



CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS
COORDENAÇÃO DE COSMOLOGIA, ASTROFÍSICA E INTERAÇÕES FUNDAMENTAIS

TIAGO MOURÃO
Orientador: Nelson Pinto-Neto

**BARIOGÊNESE GRAVITACIONAL EM COSMOLOGIAS DE
RICOCHETE**

Rio de Janeiro, RJ
2021

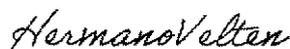
“BARIOGÊNESE GRAVITACIONAL EM COSMOLOGIA DE RICOCHETE”

TIAGO MOURÃO CERQUEIRA E SILVA

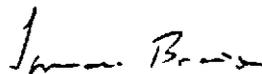
Dissertação de Mestrado em Física apresentada no
Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas do
Ministério da Ciência Tecnologia e Inovação.
Fazendo parte da banca examinadora os seguintes
professores:



Nelson Pinto Neto – Presidente/Orientador/CBPF



Hermano Endlich Schneider Velten - UFOP



Ignácio Alfonso de Bediaga e Hickman – CBPF

Rio de Janeiro, 13 de dezembro de 2021.

Agradecimentos

Gostaria de expressar minha gratidão e reconhecimento à CAPES pelo apoio financeiro por meio da bolsa de número No.88882.332434/2019-0, ao CBPF por ter me acolhido de forma estimulante e encorajadora e a todos meus professores que dedicaram tempo e esforço das suas vidas a me ajudarem a entender um pouco mais sobre esse fascinante Universo que habitamos.

Além disso, gostaria de agradecer ao Gustavo Vicente, pelo apoio em momentos precisos, pela paciência nas explicações e pelas discussões ricas e enriquecedoras. Aprendi muito com ele e foi sempre um prazer trabalhar ao seu lado.

Em especial, gostaria de agradecer ao Nelson por toda sua paciência, seu empenho em me ensinar, muito além da física, sobre colaborações com colegas, trabalho em equipe e dedicação. Aprendi com ele que ter dúvidas e precisar de ajuda faz parte do processo científico, mas contando com colegas e orientadores dispostos a ouvir, trocar e ensinar, esse caminho se torna tão mais fácil quanto é prazeroso.

Por último e mais importante, gostaria de agradecer aos meus pais, Luciana e Wanderley, por sempre me apoiarem em toda a minha jornada, por acreditarem em mim e por me amarem como eu sou.

Resumo

Apresentamos resultados sobre a viabilidade do mecanismo de *Bariogênese Gravitacional* para cosmologias de ricochete, geradas por efeitos quânticos representados por uma equação de Wheeler-DeWitt, interpretada de acordo com a teoria de de Broglie-Bohm. No contexto de mini-superespaços, mostramos que é possível obter a assimetria de matéria e antimatéria observada no Universo, para uma larga região no espaço de parâmetros livres da teoria. Além disso, apresentamos as diferenças dessas regiões para ricochetes simétricos e assimétricos, tanto para evoluções unitárias, quanto não unitárias.

Abstract

We present results regarding the applicability of *Gravitational Baryogenesis* for bouncing cosmologies generated by quantum effects represented by a Wheeler-DeWitt equation, interpreted according to the de Broglie-Bohm theory. In the context of minisuperspace models, we show that it is possible to obtain the correct baryon asymmetry observed in the Universe, for large regions in the parameter space of this theory. Furthermore, we discuss how different types of bounces, both symmetric and asymmetric, affect these regions.

Lista de ilustrações

Figura 2.1 – Seção de área ΔA e partículas a uma distância $R = \mathbf{v} t$	19
Figura 4.1 – a por τ para $\omega = 1/3$. As curvas foram obtidas para valores ilustrativos de a_b e σ	27
Figura 5.1 – Espaço de parâmetros de x_B, T_D, M_* que satisfaz $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Aqui, usamos uma reparametrização logarítmica $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente.	32
Figura 5.2 – a_+ por τ para $\sigma = 1, a_b = 1, \omega = \frac{1}{3}$	33
Figura 5.3 – a_- por τ para $\sigma = 1, a_b = 1, \omega = \frac{1}{3}$	33
Figura 5.4 – Espaço de parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 0.50\sqrt{\Omega_{r0}}$ que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Mais uma vez, $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para o fator de escala a_+	36
Figura 5.5 – Espaço de parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 0.90\sqrt{\Omega_{r0}}$ que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Mais uma vez, $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para o fator de escala a_+	36
Figura 5.6 – Espaço de parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 0.99\sqrt{\Omega_{r0}}$ que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Mais uma vez, $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para o fator de escala a_+	36
Figura 5.7 – Espaço de parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 10^2\sqrt{\Omega_{r0}}$ que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Mais uma vez, $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para o fator de escala a_-	38
Figura 5.8 – Espaço de parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 10^3\sqrt{\Omega_{r0}}$ que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Mais uma vez, $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para o fator de escala a_-	38
Figura 5.9 – Espaço de parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 10^4\sqrt{\Omega_{r0}}$ que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Mais uma vez, $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para o fator de escala a_-	38
Figura 5.10 – Espaço de parâmetros de x_B, T_D, M_* para $\bar{p} = 10^{11}\sqrt{\Omega_{r0}}$ que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Mais uma vez, $X = \log(x_B), D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para o fator de escala a_-	38
Figura 5.11 – Exemplos de ricochetes únicos para $\sigma = 1, a_i = 1$ e $T_i = 1$	39
Figura 5.12 – Exemplos ilustrativos de ricochetes múltiplos com $\sigma = 3, a_i = 0, 5$ e $T_i = 0, 5$	39

Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Relações de ω e $\rho(a)$ para os fluidos mais relevantes no modelo	13
Tabela 2.2 – valores medidos de Ω	14

Sumário

1	Introdução	1
2	Uma breve caminhada pela cosmologia	5
2.1	Os primeiros modelos cosmológicos	5
2.2	Lei de Hubble	7
2.3	As equações de Friedmann	9
2.4	História térmica do Universo	15
2.5	Termodinâmica no Universo primordial	16
3	Teoria quântica de de Broglie-Bohm	21
4	Modelos de mini-superespaço	24
5	Bariogênese gravitacional nos modelos de dBB	28
5.1	Ricochetes simétricos	30
5.2	Ricochetes assimétricos	32
5.2.1	Ricochete assimétrico não-unitário	32
5.2.2	Ricochete assimétrico unitário	37
6	Conclusão	40
	Referências	42

1 Introdução

A produção de matéria bariônica no Universo primordial ainda é um mistério no modelo padrão da cosmologia. A pequena assimetria observada entre matéria e antimatéria, apesar de suficiente para compor todos as estruturas que observamos, ainda não é compreendida em detalhes. Além disso, a singularidade inicial nesses modelos cosmológicos, que se baseiam na Relatividade Geral (RG), também é uma questão para a qual não há um consenso, indicando possíveis limites para a aplicabilidade dessa teoria [1–3]. Nesse sentido, diversas propostas foram feitas para eliminar a singularidade através de efeitos quânticos, que se tornam importantes em escalas de tamanho tão pequenas. Muitas dessas sugestões envolvem cosmologias de ricochete, onde a singularidade é substituída pelo colapso de um Universo anterior [4–6].

Algumas extensões da RG que lidam com a singularidade inicial, como modelos de acoplamento não mínimo entre os graus de liberdade gravitacionais e os de matéria, termos adicionais à Lagrangiana gravitacional ou até a presença de campos de matéria exótica surgem como formas efetivas de incorporar os efeitos quânticos, como em [7–10]. Outro caminho possível, de forma semelhante ao que foi feito com os modelos atômicos clássicos ou com o campo eletromagnético próximo às partículas carregadas, é uma quantização própria da RG, o que poderia eliminar essas singularidades. Entretanto, ainda não temos uma teoria estabelecida, apesar das várias propostas em desenvolvimento [11–13]. Não obstante, no caso da cosmologia, considerando as condições de enorme homogeneidade quando o Universo era quente e denso, é possível desenvolver uma teoria quântica efetiva na qual o espaço de configurações completo da RG e dos campos de matéria, chamado superespaço, é reduzido a um subconjunto contendo apenas os graus de liberdade associados à homogeneidade e às relativas perturbações, chamado mini-superespaço [14, 15]. A justificação matemática rigorosa para essa redução ainda não está bem desenvolvida, todavia ainda podemos extrair resultados úteis para reconciliar os modelos clássicos com as situações extremas próximas ao tempo associado à singularidade, além de obter propriedades relevantes para as possíveis teorias completas de gravitação quântica.

Outro ponto importante, que surge quando começamos a considerar as teorias quânticas da gravitação, são as incoerências ao usarmos a interpretação tradicional de Copenhague. Como sabemos, nessa interpretação usual, a função de onda é um objeto matemático que descreve a amplitude de probabilidade no processo de medição por um agente externo de um observável, descrito por um operador Hermitiano, cujos autovalores correspondem aos valores medidos deste observável num processo de medida quântica [16–18]. Esse processo de medição se dá, tradicionalmente, por um colapso não unitário e não linear da função de onda, causado pelo agente externo, que não pode ser descrito por uma evolução quântica unitária. Essa ruptura entre o sistema quântico e o agente externo é incabível quando o sistema é o Universo, que, por definição, não admite nada externo, criando um impasse no momento de caracterizar o seu estado físico.

Consequentemente, usar a teoria quântica na sua forma usual parece não fazer sentido algum, nos deixando de mãos atadas ao tentar aplicá-la à cosmologia.

Felizmente, existem teorias quânticas alternativas que produzem os mesmos resultados da interpretação de Copenhague, como por exemplo a Interpretação de Muitos Mundos (IMM), em que o colapso da função de onda é substituído por uma divisão em ramos distintos, onde todas as possibilidades acontecem em realidades distintas [19]. Outro exemplo é a teoria do Colapso Espontâneo (ou teoria de Ghirardi-Rimini-Weber), onde a evolução unitária descrita pela equação de Schrödinger é suplementada por uma outra evolução não linear onde o colapso da função de onda ocorre fisicamente [20], entre outras. Ambas teorias dispensam a necessidade de um agente externo e resolvem o colapso da função de onda, sendo as duas já usadas na cosmologia quântica, como em [21–25].

Nesse trabalho, nós optamos por adotar a interpretação de de Broglie-Bohm (dBB) [26–28]. Nessa abordagem, supõe-se existir independentemente das observações o ponto no espaço de configurações que descreve os graus de liberdade do sistema e do aparelho de medição, tanto para posições de partículas quanto para configurações de campos. Dependendo das configurações iniciais desse sistema, o ponto que o descreve vai acessar um dos ramos da função de onda relacionada. Os outros ramos que permanecem vazios não interferem fisicamente no sistema [26–28], o que os torna inócuos ao observador e impossíveis de medir. Dessa forma, conseguimos um colapso efetivo da função de onda sem o surgimento de outras realidades, como em IMM. Apesar da impossibilidade da medição desses ramos inócuos, ainda surge o aspecto estatístico, fundamental a qualquer teoria quântica, quando consideramos nosso desconhecimento sobre as configurações iniciais do sistema. Esse desconhecimento, associado à impossibilidade prática de medir todos graus de liberdade simultaneamente, nos retornam as propriedades de incerteza de Heisenberg, por exemplo, mas apontam caminhos para a testabilidade da teoria de dBB, como discutido em [27, 29]. Nessa interpretação, a teoria quântica pode ser vista como algo fundamental à natureza, podendo ser aplicada a qualquer sistema físico, inclusive o Universo, a partir da qual as leis da mecânica clássica são, sob certas condições físicas, um subproduto.

A aplicação da teoria de dBB à cosmologia nos leva a trajetórias reais para o fator de escala do Universo, $a(t)$, que pode ser obtido a partir de uma função de onda do Universo Ψ que satisfaz uma equação de cosmologia quântica, normalmente a de Wheeler-DeWitt [30]. Esse fator de escala apresenta, no geral, uma fase de contração que dura até o fator de escala alcançar um valor mínimo, a partir do qual ocorre um ricochete e segue uma expansão de Friedmann usual, quando o limite clássico é recuperado. A física em torno do ricochete é majoritariamente descrita por efeitos quânticos, interpretados de maneira efetiva nessa abordagem, ao passo que as fases de contração e expansão são descritas pela cosmologia padrão. Essa evolução da fase de contração para a fase de expansão pode se dar de maneira simétrica [8, 31], quando a parte de matéria é composta apenas por poeira e radiação [32], descritos por fluidos perfeitos. Sua evolução é a seguinte: uma fase de contração dominada por poeira, seguida por outra fase de

contração, dessa vez dominada por radiação, o ricochete, uma fase de expansão dominada por radiação e, por último, uma fase de expansão dominada por matéria. A presença desse fluido de poeira, que pode ser matéria escura, é importante para obter um espectro de perturbações cosmológicas quase invariante de escala.

Outros ricochetes resultantes da aplicação da teoria de dBB podem ter dinâmicas mais complexas, como o caso de um campo escalar com potencial exponencial, que pode reger o ricochete como matéria dura, se comportar como fluido de poeira no passado e futuro assintóticos e também apresentar um comportamento transiente típico da energia escura durante a expansão distante do ricochete [33]. Esse ricochete é assimétrico, pois esse comportamento de energia escura ocorre apenas na fase de expansão, o que evita problemas relacionados à produção demasiada de ondas gravitacionais no ricochete e às condições iniciais do estado de vácuo na contração. Outros ricochetes assimétricos foram obtidos em [34], com evoluções unitárias e não unitárias. Uma das soluções, que será discutida mais a frente, apresenta uma fase de contração para um espaço-tempo quase plano, o que pode ser relevante para o estudo da bariogênese, pois esses cenários podem ser usados para lidar com a produção não desprezível de partículas durante a fase de contração, com possível reação reversa próxima ao ricochete [35, 36].

A assimetria de bárions e antibárions no nosso Universo, isto é, o excesso de matéria sobre antimatéria, é corroborada por dados observacionais da Radiação Cósmica de Fundo (RCF) [37], por previsões da nucleossíntese primordial [38], e pela ausência da radiação resultante da aniquilação de pares matéria-antimatéria [39]. Essa assimetria, da ordem de um bárion excedente para cada bilhão de pares bárion-antibárion, pode ser representada como uma razão entre a diferença da densidade de bárions e antibárions n_B e densidade de entropia s , cujo valor observado é $n_B/s = 9.2_{-0.4}^{+0.6} \times 10^{-11}$. Uma das teorias mais importantes nessa área é a *bariogênese eletrofraca*, que satisfaz as condições de Sakharov [40, 41]. Entretanto, essa teoria é incapaz de produzir a assimetria observada dentro do Modelo Padrão de Física de Partículas (MPFP) [42, 43]. Algumas sugestões de física além do MPFP, envolvendo acoplamentos não mínimos sem violar CPT, também apontam caminhos para tratar a bariogênese, como em [44]. Outro mecanismo relevante é a chamada *bariogênese espontânea* [45, 46], que é baseada no acoplamento de um campo escalar com a corrente de número bariônico. O ponto principal dessa abordagem é que as reações que produzem a assimetria de matéria bariônica acontecem durante o equilíbrio termodinâmico, mas sem contradizer as condições de Sakharov, pois o acoplamento do campo escalar quebra a simetria CPT (carga, paridade, tempo) num universo dinâmico. Finalmente, um terceiro mecanismo é a *bariogênese gravitacional* [47], sendo uma extensão natural do último, que poderia ocorrer em uma teoria efetiva da gravidade, como a cosmologia quântica associada à interpretação de dBB já mencionada. Dessa vez, o acoplamento se dá entre a derivada do escalar de Ricci e a corrente de número bariônico, interação essa que daria sinais opostos de energia para partículas e antipartículas, o que também violaria a simetria CPT em um universo dinâmico. Esses últimos dois mecanismos são semelhantes: ambos induzem mudanças nas distribuições de equilíbrio térmico, que resultam em uma possível assimetria

bariônica. Ademais, é importante mencionar que uma solução de ricochete parece ser importante para esses mecanismos serem eficientes, como pode ser observado a partir da equação (14) da Ref. [48]. Assim, no contexto da Cosmologia Quântica em Laços, podemos perceber que um universo dominado por radiação é incapaz de produzir a assimetria de bárions no caso de Einstein-Hilbert (densidade crítica $\rho_c \rightarrow \infty$), enquanto que para um universo com ricochete (ρ_c finito), isto torna-se possível.

Diante do exposto, o objetivo da presente dissertação foi avaliar a viabilidade do mecanismo de produção de bariogênese gravitacional no contexto da cosmologia quântica de dBB, em ricochetes simétricos e assimétricos, com evoluções unitárias e não unitárias. Os resultados referentes obtidos foram publicados no artigo [49]. O texto será dividido da seguinte forma: no [Capítulo 2](#), vamos introduzir os principais resultados nos modelos de cosmologia padrão para o nosso estudo, ainda sem abordar fenômenos quânticos, além de uma breve história térmica do Universo e resultados termodinâmicos relevantes. A seguir, no [Capítulo 3](#), apresentamos brevemente a teoria quântica de dBB e seus resultados que nos levam à sua aplicação à cosmologia. Já no [Capítulo 4](#), mostramos uma forma de aplicar essa teoria quântica à cosmologia a partir da equação de Wheeler-DeWitt, que nos possibilita encontrar a forma do fator de escala $a(t)$ nos diferentes casos de ricochetes considerados. Continuando, no [Capítulo 5](#), aplicamos a proposta da bariogênese gravitacional para as cosmologias quânticas de dBB, nos casos de ricochetes simétricos e assimétricos. Finalmente, no [Capítulo 6](#), trazemos considerações a respeito dos resultados obtidos.

2 Uma breve caminhada pela cosmologia

2.1 Os primeiros modelos cosmológicos

No início do século XX, graças ao desenvolvimento da teoria da Relatividade Geral, foi possível aos cientistas da época a contemplação de estudos que envolvessem as maiores escalas de distâncias possíveis, estudos esses que inevitavelmente tangem questões filosóficas densas como “de onde viemos?”, “para onde vamos?”, e “existe um começo para tudo?”. Esse estudo tem como seu principal objeto o próprio cosmos, o nosso Universo como um todo, e a ele chamamos, adequadamente, de cosmologia. Um dos primeiros modelos sugeridos por Einstein [50, 51], logo após alcançar suas famosas equações da Relatividade Geral,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} R = \kappa T_{\mu\nu}, \quad (2.1)$$

surgiu de sua crença em um Universo estático. Para tanto, ele propôs um fluido de matéria incoerente, isto é, uma matéria que não interage entre si senão gravitacionalmente, mas logo percebeu que esse tipo de geometria estática que ele desejava era incompatível com as suas equações, tais como as formulou. Para acomodar sua hipótese de um Universo estático, ele introduziu em suas equações um termo que resolveria essa impossibilidade, tornando-as então:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

Nessa equação, Λ seria uma constante cósmica fundamental da teoria, que quando multiplicada pela métrica e adicionada dessa forma, resulta no efeito desejado: um Universo estático.

Mais à frente entraremos em detalhes nas equações de Einstein, que até hoje são o coração do estudo da cosmologia, mas por ora cabe dizer que essa proposta inicial, embora distinta do que sabemos atualmente sobre a natureza do Universo, foi o começo de um dos caminhos mais frutíferos no estudo da cosmologia. Outros modelos que, como esse, se utilizam de um fluido perfeito como fonte principal da curvatura do espaço-tempo surgiram nesse começo da investigação cosmológica [52]. Dentre eles, podemos citar os de Friedmann, de Kasner e de Gödel. Cada um desses tem características distintas quanto à natureza cinemática proposta para o seu fluido e, conseqüentemente, para o Universo. No de Einstein, como sugerimos, não há expansão, rotação nem cisalhamento (*shear*), enquanto que os outros modelos incorporam diferentes combinações dessas características cinemáticas. O modelo de Friedmann, que será trabalhado em detalhes mais adiante, apresenta uma expansão isotrópica, irrotacional e sem cisalhamento, enquanto que o de Gödel, por exemplo, apresenta um universo homogêneo anisotrópico, sem expansão nem cisalhamento, mas com rotação.

Nosso interesse principal neste trabalho serão as equações associadas ao modelo de Friedmann, pois em grandes dimensões espaciais, da ordem de 100 Mpc (1 Mpc $\simeq 3,26 \times 10^6$ anos-

luz $\simeq 3,09 \times 10^{22}$ metros), podemos dizer que o nosso Universo é estatisticamente homogêneo e isotrópico [53, 54]. A homogeneidade do Universo, que pode parecer contraintuitiva aos olhos humanos, significa que qualquer ponto no espaço tem propriedades físicas equivalentes a qualquer outro ponto. Isotropia significa que, para algum ponto, não há direções privilegiadas no nosso Universo. Se, por um lado, isotropia em todos os pontos do Universo automaticamente garante a homogeneidade; por outro, a homogeneidade do Universo não garante a isotropia.

Para nossa sorte, a homogeneidade e isotropia estatísticas do Universo reduzem muito as geometrias e expansões ou contrações possíveis. Sobre a geometria, é possível mostrar que para subespaços espaciais tridimensionais homogêneos e esfericamente simétricos, esses são maximalmente simétricos [2, 55]. Mais formalmente, é possível definir transformações infinitesimais que, no caso de um subespaço com essas simetrias, geram isometrias da métrica $g_{\mu\nu}$ que descreve a variedade \mathcal{M} . Essas transformações infinitesimais podem ser caracterizadas pelos vetores de Killing, denotados por $\xi^\mu(x)$, da seguinte forma, para um quadrivetor x^μ da variedade

$$x'^\mu = x^\mu + \epsilon \xi^\mu(x), \quad (2.3)$$

onde esses vetores $\xi^\mu(x)$ têm a seguinte propriedade

$$\xi_{\mu;\nu}(x) + \xi_{\nu;\mu}(x) = 0, \quad (2.4)$$

onde ; denota a derivada covariante usual. A partir dessas simetrias e usando os vetores de Killing é possível mostrar que as métricas dos espaços com essas propriedades de simetria sempre podem ser escritas, usando coordenadas usuais para a 2-esfera, na forma:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right], \quad (2.5)$$

onde, para facilitar a sua leitura, usamos a representação do intervalo definido como

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (2.6)$$

Aqui, k assume os valores $k = 0, 1$ ou -1 respectivamente para tri-espacos com curvatura ${}^{(3)}K$ nula, positiva ou negativa e $a(t)$ uma função positiva chamada de fator de escala, que será explorada em detalhes mais à frente. Podemos ver, ainda, uma clara separação das partes temporal e espacial, pois não há termos cruzados nas derivadas. Além disso, a parte angular da métrica definida em coordenadas esféricas apresenta evidente simetria esférica. As métricas como na Eq. (2.5) são chamadas em cosmologia de *métricas de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker* (FLRW) e serão o principal objeto de estudo neste trabalho.

Outro resultado importante sobre a imposição dessas simetrias: elas garantem que a nossa variedade \mathcal{M}^4 , descrevendo o espaço-tempo pode ser dividida em um folheamento $3 + 1$, onde escolhemos um parâmetro real para representar um tempo global (tempo cósmico) e uma hiper-superfície espacial (\mathcal{M}^3), com uma topologia genérica e simetria esférica [1, 55], isto é,

$$\mathcal{M}^4 = \mathcal{M}^3 \otimes \mathbb{R}. \quad (2.7)$$

Quanto à curvatura da hiper-superfície espacial, só existem três tipos possíveis: (a) espaços planos; (b) espaços esféricos tridimensionais com curvatura constante positiva; e (c) espaços hiperbólicos tridimensionais com curvatura constante negativa, que correspondem justamente ao valor de k na métrica da Eq. (2.5), sendo justamente (a) para $k = 0$, (b) quando $k = 1$ e (c) quando $k = -1$.

Veremos, na próxima seção, as restrições sobre as possíveis leis de expansão de um universo que tenha as propriedades de simetria tais quais as que estamos trabalhando.

2.2 Lei de Hubble

Para um Universo homogêneo e isotrópico como o nosso a única lei capaz de descrever as velocidades relativas de expansão ou contração é a Lei de Hubble. Essa lei afirma que

$$\mathbf{v}_{A(B)} = H(t)\mathbf{r}_{AB}, \quad (2.8)$$

onde $\mathbf{v}_{A(B)}$ é a velocidade relativa de um ponto A com relação ao ponto B, \mathbf{r}_{AB} é o vetor que representa a distância entre os dois pontos, partindo de B e $H(t)$ é o parâmetro de Hubble, que evidentemente tem unidade de tempo^{-1} e depende apenas do tempo t . De fato, para mostrar que essa é a única expansão possível em um universo homogêneo e isotrópico, podemos partir de uma lei de expansão/contração genérica:

$$\mathbf{v}_{A(B)} = \mathbf{f}(\mathbf{r}_{AB}, t), \quad (2.9)$$

onde $\mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$ corresponde a uma função genérica da distância e do tempo. Entretanto, se tivermos um terceiro ponto C, sabemos que simultaneamente:

$$\mathbf{v}_{C(B)} = \mathbf{f}(\mathbf{r}_{CB}, t), \quad \mathbf{v}_{A(B)} = \mathbf{f}(\mathbf{r}_{AB}, t) \quad (2.10)$$

e, pela homogeneidade, podemos garantir que:

$$\mathbf{v}_{A(C)} = \mathbf{v}_{A(B)} - \mathbf{v}_{C(B)}, \quad (2.11)$$

mas para isso acontecer

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}_{AC}, t) = \mathbf{f}(\mathbf{r}_{AB}, t) - \mathbf{f}(\mathbf{r}_{CB}, t) \quad (2.12)$$

tem que valer. Como \mathbf{r}_{AC} é justamente $\mathbf{r}_{AB} - \mathbf{r}_{CB}$, temos, então, a restrição:

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}_{AB} - \mathbf{r}_{CB}, t) = \mathbf{f}(\mathbf{r}_{AB}, t) - \mathbf{f}(\mathbf{r}_{CB}, t). \quad (2.13)$$

Agora, como essa função $\mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$ deve ser analítica para representar uma expansão física, podemos expandi-la em sua série de Taylor com relação a \mathbf{r} , isto é:

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{f}^{(k)}(\mathbf{a}, t) \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{a})^k}{k!}, \quad (2.14)$$

onde $\mathbf{f}^{(k)}(\mathbf{a}, t)$ representa a k -ésima derivada de $\mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$ com relação a \mathbf{r} no ponto \mathbf{a} . Tomando, agora, \mathbf{a} como o vetor nulo e realizando essa expansão em ambos os lados da Eq. (2.13) temos:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{f}^{(k)}(\mathbf{0}, t) \frac{(\mathbf{r}_{AB} - \mathbf{r}_{CB})^k}{k!} = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{f}^{(k)}(\mathbf{0}, t) \frac{(\mathbf{r}_{AB})^k}{k!} - \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{f}^{(k)}(\mathbf{0}, t) \frac{(\mathbf{r}_{CB})^k}{k!}. \quad (2.15)$$

Agora, colocando $\mathbf{f}^{(k)}(\mathbf{0}, t)$ em evidência do lado direito, podemos ver que essa igualdade apenas será verdadeira quando $(\mathbf{r}_{AB} - \mathbf{r}_{CB})^k$ for igual a $(\mathbf{r}_{AB})^k - (\mathbf{r}_{CB})^k$. Isso só vai acontecer caso a função $\mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$ seja linear em \mathbf{r} , o que truncaria a expansão para $k > 1$. Ainda assim, mesmo com uma função linear em \mathbf{r} , poderíamos ter ainda uma matriz $\mathbf{M}(t) 3 \times 3$ tal que $\mathbf{f}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{M}(t)\mathbf{r}$ seria a forma linear mais geral possível. Entretanto, para manter a isotropia, \mathbf{M} deve ser proporcional à identidade $\mathbb{1}_3$, pois, caso contrário, um de seus autovetores representaria uma direção privilegiada na nossa hiper-superfície. Finalmente, basta tomar $\mathbf{M}(t) = \mathbb{1}_3 H(t)$ para obter a Lei de Hubble como única transformação que respeita a homogeneidade e a isotropia em sua evolução.

Ainda sobre a Lei de Hubble, podemos obter a evolução temporal das distâncias comóveis, partindo da Eq. (2.8) na forma

$$\dot{\mathbf{r}}(t) = H(t)\mathbf{r}, \quad (2.16)$$

podemos integrar com respeito ao tempo em ambos os lados e obter

$$\mathbf{r}(t) = \exp\left\{\left(\int H(t)dt\right)\right\}\chi, \quad (2.17)$$

onde χ representa uma distância para algum tempo específico. Mas da métrica na Eq. (2.5) vemos que $r(t) = a(t)\chi$, o que nos leva à seguinte relação para o fator de escala:

$$a(t) = \exp\left(\int H(t)dt\right). \quad (2.18)$$

Podemos, também, relacionar a sua derivada diretamente com $H(t)$, da seguinte forma:

$$\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = H(t). \quad (2.19)$$

Nesse sentido, como $a(t)$ relaciona a distância entre dois pontos comóveis em momentos distintos, podemos usar razões entre os fatores de escala correspondentes para determinar, justamente, como muda a escala do nosso Universo entre esses dois instantes. Mais ainda, se $H(t)$ está definido a partir da variação do fator de escala, podemos entendê-lo como uma medida da taxa de expansão do Universo e será um dos termos mais importantes para os modelos que serão apresentados mais adiante.

Quanto ao seu valor, existem tensões relacionadas às medidas de $H_0 = H(t_0)$, onde t_0 representa o tempo cósmico atual. Algumas medidas independentes de modelo, baseadas no Universo tardio, como uma usando estrelas cefeidas como velas padrão coloca $H_0 = 73,2 \pm 1,3 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [56], enquanto que medidas das anisotropias da radiação cósmica de fundo (CMB), realizadas usando o modelo cosmológico ΛCDM , um dos mais aceitos atualmente,

encontraram $H_0 = 67,4 \pm 0,5 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [38]. Vale ressaltar que as medidas que usam a CMB são dependentes de modelo e, nesse sentido, essas tensões podem sugerir nova física, principalmente no Universo primordial [57]. Para o nosso trabalho, usaremos o valor de $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, mas os resultados obtidos adiante podem facilmente ser traduzidos para outros valores da parâmetro de Hubble. Destarte, nosso resultado, como mostraremos, será equivalente para valores dentro dessa margem atual.

2.3 As equações de Friedmann

Ao estudar a teoria relativística, é sempre bom nos lembramos de que não existem coordenadas absolutas para a descrição do espaço-tempo, além de que as distâncias espaciais não são invariantes sob transformações de coordenadas. Entretanto, uma boa escolha de coordenadas nos permite enxergar com mais clareza algumas propriedades, ou são simplesmente mais convenientes de se trabalhar. Ademais, a quantidade que permanece invariante às transformações de coordenada é o intervalo ds^2 , definido como na Eq. (2.6) a partir de um tensor métrico $g_{\mu\nu}(x^\alpha)$, onde $x^\alpha = (t, r, \theta, \phi)$ é o quadri-vetor que descreve um evento. A evolução desse tensor métrico é descrita pelas Equações de Einstein. São elas, na sua forma covariante,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}, \quad (2.20)$$

onde é comum abreviar parte do lado esquerdo na forma $G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} R$, conhecido como o tensor de Einstein; $\kappa = 8\pi G/c^4 \simeq 2,08 \times 10^{-43} \text{ N}^{-1}$ é normalmente chamada de constante gravitacional de Einstein; $T_{\mu\nu}$ é a forma covariante do tensor energia-momento e pode ser definido formalmente a partir da variação funcional da ação da parte não gravitacional S_M como

$$T_{\mu\nu} \equiv \frac{-2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_M}{\delta g^{\mu\nu}}. \quad (2.21)$$

Além disso, temos as quantidades definidas em termos da métrica

$$R \equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}, \quad (2.22)$$

$$R^\alpha_{\beta\mu\nu} \equiv \Gamma^\alpha_{\beta\nu,\mu} - \Gamma^\alpha_{\beta\mu,\nu} + \Gamma^\alpha_{\mu\lambda} \Gamma^\lambda_{\beta\nu} - \Gamma^\alpha_{\nu\lambda} \Gamma^\lambda_{\beta\mu}, \quad (2.23)$$

$$\Gamma^\alpha_{\beta\mu} \equiv \frac{1}{2}g^{\alpha\lambda} (g_{\beta\lambda,\mu} + g_{\lambda\mu,\beta} - g_{\beta\mu,\lambda}), \quad (2.24)$$

onde chamamos R de escalar de curvatura, $R_{\mu\nu}$ de tensor de curvatura de Ricci, $R^\alpha_{\beta\mu\nu}$ de tensor de Riemann e $\Gamma^\alpha_{\beta\mu}$ de símbolos de Christoffel do segundo tipo.

Na equação de Einstein, o lado esquerdo da igualdade representa a geometria, em termos da métrica e da sua curvatura, enquanto o lado direito representa a matéria e energia não gravitacional. Vale notar que ambos os tensores são simétricos, isto é,

$$G_{\mu\nu} = G_{\nu\mu} \quad \text{e} \quad T_{\mu\nu} = T_{\nu\mu}. \quad (2.25)$$

Além disso, como o lado esquerdo satisfaz as igualdades de Bianchi, podemos mostrar que [58]

$$G^{\alpha\nu}{}_{;\alpha} = 0, \quad (2.26)$$

de onde concluímos diretamente

$$T^{\alpha\nu}{}_{;\alpha} = 0, \quad (2.27)$$

que funciona como uma lei de conservação para espaços curvos, mas também incorpora a transferência de energia entre as partes gravitacional e não gravitacional do sistema. Isso é algo que a lei de conservação da relatividade especial, para espaços de Minkowski,

$$\frac{\partial T^{\alpha\nu}}{\partial x^\alpha} = T^{\alpha\nu}{}_{,\alpha} = 0, \quad (2.28)$$

não apresentava.

Quando descrevemos um fluido perfeito usando seu tensor energia-momento, podemos usar variáveis cinemáticas apropriadas à natureza do fluido sob estudo. No nosso caso, como vamos nos deter à investigação de fluidos que obedecem às propriedades de homogeneidade e isotropia do Universo, usando a sua densidade de matéria-energia $\rho(t)$, a sua pressão $p(t)$ e a quadrivelocidade u^α , $T_{\mu\nu}$ assume a forma

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu + pg_{\mu\nu}. \quad (2.29)$$

Já a sua equação de estado $p = p(\rho)$, depende das propriedades da parte não gravitacional e precisa ser descrita separadamente. Por exemplo, para um gás ultra-relativístico a equação de estado é $p = \rho/3$. Na maioria dos casos de interesse cosmológico as equações de estado são da forma $p = \omega\rho$, onde ω é uma constante.

Considerando um sistema de coordenadas comóveis com o fluido, a quadrivelocidade obtém a forma

$$u^0 = 1, \quad u^i = 0, \quad (2.30)$$

de onde podemos obter as componentes do tensor misto:

$$T^0_0 = -\rho, \quad (2.31)$$

$$T^0_i = 0, \quad (2.32)$$

$$T^i_j = p. \quad (2.33)$$

Contraindo as equações de Einstein (2.20) com $g^{\mu\nu}$ obtemos:

$$R = -\kappa T^\mu{}_\mu + 4\Lambda, \quad (2.34)$$

e assim, quando substituimos esse R de volta, as equações (2.20) nos dão

$$R_{\mu\nu} = \kappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T^\lambda{}_\lambda \right) + \Lambda g_{\mu\nu}, \quad (2.35)$$

de onde podemos definir um tensor fonte

$$S_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T^\lambda{}_\lambda, \quad (2.36)$$

cujas componentes para o fluido escolhido ficam:

$$S_{00} = \frac{1}{2}(\rho + 3p), \quad (2.37)$$

$$S_{0i} = 0, \quad (2.38)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(\rho - p)a^2(t)\tilde{g}_{ij}, \quad (2.39)$$

onde \tilde{g}_{ij} são as componentes espaciais da métrica de FLRW divididos pelo fator de escala, $g_{ij} = a(t)\tilde{g}_{ij}$, ou explicitamente

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{rr} &= (1 - kr^2)^{-1}, & \tilde{g}_{\theta\theta} &= r^2, & \tilde{g}_{\phi\phi} &= r^2 \sin^2\theta, \\ \tilde{g}_{ij} &= 0 & \text{para } i &\neq j. \end{aligned} \quad (2.40)$$

O tensor de Ricci $R_{\mu\nu}$, por sua vez, pode ser encontrado em termos da métrica, calculando os símbolos de Christoffel da Eq. (2.24) e substituindo nas Eqs. (2.22) e (2.23), obtemos

$$R_{00} = -\frac{3\ddot{a}}{a}, \quad (2.41)$$

$$R_{0i} = 0, \quad (2.42)$$

$$R_{ij} = (a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2k) \tilde{g}_{ij}. \quad (2.43)$$

Finalmente, usando as equações de Einstein na forma da Eq. (2.35), podemos obter as equações para as componentes tempo-tempo:

$$-3\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{\kappa}{2}(\rho + 3p) - \Lambda \quad (2.44)$$

e as componentes espaço-espaço:

$$a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2k = \frac{\kappa}{2}(\rho - p)a^2 + \Lambda a^2, \quad (2.45)$$

de onde podemos combinar as duas Eqs. (2.44) e (2.45) para eliminar \ddot{a} , obtendo

$$\dot{a}^2(t) + k = \left(\frac{\kappa}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} \right) a^2(t) \quad (2.46)$$

ou ainda, dividindo por a^2 e usando a Eq. (2.19) chegamos a

$$H^2 = \frac{\kappa}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2}. \quad (2.47)$$

Essa última equação é uma das Equações de Friedmann e podemos interpretá-la lembrando que $H(t)$ é a taxa de expansão do Universo. Nesse sentido, vemos que a densidade de matéria-energia ρ e a constante cosmológica Λ têm uma contribuição positiva para essa taxa, enquanto a

contribuição do sinal da curvatura do espaço tempo, k , depende do seu sinal e é extremamente importante, pois note que caso $k = -1$ ou $k = 0$, o lado direito da Eq. (2.47) será sempre positivo, o que nos leva a um fator de escala que cresce indefinidamente, ou seja, um Universo em eterna expansão. Em contrapartida, quando $k = 1$ existe a possibilidade de que $H^2(t)$ seja nulo para algum tempo t e, nesse caso, se a Eq. (2.44) nos der uma segunda derivada de $a(t)$ negativa, nesse tempo a expansão do Universo atingiria seu valor máximo e seguiria uma contração com $\dot{a}(t) < 0$ até uma segunda singularidade.

Outra equação muito útil advém da conservação do tensor energia-momento, como vimos na Eq. (2.27), que usando um truque para derivações de tensores contraídos

$$T^{\alpha}_{\nu;\alpha} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} (\sqrt{-g} T^{\mu\nu}) + \Gamma^{\nu}_{\mu\lambda} T^{\mu\lambda}, \quad (2.48)$$

onde g é o determinante da métrica, vira

$$0 = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} (\sqrt{-g} T^{\mu\nu}) + \Gamma^{\nu}_{\mu\lambda} T^{\mu\lambda}, \quad (2.49)$$

de onde podemos substituir a forma de $T^{\mu\nu}$ e encontrar

$$0 = \frac{\partial p}{\partial x^{\nu}} g^{\mu\nu} + g^{-1/2} \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} [g^{1/2} (\rho + p) u^{\mu} u^{\nu}] + \Gamma^{\mu}_{\nu\lambda} (\rho + p) u^{\nu} u^{\lambda}, \quad (2.50)$$

que usando a Eq. (2.30) e calculando as conexões não nulas temos, finalmente

$$a^3 \frac{dp(t)}{dt} = \frac{d}{dt} [a^3 (\rho + p)], \quad (2.51)$$

ou ainda, equivalentemente,

$$\dot{\rho} + 3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho + p) = 0 \quad \text{ou} \quad (2.52)$$

$$\frac{d}{da} (\rho a^3) = -3p a^2. \quad (2.53)$$

Essa equação de conservação de matéria-energia (2.52), combinada com as Eqs. (2.44) e (2.47) formam um conjunto de equações, em que apenas duas são necessárias para determinar a evolução completa do Universo quando $\dot{a} \neq 0$. Caso contrário, as três são necessárias. Em ambos os casos, precisamos também de uma equação de estado do tipo $p = p(\rho)$.

Vale colocar ainda uma segunda forma para a Eq. (2.47) que pode nos ajudar a interpretar propriedades do Universo em termos das densidades de seus componentes. Para isso, vamos definir as densidades ρ das suas principais componentes em termos tanto do fator de escala, quanto da sua equação de estado. Para equações de estado da forma

$$p(\rho) = \omega \rho, \quad (2.54)$$

onde ω é uma constante diferente para cada tipo de fluido, se considerados os fluidos como interagentes apenas gravitacionalmente, podemos separar suas equações (2.52), para cada fluido e integrá-las em a para obter

$$\rho(a) \propto \frac{1}{a^{3(\omega+1)}}. \quad (2.55)$$

Se $k = 0$, uma solução em termos do tempo cósmico para o fator de escala considerando apenas um fluido é:

$$\frac{a(t)}{a_0} = \left(\frac{t}{t_0} \right)^{\frac{2}{3(\omega+1)}}, \quad (2.56)$$

onde $a_0 = a(t_0)$ é o fator de escala atual. Agora, na Tabela 2.1, apresentamos para os diferentes fluidos (matéria, radiação e vácuo), as respectivas equações de estado e as suas densidades em termos do fator de escala. O termo matéria reúne o setor bariônico e escuro, e o vácuo (Λ) está associado à energia escura.

Fluido	ω	$\rho(a)$
matéria	0	$\rho_m \propto a^{-3}$
radiação	1/3	$\rho_r \propto a^{-4}$
vácuo (Λ)	-1	$\rho_\Lambda = \Lambda/\kappa$

Tabela 2.1 – Relações de ω e $\rho(a)$ para os fluidos mais relevantes no modelo

Incluindo, então, na Eq. (2.47) o Λ como uma densidade ρ_Λ e usando $\rho_T = \rho_m + \rho_r + \rho_\Lambda$ podemos reescrevê-la assim:

$$H^2 = \frac{\kappa}{3}\rho_T - \frac{k}{a^2}, \quad (2.57)$$

Podemos, então, definir uma densidade crítica ρ_{cr} , quando o Universo teria curvatura k nula, um ponto de transição muitíssimo relevante para o futuro do Universo, como discutimos quando a encontramos pela primeira vez na Eq. (2.47). Essa densidade, geralmente, usa o valor da constante de Hubble atual e assim como a velocidade de escape de um foguete, funciona como uma referência a partir da qual podemos tratar os parâmetros de densidade relativos a esse marco. Colocando, então, que $k = 0$ temos

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_{cr} \longrightarrow \rho_{cr} = \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad (2.58)$$

onde normalmente usamos $H = H_0$. Com essa densidade crítica, podemos definir o chamado parâmetro cosmológico

$$\Omega(t) = \frac{\rho(t)}{\rho_{cr}(t)}, \quad (2.59)$$

a partir do qual definimos também seu valor atual

$$\Omega_0 = \Omega(t_0). \quad (2.60)$$

Medir Ω_0 , então, determinaria o sinal de k e conseqüentemente o futuro do Universo da seguinte forma: se $\Omega_0 > 1$, $k = 1$ e o Universo é fechado com uma geometria espacial esférica, enquanto que para $\Omega_0 = 1$, $k = 0$ a geometria seria plana. Por fim, caso $\Omega_0 < 1$, $k = -1$ teríamos uma geometria hiperbólica. Os dois últimos casos, como falamos, resultariam em uma expansão eterna, enquanto que o primeiro representaria um eventual colapso. Seu valor medido atualmente é $\Omega_0 = 1 \pm 0,02$ [59], o que nos colocaria justamente na densidade crítica ρ_{cr} . Entretanto, essa

medida indica apenas que o Universo aparenta ser plano para as nossas escalas de medição. No entanto, assim como a Terra, mesmo possuindo uma geometria esférica, aparenta ser plana na nossa escala humana, algo semelhante pode estar ocorrendo nessa medida.

Agora, usando a densidade crítica atual e os valores das densidades medidas, podemos criar os parâmetros cosmológicos de densidade para cada fluido, como exposto na Tabela 2.2 [38],

Fluido	Ω
matéria	$\Omega_m = 0,315 \pm 0,018$
radiação	$\Omega_r = 9,24 \times 10^{-5}$
vácuo (Λ)	$\Omega_\Lambda = 0,6817 \pm 0,0018$
total	$\Omega_{0,T} = 1,00 \pm 0,02$

Tabela 2.2 – valores medidos de Ω

Como decorrência, podemos reescrever a Eq. (2.47) uma última vez

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \Omega_R a^{-4} + \Omega_m a^{-3} + \Omega_k a^{-2} + \Omega_\Lambda, \quad (2.61)$$

onde definimos $\Omega_k = \frac{-k}{a_0^2 H_0^2}$. Considerando essas distribuições de matéria-energia observadas na Tabela 2.2, podemos resolver a Eq. (2.61), usando o fato de que $\Omega_k \simeq 0$ para o nosso Universo, obtendo $a(t)$. Entretanto, uma forma mais produtiva de abordar essa equação é reparando que conforme o fator de escala $a(t)$ cresce, a relevância de cada termo diminui em taxas diferenciadas, devido às suas variadas potências na equação. Nesse sentido, podemos dividir a evolução do Universo em diferentes épocas, onde a densidade referida é significativamente maior que todas as outras, sendo elas as épocas dominadas por:

i) radiação, para $z \gtrsim 10^4$, quando o Universo era dominado por matéria ultra-relativística com $p = \omega/3$, com a expansão $a(t) \propto t^{1/2}$;

ii) matéria, para $10^4 \gtrsim z > z_\Lambda \simeq 1,33$ e o termo de pressão nula define a expansão $a(t) \propto t^{2/3}$

iii) energia escura, para $z < z_\Lambda \simeq 1,33$ e a expansão obedece $a(t) \propto \exp\left(\sqrt{-\Lambda/3}t\right)$.

Aqui, usamos a medida de tempo associada ao desvio para o vermelho (*redshift*) de um raio de luz emitido no tempo t_{em} , definida como

$$1 + z = \frac{a_0}{a(t_{em})}, \quad (2.62)$$

que pode ser interpretada da seguinte forma: cada z corresponde a um tempo no qual nosso Universo era $1 + z$ vezes menor do que é hoje. Na próxima seção vamos nos ocupar em detalhar os acontecimentos mais importantes da época dominada pela radiação.

2.4 História térmica do Universo

A temperatura da radiação cósmica do nosso Universo é surpreendentemente homogênea, como comentamos no início deste capítulo. Além disso, ela tem um espectro de corpo negro perfeito, com uma temperatura atual $T_{\gamma 0} \simeq 2,73 \text{ K}$. A temperatura dessa radiação evolui de acordo com a relação

$$T_{\gamma} = T_{\gamma 0} \frac{a_0}{a(t)} = T_{\gamma 0}(1 + z), \quad (2.63)$$

que pode facilmente ser obtida comparando a relação termodinâmica da densidade de radiação com a temperatura,

$$\rho_{\gamma} \propto T^4, \quad (2.64)$$

com a Eq. (2.55) para $\omega = 1/3$. Além disso, vale ressaltar que para essa época, podemos usar a relação

$$T_{MeV} \simeq \frac{O(1)}{\sqrt{t_{sec}}}. \quad (2.65)$$

Agora, vamos resumir rapidamente os acontecimentos em ordem cronológica a partir da singularidade em $t = 0$, onde as escalas de energia são dadas pela temperatura do gás de fótons, como detalhado em [58].

- $\sim 10^{-43} \text{ s}$ ($T \sim 10^{19} \text{ GeV}$) Nessa escala, próxima à escala de Planck, é onde a gravidade quântica não perturbativa domina e os resultados da relatividade geral não são mais confiáveis. Nessas energias, ainda é impossível decidir com qualquer segurança sobre uma teoria que funcione adequadamente. Entretanto, em escalas logo após essa, podemos retomar o uso da relatividade.
- $\sim 10^{-14} - 10^{-43} \text{ s}$ ($T \sim 10 \text{ TeV} - 10^{19} \text{ GeV}$) Esses níveis de energia ainda estão além do alcance dos nossos aceleradores mais potentes, então não podemos afirmar com segurança a composição do universo nesse intervalo. Além disso, algumas questões, como teorias de *Grande Unificação* das forças eletrofraca e forte provavelmente acontecem em torno de 10^{16} GeV . Nesse sentido, obter informações sobre essa época seria incrivelmente rico para o desenvolvimento da física como um todo.
- $\sim 10^{-10} - 10^{-14} \text{ s}$ ($T \sim 100 \text{ GeV} - 10 \text{ TeV}$) Nesse intervalo de energias o Modelo Padrão e a relatividade funcionam bem, mas os números de bárions e férmions são altamente violados em transições topológicas. Em $\sim 100 \text{ GeV}$ temos a restauração da simetria eletrofraca.
- $\sim 10^{-5} \text{ s}$ ($T \sim 200 \text{ MeV}$) Acontece a transição quarks e glúons, onde eles são confinados em bárions e mésons. Essa física ainda não é inteiramente compreendida, mas provavelmente não há uma impressão cosmológica desse evento.
- $\sim 0,2 \text{ s}$ ($T \sim 1 - 2 \text{ MeV}$) Aqui, dois eventos importantes acontecem. O primeiro é o desacoplamento dos neutrinos, que agora se propagam sem espalhamentos. Segundo,

a razão entre prótons e nêutrons se congela, pois as interações que os mantinham em equilíbrio químico deixam de ser energeticamente eficientes, deixando uma razão de aproximadamente um nêutron a cada cinco prótons. Nesse sentido, o número de nêutrons sobreviventes definem as abundâncias dos elementos primordiais, algo que podemos observar quase diretamente.

- ~ 1 s ($T \sim 0,5$ MeV) Essa é a energia típica da massa de repouso dos elétrons e pósitrons, o que faz com que os fótons deixem de se dividir espontaneamente nesse par. Isso é relevante, pois os pares partícula antipartícula restantes se aniquilam um a um, deixando um excesso de aproximadamente um elétron para cada bilhão de fótons.
- $\sim 200 - 300$ s ($T \sim 0,05$ MeV) Nessas energias as reações nucleares se tornam eficientes, possibilitando a formação de núcleos de elementos leves, principalmente de He^4 , com traços de deutério e He^3 . Entretanto, ainda há uma grande quantidade de prótons e elétrons livres, fazendo com que o caminho médio livre dos fótons continue muito pequeno, o que mantém o Universo opaco.
- $\sim 10^{11}$ s ($T \sim \text{eV}$) Essa energia corresponde à igualdade entre as densidades de matéria e radiação, a mesma que usamos para separar as épocas em termos de $z > 10^4$. Daqui em diante, até um tempo muito próximo do presente, o Universo será dominado por matéria.
- $\sim 10^{12} - 10^{13}$ s Nesse tempo acontece a importantíssima recombinação: praticamente todos elétrons livres são capturados pelos prótons, formando átomos de hidrogênio neutro. Finalmente, o Universo torna-se permeável à radiação eletromagnética, que se propaga até hoje na forma da CMB. As pequenas anisotropias térmicas dessa radiação foram induzidas pelas pequenas heterogeneidades da distribuição de matéria na recombinação.
- $\sim 10^{15} - 10^{17}$ s Finalmente, nessa escala de tempo as galáxias e seus aglomerados se formam, como resultado das inhomogeneidades na distribuição de matéria.

2.5 Termodinâmica no Universo primordial

A seguir, apresentaremos alguns resultados básicos da termodinâmica no Universo ainda quente e dominado por radiação, a fim de obter as relações que serão usadas nos cálculos de produção de matéria e antimatéria bariônicas. Para isso, precisamos esclarecer o nosso conceito de equilíbrio térmico em um Universo dinâmico. Vamos começar estimando os tempos característicos de colisão, dados aproximadamente por [58]

$$t_{\text{colisão}} \simeq \frac{1}{\sigma n v}, \quad (2.66)$$

onde σ representa a seção de choque efetiva, n é a densidade do número de partículas e v suas velocidades relativas. Com o propósito de decidir sobre o equilíbrio térmico, podemos comparar

esse tempo com o tempo característico de expansão do Universo, que deve ser inversamente proporcional ao parâmetro de Hubble, $t_H \sim 1/H$. Nesse sentido, se o tempo das colisões for muito menor que o tempo de Hubble,

$$t_{colisão} \ll t_H, \quad (2.67)$$

podemos considerar que o Universo atinge um equilíbrio térmico local antes da expansão tornar-se relevante. Agora, vamos mostrar que para temperaturas a partir da ordem de algumas centenas de GeV a condição da Eq. (2.67) é satisfeita. Sabemos que a tais temperaturas todas as partículas conhecidas são ultra-relativísticas e os bósons de calibre associados às forças não gravitacionais têm massa nula, o que faz com que as interações eletrofracas e fortes tenham uma dependência semelhante entre as suas seções de choque e a energia, que pode ser estimada por argumentos dimensionais como

$$\sigma \simeq O(1)\alpha^2\lambda^2 \simeq \frac{\alpha^2}{T^2}, \quad (2.68)$$

onde λ é o comprimento de onda de de Broglie e $p = E \simeq T$ é o momento típico das partículas em colisão. A constante adimensional α , nessas faixas de energia, é da ordem de $10^{-1} - 10^{-2}$ [58]. Levando em conta, também, que a densidade do número de partículas ultra-relativísticas é $n \sim T^3$, a Eq. (2.66) torna-se:

$$t_{colisão} = \frac{1}{\alpha^2 T}. \quad (2.69)$$

Olhando para a equação de Friedmann (2.57), podemos estimar

$$t_H \simeq \frac{1}{H} \simeq \frac{1}{\sqrt{\rho_r}} \simeq \frac{1}{T^2}, \quad (2.70)$$

onde usamos o fato que ρ_r , a densidade de energia da radiação, é a dominante nessas energias, além de ser proporcional à quarta potência da temperatura, $\rho_r \propto T^4$. Mais ainda, como nessas energias podemos associar $\alpha^2 \sim O(1)10^{15} - 10^{17} GeV$, concluímos que para energias a partir de $\sim 10^2$ até $10^{15} - 10^{17} GeV$, a condição imposta pela Eq. (2.67) é satisfeita. Nesse sentido, todas as partículas nessa faixa de energia podem ser caracterizadas suficientemente por suas temperaturas e potenciais químicos.

Com o propósito de estabelecer as relações de equilíbrio, vamos partir do espectro de distribuições de partículas em termos de suas energias térmicas e potenciais químicos em situações de máxima entropia, o que é verificado, por certo, no equilíbrio térmico. São elas

$$n_\epsilon = \frac{1}{\exp\{(\epsilon - \mu)/T\} \mp 1}, \quad (2.71)$$

onde o sinal de menos (mais) representa a distribuição pra bósons (férmions) e é conhecida como distribuição de Bose-Einstein (Fermi-Dirac). Em ambos os casos, T é a temperatura, ϵ representa o nível de energia de uma determinada partícula e μ o seu potencial químico. Além disso, vamos definir ΔN_ϵ como o número total de partículas com energia no intervalo entre ϵ e $\epsilon + \Delta\epsilon$, e Δg_ϵ como o número total de diferentes microestados possíveis que uma partícula individual, nesse

intervalo de energia, pode ocupar no espaço de fase. Dessa forma, o número total de partículas pode ser obtido pela soma direta

$$N(n_\epsilon) = \sum_\epsilon \Delta N_\epsilon = \sum_\epsilon n_\epsilon \Delta g_\epsilon, \quad (2.72)$$

ao passo que a energia total é dada por

$$E(n_\epsilon) = \sum_\epsilon \epsilon \Delta N_\epsilon = \sum_\epsilon \epsilon n_\epsilon \Delta g_\epsilon. \quad (2.73)$$

Além do mais, para determinar as densidades de energia e a pressão para uma distribuição dada como as da Eq. (2.71), precisamos calcular os microestados possíveis para cada partícula Δg_ϵ . Com essa finalidade, a mecânica quântica nos diz que, para cada par de coordenadas de espaço e momento conjugado, os estados físicos dentro de células de volume $2\pi\hbar$ no espaço de fase são indistinguíveis entre si, pela relação de incerteza de Heisenberg [17]. Dessa forma, há apenas um microestado possível para cada unidade de volume desse tamanho, o que nos leva à relação

$$\Delta g_\epsilon = g \int_\epsilon^{\epsilon+\Delta\epsilon} \frac{d^3x d^3\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{gV}{(2\pi\hbar)^3} \int_\epsilon^{\epsilon+\Delta\epsilon} d^3\mathbf{p}, \quad (2.74)$$

onde g representa o número de graus de liberdade internos das partículas, assumimos a homogeneidade, e integramos em um volume V . Daqui, retomamos as unidades de Planck ($c = \hbar = k_B = G = 1$) para o resto do desenvolvimento. Usando, agora, a isotropia do Universo primordial já discutida, podemos dizer que $d^3\mathbf{p} = |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}| d\Omega$, onde $d\Omega$ é o elemento diferencial de ângulo sólido. Então, a integral da Eq. (2.74) fica

$$\Delta g_\epsilon = \frac{gV}{2\pi^2} \int_\epsilon^{\epsilon+\Delta\epsilon} |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}| d\Omega, \quad (2.75)$$

o que nos permite usar a relação relativística entre momento e energia

$$\epsilon^2 = |\mathbf{p}|^2 + m^2, \quad (2.76)$$

onde m é a massa de repouso, para obter

$$\Delta g_\epsilon = \frac{gV}{2\pi^2} \int_\epsilon^{\epsilon+\Delta\epsilon} \sqrt{\epsilon'^2 - m^2} \epsilon' d\epsilon' \simeq \frac{gV}{2\pi^2} \sqrt{\epsilon^2 - m^2} \epsilon \Delta\epsilon, \quad (2.77)$$

onde usamos o fato de que $\Delta\epsilon \ll \epsilon$. Dessa forma, partindo da Eq. (2.72) a densidade do número de partículas pode ser expressa, tomando o limite $\Delta\epsilon \rightarrow 0$, como

$$n = \frac{1}{V} \sum_\epsilon n_\epsilon \Delta g_\epsilon = \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty \frac{\sqrt{\epsilon'^2 - m^2}}{\exp((\epsilon' - m)/T) \mp 1} \epsilon' d\epsilon', \quad (2.78)$$

onde o limite inferior vem da Eq. (2.76) quando $\mathbf{p} = 0$ e, mais uma vez, o sinal negativo se aplica para bósons e o positivo para férmions. Analogamente, a densidade de energia é

$$\rho = \frac{1}{V} \sum_\epsilon \epsilon n_\epsilon \Delta g_\epsilon = \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty \frac{\sqrt{\epsilon'^2 - m^2}}{\exp((\epsilon' - m)/T) \mp 1} \epsilon'^2 d\epsilon'. \quad (2.79)$$

Finalmente, para calcular a pressão, vamos considerar um pequeno elemento de área direcionada $\Delta A \hat{n}$, onde \hat{n} é o vetor normal à superfície. O conjunto de partículas com velocidade $|\mathbf{v}|$, que atinge essa superfície entre os intervalos t e $t + dt$ estava a uma distância $R = |\mathbf{v}|t$ quando $t = 0$, dentro de uma casca esférica de comprimento $|\mathbf{v}|dt$. Dessa forma, podemos calcular o número total de partículas dentro dessa casca contidas no ângulo sólido $\Delta\Omega$, tal como representado na Fig. 2.1, usando

$$\Delta N = \frac{n_\epsilon \Delta g_\epsilon R^2 |\mathbf{v}| \Delta t \Delta\Omega}{V}. \quad (2.80)$$

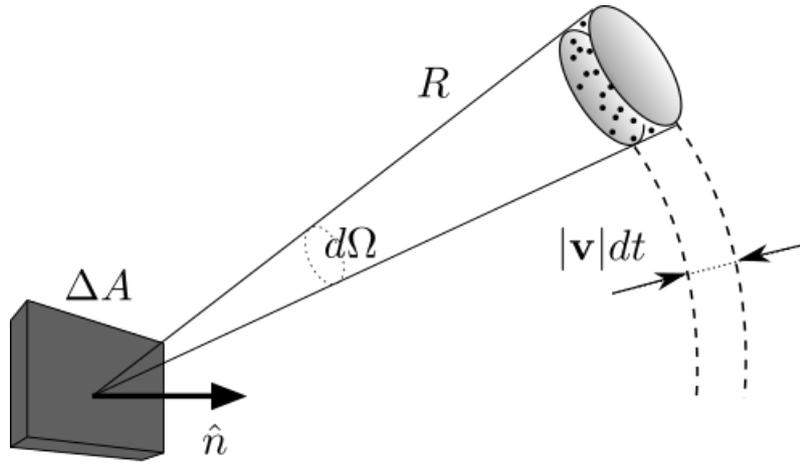


Figura 2.1 – Seção de área ΔA e partículas a uma distância $R = |\mathbf{v}|t$

Entretanto, nem todas as partículas nessa casca atingem o elemento de área ΔA , apenas aquelas cujas velocidades apontam na direção desse elemento. Logo, levando em conta a isotropia das velocidades, podemos estimar o número total de partículas que atingem a superfície ΔA como

$$\Delta N_A = \frac{(\mathbf{v} \cdot \hat{n}) \Delta A}{4\pi R^2 |\mathbf{v}|} \Delta N, \quad (2.81)$$

o que nos dá, usando a Eq. (2.80),

$$\Delta N_A = \frac{(\mathbf{v} \cdot \hat{n}) \Delta A}{4\pi |\mathbf{v}| V} n_\epsilon \Delta g_\epsilon |\mathbf{v}| \Delta t \Delta\Omega. \quad (2.82)$$

Se considerarmos uma reflexão perfeitamente elástica, a transferência de momento para o alvo seria $2(\mathbf{p} \cdot \hat{n})$. Assim, a contribuição para a pressão das partículas com velocidade $|\mathbf{v}| = |\mathbf{p}|/\epsilon$ é [58]

$$\Delta p = \int_\Omega \frac{2(\mathbf{p} \cdot \hat{n}) \Delta N_A}{\Delta A \Delta t} = \frac{|\mathbf{p}|^2 n_\epsilon \Delta g_\epsilon}{2\pi \epsilon V} \int \cos^2 \theta \sin \phi d\theta d\phi = \frac{|\mathbf{p}|^2 n_\epsilon \Delta g_\epsilon}{3\epsilon}. \quad (2.83)$$

Logo, a pressão total é

$$p = \sum_\epsilon \frac{|\mathbf{p}|^2 n_\epsilon \Delta g_\epsilon}{3\epsilon V}, \quad (2.84)$$

ou, substituindo $|\mathbf{p}|^2$ usando a Eq. (2.76) e tomando o limite $\Delta\epsilon \rightarrow 0$,

$$p = \frac{\rho}{3} - \frac{m^2 g}{6\pi^2 V} \int_m^\infty \frac{\sqrt{\epsilon'^2 - m^2}}{\exp((\epsilon' - m)/T) \mp 1} \epsilon' d\epsilon'. \quad (2.85)$$

Vale notar que a Eq. (2.85) já nos mostra que partículas sem massa têm equações de estado da forma

$$p = \frac{\rho}{3}, \quad (2.86)$$

independentemente do seu potencial químico e do seu spin.

As integrais das Eqs. (2.78), (2.79) e (2.85) são semelhantes e podem ser calculadas nos limites de altas energias, como feito em [58]. Para os bósons temos

$$\rho_b = \frac{\pi^2 g_b}{30} T^4, \quad (2.87)$$

$$n_b = \frac{\zeta(3) g_b}{\pi^2} T^3, \quad (2.88)$$

$$s_b = \frac{4}{3} \frac{\rho_b}{T}, \quad (2.89)$$

onde g_b representa os graus de liberdade internos dos bósons, e a entropia foi obtida através da relação $s = \partial p / \partial T$. Analogamente, para férmions, usando g_f como seus respectivos graus de liberdade internos, temos

$$\rho_f = \frac{7\pi^2 g_f}{240} T^4, \quad (2.90)$$

$$n_f = \frac{3\zeta(3) g_f}{4\pi^2} T^3, \quad (2.91)$$

$$s_f = \frac{4}{3} \frac{\rho_f}{T}, \quad (2.92)$$

onde $\zeta(3) \simeq 1,202$ é a função zeta de Riemann. Além disso, podemos definir a soma dos graus de liberdade de férmions e bósons

$$g_* = \sum_i g_{b,i} + \frac{7}{8} \sum_j g_{f,j}, \quad (2.93)$$

para a qual a densidade de entropia total fica

$$s = \frac{4\pi^2 g_*}{45} T^3. \quad (2.94)$$

Por último, também é possível calcular a diferença entre o número de partículas e antipartículas a partir dos resultados anteriores, o que no caso de bárions nos dá

$$n_B - n_{\bar{B}} = \frac{g_B \mu_B T^2}{3}, \quad (2.95)$$

onde g_B é o número de graus de liberdade internos dos bárions e μ_B é o potencial químico associado a algum mecanismo que viole a simetria CPT e leve a uma assimetria entre partículas e antipartículas. Mais à frente, no [Capítulo 5](#), vamos introduzir uma interação desse tipo e apresentar resultados referentes à assimetria de bárions e antibárions.

3 Teoria quântica de de Broglie-Bohm

Neste capítulo vamos introduzir e discutir uma interpretação não usual da mecânica quântica, conhecida como interpretação de de Broglie-Bohm (dBB) ou teoria da onda piloto. Devemos mencionar de imediato que essa interpretação apresenta exatamente todos os resultados obtidos experimentalmente e explicados pela interpretação de Copenhage, mas também sugere formas de teste que a diferenciam da usual [26–28]. Além disso, como veremos adiante, algumas características fundamentais dessa teoria possibilitam sua aplicação à cosmologia [6, 60].

Um ponto de partida para entender a interpretação de dBB é a própria equação de Schrödinger para uma partícula não relativística na sua representação de coordenadas, isto é,

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(x) \right] \Psi(x, t), \quad (3.1)$$

onde $V(x)$ representa o potencial clássico. Agora, podemos escrever a função de onda em uma decomposição polar $\Psi(x, t) = R(x, t) \exp(iS(x, t)/\hbar)$ e substituir de volta na Eq. (3.1) para obter as duas equações:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} + V - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R} = 0, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial R^2}{\partial t} + \nabla \cdot \left(R^2 \frac{\nabla S}{m} \right) = 0. \quad (3.3)$$

Por um lado, a Eq. (3.2) se parece com uma equação do tipo Hamilton-Jacobi para a ação S , com um termo extra no final. Por outro lado, a Eq. (3.3) pode ser interpretada como uma equação de continuidade para uma distribuição de densidade de probabilidades de um ensemble de partículas dado por R^2 , onde $\nabla S/m$ faz o papel de um campo de velocidade para esse ensemble, de forma que podemos definir a corrente de probabilidade, $J = R^2 \nabla S/m$, concordando com a definição usual. Tais equações sugerem os seguintes dois postulados dessa interpretação [26–28]:

I) As partículas quânticas seguem trajetórias físicas reais $x(t)$. Essas trajetórias precisam satisfazer a chamada equação guia:

$$p = m\dot{x} = \nabla S, \quad (3.4)$$

ou, de forma equivalente, como foi proposto por de Broglie,

$$v(x(t), t) = \dot{x} = \frac{J}{R^2}, \quad (3.5)$$

onde v representa o campo de velocidade e J a corrente de probabilidade usual $J = \text{Im}(\hbar \Psi^* \nabla \Psi / m)$.

II) As partículas estão sempre sujeitas a um campo quântico Ψ , que age sobre elas de acordo com a Eq. (3.4), e obedece à equação de Schrödinger (3.1).

Essas duas equações, em conjunto, nos permitem encontrar trajetórias $x(t)$ e os campos $\Psi(x, t)$, mas para isso precisamos fornecer as condições iniciais x_0 e $\Psi(x, 0)$. Aqui, surge uma dificuldade prática, pois por mais que seja possível preparar um estado quântico e determinar Ψ através de medidas de um conjunto completo de observáveis do sistema, a posição inicial da partícula não pode ser medida sem perturbar esse estado quântico. Nesse sentido, é comum chamarem a posição inicial da partícula x_0 de uma “variável oculta” da teoria. Entretanto, esse nome é um tanto quanto enganador, pois sugere uma ignorância quanto à própria teoria, ao passo que o desconhecimento de x_0 refere-se a uma impossibilidade prática.

Voltando às equações, podemos notar que a Eq. (3.2), quando considerada em conjunto com (3.4), é de fato uma equação do tipo Hamilton-Jacobi para uma partícula que sofre um potencial clássico V e um termo extra que pode ser interpretado como um novo potencial quântico, ou seja,

$$Q \equiv -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R}. \quad (3.6)$$

Podemos, ainda, a partir dessas equações encontrar, diretamente as equações de movimento,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\nabla V - \nabla Q. \quad (3.7)$$

Agora, sobre o aspecto estatístico da teoria, ao considerar um ensemble de partículas em um estado quântico Ψ , se a densidade de probabilidade para as posições iniciais for dada por $P(x_0) = R^2(x_0, t_0)$, a Eq. (3.3) garante que $R^2(x, t)$ também representará essa mesma distribuição de probabilidades para as posições em qualquer instante de tempo, recuperando todas as previsões estatísticas da interpretação tradicional da teoria quântica [61]. Entretanto, não há nada nessa teoria que nos garanta, a priori, que essa distribuição de probabilidades tem que ser dada por R^2 . No máximo, quando $P \neq R^2$, as Eqs. (3.3) e (3.4) fazem com que P rapidamente relaxe para R^2 , para diversos casos, pelo menos em simulações de nível granular grosso [61]. Dessa forma, uma proposta de investigação da validade dessa interpretação de dBB seria, justamente, encontrar algum sistema onde a distribuição de probabilidades ainda não relaxou para $P = R^2$, pois nesse caso as previsões estatísticas observadas seriam diferentes da interpretação de Copenhague. Uma possibilidade de sistema desse tipo, que está sendo investigada, é a de ondas gravitacionais primordiais [29].

Outra questão surge ao interpretarmos as trajetórias $x(t)$ e os campos Ψ como reais, pois tornamos a nossa teoria determinista e real. Todavia, já foi comprovado pelo teorema de Bell e os experimentos de Aspect que qualquer teoria quântica nunca pode ser simultaneamente local e real [62, 63]. Esses aspectos de não localidade tornam-se evidentes em sistemas emaranhados, e são caracterizados pela parte da teoria que incorpora os efeitos quânticos; o potencial Q . Esse potencial, como vemos na Eq. (3.6), depende da forma de Ψ , mas não de seu valor. Além disso, o potencial quântico também pode servir como ferramenta para identificar o limite clássico, pois quando seu valor absoluto for proporcionalmente pequeno, quando comparado ao potencial clássico, podemos desprezar os efeitos quânticos e recuperamos a mecânica clássica.

Vale ainda lembrar o que já comentamos na Introdução: a interpretação de dBB dispensa o colapso da função de onda, uma vez que os ramos vazios da função de onda são inócuos e não contribuem à dinâmica. Nesse sentido, essa teoria, assim como a de interpretação de muitos mundos ou a do colapso espontâneo, também dispensa agentes externos e torna-se aplicável à cosmologia, onde o objeto de estudo, por ser o próprio Universo, não admite a existência de agentes externos.

A seguir, iremos apresentar formas de aplicar a teoria quântica de dBB à cosmologia e vamos obter alguns resultados que serão usados para o cálculo da produção de bárions e antibárions no Universo primordial.

4 Modelos de mini-superespaço

Nesse capítulo vamos explorar um caminho para aplicar a teoria quântica de de Broglie-Bohm (dBB) à cosmologia. Vamos nos ater aos desenvolvimentos para a geometria de fundo (*background*), o que será suficiente para o nosso interesse, já que resultados referentes à formação de estruturas, perturbações lineares e tensoriais são compatíveis com as observações [6, 60]. Nesse sentido, a hamiltoniana que descreve o *background* de um universo plano, homogêneo e isotrópico com um fluido perfeito dominante, de equação de estado $p = \omega\rho$, pode ser escrita como [60, 64, 65]

$$H = N \left(-\frac{P_a^2}{4a} + \frac{P_\tau}{a^{3\omega}} \right), \quad (4.1)$$

onde N é a função lapso do formalismo ADM [66], a é o fator de escala usual, τ é um parâmetro relacionado ao grau de liberdade do fluido que desempenha o papel de tempo, e P_a e P_τ representam seus momentos canonicamente conjugados. O termo dentro dos parênteses representa um vínculo secundário de primeira classe da teoria, que surge a partir da covariância temporal do folheamento $3 + 1$, como foi apresentado em [8]. Vamos denominá-lo H_0 , o que nos dá

$$H = NH_0. \quad (4.2)$$

A seguir, usamos $\{F, G\}$ como os parênteses de Poisson entre F e G , para representar as equações de Hamilton, a fim de obter o fator de escala. Respectivamente, para a e τ , obtemos

$$\dot{a} = \{a, H\} = -\frac{NP_a}{2a}, \quad (4.3)$$

$$\dot{P}_a = \{P_a, H\} = N \left(-\frac{P_a^2}{4a^2} + 3\omega \frac{P_\tau}{a^{3\omega+1}} \right), \quad (4.4)$$

$$\dot{\tau} = \{\tau, H\} = \frac{N}{a^{3\omega}}, \quad (4.5)$$

$$\dot{P}_\tau = \{P_\tau, H\} = 0. \quad (4.6)$$

Aqui, os pontos denotam a derivada com relação ao tempo coordenada t . Entretanto, sabemos que a relação entre o tempo coordenada t e o cósmico t_c é justamente $Ndt = dt_c$, o que nos permite dividir ambos os lados pela função lapso N e tratar as derivadas temporais como referentes ao tempo cósmico. Note, também, que podemos relacionar τ com o tempo cósmico usando a Eq. (4.5), de onde

$$a^{3\omega} d\tau = Ndt = dt_c. \quad (4.7)$$

Agora, para resolver as Eqs. (4.3)-(4.6) e encontrar a forma do fator de escala $a(t_c)$, vamos assumir um *ansatz* da forma $a(t_c) \propto t_c^{\alpha(\omega)}$, para o qual a Eq. (4.3) nos dá

$$P_a = -2\alpha t_c^{2\alpha-1}, \quad (4.8)$$

relação que podemos usar na Eq. (4.4) para obter

$$\frac{dP_a}{dt_c} = -\frac{\alpha t_c^{4\alpha-2}}{t_c^{2\alpha}} + 3\omega P_\tau t_c^{-\alpha(1+3\omega)}. \quad (4.9)$$

Logo, substituindo a Eq. (4.8) no lado esquerdo e levando em consideração que a Eq. (4.6) revela que P_τ é constante, é possível igualar os expoentes do tempo cósmico em ambos os lados da Eq. (4.9), o que nos dá

$$\alpha(\omega) = \frac{2}{3(1+\omega)}, \quad (4.10)$$

de onde concluímos a relação

$$a(t_c) \propto t_c^{\frac{2}{3(1+\omega)}}, \quad (4.11)$$

que é justamente a relação encontrada para um fluido perfeito na Eq. (2.56), usando as equações de Friedmann no Capítulo 2. Isso nos sugere que a Hamiltoniana da Eq. (4.1) descreve a geometria de fundo clássica corretamente.

Vamos aplicar o processo de quantização de Dirac para sistemas hamiltonianos vinculados [67–69], onde os vínculos de primeira classe, quando transformados em operadores que agem no espaço de Hilbert, devem aniquilar as funções de onda do Universo Ψ , ou seja,

$$\hat{H}_0 \Psi(a, \tau) = 0, \quad (4.12)$$

a chamada equação de Wheeler-DeWitt. Essa equação, quando apresentada de maneira mais generalizada, é obtida de forma independente do tempo, no sentido que ela se dá em termos de relações entre campos, sem um parâmetro temporal imediatamente claro [30]. Ainda assim, mesmo nessa forma mais geral, certos casos mais simples permitem interpretar algum grau de liberdade de um dos campos como um relógio físico, desempenhando um papel de parâmetro temporal. É o que acontece nessa situação, descrita por fluidos perfeitos. Outro problema que surge refere-se ao ordenamento dos operadores de \hat{H}_0 . No entanto, seguir o único caminho que torna o operador diferencial $a^{3\omega-1} P_a^2$ dentro de \hat{H}_0 em um laplaciano covariante. Essa ordenação nos dá

$$i \frac{\partial}{\partial \tau} \Psi = \frac{1}{4} \left\{ a^{(3\omega-1)/2} \frac{\partial}{\partial a} \left[a^{(3\omega-1)/2} \frac{\partial}{\partial a} \right] \right\} \Psi, \quad (4.13)$$

onde a equação assumiu uma forma de Schrödinger pois o operador P_τ aparecia linearmente em H_0 e pôde assumir o papel de tempo. Além disso, podemos fazer uma mudança de variáveis inspirada nessa ordenação de operadores, mais explicitamente,

$$\frac{\partial \chi}{\partial a} = a^{-(3\omega-1)/2}, \quad (4.14)$$

de onde podemos definir a variável

$$\chi = \frac{2}{3(1-\omega)} a^{3(1-\omega)/2}, \quad (4.15)$$

que será usada no lugar de a daqui em diante. Em termos dela, a Eq. (4.13) se torna

$$i \frac{\partial}{\partial \tau} \Psi(\chi, \tau) = \frac{1}{4} \frac{\partial^2 \Psi(\chi, \tau)}{\partial \chi^2}, \quad (4.16)$$

que pode ser interpretada como uma equação de Schrödinger para uma partícula livre de massa $m = 2$ em uma dimensão, com o sinal trocado para o tempo. Nesse sentido, se quisermos manter uma interpretação probabilística no mesmo sentido da regra de Born, precisamos exigir que a função de onda da Eq. (4.16) obedeça à condição de unitariedade

$$\left(\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial \chi} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial \chi} \right) \Big|_{\chi=0} = 0. \quad (4.17)$$

Entretanto, vale lembrar que na teoria quântica de dBB, apresentada no Capítulo 3, uma interpretação probabilística não é necessária para descrever a dinâmica, surgindo apenas como reflexo das propriedades estatísticas, assim como na mecânica clássica. Semelhantemente, não precisamos exigir forçosamente a unitariedade nas nossas soluções, ainda mais quando interpretamos a função de onda Ψ como do Universo, que por definição trataria de tudo que existe, dispensando um tratamento probabilístico.

Continuando nossa interpretação em termos de dBB, podemos apresentar uma possível função de onda inicial que satisfaz a Eq. (4.16) e também a condição de unitariedade da Eq. (4.17) sem apresentar singularidade alguma nas suas trajetórias bohmianas para o fator de escala. Essa função de onda inicial é a gaussiana dada por

$$\Psi_0(\chi) = \left(\frac{8}{\sigma^2 \pi} \right)^{1/4} \exp \left(-\frac{\chi^2}{\sigma^2} \right), \quad (4.18)$$

onde σ representa a variância da gaussiana. A solução para todos os tempos pode ser obtida ao aplicarmos um propagador correspondente à equação de Wheeler-DeWitt, considerando as condições de contorno adequadas, veja [70] para mais detalhes, que nos fornece

$$\Psi(\chi, \tau) = \left[\frac{8\sigma^2}{\pi(\sigma^4 + \tau^2)} \right]^{1/4} \exp \left[-\frac{\sigma^2 \chi^2}{\sigma^4 + \tau^2} \right] \times \exp \left[-i \left(\frac{\tau \chi^2}{\sigma^4 + \tau^2} + \frac{1}{2} \arctan \frac{\sigma^2}{\tau} - \frac{\pi}{4} \right) \right]. \quad (4.19)$$

Usando a fase da equação acima, podemos relacioná-la à equação guia de a como na Eq. (4.3), agora em termos de χ , ou seja,

$$\frac{d\chi}{d\tau} = -\frac{1}{2} \frac{\partial S}{\partial \chi}, \quad (4.20)$$

obtendo finalmente a evolução de $\chi(\tau)$

$$\chi(\tau) = \chi_b \left[1 + \left(\frac{\tau}{\sigma^2} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (4.21)$$

onde χ_b é o valor de χ no momento do ricochete, que acontece quando $\tau = 0$. Em termos do fator de escala temos

$$a(\tau) = a_b \left[1 + \left(\frac{\tau}{\sigma^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3(1-\omega)}}, \quad (4.22)$$

onde a_b é o fator de escala no momento do ricochete e está relacionado com χ_b pela Eq. (4.15). Essa solução descreve um ricochete sem singularidades para quaisquer valores de a_b e tem a propriedade importantíssima de tender à solução clássica para $\tau \gg 1$, como podemos ver ao

comparar com a Eq. (2.56). Isso evidencia que a quantização da Hamiltoniana (4.1) por esse caminho mantém os resultados do modelo clássico para tempos tardios. A seguir, vamos ilustrar alguns exemplos de ricochetes do fator de escala da Eq. (4.22) na Fig. 4.1. Mais adiante, no Capítulo 5, vamos usar a Eq. (4.20) para outras funções de onda, onde os ricochetes resultantes não são mais simétricos, no sentido de que a fase de contração e de expansão apresentam evoluções distintas e são, portanto, assimétricas.

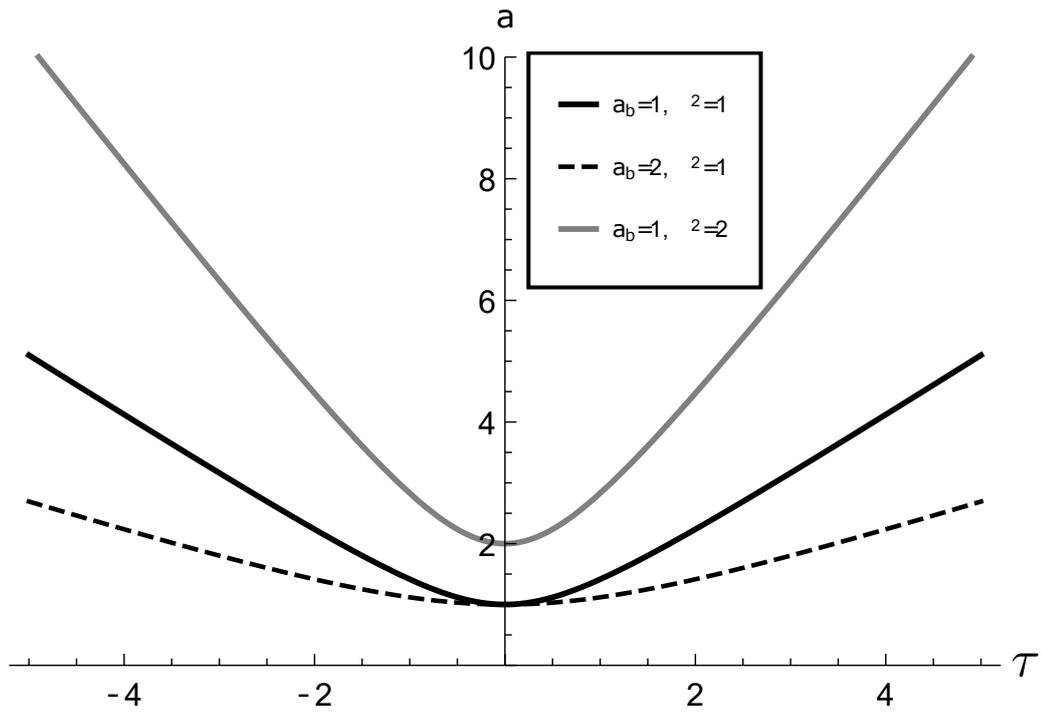


Figura 4.1 – a por τ para $\omega = 1/3$. As curvas foram obtidas para valores ilustrativos de a_b e σ .

5 Bariogênese gravitacional nos modelos de dBB

Nesse capítulo, vamos explorar uma proposta de produção de matéria bariônica, chamada bariogênese gravitacional. Essa ideia foi originalmente apresentada em [47], onde foi usada com modelos inflacionários e de supersimetria, mas também foi desenvolvida para outros modelos, como os de *loop quantum gravity* (LQG) em [48]. Esse modelo propõe uma interação efetiva entre a derivada do escalar de Ricci $\partial_\mu R$ e a corrente bariônica J^μ , introduzida na lagrangiana da teoria sob a forma

$$\frac{1}{M_*^2} \int d^4x \sqrt{-g} (\partial_\mu R) J^\mu, \quad (5.1)$$

onde M_* é a energia de corte da teoria efetiva. Esse termo, quando considerado em um universo em expansão, quebra dinamicamente a simetria CPT e favorece uma assimetria resultante em um excesso na produção de bárions sobre antibárions. Isso acontece porque o termo $J^0 (= n_B)$ tem um sinal diferente para matéria e antimatéria e, como vamos demonstrar aqui, podemos calcular essa assimetria resultante quando o Universo chega a uma temperatura de desacoplamento T_D dessa teoria efetiva.

Agora, vamos desenvolver as ferramentas teóricas necessárias para estudar essa interação em ambos casos de ricochetes simétricos e assimétricos, independentemente da forma do fator de escala, para depois estudarmos as diferenças entre os ricochetes em questão. Para tanto, vamos considerar que o tempo característico da interação t_{int} é muito mais rápido que a taxa de expansão do Universo nas temperaturas relevantes, isto é,

$$t_{int} \ll H^{-1}, \quad (5.2)$$

onde H representa o parâmetro de Hubble, pois dessa forma podemos usar relações de equilíbrio térmico para calcular a razão do número de bárions por entropia. Para isso, vamos identificar na Eq. (5.1) o termo que multiplica a densidade de bárions $n_B (= J^0)$ como o seu potencial químico μ_B , ou seja,

$$\mu_B = \pm \frac{\dot{R}}{M_*^2}, \quad (5.3)$$

onde sinal positivo se refere a partículas e o negativo a antipartículas. Assim, usando as Eqs. (2.94) e (2.95), a razão da densidade de bárions por entropia fica

$$\frac{n_B}{s} = \frac{15g_B}{4\pi^2 g_*} \frac{\dot{R}}{M_*^2 T} \Big|_{T=T_D}, \quad (5.4)$$

onde s é a densidade de entropia e, como mencionamos, T_D é a temperatura na qual a interação efetiva se desacopla por se tornar ineficiente. Dessa forma, uma vez que a temperatura cai abaixo de T_D , a produção efetiva de bárions congela e a assimetria resultante é preservada.

Agora, para procurarmos soluções físicas que correspondam às observações dessa razão $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$ [71], vamos exigir que esse valor seja satisfeito em T_D e, então, procuraremos na região de espaços de parâmetros da teoria para avaliar onde essa condição é satisfeita. Essa é uma abordagem que nos permite estudar as possibilidades dos valores dos parâmetros da teoria, além de comparar os casos simétrico e antissimétrico de acordo com a região permitida pelos limites físicos e experimentais dos parâmetros.

A fim de calcular a razão n_B/s , Eq. (5.4), o primeiro passo é calcular \dot{R} . O escalar de Ricci é dado por

$$R(\bar{\eta}) = \frac{6}{a_b^2 \sigma^4} \frac{A''(\bar{\eta})}{A^3(\bar{\eta})}, \quad (5.5)$$

onde $\bar{\eta} \equiv \eta/\sigma^2$ é um tempo conforme adimensional, $' \equiv d/d\bar{\eta}$, e $A(\bar{\eta}) \equiv a(\bar{\eta})/a_b$. A sua derivada com relação ao tempo cósmico t , mas escrita em termos desse tempo conforme $\bar{\eta}$ é dada por

$$\dot{R}(\bar{\eta}) = \frac{6}{a_b^3 \sigma^6} \frac{A(\bar{\eta})A'''(\bar{\eta}) - 3A'(\bar{\eta})A''(\bar{\eta})}{A^5(\bar{\eta})}. \quad (5.6)$$

O próximo passo, então, é obter a relação entre o tempo conforme e a temperatura T , isto é uma equação do tipo $\bar{\eta} = \bar{\eta}(T)$, que será necessária para calcular a relação n_B/s em $T = T_D$. Isso pode ser alcançado se tivermos as relações $t = t(T)$ e $t = t(\bar{\eta})$, ambas suficientemente distantes do ricochete. A primeira dessas relações pode ser obtida se considerarmos que, para valores razoáveis de T_D , esperamos que o Universo ainda seja dominado por radiação, o que nos permite escrever tanto

$$\rho(t) = \frac{3M_p^2}{32\pi t^2}, \quad (5.7)$$

quanto

$$\rho(T) = \frac{g_* \pi^2 T^4}{30}, \quad (5.8)$$

onde M_p é a massa de Planck. Igualando as duas expressões (5.7) e (5.8), temos a primeira relação entre o tempo cósmico e a temperatura,

$$t(T) \approx 0.3 \times g_*^{-1/2} \frac{M_P}{T^2}. \quad (5.9)$$

A seguir, com o propósito de obter a relação $t = t(\bar{\eta})$, precisamos especificar o fator de escala $A(\bar{\eta})$, o que será feito em detalhes para cada caso de estudo nas seções a seguir. Com essa última relação, finalmente será possível expressar a razão entre as densidades de assimetria de bárions e entropia em função da temperatura T e calculá-la em T_D . De agora em diante, vamos considerar os valores $g_* \simeq 100$ e $g_B \simeq 1$.

Podemos adiantar, ainda, que ao considerar o fator de escala de cada ricochete, a Eq. (5.4) vai depender dos parâmetros físicos x_b , T_D e M_* . O primeiro é uma variável de *redshift* no momento do ricochete e está compreendida no intervalo $10^{15} \leq x_b \leq 10^{31}$, onde o limite inferior restringe nossas escalas de tempo muito antes da nucleossíntese, pois não queremos interferir em seus resultados já estabelecidos, enquanto o limite superior se dá próximo à escala

de Planck, onde esperamos que uma teoria efetiva da gravitação como essa não seja suficiente para descrever fenômenos nessas energias. Já a temperatura de desacoplamento T_D está limitada por $10 \text{ TeV} \leq T_D \leq 10^{19} \text{ GeV}$, onde o limite inferior é dado pelas escalas de energia dos experimentos no LHC [72], por serem os níveis de energia mais altos estudados diretamente. Neles, não há evidências de interações efetivas de bariogênese, e mais uma vez, o limite superior é a escala de energia de Planck. Analogamente, para as escalas de energia de corte M_* os limites são os mesmos de T_D , mas escolhemos representá-los termos da massa de Planck M_P , obtendo, $10^{-16} M_P \leq M_* \leq M_P$. Resumidamente, temos os limites fixos dos parâmetros adimensionais da teoria

$$10^{15} \leq x_b \leq 10^{31}, \quad (5.10)$$

$$10^7 \leq \bar{T}_D \leq 10^{22}, \quad (5.11)$$

$$10^{-16} \leq \bar{M}_* \leq 1, \quad (5.12)$$

onde colocamos $\bar{T}_D = T_D/\text{MeV}$ e $\bar{M}_* = M_*/M_P$.

A seguir, vamos tratar três casos de ricochetes: simétricos, assimétricos não-unitários e assimétricos unitários.

5.1 Ricochetes simétricos

Para o caso simétrico, vamos considerar o ricochete gerado pela função de onda inicial gaussiana dada por

$$\Psi_0(\chi) = \left(\frac{8}{\sigma^2 \pi} \right)^{\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{\chi^2}{\sigma^2} \right), \quad (5.13)$$

onde σ representa o parâmetro de largura da gaussiana e χ é uma função do fator de escala dada por

$$\chi = \frac{2}{3(1-\omega)} a^{3(1-\omega)/2}. \quad (5.14)$$

Quando aplicamos o propagador unitário da equação de Wheeler-DeWitt [30], o que foi feito no Capítulo 4, produzimos um fator de escala da forma

$$a(\tau) = a_b \left[1 + \left(\frac{\tau}{\sigma^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3(1-\omega)}}, \quad (5.15)$$

onde a_b e χ_b também são relacionados pela mudança de variáveis da Eq. (5.14). Entretanto, como nosso interesse para esse mecanismo de bariogênese se dá algum tempo depois do ricochete, podemos considerar o Universo dominado por radiação, cujo parâmetro da equação de estado é dada por $\omega = 1/3$, para qual a Eq (5.15) se torna, em termos do tempo conforme adimensional $\bar{\eta} \equiv \eta/\sigma^2$

$$a(\bar{\eta}) = a_b \sqrt{1 + \bar{\eta}^2}. \quad (5.16)$$

Além disso, para tempos suficientemente grandes, podemos dizer ainda que esse fator de escala torna-se, aproximadamente,

$$a(\bar{\eta}) = a_b \bar{\eta}, \quad (5.17)$$

o que nos permite calcular o tempo cósmico, a partir da definição do tempo conforme $dt = a(\eta)d\eta$,

$$t(\bar{\eta}) = \frac{a_b \sigma^2 \bar{\eta}^2}{2}, \quad (5.18)$$

onde σ pode ser relacionado com o raio de Hubble $R_{H_0} = 1/H_0$ a partir das Eqs. (2.19) e (2.61) para esse fator de escala como

$$H^2 = H_0^2 \Omega_{r0} \frac{a_0^4}{a^4} = \frac{a_b^2}{\sigma^4 a^4}, \quad (5.19)$$

de onde podemos ler

$$\sigma^2 = \frac{R_{H_0}}{a_b x_b^2 \sqrt{\Omega_{r0}}}. \quad (5.20)$$

Considerando, então, o fator de escala na Eq. (5.15), os valores de $H_0 = 1.22 \times 10^{-61} M_p$, $M_p = 1.22 \times 10^{22} \text{ MeV}$, as Eqs. (5.9) e (5.18), obtemos a relação entre o tempo cósmico e a temperatura da forma

$$\bar{\eta}(\bar{T}) = \frac{1.0 \times 10^{-10} x_b}{\bar{T}}, \quad (5.21)$$

para a qual a razão (5.4) longe do momento de ricochete se torna

$$\frac{n_B}{s} = 6.2 \times 10^{-86} \frac{\bar{T}_D^7}{x_b^2 \bar{M}_*^2}, \quad (5.22)$$

onde usamos $\Omega_{r0} = 8 \times 10^{-5}$. Finalmente, essa razão n_B/s é dada em termos dos parâmetros x_b , \bar{T}_D e \bar{M}_* .

Devemos notar ainda que a Eq. (5.21) foi obtida através de uma expansão de Taylor assumindo que $\bar{\eta} \gg 1$, o que nos impõe uma restrição que será levada em conta ao avaliar a região de parâmetros permitida, em conjunto com as condições das Eqs. (5.10) - (5.12), sendo ela ¹,

$$\frac{x_b}{\bar{T}} \gtrsim 1.0 \times 10^{11}. \quad (5.23)$$

Na Figura 5.1 [49], apresentamos a região no espaço de parâmetros $\bar{T}_D \times x_B$ com linhas que representam valores constantes de \bar{M}_* . A região preenchida em cinza é aquela que nos dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$.

A seguir, vamos apresentar um desenvolvimento análogo para o caso dos ricochetes assimétricos e comparar os resultados.

¹ Para aplicar a condição $\bar{\eta} \gg 1$, assumimos $\bar{\eta} > 10$ como suficiente pois expandimos termos da ordem de $\bar{\eta}^2$. Vamos usar a mesma condição para os casos assimétricos que se seguem.

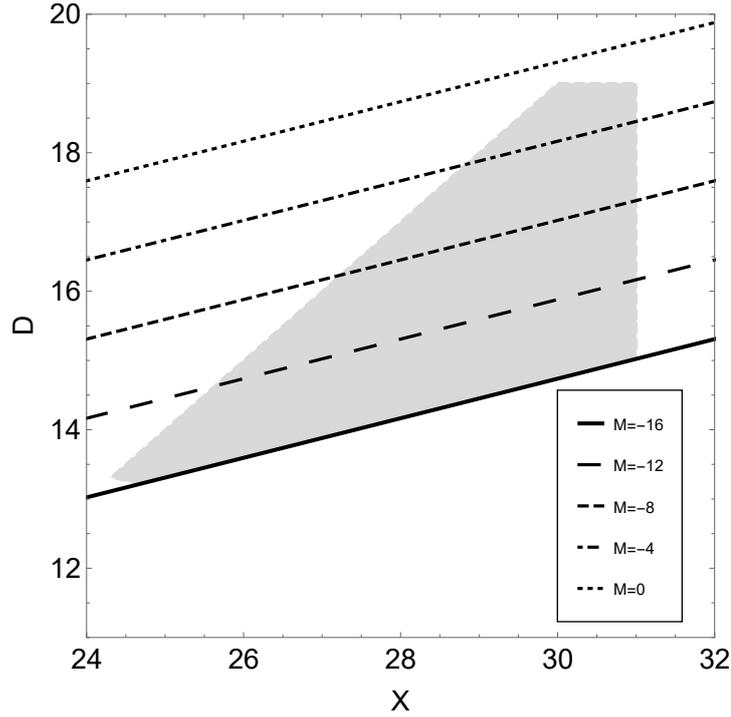


Figura 5.1 – Espaço de parâmetros de x_B, T_D, M_* que satisfaz $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Aqui, usamos uma reparametrização logarítmica $X = \log(x_b)$, $D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente.

5.2 Ricochetes assimétricos

Vamos considerar agora o caso de ricochetes assimétricos para tentar observar os efeitos dessa assimetria na bariogênese. Os desenvolvimentos matemáticos são semelhantes aos do caso simétrico. Além disso, também vamos abordar o papel da unitariedade na evolução quântica da função de onda. Adiante, apresentamos os dois casos de ricochetes assimétricos, não-unitário e unitário.

5.2.1 Ricochete assimétrico não-unitário

Para o caso assimétrico não-unitário, vamos considerar o ricochete gerado pela função de onda gaussiana assimétrica dada por

$$\Psi_0^{(1)}(\chi) = \exp\left(-\frac{\chi^2}{\sigma^2} + ip\chi\right), \quad (5.24)$$

onde o parâmetro que mede a assimetria é o p . Fazendo a sua evolução não-unitária, que está detalhada em [34], obtemos o fator de escala na região dominada por radiação dado por

$$a_{\pm}(\bar{\eta}) = a_b \left(\pm y^2 \bar{\eta} + \sqrt{1 + y^4} \sqrt{1 + \bar{\eta}^2} \right), \quad (5.25)$$

onde $\bar{\eta} = T/\sigma^2$, $y^2 = x_b \bar{p} \bar{\sigma}^2/2$, $\bar{\sigma} = \sigma \sqrt{a_0 H_0}$ e $\bar{p} = p/(a_0^2 H_0)$, assumindo $p > 0$, são variáveis adimensionais e os sinais \pm levam em conta duas soluções possíveis para o ricochete. Nesse caso

o ricochete ocorre em $\bar{\eta}_b = \mp y^2$. Nas Figs. 5.2 e 5.3 apresentamos alguns ricochetes assimétricos produzidos pelo fator de escala da Eq. (5.25) em alguns casos ilustrativos.

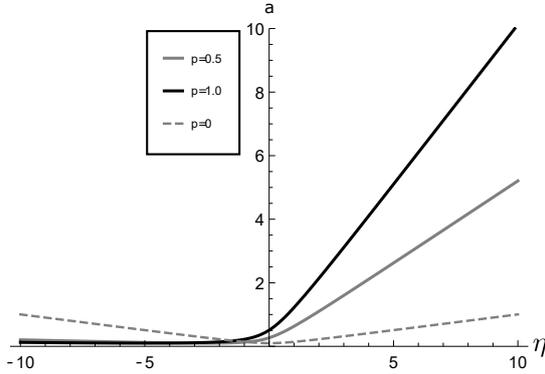


Figura 5.2 – a_+ por τ para $\sigma = 1$, $a_b = 1$, $\omega = \frac{1}{3}$.

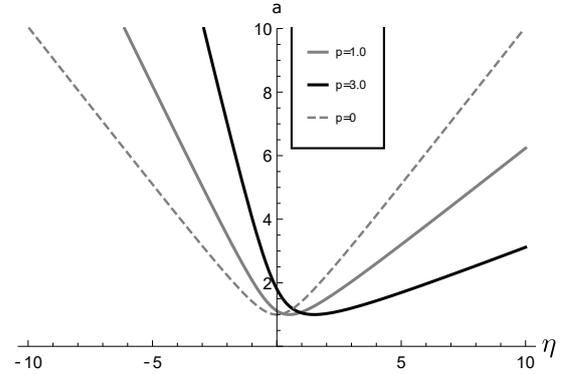


Figura 5.3 – a_- por τ para $\sigma = 1$, $a_b = 1$, $\omega = \frac{1}{3}$.

Assim como antes, usamos as equações clássicas de Friedmann que vimos no Capítulo 2 para estudar a era de expansão após o ricochete, quando os efeitos quânticos são desprezíveis, e obtivemos as relações relevantes para o nosso desenvolvimento. Dessa vez, o fator de escala, Eq. (5.25), pode ser aproximado por

$$a(\bar{\eta}) = \frac{a_b \bar{\eta}}{\sqrt{1 \mp \frac{\bar{p}}{\sqrt{\Omega_{r0}}}}} \quad , \quad (\eta \gg 1). \quad (5.26)$$

Por simplicidade, vamos definir o parâmetro de assimetria λ como

$$\lambda = \sqrt{1 \mp \frac{\bar{p}}{\sqrt{\Omega_{r0}}}} \quad , \quad (5.27)$$

onde recuperamos o caso simétrico quando $\lambda = 1$. Nota-se, também, a restrição de positividade do argumento da raiz, que nos impõe $\bar{p} < \sqrt{\Omega_{r0}}$ no caso $(-)$ (ou a_+). Em termos desse parâmetro podemos reescrever a Eq. (5.26) como

$$a(\bar{\eta}) = \frac{a_b \bar{\eta}}{\lambda} \quad , \quad (5.28)$$

onde λ inclui ambos os casos a_{\pm} . Além disso, o parâmetro de densidade de radiação Ω_{r0} pode ser encontrado de forma análoga ao caso simétrico, usando as Eqs. (2.19) e (2.61),

$$H^2 = (\pm y^2 + \sqrt{1 + y^4})^2 H_0^2 a_0^4 \bar{\sigma}^4 x_b^2 a^4 \quad , \quad (5.29)$$

de onde lemos

$$\Omega_{r0} = \frac{1 + \lambda^4 \pm (1 - \lambda^4)}{2\lambda^2 x_b^2 \bar{\sigma}^4} \quad , \quad (5.30)$$

o que nos leva a

$$\bar{\sigma}_+^2 = \frac{1}{x_b \sqrt{\Omega_{r0}} \lambda} \quad , \quad (5.31)$$

$$\bar{\sigma}_-^2 = \frac{\lambda}{x_b \sqrt{\Omega_{r0}}} \quad . \quad (5.32)$$

Usando essa definição unificada, nós buscamos as restrições analíticas nos parâmetros livres da teoria que nos dão o valor observado da razão n_B/s , assim como no caso simétrico.

Longe do ricochete, podemos relacionar os tempos cósmico t , e conforme $\bar{\eta}$ como

$$t(\bar{\eta}) = \frac{a_b \sigma^2 \bar{\eta}^2}{2\lambda}. \quad (5.33)$$

Das equações Eqs. (5.9) e (5.33), e usando os parâmetros do caso simétrico, obtivemos

$$\bar{\eta}(\bar{T}) = \frac{1.0 \times 10^{-10} x_b \lambda}{\bar{T}}. \quad (5.34)$$

Adicionalmente, precisamos também levar em conta nosso critério de aproximação para $\eta \gg 1$, que neste caso fica

$$\frac{x_b}{T} \gtrsim \frac{1.0 \times 10^{11}}{\lambda}. \quad (5.35)$$

Agora, precisamos reestabelecer os limites de x_b , usando a escala de comprimento do ricochete definida como $L = 1/\sqrt{R(\bar{\eta})}$. Para isso, vamos explicitar a sua relação com x_b , usando a Eq. (5.5), o que nos permite obter

$$\bar{L} = \frac{\sqrt{6\Omega_{r0}} x_b^2}{\mathcal{C}(\lambda)}, \quad (5.36)$$

onde a função \mathcal{C} é definida como

$$\mathcal{C}(\lambda) = \frac{(1 + \lambda)^3}{4\sqrt{2}\lambda^2\sqrt{1 + \lambda^2}}. \quad (5.37)$$

Vale notar que quando $\mathcal{C}(1) = 1$, \bar{L} se torna idêntico ao caso simétrico, como era de se esperar, pois vemos que $p = 0$ implica $\lambda = 1$, na Eq. (5.27) (veja [36] para mais detalhes).

Dessa forma, podemos usar nossos limites de x_b , com a exigência de que a escala do ricochete seja pelo menos 10^3 vezes maior que a escala de Planck, ou seja, $L_{\min} = 1/\sqrt{R(\bar{\eta}_{\max})} > 10^3 L_{\text{Planck}}$. Entretanto, vamos manter a nossa restrição referente à nucleossíntese, ou seja, a escala de comprimento do ricochete deve ser menor que a escala onde ocorre a nucleossíntese $L_{\min} < L_{\text{nucl}}$. Esse comprimento pode ser feito dimensional ao compararmos com o raio de Hubble hoje, definindo então $\bar{L} = R_{H_0}/L$, para o qual os novos limites ficam expressos como

$$10^{20} < \bar{L} < 10^{58}. \quad (5.38)$$

Em termos de \bar{L} , \bar{T}_D , \bar{M}_* e λ , a razão n_B/s fica

$$\frac{n_B}{s} = 1.4 \times 10^{-87} \frac{T_D^7}{M_*^2 \bar{L}} \mathcal{H}(\lambda), \quad (5.39)$$

onde

$$\mathcal{H}(\lambda) = \frac{2\sqrt{2}(1 + \lambda^2)^{3/2}}{(1 + \lambda)^3} = \frac{1 + \lambda^2}{2\lambda^2 \mathcal{C}(\lambda)}. \quad (5.40)$$

Mais uma vez, notamos que quando $\lambda = 1 \rightarrow \mathcal{H}(1) = 1$ e retomamos o caso simétrico da Eq. (5.22), usando as Eqs. (5.36) e Eq. (5.39).

Agora, vamos procurar qual é a região no espaço de parâmetros que nos dá a razão bariônica observada. Definindo, analogamente ao caso anterior, $D = \log \bar{T}_D$, $M = \log \bar{M}_*$ e $S = \log \bar{L}$, a partir da Eq. (5.39) temos

$$D(S, M, \lambda) = 11 + 0.14(S + 2M - \log \mathcal{H}(\lambda)), \quad (5.41)$$

para a qual também temos que aplicar as condições das Eqs. (5.11), (5.12) e (5.38). Além disso, também precisamos considerar que $\eta \gg 1$, pois nossos resultados são válidos apenas suficientemente longe do ricochete. Para isso, vamos usar a Eq. (5.36) e substituí-la na restrição da Eq. (5.34), o que nos dá a última restrição

$$S > 2D + 20.4 - 0.434 \log(\lambda^2 \mathcal{C}(\lambda)). \quad (5.42)$$

Finalmente, o conjunto completo de condições aos parâmetros da teoria é:

$$7 \leq D \leq 22, \quad (5.43)$$

$$-16 \leq M_* \leq 0, \quad (5.44)$$

$$20 < S < 58, \quad (5.45)$$

$$S > 2D + 20.4 - 0.434 \log(\lambda^2 \mathcal{C}(\lambda)), \quad (5.46)$$

$$D(S, M, \lambda) = 11 + 0.14(S + 2M - \log \mathcal{H}(\lambda)). \quad (5.47)$$

Entretanto, ainda queremos usar a variável x_b para poder comparar os resultados com o caso simétrico. Então, mais uma vez usando $X = \log x_b$, da Eq. (5.36), obtemos

$$S = 2X - 3.8 - \log C(\lambda), \quad (5.48)$$

que nos permite associar os valores possíveis de S e X .

Antes de apresentar as figuras referentes a esse caso, já podemos observar através das Eqs. (5.46), (5.47) e (5.48) que a assimetria se manifesta nas restrições dos parâmetros por meio das funções $\mathcal{C}(\lambda)$ e $\mathcal{H}(\lambda)$. Ao estudar o comportamento dessas funções, podemos perceber qualitativamente que para valores maiores de λ , isto é, uma maior assimetria, os valores possíveis de x_b diminuem, ao passo que D e M_* aumentam, comparativamente ao caso simétrico. Para valores pequenos de λ , isto é $\lambda < 1$, acontece o contrário.

A fim de verificar nossa análise qualitativa, precisamos considerar as regiões nos espaços dos parâmetros X , D e M para alguns valores representativos de λ , para ambos os casos de (a_{\pm}) . Vamos começar com o caso a_+ da Eq. (5.25). Nesse caso, lembramos que existe a restrição em \bar{p} na Eq. (5.27), dada por $\bar{p} < \sqrt{\Omega_{r0}}$. Esperamos que os valores de \bar{p} próximos a esse limite sejam os mais relevantes, pois quando $\bar{p} \rightarrow \sqrt{\Omega_{r0}}$ temos que $\lambda \rightarrow 0$, enquanto que para \bar{p} pequeno retomamos o caso simétrico e $\lambda, \mathcal{C}(\lambda), \mathcal{H}(\lambda) \rightarrow 1$.

Nas figuras 5.4, 5.5 e 5.6, percebemos que conforme aumentamos \bar{p} a região cinza é continuamente empurrado à esquerda, de forma a restringir valores menores de X e M . Nesse sentido, quanto maior a assimetria (conforme λ vai de 1 a 0), menor é a região de parâmetros compatível com as observações de n_b/s .

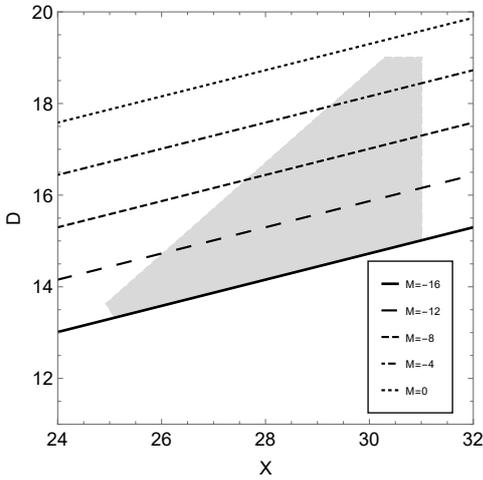


Figura 5.4 – Espaço de parâmetros de x_B , T_D , M_* para $\bar{p} = 0.50\sqrt{\Omega_{r0}}$ que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Mais uma vez, $X = \log(x_B)$, $D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para o fator de escala a_+ .

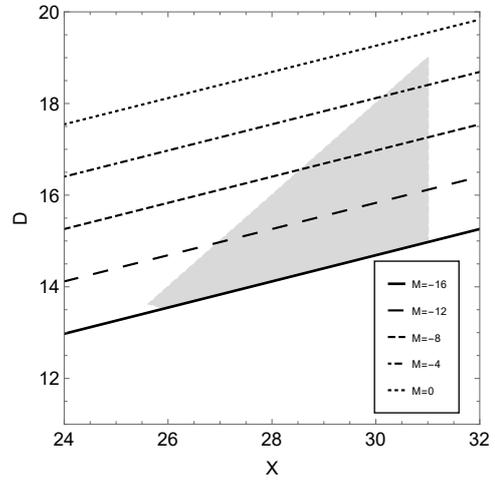


Figura 5.5 – Espaço de parâmetros de x_B , T_D , M_* para $\bar{p} = 0.90\sqrt{\Omega_{r0}}$ que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Mais uma vez, $X = \log(x_B)$, $D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para o fator de escala a_+ .

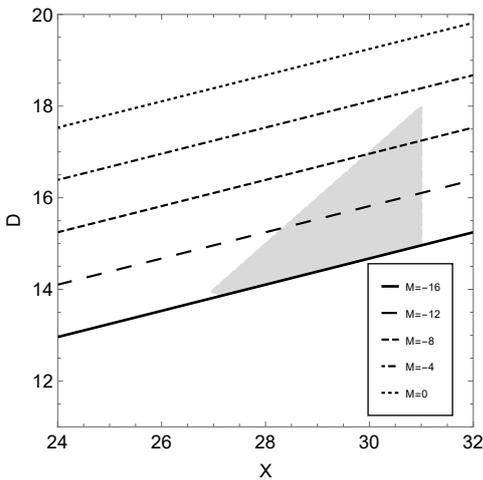


Figura 5.6 – Espaço de parâmetros de x_B , T_D , M_* para $\bar{p} = 0.99\sqrt{\Omega_{r0}}$ que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Mais uma vez, $X = \log(x_B)$, $D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para o fator de escala a_+ .

Já no caso a_- da Eq. (5.25), percebemos nas Figs. 5.7 -5.10 que aumentar \bar{p} também aumenta a região permitida no espaço de parâmetros. O lado direito da região não muda, enquanto que o lado esquerdo cresce para a esquerda. Conforme \bar{p} aumenta, valores menores de X e maiores de D e M são permitidos para manter a bariogênese no seu valor correto. Além disso, para $\bar{p} \gtrsim 10^{11} \sqrt{\Omega_{r0}}$ a região se estabiliza e os parâmetros X , M e D atingem seus maiores intervalos possíveis.

A seguir, vamos considerar outro caso de ricochete antissimétrico, dessa vez unitário e com dois parâmetros de assimetria no lugar de um.

5.2.2 Ricochete assimétrico unitário

Agora vamos abordar o caso assimétrico unitário dado pela função de onda inicial que representa a sobreposição de duas gaussianas, de tal forma que a Eq. (4.17) é satisfeita. Vale notar que se tivéssemos apenas uma gaussiana desse tipo, o ricochete seria necessariamente simétrico. Além disso, quando $p_1 = p_2$ os termos imaginários tornam-se fases opostas, que se cancelam na soma das duas gaussianas, gerando outro ricochete simétrico. Essa função de onda é dada por

$$\Psi_0(\chi) = N \left[\exp \left(-\frac{\chi^2}{\sigma^2} + ip_1^2 \chi^2 \right) + \exp \left(-\frac{\chi^2}{\sigma^2} - ip_2^2 \chi^2 \right) \right], \quad (5.49)$$

onde N é um termo de normalização dado por

$$N = \frac{\sqrt{2}}{\pi^{\frac{1}{4}}} \left\{ \left[-i(p_1^2 + p_2^2) + \frac{2}{\sigma^2} \right]^{-\frac{1}{2}} + \left[i(p_1^2 + p_2^2) + \frac{2}{\sigma^2} \right]^{-\frac{1}{2}} + \sqrt{2}\sigma \right\}^{-1/2}. \quad (5.50)$$

Entretanto, essa função de onda inicial, quando propagada de forma unitária, cujos detalhes estão em [34], pode gerar múltiplos ricochetes, dependendo dos parâmetros σ , p_1 e p_2 da função de onda inicial, como apresentado nas Figs. 5.11 e 5.12. Dessa forma, para relacionar σ à densidade Ω_{r0} , partimos das Eqs. (2.19) e (2.61) para obter

$$H^2 = \frac{a_i^2}{a^4(\tau_i^2 + \sigma^4)}, \quad (5.51)$$

$$\Omega_{r0} = \frac{a_i^2}{a_0^4 H_0^2 (\tau_i^2 + \sigma^4)}, \quad (5.52)$$

onde os a_i e τ_i representam, respectivamente, as escalas e tempos dos i ricochetes. Porém, para obter resultados na bariogênese, precisamos nos ater aos de ricochetes únicos. Dessa forma, vamos impor uma restrição aos nossos parâmetros, especificamente $p_1\sigma \ll 1$ e $p_2\sigma \ll 1$, a qual será aplicada a partir de agora para toda a análise que se segue. Dentro desse limite, a expressão analítica para o fator de escala fica

$$a(\bar{\eta}) = a_b \left[1 - \frac{(p_1^2 - p_2^2)\sigma^2 \bar{\eta}}{2(1 + \bar{\eta}^2)} \right] \sqrt{1 + \bar{\eta}^2}. \quad (5.53)$$

De agora em diante, vamos seguir a transformação de variáveis $x_b = a_0/a_b$, $\bar{\sigma} = \sigma\sqrt{a_0 H_0}$ e $\bar{p}_i^2 = p_i^2/a_0 H_0$, $i = 1, 2$. Nessas novas variáveis, considerando o limite dado, as Eqs. (5.51) e

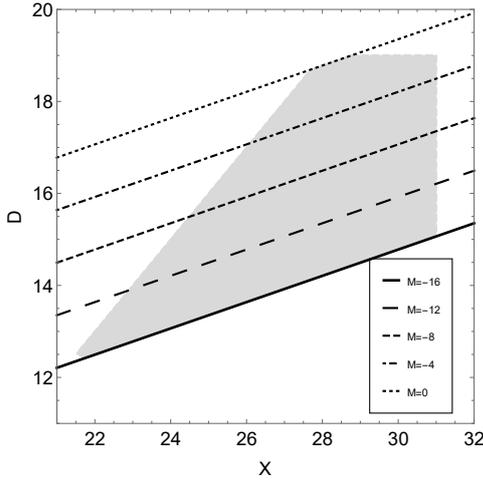


Figura 5.7 – Espaço de parâmetros de x_B , T_D , M_* para $\bar{p} = 10^2 \sqrt{\Omega_{r0}}$ que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Mais uma vez, $X = \log(x_B)$, $D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para o fator de escala a_- .

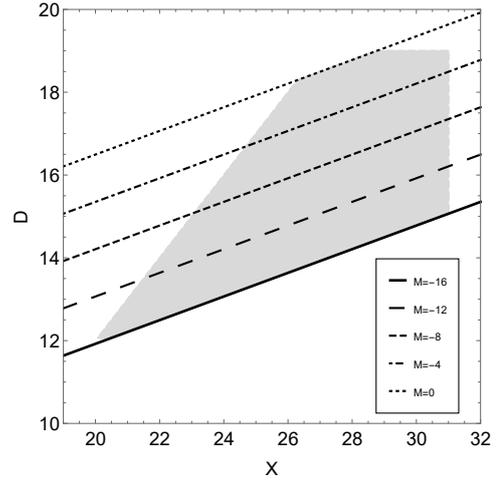


Figura 5.8 – Espaço de parâmetros de x_B , T_D , M_* para $\bar{p} = 10^3 \sqrt{\Omega_{r0}}$ que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Mais uma vez, $X = \log(x_B)$, $D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para o fator de escala a_- .

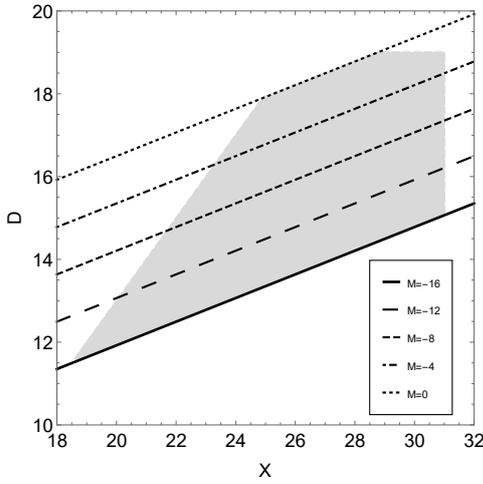


Figura 5.9 – Espaço de parâmetros de x_B , T_D , M_* para $\bar{p} = 10^4 \sqrt{\Omega_{r0}}$ que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Mais uma vez, $X = \log(x_B)$, $D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para o fator de escala a_- .

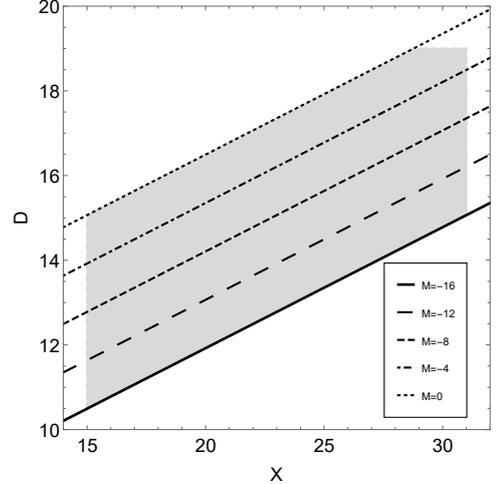


Figura 5.10 – Espaço de parâmetros de x_B , T_D , M_* para $\bar{p} = 10^{11} \sqrt{\Omega_{r0}}$ que dá $n_B/s \approx 9 \times 10^{-11}$. Mais uma vez, $X = \log(x_B)$, $D = \log(\bar{T}_D)$ e $M = \log(\bar{M}_*)$, respectivamente, para o fator de escala a_- .

(5.52) nos dão

$$\bar{\sigma}^2 = \left\{ \frac{x_b^2 \Omega_{r0}}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{(\bar{p}_1^2 - \bar{p}_2^2)^2}{x_b^2 \Omega_{r0}}} \right] \right\}^{-1/2}. \quad (5.54)$$

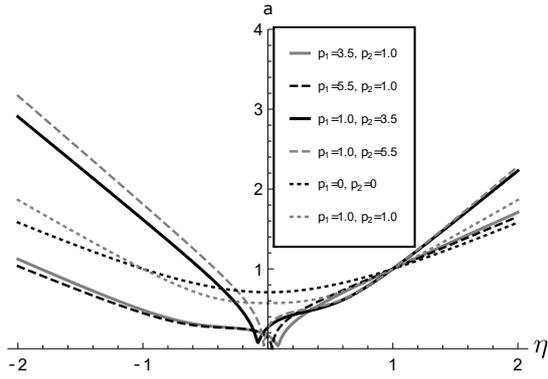


Figura 5.11 – Exemplos de ricochetes únicos para $\sigma = 1$, $a_i = 1$ e $T_i = 1$

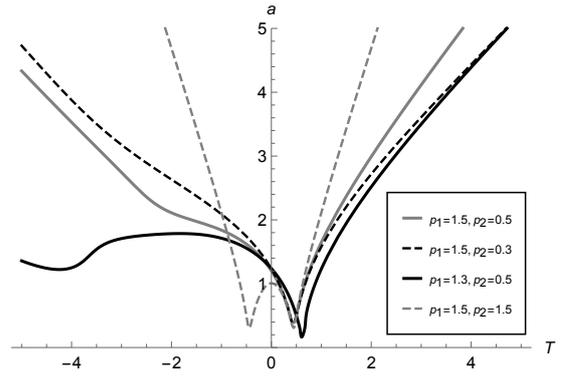


Figura 5.12 – Exemplos ilustrativos de ricochetes múltiplos com $\sigma = 3$, $a_i = 0,5$ e $T_i = 0,5$

Então, longe do ricochete temos

$$a(\bar{\eta}) = a_b \bar{\eta}, \quad (5.55)$$

tal que o tempo cósmico t em termos de $\bar{\eta}$ fica

$$t(\bar{\eta}) = \frac{a_b \sigma^2 \bar{\eta}^2}{2}, \quad (5.56)$$

ambos idênticos ao caso simétrico distante do ricochete.

Assim como fizemos para o caso anterior, igualando as Eqs. (5.7) e (5.8), conseguimos encontrar uma relação entre $\bar{\eta}$ e a temperatura \bar{T} . Então, usando Eq. (5.56), ficamos com

$$\bar{\eta}(\bar{T}) = \frac{1.0 \times 10^{-10} x_b}{\bar{T}}, \quad (5.57)$$

que também é o mesmo do caso simétrico.

Continuando o desenvolvimento de forma análoga aos casos anteriores, usando as Eqs. (5.53) e (5.57), obtivemos resultados para n_B/s idênticos ao caso simétrico, Eq. (5.22), até a sétima ordem e um termo adicional na oitava ordem:

$$\frac{n_B}{s} = \left. \frac{n_B}{s} \right|_{\text{sym}} + 2.8 \times 10^{-73} \frac{\bar{T}_D^8}{M_*^2 x_b^4} |\bar{p}_1^2 - \bar{p}_2^2|. \quad (5.58)$$

Vale notar que o valor máximo desse novo termo corresponde justamente ao valor máximo da diferença $|\bar{p}_1^2 - \bar{p}_2^2|$.

Finalmente, considerando valores razoáveis para x_b , T_D e M_* , mais uma vez dados pelas condições (5.10) - (5.12), obtivemos a região de parâmetros permitida para que $n_B/s = 9 \times 10^{-11}$ seja satisfeito. Ao desenhar as figuras para esse caso, considerando n_B/s até a oitava ordem, os gráficos das regiões de parâmetros são idênticos aos do caso simétrico, assim como na Figura 5.1, para quaisquer valores dos parâmetros \bar{p}_1 e \bar{p}_2 que satisfazem $\bar{p}_1 \bar{\sigma} \ll 1$ e $\bar{p}_2 \bar{\sigma} \ll 1$. Isso significa que a ordem adicional considerada não trouxe nenhuma possibilidade nova para os parâmetros da teoria, o que nos leva a concluir que a bariogênese gravitacional desse ricochete assimétrico, no limite considerado, é igual à bariogênese do caso simétrico.

6 Conclusão

De acordo com o que foi apresentado nos capítulos anteriores, com o objetivo de avaliar a viabilidade do mecanismo de produção de bariogênese gravitacional no contexto da cosmologia quântica de dBB, concluímos que é possível obter a assimetria de matéria e antimatéria observada para todos os tipos de ricochetes estudados. Os resultados foram apresentados em termos dos parâmetros livres da teoria, sendo eles: a escala de energia do acoplamento, a escala de curvatura do ricochete e a temperatura de desacoplamento. O caso simétrico apresenta uma vasta região no espaço de parâmetros para a qual é possível obter essa assimetria. Quase todos os valores de energia de acoplamento são permitidos, com preferência para os mais baixos. Para a curvatura do ricochete, a região permitida varia em sete ordens de grandeza, com preferência para ricochetes mais profundos. Já o intervalo de temperaturas de desacoplamento é mais restrito, limitado a quatro ordens de grandeza, com preferência para valores menores.

Vale ressaltar que geometrias de fundo com ricochete não são obrigatórias para a produção da assimetria de bárions observada com esse mecanismo de bariogênese gravitacional, elas apenas permitem uma larga região de parâmetros. Entretanto, é necessário que, ao alcançar a temperatura de desacoplamento, o termo \dot{R} não seja desprezível. Na cosmologia clássica, quando há um fluido com equação de estado $p = \omega\rho$ dominante, a derivada temporal da curvatura fica $\dot{R} = -24\pi G H_0 (1 - 3\omega)(1 + \omega)\rho$, que se torna desprezível na fase dominada por radiação, quando $\omega = 1/3$, até mesmo durante a inflação. Mesmo sabendo que no Universo primordial o valor de ω não é exatamente $1/3$, ele é muito próximo disso, o que restringe substancialmente o espaço de parâmetros num caso sem ricochete. Já no nosso modelo, a derivada da curvatura ganha a contribuição do potencial quântico Q , ou seja, $\dot{R} = -24\pi G H_0 [(1 - 3\omega)(1 + \omega)\rho + Q]$, o que aumenta e muito as possibilidades para os parâmetros da teoria.

Usando o caso simétrico como ponto de comparação, os casos assimétricos, em que a fase de contração tem mais energia de radiação do que a fase de expansão, aumentam a região permitida de parâmetros, enquanto no caso contrário a região é reduzida. Em situação limite de uma contração quase vazia, não há produção significativa de assimetria entre bárions e antibárions, mesmo que depois a densidade de energia de radiação assumia valores como os observados.

Dessa forma, fica evidente que a quantidade produzida de bárions por esse mecanismo depende do que acontece na fase de contração, mesmo obtendo resultados assintóticos iguais aos modelos clássicos para a expansão. Isso acontece pois a dinâmica da geometria de fundo surge a partir da função de onda do próprio Universo. Logo, para obter modificações nas propriedades da fase de contração é necessário alterar os parâmetros da função de onda, o que altera os valores de Q presente em \dot{R} , e, por sua vez, altera a bariogênese resultante. Em contraste, um Universo com uma expansão pura, sem fase de contração, seguindo o fator de escala do ramo de expansão,

produziria exatamente os mesmos resultados, mas é muito difícil imaginar um cenário físico que leve precisamente a essa expansão sem passar anteriormente por um ricochete. É importante dizer, também, que a bariogênese também ocorre na fase de contração, enquanto a temperatura está acima do desacoplamento e \dot{R} é significativo, mas a quantidade relevante é a assimetria resultante, que é obtida quando a temperatura de desacoplamento é alcançada na fase de expansão.

Finalmente, no contexto da bariogênese gravitacional, as cosmologias de ricochete provenientes da interpretação de de Broglie-Bohm podem produzir facilmente a assimetria observada no Universo, exceto no caso da fase de contração quase vazia. Esses resultados também foram apresentados no nosso trabalho [49].

Referências

- 1 HAWKING, S. W.; ELLIS, G. F. R. *The large scale structure of space-time*. [S.l.]: Cambridge university press, 1973. v. 1.
- 2 WALD, R. M. *General relativity*. [S.l.]: University of Chicago press, 2010.
- 3 BORDE, A.; VILENKIN, A. Violation of the weak energy condition in inflating spacetimes. *Physical Review D*, APS, v. 56, n. 2, p. 717, 1997.
- 4 NOVELLO, M.; BERGLIAFFA, S. P. Bouncing cosmologies. *Physics reports*, Elsevier, v. 463, n. 4, p. 127–213, 2008.
- 5 BRANDENBERGER, R.; PETER, P. Bouncing cosmologies: progress and problems. *Foundations of Physics*, Springer, v. 47, n. 6, p. 797–850, 2017.
- 6 PINTO-NETO, N. Bouncing quantum cosmology. *Universe*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 7, n. 4, p. 110, 2021.
- 7 CAI, Y.-F.; EASSON, D. A.; BRANDENBERGER, R. Towards a nonsingular bouncing cosmology. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2012, n. 08, p. 020, 2012.
- 8 PINTO-NETO, N.; FABRIS, J. Quantum cosmology from the de broglie–bohm perspective. *Classical and Quantum Gravity*, IOP Publishing, v. 30, n. 14, p. 143001, 2013.
- 9 ASHTEKAR, A.; SINGH, P. Loop quantum cosmology: a status report. *Classical and Quantum Gravity*, IOP Publishing, v. 28, n. 21, p. 213001, 2011.
- 10 IJJAS, A.; STEINHARDT, P. J. A new kind of cyclic universe. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 795, p. 666–672, 2019.
- 11 GREEN, M.; SCHWARZ, J.; WITTEN, E. *Superstring theory* cambridge university press. Cambridge, UK, 1987.
- 12 AMBJØRN, J. et al. Nonperturbative quantum gravity. *Physics Reports*, Elsevier, v. 519, n. 4-5, p. 127–210, 2012.
- 13 ASHTEKAR, A. *Non-perturbative canonical gravity; IUCAA lecture notes, no 1*. [S.l.], 1990.
- 14 COLEMAN, S. et al. *Quantum Cosmology And Baby Universes: Proceedings Of 7th Jerusalem Winter School*. [S.l.]: World Scientific, 1991. v. 7.
- 15 KUCHAR, K. V.; JR, M. P. R. Is minisuperspace quantization valid?: Taub in mixmaster. *Physical Review D*, APS, v. 40, n. 12, p. 3982, 1989.
- 16 BOHR, N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Physical review*, APS, v. 48, n. 8, p. 696, 1935.
- 17 HEISENBERG, W. *The physical principles of the quantum theory*. [S.l.]: Courier Corporation, 1949.

- 18 NEUMANN, J. V. *Mathematical foundations of quantum mechanics*. [S.l.]: Princeton university press, 2018.
- 19 DEWITT, B. S.; GRAHAM, N. *The many-worlds interpretation of quantum mechanics*. [S.l.]: Princeton University Press, 2015. v. 63.
- 20 GHIRARDI, G. C.; RIMINI, A.; WEBER, T. Unified dynamics for microscopic and macroscopic systems. *Physical review D*, APS, v. 34, n. 2, p. 470, 1986.
- 21 TIPLER, F. J. Interpreting the wave function of the universe. *Physics Reports*, Elsevier, v. 137, n. 4, p. 231–275, 1986.
- 22 OKON, E.; SUDARSKY, D. Benefits of objective collapse models for cosmology and quantum gravity. *Foundations of Physics*, Springer, v. 44, n. 2, p. 114–143, 2014.
- 23 GELL-MANN, M.; HARTLE, J. B. Classical equations for quantum systems. *Physical Review D*, APS, v. 47, n. 8, p. 3345, 1993.
- 24 GELL-MANN, M.; HARTLE, J. B. Quantum mechanics in the light of quantum cosmology. In: WORLD SCIENTIFIC. *Foundations Of Quantum Mechanics In The Light Of New Technology: Selected Papers from the Proceedings of the First through Fourth International Symposia on Foundations of Quantum Mechanics*. [S.l.], 1996. p. 347–369.
- 25 CRAIG, D. A.; SINGH, P. Consistent probabilities in wheeler-dewitt quantum cosmology. *Physical Review D*, APS, v. 82, n. 12, p. 123526, 2010.
- 26 BOHM, D. A suggested interpretation of the quantum theory in terms of "hidden" variables. i. *Physical review*, APS, v. 85, n. 2, p. 166, 1952.
- 27 DÜRR, D.; TEUFEL, S. Bohmian mechanics. In: *Bohmian Mechanics*. [S.l.]: Springer, 2009. p. 145–171.
- 28 HOLLAND, P. R. *The quantum theory of motion: an account of the de Broglie-Bohm causal interpretation of quantum mechanics*. [S.l.]: Cambridge university press, 1995.
- 29 COLIN, S.; VALENTINI, A. Primordial quantum nonequilibrium and large-scale cosmic anomalies. *Physical Review D*, APS, v. 92, n. 4, p. 043520, 2015.
- 30 DEWITT, B. S. Quantum theory of gravity. i. the canonical theory. *Physical Review*, APS, v. 160, n. 5, p. 1113, 1967.
- 31 PETER, P.; PINTO-NETO, N. Cosmology without inflation. *Physical Review D*, APS, v. 78, n. 6, p. 063506, 2008.
- 32 PINTO-NETO, N.; SANTINI, E. S.; FALCIANO, F. T. Quantization of friedmann cosmological models with two fluids: Dust plus radiation. *Physics Letters A*, Elsevier, v. 344, n. 2-4, p. 131–143, 2005.
- 33 BACALHAU, A. P.; PINTO-NETO, N.; VITENTI, S. D. P. Consistent scalar and tensor perturbation power spectra in single fluid matter bounce with dark energy era. *Physical Review D*, APS, v. 97, n. 8, p. 083517, 2018.
- 34 DELGADO, P. C. M.; PINTO-NETO, N. Cosmological models with asymmetric quantum bounces. *Classical and Quantum Gravity*, IOP Publishing, v. 37, n. 12, p. 125002, 2020.

- 35 SCARDUA, A. et al. Fermion production in bouncing cosmologies. *Physical Review D*, APS, v. 98, n. 8, p. 083505, 2018.
- 36 CELANI, D. C. F.; PINTO-NETO, N.; VITENTI, S. D. P. Particle creation in bouncing cosmologies. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, v. 95, p. 023523, Jan 2017. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.95.023523>>.
- 37 PARTICLE, D. Group collab., k. olive et al. *Chin. Phys. C*, v. 38, p. 090001, 2014.
- 38 AGHANIM, N. et al. Planck 2018 results-vi. cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, EDP sciences, v. 641, p. A6, 2020.
- 39 COHEN, A. G.; RÚJULA, A. D.; GLASHOW, S. L. A matter-antimatter universe? *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 495, n. 2, p. 539, 1998.
- 40 SAKHAROV, A. D. Violation of cp-invariance, c-asymmetry, and baryon asymmetry of the universe. In: *In The Intermissions... Collected Works on Research into the Essentials of Theoretical Physics in Russian Federal Nuclear Center, Arzamas-16*. [S.l.]: World Scientific, 1998. p. 84–87.
- 41 KUZMIN, V. A.; RUBAKOV, V. A.; SHAPOSHNIKOV, M. E. On anomalous electroweak baryon-number non-conservation in the early universe. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 155, n. 1-2, p. 36–42, 1985.
- 42 FARRAR, G. R.; SHAPOSHNIKOV, M. Baryon asymmetry of the universe in the minimal standard model. *Physical Review Letters*, APS, v. 70, n. 19, p. 2833, 1993.
- 43 SHAPOSHNIKOV, M. Baryon asymmetry of the universe in standard electroweak theory. *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 287, p. 757–775, 1987.
- 44 ANTUNES, V.; BEDIAGA, I.; NOVELLO, M. Gravitational baryogenesis without cpt violation. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2019, n. 10, p. 076, 2019.
- 45 COHEN, A. G.; KAPLAN, D. B. Thermodynamic generation of the baryon asymmetry. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 199, n. 2, p. 251–258, 1987.
- 46 SIMONE, A. D.; KOBAYASHI, T. Cosmological aspects of spontaneous baryogenesis. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2016, n. 08, p. 052, 2016.
- 47 DAVOUDIASL, H. et al. Gravitational baryogenesis. *Physical review letters*, APS, v. 93, n. 20, p. 201301, 2004.
- 48 ODINTSOV, S.; OIKONOMOU, V. Loop quantum cosmology gravitational baryogenesis. *EPL (Europhysics Letters)*, IOP Publishing, v. 116, n. 4, p. 49001, 2016.
- 49 DELGADO, P. et al. Baryogenesis in cosmological models with symmetric and asymmetric quantum bounces. *Physical Review D*, APS, v. 102, n. 6, p. 063529, 2020.
- 50 EINSTEIN, A. The field equations of gravitation. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)*, v. 1915, p. 844–847, 1915.
- 51 EINSTEIN, A. Kosmologische betrachtungen zur allgemeinen relativitäts-theorie. In: *Das Relativitätsprinzip*. [S.l.]: Springer, 1922. p. 130–139.

- 52 NOVELLO, M. *Do Big Bang ao universo eterno*. [S.l.]: Editora Schwarcz-Companhia das Letras, 2010.
- 53 AKRAMI, Y. et al. Planck2018 results. *Astronomy & Astrophysics*, EDP Sciences, v. 641, p. A7, Sep 2020. ISSN 1432-0746. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201935201>>.
- 54 ABRAMO, L. R.; BERNUI, A.; PEREIRA, T. S. Searching for planar signatures in wmap. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2009, n. 12, p. 013–013, Dec 2009. ISSN 1475-7516. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2009/12/013>>.
- 55 WEINBERG, S. *Cosmology*. [S.l.]: Oxford university press, 2008.
- 56 RIESS, A. G. et al. Cosmic distances calibrated to 1% precision with gaia edr3 parallaxes and hubble space telescope photometry of 75 milky way cepheids confirm tension with λ cdm. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 908, n. 1, p. L6, 2021.
- 57 VALENTINO, E. D. et al. In the realm of the hubble tension – a review of solutions. *arXiv preprint arXiv:2103.01183*, 2021.
- 58 MUKHANOV, V. *Physical foundations of cosmology*. [S.l.]: Cambridge university press, 2005.
- 59 BERNARDIS, P. de et al. A flat universe from high-resolution maps of the cosmic microwave background radiation. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 404, n. 6781, p. 955–959, 2000.
- 60 PINTO-NETO, N. The de broglie–bohm quantum theory and its application to quantum cosmology. *Universe*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 7, n. 5, p. 134, 2021.
- 61 VALENTINI, A. Signal-locality, uncertainty, and the subquantum h-theorem. i. *Physics Letters A*, Elsevier, v. 156, n. 1-2, p. 5–11, 1991.
- 62 BELL, J. S. On the einstein podolsky rosen paradox. *Physics Physique Fizika*, APS, v. 1, n. 3, p. 195, 1964.
- 63 ASPECT, A. Bell’s inequality test: more ideal than ever. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 398, n. 6724, p. 189–190, 1999.
- 64 JR, B. F. S. Hamiltonian theory of a relativistic perfect fluid. *Physical Review D*, APS, v. 4, n. 12, p. 3559, 1971.
- 65 JR, B. F. S. Perfect fluids in general relativity: velocity potentials and a variational principle. *Physical Review D*, APS, v. 2, n. 12, p. 2762, 1970.
- 66 ARNOWITT, R.; DESER, S.; MISNER, C. W. Dynamical structure and definition of energy in general relativity. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 116, p. 1322–1330, Dec 1959. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.116.1322>>.
- 67 DIRAC, P. Lectures on quantum mechanics (new york: Belfer graduate school of science, yeshiva university). *1966 Lectures on Quantum Field Theory*, 1964.
- 68 HENNEAUX, M.; TEITELBOIM, C. Quantization of gauge systems, princeton, usa: Univ. Pr.(1992) 520 p, 1992.

- 69 SUNDERMEYER, K. Constrained dynamics with applications to yang-mills theory, general relativity, classical spin, dual string model. 1982.
- 70 GOTAY, M. J.; DEMARET, J. Quantum cosmological singularities. *Physical Review D*, APS, v. 28, n. 10, p. 2402, 1983.
- 71 HU, W.; DODELSON, S. Cosmic microwave background anisotropies. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 40, n. 1, p. 171–216, 2002.
- 72 COLLABORATION, A. Observation of a new particle in the search for the standard model higgs boson with the atlas detector at the lhc. *Physics Letters B*, v. 716, n. 1, p. 1–29, 2012. ISSN 0370-2693. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037026931200857X>>.