \mathbf{P}_{\mu\nu} - \mathbf{H}_{\mu\alpha\beta} (\mathbf{L}^{-1})^{\alpha\beta,\gamma\delta} \mathbf{J}_{\gamma\delta\nu} = \\ &= \partial_\alpha \partial^\alpha \theta_{\mu\nu} - \frac{1}{2\alpha} \partial_\alpha \partial^\alpha \omega_{\mu\nu} \\ &- \frac{1}{2} m S_{\mu\alpha\beta} \left(-\frac{1}{3\alpha} (\partial_\alpha \partial^\alpha)^{-1} \left((P_b^1)^{\alpha\beta,\gamma\delta} - 4\beta (\partial_\alpha \partial^\alpha)^{-1} (P_e^1)^{\alpha\beta,\gamma\delta} \right) \right) \left(-\frac{1}{2} m S_{\gamma\delta\nu} \right)\end{aligned}$$

Pela definição dos projetores, longitudinais e transversais, $(P_b^1)S = S$ e $(P_e^1)S = 0$. Concluiremos que:

$$\partial_\alpha \partial^\alpha \theta_{\mu\nu} - \frac{1}{2\alpha} \partial_\alpha \partial^\alpha \omega_{\mu\nu} - \frac{1}{12\alpha} m^2 \frac{1}{\partial_\alpha \partial^\alpha} S_{\mu\alpha\beta} S_\nu^{\alpha\beta}$$

Algébricamente a contração entre os dois operadores de spin é equivalente a:

$$S_{\mu\alpha\beta} S_\nu^{\alpha\beta} = -2\partial_\alpha \partial^\alpha \theta_{\mu\nu}$$

O resultante a seguir é apresentado,

$$\left(\partial_\alpha \partial^\alpha + \frac{m^2}{6a} \right) \theta_{\mu\nu} - \frac{1}{2\alpha} \partial_\alpha \partial^\alpha \omega_{\mu\nu},$$

Todavia o propagador expresso em termos do inverso do termo acima, ou seja,

$$\mathbf{X}_{\mu\nu} = \frac{1}{\left(\partial_\alpha \partial^\alpha + \frac{m^2}{6a} \right)} \theta_{\mu\nu} - \frac{2\alpha}{\partial_\alpha \partial^\alpha} \omega_{\mu\nu}$$

Representando a igualdade que donde tiraremos nosso propagador. Representando agora no espaço dos momentos, e utilizando a decomposição da métrica em termos do operador longitudinal e no operador transversal,

$$\mathbf{X}_{\mu\nu} = -\frac{1}{\left(\kappa^2 - \frac{m^2}{6a} \right)} \theta_{\mu\nu} - \left(\frac{1}{\left(\kappa^2 - \frac{m^2}{6a} \right)} + \frac{2\alpha}{\kappa^2} \right) \frac{\kappa_\mu \kappa_\nu}{\kappa^2}$$

Quando acrescenta-se o fator complexo i , obteremos uma estrutura formal para o propagador, onde T significa que o produto está sendo realizado de maneira temporalmente ordenada.

$$\langle T(X_\mu X_\nu) \rangle = -\frac{i}{\left(\kappa^2 - \frac{m^2}{6a}\right)} \theta_{\mu\nu} - \left(\frac{i}{\left(\kappa^2 - \frac{m^2}{6a}\right)} + \frac{2i\alpha}{\kappa^2} \right) \frac{\kappa_\mu \kappa_\nu}{\kappa^2} \quad (4.16)$$

Em seguida, calculemos também o valor para o propagador associado com $\mathbf{W}_{\mu\nu,\kappa\lambda} = \langle R_{\mu\nu} R_{\kappa\lambda} \rangle$

Como

$$\begin{aligned} (\mathbf{L} - \mathbf{JP}^{-1}\mathbf{H})_{\mu\nu,\kappa\lambda} &= -3a\partial_\alpha\partial^\alpha(P_b^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} - \frac{1}{4\beta}\partial_\alpha\partial^\alpha(P_e^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} \\ &+ \frac{1}{2}mS_{\mu\nu\alpha} \left(\frac{1}{\partial_\alpha\partial^\alpha}\theta^{\alpha\beta} - 2\alpha\frac{1}{\partial_\alpha\partial^\alpha}\omega^{\alpha\beta} \right) \frac{1}{2}mS_{\beta\kappa\lambda} \end{aligned}$$

Das definições dos operadores longitudinais e transversais é possível simplificar as contrações pelo fato que,

$$S_{\mu\nu\alpha}\theta^{\alpha\beta}S_{\beta\kappa\lambda} = S_{\mu\nu\alpha}S_{\kappa\lambda}^\alpha = -2\partial_\alpha\partial^\alpha(P_b^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} \text{ e também que, } S_{\mu\nu\alpha}\omega^{\alpha\beta}S_{\beta\kappa\lambda} = 0.$$

Em outras palavras o que teremos será,

$$\begin{aligned} &-3a\partial_\alpha\partial^\alpha(P_b^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} - \frac{1}{4\beta}\partial_\alpha\partial^\alpha(P_e^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} - \frac{m^2}{2}(P_b^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} \\ &- \left(3a\partial_\alpha\partial^\alpha + \frac{m^2}{2} \right) (P_b^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} - \frac{1}{4\beta}\partial_\alpha\partial^\alpha(P_e^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} \end{aligned}$$

Quando levamos ao espaço dos momentas e associarmos a um fator complexo, e invertemos os termos em questão, apresentaremos uma forma para o propagador,

$$\langle R_{\mu\nu} R_{\kappa\lambda} \rangle = \frac{1}{3a} \frac{i}{\kappa^2 - \frac{m^2}{6a}} (P_b^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} - \frac{i}{\kappa^2} 4\beta (P_e^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} \quad (4.17)$$

Por fim resta-nos calcular mais um propagador, este relacionado com os termos, $-\mathbf{P}^{-1}\mathbf{H}(\mathbf{L} - \mathbf{JP}^{-1}\mathbf{H})$

$$\mathbf{P}_{\mu\alpha}^{-1}\mathbf{H}^{\alpha\beta\gamma}(\mathbf{L} - \mathbf{JP}^{-1}\mathbf{H})^{-1} =$$

$$-\left(\frac{1}{\partial_\alpha\partial^\alpha}\theta_{\mu\alpha} - \frac{2\alpha}{\partial_\alpha\partial^\alpha}\omega_{\mu\alpha} \right) \frac{1}{2}mS^{\alpha\beta\gamma} \left(-\frac{1}{3\alpha} \frac{(P_b^1)_{\beta\gamma,\nu\kappa}}{\partial_\alpha\partial^\alpha} - \frac{4\beta}{\partial_\alpha\partial^\alpha} (P_e^1)_{\mu\nu,\kappa\lambda} \right)$$

Fazendo uso também das definições dos projetores transversais e longitudinais de modo que,

$$\theta_{\mu\alpha}S^{\alpha\beta\gamma} = S_\mu^{\beta\gamma} \text{ e } S_\mu^{\beta\gamma}(P_b^1)_{\beta\gamma,\nu\kappa} = S_{\mu\nu\kappa} .$$

Poderemos assim como realizado em procedimentos anteriores encontrar uma estrutura para o propagador em questão,

$$\langle X_\mu R_{\nu\kappa} \rangle = -\frac{1}{3a} \frac{m}{\kappa^2 \left(\kappa^2 - \frac{m^2}{6a} \right)} \epsilon_{\mu\nu\kappa\lambda} k^\lambda \quad (4.18)$$

Encontrado este propagador, é de se esperar que o propagador $\langle R_{\mu\nu} X_\kappa \rangle$ seja naturalmente expresso,

$$\langle R_{\mu\nu} X_\kappa \rangle = \frac{1}{3a} \frac{m}{\kappa^2 \left(\kappa^2 - \frac{m^2}{6a} \right)} \epsilon_{\mu\nu\kappa\lambda} k^\lambda \quad (4.19)$$

Todo estes cálculos realizados a fim de verificar se o modelo proposto, de fato poder-se-ia relacionado com uma possível descrição de uma situação física real, uma vez que a relação de dispersão, poderia associar uma certa correspondência onda partícula.

Concluí-se a existência do propagador ser bastante característico de uma espécie campo vetorial efetivo, uma vez que demonstra a existência de modos transversos e longitudinais.

Além do mais o setor de propagação que vincula o campo tensorial de rank 2 com o vetor massivo e carregado demonstra marcantes características de natureza de spin.

Em concordância com a sistemática empregada nas situações anteriores, iremos a seguir investigar a interação eletromagnética não mínima. E posteriormente inspecionaremos a dinâmica em um regime de altas frequências. Neste momento, então, averiguaremos do papel do mecanismo de massa topológica em relação as possíveis eliminações das divergências.

4.2 Interação Eletromagnética não Mínima com os campos B e W .

Analisemos agora os possíveis efeitos magnéticos, para isso deveremos obter as equações de movimento. Ao realizarmos os procedimentos usuais de obtenção das equações de movimento vinculadas ao mínimo variacional,

tendo em vista que

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^*W^{\mu\nu} + \frac{1}{6}G_{\mu\nu\kappa}^*G^{\mu\nu\kappa} + \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_\mu^*\partial_\nu B_{\kappa\lambda} + \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_\mu\partial_\nu B_{\kappa\lambda}^*$$

Primeiramente considerando o caso em que $\delta\mathcal{L} = 0$, $\forall\delta B_{\nu\kappa}$. Encontra-se que,

$$D_\mu G^{\mu\nu\kappa} + m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}D_\mu W_\lambda = 0$$

Quando agora calculemos $\delta\mathcal{L} = 0$, $\forall\delta W$, obteremos,

$$D_\nu W^{\mu\nu*} - \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}D_\nu B_{\kappa\lambda}^* = 0$$

Em se tratando de equações de movimento, em resumo temos duas equações de movimento acopladas,

$$\begin{aligned} D_\nu W^{\mu\nu} - \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}D_\nu B_{\kappa\lambda} &= 0 \\ D_\mu G^{\mu\nu\kappa} + m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}D_\mu W_\lambda &= 0 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Analisando agora a primeira equação,

$$D_\nu W^{\mu\nu} - \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}D_\nu B_{\kappa\lambda} = 0$$

Quando a multiplicamos por $\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}$ obteremos,

$$\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}D_\nu W^{\mu\nu} - \frac{1}{2}m\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}D_\nu B_{\kappa\lambda} = 0$$

Buscando o resultado para, $\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}$

$$-\epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu}\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} = -(\delta_\alpha^\nu\delta_\beta^\kappa\delta_\gamma^\lambda + \delta_\beta^\nu\delta_\gamma^\kappa\delta_\alpha^\lambda + \delta_\beta^\lambda\delta_\alpha^\kappa\delta_\gamma^\nu) + \delta_\gamma^\nu\delta_\beta^\kappa\delta_\alpha^\lambda + \delta_\gamma^\kappa\delta_\beta^\lambda\delta_\alpha^\nu + \delta_\alpha^\kappa\delta_\beta^\nu\delta_\gamma^\lambda$$

Portanto concluiremos que,

$$\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}D_\nu B_{\kappa\lambda} = 2D_\gamma B_{\beta\alpha} + 2D_\alpha B_{\gamma\beta} + 2D_\beta B_{\alpha\gamma}$$

E conseqüentemente,

$$\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}D_\nu W^{\mu\nu} - m(D_\gamma B_{\beta\alpha} + D_\alpha B_{\gamma\beta} + D_\beta B_{\alpha\gamma}) = 0$$

Sob forma compacta,

$$\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}D_\nu W^{\mu\nu} - mG_{\alpha\gamma\beta} = 0$$

Utilizando agora a segunda equação de movimento,

$$D_\mu G^{\mu\nu\kappa} + m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}D_\mu W_\lambda = 0$$

E substituímos a relação encontrada, agora sob a forma indicial mais adequada,

$$+\frac{1}{m}\epsilon^{\lambda\mu\nu\kappa}D^\theta W_{\lambda\theta} = G^{\mu\nu\kappa}$$

A segunda equação será agora escrita como,

$$-\epsilon^{\lambda\mu\nu\kappa}D_\mu D^\theta W_{\lambda\theta} + m^2\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}D_\mu W_\lambda = 0$$

Esta expressão acima é idêntica a esta a seguir.

$$\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}D_\mu D^\theta W_{\theta\lambda} + m^2\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}D_\mu W_\lambda = 0$$

Contraíndo estes termos com $\epsilon_{\nu\kappa\gamma\sigma}$, deste modo,

$$\epsilon_{\nu\kappa\gamma\sigma}\epsilon^{\lambda\mu\nu\kappa} = 2!(\delta_\gamma^\lambda\delta_\sigma^\mu - \delta_\sigma^\lambda\delta_\gamma^\mu)$$

$$2(\delta_\gamma^\lambda\delta_\sigma^\mu - \delta_\sigma^\lambda\delta_\gamma^\mu)D_\mu D^\theta W_{\theta\lambda} + 2m^2(\delta_\gamma^\lambda\delta_\sigma^\mu - \delta_\sigma^\lambda\delta_\gamma^\mu)D_\mu W_\lambda = 0$$

$$D_\sigma D^\theta W_{\theta\gamma} - D_\gamma D^\theta W_{\theta\sigma} + m^2D_\sigma W_\gamma - m^2D_\gamma W_\sigma = 0$$

Reorganizando em termos de quantidades covariantemente conservadas,

$$D_\sigma D^\theta W_{\theta\gamma} + m^2D_\sigma W_\gamma - (D_\gamma D^\theta W_{\theta\sigma} + m^2D_\gamma W_\sigma) = 0$$

Que sob uma forma compacta,

$$D_\sigma (D^\theta W_{\theta\gamma} + m^2W_\gamma) - D_\gamma (D^\theta W_{\theta\sigma} + m^2W_\sigma) = 0$$

A simetria deste termo logo encontrado revela sua natureza anti simétrica da equação. Em outras palavras o que temos é uma quantidade anti simétrica e nula. Toda representação matricial de uma grandeza anti smétrica apresenta todos os elementos da diagonal sendo nulos. Deste modo sem muitas complicações é possível concluir que cada uma das derivadas covariantes acima sejam nulas separadamente.

$$D_\sigma (D^\theta W_{\theta\gamma} + m^2 W_\gamma) = 0$$

Aceitando o fato de que por questões de renormalizabilidade levantadas por Lee e Yang no início da década de 1960. Uma descrição mais sensata de um Bóson Vétorial carregado e massivo deveria apresentar uma interação de dipolo em sua densidade de Lagrangeana.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^*W^{\mu\nu} + m^2W_\mu^*W^\mu + ieF^{\mu\nu}W_\mu^*W_\nu$$

E esta consequentemente permite obter as seguintes equações de movimento,

$$D_\mu W^{\mu\nu} + m^2W^\nu + ieF^{\mu\nu}W_\mu = 0 \quad (4.21)$$

A equação nos faz entender que esta além de estar de acordo com argumentos de renormalizabilidade, permite também que ao obtermos o momento magnético, lermos o fator giromagnético igual a dois. Fato que já levantamos nos capítulos anteriores.

Com atenção agora resgatamos para o caso do spin um qual era a quantidade covariantemente conservada.

$$D^\theta W_{\theta\gamma} + m^2W_\gamma$$

A princípio poderemos dizer no máximo que esta quantidade é uma grandeza da forma $C(x)\xi_\gamma$ e nada mais.

Contudo se relembarmos a discussão feita agora a pouco de que um Bóson vetorial carregado e massivo apresentará uma descrição mais sensata apenas se apresentar uma interação do tipo dipolo em sua densidade de lagrangeano. Termo o qual influencia as equações de movimento de maneira a apresentar um termo que acopla o campo magnético com o campo vetorial massivo.

Deste modo podemos sugerir que

$$D^\theta W_{\theta\gamma} + m^2W_\gamma = -ieF_{\beta\gamma}W^\beta \quad (4.22)$$

A pergunta que naturalmente surge é se este termo é covariantemente conservado de acordo com a relação encontrada.

De imediato podemos arriscar que este termo revelará a interação de momento magnético. E este sendo próprio da partícula dever-se-ia covariantemente conservado.

Visando um possível melhor esclarecimento sobre a conservação covariante representaremos o termo sob a forma de componentes,

$$W^\beta F_{\beta\gamma} = -iW^i \varepsilon_{ijk} B^k = \vec{W} \cdot (\vec{S}_k) \cdot \vec{B}$$

onde \vec{B} é o campo de origem puramente magnética. E (\vec{S}_k) é a representação adjunta das matrizes de Pauli em três dimensões, sobre a componente k do Spin.

E a partir deste termo vemos que o spin deve ser uma grandeza também covariantemente conservada.

Não obstante analisemos com um pouco mais de cuidado o problema que se apresenta.

Sendo aceitável a discussão passada em que

$$D_\sigma (ieF_{\gamma\alpha} W^\alpha) = 0$$

São as únicas contribuições não nulas serão provindas quando $\alpha = i$, $\gamma = j$ onde i, j são índices espaciais.

Considerando o caso em que $\sigma = 0$,

$$ieD_0 (F_{ij} W^j) = 0$$

Perante as condições idealizadas em que um arranjo permita que os campos de origem puramente elétrica sejam cancelados, apresentando resultante nula.

A afirmação refletirá que a derivação covariante possa ser identificada com uma derivada ordinária, uma vez que A_0 pode ser escolhido como $\phi = 0$.

$$ie\partial_0 (F_{ij} W^j) = 0$$

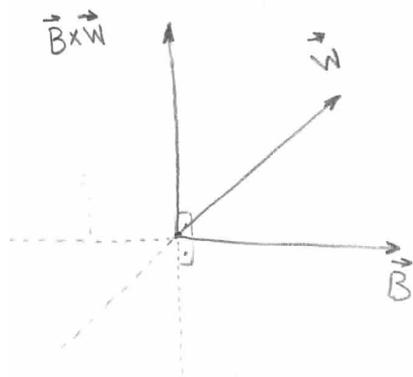
Reconhecendo que $F_{ij} W^j = i\varepsilon_{ijk} B^i W^j$, a equação acima será,

$$-e\partial_0 (\varepsilon_{ijk} B^i W^j) = 0$$

Ou seja

$$-\frac{e}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{B} \times \vec{W}) = 0$$

Se discutirmos o significado geométrico do produto vetorial, teremos como um dos significados, que é possível estabelecer uma relação de área entre os vetores B e W . Esta relação indica que a área formada pelos dois vetores pode ser expressa pelo módulo do produto vetorial entre ambos. E que o sentido do vetor que indica o produto vetorial é sempre perpendicular ao plano formado por ambos.



Como obtemos que a variação temporal do produto vetorial entre o campo magnético e o campo vetorial é nula.

Podemos dizer que estes vetores serão sempre coplanares.

Esta noção de dois campos formando o mesmo plano resgata as memórias das conclusões de Kepler de que as órbitas deveriam ser planas devido a invariância temporal do momento angular.

Reconhecendo que o momento de dipolo magnético é um vetor cuja orientação está perpendicular ao campo genuinamente magnético e ao campo cuja interação esteja sendo realizada.

E uma conclusão pode ser levantada de que a menos de fatores de escala, o que obtemos é que o momento magnético é constante no tempo. Resultado que não muito surpreende se de fato o momento magnético for uma propriedade intrínseca da partícula.

Caso até aqui os argumentos e manipulações estiverem sido consideradas razoáveis, é imediato também propor que o momento magnético do campo vetorial massivo e carregado foi recuperado já conforme deveríamos tê-lo encontrado.

Desejamos agora de alguma forma obter relações que expressem de forma independente os campos de Rank dois.

Para isto multiplicamos a segunda equação de movimento pelo objeto $\epsilon_{\alpha\nu\kappa\beta}$,

$$\epsilon_{\alpha\nu\kappa\beta} D_\mu G^{\mu\nu\kappa} + m \epsilon_{\alpha\nu\kappa\beta} \epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} D_\mu W_\lambda = 0$$

$$\text{Como } \epsilon_{\alpha\beta\nu\kappa} \epsilon^{\nu\kappa\mu\lambda} = 2!(\delta_\alpha^\mu \delta_\beta^\lambda - \delta_\beta^\mu \delta_\alpha^\lambda)$$

$$\epsilon_{\alpha\nu\kappa\beta} D_\mu G^{\mu\nu\kappa} + 2m (\delta_\alpha^\mu \delta_\beta^\lambda - \delta_\beta^\mu \delta_\alpha^\lambda) D_\mu W_\lambda = 0$$

$$\epsilon_{\alpha\nu\kappa\beta} D_\mu G^{\mu\nu\kappa} + 2m (D_\alpha W_\beta - D_\beta W_\alpha) = 0$$

$$\frac{1}{2m} \epsilon^{\alpha\beta\nu\kappa} D^\mu G_{\mu\nu\kappa} + W^{\alpha\beta} = 0$$

Substituindo este resultado na primeira equação de movimento, e após algumas manipulações, será possível concluir a seguinte expressão.

$$\epsilon^{\mu\nu\sigma\phi} D_\nu D^\rho G_{\rho\sigma\phi} + m^2 \epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} D_\nu B_{\kappa\lambda} = 0$$

Multipliquemos agora este resultado por $\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}$,

$$\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \epsilon^{\mu\nu\sigma\phi} D_\nu D^\rho G_{\rho\sigma\phi} + m^2 \epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} D_\nu B_{\kappa\lambda} = 0,$$

Agora devemos conhecer $\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \epsilon^{\mu\nu\sigma\phi}$ e também, $\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}$.

$$-\epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} \epsilon^{\mu\nu\sigma\phi} = -(\delta_\alpha^\nu \delta_\beta^\sigma \delta_\gamma^\phi + \delta_\beta^\nu \delta_\gamma^\sigma \delta_\alpha^\phi + \delta_\beta^\phi \delta_\alpha^\sigma \delta_\gamma^\nu) + (\delta_\gamma^\nu \delta_\beta^\sigma \delta_\alpha^\phi + \delta_\beta^\phi \delta_\gamma^\sigma \delta_\alpha^\nu + \delta_\alpha^\sigma \delta_\beta^\nu \delta_\gamma^\phi)$$

$$\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \epsilon^{\mu\nu\sigma\phi} D_\nu D^\rho G_{\rho\sigma\phi} = 2D_\gamma D^\rho G_{\rho\beta\alpha} + 2D_\alpha D^\rho G_{\rho\gamma\beta} + 2D_\beta D^\rho G_{\rho\alpha\gamma}$$

Analisando agora o resultado da seguinte contração, $\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}$.

$$-\epsilon_{\alpha\beta\gamma\mu} \epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} = -(\delta_\alpha^\nu \delta_\beta^\kappa \delta_\gamma^\lambda + \delta_\beta^\nu \delta_\gamma^\kappa \delta_\alpha^\lambda + \delta_\beta^\lambda \delta_\alpha^\kappa \delta_\gamma^\nu) + \delta_\gamma^\nu \delta_\beta^\kappa \delta_\alpha^\lambda + \delta_\gamma^\kappa \delta_\beta^\lambda \delta_\alpha^\nu + \delta_\alpha^\kappa \delta_\beta^\nu \delta_\gamma^\lambda$$

$$\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} D_\nu B_{\kappa\lambda} = 2D_\gamma B_{\beta\alpha} + 2D_\alpha B_{\gamma\beta} + 2D_\beta B_{\alpha\gamma}$$

Quando usarmos os resultados destas identidades na equação de movimento.

$$2D_\gamma D^\rho G_{\rho\beta\alpha} + 2D_\alpha D^\rho G_{\rho\gamma\beta} + 2D_\beta D^\rho G_{\rho\alpha\gamma} + 2m^2 (D_\gamma B_{\beta\alpha} + D_\alpha B_{\gamma\beta} + D_\beta B_{\alpha\gamma}) = 0$$

Organizando os termos da equação acima,

$$D_\gamma (D^\rho G_{\rho\beta\alpha} + m^2 B_{\beta\alpha}) + D_\alpha (D^\rho G_{\rho\gamma\beta} + m^2 B_{\gamma\beta})$$

$$+ D_\beta (D^\rho G_{\rho\alpha\gamma} + m^2 B_{\alpha\gamma}) = 0$$

Assim como $G_{\mu\nu\kappa}$ é uma quantidade completamente anti simétrica perante a troca de dois índices.

O que se obtém em suma será que devido a anti simetria cada um dos termos de derivadas covariantes sejam nulos separadamente.

Por análise escolheremos discutir o primeiro deles.

$$D_\gamma(D^\rho G_{\rho\beta\alpha} + m^2 B_{\beta\alpha}) = 0$$

Assim como argumentamos a respeito do campo vetorial massivo em que realizamos uma igualdade com termos que perante manipulações será correspondido ao momento magnético. Em se tratando dos campos de Rank dois, não faremos diferente. Assumindo razoável o argumento de que o momento magnético seja uma propriedade intrínseca a partícula, então, não teremos problemas em assumir também que recompomos uma equação de momento magnético para esta natureza de campo.

Este procedimento possibilitará recompor o momento magnético com sendo dois. Uma vez que termos do tipo dipolo magnético serão escolhidos.

Todavia será imprescindível que o comportamento do termo de dipolo seja inspecionado quando o comprimento de onda das oscilações é muito pequeno. Este trabalho será o objetivo da próxima seção.

4.3 Uma Análise para o Modelo em Altas Frequências.

Reconhecendo a possível realidade Física do modelo proposto, poder-se-ia questionar a respeito de qual seu comportamento em um regime de energias elevadas, esta resposta no presente momento, com o desenvolver de nosso trabalho, está parcialmente respondida, uma vez que já estudamos estes efeitos nos termos cinéticos relativos ao campo W e ao campo B .

Resta-nos apenas analisar então qual o efeito das transformações de Stückelberg no termo de massa tipo topológica.

Quando realizamos os procedimentos usuais que adotamos aos campos anteriores, separação em parte real e imaginária, análise de simetria e organização em possíveis redefinições de escala, encontraremos que,

$$\begin{aligned} m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_\mu^*\partial_\nu B_{\kappa\lambda} &= m\epsilon^{\mu\nu\kappa}V_\mu^*\partial_\nu\Omega_{\kappa\lambda} + \frac{m}{2}\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}V_\mu^*(F_{\nu\kappa}X_\lambda - F_{\nu\lambda}X_\kappa) \\ &+ \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}\partial_\mu\varphi^*(F_{\nu\kappa}X_\lambda - F_{\nu\lambda}X_\kappa) - \frac{ie}{2}\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}F_{\mu\nu}\Omega_{\kappa\lambda}\varphi^* \\ &- \frac{ie}{2}\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}A_\mu\varphi^*(F_{\nu\kappa}X_\lambda - F_{\nu\lambda}X_\kappa) + iem\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}V_\mu^*A_\nu\Omega_{\kappa\lambda} + \epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}\partial_\mu\varphi^*\partial_\nu\Omega_{\kappa\lambda} , \end{aligned}$$

Em outras representações matemáticas,

$$m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_\mu^*\partial_\nu B_{\kappa\lambda} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}\partial_\mu\varphi^*(F_{\nu\kappa}X_\lambda - F_{\nu\lambda}X_\kappa) + \epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}\partial_\mu\varphi^*\partial_\nu\Omega_{\kappa\lambda} + O(m, e, em) \quad (4.23)$$

Ao tratarmos agora do termo de massa topológica $m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_\mu\partial_\nu B_{\kappa\lambda}^*$, o resultado que se espera, será o complexo conjugado dos termos acima definidos

$$m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_\mu\partial_\nu B_{\kappa\lambda}^* = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}\partial_\mu\varphi(F_{\nu\kappa}X_\lambda^* - F_{\nu\lambda}X_\kappa^*) + \epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\Omega_{\kappa\lambda}^* + O^*(m, e, em) \quad (4.24)$$

É interessante observar que os termos de massa topológica perante a suas redefinições de acordo com a simetria de Stückelberg, se comportam de modo bastante inocente no que tange os aspectos de gerar possíveis divergências nos fatores de escala que estávamos visando encontrar, todavia, a renormalização ainda é prejudicada perante tais procedimentos.

No capítulo seguinte empregaremos o mecanismo dinâmico de massa, uma vez que, o processo de quebra de simetria espontânea induz o aparecimento de simetrias que migram do setor de campos para o setor de parâmetros, por assim dizer, esperamos talvez uma

possível eliminação de divergências que a princípio tornam o modelo em questão limitado em sua validade como uma proposta fundamental.

Capítulo 5

Mecanismo Dinâmico de Massa. Campos Vetoriais Acoplados ao Campo de Higgs.

Os campos escalares sempre foram empregados para a descrição de quantidades físicas, mas nunca tinham sido antes detectados. Sua primeira evidência se deu em 2012 em experimentos de colisões de feixes de prótons no LHC. Uma das primeiras propostas ao uso de campos escalares em um contexto de uma física fundamental pode ser delineada a partir dos trabalhos da eletrodinâmica escalar de Pauli-Fermi. Em termos da simetria, o campo escalar é preciosamente escolhido, pois em um estado fundamental goza da propriedade de não privilegiar nenhuma direção, isso concorda com argumentos filosóficos de que o vácuo em si dever-se-ia uma estrutura homogênea e isotrópica, de modo que em escalas de energias onde limita-se os fenômenos das interações observadas, a simetria da relatividade restrita permanece preservada.

Outra questão de suma importância se fez por intermédio de comparações entre os fenômenos estudados por Landau e posteriormente Nambu [24] e Goldstone [28] em seus trabalhos sobre a geração de uma escala de massa em fenômenos de supercondutividade de modo a sugerir também um meio para as teorias de campos.

A proposta de um mecanismo fundamental para a geração de massa, basicamente encontrou a década de 60 como palco de discussão. Embasado pelos trabalhos de 64 de Kibble [26], Englert [25], Higgs [27] e outros anunciavam um possível entendimento para a geração de massa.

Nesta época já se era muito bem conhecido que toda perturbação do vácuo em um cenário de energias necessárias para a existência de simetria de Lorentz, modos escalares sem massa eram gerados, esses modos são conhecidos como bósons de Goldstone [29]. Ao considerar que estes bósons possuíssem simetrias locais, uma notável característica era notada. O fato de se acoplarem ao setor longitudinal dos campos com os quais agora

interagia. Todavia estes acoplamentos não apresentavam modos físicos relevantes, ou seja, serviam como espécie de campos auxiliares sem conteúdo físico.

Todavia o mecanismo dinâmico com a proposta de ser fundamental, apresentava uma característica muito importante de que quando a perturbação do vácuo acontecia, em seu estado de mínima energia, o potencial de Higgs, não apresentava a simetria da Ação. A isto é designado de quebra espontânea de simetria.¹ Este fato fazia que as flutuações do vácuo que associadas a este campo juntamente com um parâmetro de constante de acoplamento, faziam daqueles setores longitudinais a priori não físicos, parâmetros agora inerentemente fundamentais. Pois a simetria de Poincarè nos garante que todo campo munido de um setor longitudinal apresente massa, tal argumento pode ser um pouco melhor ilustrado tendo em mente a forma do operador de casimir responsável em fixar a representação de acordo com uma dada massa.

Este mecanismo foi a peça fundamental para o enaltecimento da Teoria Eletrofraca, onde após a quebra das combinações das simetrias especiais das transformações unitárias de dimensão dois com isospin fraco combinadas com as transformações unitárias de dimensão um de Hipercarga. O setor eletromagnético era então estabelecido.

O estabelecimento da combinação de simetrias acima ditadas, apesar do seu grande aspecto filosófico e estético, certamente, apresentou suas maiores satisfações após a confirmação da validade experimental das Relações de Gell-Man e Nishijima, que de tamanha importância foi de tamanha importância às teorias de interações fortes, uma vez que associavam a conservação de carga elétrica a combinação de dos números quânticos de Isospin e Hipercarga.

Apesar dos grandes resultados positivos trazidos juntamente com o mecanismo dinâmico de massa, diversas questões ainda encontram-se a espera de mais discussões e entendimentos. Uma delas é que os neutrinos medidos em laboratórios apresentam massa diferente de zero. O modelo Padrão é construído com base em neutrinos sem massa.

Uma questão também interessante é a origem da massa do campo de Higgs, uma vez que este mecanismo ainda não é capaz de explicar o processo de geração de sua própria massa.

Outra questão fundamental a respeito deste mecanismo é que a partícula fundamental associada não ser de fato fundamental. Se o refinamento das medidas experimentais revelarem que haja uma espécie de classe de campos ditos de Higgs, a história da ciência do aceleradores nos ensinou até hoje, que isso provavelmente é um palco de um resultado efetivo para elementos mais fundamentais.

Uma tentativa de elaboração de um modelo fundamental pode ser traçada talvez, pelos trabalhos da décadas de 70 em que Abdus Salam elucidava seus modelos a respeito

¹A perda de simetria deve ser entendida com cuidado, pois a simetria que é perdida por um lado é levada agora ao espaço de parâmetros, de modo a associar relações por exemplo entre massa e constante de estrutura.

dos Préons.

Ou talvez precisaremos recorrer uns anos atrás, como por exemplo para a década de 60 entendendo um pouco mais o trabalho de Dirac a respeito de uma correspondência entre simetrias Anti De Sitter e Poincarè, em que neste modelo, propõe os modos de Singleton, uma ambiciosa e visionária proposta de estabelecer entes mais fundamentais que até mesmo o elétron.

Em suma aparentamos vivenciar aquelas discussões dos atomistas gregos da escola de Demócrito, pois ainda aparentamos estar em busca dos entes indivisíveis a constituição do todo.

Reconhecendo a veracidade do mecanismo de geração de massa, propomos uma interação entre Higgs e campo vetorial, desse modo analisaremos seu comportamento na escala de altas energias.

5.1 Efeitos do Mecanismo Dinâmico de Massa sobre as divergências oriundas de um regime de Altas Energias.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \alpha(D_\mu\Phi)^*D^\mu\Phi + \beta W_{\mu\nu}^*W^{\mu\nu} + m^2\Phi^*\Phi + \frac{\lambda}{4}(\Phi^*\Phi)^2 + gW_\mu^*W^\mu\Phi^*\Phi \quad (5.1)$$

Iniciando nossas propostas pelo setor do mecanismo de massa. Realizando a quebra de simetria, que por nós, será representada pela flutuação do vácuo, onde v será a representação do vácuo e H a representação para o campo de Higgs.

$$\Phi = v + H$$

Esta substituição direta, permite que escrevamos,

$$m^2\Phi^*\Phi = m^2(v^2 + |H|^2 + vH + vH^*) \quad (5.2)$$

Conseqüentemente,

$$\begin{aligned} \frac{\lambda}{4}(\Phi^*\Phi)^2 &= \frac{\lambda}{4} [v^2 + |H|^2 + 2v^2|H|^2 + (vH)^2 + (vH^*)^2] \\ &+ (vH)^2 + (vH^*)^2 + \frac{\lambda}{4} [2(vH)(H^*v) + 2v^3H + 2v^3H^* + 2|H|^2vH^*] \end{aligned} \quad (5.3)$$

Analisando agora o acoplamento do campo de Higgs com o campo vetorial. Como antes da interação com o campo de Higgs, o campo vetorial não possui massa, o procedimento coerente a ser realizado é primeiramente realizar esta interação. Após isto o campo vetorial apresentará modos de massa, deste modo, pode-se explicitar os setores longitudinais e transverso. Para isso decompõe-se os campos vetoriais de acordo com a simetria de Stückelberg, fazendo uso agora, do parâmetro de massa $m = \sqrt{g}v$,

$$W^\mu = V^\mu + \frac{1}{\sqrt{g}v} \partial_\mu \varphi + ieA_\mu \varphi$$

Isto pode ser traduzido para a seguinte forma,

$$\begin{aligned} gW_\mu^* W^\mu \Phi^* \Phi = g\{ & V_\mu V^{\mu*} (v^2 + |H|^2 + vH + vH^*) \\ & + \frac{1}{\sqrt{g}v} (V^\mu \partial_\mu \varphi^* + V_\mu^* \partial^\mu \varphi) (v^2 + |H|^2 + vH + vH^*) \\ & + \frac{ie}{\sqrt{g}v} (A^\mu V_\mu^* \varphi - A^\mu V_\mu \varphi^*) (v^2 + |H|^2 + vH + vH^*) \\ & + \frac{1}{(\sqrt{g}v)^2} |\partial^\mu \varphi|^2 (v^2 + |H|^2 + vH + vH^*) \\ & + \frac{ie}{(\sqrt{g}v)^2} (\varphi A^\mu \partial_\mu \varphi^* - \varphi^* A^\mu \partial_\mu \varphi) (v^2 + |H|^2 + vH + vH^*) \\ & + \left(\frac{e}{\sqrt{g}v} \right)^2 A_\mu A^\mu |\varphi|^2 (v^2 + |H|^2 + vH + vH^*) \} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Além de observarmos uma interação entre Fóton e Higgs, ao passo que o fóton apresentará agora também polarização longitudinal, reorganizaremos os termos de massa em questão.

$$\begin{aligned} gW_\mu^* W^\mu \Phi^* \Phi = \{ & V_\mu V^{\mu*} (gv^2 + g|H|^2 + gvH + gvH^*) \\ & + (V^\mu \partial_\mu \varphi^* + V_\mu^* \partial^\mu \varphi) \left(\sqrt{g}v + \frac{1}{\sqrt{g}v} g|H|^2 + \sqrt{g}H + \sqrt{g}H^* \right) \\ & + \frac{ie}{\sqrt{g}v} (A^\mu V_\mu^* \varphi - A^\mu V_\mu \varphi^*) \left(gv^2 + g|H|^2 + \frac{g\sqrt{g}v}{\sqrt{g}} H + \frac{g\sqrt{g}v}{\sqrt{g}} H^* \right) \\ & + \frac{1}{(\sqrt{g}v)^2} |\partial^\mu \varphi|^2 \left(gv^2 + g|H|^2 + g\frac{\sqrt{g}v}{\sqrt{g}} H + \frac{g\sqrt{g}v}{\sqrt{g}} H^* \right) \\ & + \frac{ie}{(\sqrt{g}v)^2} (\varphi A^\mu \partial_\mu \varphi^* - \varphi^* A^\mu \partial_\mu \varphi) \left(gv^2 + g|H|^2 + \frac{g\sqrt{g}v}{\sqrt{g}} H + \frac{g\sqrt{g}v}{\sqrt{g}} H^* \right) \\ & + \left(\frac{e}{\sqrt{g}v} \right)^2 A_\mu A^\mu |\varphi|^2 \left(gv^2 + g|H|^2 + \frac{g\sqrt{g}v}{\sqrt{g}} H + \frac{g\sqrt{g}v}{\sqrt{g}} H^* \right) \} \end{aligned}$$

Ao analisarmos o setor dinâmico do campo de Higgs, perceberemos que,

$$(D_\mu \Phi)^* D^\mu \Phi = (\partial_\mu \Phi^* \partial^\mu \Phi + e^2 A_\mu A^\mu \Phi^* \Phi + ie A^\mu \Phi \partial_\mu \Phi^* - ie A_\mu \Phi^* \partial^\mu \Phi) \quad (5.5)$$

E essencialmente o que obtemos é a seguinte relação,

$$(D_\mu \Phi)^* D^\mu \Phi = \partial_\mu \Phi^* \partial^\mu \Phi + O(e, e^2)$$

Quando sujeitos as flutuações do vácuo,

$$(D_\mu \Phi)^* D^\mu \Phi = \partial_\mu v \partial^\mu v + |\partial_\mu H|^2 + (\partial_\mu v) (\partial^\mu H) + (\partial^\mu v) (\partial_\mu H^*) + O(e, e^2) \quad (5.6)$$

E como também uma interação $e^2 A_\mu A^\mu \Phi^* \Phi + ie \partial_\mu \Phi^* A^\mu \Phi - ie A_\mu \Phi^* \partial^\mu \Phi$ entre fóton e Higgs, é esperado que o fóton agora receba massa.

Deste modo ele apresentará uma componente de polarização longitudinal.

Neste sentido, uma simetria de Stückelber para o fóton é sugerida,

$$A_\mu = C_\mu + \frac{1}{m} \partial_\mu \xi$$

Analisando sob este ponto de vista,

$$\begin{aligned} & e^2 A_\mu A^\mu (v + H^*) (v + H) + ie \partial_\mu (v + H^*) A^\mu (v + H) - ie A_\mu \partial^\mu (v + H) (v + H^*) \\ & e^2 A_\mu A^\mu (v^2 + |H|^2 + vH^* + vH) + ie (\partial_\mu v + \partial_\mu H^*) A^\mu (v + H) \\ & - ie A_\mu \partial^\mu (v^2 + |H|^2 + vH^* + vH) + e^2 A_\mu A^\mu (v^2 + |H|^2 + vH^* + vH) \\ & + ie (v A^\mu \partial_\mu v + H A^\mu \partial_\mu v + A^\mu v \partial_\mu H^* + H A^\mu \partial_\mu H^*) - ie A_\mu \partial^\mu (v^2 + |H|^2 + vH^* + vH) \end{aligned}$$

Usando do fato que,

$$A_\mu A^\mu = \left(C_\mu + \frac{1}{\sqrt{ev}} \partial_\mu \xi \right) \left(C^\mu + \frac{1}{\sqrt{ev}} \partial^\mu \xi \right) = C_\mu C^\mu + \frac{2}{\sqrt{ev}} C_\mu \partial^\mu \xi + \left(\frac{1}{\sqrt{ev}} \partial_\mu \xi \right)^2$$

$$\begin{aligned} & e^2 A_\mu A^\mu \varphi^* \varphi = e^2 A_\mu A^\mu (v^2 + |H|^2 + vH^* + vH) \\ & + ie (v A^\mu \partial_\mu v + H A^\mu \partial_\mu v + A^\mu v \partial_\mu H^* + H A^\mu \partial_\mu H^*) - ie A_\mu \partial^\mu (v^2 + |H|^2 + vH^* + vH) \\ & = e^2 \left(C_\mu C^\mu + \frac{2}{\sqrt{ev}} C_\mu \partial^\mu \xi + \left(\frac{1}{\sqrt{ev}} \partial_\mu \xi \right)^2 \right) (v^2 + |H|^2 + vH^* + vH) + \\ & + iev \left[\left(C^\mu + \frac{1}{\sqrt{ev}} \partial^\mu \xi \right) \partial_\mu v + H \left(C^\mu + \frac{1}{\sqrt{ev}} \partial^\mu \xi \right) \partial_\mu v + \left(C^\mu + \frac{1}{\sqrt{ev}} \partial^\mu \xi \right) v \partial_\mu H^* + \right] \end{aligned}$$

$$+ievH \left(C^\mu + \frac{1}{\sqrt{ev}} \partial^\mu \xi \right) \partial_\mu H^\star - ie \left(C_\mu + \frac{1}{\sqrt{ev}} \partial_\mu \xi \right) \partial^\mu (v^2 + |H|^2 + vH^\star + vH)$$

Em resumo logo abaixo obtemos a correção oriunda do setor longitudinal do fóton resultadas pelo termo $(D_\mu \Phi)^\star D^\mu \Phi$.

$$\begin{aligned} e^2 A_\mu A^\mu \varphi^\star \varphi + ie \partial_\mu \varphi^\star A^\mu \varphi - ie A_\mu \partial^\mu \varphi \varphi^\star &= \left(\frac{e}{\sqrt{ev}} \partial_\mu \xi \right)^2 (v^2 + |H|^2 + vH^\star + vH) + \frac{ie}{\sqrt{ev}} v \partial^\mu \xi \partial_\mu v \\ &+ \frac{ie}{\sqrt{ev}} v H \partial^\mu \xi \partial_\mu v + \frac{ie}{\sqrt{ev}} v^2 \partial^\mu \xi \partial_\mu H^\star \\ &+ \frac{ie}{\sqrt{ev}} H \partial^\mu \xi \partial_\mu H^\star - \frac{ie}{\sqrt{ev}} \partial_\mu \xi (v^2 + |H|^2 + vH^\star + vH) \\ &+ O(e, e^2) \end{aligned}$$

Uma vez que o fóton apresenta massa, deve-se realizar as correções pertinentes ao setor longitudinal que agora poderá modificar os resultados encontrados anteriormente.

Ao realizarmos estas os termos que apresentarão correções serão,

$$\begin{aligned} &+g \frac{ie}{\sqrt{gv}} (A^\mu V_\mu^\star \varphi - A^\mu V_\mu \varphi^\star) (v^2 + |H|^2 + vH + vH^\star) \\ &+g \frac{ie}{(\sqrt{gv})^2} (\varphi A^\mu \partial_\mu \varphi^\star - \varphi^\star A^\mu \partial_\mu \varphi) (v^2 + |H|^2 + vH + vH^\star) \\ &+g \left(\frac{e}{\sqrt{gv}} \right)^2 A_\mu A^\mu |\varphi|^2 (v^2 + |H|^2 + vH + vH^\star) \end{aligned}$$

Estas correções assumirão a seguinte forma,

$$\begin{aligned} &+g \frac{ie}{\sqrt{gv}} \left[\left(C^\mu + \frac{1}{\sqrt{ev}} \partial^\mu \xi \right) V_\mu^\star \varphi - \left(C^\mu + \frac{1}{\sqrt{ev}} \partial^\mu \xi \right) V_\mu \varphi^\star \right] (v^2 + |H|^2 + vH + vH^\star) \\ &+g \frac{ie}{(\sqrt{gv})^2} \left[\varphi \left(C^\mu + \frac{1}{\sqrt{ev}} \partial^\mu \xi \right) \partial_\mu \varphi^\star - \varphi^\star \left(C^\mu + \frac{1}{\sqrt{ev}} \partial^\mu \xi \right) \partial_\mu \varphi \right] (v^2 + |H|^2 + vH + vH^\star) \\ &+g \left(\frac{e}{\sqrt{gv}} \right)^2 \left[C_\mu C^\mu + \frac{2}{\sqrt{ev}} C_\mu \partial^\mu \xi + \left(\frac{1}{\sqrt{ev}} \partial_\mu \xi \right)^2 \right] |\varphi|^2 (v^2 + |H|^2 + vH + vH^\star) \end{aligned}$$

Analisando o termo cinético $W^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^\star$ sujeitos as transformações do campo do fóton,

$$W^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^\star = e^2 (A^\mu V^\nu - A^\nu V^\mu) (A_\mu V_\nu^\star - A_\nu V_\mu^\star)$$

$$+ie(A^\mu V^\nu - A^\nu V^\mu)(\partial_\mu V_\nu^* - \partial_\nu V_\mu^*) - ie(\partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu)(A_\mu V_\nu^* - A_\nu V_\mu^*) \\ + \frac{e^2}{\sqrt{g\nu}} F^{\mu\nu}(A_\mu V_\nu^* - A_\nu V_\mu^*)\varphi + \frac{e^2}{\sqrt{e\nu}} F_{\mu\nu}(A^\mu V^\nu - A^\nu V^\mu)\varphi^*$$

Analisando separadamente estes termos,

$$e^2(A^\mu V^\nu - A^\nu V^\mu)(A_\mu V_\nu^* - A_\nu V_\mu^*) = 2e^2 A^\mu A_\mu V^\nu V_\nu^* - 2e^2 A^\mu V^\nu A_\nu V_\mu^* \\ 2e^2 \left[C_\mu C^\mu + \frac{2}{\sqrt{e\nu}} C_\mu \partial^\mu \xi + \left(\frac{1}{\sqrt{e\nu}} \partial_\mu \xi \right)^2 \right] V^\mu V_\mu^* - 2e^2 \left(C^\mu + \frac{1}{\sqrt{e\nu}} \partial^\mu \xi \right) \left(C_\nu + \frac{1}{\sqrt{e\nu}} \partial_\nu \xi \right) V^\nu V_\mu^*$$

Este termo acima não apresenta nenhuma divergência uma vez que o fator de corte $\frac{e}{m}$, $\left(\frac{e}{m}\right)^2$ está bem estabelecido, como resultado efetivo sob limite, $e, m \rightarrow 0$.

$$2 \left(\frac{e}{m}\right)^2 (\partial_\mu \xi)^2 V^\mu V_\mu^* - 2 \left(\frac{e}{m}\right)^2 \partial^\mu \xi \partial_\nu \xi V^\nu V_\mu^*$$

Analisando agora mais um outro termo,

$$ie(A^\mu V^\nu - A^\nu V^\mu)(\partial_\mu V_\nu^* - \partial_\nu V_\mu^*) = 2ieA^\mu V^\nu \partial_\mu V_\nu^* - 2ieA^\mu V^\nu \partial_\nu V_\mu^* \\ 2ie \left(C^\mu + \frac{1}{\sqrt{e\nu}} \partial^\mu \xi \right) V^\nu \partial_\mu V_\nu^* - 2ie \left(C^\mu + \frac{1}{\sqrt{e\nu}} \partial^\mu \xi \right) V^\nu \partial_\nu V_\mu^*$$

Não apresentando também nenhuma divergência, e sob limite do estabelecimento de escala, os termos que resultarão serão os a seguir,

$$2i \frac{e}{\sqrt{e\nu}} V^\nu \partial^\mu \xi \partial_\mu V_\nu^* - 2i \frac{e}{\sqrt{e\nu}} V^\nu \partial^\mu \xi \partial_\nu V_\mu^*$$

O termo complexo conjugado, naturalmente pelo conhecimento do termo anterior,

$$-ie(\partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu)(A_\mu V_\nu^* - A_\nu V_\mu^*) = -2ieA^\mu V^{\nu*} \partial_\mu V_\nu + 2ieA^\mu V^{\nu*} \partial_\nu V_\mu$$

Que sob transformação e limite de altas energias é comparado a,

$$-2i \frac{e}{\sqrt{e\nu}} V^{\nu*} \partial^\mu \xi \partial_\mu V_\nu + 2i \frac{e}{\sqrt{e\nu}} V^{\nu*} \partial^\mu \xi \partial_\nu V_\mu$$

Analisando os dois últimos termos, com influências agora de um fóton massivo,

$$+ \frac{e^2}{\sqrt{g\nu}} F^{\mu\nu}(A_\mu V_\nu^* - A_\nu V_\mu^*)\varphi + \frac{e^2}{\sqrt{g\nu}} F_{\mu\nu}(A^\mu V^\nu - A^\nu V^\mu)\varphi^*$$

O primeiro termo $\frac{e^2}{\sqrt{g\nu}} F^{\mu\nu}(A_\mu V_\nu^* - A_\nu V_\mu^*)\varphi$, perceberemos que, sob os limites adotados, se comportará efetivamente como,

$$\frac{e^2}{\sqrt{g\nu}} F^{\mu\nu} \left(\left(C_\mu + \frac{1}{\sqrt{e\nu}} \partial_\mu \xi \right) V_\nu^* - \left(C_\nu + \frac{1}{\sqrt{e\nu}} \partial_\nu \xi \right) V_\mu^* \right) \varphi$$

De modo explícito,

$$\frac{e^2}{\sqrt{g}v} F^{\mu\nu} C_\mu V_\nu^* + \frac{e^2}{\sqrt{e}v\sqrt{g}v} F^{\mu\nu} \varphi \partial_\mu \xi V_\nu^* - \frac{e^2}{\sqrt{g}v} F^{\mu\nu} C_\nu V_\mu^* \varphi - \frac{e^2}{\sqrt{e}v\sqrt{g}v} F^{\mu\nu} \varphi V_\mu^* \partial_\nu \xi$$

Em resumo teremos,

$$\frac{e^2}{\sqrt{e}v\sqrt{g}v} F^{\mu\nu} \partial_\mu \xi V_\nu^* \varphi - \frac{e^2}{\sqrt{e}v\sqrt{g}v} F^{\mu\nu} \varphi V_\mu^* \partial_\nu \xi + O(e^2)$$

Sendo natural propor que o termo restante, complexo conjugado $\frac{e^2}{\sqrt{g}v} F_{\mu\nu} (A^\mu V^\nu - A^\nu V^\mu) \varphi^*$, efetivamente se comportará como,

$$\frac{e^2}{\sqrt{e}v\sqrt{g}v} F^{\mu\nu} \partial_\mu \xi V_\nu \varphi^* - \frac{e^2}{\sqrt{e}v\sqrt{g}v} F^{\mu\nu} \varphi^* V_\mu \partial_\nu \xi + O^*(e^2)$$

O resultado que acabamos de recompor é que a geração de massa por intermédio de um mecanismo dinâmico de massa não apresenta divergências, assim como os outros mecanismos estudados anteriormente.

Neste ponto ficou-se claro que a divergência é sempre obtida quando estamos se tratando do termo de dipolo magnético.

O mecanismo de massa em questão não permite que absorvamos as divergências oriundas do termo que visa recompor o momento magnético.

Capítulo 6

Interações Provenientes das Correntes Covariantemente Conservadas.

Desde a herança de Parmênides de Eléia e de Platão estamos habituados a lidar com a noção de quantidades que permanecem inalteradas perante a mudança. Talvez a noção simples de simetria seja uma boa representação para este conceito.

Em Física ao depararmos com quantidades que se conservam estabelecemos a formulação dos conceitos que utilizando as faculdades do pensamento como a analogia, a semelhança e a diferença permitem-nos extrapolar resultados e torná-los de caráter preditivo¹.

As quantidades físicas sejam elas de natureza espaço temporal, como o momento angular, linear, energia ou então de natureza um pouco mais restrita, ditas simetrias de espaços internos, como a carga elétrica, o número bariônico, estranheza, charme etc.

A separação das simetrias internas e espaço temporais como acima apresentado se enquadra no sentido do teorema No-go de Coleman - Mandula em que preposições fundamentais a respeito da matriz S impediriam uma consistente unificação da Álgebra de Poincarè com a do grupo de simetrias internas.

Hoje sabemos que este teorema no-go pode ser contornado fazendo uso da construção de Haag, Sohnius e Lopuszanski em que as simetrias internas são incluídas a Álgebra de Lie do grupo de Poincarè desde que haja uma graduação da mesma, este fato, da origem ao conceito de super álgebra ou álgebra da Super Simetria.

Todavia no âmbito dos procedimentos usuais, em relação a como trabalhar com as simetrias, a questão que se prossegue naturalmente é descobrir por quais serão os

¹A Crítica da Razão Pura - Immanuel Kant

mecanismos que poderemos identificar estes entes conservados perante a aparente mudança.

A mecânica dos corpos extensos ou dos meios contínuos a tempos apresenta uma resposta embasada no teorema de Noëther de que perante um conjunto de parâmetros que caracterizam uma determinada operação de simetria é assegurado também a existência da mesma quantidade de parâmetros, quantidades que serão covariantemente conservadas.

Estas quantidades físicas que são conservadas perante uma transformação de simetria estão em pleno acordo com a noção epistemológica de que grandezas físicas possam vir a ser expressas para quaisquer sistemas de referência que a princípio adotaremos como inercial, ou seja covariantemente conservadas, ou seja estaremos descartando efeitos de uma geometria não Euclidiana ou Pseudo Euclidianas.

Se estivéssemos lidando com estes cenários precisaríamos um pouco mais cautela uma vez que ainda os melhores mecanismos que nos permitem extrair informações a respeito do que seria uma Hamiltoniana em Relatividade Geral, por exemplo, envolve o conceito de esfoliações, e estes quando sistematizados formam o mecanismo ADM (Arnowitt - Deser - Misner) que como sabemos não representa uma resposta final aos sistemas vinculados da gravitação einsteniana. Além do mais a relatividade geral não apresenta invariância conforme, sendo também não invariante de escala, tal fato pode ser simplesmente compreendido a partir da redefinição do tensor métrico como o produto de um fator de escala, em considerações práticas uma exponencial, na ação de Einstein-Hilbert com termos de superfícies.

Por isto que desejamos apenas lidar a priori com o conceito de covariantemente conservado em sistemas inerciais.

A fim de identificarmos as quantidades covariantemente conservadas dos modelos do campo vetorial massivo e carregado, do campo de rank dois e dos campos compostos com massa topológica, seguiremos uma estratégia simples. Vamos separar fazendo uso de diferenciais totais, o conteúdo que sob minimização do variacional refletirá as equações de movimento de um conteúdo que seja de natureza covariantemente conservada.

Não estaremos interessados a princípio qual será a operação de simetria que estará sendo realizada, mas sim estaremos interessados apenas na estrutura geral das correntes.

Tendo encontrado esta estrutura geral poderemos averiguar quais tipos de acoplamentos pode-se esperar das estruturas encontradas.

Quando questionarmos qual a forma mais geral que uma corrente poderá apresentar, devemos fazer uso dos chamados "Fatores de Forma", estes fatores de forma, indicam quais as mais fundamentais estruturas que uma determinada corrente pode apresentar independente de qual ordem de correção radiativa.

Para realizar esta profunda análise deveríamos reescrever os campos que definem as

correntes no espaço dos momentos. Feito isto por intermédio do uso de quantidades fundamentais como por exemplo, matrizes gama da álgebra de Clifford e das representações para os geradores das transformações de Poincarè, realizar manipulações de modo a recompor o momento de transferência que é caracterizado pela diferença de dois momentos. Os termos resultantes representarão a corrente na forma mais geral. Cada um dos setores da corrente carregará consigo um fator, este então denominado fatores de forma.

Realizarei uma espécie de análise dos fatores de forma, todavia, não farei uso do espaço dos momentos, e sim utilizarei nada mais do que o espaço dos campos e suas matrizes de transformações que garantem as simetrias espaço temporais.

Buscaremos discutir estas intenções na seguinte seção.

6.1 Características da interação provenientes das estruturas de correntes.

6.1.1 Correntes Covariantemente Conservadas para Campos Vetoriais Massivos e Carregados

Consideremos o densidade de Lagrangeano

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}W^{\mu\nu}W_{\mu\nu}^* + m^2W^\mu W_\mu^*$$

Como

$$-\frac{1}{2}W^{\mu\nu}W_{\mu\nu}^* = (D^\mu W^\nu - D^\nu W^\mu)W_{\mu\nu}^* = D^\mu W^\nu W_{\mu\nu}^*$$

Se realizando uma diferencial total,

$$D^\mu W^\nu W_{\mu\nu}^* = D^\mu (W^\nu W_{\mu\nu}^*) - D^\mu W_{\mu\nu}^* W^\nu$$

E redefinindo a densidade de Lagrangeano,

$$\mathcal{L} = D^\mu (W^\nu W_{\mu\nu}^*) - (D^\mu W_{\mu\nu}^* + m^2 W_\nu^*) W^\nu$$

Todavia poderíamos ter escolhido realizar operações em relação ao campo vetorial massivo e carregado de modo a reescrever a densidade de lagrangeana da seguinte forma.

$$\mathcal{L} = D^\mu (W^{*\nu} W_{\mu\nu}) - (D^\mu W_{\mu\nu} + m^2 W_\nu) W^{*\nu}$$

Deste modo o conteúdo covariantemente conservado poderá ser escrito como a seguir.

$$j_\mu = W^{*\nu} W_{\mu\nu} + W^\nu W_{\mu\nu}^*$$

Reescrevendo a corrente encontrada logo acima,

$$\begin{aligned} j_\mu &= W^{*\nu} (D_\mu W_\nu - D_\nu W_\mu) + W^\nu (D_\mu W_\nu^* - D_\nu W_\mu^*) \\ &= W^{*\nu} D_\mu W_\nu - W^{*\nu} D_\nu W_\mu + W^\nu D_\mu W_\nu^* - W^\nu D_\nu W_\mu^* = \\ &= D_\mu (W^{*\nu} W_\nu) - (W^{*\nu} D_\nu W_\mu + W^\nu D_\nu W_\mu^*) \end{aligned}$$

Sendo possível deduzir a condição de vínculo $D_\nu W^\nu = \frac{ie}{2m^2} F_{\mu\nu} W^{\mu\nu}$ a partir das equações de movimento².

A corrente resultante poderá ser decomposta de acordo com a estrutura abaixo

$$j_\mu = D_\mu (W^{*\nu} W_\nu) - D_\nu (W^{*\nu} W_\mu + W^\nu W_\mu^*) + \frac{ie}{2m^2} W_\mu F_{\alpha\beta} W^{*\alpha\beta} + \frac{ie}{2m^2} W_\mu^* F_{\alpha\beta} W^{\alpha\beta}$$

Analizamos agora o conteúdo das quantidades covariantemente conservadas e o expressando em termos de um mesmo fator comum.

$$W^{*\nu} W_\mu + W^\nu W_\mu^* = (\eta_{\alpha\mu} \delta_\beta^\nu + \eta_{\beta\mu} \delta_\alpha^\nu) W^{*\beta} W^\alpha$$

Identificando os parâmetros com o gerador das transformações de Lorentz,

$$\eta_{\alpha\mu} \delta_\beta^\nu + \eta_{\beta\mu} \delta_\alpha^\nu \equiv (\Sigma_{\alpha\beta})^\nu{}_\mu$$

E por fim também estabelecer relações entre as transformações de Lorentz com a derivada como uma representação do operador de Spin,

$$(\Sigma_{\alpha\beta})^\nu{}_\mu D_\nu \equiv (S_{\alpha\beta})_\mu$$

Pode-se então estabelecer a seguinte equação para a corrente

$$j_\mu = D_\mu (W^{*\nu} W_\nu) - (S_{\alpha\beta})_\mu W^\alpha W^{*\beta} + \frac{ie}{2m^2} W_\mu F_{\alpha\beta} W^{*\alpha\beta} + \frac{ie}{2m^2} W_\mu^* F_{\alpha\beta} W^{\alpha\beta}$$

Realizando uma leitura da corrente covariantemente conservada obtida acima é possível reconhecer um termo cuja estrutura geométrica é equivalente a do momento de dipolo magnético.

Agora quando realizarmos uma interação mínima entre a corrente com o campo do Fóton, observa-se um resultado interessante,

$$j_\mu A^\mu = D_\mu (W^{*\nu} W_\nu) A^\mu - (S_{\alpha\beta})_\mu A^\mu W^\alpha W^{*\beta} + \frac{ie}{2m^2} A^\mu W_\mu F_{\alpha\beta} W^{*\alpha\beta} + \frac{ie}{2m^2} A^\mu W_\mu^* F_{\alpha\beta} W^{\alpha\beta}$$

² $D_\mu W^{\mu\nu} + m^2 W^\nu = 0$
 $D_\nu D_\mu W^{\mu\nu} + m^2 D_\nu W^\nu = 0$
 $\frac{ie}{2} F_{\nu\mu} W^{\mu\nu} + m^2 D_\nu W^\nu = 0$
 $\therefore D_\nu W^\nu = \frac{ie}{2m^2} F_{\mu\nu} W^{\mu\nu}$

O conteúdo da equação acima indica claramente a existência de termos proporcionais ao momento de dipolo Magnético.

Nota-se também a presença de um termo proporcional ao tensor dos campos de Maxwell.

Estes termos não são inteiramente desconhecidos, uma vez que já aparecerem na dedução do momento magnético lido diretamente das equações de movimento. Seus efeitos tornam-se desprezíveis quando utilizamos como limite um caso não relativístico.

Realizado o estudo das correntes covariantemente conservadas para o campo vetorial massivo, realizamos também esta para o campo de rank dois.

6.1.2 Estrutura das Correntes Covariantemente Conservadas: Campos Tensoriais.

Seja a densidade de Lagrangeana.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{3}G^{\mu\nu\kappa}G_{\mu\nu\kappa}^* + m^2 B^{\mu\nu}B_{\mu\nu}^*$$

Realizando um pequeno rearranjo algébrico,

$$-\frac{1}{3}G^{\mu\nu\kappa}G_{\mu\nu\kappa}^* = G^{\mu\nu\kappa} (D_\mu B_{\nu\kappa}^* + D_\nu B_{\kappa\mu}^* + D_\kappa B_{\mu\nu}^*) = -D_\mu B_{\nu\kappa}^* G^{\mu\nu\kappa}$$

Escrevendo uma transformação com um diferencial total,

$$-D_\mu B_{\nu\kappa}^* G^{\mu\nu\kappa} = -D_\mu (B_{\nu\kappa}^* G^{\mu\nu\kappa}) + B_{\nu\kappa}^* D_\mu G^{\mu\nu\kappa}$$

A densidade de Lagrangeana poderá ser reescrita da seguinte forma.

$$\mathcal{L} = -D_\mu (B_{\nu\kappa}^* G^{\mu\nu\kappa}) + (D_\mu G^{\mu\nu\kappa} + m^2 B^{\nu\kappa}) B_{\nu\kappa}^*$$

Nada nos impediria a princípio de escolhermos representar a estrutura de correntes em termos do campo conjugado de carga.

$$\mathcal{L} = -D_\mu (B_{\nu\kappa} G^{*\mu\nu\kappa}) + (D_\mu G^{*\mu\nu\kappa} + m^2 B^{*\nu\kappa}) B_{\nu\kappa}$$

A partir das densidades de Lagrangeanas acima, é possível estabelecer as corrente covariantemente conservadas.

$$j^\mu = -(B_{\nu\kappa}^* G^{\mu\nu\kappa} + B_{\nu\kappa} G^{*\mu\nu\kappa})$$

Analisando a estrutura de correntes em termos dos conteúdos mais explícitos,

$$\begin{aligned} j^\mu &= -B_{\nu\kappa}^* (D^\mu B^{\nu\kappa} + D^\nu B^{\kappa\mu} + D^\kappa B^{\mu\nu}) - B_{\nu\kappa} (D^\mu B^{*\nu\kappa} + D^\nu B^{*\kappa\mu} + D^\kappa B^{*\mu\nu}) \\ j^\mu &= -D^\mu (B^{\nu\kappa} B_{\nu\kappa}^*) - B_{\nu\kappa}^* D^\nu B^{\kappa\mu} - B_{\nu\kappa}^* D^\kappa B^{\mu\nu} - B_{\nu\kappa} D^\nu B^{*\kappa\mu} - B_{\nu\kappa} D^\kappa B^{*\mu\nu} \end{aligned}$$

Reorganizando agora esta corrente,

$$\begin{aligned} j^\mu &= -D^\mu (B^{\nu\kappa} B_{\nu\kappa}^*) - D^\nu (B_{\nu\kappa}^* B^{\kappa\mu} + B_{\nu\kappa} B^{*\kappa\mu}) + B^{\kappa\mu} D^\nu B_{\nu\kappa}^* + B^{*\kappa\mu} D^\nu B_{\nu\kappa} \\ &\quad - D^\kappa (B_{\nu\kappa}^* B^{\mu\nu} + B_{\nu\kappa} B^{*\mu\nu}) + B^{\mu\nu} D^\kappa B_{\nu\kappa}^* + B^{*\mu\nu} D^\kappa B_{\nu\kappa} \end{aligned}$$

A equação de movimento para o campo de rank dois permite-nos estabelecer um vínculo auxiliar³.

$$D_\nu B^{\nu\kappa} = \frac{ie}{2m^2} F_{\mu\nu} G^{\mu\nu\kappa}$$

Fazendo uso deste resultado, a corrente poderá ser reescrita,

$$\begin{aligned} j^\mu &= -D^\mu (B^{\nu\kappa} B_{\nu\kappa}^*) \\ &\quad - D^\nu (B_{\nu\kappa}^* B^{\kappa\mu} + B_{\nu\kappa} B^{*\kappa\mu}) + B^{\kappa\mu} \left(-\frac{ie}{2m^2} F^{\mu\nu} G_{\mu\nu\kappa}^* \right) + B^{*\kappa\mu} \left(\frac{ie}{2m^2} F^{\mu\nu} G_{\mu\nu\kappa} \right) \\ &\quad - D^\kappa (B_{\nu\kappa}^* B^{\mu\nu} + B_{\nu\kappa} B^{*\mu\nu}) + B^{\mu\nu} \left(-\frac{ie}{2m^2} F^{\mu\kappa} G_{\mu\kappa\nu}^* \right) + B^{*\mu\nu} \left(\frac{ie}{2m^2} F^{\mu\kappa} G_{\mu\kappa\nu} \right) \end{aligned}$$

Ou seja de modo mais organizado, a corrente pode ser expressa,

$$\begin{aligned} j^\mu &= -D^\mu (B^{\nu\kappa} B_{\nu\kappa}^*) - D^\nu (B_{\nu\kappa}^* B^{\kappa\mu} + B_{\nu\kappa} B^{*\kappa\mu}) - D^\kappa (B_{\nu\kappa}^* B^{\mu\nu} + B_{\nu\kappa} B^{*\mu\nu}) \\ &\quad + \frac{ie}{2m^2} F^{\mu\nu} (B^{*\kappa\mu} G_{\mu\nu\kappa} - B^{\kappa\mu} G_{\mu\nu\kappa}^*) + \frac{ie}{2m^2} F^{\mu\kappa} (B^{*\mu\nu} G_{\mu\kappa\nu} - B^{\mu\nu} G_{\mu\kappa\nu}^*) \end{aligned}$$

$${}^3 D_\mu G^{\mu\nu\kappa} + m^2 B^{\nu\kappa} = 0$$

$$D_\nu D_\mu G^{\mu\nu\kappa} + m^2 D_\nu B^{\nu\kappa} = 0$$

$$\frac{ie}{2} F_{\nu\mu} G^{\mu\nu\kappa} + m^2 D_\nu B^{\nu\kappa} = 0$$

$$\therefore D_\nu B^{\nu\kappa} = \frac{ie}{2m^2} F_{\mu\nu} G^{\mu\nu\kappa}$$

Analisando agora separadamente de modo a escrever perante um mesmo objeto comum.

$$B_{\nu\kappa}^* B^{\kappa\mu} + B_{\nu\kappa} B^{*\kappa\mu} = (\delta_\nu^\alpha \eta^{\mu\beta} + \delta_\nu^\beta \eta^{\mu\alpha}) B_{\alpha\kappa}^* B_\beta^\kappa = (\Sigma^{\alpha\beta})_\nu^\mu B_{\alpha\kappa}^* B_\beta^\kappa$$

Deste modo

$$D^\nu (B_{\nu\kappa}^* B^{\kappa\mu} + B_{\nu\kappa} B^{*\kappa\mu}) = (\Sigma^{\alpha\beta})_\nu^\mu D^\nu (B_{\alpha\kappa}^* B_\beta^\kappa) = (S^{\alpha\beta})^\mu B_{\alpha\kappa}^* B_\beta^\kappa$$

De modo genérico, reorganizamos a expressão para o termo consecutivo que desejamos simplificar.

$$B_{\nu\kappa}^* B^{\mu\nu} + B_{\nu\kappa} B^{*\mu\nu} = (\delta_\kappa^\sigma \eta^{\mu\theta} + \delta_\kappa^\theta \eta^{\sigma\mu}) B_{\nu\sigma}^* B_\theta^\nu = (\Sigma^{\sigma\theta})_\kappa^\mu B_{\nu\sigma}^* B_\theta^\nu$$

Portanto deste modo,

$$D^\kappa (B_{\nu\kappa}^* B^{\mu\nu} + B_{\nu\kappa} B^{*\mu\nu}) = (\Sigma^{\sigma\theta})_\kappa^\mu D^\kappa (B_{\nu\sigma}^* B_\theta^\nu) = (S^{\sigma\theta})^\mu B_{\nu\sigma}^* B_\theta^\nu$$

De acordo com estas redefinições, a corrente covariantemente conservada será escrita agora como a seguir.

$$j^\mu = -D^\mu (B^{\nu\kappa} B_{\nu\kappa}^*) - (S^{\alpha\beta})^\mu B_{\alpha\kappa}^* B_\beta^\kappa - (S^{\sigma\theta})^\mu B_{\nu\sigma}^* B_\theta^\nu \\ + \frac{ie}{2m^2} F^{\mu\nu} (B^{*\kappa\alpha} G_{\alpha\nu\kappa} - B^{\kappa\alpha} G_{\alpha\nu\kappa}^*) + \frac{ie}{2m^2} F^{\mu\kappa} (B^{*\alpha\nu} G_{\alpha\kappa\nu} - B^{\alpha\nu} G_{\alpha\kappa\nu}^*)$$

Ao fazermos uma leitura desta corrente observa-se que apresenta como de esperado uma estrutura geométrica para o momento de dipolo magnético. O resultado total está acrescido de dois termos.

Estes termos assim como também aconteceu para o campo vetorial massivo é oriundo da condição auxiliar das equações de movimento.

Critérios que como já analisados não representam contribuições significativas em uma situação de limite não relativístico.

Quando investigamos a interação mínima da corrente covariantemente conservada com o fóton, temos como resultado a seguinte expressão.

$$j^\mu A_\mu = -A_\mu D^\mu (B^{\nu\kappa} B_{\nu\kappa}^*) - (S^{\alpha\beta})^\mu A_\mu B_{\alpha\kappa}^* B_\beta^\kappa - (S^{\sigma\theta})^\mu A_\mu B_{\nu\sigma}^* B_\theta^\nu$$

$$+\frac{ie}{2m^2}A_\mu F^{\mu\nu} (B^{*\kappa\theta}G_{\theta\nu\kappa} - B^{\kappa\theta}G_{\theta\nu\kappa}^*) + \frac{ie}{2m^2}A_\mu F^{\mu\kappa} (B^{*\theta\nu}G_{\theta\kappa\nu} - B^{\theta\nu}G_{\theta\kappa\nu}^*)$$

Esta interação mínima proposta entre campo do fóton com corrente covariantemente conservada reproduz o momento magnético corrigido de fatores de escala.

Nossa tarefa agora será investigar as correntes covariantemente conservadas para o modelo de dois campos.

6.1.3 Estrutura das Correntes Covariantemente Conservadas: Modelo Composto B e W

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^*W^{\mu\nu} + \frac{1}{6}G_{\mu\nu\kappa}^*G^{\mu\nu\kappa} + \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_\mu^*D_\nu B_{\kappa\lambda} + \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_\mu D_\nu B_{\kappa\lambda}^*$$

Primeiramente analisaremos em relação ao campo vetorial. Para tal feito reescreveremos a densidade de Lagrangeana utilizando manipulações simples de diferenciais totais.

$$-\frac{1}{2}W^{\mu\nu}W_{\mu\nu}^* = W^{\mu\nu*}D_\mu W_\nu = D_\mu (W_\nu W^{\mu\nu*}) - W_\nu D_\mu W^{\mu\nu*}$$

De modo que

$$\mathcal{L} = D_\mu (W_\nu W^{\mu\nu*}) - \left(D_\mu W^{\mu\nu*} - \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}D_\mu B_{\kappa\lambda}^* \right) W_\nu + \frac{1}{6}G_{\mu\nu\kappa}^*G^{\mu\nu\kappa} + \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_\mu^*D_\nu B_{\kappa\lambda}$$

Afim de simplificarmos, utilizamos o fato que

$$\frac{1}{6}G_{\mu\nu\kappa}^*G^{\mu\nu\kappa} = \frac{1}{2}G^{*\mu\nu\kappa}D_\nu B_{\kappa\mu}$$

Utilizando este resultado é possível escrever a densidade de Lagrangeana da seguinte forma,

$$\mathcal{L} = D_\mu (W_\nu W^{\mu\nu*}) - \left(D_\mu W^{\mu\nu*} - \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}D_\mu B_{\kappa\lambda}^* \right) W_\nu + \frac{1}{2} (G^{*\lambda\nu\kappa} + m\epsilon^{\mu\lambda\nu\kappa}W_\mu^*) D_\nu B_{\kappa\lambda}$$

Realizando o mesmo procedimento para os campos conjugados de carga, e escrevendo a corrente que se conservará covariantemente.

$$j^\mu = W_\nu W^{*\mu\nu} + W_\nu^* W^{\mu\nu}$$

E é a mesma que encontramos para o caso de Proca.

Quando agora investigamos quais efeitos são provenientes da abordagem para o campo de rank dois.

Novamente se partirmos desta densidade de Lagrangeana,

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^*W^{\mu\nu} + \frac{1}{6}G_{\mu\nu\kappa}^*G^{\mu\nu\kappa} + \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_{\mu}^*D_{\nu}B_{\kappa\lambda} + \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_{\mu}D_{\nu}B_{\kappa\lambda}^*$$

Realizando algumas manipulações algébricas é possível expressar.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}W_{\mu\nu}^*W^{\mu\nu} + \frac{1}{2}D_{\nu} [G^{*\nu\kappa\lambda}B_{\kappa\lambda} + m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_{\mu}^*B_{\kappa\lambda}] - \frac{1}{2}B_{\kappa\lambda} (D_{\nu}G^{*\lambda\nu\kappa} + m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}D_{\nu}W_{\mu}^*) + \frac{1}{2}m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}W_{\mu}D_{\nu}B_{\kappa\lambda}^*$$

Analisando também para o conjugado de carga do campo de spin um massivo, encontra-se que a quantidade covariantemente conservada será,

$$j^{\nu} = G^{*\nu\kappa\lambda}B_{\kappa\lambda} + G^{\nu\kappa\lambda}B_{\kappa\lambda}^* + m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} (W_{\mu}^*B_{\kappa\lambda} + W_{\mu}B_{\kappa\lambda}^*)$$

Os dois primeiros termos já forma por nós analisados para os campos genuinamente de rank dois.

Ou seja neste presente caso a corrente possuíra a seguinte forma,

$$\begin{aligned} j^{\nu} = & -D^{\nu} (B^{\alpha\beta}B_{\alpha\beta}^*) - (S^{\alpha\beta})^{\nu} B_{\alpha\kappa}^* B_{\beta}^{\kappa} - (S^{\sigma\theta})^{\nu} B_{\alpha\sigma}^* B_{\theta}^{\alpha} \\ & + \frac{ie}{2m^2}F^{\nu\alpha} (B^{*\kappa\beta}G_{\beta\alpha\kappa} - B^{\kappa\mu}G_{\mu\alpha\kappa}^*) + \frac{ie}{2m^2}F^{\nu\kappa} (B^{*\alpha\beta}G_{\alpha\kappa\beta} - B^{\alpha\beta}G_{\alpha\kappa\beta}^*) \\ & + m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} (W_{\mu}^*B_{\kappa\lambda} + W_{\mu}B_{\kappa\lambda}^*) \end{aligned}$$

O que pode-se perceber a partir da corrente covariantemente conservada acima é que além de recuperar como esperávamos, o termo de estrutura para o fator giromagnético e além destes obtemos mais dois termos que acoplam o campo vetorial massivo com o campo de rank dois.

Ao realizar o acoplamento mínimo entre corrente covariantemente conservada com o campo do fóton

$$j^{\nu}A_{\nu} = -A_{\nu}D^{\nu} (B^{\alpha\beta}B_{\alpha\beta}^*) - (S^{\alpha\beta})^{\nu} A_{\nu}B_{\alpha\kappa}^* B_{\beta}^{\kappa} - (S^{\sigma\theta})^{\nu} A_{\nu}B_{\alpha\sigma}^* B_{\theta}^{\alpha}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{ie}{2m^2} F^{\nu\alpha} A_\nu (B^{*\kappa\beta} G_{\beta\alpha\kappa} - B^{\kappa\mu} G_{\mu\alpha\kappa}^*) + \frac{ie}{2m^2} F^{\nu\kappa} A_\nu (B^{*\alpha\beta} G_{\alpha\kappa\beta} - B^{\alpha\beta} G_{\alpha\kappa\beta}^*) \\
& + m\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} A_\nu (W_\mu^* B_{\kappa\lambda} + W_\mu B_{\kappa\lambda}^*)
\end{aligned}$$

Suspeito que como conclusão seja possível um resultado muito interessante, pelo menos pra mim. As correntes indicam vínculos a respeito das interações que poderão existir, dependendo do conteúdo físico o qual interagirá.

Vale ressaltar que a priori o problema seria descrito pelas equações de movimento oriundas da densidade de Lagrangeana dos campos compostos. Todavia durante o processo de obtenção das quantidades covariantemente conservadas observa-se que existe vínculos que carregam a informação dos campos em um regime em que não estavam acoplados de acordo com o modelo proposto.

Isso pode ser visto diante da substituição a fim de separar cada campo de acordo com a sua natureza. Isso enfatiza que se os campos satisfizerem a condição que minimizam o variacional e também satisfizerem as antigas equações de movimento, que independia do acoplamento dos campos vetoriais com os de rank dois, então um conteúdo será explicitamente covariantemente conservado, uma vez que a densidade de lagrangeana seria diferente apenas por termos de quadridivergência.

Concretizando nossos procedimentos percebemos que além de descobrirmos quais quantidades seriam covariantemente conservadas, descobrimos também que elas por si só estabelecem noções a respeito de quais tipos de interação podem existir e quais as suas classificações, isso reflete do fato de que com este formalismo reobtemos os resultados anteriores via outras abordagens.

Capítulo 7

Uma pequena revisão geral das principais ideias.

No decorrer do nosso trabalho realizamos um estudo a respeito do efeitos eletromagnéticos que determinados modelos poderiam apresentar. Como grandeza física "medida" escolhemos o momento magnético como o fenômeno em questão.

Tal escolha foi fundamentada pela alta precisão que estas medidas vem apresentando em nossa presente era experimental. Além do mais como discutido esta interação genuinamente magnética possui as simetrias discretas de pleno acordo com as do eletromagnetismo. Resultado bem distinto acontece quando nos referimos da grandeza momento de dipolo elétrico. Não é que o momento de dipolo elétrico seja menos importante. A questão é que para nossos interesses o mais indicado foi o estudo do magnetismo. O interesse do momento de dipolo elétrico seria fundamentado por uma discussão posterior, uma vez que este fenômeno aparenta possuir ainda muita física fundamental por de trás da mesma manifestação. E tal abordagem certamente exigiria provavelmente de uma nova interpretação geométrica para a natureza do espaço tempo.

Em relação ao momento de dipolo magnético, calculamos explicitamente o valor para o fator giromagnético no caso do campo de spin um e no caso para o campo de rank dois. Como resultado obtemos fator giromagnético unitário. De acordo com os argumentos de renormalizabilidade e concordâncias experimentais corrigimos os momentos magnéticos com a introdução de termos de dipolos.

A estrutura destes termos de dipolo sugerem que efeitos podem vir a ser relevantes em altas frequências, uma vez que, nestes modos, os campos oscilariam com menor comprimento de onda. Fato é naturalmente observado que o termo de dipolo é um tri vértice em termos da interação bósons vetoriais e momento vezes fóton.

Suspeitando dos possíveis resultados extras advindos da formulação em altas energias, realizamos o uso de uma simetria que foi capaz de separar claramente os conteúdos que poderiam carregar cada um dos campos utilizados.

Este formalismo como visto apresenta a estrutura da simetria de Calibre. Com a incrementação de um termo de massa cuja importância está nas contagens de potência da estrutura em questão. De modo com condições de calibre realizadas sobre os campos de Stückelberg, tornamos nossa modelagem invariante perante aos termos utilizados.

A decomposição de Stückelberg teve como objetivo bastante claro em explicitar os termos em que no limite de altas energias apresentavam divergências.

É muito importante enaltecer que trabalhamos com basicamente três modelos os quais mecanismos de massas distintas caracterizam cada um dos mesmo. Um com massa de quebra explícita de simetria na densidade de Lagrangeano, o segundo com mecanismo de massa do tipo topológico, onde o termo de massa é inserida de modo a não quebrar a simetria da densidade de Lagrangeano, uma vez que seu termo compõe um termo invariante de Calibração. Como terceiro estudo abordamos um modelo em que há um mecanismo dinâmico de massa em que após a quebra espontânea de simetria, os campos todos adquiririam setor longitudinal e este por simetria de Poincaré representa a massa.

Todavia nesses três modelos as divergências ressaltadas pelo mecanismo de Stückelberg não foram produzidas pelos termos que acompanham o parâmetro de massa, de modo que estes termos, fazendo uso de um fator de escala (Cut Off) não representam aparentes divergências quando analisamos o limite de altas energias sob o critério de carga e massa sendo nulos. Contudo estes termos ressaltados apresentou perda de renormalizabilidade.

Então o argumento de que divergências foram criadas por meio da quebra de simetria aparentemente não se torna consistente com nossas análises.

Colocando em análises agora o setor dinâmico do campo de spin um carregado, observamos que o mesmo não apresentou divergências que foram mensuradas pelo mecanismo de Stückelberg quando analisados sob o ponto de vista de altas frequências. Todavia o termo de dipolo apresentou divergências que não puderam ser parametrizadas. A renormalizabilidade deste modelo perante as transformações em questão também foi perdida.

Nos referindo agora ao campo de rank dois, observamos que apenas a renormalizabilidade é perdida perante o uso da simetria de Stückelberg. Uma vez que divergências puderam ser parametrizadas perante o uso de uma escala.

Do mesmo modo o termo que recompunha o fator giromagnético padrão para este modelo sob a simetria de Stückelberg nos informa acentuadas divergências.

O modelo em que analisamos o mecanismo dinâmico de massa para o campo vetorial carregado e para o fóton, de acordo com nossas análises, também não houve divergências quando analisados em um regime de altas energias. Tal fato deve-se que quando é estabelecida uma escala de massa por intermédio do mecanismo, as oportunas divergências tornam-se absorvidas pelo parâmetro de escala.

Percebe-se também que o argumento de que o vínculo entre as constantes de estrutura seriam capazes de reprimir as divergências que surgem quando se é inserido o fator

giromagnético, até o presente momento, concluímos não ser exatamente assim, pois, os termos que poderiam ser absorvidos não são produzidos pelo mecanismo dinâmico.

Realizada estas investigações propomos o estudo de quantidades fundamentais das teorias de campo, as correntes.

Para cada um dos modelos apresentados calculamos as correspondentes correntes covariantemente conservadas. Estas como de costume foram lidas por intermédio de simples cálculos de diferenciais totais.

Apesar dos procedimos de obtenção serem razoavelmente simples, entendemos que, as correntes por si só, permitiam conhecer a natureza da interação a qual esta estaria sendo sujeita devido a interação com um campo de calibre em questão.

Capítulo 8

Reflexões

O ponto de discussão agora centra-se em qual a origem das divergências e de termos induzido representações não renormalizável. O que sou capaz de dizer até o presente momento é que certamente estamos tratando de uma teoria efetiva.

Em outras palavras isso significa que o modelo de eletrodinâmica vetorial abeliano não é capaz de lidar com o comportamento dos campos constituintes quando os mesmos apresentam alta frequência.

Reconhecendo que a teoria eletrofraca é uma teoria renormalizável e esta é construída fazendo uso de simetrias não abelianas, é de se esperar que o nosso modelo em questão apenas apresentaria suas divergências eliminadas quando estas modificações o forem aproximando da "Teoria Padrão", pois estaríamos montando-a pelo uso do raciocínio indutivo.

Todavia o senso crítico é capaz de suspeitar de um pequeno detalhe.

Sabemos hoje que a conservação da carga elétrica e a invariância de Lorentz são os elementos fundamentais para a fundação da teoria do eletromagnetismo no âmbito clássico ou quântico.

O amadurecimento do entendimento dos dados experimentais concordam que em certos regimes de energia a descrição de um fenômeno por intermédio de um eletromagnetismo já é o suficiente, ou seja, a escala de elétrons Volts, e a escala de Mega elétrons Volts. Todavia certos fenômenos precisam de correções de ordem quânticas. Estes podem vir de setores de interações de outras naturezas.

Compreendendo este raciocínio podemos então entender que estamos esperando a existência de um modelo sem auto interação descrever um objeto vetorial e massivo. Mas a experiência apenas foi capaz de afirmar a existência de objetos não massivos dentro desta escala de energia.

Então por um lado a presença de divergências quando olhadas por este prisma, não acaba sendo um problema que é gerado e sim uma inconsistência que estava presente no modelo, e apenas manifesta-se, nas escalas de energia em que as correções seriam

necessária, uma vez que pode ser que a energia em questão não tenha sido suficiente para garantir a existência da partícula correspondente. Ou seja talvez seja que estamos se tratando de partículas virtuais, no sentido de que a energia ainda não foi a suficiente.

As transições de fases quânticas ocasionadas pela quebra espontânea de simetria e da interação com o Bóson de Higgs nos ensina que necessitamos da escala de algumas centenas de Giga elétrons Volts para que a fenomenologia esteja consistente.

Esta análise aparentemente um pouco vaga poderá se esclarecer um pouco mais quando compararmos a escala de energia das interações nucleares fracas com a escala de energia do eletromagnetismo.

Quando analisamos de onde provém as divergências, compreendemos que é sempre do termo de dipolo elétrico. Mais precisamente, o termo de caráter longitudinal quando interagente com as estruturas do momento de dipolo magnético, em resumo nos fornece divergências que a princípios dizemos ser infinitas.

A lição que o mecanismo dinâmico de massa nos fornece é que a redefinição de um setor longitudinal será o responsável pela garantia de massa.

Por outro lado podemos sugerir que o mecanismo de massa em questão não acaba sendo prejudicial no sentido de gerar ou não as divergências, tomando como base é claro os mecanismos de massa por nós empregados.

Após ter realizado os cálculos dos momentos magnéticos, fui capaz de concluir uma questão muito interessante. O mecanismo o qual utilizei para o cálculo até o momento desconheço criadores, talvez seja por que não se passe nada a mais do que simples manipulações algébricas. Mas o que conclui não tange a estes aspectos de vaidade, e sim que diante do cálculo do momento magnético dos campos compostos, percebi que um termo fundamental era sempre apresentado. Alguma lei de conservação covariante.

Por esta lei de conservação covariante percebi que uma vez feito o uso de argumentos geométricamente simples ortogonalidade foi possível concluir que o sistema de campos compostos em termos da interação de momento magnético pode ser tratada como nos casos em que estes campos estavam sendo descritos individualmente em suas naturezas.

Este fato é interessante no sentido de que uma rápida leitura do propagador reconhecemos lidar com um campo vetorial.

Todavia como acabamos de enfatizar o momento magnético em certo sentido insinua suas estruturas individuais.

Estes meses os quais estou envolvido com estas questões me permitiu entender significados complementares ao teorema das correntes covariantemente conservadas, umas vez que, como discutido em termos aproximadamente geométricas, o campo de origem puramente magnética pertence a um mesmo plano de interação do que o campo de interação, deste modo a questão que ainda para mim está aberta é que qual o significado de interação magnética, uma vez que se a resposta for interagir minimamente com o campo B, então em certos eventos poderá existir interferências aos quais o campo de natureza não

magnética poderá apresentar efeitos que efetivamente sejam traduzidos como de natureza eletromagnéticas.

A discussão a respeito de qual a relação comum e fundamental para a carga, massa e o spin foram na prática nossos principais atores, os quais por intermédio de vínculos representaram ou limites para uma dada teoria, ou então o como esta pode reagir diante uma interação de interesse.

Em suma espero que esteja profundamente marcado para a pessoa que acompanhou desde o início estas páginas que o eletromagnetismo e suas extensões podem ser para o físico teórico assim como um laboratório para lidar com questões fundamentais que extrapolam nossas possibilidades atuais e até mesmo fogem do âmbito natural de nossas imaginações. Podemos assim dizer que acaba sendo tão importante o quanto um laboratório é para um experimentalista, ou como aglomerados de estrelas e galáxias são para os astrofísico e indubitavelmente para os poetas.

Referências Bibliográficas

- [1] Baumann. D. www.damtp.cam.ac.uk/user/db275/Cosmology/Lectures.pdf. acessado em 06/06/2014
- [2] Ade. P et al. **arXiv:1403.3985v2 [astro-ph.CO] 18 Mar 2014**
- [3] home.web.cern.ch/about/updates/2013/07/higgs-boson-one-year. acessado em 14/06/2014
- [4] Dirac. P. Proc. R. Soc. Lond. A, 338. 1974. **doi: 10.1098/rspa.1974.0095**
- [5] Bouchet. R. **arxiv.org/abs/1405.0439**
- [6] Curso de Física de Berkeley - Mecânica, Vol 1. Editora Reverte. 1988
- [7] Banks. T et al. arXiv:hep-th/9610043v3 15 Jan 1997
- [8] Chinese Journal of Physics, 30, 7, 1992
- [9] Gurevich. Y.V et al. Science 343, 269 . 2014. **doi: 10.1126/science.1248213**
- [10] Koruda. N et al. Nature 3089, 5 . 2014. **doi: 10.1038/ncomms4089**
- [11] Fonda. L et al. "Symmetry Principles in Quantum Physics. Institute of Theoretical Physics. University of Trieste. Trieste, Italy. 1970
- [12] Ellis. J et al. Int. J. Mod. Phys, A11. 1489-1505. 1996. **ArXiv:hep-th/9212057v1 9 Dec 1992**
- [13] Lee. T. D; Yang. C. N. Physical Review 104, 254 . 1956. **doi: 10.1103/Phys-Rev.104.254**
- [14] Lee. T. D; Yang. C.N. Physical Review 105, 5 . 1957. **doi: 10.1103/Phys-Rev.105.1671**
- [15] Salam. A. Il Nuovo Cimento 1, 1 . 1957.
- [16] Stanev. T. Ultra High Energy Cosmic Rays. Summer Institute on Particle Physics. 2004.**www.slac.stanford.edu/econf/.../L020.PDF**. acessado em 05/06/2014

- [17] Wilson. F. American Journal of Physics, 36. 1968
- [18] Review Section of Physics Letters, 2, 73. 1982. Moscow, USSR.
- [19] Cronin. J.W et al. Physical Review Letters, 13, 4. 1964. **doi: 10.1103/PhysRevLett.13.138**
- [20] Yang. C. N; Mills. L. R. Physical Review, 96, 1. 1974. **doi: 10.1103/PhysRev.96.191**
- [21] Porrati. M; Rahman. R. Nucl. Phys. B, 814, 370. 2009 **Arxiv: 0812.4254v2 [hep-th] 13 Feb 2009**
- [22] Zinoviev. M. Nuclear Physics B 821 [PM] .2009
- [23] Ferrara. S et al. Physical Review D 46, 8 . 1992. **doi: 10.1103/PhysRevD.46.3529**
- [24] Nambu. Y. Physical Review 122, 345 . 1961. **doi: 10.1103/PhysRev.122.345**
- [25] Englert. F. Physical Review 13, 321 . 1964. **doi: 10.1103/PhysRev.13.321**
- [26] Kibble. T.W.B et al. Physical Review 13, 585 . 1964. **doi: 10.1103/PhysRevLett.13.585**
- [27] Higgs. P. Physical Review 13, 508 . 1964. **doi: 10.1103/PhysRev.13.508**
- [28] Goldstone. J. Il Nuovo Cimento 19, 154. 1961. **doi: 10.1007/BF02812722**
- [29] Goldstone. J. Physical Review 127, 965. 1962. **doi: 10.1103/PhysRev.127.965**
- [30] Grover. T et al. Science 344, 280. 2014
- [31] Mooser. A et al. Nature 509, 596. 2014. **doi:10.1038/nature13388**
- [32] Aboubrahim. A et al. Physical Review D, 89. 2014. **doi: 10.1103/PhysRevD.89.055009**
- [33] Altschul. B. Astroparticle Physics, 29, 290. 2008. **doi: 10.1016/j.astropartphys.2008.02.006**
- [34] Dongen. J. Studies in History and Philosophy of Science Part B, 33, 185. 2002. **doi: 10.1016/S1355-2198(02)00017-5**
- [35] Dirac. P. Annals of Mathematics, 2, 37. 1936.
- [36] Petersen. J. L. Int. J. Mod. Phys A, 14. 1999. **doi: 10.1142/S0217751X99001676**
- [37] Blue. J. L. http://thesis.library.caltech.edu/3862/1/Blue_j_1966.pdf . acessado em 14/06/2014

[38] Hack. T. P. General Relativity and Cosmology. 2013. **arXiv:1306.3074**