

Dissertação de Mestrado

Extraindo a fase γ de CKM nos decaimentos
 $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$ e $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$

Gabriel Guerrer

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

Rio de Janeiro, Abril de 2007

Resumo

A violação da simetria Carga-Paridade (CP) é implementada no Modelo Padrão pela presença de uma fase complexa na matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa. A magnitude da violação é quantificada nos ângulos α, β e γ , dos quais apenas β é conhecido com precisão. A medida de α e γ é um dos objetivos do experimento LHCb, em fase de construção. Nessa dissertação propomos um novo método para a extração de γ , explorando a interferência dos estados intermediários na análise combinada dos decaimentos $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$ e $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$. Com a simulação computacional do experimento LHCb, estimamos o número de eventos obtidos por ano para esses canais. Utilizando ferramentas de Monte Carlo, mostramos que para 100 mil eventos de $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$, podemos medir γ com erro de 5° em um ano de tomada de dados. Para a análise do B neutro desenvolvemos uma nova técnica de ajuste, o *ajuste misto*, que evita a necessidade de tagging. Além de γ , medimos violação direta de CP nos decaimentos $B \rightarrow K \pi \pi$ e a magnitude relativa e diferença de fase entre as contribuições tree e pingüim dos canais $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K^{*\pm} \pi^\mp$.

Abstract

The Charge-Parity (CP) symmetry violation is implemented in the Standard Model by the presence of a complex phase in the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa matrix. The violation magnitude is quantified in the α, β and γ angles, where only β is precisely known at present days. The LHCb experiment, in construction phase, has among its objectives the measurement of α and γ angles. In this dissertation we propose a new method for γ extraction, using $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$ and $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$ intermediary state interferences in a combined analysis. With the LHCb simulation, we estimate the annual yield for these channels. Using fast Monte Carlo tools we show that for 100k $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$ events, we can measure γ with 5° error in one year of data taking. To the B neutral analysis, we developed a new fitting technique that avoids tagging, the *joint fit*. Besides γ , we measure direct CP violation in $B \rightarrow K \pi \pi$ decays and we measure the relative magnitude and phase difference between tree and penguin contributions of $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K^{*\pm} \pi^\mp$ channel.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao meu orientador Ignácio Bediaga pela paciência, motivação e os conhecimentos transmitidos; enfim, pelo conjunto da obra. Aos meus pais, à quem tenho grande amor e admiração e aos amigos e amigas que me tiram da inércia, acelerando minhas partículas. O sincero obrigado, vai também para Jussara Miranda, Javier Magnin e os alunos do grupo de física de altas energias do LAFEX-CBPF. Thanks also to Hans Dijkstra who has been my supervisor in my one month stay at CERN.

Quebrando o protocolo, queria mandar um alô para: os colegas do CBPF, a turma do almoço e do açaí (Alexis, David, Tiago, Palomino, Álvaro, . . .), amigos de Curitiba, pessoal do Sujinho, dona Nil e seus dotes culinários, Cássio e seus contos e sua grande ajuda na correção dessa dissertação, Murilo pelas vezes que me deixou ganhar no xadrez, Augusto por várias conversas, Ana inclusive pelas canetinhas do quadro, Sônia e Zélia sempre atenciosas, Myriam e Ricardo sempre prestativos, Bruno pelas figuras do LHCb, Diogo pelo Halzen-Martin, Érico revolucionando a maneira de como as pessoas vêem o braço do violão, Mariana e Calvache com quem dividi apartamento em um ano muito divertido, Takki for the japanese hospitality, André pela grande hospitalidade em Roma e Irene for the very special Rome guidance (ciao bella).

O trabalho dessa dissertação foi financiado com o suporte da CAPES, CNPq, FAPERJ e ALPHA-EC (financiando o projeto HELEN).

Conteúdo

Resumo	i
Abstract	ii
Agradecimentos	iii
Lista de Figuras	viii
Lista de Tabelas	ix
1 Introdução	1
2 Violação de CP	5
2.1 Matriz CKM	6
2.2 Mixing	9
2.3 Mecanismos de violação de CP	12
2.4 Aspectos práticos de mixing e violação de CP	15
3 Formalismo para análise de decaimentos	19
3.1 Cinemática Relativística	20
3.1.1 Decaimentos em dois corpos	21
3.1.2 Decaimentos em três corpos e Dalitz plot	23
3.2 Dinâmica	27
3.2.1 Breit-Wigner	28
3.2.2 Termo angular	29
3.2.3 Modelo isobárico	30
3.2.4 Diagramas Tree e Píngüim	30
3.3 Medindo amplitudes	32
3.3.1 Técnicas de ajuste	34
4 Experimento LHCb	36
4.1 LHC	36
4.2 LHCb	38
4.2.1 Trigger	41

4.2.2	Identificação de traços	42
4.2.3	Identificação de partículas	45
5	Extraindo γ de CKM	50
5.1	Métodos para extrair β e γ	50
5.2	Novo método para γ	52
5.2.1	Análise de amplitudes	54
5.2.2	Estudo de viabilidade	56
5.2.3	Discussões adicionais	59
6	Estudo da produção $B \rightarrow K\pi\pi$ no LHCb	61
6.1	Software e simulação	61
6.2	$B^\pm \rightarrow K^\pm\pi^+\pi^-$	63
6.3	$B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S\pi^+\pi^-$	68
7	Conclusão	71
A	Manual do URCA v1r0	74
A.1	Classes	75
A.2	Exemplo	80
	Bibliografia	85

Lista de Figuras

2.1	Triângulo unitário de CKM em ordem λ^3 , com seus respectivos ângulos.	8
2.2	Oscilar antes de decair significa que o zero da função cosseno, que representa 100% de probabilidade de oscilação, deve estar localizado próximo de $1/\Gamma$, onde a partícula possui 37% de probabilidade de ter decaído. Essa condição é dada por $\frac{\pi}{2\Delta m} \lesssim \frac{1}{\Gamma}$	16
2.3	Diagrama box para o mixing $B^0 - \bar{B}^0$	17
3.1	Distribuição de momento no DP no referencial do CM. Na região de mínimo de s_{12} (determinada por um círculo grande), os momentos da partículas 1 e 2 são colineares e opostos ao da partícula 3 que atinge seu valor máximo. Nessa mesma região, as partículas 1 e 2 possuem velocidades iguais. Na região de máximo de s_{12} , a partícula 3 encontra-se em repouso. A conservação do 4-momento restringe os eventos a região interior da curva fechada.	26
3.2	Decaimento fraco $P \rightarrow pR$ seguido da FSI entre R e p	30
3.3	Diagramas genéricos de tree e pingüim: a) tree permitido em cor, b) tree suprimido em cor, c) pingüim. Cada vértice de W acoplado aos quarks i e j , contribui com um termo V_{ij} da matriz CKM. Alguns decaimentos apresentam apenas uma ou duas dessas componentes.	31
3.4	Amplitude quadrada em curvas de nível para $r = 1$ e diferentes valores de δ : a) 0, b) $\pi/2$, c) π , d) $3\pi/2$. Valores diferentes de δ criam superfícies completamente diferentes, explicitando a sensibilidade e unicidade do DP em relação às diferenças de fase. Gráficos gerados com o software URCA.	33
4.1	Localização dos experimentos na circunferência de 27 km do LHC. . . .	37
4.2	Visão lateral do LHCb ao longo do feixe. As interações ocorrem dentro do Vertex Locator.	39

4.3	Ângulos de produção de b (θ_b) e \bar{b} ($\theta_{\bar{b}}$) nas colisões próton-próton do LHC, calculados pelo gerador de eventos PYTHIA.	40
4.4	Probabilidade de haver $n = 0, 1, 2, 3, 4$ interações inelásticas p-p por cruzamento de nuvens em função da luminosidade. Para $\mathcal{L} = 2 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$	40
4.5	O ímã já montado na caverna do experimento LHCb.	42
4.6	Visão tridimensional do VELO com os sensores de silício e demais componentes.	43
4.7	Visão esquemática dos dois planos de TTa. As dimensões possuem unidade de cm.	44
4.8	Esquerda: Visão esquemática de um detector IT. Direita: Panorama geral das estações de traço. Na cor mais escura TT e as 3 ITs; em cor mais clara as 3 OTs.	45
4.9	Visão esquemática do RICH1, mostrando o caminho dos fótons até os fotodetectores. Os últimos são localizados fora da acceptance do detector para evitar efeitos do campo magnético e livrar a eletrônica de danos causados pela intensa radiação nas proximidades do feixe.	46
4.10	Visão esquemática $\frac{1}{4}$ da segmentação das células no ECAL, SPD e PS à esquerda e no HCAL à direita. Os quadros mostram o tamanho das células e a quantidade de canais de leitura em cada região.	47
4.11	A divisão em 4 regiões de diferentes granularidades (R1: $6,3 \text{ mm} \times 31 \text{ mm}$, R2: $12,5 \text{ mm} \times 63 \text{ mm}$, R3: $25 \text{ mm} \times 125 \text{ mm}$, R4: $50 \text{ mm} \times 250 \text{ mm}$) de $\frac{1}{4}$ das estações M2.	49
5.1	Diagramas pingüim de $B^- \rightarrow K^* \pi^-$ e $\bar{B}^0 \rightarrow K^{*-} \pi^+$ com mesma amplitude $a_P e^{i\delta_P}$ de acordo com a simetria de sabor SU(3).	53
5.2	Representações esquemáticas para os DP isolados de a) $B^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$, b) $\bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$ e em c) o DP misto obtido da análise sem tagging. As faixas, estão representando de forma pictórica as ressonâncias, onde por simplicidade ignoramos fatores angulares nas distribuições. Os círculos mostram regiões de interferência. A existência de círculos não-sobrepostos para B^0 e \bar{B}^0 , garante a separação e a identificação das amplitudes \mathcal{A} e $\bar{\mathcal{A}}$ na análise mista.	57
5.3	Distribuição de eventos de Fast MC $B^0 / \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$, gerados com os parâmetros da tabela 5.2.	58

6.1	Topologia do decaimento $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$. A partícula B criada no vértice primário VP viaja uma distância F antes de decair no vértice secundário VS. Na figura também pode ser visto o parâmetro de impacto PI de uma das partículas filhas e o ângulo ϕ entre o 3-momento reconstruído de B e a reta que liga os vértices.	63
6.2	Logaritmo da diferença da likelihood entre a hipótese de (a) káon e (b) pión. Gráficos obtidos do estudo de MC do decaimento $B_s^0 \rightarrow D_s^- K^+$. Os histogramas sombreados representam traços de baixo momento.	65
6.3	Distribuição das variáveis na tabela verdade do sinal (histograma cinza) e na amostra de $b\bar{b}$ inclusivo. Os cortes escolhidos (marcados com triângulos) visam excluir o máximo de background, mantendo o maior número possível de eventos de sinal.	66
6.4	Massa invariante de B^\pm , ajustada pela soma de duas gaussianas de mesmo valor central e larguras w_1 e w_2 diferentes. O ajuste mostra uma contribuição de 36% da gaussiana de maior largura. A resolução média é de 17,1 MeV/ c^2 . O DP é dado nas variáveis $s_{12} = (p_{\pi^\pm} + p_{\pi^\mp})^2$ e $s_{23} = (p_{\pi^\mp} + p_{K^\pm})^2$	67
A.1	Forma funcional de a) pdf1, b) pdf2, c) pdf. Em d) pode-se ver 10 mil eventos gerados, baseados na distribuição mista d).	83

Lista de Tabelas

4.1	A luminosidade projetada $\mathcal{L} = 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ para o LHC, é obtida com esses parâmetros.	38
5.1	Ressonâncias e contribuições dominantes dos decaimentos $B \rightarrow K\pi\pi$. Denotamos as amplitudes permitidas, suprimidas por cor e pingüim respectivamente por T^C , T_S e P	52
5.2	Simulação de Monte Carlo para o decaimento $B^0/\bar{B}^0 \rightarrow K_S\pi^+\pi^-$. Geramos amostras com parâmetros a_i e δ_i para B^0 e \bar{a}_i e $\bar{\delta}_i$ para \bar{B}^0 . A terceira coluna mostra o resultado do ajuste para 100 amostras, cada uma com 100 mil eventos. A última linha é a razão do número de eventos de B^0 e \bar{B}^0	59
6.1	Passos da simulação à análise e respectivos softwares do LHCb. Gauss faz a interface do GAUDI com o PYTHIA e o GEANT.	62
6.2	Cortes de seleção para $B^\pm \rightarrow K^\pm\pi^+\pi^-$	65
6.3	Cortes de pré-seleção para $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S\pi^+\pi^-$	69
A.1	Construtor e métodos da classe TVarD.	76
A.2	Construtor e métodos da classe T3BdyDecay.	77
A.3	Construtor das classes derivadas e métodos da classe abstrata TAmplitude.	78
A.4	Construtor das classes derivadas e métodos da classe abstrata TAmplitudeSum.	79
A.5	Construtor e métodos da classe TPDF.	80

Capítulo 1

Introdução

Uma necessidade básica do homem, menos óbvia que as demais, está ligada ao saber. Foi a curiosidade que levou os gregos a se questionarem sobre a composição do universo. Embora não dispunham do método científico, usaram suas mentes para elaborar profundas questões sobre a estrutura da matéria que ainda hoje não são completamente esclarecidas. Algumas respostas tiveram que aguardar o advento dos aceleradores de partículas, desenvolvidos no século XX. Sabemos hoje, por exemplo, que o átomo é sim divisível; composto por elétrons e quarks, onde os últimos formam prótons e nêutrons, membros do núcleo atômico. Porém, não sabemos se esse é o limite. Talvez em escala de energia superiores, as atuais partículas elementares revelem estrutura interna ou até mesmo novas formas de interação.

A teoria que reúne todo o conhecimento atual da física de partículas elementares é conhecida como Modelo Padrão (MP). A idéia, é partindo de um número pequeno de conceitos fundamentais, equações, partículas elementares e interações fundamentais, explicar a composição do universo, do zoológico de partículas à tabela periódica. O MP tem se mostrado coerente com os resultados experimentais até então, mostrando ser uma teoria bem sucedida. A pergunta que pode ser feita, é se essa teoria continua válida, ou que adaptações devem ser feitas para escalas de energia maiores, ou equivalentemente, para dimensões menores. Uma analogia válida, é entre a mecânica de Newton e a mecânica quântica. A descoberta da última não inutilizou a primeira, pois ambas destinam-se a domínios diferentes e são corretas na sua escala de dimensão.

Para desafiar a validade do MP, o maior acelerador de partículas do mundo, pertencente ao laboratório CERN (European Organization for Nuclear Research), está sofrendo reformas para operar na energia de 14×10^{12} elétron-volts (eV) nas colisões entre prótons (uma ordem de grandeza superior aos experimentos atuais de colisão hadrônica). O laboratório, localizado na fronteira da Suíça com a França, é uma colab-

oração internacional de mais de 30 países, dos quais o Brasil faz parte. O acelerador está acomodado em um túnel de 27 km de circunferência e abrigado a 100 m de profundidade. É constituído por canos em vácuo, onde circulam feixes de prótons em sentidos contrários, acelerados por campos elétricos e mantidos em órbita circular por campos magnéticos. Os ímãs operam em modo supercondutor, com dissipação mínima de energia, o que necessitou a construção do maior sistema de criogenia já visto, mantendo toda a extensão do acelerador a temperatura de menos de 270 °C, próxima do zero absoluto. Em pontos pré-definidos os dois feixes de prótons são postos para colidir. A violenta colisão frontal de prótons próximos da velocidade da luz, cria uma enchente de partículas que tem suas propriedades medidas por complexos detectores. O número de 40 milhões de colisões por segundo, requer uma eletrônica digital de ponta, capaz de coletar essas informações a tempo e filtrar os eventos de interesse através de um sistema de trigger. A enorme quantidade de informação gerada é processada e armazenada por redes de computadores distribuídas pelo mundo, utilizando um conceito novo de processamento motivado pela demanda do experimento e conhecido como GRID. Finalmente, com os dados armazenados os físicos partem para a análise, comparando os resultados experimentais com as previsões do MP. Dada a complexidade dos detectores, cada um é um projeto independente, envolvendo centenas de cientistas de instituições diferentes e cada experimento com objetivos específicos. No futuro acelerador existirão quatro experimentos principais, entre eles ATLAS, CMS, Alice e LHCb, o qual possui a colaboração do nosso grupo do CBPF. A reforma que está sendo realizada tem conclusão prevista para o final de 2007; inaugurando o Large Hadron Collider (LHC), um dos maiores empreendimentos humanos em termos da complexidade e quantidade de pessoas envolvidas, do uso de tecnologia de ponta e do potencial para grandes descobertas.

De uma forma geral, o tema dessa dissertação está ligado a questão da assimetria de matéria e anti-matéria no universo. Para cada partícula fundamental existe uma versão rival de mesma massa e números quânticos de sinal invertido, que pode ser criada em laboratório e armazenada em campos magnéticos, conhecida como anti-partícula. Quando uma partícula encontra a sua anti-partícula, ambas se aniquilam, com grande probabilidade de transformação em fótons. Respeitando as leis de conservação e usando o conceito de simetrias na natureza, era de se esperar que no big-bang quantidades iguais de matéria e anti-matéria fossem criadas, levando a aniquilação total e um universo composto basicamente por luz. Porém, o mundo que conhecemos é dominado pela matéria (em relação a anti-matéria). Houve algum mecanismo de quebra de simetria nas interações elementares que privilegiou a matéria, formando o universo que

conhecemos hoje. Embora a grande pergunta seja o porquê dessa assimetria, isso ainda está longe de ser respondido. O esforço atual segue na quantificação dessa grandeza no domínio dos mésons e é esse o assunto dessa dissertação. No contexto do MP, o único mecanismo existente para tal violação é a quebra de simetria de carga-paridade (CP). A sua existência está relacionada a presença de uma fase complexa na matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), que descreve a mistura entre diferentes gerações de quarks. A unitariedade de tal matriz fornece equações que podem ser interpretadas como triângulos no plano complexo. A determinação experimental dos ângulos de um dos triângulos, caracteriza a atual busca do ramo da física conhecido como flavor physics. O conhecimento dessas quantidades permitirá sabermos se as assimetrias de CP observadas experimentalmente são compatíveis com as previsões de CKM, ou se é necessária uma fonte de violação de CP além do MP. Atualmente, só se conhece com boa precisão um ângulo, conhecido como β , restando a medida dos outros dois α e γ . Tais medidas usam decaimentos menos prováveis, necessitando de maior estatística do que a fornecida atualmente pelas B factories. A fixação dos ângulos de CKM é um dos objetivos do experimento LHCb, que possui a estimativa de produção de 10^{12} pares de quarks $b\bar{b}$ por ano. Descrevemos nessa tese um novo método para a determinação do ângulo γ , baseado no decaimento de mésons B em três corpos. Usando o software do experimento para simular os eventos de interesse e usando ferramentas de fast Monte Carlo, chegamos a conclusão de que tal método é competitivo se comparado com os outros já existentes, gerando bons resultados em um ano de tomada de dados no LHCb.

Finalmente algumas observações quanto a composição dessa dissertação. Todos os valores experimentais apresentados, são extraídos do Particle Data Group (PDG) [1]. Serão usadas palavras em inglês para certos termos técnicos e conseqüentemente alguns neologismos quando necessário. Exemplos de palavras usadas são mixing, tagging, flavor, box, boost, background, bin que podem ser traduzidas como mistura, etiquetamento, sabor, caixa, impulso, ruído de fundo e escaninho. No capítulo 2 é feita uma introdução ao fenômeno de violação de CP, abordando a sua descrição no MP, mecanismos para a sua observação e resultados experimentais para os mésons K , D e B . É assumido um conhecimento elementar das partículas e interações do MP, indicando ao leitor as fontes [2, 3] para consulta nesses tópicos. Para um aprofundamento na física de sabores e violação de CP, indicamos o livro-texto [4] e [5] para uma introdução histórica com os artigos da época das descobertas. O formalismo para mixing e violação de CP está bem escrito em [6] e resultados experimentais, além de revisões teóricas do MP, podem ser encontrados em [1]. No capítulo 3 é tratada a cinemática relativística e a dinâmica dos decaimentos. É apresentado o Dalitz plot (DP) e uma discussão dos

métodos experimentais para se medir as amplitudes nos decaimentos em três corpos. Uma boa referência para a cinemática é [7]. No capítulo 4 é dado um panorama do experimento LHCb, descrevendo os seus componentes. A ênfase é na física dos subdetectores e a precisão de suas medidas, pedindo ao leitor interessado em detalhes técnicos que consulte os relatórios de design técnico [8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19]. O nosso novo método para extração do ângulo γ de CKM, bem como o procedimento de ajuste misto, é descrito no capítulo 5. É também apresentado um estudo da viabilidade do método feito usando ferramenta de fast Monte Carlo (MC). Um estudo da eficiência de produção dos decaimentos $B \rightarrow K\pi\pi$, realizando com o software do LHCb que simula os decaimentos e a passagem das partículas pelo detector, é mostrado no capítulo 6. São apresentados os cortes utilizados na seleção das partículas, a eficiência da seleção e a predição de número de eventos para um ano de tomada de dados. Em 7 apresentamos a conclusão e discutimos as dificuldades do método. No apêndice A o leitor encontra o manual do URCA, software de fast Monte Carlo em C++ escrito por mim, usado para análises de Dalitz plot.

Capítulo 2

Violação de CP

Simetrias possuem um importante papel no desenvolvimento das teorias sobre as interações fundamentais. Vamos nos concentrar em três simetrias discretas ¹:

C Conjugação de carga - transforma partículas em anti-partículas e vice-versa;

P Paridade - inversão das coordenadas espaciais : $P|\psi(t, \vec{r})\rangle = |\psi(t, -\vec{r})\rangle$;

T Reversão temporal : $T|\psi(t, \vec{r})\rangle = |\psi(-t, \vec{r})\rangle$.

Enquanto as interações eletromagnética e forte mostram-se simétricas em relação a C, P e T, a situação para as interações fracas na década de 50 não era evidente. Em 1956, Lee e Yang conduziram uma pesquisa [20] nos resultados experimentais da época e concluíram que até então, nenhum experimento tinha testado a simetria de paridade nas interações fracas. Uma das questões daquele tempo, era a observação dos decaimentos $\theta^+ \rightarrow 2\pi$ e $\tau^+ \rightarrow 3\pi$, onde os resultados indicavam massas e vidas médias muito próximas para ambas partículas ². A hipótese de que fossem a mesma partícula era descartada pela suposição de simetria P, já que os estados finais de 2π e 3π possuem paridades opostas. Tentando esclarecer a situação, Lee e Yang proporam que as interações fracas não eram simétricas em relação a paridade, em outras palavras, violavam P. Para testar isso, apresentaram a idéia de uma experiência usando o decaimento beta de átomos de cobalto $^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni}^* + e^- + \bar{\nu}_e$. O experimento realizado em 1957 por Wu *et al.* [21], observou que as interações fracas acoplam apenas elétrons de helicidade esquerda e_L^- com anti-neutrinos de helicidade direita $\bar{\nu}_R$; de modo que a

¹A presença de simetrias em um sistema, implica em quantidades conservadas e conseqüentemente na introdução de números quânticos caracterizando os estados físicos. Simetrias discretas são implementadas por operadores de projeção que possuem como autoestados ± 1 .

²Esse questão ficou conhecida como $\theta - \tau$ puzzle, onde τ não está relacionado ao lépton da terceira família.

reação P, envolvendo elétrons e anti-neutrinos de helicidade trocada, não existe. Esta experiência confirmou a violação de paridade, contribuindo para o estabelecimento da forma das interações fracas como V-A. As partículas θ^+ e τ^+ passaram a ser vistas como uma mesma partícula, conhecida hoje em dia como káon K^+ .

Embora P seja violada, acreditava-se que a operação conjunta de CP deveria ser uma simetria das interações fracas, já que transforma partículas de helicidade esquerda em anti-partículas de helicidade direita e vice-versa; estabelecendo que as leis da física são as mesmas para matéria e anti-matéria. A violação de CP nas interações fracas foi descoberta em 1964, no sistema de káons neutros [22, 23]. Recentemente, foi observada no setor dos mésons B [24, 25].

Violação de CP é implementada no MP pela presença de fases complexas na matriz de mistura das diferentes famílias de quarks. A matriz de mistura para três gerações, conhecida como matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, é apresentada na próxima seção.

2.1 Matriz CKM

Os diagramas básicos das interações fracas carregadas no setor dos léptons $l + \nu_l \rightarrow W$, são caracterizados por acoplarem apenas partículas da mesma família (l). Da observação de decaimentos como $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$, que seguem via $u + \bar{s} \rightarrow W^+$, conclui-se que existe mistura de famílias no setor dos quarks. Para duas famílias, os dubletos (u) e (c) passam a ser escritos com estados rotacionados d' e s'

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Transições conservando família são proporcionais a $\cos \theta_c$ e as que violam são desfavorecidas por um termo $\sin \theta_c$, onde $\theta_c \simeq 13^\circ$ é conhecido como *ângulo de Cabibbo*.

Na época da descoberta da violação de CP, várias tentativas além modelo padrão foram feitas para explicar a origem desse fenômeno. Em 1973, Kobayashi e Maskawa [26] propõem um mecanismo simples para introduzir violação de CP no contexto do MP. Simples porém ousado para a época, já que supõe a existência de três famílias de quarks. Naquele momento, nem a segunda família era completamente estabelecida – o quark c foi descoberto um ano após a sua proposta, em 1974. No MP com $SU(2) \times U(1)$ sendo o grupo de gauge das interações eletrofracas, os autoestados de massa dos quarks não são os mesmos da interação eletrofraca. A diagonalização da matriz de massa determina a matriz de mistura entre as famílias dos quarks, que pode possuir fases

complexas arbitrárias. Mostra-se que para duas gerações é possível remover todas as fases. Kobayashi e Maskawa demonstraram que a generalização de 2.1 para o caso de três gerações, inclui pelo menos uma fase complexa arbitrária.

Para descrever acoplamentos do tipo

$$\bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) [V_{ud} d + V_{us} s + V_{ub} b], \quad (2.2)$$

usamos a matriz de *Cabibbo-Kobayashi-Maskawa* (CKM)

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

que é uma matriz complexa e unitária e pode ser parametrizada de várias formas. Na parametrização standard, V é descrita pelos ângulos θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} e uma fase δ responsável pela quebra de simetria CP,

$$V = \begin{pmatrix} c_{12} c_{13} & s_{12} c_{13} & s_{13} e^{-i\delta} \\ -s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta} & c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta} & s_{23} c_{13} \\ s_{12} s_{23} - c_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta} & -c_{12} s_{23} - s_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta} & c_{23} c_{13} \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

com $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ e $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ para os índices de geração $i, j = 1, 2, 3$. Experimentalmente, $s_{12} = 0,2243 \pm 0,0016$, $s_{23} = 0,0413 \pm 0,0015$ e $s_{13} = 0,0037 \pm 0,0005$. Os ângulos são definidos de tal maneira, que implementam a mistura em duas gerações específicas. Assim, θ_{12} é o ângulo de Cabibbo e no caso de $\theta_{13} = \theta_{23} = 0$, a terceira geração é desacoplada, reduzindo a matriz ao caso limite de mixing entre a geração um e dois apenas (equação 2.1). Para explicitar a ordem de grandeza dos elementos V_{ij} , Wolfenstein propôs a seguinte parametrização

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \delta V, \quad (2.5)$$

$$\delta V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -iA^2\lambda^5\eta & 0 & 0 \\ A\lambda^5(\rho + i\eta)/2 & A\lambda^4(1/2 - \rho - i\eta) & 0 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

com $s_{12} = \lambda$, $s_{23} = A\lambda^2$ e $s_{13} e^{-i\delta} = A\lambda^3(\rho - i\eta)$.

A unitariedade de V fornece nove equações, das quais estamos particularmente interessados em

$$V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0, \quad (2.7)$$

por ser a única que possui produtos da mesma ordem de grandeza. Essa equação pode ser vista como um triângulo no plano complexo, de lados

$$\begin{aligned} V_{ud} V_{ub}^* &= A\lambda^3 [\rho(1 - \lambda^2/2) + i\eta(1 - \lambda^2/2)], \\ V_{cd} V_{cb}^* &= -A\lambda^3, \\ V_{td} V_{tb}^* &= A\lambda^3 (1 - \rho + i\eta), \end{aligned} \quad (2.8)$$

em ordem λ^3 na parametrização de Wolfenstein. Dividindo todos os lados por $V_{cd}V_{cb}^*$, temos um triângulo de vértices $(0,0)$, $(0,1)$ e $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$, com $\bar{\rho} = \rho(1 - \lambda^2/2)$ e $\bar{\eta} = \eta(1 - \lambda^2/2)$, como pode ser visto na figura 2.1. A definição geral dos ângulos de CKM é dada por

$$\begin{aligned} \alpha &= \arg\left(-\frac{V_{cd} V_{cb}^*}{V_{td} V_{tb}^*}\right), \\ \beta &= \arg\left(-\frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{ud} V_{ub}^*}\right), \\ \gamma &= \arg\left(-\frac{V_{ud} V_{ub}^*}{V_{cd} V_{cb}^*}\right). \end{aligned} \quad (2.9)$$

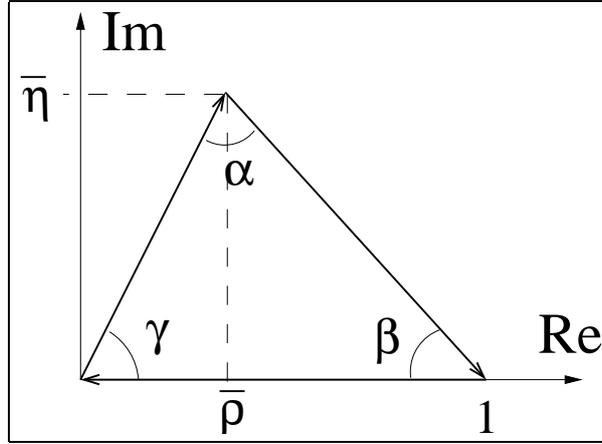


Figura 2.1: Triângulo unitário de CKM em ordem λ^3 , com seus respectivos ângulos.

Em ordem λ^3 , as únicas fases presentes na matriz de CKM estão nos termos

$$V_{td} = |V_{td}| e^{-i\beta}, \quad V_{ub} = |V_{ub}| e^{-i\gamma}. \quad (2.10)$$

A determinação de $\bar{\rho}$ e $\bar{\eta}$ com as correções introduzidas por termos de ordem superior em λ , é o objetivo do ramo da física conhecido como flavor physics. Fixando o triângulo, poderemos investigar se as assimetrias de CP observadas experimentalmente são compatíveis com as previsões de CKM, ou se é necessária uma nova fonte de violação

de CP além do MP. Para isso, é fundamental a medida dos três ângulos do triângulo de CKM α, β, γ . No capítulo 5 discutiremos as técnicas usuais e o nosso novo método para extrair γ .

A seguir introduziremos o formalismo básico de mixing, para posteriormente detalhar como a fase complexa de CKM pode gerar efeitos observáveis de violação de CP.

2.2 Mixing

Algumas partículas neutras evoluem no tempo oscilando entre o estado de partícula e anti-partícula, fenômeno conhecido como *mixing*.

Considere $|P^0\rangle$ e $|\bar{P}^0\rangle$ mésons que são autoestados da hamiltoniana das interações fortes H_s , que conserva os números quânticos de strangeness, charm e bottom. Assumimos que $|P^0\rangle$ e $|\bar{P}^0\rangle$ diferem em pelo menos um desses números quânticos. As interações eletrofracas em contrapartida, não conservam sabor, permitindo transições do tipo $\langle \bar{P}^0 | T_w | P^0 \rangle$. Como consequência $|P^0\rangle$ e $|\bar{P}^0\rangle$ não são autoestados da hamiltoniana total $H = H_s + H_w$, onde H_w é a hamiltoniana que rege as interações eletrofracas e T_w o operador transição, definido no contexto da teoria de perturbação.

Um estado arbitrário que em $t = 0$ é uma combinação linear de $|P^0\rangle$ e $|\bar{P}^0\rangle$, evolui adquirindo componentes que descrevem todos os possíveis estados finais $\{|f_1\rangle, |f_2\rangle, \dots\}$:

$$|\psi(t)\rangle = P_0(t)|P^0\rangle + \bar{P}_0(t)|\bar{P}^0\rangle + c_1(t)|f_1\rangle + c_2(t)|f_2\rangle + \dots \quad (2.11)$$

No subespaço bidimensional gerado por $|P^0\rangle$ e $|\bar{P}^0\rangle$, a evolução temporal segue de uma equação de Schrödinger acoplada

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} P_0(t) \\ \bar{P}_0(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_0(t) \\ \bar{P}_0(t) \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

onde H_{ij} são elementos de matriz do operador de transição fraca T_w :

$$\begin{aligned} H_{11} &= \langle P^0 | T_w | P^0 \rangle & H_{22} &= \langle \bar{P}^0 | T_w | \bar{P}^0 \rangle \\ H_{12} &= \langle P^0 | T_w | \bar{P}^0 \rangle & H_{21} &= \langle \bar{P}^0 | T_w | P^0 \rangle \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$H_{12} = \sum_n \frac{\langle P^0 | T_w | n \rangle \langle n | T_w | \bar{P}^0 \rangle}{m_P - E_n + i\epsilon} \quad (2.14)$$

A matriz \mathbf{H} da equação 2.12, é um hamiltoniano efetivo que pode ser reescrito assumindo-se invariância sobre CPT [6] e usando o teorema do valor principal

$$\frac{1}{E + i\epsilon} = \mathcal{P} \frac{1}{E} - i\pi\delta(E). \quad (2.15)$$

A invariância sobre CPT implica em $H_{11} = H_{22} = H$, de modo que

$$H = M - i\Gamma/2, \quad H_{12} = M_{12} - i\Gamma_{12}/2, \quad H_{21} = M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*/2, \quad (2.16)$$

e

$$M_{12} = \mathcal{P} \sum_n \frac{\langle P^0 | T_w | n \rangle \langle n | T_w | \bar{P}^0 \rangle}{m_P - E_n + i\epsilon},$$

$$\Gamma_{12} = 2\pi \sum_n \langle P^0 | T_w | n \rangle \langle n | T_w | \bar{P}^0 \rangle \delta(E_n - m_P), \quad (2.17)$$

com expressões análogas para Γ e M .

Γ e M , estão associadas a transições *absortivas* e *dispersivas* via estados intermediários $|n\rangle$. A condição $\delta(E_n - m_P)$, garante que as transições absortivas só ocorrem via estados intermediários tais quais a partícula P^0 possa realmente decair, ou seja, possua energia suficiente, enquanto que os processos dispersivos podem ocorrer via flutuações quânticas ($\Delta t \Delta E > \hbar$). Γ e M podem ser interpretados fisicamente como sendo a largura de decaimento e a massa de uma partícula. A parte real de H , está associada a energia do sistema, que no referencial de repouso da partícula é a sua própria massa. Já a inclusão de um termo complexo $-i\Gamma/2$ no hamiltoniano, remove a hermiticidade e leva a amplitudes proporcionais a $e^{-\Gamma t}$. Assim, a probabilidade de existência da partícula a tempos suficientemente longos é nula, introduzindo a idéia de que a partícula decai com vida média $1/\Gamma$.

Podemos diagonalizar \mathbf{H} usando certas combinações lineares de $|P^0\rangle$ e $|\bar{P}^0\rangle$. Seus autovalores são $\lambda_{\pm} = H \pm \sqrt{H_{12} H_{21}}$ e os autoestados $|P_{\pm}^0\rangle$, com evolução temporal dada por

$$|P_{\pm}^0, t\rangle = P_{\pm}(t) |P_{\pm}^0\rangle, \quad P_{\pm}(t) = e^{-i\lambda_{\pm} t} = e^{-\Gamma_{\pm} t/2} e^{-im_{\pm} t}, \quad (2.18)$$

onde

$$m_{\pm} = \text{Re } \lambda_{\pm} = M \pm \text{Re} \sqrt{H_{12} H_{21}},$$

$$\Gamma_{\pm} = \text{Im } \lambda_{\pm} = \Gamma \mp 2\text{Im} \sqrt{H_{12} H_{21}}, \quad (2.19)$$

$$M = (m_+ + m_-)/2, \quad \Gamma = (\Gamma_+ + \Gamma_-)/2, \quad (2.20)$$

aproveitando para definir

$$\Delta m = m_- - m_+, \quad \Delta \Gamma = \Gamma_+ - \Gamma_-. \quad (2.21)$$

Para que $|P_{\pm}^0\rangle$ tenha autovalores de $\text{CP} = \pm 1$ no caso de CP ser conservada, definimos por convenção

$$|P_{\pm}^0\rangle = p|P^0\rangle \mp q|\bar{P}^0\rangle, \quad (2.22)$$

com a condição extraída do processo de diagonalização

$$\left(\frac{q}{p}\right)^2 = \frac{H_{21}}{H_{12}}, \quad (2.23)$$

notando que $|P_{\pm}^0\rangle$ são ortogonais apenas se $|p/q| = 1$.

Invertendo 2.22 para $|P^0\rangle$ e $|\bar{P}^0\rangle$ e usando 2.18, introduzimos a dependência temporal:

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle_{P^0} &= \frac{1}{2p} [P_+(t)|P_+^0\rangle + P_-(t)|P_-^0\rangle] \\ |\psi(t)\rangle_{\bar{P}^0} &= \frac{1}{2q} [P_-(t)|P_-^0\rangle - P_+(t)|P_+^0\rangle]. \end{aligned} \quad (2.24)$$

O P^0 ou \bar{P}^0 que segue o ket, indica o estado inicial do sistema em $t = 0$. Essa forma é útil para o estudo de violação de CP no sistema $K^0 - \bar{K}^0$. Se substituirmos 2.22 em 2.24, obtemos uma forma alternativa que é particularmente interessante para o mixing de $B^0 - \bar{B}^0$,

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle_{P^0} &= f_+(t)|P^0\rangle - \left(\frac{q}{p}\right) f_-(t)|\bar{P}^0\rangle \\ |\psi(t)\rangle_{\bar{P}^0} &= f_+(t)|\bar{P}^0\rangle - \left(\frac{p}{q}\right) f_-(t)|P^0\rangle \end{aligned} \quad (2.25)$$

onde

$$f_{\pm}(t) = \frac{1}{2} [e^{-\Gamma+t/2} e^{-im+t} \pm e^{-\Gamma-t/2} e^{-im-t}]. \quad (2.26)$$

Assim, um estado que em $t = 0$ era $|P^0\rangle$ ou $|\bar{P}^0\rangle$, será uma mistura de $|P^0\rangle$ e $|\bar{P}^0\rangle$ no instante t (por isso o termo mixing). As probabilidades de se encontrar os estados $|P^0\rangle$ ou $|\bar{P}^0\rangle$ em um tempo t , levando em conta os estados iniciais, são dadas por:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(P^0 \rightarrow P^0; t) &= |f_+(t)|^2, \\ \mathcal{P}(P^0 \rightarrow \bar{P}^0; t) &= \left|\frac{q}{p}\right|^2 |f_-(t)|^2, \\ \mathcal{P}(\bar{P}^0 \rightarrow \bar{P}^0; t) &= |f_+(t)|^2, \\ \mathcal{P}(\bar{P}^0 \rightarrow P^0; t) &= \left|\frac{p}{q}\right|^2 |f_-(t)|^2. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Usando as definições 2.21 em 2.26, calculamos

$$|f_{\pm}(t)|^2 = \frac{1}{4} [e^{-\Gamma+t} + e^{-\Gamma-t} \pm 2e^{-\Gamma t} \cos(\Delta m t)]. \quad (2.28)$$

E as seguintes expressões que serão utilizadas na próxima seção

$$\begin{aligned} |f_+(t)|^2 - |f_-(t)|^2 &= e^{-\Gamma t} \cos(\Delta m t), \\ |f_+(t)|^2 + |f_-(t)|^2 &= \frac{e^{-\Gamma t}}{2} \cosh\left(\frac{\Delta\Gamma}{2} t\right), \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned}\text{Im}[f_+(t) f_-^*(t)] &= -\frac{e^{-\Gamma t}}{2} \text{sen}(\Delta m t), \\ \text{Re}[f_+(t) f_-^*(t)] &= -\frac{e^{-\Gamma t}}{2} \text{senh}\left(\frac{\Delta\Gamma}{2} t\right).\end{aligned}\tag{2.30}$$

2.3 Mecanismos de violação de CP

Para investigar o mecanismo de quebra de simetria CP no MP, vamos comparar a amplitude A de um processo fraco $ab \rightarrow cd$

$$\begin{aligned}A &= [\bar{u}_c \gamma^\mu (1 - \gamma^5) V_{ca} u_a] [\bar{u}_b \gamma_\mu (1 - \gamma^5) V_{bd} u_d]^\dagger \\ &= V_{ca} V_{bd}^* [\bar{u}_c \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_a] [\bar{u}_d \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u_b],\end{aligned}\tag{2.31}$$

com a amplitude A^{CP} obtida [2] pela atuação de CP em A

$$A^{CP} = V_{ca} V_{bd}^* [\bar{u}_a \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_c] [\bar{u}_b \gamma_\mu (1 - \gamma^5) u_d],\tag{2.32}$$

onde V_{ij} é o elemento da matriz CKM correspondente a transição $i \rightarrow j$ e u_i os campos fermiônicos. Conservação de CP implica que a amplitude $\bar{A} = A^\dagger$ do processo das anti-partículas $\bar{a}\bar{b} \rightarrow \bar{c}\bar{d}$ tem que ser igual a A^{CP} . Na forma polar, $V_{ca} V_{bd}^* = |V_{ca} V_{bd}^*| e^{-i\phi}$

$$\bar{A} = e^{i2\phi} A^{CP}\tag{2.33}$$

e podemos dizer de uma forma genérica que *no MP a quebra de simetria CP se dá pela existência de fases complexas na matriz de CKM*. Porém, a probabilidade dos processos é a mesma $|\bar{A}|^2 = |A^{CP}|^2$. Mostraremos que para observar experimentalmente violação de CP, temos como requisito fundamental a interferência de processos com fases diferentes.

Considere um méson P (carregado ou neutro) e sua anti-partícula \bar{P} que decaem para um estado final f_{CP} , autoestado de CP. As amplitudes ³

$$A = \langle f_{CP} | T_w | P \rangle, \quad \bar{A} = \langle f_{CP} | T_w | \bar{P} \rangle,\tag{2.34}$$

em função da energia das partículas envolvidas, são escritas como combinação linear de todos os possíveis processos que levem a partícula P ao seu estado final f_{CP} . A cada processo i é associada uma magnitude real relativa a_i , uma fase e uma função da energia F_i . A fase pode ser decomposta em duas contribuições, forte θ e fraca ϕ . Após

³Considerações adicionais sobre a dinâmica dos processos de decaimento são encontradas na seção 3.2.

decair pela força fraca, as partículas do estado final interagem por um curto período de tempo através da força forte, introduzindo uma fase de espalhamento $e^{i\theta}$ na amplitude de cada processo intermediário. Como a força forte é invariante sobre CP, as fases fortes de processos conjugados (partícula / anti-partícula) são as mesmas, diferentemente das fases fracas que trocam de sinal por serem provenientes da lagrangeana do sistema via termos de CKM e não de um processo dinâmico. Supondo dois processos intermediários para um estado final de n partículas

$$\begin{aligned} A &= a_1 e^{i(\theta_1 + \phi_1)} F_1 + a_2 e^{i(\theta_2 + \phi_2)} F_2, \\ \bar{A} &= a_1 e^{i(\theta_1 - \phi_1)} F_1 + a_2 e^{i(\theta_2 - \phi_2)} F_2. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Uma violação de CP ocorre se $|A|^2 \neq |\bar{A}|^2$. Como

$$|A|^2 - |\bar{A}|^2 = -4 a_1 a_2 \text{Im}(F_1 F_2^*) \text{sen}(\theta_1 - \theta_2) \text{sen}(\phi_1 - \phi_2), \quad (2.36)$$

a condição para violação de CP é a existência de processos intermediários com fases diferentes, forte e fraca nesse exemplo. Pode-se mostrar que processos intermediários com contribuição de diagramas tree e pingüim, reduzem a condição para apenas diferença de fases fracas.

De uma forma geral, violação de CP é **observada** se as probabilidades de processos conjugados por CP forem diferentes. Como discutiremos no capítulo 3, a probabilidade de um decaimento é dada pela largura de decaimento Γ , proporcional a integral da amplitude módulo quadrada no espaço de fase da reação. A amplitude de um processo é função da energia das partículas e do tempo, onde o número de parâmetros independentes está relacionado ao número de partículas envolvidas. A integração no espaço de fase remove a dependência na energia e nos permite definir uma grandeza que generaliza 2.36, refletindo a magnitude de violação de CP em um processo genérico $A \rightarrow B$

$$A_{CP} = \frac{\Gamma(A \rightarrow B) - \Gamma(\bar{A} \rightarrow \bar{B})}{\Gamma(A \rightarrow B) + \Gamma(\bar{A} \rightarrow \bar{B})}. \quad (2.37)$$

Amplitudes de decaimentos em dois corpos, não possuem termos independentes e a definição acima pode ser reescrita substituindo a largura de decaimento diretamente pelas amplitudes. Porém, para decaimentos em 3 corpos, as amplitudes dependem de 2 parâmetros livres e a integração não pode ser fatorada. Criamos assim, a possibilidade de que embora exista violação de CP em alguns estados intermediários, gerando $|A|^2 \neq |\bar{A}|^2$, as integrais sejam iguais $\int |A|^2 dE = \int |\bar{A}|^2 dE$ e nenhuma assimetria seja observada. É o que acontece por exemplo, para o decaimento $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$ de acordo com a análise do experimento BaBar [38]. Embora mede-se assimetrias nas

frações dos estados intermediários ρ e f_0 , o número de eventos para B^+ e B^- é 1078 ± 56 e 1047 ± 56 respectivamente.

Vamos explorar a consequência da introdução de efeitos de mixing na equação 2.37. Inicialmente, a análise da segunda e quarta linha da equação 2.27, mostra que outra possível causa de violação de CP é a condição $|q/p|^2 \neq |p/q|^2$, implicando em contribuição desigual do mixing para transições conjugadas de CP. Para expor outra fonte de violação de CP causada por mixing, considere P^0 e \bar{P}^0 mésons conjugados de CP com estados 2.25. A amplitude de transição para um estado final $|f_{CP}\rangle$ conjugado de CP é dada por $M(t) = \langle f_{CP}|\psi(t)\rangle_{P^0}$ e $\bar{M}(t) = \langle f_{CP}|\psi(t)\rangle_{\bar{P}^0}$ no caso de estado inicial ser $|P^0\rangle$ ou $|\bar{P}^0\rangle$ respectivamente. Em termo das amplitudes independentes do tempo A e \bar{A} 2.34, temos

$$\begin{aligned} M(t) &= f_+(t) A - \frac{q}{p} f_-(t) \bar{A}, \\ \bar{M}(t) &= f_+(t) \bar{A} - \frac{p}{q} f_-(t) A. \end{aligned} \quad (2.38)$$

As probabilidades são dadas por

$$\begin{aligned} |M(t)|^2 &= |f_+(t)|^2 |A|^2 + \left| \frac{q}{p} \right|^2 |f_-(t)|^2 |\bar{A}|^2 - 2 \operatorname{Re} \left[f_+(t) f_-^*(t) \left(\frac{q}{p} \right)^* A \bar{A}^* \right], \\ |\bar{M}(t)|^2 &= |f_+(t)|^2 |\bar{A}|^2 + \left| \frac{p}{q} \right|^2 |f_-(t)|^2 |A|^2 - 2 \operatorname{Re} \left[f_+(t) f_-^*(t) \left(\frac{p}{q} \right)^* A^* \bar{A} \right]. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Supondo $|p/q| = |q/p| = 1$ e usando as expressões 2.28, 2.29, 2.30, calculamos a soma $\Sigma M(t) = |M(t)|^2 + |\bar{M}(t)|^2$ e a diferença $\Delta M(t) = |M(t)|^2 - |\bar{M}(t)|^2$

$$\Sigma M(t) = \frac{e^{-\Gamma t}}{2} \left\{ \cosh \left(\frac{\Delta\Gamma}{2} t \right) [|A|^2 + |\bar{A}|^2] + 2 \sinh \left(\frac{\Delta\Gamma}{2} t \right) \operatorname{Re}(\lambda_f) \right\}, \quad (2.40)$$

$$\Delta M(t) = e^{-\Gamma t} \left\{ \cos(\Delta m t) [|A|^2 - |\bar{A}|^2] - 2 \operatorname{sen}(\Delta m t) \operatorname{Im}(\lambda_f) \right\}, \quad (2.41)$$

onde definimos

$$\lambda_f = \frac{p}{q} A \bar{A}^*. \quad (2.42)$$

Analisando a equação 2.41, vemos que uma nova condição de violação de CP é dada por $\operatorname{Im}(\lambda_f) \neq 0$ e garantida pela presença de uma fase em q/p ou pela diferença das amplitudes $A \neq \bar{A}$. Podemos resumir os mecanismos responsáveis pela quebra de simetria CP no MP:

a) $|A|^2 \neq |\bar{A}|^2$

Também conhecida como *violação direta de CP*, é a única fonte para os decaimentos de partículas carregadas. Presente na existência de contribuições intermediárias com fases diferentes, é medida experimentalmente através da diferença

no número de eventos dos decaimentos CP conjugados.

b) $p \neq q$

Para partículas que sofrem mixing, existem três possibilidades para a observação de violação de CP: $|p/q| \neq 1$, fonte única nos decaimentos semi-leptônicos. Violação direta $|A|^2 \neq |\bar{A}|^2$ e *violação induzida por mixing* $\text{Im}(\lambda_f) \neq 0$, causado pela interferência das partículas que decaem sofrendo ou não mixing para um mesmo estado final. As duas últimas condições estão relacionadas com o primeiro e segundo termo da equação 2.41 e podem ser medidas experimentalmente através de uma análise temporal do decaimento, que demanda o conhecimento da identidade da partícula no instante do decaimento da sua parceira emaranhada (lembrando que os quarks são criados em pares $q\bar{q}$ pela QCD). As técnicas para identificação são conhecida como *tagging*.

2.4 Aspectos práticos de mixing e violação de CP

Vamos revisitar a equação 2.28. Γ_+ e Γ_- são as larguras de decaimento das partículas $|P^0\rangle$ e $|\bar{P}^0\rangle$, Γ é uma média de ambas 2.20 e Δm a diferença de massa. Para que o mixing seja observável, a partícula deve possuir probabilidade de oscilar antes de decair. Do último termo de 2.28, representado na figura 2.2, extraímos a condição

$$\Delta m \gtrsim \Gamma \rightarrow \text{oscilações observáveis}, \quad (2.43)$$

onde Δm da ordem de Γ ou maior, garante a observação de oscilações. Estudaremos as possibilidades para P^0, \bar{P}^0 :

a) $\pi^0 - \bar{\pi}^0$

O pión neutro é dado pela combinação linear de quarks ($u\bar{u} - d\bar{d}$). Assim, tanto π^0 quanto $\bar{\pi}^0$ são autoestados de CP com autovalor 1. Como possuem todos os números quânticos iguais, podemos dizer que π^0 e $\bar{\pi}^0$ são a mesma partícula, não sofrendo efeito de mixing.

b) $K^0 - \bar{K}^0$

O sistema é dominado pelos decaimentos

$$K_+^0 \rightarrow 2\pi, \quad K_-^0 \rightarrow 3\pi, \quad (2.44)$$

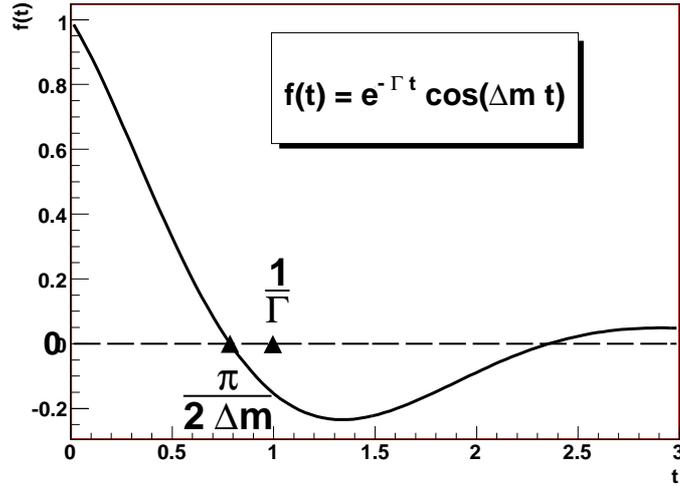


Figura 2.2: Oscilar antes de decair significa que o zero da função cosseno, que representa 100% de probabilidade de oscilação, deve estar localizado próximo de $1/\Gamma$, onde a partícula possui 37% de probabilidade de ter decaído. Essa condição é dada por $\frac{\pi}{2\Delta m} \lesssim \frac{1}{\Gamma}$.

onde o estado final de 2π e 3π possuem autovalor de CP +1 e -1 respectivamente. Verificou-se que o tempo de vida de K_-^0 é maior do que o de K_+^0 , por isso, esses estados são usualmente chamados de K_L (long) e K_S (short). Da experiência

$$\tau_S = (0,8953 \pm 0,0005) \times 10^{-10} s, \quad \tau_L = (5,114 \pm 0,021) \times 10^{-8} s, \\ \Delta m = (0,5292 \pm 0,0009) \times 10^{10} \hbar s^{-1}. \quad (2.45)$$

Como $\Gamma \approx \frac{1}{2}\Gamma_S$, a condição 2.43 é satisfeita e a observação de oscilações no sistema de káons neutros é viável. Violação de CP tem sido observada no decaimento de K_L em dois píons, quantificada em

$$\eta_{00} = \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | H | K_L \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 | H | K_S \rangle} = (2,276 \pm 0,014) \times 10^{-3} e^{i(43,49 \pm 0,06) \frac{\pi}{180}}, \\ \eta_{+-} = \frac{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_L \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | H | K_S \rangle} = (2,286 \pm 0,014) \times 10^{-3} e^{i(43,51 \pm 0,05) \frac{\pi}{180}}. \quad (2.46)$$

c) $D^0 - \bar{D}^0$

Mixing foi recentemente observado nesse sistema [27, 28]. Porém, violação de CP não foi ainda observada. Como os decaimentos relevantes são descritos pela física das duas primeiras gerações de quarks, a observação de violação de CP no sistema $D^0 - \bar{D}^0$ seria sinal de física nova.

d) $B^0 - \bar{B}^0$

No MP os diagramas de menor ordem que implementam o mixing, são conhecidos como *diagramas box*. Um exemplo para o méson B^0 pode ser visto na figura 2.3, onde existem três possibilidades u, c, t para o quark virtual e cada vértice introduz um termo V_{ij} da matriz CKM. A contribuição absorptiva Γ_{12} (equação 2.17), que só se dá por estados intermediários na camada de massa, é dominada pelo diagrama box via quark c , enquanto que a contribuição dispersiva M_{12} é dominada pelo diagrama box via t . Como essas amplitudes são proporcionais a massa ao quadrado do quark intermediário, $M_{12} \gg \Gamma_{12}$. Usando 2.16 e 2.10, a equação 2.23 pode ser reescrita como

$$\frac{q}{p} = \frac{V_{bt} V_{td}^*}{V_{bt}^* V_{td}} = e^{i2\beta}, \quad (2.47)$$

onde p e q são interpretados como sendo as amplitudes de mixing $B^0 \rightarrow \bar{B}^0$ e $\bar{B}^0 \rightarrow B^0$. Experimentalmente

$$\left| \frac{q}{p} \right| = 1,0015 \pm 0,0039. \quad (2.48)$$

As únicas fontes de violação de CP no sistema do méson B , são a violação direta e a induzida por mixing. Discutiremos na seção 5.2 a violação direta em estados intermediários de dois corpos e na seção 5.1 explicaremos o procedimento para observação de violação de CP induzida por mixing e a conseqüente extração de $\sin 2\beta$. O mixing é observável pois $\Delta m_B / \Gamma_B = 0,776 \pm 0,008$.

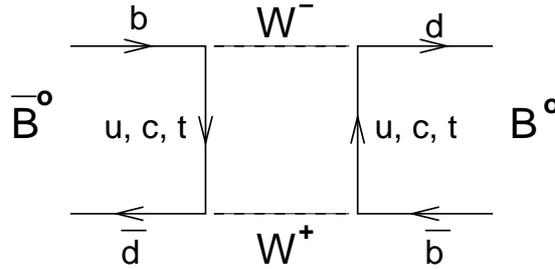


Figura 2.3: Diagrama box para o mixing $B^0 - \bar{B}^0$.

A partícula B^0 pode ser vista como a combinação linear dos autoestados de CP B_1 e B_2 . A diferença da vida média entre esses estados é muito pequena, diferentemente do que acontece com os estados K_S e K_L . Assim, $\Delta\Gamma \ll \Gamma$ e a forma mais adequada para descrever o mixing de B^0 , é a equação 2.25 já que a distinção entre B_1 e B_2 é muito difícil. Nesse caso, $\cosh(\Delta\Gamma/2t) \rightarrow 1$,

$\sinh(\Delta\Gamma/2t) \rightarrow 0$ e as equações 2.26 podem ser reescritas

$$\begin{aligned} f_+(t) &= e^{-\Gamma t/2} e^{-iMt} \cos\left(\frac{\Delta m t}{2}\right), \\ f_-(t) &= i e^{-\Gamma t/2} e^{-iMt} \sin\left(\frac{\Delta m t}{2}\right). \end{aligned} \quad (2.49)$$

A soma das probabilidades da equação 2.39, passam de 2.40 para a equação mais simples que não envolve termos de mixing

$$\Sigma M(t) = e^{-\Gamma t} \{ |A|^2 + |\bar{A}|^2 \}. \quad (2.50)$$

Essa propriedade, observada primeiramente por [48], terá um importante papel na extração de γ , como explicaremos na seção 5.2.

Capítulo 3

Formalismo para análise de decaimentos

Podemos estabelecer como princípio universal, que todas as partículas massivas decaem em partículas mais leves. Seguem um cadeia de decaimento até transformar-se por última instância nas únicas partículas estáveis que compõem o universo: elétrons, prótons, fótons e neutrinos.

Tendo em vista o caráter probabilístico da mecânica quântica, não podemos conhecer com exatidão o instante do decaimento de uma partícula. O que podemos medir experimentalmente é a distribuição de probabilidade, modelada por uma curva exponencial

$$P(t) = e^{-\Gamma t}. \quad (3.1)$$

O decaimento de uma partícula pode ocorrer por diversos canais, estabelecendo estados finais diferentes. Os canais observados são os que respeitam leis de conservação como: energia-momento, carga elétrica, cor, número bariônico, número leptônico e outras. A cada canal i é associada uma quantidade Γ_i , ligada a probabilidade do processo e conhecida como *largura de decaimento*. A soma de todos os processos possíveis resulta na largura de decaimento total $\Gamma = \sum_i \Gamma_i$, presente na equação 3.1. A probabilidade de um canal específico é medida pela *razão de ramificação* $BR(i) = \Gamma_i/\Gamma$.

O inverso da largura de decaimento total $\tau = 1/\Gamma$ é o tempo necessário para que 37% das partículas de uma amostra decaiam, conhecido como *vida média*. A grandeza das vidas médias variam de acordo com a interação responsável pela transição. A idéia geral é que quanto mais intensa a interação, maior é a probabilidade do processo ocorrer e por sua vez, menor a vida média. Partículas que decaem por força forte possuem vidas médias da ordem de 10^{-23} s, por força eletromagnética 10^{-16} s e por força fraca

variam de 10^{-24} s¹ a 15 min no decaimento do nêutron livre.

Das regras de ouro de Fermi no contexto de teoria de perturbações, deriva a expressão para largura de decaimento Γ de uma partícula de massa M decaindo em n corpos de massas m_i e 4-momentos p_i , via processo dinâmico \mathcal{A} ,

$$\Gamma = \frac{(2\pi)^4}{2M} \int |\mathcal{A}|^2 \delta^4(p - \sum_{i=1}^n p_i) \prod_{i=1}^n \frac{d^4 p_i}{(2\pi)^3} \delta(p_i^2 - m_i^2). \quad (3.2)$$

Trataremos nessa seção, de forma separada a cinemática e a dinâmica da equação acima. Além disso, discutiremos os métodos experimentais para medir $|\mathcal{A}|^2$ nos decaimentos em três corpos.

3.1 Cinemática Relativística

A uma partícula relativística de massa M , momento $\vec{p} = \gamma M \vec{v}$ e energia² $E = \gamma M = \sqrt{M^2 + \vec{p}^2}$, está associado um 4-momento $P^\mu = (E, \vec{p})$ com as informações cinemáticas. Por ser um 4-vetor, se modifica de acordo com as transformações de Lorentz $P'^\mu = L^\mu_\nu P^\nu$ em uma mudança de referencial $S \rightarrow S'$. No caso em que S' se desloca de S com velocidade v na direção x , o boost é dado pela matriz

$$L^\mu_\nu = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

onde

$$\beta = \frac{v}{c}, \quad \gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - \beta^2}}. \quad (3.4)$$

Embora a energia e o momento sejam individualmente alterados numa mudança de referencial, a sua combinação dada pelo produto interno dos 4-momentos $P^\mu P_\mu$ é um invariante sob transformações de Lorentz, assumindo o valor quadrado da massa da partícula como demonstrado a seguir:

$$\begin{aligned} P'^\mu P'_\mu &= L^\mu_\nu L_\mu^\lambda P^\nu P_\lambda, \\ L^\mu_\nu L_\mu^\lambda &= \delta_\nu^\lambda, \\ P'^\mu P'_\mu &= P^\mu P_\mu = E^2 - \vec{p}^2 = M^2. \end{aligned} \quad (3.5)$$

¹A vida média do quark t é da ordem de $0,5 \times 10^{-24}$ s. Por ser menor que os tempos característicos da interação forte, o quark t decai antes de sofrer hadronização.

²Adotaremos o sistema de unidades naturais $\hbar = c = 1$.

O tempo de vida de uma partícula depende do referencial. Usualmente, os valores tabelados em compilações como o PDG [1], correspondem ao tempo de vida no referencial de repouso da partícula (vida média). Aplicando a transformação de Lorentz $(t, x, 0, 0)^\mu = L^\mu_\nu(\tau, 0, 0, 0)^\nu$, podemos traduzir as quantidades para o referencial do laboratório, obtendo as equações

$$t = \gamma\tau, \quad (3.6)$$

$$\Delta x = \beta\gamma\tau = \tau\frac{p}{M}, \quad \text{SI: } \Delta x = c\tau\frac{pc}{Mc^2}. \quad (3.7)$$

A primeira, mostra que o tempo de vida medido por um observador no referencial do laboratório é maior que a vida média, já que γ é sempre maior que 1. Esse fato, conhecido como *dilatação temporal*, é o que permite por exemplo, que múons criados na alta atmosfera por raios cósmicos cheguem a superfície da Terra.

A segunda equação, estabelece a distância média percorrida por uma partícula antes de decair. Como desejamos calcular o resultado em metros e usualmente encontramos tabelado o valor $c\tau$ ³, é interessante nesse caso trabalhar com a equação no Sistema Internacional de unidades (SI). O termo fracionário, por ser adimensional, pode ser calculado usando unidades naturais. Para exemplificar, vamos analisar o decaimento do méson B^0 produzido em uma colisão p-p na energia do centro de massa de 14 TeV. Do PDG, $M_{B^0} = 5,279 \text{ GeV}$ e $c\tau_{B^0} = 458,7\mu\text{m}$. Da simulação de Monte Carlo do experimento LHCb, vemos que o momento médio dos mésons B^0 criados é em torno de $\bar{p} = 120 \text{ GeV}/c$. Usando 3.7, vemos que um méson B^0 viaja em média 11 mm no detector do LHCb antes de decair.

3.1.1 Decaimentos em dois corpos

Seja o decaimento $P \rightarrow p_1 p_2$. Elevando ao quadrado a equação de conservação do 4-momento $P^\mu = p_1^\mu + p_2^\mu$, obtemos $M^2 = P^2 = (p_1 + p_2)^2$. Para explicitar o valor da energia e momento das partículas 1 e 2 em função dos invariantes, é necessário escolher um referencial. Os mais comuns são o referencial do centro de massa (CM) e o do alvo (TS). Vamos calcular as quantidades cinemáticas para ambos, imaginando a reação inversa cinematicamente equivalente, onde duas partículas colidem para formar apenas uma de massa M :

³ $c\tau$ é a distância média percorrida por uma partícula de $p = M$, correspondendo a $\beta = 0,707$, ou seja, 70% da velocidade da luz.

a) CM É o referencial de repouso da partícula criada, onde $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{P} = 0$, $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = p$ e

$$\begin{aligned} M^2 &= m_1^2 + m_2^2 + 2E_1E_2 + 2p^2 = (E_1 + E_2)^2, \\ M^2 &= m_1^2 + m_2^2 + 2E_1(M - E_1) + 2(E_1^2 - m_1^2), \\ M^2 &= -m_1^2 + m_2^2 + 2E_1M, \end{aligned} \quad (3.8)$$

de onde podemos concluir que

$$E_1 = \frac{m_1^2 - m_2^2 + M^2}{2M}, \quad E_2 = \frac{m_2^2 - m_1^2 + M^2}{2M}, \quad (3.9)$$

$$p = \frac{\sqrt{(m_1^2 - m_2^2 + M^2)^2 - 4m_1^2M^2}}{2M}. \quad (3.10)$$

b) TS Nesse referencial uma das partículas, a partícula alvo $p_A = (m_A, 0)$, encontra-se em repouso. Logo

$$M^2 = m^2 + m_A^2 + 2Em_A, \quad (3.11)$$

$$E = \frac{M^2 - m^2 - m_A^2}{2m_A}, \quad p = \frac{\sqrt{(M^2 - m^2 - m_A^2)^2 - 4m^2m_A^2}}{2m_A}. \quad (3.12)$$

Podemos comparar a eficiência dos referenciais imaginando que as partículas integrantes possuem mesma massa m . Nesse caso 3.8 e 3.11 tornam-se respectivamente $M^2 = 4E_{CM}^2$ e $M^2 = 2m^2 + 2mE_{TS}$. A energia necessária para produzir o mesmo estado final de massa M ,

$$E_{TS} = \frac{2E_{CM}^2}{m} - m \simeq \frac{2E_{CM}^2}{m}, \quad (3.13)$$

para $E_{CM} \gg m$, é muito maior no referencial do alvo, de onde podemos concluir que feixes colisores são energeticamente mais eficientes. Por exemplo, o LHC colidirá prótons ($m_p \simeq 1$ GeV) a uma energia de 14 TeV no CM. Se usasse o sistema de alvo, seria necessária uma energia de 392 kTeV para se obter os mesmos estados finais.

No caso de duas partículas no estado final, a largura de decaimento é

$$\Gamma_2 = \frac{(2\pi)^4}{2M} \int |\mathcal{A}|^2 \delta^4(p - p_1 - p_2) \frac{d^4p_1}{(2\pi)^3} \delta(p_1^2 - m_1^2) \frac{d^4p_2}{(2\pi)^3} \delta(p_2^2 - m_2^2). \quad (3.14)$$

A função δ 4-dimensional estabelece a conservação do 4-momento total na reação, definindo o contorno do espaço de fase. Já as funções δ 1-dimensional, garantem que as partículas do estado final sejam reais, ou seja, estejam na camada de massa, diferentemente das partículas virtuais envolvidas nos processos intermediários que não precisam satisfazer tal condição. Pode-se iniciar a avaliação utilizando a δ 4-dimensional e integrando em d^4p_2 . Dada a invariância de Γ ⁴, a escolha do referencial é arbitrária. Por

⁴Pode-se mostrar que $d^4p = dEd\vec{p} = dE'd\vec{p}'$, as variáveis linhas tendo sofrido uma transformação de Lorentz, onde $dE' = \gamma dE - \beta\gamma dp$ e $dp' = -\beta\gamma dE + \gamma dp$.

simplicidade utilizaremos o CM, onde $(p - p_1)^2 = M^2 + m_1^2 - 2ME_1$. O próximo passo consiste em desenvolver o termo $d^4p \delta(p^2 - m^2) = dE d\vec{p} \delta(E^2 - \vec{p}^2 - m^2)$. Usando a propriedade

$$\delta[f(x)] = \frac{\delta(x - x_0)}{\left| \frac{df}{dx} \right|_{x_0}}, \quad (3.15)$$

temos $\delta(E^2 - \vec{p}^2 - m^2) = \frac{\delta(E - \sqrt{\vec{p}^2 + m^2})}{2E}$ e $d^4p \delta(p^2 - m^2) = \frac{d\vec{p}}{2E}$, onde $E = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$. Em coordenadas esféricas, $d\vec{p} = p^2 dp d\Omega$. Fazendo a troca de variáveis $p = \sqrt{E^2 - m^2}$, $dp = \frac{E}{p} dE$. Conseqüentemente,

$$d^4p \delta(p^2 - m^2) = \frac{d\vec{p}}{2E} = \frac{p}{2} dE d\Omega \quad (3.16)$$

e

$$\Gamma_2 = \frac{1}{8(2\pi)^2 M^2} \int |\mathcal{A}|^2 \delta\left(\frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M} - E_1\right) p_1 dE_1 d\Omega_1. \quad (3.17)$$

Finalmente, integrando em dE_1 , recuperamos as expressões para energia e momento no CM, equações 3.9 e 3.10, que devem ser substituídas na amplitude $|\mathcal{A}|^2$. No caso de as partículas finais serem escalares, ou se a amplitude for calculada com uma média nos possíveis estados de spin, a largura de decaimento é dada por

$$\Gamma_2 = \frac{p_1}{8\pi M^2} |\mathcal{A}|^2 \Bigg|_{\substack{E_1 = \frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M} \\ p_1 = \sqrt{E_1^2 - m_1^2}}}. \quad (3.18)$$

3.1.2 Decaimentos em três corpos e Dalitz plot

Usando os 4-momento disponíveis de $P \rightarrow p_1 p_2 p_3$, podemos construir três quantidades invariantes de Lorentz, conhecidas como variáveis de Dalitz

$$s_{12} = (p_1^\mu + p_2^\mu)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2E_1 E_2 - 2\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2, \quad (3.19)$$

$$= (P^\mu - p_3^\mu)^2 = M^2 + m_3^2 - 2E E_3 + 2\vec{P} \cdot \vec{p}_3,$$

$$s_{13} = (p_1^\mu + p_3^\mu)^2 = m_1^2 + m_3^2 + 2E_1 E_3 - 2\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_3, \quad (3.20)$$

$$= (P^\mu - p_2^\mu)^2 = M^2 + m_2^2 - 2E E_2 + 2\vec{P} \cdot \vec{p}_2,$$

$$s_{23} = (p_2^\mu + p_3^\mu)^2 = m_2^2 + m_3^2 + 2E_2 E_3 - 2\vec{p}_2 \cdot \vec{p}_3, \quad (3.21)$$

$$= (P^\mu - p_1^\mu)^2 = M^2 + m_1^2 - 2E E_1 + 2\vec{P} \cdot \vec{p}_1,$$

das quais apenas duas são independentes, pelo vínculo $s_{12} + s_{13} + s_{23} = M^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2$. No referencial do CM, alinhando a direção de movimento da partícula 1 com

o eixo x, os 4-momento são dados por

$$\begin{aligned}
P^\mu &= (M, 0, 0, 0), \\
p_1^\mu &= (E_1, p_1, 0, 0), \\
p_2^\mu &= (E_2, p_2 \cos \theta_{12}, p_2 \sin \theta_{12}, 0), \\
p_3^\mu &= (E_3, p_3 \cos \theta_{13}, p_3 \sin \theta_{13}, 0),
\end{aligned} \tag{3.22}$$

e conseqüentemente

$$E_1 = \frac{M^2 + m_1^2 - s_{23}}{2M}, \quad E_2 = \frac{M^2 + m_2^2 - s_{13}}{2M}, \quad E_3 = \frac{M^2 + m_3^2 - s_{12}}{2M}. \tag{3.23}$$

A conservação do 4-momento total, faz com que o decaimento aconteça em um plano. Contabilizando, são oito parâmetros livres, três equações de vínculo do tipo $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$ e três equações de vínculo provenientes da conservação do 4-momento, de modo que um decaimento em três corpos pode ser descrito por duas variáveis independentes. Cada evento $P \rightarrow p_1 p_2 p_3$, é representado por um ponto no espaço de fase bidimensional do sistema. Quando as variáveis escolhidas para descrever um decaimento em três corpos são variáveis de Dalitz, o conjunto de pontos do espaço de fase é chamado de *Dalitz Plot* (DP).

A conservação do 4-momento, restringe os eventos a uma região fechada no espaço de fase. Para estabelecer o contorno do DP, vamos calcular a integral da largura de decaimento

$$\Gamma_3 = \frac{1}{2(2\pi)^5 M} \int |\mathcal{A}|^2 \delta^4(p - p_1 - p_2 - p_3) \frac{d\vec{p}_1}{2E_1} \frac{d\vec{p}_2}{2E_2} d^4 p_3 \delta(p_3^2 - m_3^2). \tag{3.24}$$

Procedendo de forma análoga ao caso bidimensional, adotando o referencial do CM, integrando inicialmente em $d^4 p_3$, usando a equação 3.16 e supondo uma amplitude média sobre estados de spin,

$$\Gamma_3 = \frac{\pi^2}{2(2\pi)^5 M} \int |\bar{\mathcal{A}}|^2 \delta_c dE_1 dE_2 d \cos \theta_{12}, \tag{3.25}$$

$$\delta_c = \delta \left(\cos \theta_{12} - \frac{M^2 + m_1^2 + m_2^2 - m_3^2 - 2M(E_1 + E_2) + 2E_1 E_2}{2p_1 p_2} \right). \tag{3.26}$$

Integrando no cosseno e usando 3.23 para trocar as energias por variáveis de Dalitz, temos finalmente

$$\Gamma_3 = \frac{1}{256 \pi^3 M^3} \int |\bar{\mathcal{A}}|^2 ds_{ij} ds_{jk}. \tag{3.27}$$

Como $\frac{d\Gamma_3}{ds_{ij} ds_{jk}} \propto |\bar{\mathcal{A}}|^2$, vemos que a distribuição de pontos no DP reflete diretamente a dinâmica do sistema. Note também, que a energia dos estados finais não é fixada em função apenas das massas das partículas, como acontece nos decaimentos em dois

corpos. O que é fixado, através da função δ_c da equação 3.26, é o contorno do DP, dado pela condição $\cos^2 \theta_{12} = 1$ e satisfazendo

$$[M^2 + m_1^2 + m_2^2 - m_3^2 - 2M(E_1 + E_2) + 2E_1 E_2]^2 - 4(E_1^2 - m_1^2)(E_2^2 - m_1^2) = 0, \quad (3.28)$$

onde as energias podem ser substituídas por 3.23, reescrevendo a condição em função dos invariantes s_{ij} . A condição $0 \leq \cos^2 \theta_{12} \leq 1$ pode ser usada para averiguar se um ponto arbitrário do espaço de fase pertence ao DP. Do contorno, podemos deduzir os valores máximos e mínimos das variáveis de Dalitz

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2)^2 &\leq s_{12} \leq (M - m_3)^2, \\ (m_2 + m_2)^2 &\leq s_{23} \leq (M - m_1)^2, \\ (m_1 + m_3)^2 &\leq s_{13} \leq (M - m_2)^2. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Um resumo sobre a distribuição de momento no DP no referencial do CM, pode ser encontrado na figura 3.1. O mínimo de $s_{12} = (m_1 + m_2)^2$ é obtido quando $p_1 p_2 = m_1 m_2$; o que implica em $E_1 \vec{p}_2 = E_2 \vec{p}_1$ e conseqüentemente $\vec{v}_1 = \vec{v}_2$. De acordo com 3.19, o mínimo de s_{12} requer $\cos \theta_{12} = 1$, ou seja, $\theta_{12} = 0$ e $\theta_{13} = \theta_{23} = \pi$. Das equações de conservação de momento, $p_1 + p_2 \cos \theta_{12} + p_3 \cos \theta_{13} = 0$ e $p_2 \sin \theta_{12} + p_3 \sin \theta_{13} = 0$, observamos $p_3 = p_1 + p_2$, atingindo seu valor máximo (coerente com a expressão do momento, derivada de 3.23). Já o máximo de $s_{12} = (M - m_3)^2$, implica em $\cos \theta_{12} = -1$, $\theta_{12} = \pi$ e $\theta_{13} = \theta_{23} = 0$. Das equações de conservação, obtém-se $p_3 = 0$ e $p_1 = -p_2$. De forma análoga para as outras variáveis.

No referencial de repouso de $p_1 + p_2$, conhecido como *referencial da ressonância* ou referencial de Gottfried-Jackson, $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{P} - \vec{p}_3 = 0$, $\theta_{13} + \theta_{23} = \pi$ e podemos reescrever

$$\begin{aligned} s_{12} &= (E_1 + E_2)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2E_1(\sqrt{s_{12}} - E_1) + 2(E_1^2 - m_1^2), \\ s_{12} &= -m_1^2 + m_2^2 + 2E_1\sqrt{s_{12}} = m_1^2 - m_2^2 + 2E_2\sqrt{s_{12}}, \\ s_{12} &= (E - E_3)^2 = M^2 + m_3^2 - 2E_3(\sqrt{s_{12}} + E_3) + 2(E_3^2 - m_3^2), \\ s_{12} &= M^2 - m_3^2 - 2E_3\sqrt{s_{12}} = -M^2 + m_3^2 + 2E\sqrt{s_{12}}, \end{aligned} \quad (3.30)$$

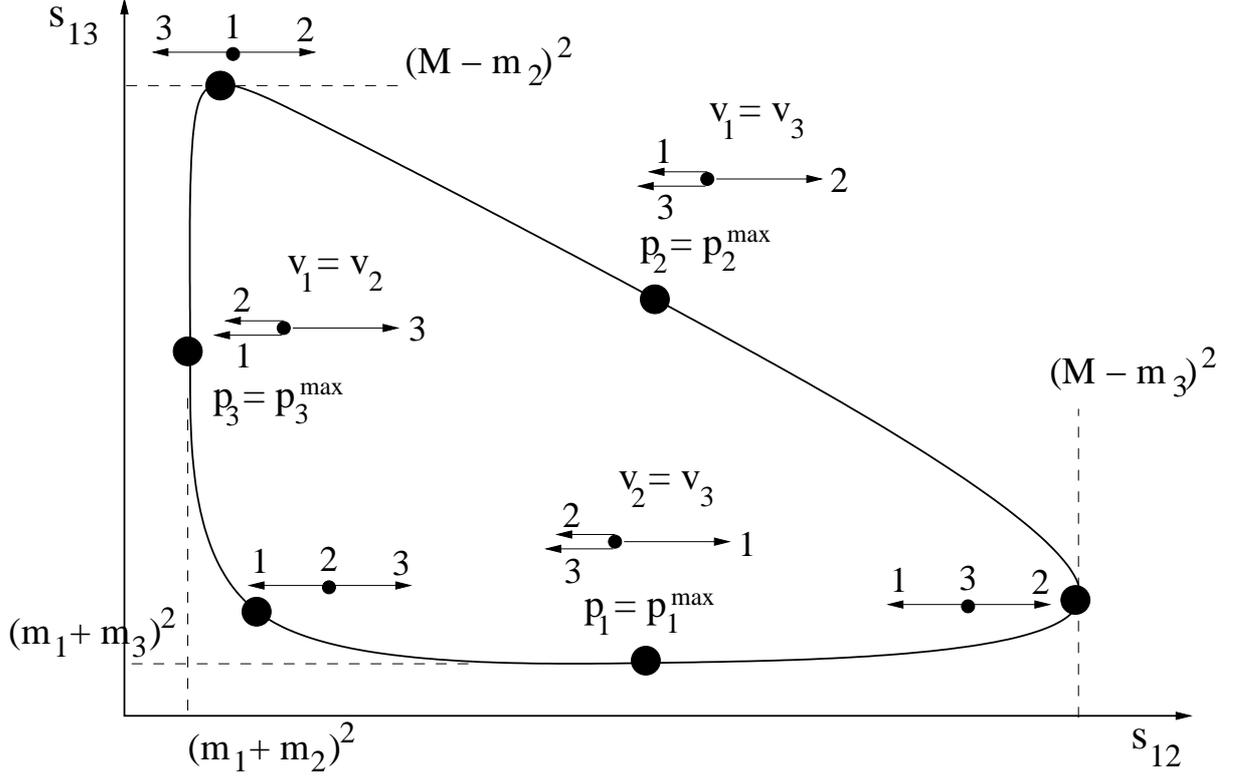


Figura 3.1: Distribuição de momento no DP no referencial do CM. Na região de mínimo de s_{12} (determinada por um círculo grande), os momentos da partículas 1 e 2 são colineares e opostos ao da partícula 3 que atinge seu valor máximo. Nessa mesma região, as partículas 1 e 2 possuem velocidades iguais. Na região de máximo de s_{12} , a partícula 3 encontra-se em repouso. A conservação do 4-momento restringe os eventos a região interior da curva fechada.

onde as energias e o ângulo são dados por

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{s_{12} + M^2 - m_3^2}{2\sqrt{s_{12}}}, \\
 E_1 &= \frac{s_{12} + m_1^2 - m_2^2}{2\sqrt{s_{12}}}, \\
 E_2 &= \frac{s_{12} + m_2^2 - m_1^2}{2\sqrt{s_{12}}}, \\
 E_3 &= \frac{-s_{12} + M^2 - m_3^2}{2\sqrt{s_{12}}}, \\
 \cos \theta_{13} &= \frac{m_1^2 + m_3^2 - s_{13} + 2E_1 E_3}{2p_1 p_3}.
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Utilizaremos o referencial da ressonância no desenvolvimento fenomenológico das amplitudes nas próximas seções.

3.2 Dinâmica

As amplitudes $\mathcal{A} = \langle f|S|i\rangle$, são usualmente calculadas tratando-se as interações como perturbações no sistema das partículas livres. Nesse contexto, a probabilidade da transição $i \rightarrow f$ é dada pela soma da contribuição de todos os possíveis processos intermediários, caracterizados pela criação e aniquilação de diferentes partículas virtuais. Assim, é de fundamental importância que as interações sejam relativamente pequenas, de modo que a soma convirja.

Na eletrodinâmica quântica (QED⁵), a probabilidade de se emitir ou absorver um fóton é medida por $\alpha = e^2/4\pi \simeq 1/137$, onde e é a carga do elétron. A probabilidade dos diagramas de processos intermediários são proporcionais a α^n (n dependendo da complexidade do diagrama), de modo que grande parte das quantidades podem ser calculadas em boas aproximações usando-se apenas os diagramas mais simples. Diferentemente da QED, onde é possível calcular as amplitudes \mathcal{A} para todos os processos partindo de primeiros princípios, a situação na cromodinâmica quântica (QCD⁶) é mais complicada. A probabilidade de se emitir glúons α_S possui uma forte dependência na distância e energia dos quarks, sendo inclusive maior do que 1 para configurações de baixas energias e grandes distâncias. Na situação oposta, de altas energias e pequenas distâncias, α_S é pequeno e os pártons comportam-se como se fossem partículas livres. Esse fato, conhecido como *liberdade assintótica*, permite a utilização do método perturbativo na QCD no regime de altas energias. Outro fator complicante na QCD, é que os quarks encontram-se confinados em mésons ou bárions, partículas mais complexas. Como só sabemos calcular amplitudes para partículas pontuais, muitas vezes é necessária a introdução de fatores de forma obtidos experimentalmente que refletem nossa ignorância sobre a complexidade das interações da QCD na partícula composta. Felizmente, as energias obtidas nas colisões em aceleradores de partículas, tornam possível a utilização do método perturbativo, concentrando assim, as dificuldades teóricas na descrição do confinamento.

Por mais que não seja possível calcular de forma exata a amplitude de transições hadrônicas, no caso de decaimentos em dois corpos podemos afirmar que será um número complexo constante. O elemento de matriz de um decaimento, para satisfazer a condição de invariância de Lorentz, deve ser função apenas de produtos internos de 4-vetores. Usando as informações disponíveis de 4-momento e polarização, a amplitude passa a ser função da energia e momento das partículas envolvidas. Como essas quantidades cinemáticas são fixas em função da massa das partículas envolvidas (equações 3.9

⁵Do inglês quantum electrodynamics.

⁶Do inglês quantum chromodynamics.

e 3.10), a amplitude é constante. A fase complexa é proveniente da interação elástica das partículas do estado final e depende da energia do sistema, no caso, a massa da partícula que decai.

A seguir, faremos algumas considerações gerais para de forma análoga, construir uma amplitude fenomenológica para decaimentos em três corpos.

3.2.1 Breit-Wigner

Os decaimentos em três corpos podem acontecer por estados intermediários de duas partículas, onde uma, denominada *ressonância*, decai via força forte. É conhecido que o decaimento dos mésons D e B em três corpos, são dominados por estados ressonantes, sendo mais freqüentes do que a desintegração direta em três partículas, conhecida como decaimento não-ressonante (NR). As ressonâncias foram inicialmente observadas como picos na seção de choque em espalhamentos elásticos hadrônicos $2 \rightarrow 2$. Por possuírem curto tempo de vida, possuem flutuações relativamente grandes em sua massa ($\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$), de modo que ao seu pico na energia está associada uma largura coincidente com a largura total de decaimento Γ_R . São usualmente modeladas por funções de Breit-Wigner (BW) relativísticas

$$BW_i(s) = \frac{m_R \Gamma_i}{m_R^2 - s - i m_R \Gamma(s)}, \quad (3.32)$$

$$\Gamma(s) = \Gamma_R \frac{m_R}{s} \frac{F_J^2(p)}{F_J^2(p_R)} \left(\frac{p}{p_R} \right)^{2J+1}, \quad (3.33)$$

onde Γ_i é a largura de decaimento relativa ao processo de desintegração i da ressonância ($\Gamma_R = \sum_i \Gamma_i$), m_R^2 é a massa nominal da ressonância, p o momento das partículas filhas da ressonância no seu referencial de repouso (função de s), p_R o mesmo momento calculado em m_R , J o spin da ressonância e F_J fatores de barreira de Blatt-Weisskopf dados por

$$F_0 = 1, \quad F_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + (rp)^2}}, \quad F_2 = \frac{1}{\sqrt{9 + 3(rp)^2 + (rp)^4}}, \quad (3.34)$$

onde r é uma medida do raio da ressonância. A fase complexa da função BW, sofre uma variação de 180° em torno da massa m_R , resultado coerente com a formulação teórica das ressonâncias como pólos de uma matriz de espalhamento.

Como decaimentos em dois corpos só possuem uma variável de Dalitz, $s_{ij} = (p_i^\mu + p_j^\mu)^2 = P^2 = M^2$, a assinatura das ressonâncias no DP são faixas de largura Γ_R centradas em m_R^2 nas variável s_{ij} . A distribuição na outra variável s_{jk} , está relacionada a conservação do momento angular. Derivaremos a seguir a forma do termo angular para o caso particular de uma ressonância de spin 1.

3.2.2 Termo angular

Desejamos descrever a amplitude fenomenológica do decaimento

$$P \rightarrow R p_3 \quad ; \quad R \rightarrow p_1 p_2, \quad (3.35)$$

onde R representa a ressonância e p_i os mésons pseudo-escalares do estado final. Utilizaremos a abordagem da fatorização para escrever a amplitude do processo geral como o produto das amplitudes dos processos intermediários, de modo que

$$\mathcal{A}(P \rightarrow p_1 p_2 p_3) = \mathcal{A}(P \rightarrow R p_3) \times BW(s_{12}) \times \mathcal{A}(R \rightarrow p_1 p_2), \quad (3.36)$$

onde a função de BW é usada como propagador da ressonância R . As amplitudes para $P \rightarrow R p_3$ e $R \rightarrow p_1 p_2$, devem ser construídas usando os 4-vetores disponíveis de 4-momento p_i e polarização de R $\epsilon^\mu(m)$, onde $m = 0, \pm 1$. Como ϵ^μ não tem componente temporal no referencial de repouso de R , $\epsilon^\mu(p_1 + p_2)_\mu = 0$. Assim, as amplitudes mais simples que descrevem os decaimentos são

$$\mathcal{A}(R \rightarrow p_1 p_2) = F_J^R \epsilon_\mu(m) (p_2 - p_1)^\mu, \quad (3.37)$$

$$\mathcal{A}(P \rightarrow R p_3) = F_J^P \epsilon_\nu(m) p_3^\nu, \quad (3.38)$$

onde F_J são fatores de forma de Blatt-Weisskopf 3.34. Para vetores de polarização, a seguinte relação é satisfeita:

$$\sum_m \epsilon^\mu(m) \epsilon^\nu(m) = -g^{\mu\nu} + \frac{p_R^\mu p_R^\nu}{p_R^2} = P_1^{\mu\nu}, \quad (3.39)$$

onde $p_R = p_1 + p_2$ e $P_1^{\mu\nu}$ é conhecido como operador de projeção de spin 1. No referencial de repouso de R ,

$$P_1^{ij} = \delta^{ij}. \quad (3.40)$$

Substituindo 3.37 e 3.38 em 3.36 e tomando uma média nas polarizações, temos no referencial de repouso de R a amplitude

$$\mathcal{A}(P \rightarrow R p_3 \rightarrow p_1 p_2 p_3) = F_J^P F_J^R (-2 \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_3) \times BW(s_{12}), \quad (3.41)$$

onde $\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_3$ é função das massas e variáveis de Dalitz 3.31. A forma mais geral do termo angular para ressonâncias de spin inteiro arbitrário, foi desenvolvida por Zermach e é dada em função de polinômios de Legendre P_L por

$$\mathcal{M} = (-2 |\vec{p}_1| |\vec{p}_3|)^J P_J(\cos \theta_{13}). \quad (3.42)$$

3.2.3 Modelo isobárico

Combinando as funções de BW que descrevem ressonâncias, termos angulares relacionados ao spin e introduzindo em analogia ao decaimento em 2 corpos um número complexo com magnitude a e fase δ , chegamos finalmente a forma fenomenológica da amplitude para o decaimento $P \rightarrow p_1 p_2 p_3$:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(s_{ij}, s_{jk}) &= a_{NR} e^{i\delta_{NR}} + \sum_i a_i e^{i\delta_i} \mathcal{A}_i(s_{ij}, s_{jk}), \\ \mathcal{A}_i(s_{ij}, s_{jk}) &= F_J^P F_J^R \mathcal{M}_i(s_{ij}, s_{jk}) BW(s_{ij}). \end{aligned} \quad (3.43)$$

É uma soma coerente de todas as contribuições possíveis de ressonâncias, função de duas variáveis de Dalitz s_{ij} e s_{jk} , conhecida como *modelo isobárico*. Usualmente, o termo NR é parametrizado com uma distribuição homogênea no DP, mesmo não existindo evidências experimentais de que tal suposição seja correta.

A fase δ é a soma das componentes forte e fraca. Enquanto a fase fraca é proveniente da matriz de CKM – trocando de sinal em processos decaimentos conjugados – a fase forte representa o processo dinâmico de interação forte elástica entre a ressonância e a outra partícula produzida na desintegração da partícula em questão. Esse processo forte, representado na figura 3.2, é conhecido como *interação de estado final* (FSI ⁷). A fase forte depende da energia do sistema, ou seja, a massa da partícula que decai e é a mesma para um decaimento e seu complexo conjugado, já que a QCD é simétrica sobre CP.

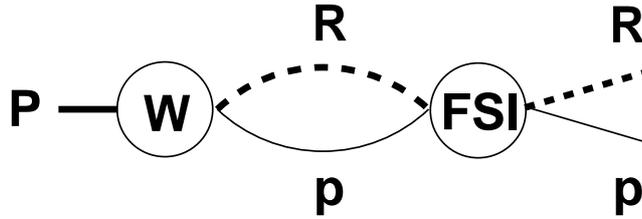


Figura 3.2: Decaimento fraco $P \rightarrow p R$ seguido da FSI entre R e p .

3.2.4 Diagramas Tree e Pingüim

A amplitude $a_i e^{i\delta_i}$ do decaimento em dois corpos, é a soma da contribuição de todos os processos intermediários. Os processos dominantes para decaimentos hadrônicos de mésons, são os diagramas *tree* e *pingüim* representados na figura 3.3 para um decaimento genérico de B . Os diagramas tree podem ser permitidos ou suprimidos em

⁷Do inglês Final State Interaction.

relação a cor, dependendo da localização dos quarks de $W \rightarrow q_1 \bar{q}_2$. Em 3.3b, existe apenas uma configuração possível de cor para q_1 e \bar{q}_2 , enquanto que em 3.3a a escolha é livre, possuindo maior probabilidade.

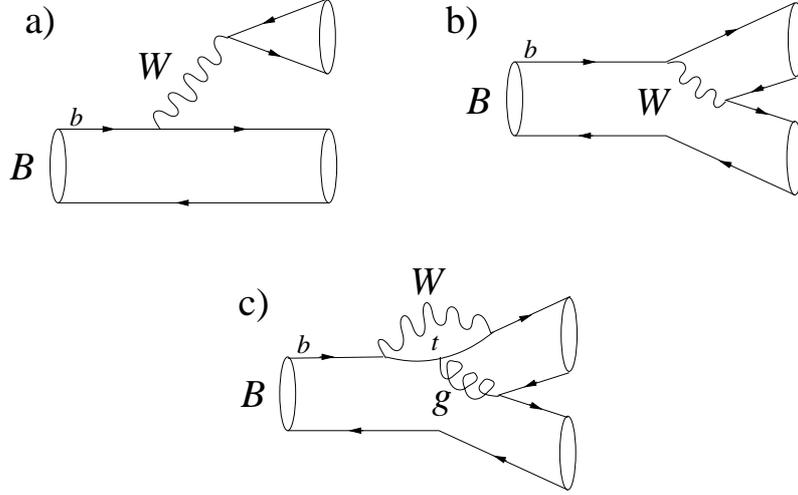


Figura 3.3: Diagramas genéricos de tree e pingüim: a) tree permitido em cor, b) tree suprimido em cor, c) pingüim. Cada vértice de W acoplado aos quarks i e j , contribui com um termo V_{ij} da matriz CKM. Alguns decaimentos apresentam apenas uma ou duas dessas componentes.

Os diagramas pingüim são diagramas de loop, onde um quark virtual é criado⁸, emite um glúon e é aniquilado em seguida. O glúon cria um par $q\bar{q}$ suprimido em cor, gerando assim o estado final. A existência de partículas virtuais nos diagramas pingüim, é o grande diferencial em relação aos diagramas tree onde a única partícula virtual criada é o mediador W . Por não necessitarem estar na sua camada de massa, é possível criar por poucos instantes nos processos de loop, partículas de grande massa inacessíveis a energia do experimento. De modo que processos de loop são propícios para a observação de novas partículas X além do MP. Observar, no sentido que podem introduzir novas fases fracas no processo $b \rightarrow W + X$, ou aumentar a largura de decaimento de uma forma inesperada de acordo com as previsões teóricas do MP. Assim, a medida mais limpa das fases de CKM usam decaimentos via diagramas tree apenas. Uma comparação da mesma fase extraída de um processo via diagrama pingüim e outro via tree apenas, pode revelar a contribuição de novas fases.

Outros possíveis diagramas para o decaimento B_q são o de aniquilação W ($b + \bar{q} \rightarrow W \rightarrow q_1 + \bar{q}_2$) e troca de W ($b + \bar{q}_1 \rightarrow q + \bar{q}_2$) – que pode ser visto como o anterior rotacionado de 90° – seguidos da criação de um par $q\bar{q}$ extraído do vácuo. Calcula-se [29],

⁸Mais provavelmente um quark t no decaimento de um méson B , dada a grandeza de V_{bt} .

que essas contribuições são pequenas se comparadas com as da figura 3.3. Uma explicação intuitiva é a seguinte: no regime de altas energias, os diagramas tree e pingüim para o méson B_q podem ser calculados tratando o quark q como uma partícula *espectadora*. Isso significa que assumimos por liberdade assintótica, que esse quark não participa da interação pois pode ser visto como uma partícula livre. Se os únicos processos para os decaimentos dos mésons B^+ , B^0 e B_s fossem os diagramas espectador, a vida média dessas partículas seria a mesma. Entretanto, experimentalmente vemos diferenças máximas de 10% nas vidas médias, indicando assim a dominância dos diagramas tree e pingüim.

Finalmente, as amplitudes $a_i e^{i\delta_i}$ medidas via processos de interferência são a composição

$$a_i e^{i\delta_i} = a_{Ts} e^{i\delta_{Ts}} V_{ab} V_{cd}^* + a_{Tc} e^{i\delta_{Tc}} V_{ef} V_{gh}^* + a_P e^{i\delta_P} V_{ij} V_{jk}^* \quad (3.44)$$

onde os índices a-k representam os seis quarks (u, d, c, s, b, t) – respeitando as possíveis combinações de acoplamento com $W - Ts$ e Tc representam as contribuições tree suprimida e favorecida em cor e P a contribuição pingüim. Os termos de CKM podem introduzir fases fracas na amplitude. Infelizmente, não podemos extrair experimentalmente cada contribuição de forma independente. É apenas possível extrair a soma $a_i e^{i\delta_i}$ para um dado processo intermediário, como discutiremos na próxima seção.

3.3 Medindo amplitudes

Para discutir o papel das interferências na análise de amplitudes, vamos imaginar uma amplitude simples, composta por duas ressonâncias de spin 0 que se cruzam em uma região do espaço de fase:

$$\mathcal{A} = a_1 e^{i\delta_1} BW_1(s_{12}) + a_2 e^{i\delta_2} BW_2(s_{13}). \quad (3.45)$$

A distribuição de pontos no DP é proporcional ao módulo quadrado da amplitude $|\mathcal{A}|^2$. Uma primeira consideração é que só faz sentido físico falar de parâmetros relativos. No caso da fase é possível fatorar $e^{i\delta_1}$, que desaparece no módulo quadrado. O parâmetro físico passa a ser a diferença de fase $\delta = \delta_2 - \delta_1$. Para distribuições de probabilidade a escala é um fator irrelevante, já que essas funções são sempre normalizadas. O que realmente interessa é a forma da distribuição, a sua curva. Assim, também podemos dividir 3.45 por a_1 , a escrevendo em termos da magnitude relativa $r = a_2/a_1$. Em termos dos parâmetros relativos, a probabilidade do processo é

$$|\mathcal{A}|^2 = BW_1^2 + r^2 BW_2^2 + 2r \cos \delta \operatorname{Re}(BW_1 BW_2) + 2r \sin \delta \operatorname{Im}(BW_1 BW_2). \quad (3.46)$$

Os dois últimos termos, que acoplam BW_1 e BW_2 , são conhecidos como termos de *interferência*. Atuam na região de cruzamento das ressonâncias e possuem papel fundamental na forma da amplitude quadrada. Na figura 3.4 mostramos a forma da equação 3.46 para diferentes valores de δ . A dependência em $\cos \delta$ e $\sin \delta$ possibilita a atuação da interferência como termo destrutivo ou construtivo. A sensibilidade e unicidade na diferença de fase, é o que permite que todas as fases e magnitudes relativas sejam extraídas experimentalmente via técnicas de ajuste em uma análise de amplitudes.

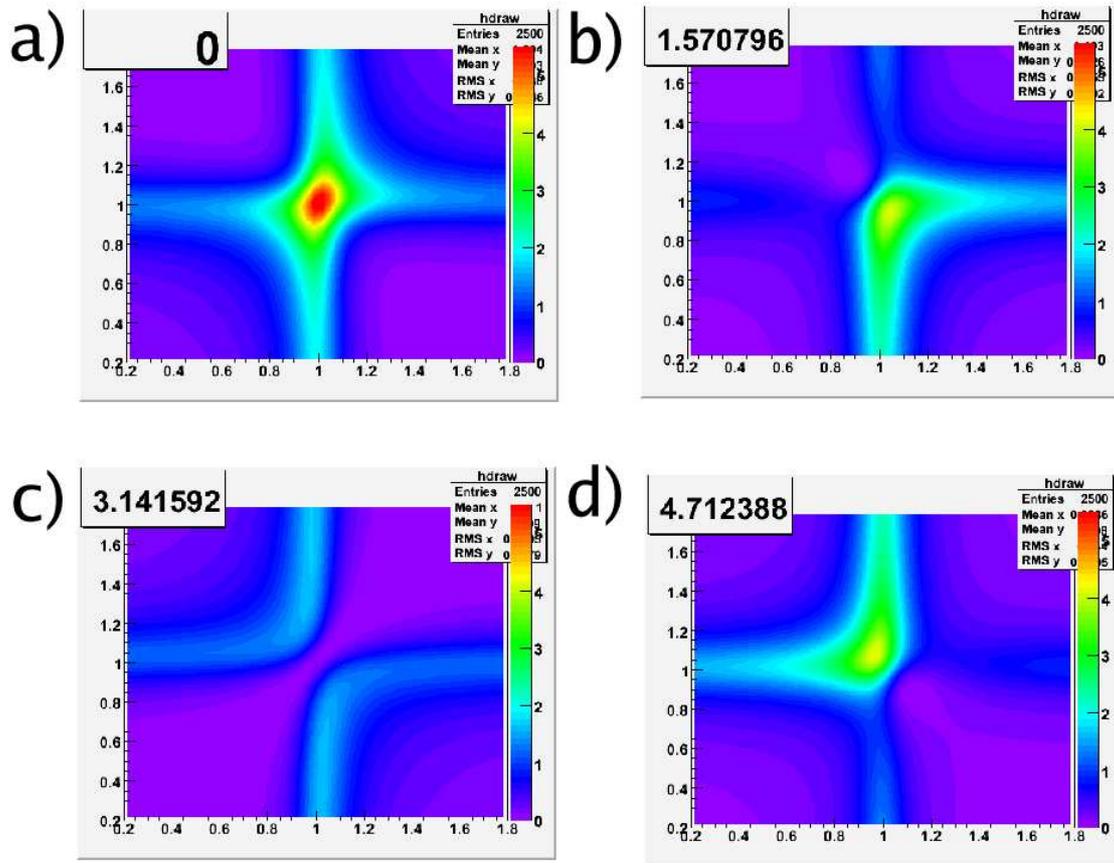


Figura 3.4: Amplitude quadrada em curvas de nível para $r = 1$ e diferentes valores de δ : a) 0, b) $\pi/2$, c) π , d) $3\pi/2$. Valores diferentes de δ criam superfícies completamente diferentes, explicitando a sensibilidade e unicidade do DP em relação às diferenças de fase. Gráficos gerados com o software URCA.

3.3.1 Técnicas de ajuste

Um processo de ajuste é caracterizado por retornar o conjunto de parâmetros livres $\vec{\alpha}$ de um modelo $f(\vec{x}, \vec{\alpha})$ que melhor descrevem um conjunto de dados C , onde \vec{x} são variáveis independentes do modelo. No caso específico da análise de DP, $\vec{\alpha} = (a_i, \delta_i, \dots)$, $\vec{x} = (s_{ij}, s_{jk})$, C são os pontos do DP e o modelo é a amplitude $|\mathcal{A}|^2$.

Se os parâmetros livres de um modelo descrevem grandezas físicas, é fundamental a correspondência um-a-um entre dados e parâmetros. Se imaginarmos por exemplo um modelo de previsão do tempo, cada conjunto de dados de entrada como temperatura, pressão atmosférica e umidade, devem produzir de forma unívoca um conjunto de parâmetros de previsão, como temperatura nos próximos dias, probabilidade de chuva, etc. Assim, a *bijetividade* entre dados e parâmetros de um modelo é vital para a interpretação física de um resultado e além disso, garante a convergência do processo de ajuste. A sua implementação confunde-se com a escolha de um modelo e é um processo sutil, que depende de bom senso e uma escolha coerente do número de variáveis e da sua disposição. Nem sempre a bijetividade pode ser obtida. O teste prático da sua presença, consiste em gerar e ajustar dados $C(\vec{\alpha})$ para vários conjuntos diferentes de parâmetros $\vec{\alpha}$, onde os dados são gerados usando-se uma ferramenta de *fast* Monte Carlo (MC). No caso do ajuste retornar os mesmos parâmetros que geraram os conjuntos, podemos dizer que o modelo é bijetivo.

Existem vários métodos de ajuste, entre eles *máxima likelihood* e *mínimos-quadrados* (χ^2) que não só retornam os parâmetros livres, como permitem comparar modelos diferentes, fornecendo critério para decidir qual se aproxima mais dos dados. Embora mostra-se que ambos métodos são equivalentes para o limite de estatística infinita, o método de máxima likelihood mostra-se mais apropriado para análises de DP e de forma geral em sistemas de baixa estatística. A análise sem bins evita dificuldades com as bordas do DP, regiões de ocupação nula nos bins e a perda de resolução nas regiões de interferências por conta da escolha errada do tamanho dos bins. O método de likelihood consiste em retornar $\vec{\alpha}$ que maximiza a função

$$L(\vec{\alpha}) = \prod_{i=1}^N [P_S(\vec{x}_i, \vec{\alpha}) + P_B(\vec{x}_i)], \quad (3.47)$$

onde P_S e P_B são funções normalizadas (PDF ⁹) que descrevem sinal e background. A função likelihood é o produto das PDF's calculadas em todos os pontos \vec{x}_i do conjunto de dados C .

Nos estudos de MC não consideramos background, nos concentrando apenas na

⁹Do inglês probability distribution function.

PDF do sinal

$$\begin{aligned}
P_S(\vec{x}, \vec{\alpha}) &= \frac{1}{N_S} g(M) \epsilon(\vec{x}) \left| \sum_i a_i e^{i\delta_i} \frac{A_i(\vec{x}, \vec{\alpha})}{\sqrt{N_i}} \right|^2, \\
N_S &= \int^{\text{DP}} dM d\vec{x} g(M) \epsilon(\vec{x}) \left| \sum_i a_i e^{i\delta_i} \frac{A_i(\vec{x}, \vec{\alpha})}{\sqrt{N_i}} \right|^2, \\
N_i &= \int^{\text{DP}} dM d\vec{x} g(M) \epsilon(\vec{x}) |A_i(\vec{x}, \vec{\alpha})|^2,
\end{aligned} \tag{3.48}$$

A_i é uma equação do tipo 3.43, normalizada para que as magnitudes a_i extraídas sejam interpretadas como a fração de contribuição da ressonância i . $g(M)$ é a distribuição da massa M da partícula que decai (geralmente dada por uma gaussiana) e $\epsilon(\vec{x})$ é a aceitação do DP. A aceitação é um peso aplicado a cada evento para compensar o desfavorecimento de regiões do DP, causado pelos cortes de seleção. Nos estudos de MC usamos $\epsilon(\vec{x}) = 1$. Sem a normalização total N_S (a integral é calculada no espaço de fase do DP), os parâmetros $\vec{\alpha}$ não possuem limite superior, retornando P_S cada vez maiores. Dividindo por um termo de mesma ordem de grandeza, fixa-se a escala, permitindo a exploração de efeitos mais sutis na forma da amplitude.

Para a implementação da técnica de likelihood, usamos o pacote MINUIT [30]. Nele, os parâmetros $\vec{\alpha}$ são variados, retornando a combinação que minimiza $-2 \ln L$, onde L é a função likelihood 3.47. No ajuste, um dos processos intermediários, denominado *âncora*, tem magnitude e fase fixados (usualmente em 1 e 0), já que apenas parâmetros relativos possuem significado físico. Assim, todos os parâmetros extraídos dos outros processos intermediários são medidos em relação à âncora. Se a âncora é fixada com valores a_A e δ_A , os parâmetros a_i e δ_i **medidos** de uma ressonância i são efetivamente $a_i = a/a_A$ e $\delta_i = \delta - \delta_A$, onde a e δ são os parâmetros absolutos da mesma ressonância.

O ajuste de amplitudes isobáricas em decaimentos de três corpos, tem sido usada com sucesso em análises de vários experimentos como BaBar, Belle, Focus E791. Sendo o cenário padrão para esse tipo de estudo. Como parte fundamental do método para a extração de γ , desenvolvemos uma nova técnica de ajuste de duas amplitudes sobrepostas, detalhada no capítulo 5.

Capítulo 4

Experimento LHCb

4.1 LHC

O acelerador Large Hadron Collider (LHC), ilustrado em 4.1, acelera dois feixes de prótons em sentidos opostos, os fazendo colidir com energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 14$ TeV. Os prótons são primeiramente acelerados por um acelerador linear (LINAC) até 50 MeV e injetados nos dois anéis Proton Synchrotron Booster (PBS). O Proton Synchrotron (PS) é então alimentado com partículas de 1 GeV, acelerando-as até 26 GeV antes da sua injeção no Super Proton Synchrotron (SPS). No SPS atingirão uma energia de 450 GeV antes de entrarem no LHC via dois túneis TI 2 e TI 8.

Os principais tópicos experimentais desta máquina são a busca por partículas de Higgs e de SUSY (experimentos ATLAS e CMS), o plasma de quark-glúons (ALICE), o estudo de efeitos da violação do CP e física de mésons B (LHCb principalmente e em menor escala em ATLAS e CMS) e efeitos possíveis da física além do modelo padrão, bem como medidas de seção de choque total, espalhamento elástico e processos difrativos nas energias de LHC (TOTEM).

A relativamente baixa seção de choque da partícula de Higgs na energia do LHC e a necessidade de alta estatística para caracterização de efeitos de física além do MP, introduzem a necessidade de alta luminosidade. Assim, o projeto do LHC estabeleceu uma luminosidade de $\mathcal{L} = 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ a ser atingida após o mínimo de um ano de operação. Essa alta luminosidade, pode ser obtida preenchendo o anel do acelerador com nuvens densas de prótons. Por motivos técnicos, o espaçamento mínimo entre elas é de 7 m (ou 25 ns), permitindo a existência de 3564 nuvens ao longo do anel. Dada as diferentes frequências de injeção dos pré-aceleradores, apenas 2835 nuvens podem ser preenchidas por rodada. A estrutura das nuvens preenchidas não possui um padrão simples, de modo que em pontos assimétricos em relação a injeção (os únicos pontos

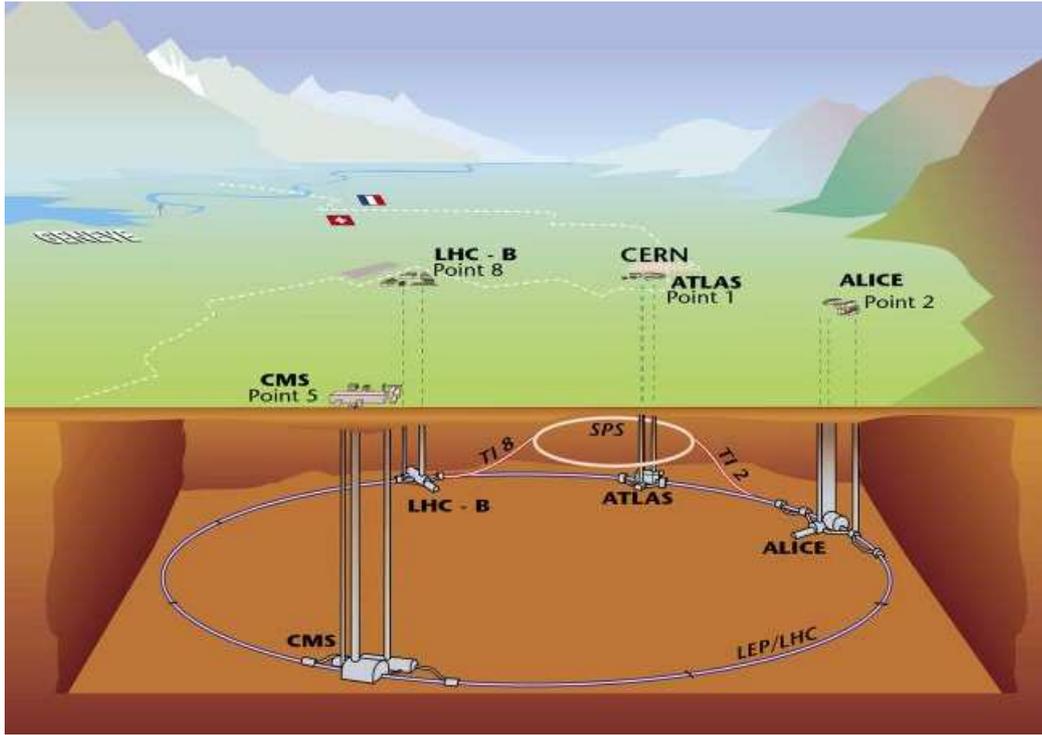


Figura 4.1: Localização dos experimentos na circunferência de 27 km do LHC.

simétricos são IP 1 ATLAS e IP 5 CMS), o número de cruzamento de nuvens por revolução pode ser menor que 2835. Para o LHCb, apenas 73,6% dos cruzamentos envolvem duas nuvens preenchidas e o número efetivo de nuvens passa a ser 2622.

A luminosidade em um ponto de interação é

$$\mathcal{L} = \frac{N_1 N_2 k f \gamma F}{4\pi \beta^* \epsilon}, \quad (4.1)$$

onde $N_{1,2}$ é o número de prótons por nuvem, k o número de nuvens por feixe, f a frequência de revolução das nuvens e $\gamma = E_p/m_p$ o fator relativístico. A emitância transversa normalizada ϵ , caracteriza a compactação e a divergência das nuvens e depende de efeitos feixe-feixe. A função de amplitude β^* mede a habilidade dos ímãs em focar o feixe no ponto de interação e finalmente F é um fator que leva em conta o ângulo de cruzamento dos feixes. O valor nominal desses parâmetros é apresentado na tabela 4.1. Uma questão importante para a eletrônica do experimento é a frequência de cruzamento de nuvens $\nu = k^{\max} f \simeq 40$ MHz, pois define o número de ciclos (clock) da eletrônica de aquisição de dados. Para o experimento LHCb a frequência é menor $\nu^{\text{LHCb}} \simeq 30$ MHz, já que k efetivo é menor.

Parâmetro	$N_{1,2}$	k	f	γ	F	ϵ	β^*
Valor	$1,05 \times 10^{11}$	2835	11245,5 Hz	7460,6	0,9	$3,75 \mu\text{m rad}$	0,5 m

Tabela 4.1: A luminosidade projetada $\mathcal{L} = 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ para o LHC, é obtida com esses parâmetros.

4.2 LHCb

O experimento LHCb tem como objetivos a fixação dos triângulos unitários de CKM, a determinação dos parâmetros de mixing do méson B_s e a busca por física além do MP. Seu aparecimento é caracterizado pela contribuição virtual de novas partículas em diagramas de loop, introduzindo fases fracas e alterando a razão de ramificação inicialmente previstas. A determinação de γ será feita por processos envolvendo apenas diagramas tree e outros com contribuição de diagramas loop (ver a seção 3.2.4). Para atingir uma boa precisão, o experimento tem como requerimentos um trigger eficiente para eventos $b\bar{b}$, mecanismos para a redução de background, boa resolução na medida de tempo de vida das partículas e métodos para tagging. Para filtrar background, o LHCb conta com um bom sistema de identificação de partículas e de reconstrução de traços.

O detector, representado na figura 4.2, é um espectrômetro de braço único, geometria similar aos experimentos de alvo fixo. Sua geometria foi escolhida em função da cinemática de produção dos pares $b\bar{b}$ em colisões próton-próton (p-p) de alta energia. Os pares $b\bar{b}$ são formados pela interação de pártons, que carregam uma certa fração do momento dos prótons. Na energia do LHC, a diferença de 1% na fração de momento carregada entre os pártons, implica numa diferença de momento Δp da ordem de 70 GeV/c. Essa troca de momento causa um boost na direção do feixe, de modo que o par $b\bar{b}$ produzido se propaga no mesmo sentido, formando um cone. A distribuição das partículas $b\bar{b}$ em função do ângulo polar θ (definido em relação ao feixe no referencial do laboratório), pode ser vista na figura 4.3. A maior parte dos eventos localiza-se a ângulos de pequena magnitude, de modo que a geometria do LHCb foi escolhida para cobrir uma região de 0,01 a 0,25 radianos na vista lateral e de 0,01 a 0,3 radianos na vista superior do espectrômetro. A cobertura mínima está relacionada aos eventos perdidos que se propagam dentro do cano do feixe. A cobertura maior na vista superior, está ligada ao fato de o ímã curvar as partículas nesse plano. A presença do par emaranhado $b\bar{b}$ na aceitação do detector é fundamental para o desenvolvimento das técnicas de tagging, utilizadas em alguns métodos para a extração de ângulos de CKM.

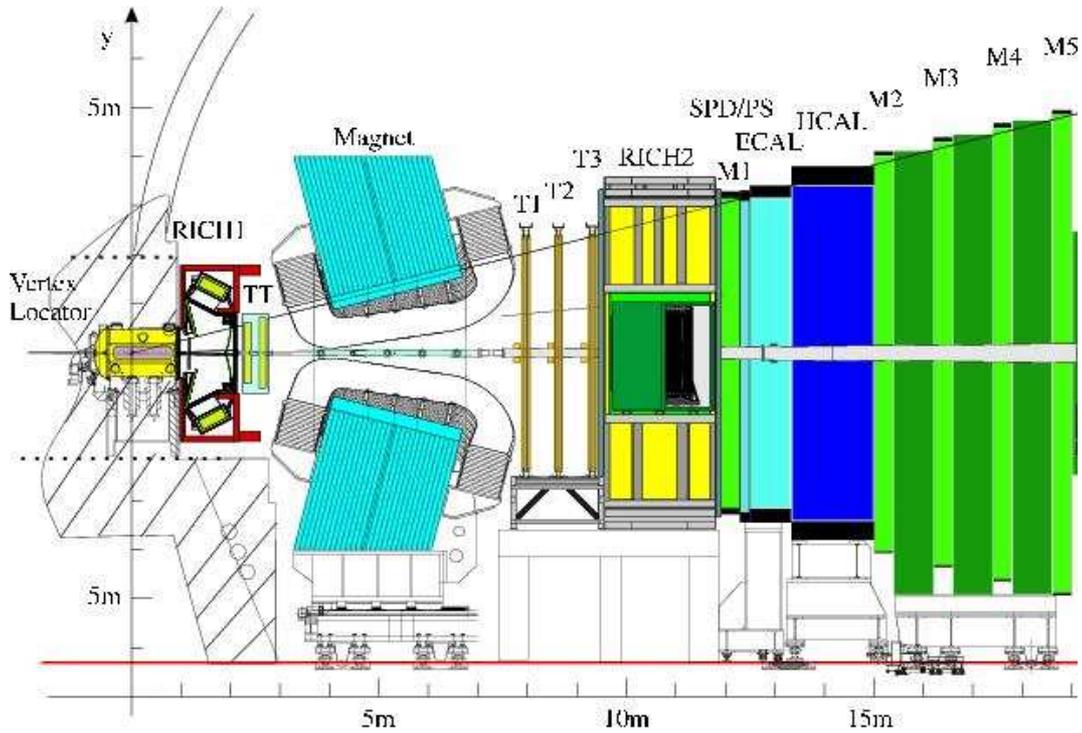


Figura 4.2: Visão lateral do LHCb ao longo do feixe. As interações ocorrem dentro do Vertex Locator.

Embora metade dos eventos seja perdida pela ausência de detectores no outro lado, a geometria de braço único possui em relação a geometria central (ATLAS, CMS), a vantagem de permitir melhor resolução nos vértices primários, já que o detector de vértices pode ser localizado na região próxima ao ponto de interação.

Para medir o tempo de vida dos mésons B , as coordenadas do vértice primário e secundário (relacionados ao ponto de criação e decaimento) devem ser medidas com a maior precisão possível. Na luminosidade nominal do LHC, os cruzamentos de nuvens produzem em média 25 interações inelásticas entre os prótons, estabelecendo uma grande dificuldade na determinação dos vértices de um méson B reconstruído. O número de interações ocorrendo em um cruzamento de nuvem, segue a distribuição de Poisson

$$P(\langle n \rangle, n) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle}, \quad (4.2)$$

onde n é o número de interações e $\langle n \rangle$ o número médio de interações calculado como $\langle n \rangle = L \sigma_{\text{inel}} / \nu$. Usando $\sigma_{\text{inel}} = 80$ mb para a seção de choque das interações inelásticas e $\nu = 30$ MHz para a frequência de colisão de nuvens no LHCb, mostramos na figura 4.4 a probabilidade de se ter n interações em função da luminosidade. A fim de minimizar a ocupância no detector, bem como danos na eletrônica causado pela radiação, o LHCb

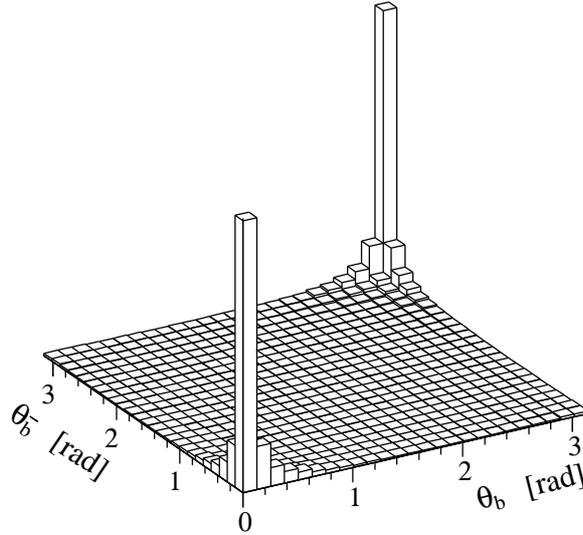


Figura 4.3: Ângulos de produção de b (θ_b) e \bar{b} ($\theta_{\bar{b}}$) nas colisões próton-próton do LHC, calculados pelo gerador de eventos PYTHIA.

usará a luminosidade média de $\mathcal{L}^{\text{LHC}b} = 2 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, mantendo um número baixo de interações múltiplas. A diminuição da luminosidade do LHC é feita no ponto IP 8 onde uma ótica especial desfocalizará o feixe, alterando o parâmetro β^* da equação 4.1.

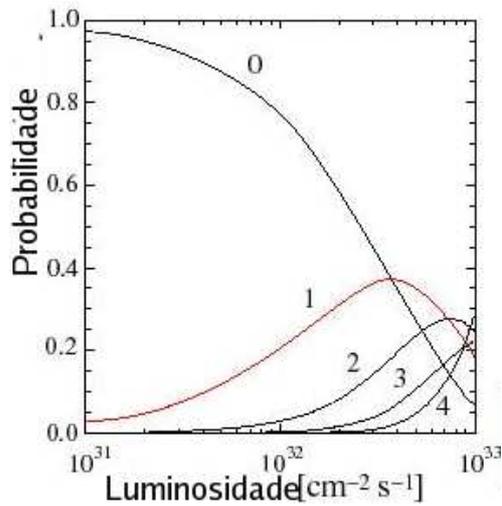


Figura 4.4: Probabilidade de haver $n = 0, 1, 2, 3, 4$ interações inelásticas p-p por cruzamento de nuvens em função da luminosidade. Para $\mathcal{L} = 2 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, a probabilidade de haver apenas uma interação é maior do que interações múltiplas.

4.2.1 Trigger

O LHCb possui em torno de um milhão de canais eletrônicos que geram 40 TB/s de dados no cruzamento de nuvens a 40 MHz. Não só a armazenagem dessa quantidade de informação é impossível a longo prazo, como a taxa de escrita em fita é tecnicamente limitada. A pequena seção de choque de produção de pares $b\bar{b}$ comparada com a seção de choque inelástica da colisão p-p, mostra que uma pequena parcela das colisões geram eventos interessantes. Torna-se necessário a definição de critérios para selecionar e guardar apenas os eventos de maior interesse. O sistema que toma a rápida decisão de se o evento deve ser descartado ou gravado, é denominado *trigger*.

Na energia de 14 TeV, a produção de pares $b\bar{b}$ é dominada pelo mecanismo de fusão de glúons. O grande momento transferido entre os pártons, implica na criação de partículas com alto momento transversal p_t . A estratégia para seleção de mésons B , baseia-se na procura das partículas produzidas na sua desintegração – caracterizadas por possuir alto momento transversal p_t e grande parâmetro de impacto. O parâmetro de impacto, definido como a menor distância da extrapolação de um traço a um determinado ponto, pode ser usado para averiguar se uma partícula foi criada no vértice primário ou secundário. Partículas criadas no vértice secundário possuem alto parâmetro de impacto em relação ao vértice primário.

O trigger do LHCb é dividido em dois níveis: L0 implementado na eletrônica do detector e High Level Trigger (HLT) implementado via software, com um cluster dedicado de ~ 2000 núdulos computacionais. O L0 reduz a taxa de eventos para 1MHz. Usa informações dos calorímetros e das câmaras de múons na busca de partículas de alto p_t . Além disso, faz interface com o VELO na exclusão de eventos com múltiplas interações ou muitos traços (sistema de veto de empilhamento). Os eventos aceitos pela unidade de decisão L0D0 são analisados pelo HLT, em um esquema de passagens (*alleys*). Inicialmente, as partículas que dispararam o trigger L0 são confirmadas. Seus traços são reconstruídos em 2D pelo VELO e o seu momento é medido de forma rudimentar pela atuação do campo magnético na região do detector TT. Com informações conjuntas de momento e vértices, é possível determinar o parâmetro de impacto dos traços em relação ao vértice primário. Em caso de confirmação, as trajetórias são reconstruídas com maior detalhamento, em 3D, usando as informações do VELO e das estações de traço T, medindo o momento de uma forma mais precisa. Partículas leves são combinadas, e cortes na massa invariante são aplicados afim de se reconstruir mésons de interesse e decaimentos exclusivos e inclusivos de B . A taxa de saída, que corresponde a taxa de gravação dos dados em fita, é de 2 kHz.

4.2.2 Identificação de traços

O objetivo do sistema de identificação de traços é reconstruir a trajetória de partículas carregadas e medir o seu momento. A precisão almejada é de $\delta p/p \simeq 0,4\%$ no momento de partículas com $p \simeq 40 \text{ GeV}/c$. Essa precisão resulta numa resolução média de $15 \text{ MeV}/c^2$ na massa invariante de B reconstruídos em decaimentos de dois corpos. O sistema é composto por um Ímã, detectores de silício (VELO, TT e IT) e câmaras de deriva (OT). Os detectores IT e OT são componentes das estações de traço T1, T2 e T3.

Ímã

O objetivo do campo magnético é causar uma curvatura na trajetória das partículas carregadas, da qual é possível extrair o 3-momento e a carga. O LHCb vai funcionar com um dipolo não-supercondutor localizado próximo à região de interação, compatível com a região de aceitação do experimento, como mostrado na figura 4.5.

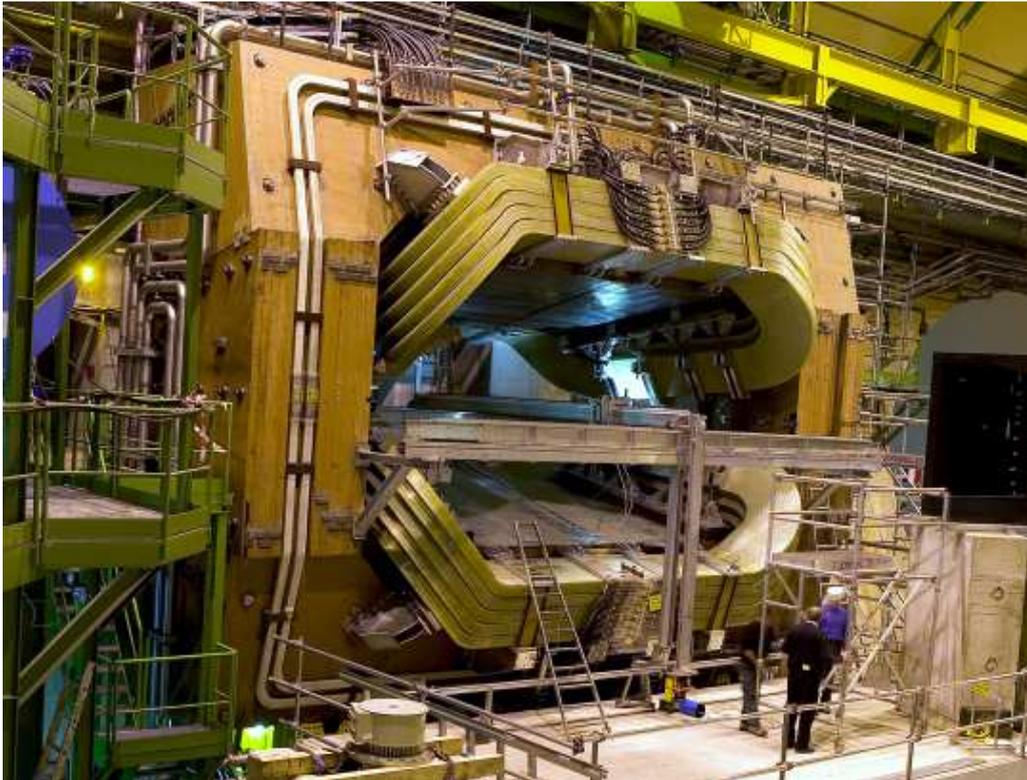


Figura 4.5: O ímã já montado na caverna do experimento LHCb.

O momento depende do ângulo de deflexão por

$$p \simeq \frac{\int B dl}{3,33\theta}. \quad (4.3)$$

A precisão da medida de momento de um traço, depende do valor do campo magnético visto pela partícula durante a sua trajetória. O poder de curvatura, caracterizado pela integral do campo magnético, será de $\int B dl \simeq 4 \text{ Tm}$, atingindo a precisão visada de $\delta p/p \simeq 0,4\%$. Um campo uniforme é essencial para a confiabilidade das medidas. Espera-se uma não-uniformidade do poder de curvatura na faixa de $\pm 5\%$ na aceitação geométrica do detector.

VELO

O Vertex Locator (VELO, figura 4.6), localizado na região das interações primárias, tem o objetivo de determinar de forma precisa as coordenadas de vértices primários e secundários dos mésons B . Consiste de 21 estações semicirculares de silício, posi-

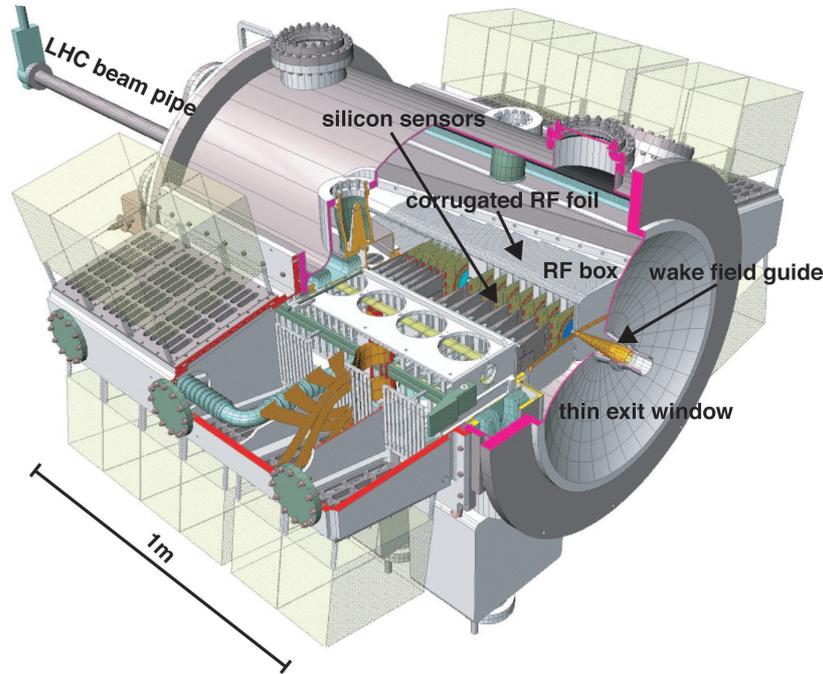


Figura 4.6: Visão tridimensional do VELO com os sensores de silício e demais componentes.

cionadas ao longo do feixe. Cada estação é composta de dois planos de sensores, medindo as componentes radial e angular dos traços. Além disso, possui sensores na região contrária ao detector, aumentando a precisão na medida dos vértices primários. Na mesma região existem dois sensores que medem de forma dedicada o número de traços e a quantidade de vértices primários, compondo o sistema de veto de empilhamento (informação usada pelo trigger L0). O funcionamento desse sistema baseia-se na razoável separação entre os possíveis vértices primários, dada a dimensão de 5,3

cm da região de interação p-p na direção longitudinal; a contrapartida de $53\mu\text{m}$ na direção transversal. Os sensores são envoltos por caixas de alumínio que visam proteger a eletrônica dos ruídos de radiofrequência gerados pelo feixe p-p. Tendo em vista a proximidade do ponto de interação, os sensores são mantidos em vácuo, em módulos retráteis que se aproximam do feixe durante as colisões e se afastam durante a injeção, evitando danos pelos feixes desfocalizados do LHC.

A resolução do vértice primário é de $\sim 40\mu\text{m}$ na direção do feixe e $\sim 10\mu\text{m}$ nas outras direções. Para vértices secundários, a resolução espacial depende no número de traços, podendo variar de $150\mu\text{m}$ a $300\mu\text{m}$. Essa quantidade corresponde a uma resolução aproximada de 50 fs para o tempo de vida de um méson B .

TT

As estações de traço para o trigger (TT), localizam-se antes do magneto e após o RICH1. Possuem três propósitos principais: reconstruir a trajetória de partículas de baixo momento (curvadas para fora do detector pelo ímã), bem como produtos de partículas neutras que decaem após o VELO e colaborar com o trigger, medindo momento de uma forma aproximada porém rápida. A proximidade do ímã, gera um resquício de campo magnético ($\int B dl \simeq 0,15 \text{ Tm}$) que permite a medida de p com uma precisão de 10-40% sem a necessidade de utilizar as demais estações de traço.

A estação TT é composta por quatro planos de tiras de $183\mu\text{m}$ de silício divididos em dois pares TTa e TTb (figura 4.7) separados por 27 cm. De maneira semelhante aos detectores IT e OT, o primeiro e quarto plano possuem tiras verticais enquanto o segundo e o terceiro possuem tiras em ângulos de $\pm 5^\circ$.

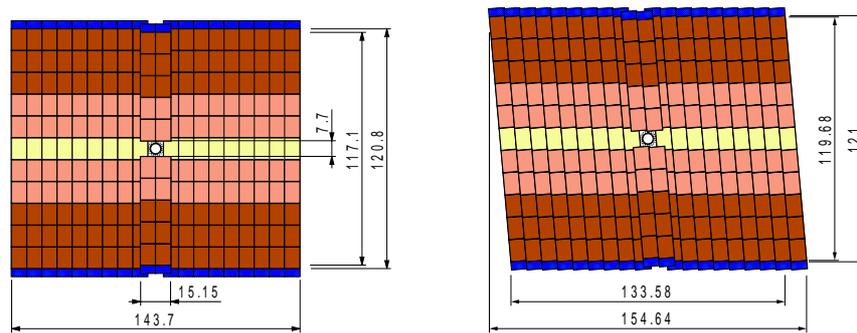


Figura 4.7: Visão esquemática dos dois planos de TTa. As dimensões possuem unidade de cm.

T1, T2 e T3

As estações de traço T, localizadas após o ímã, complementam o VELO e TT para a determinação do momento e traço dos produtos das colisões p-p. O fluxo de partículas varia com a distância do feixe, de modo que as Ts são divididas em dois módulos de resoluções e tecnologias diferentes: IT e OT.

A região mais próxima do feixe, que pode atingir fluxos da ordem de $5 \times 10^5 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ é ocupada pelo Inner Tracker (IT). A cobertura é de $120 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$, maior na horizontal já que o campo magnético curva as partículas nessa direção. A tecnologia adotada é a de microtiras de silício, possuindo a mesma granularidade das estações TT.

Na região externa a IT, encontra-se o Outer Tracker (OT). A detecção é feita por câmaras de deriva em formato cilíndrico com 5 mm de diâmetro e paredes de 0,075 mm de espessura. As câmaras serão espaçadas de 5,25 mm entre si e preenchidas por uma composição gasosa de 75% de Ar, 15% CF_4 e 10% CO_2 . Essa mistura foi escolhida para obter um tempo de resposta menor do que 50 ns (2 vezes o tempo entre cruzamento de nuvens no LHC). Um esboço de IT e uma visão geral dos detectores TT e T pode ser visto na figura 4.8.

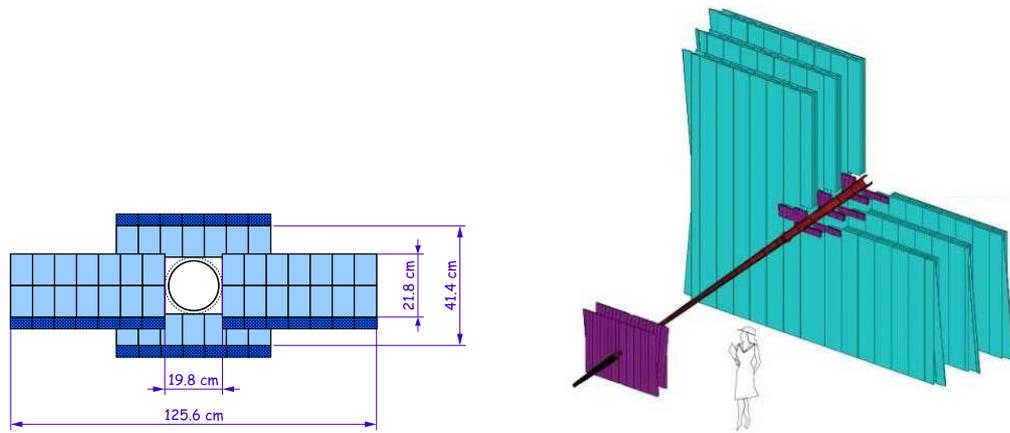


Figura 4.8: Esquerda: Visão esquemática de um detector IT. Direita: Panorama geral das estações de traço. Na cor mais escura TT e as 3 ITs; em cor mais clara as 3 OTs.

4.2.3 Identificação de partículas

O sistema de identificação de partículas é composto por detectores RICH, calorímetros e detectores de múons. Para as partículas carregadas comuns (e, μ, π, K, p), elétrons são discriminados no calorímetro eletromagnético; múons nas câmaras de múons; káons,

píons e prótons são separados pelo RICH e hádrons em geral tem sua energia medida no calorímetro hadrônico. Partículas neutras (γ, π^0) são identificadas no calorímetro eletromagnético, onde $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ pode ser resolvido em dois fótons separados ou apenas um conjunto dependendo do seu momento. Finalmente, K_S^0 são reconstruídos pelo seu decaimento $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$.

Os detectores RICH, também podem ajudar na identificação de léptons e hádrons em geral. Assim, a identificação de partículas, que é crucial para otimizar a razão sinal background em decaimentos dos mésons B , é feita combinando a informação dos vários detectores.

RICH

Detectores RICH (Ring Imaging Cherenkov, figura 4.9) permitem a identificação de partículas através da atuação conjunta com o sistema de traços. O efeito Cherenkov consiste na radiação eletromagnética emitida por partículas que se propagam com velocidade maior do que a da luz em um dado meio. O ângulo entre a direção de propagação e de emissão da luz Cherenkov permite determinar a velocidade da partícula. Conhecendo índice de refração do meio e tendo o momento do sistema traços, é possível determinar a massa e conseqüentemente a identidade da partícula.

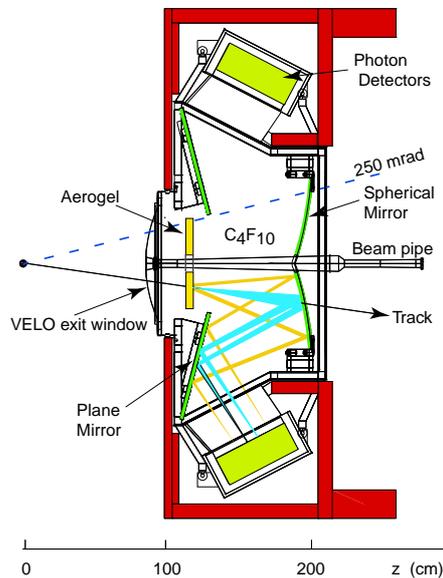


Figura 4.9: Visão esquemática do RICH1, mostrando o caminho dos fótons até os fotodetectores. Os últimos são localizados fora da aceitação do detector para evitar efeitos do campo magnético e livrar a eletrônica de danos causados pela intensa radiação nas proximidades do feixe.

A única maneira de cobrir a escala de momento $1 \text{ GeV}/c < p < 150 \text{ GeV}/c$ (essa faixa inclui mais de 90% das partículas produzidas em decaimentos do méson B) é a utilização de detectores RICH com diferentes índices de refração. No LHCb usam-se dois detectores, RICH1 e RICH2. O primeiro é desenhado para identificar traços de baixo-intermediário momento (1-40 GeV/c), possuindo radiadores de aerogel de sílica e gás C_4F_{10} . O segundo, distanciando de 8 m do primeiro, mede partículas de momento maior (5-150 GeV/c) e é preenchido pelo gás CF_4 .

Calorímetros

O propósito dos calorímetros é detectar a posição e medir a energia total de hádrons, elétrons e fótons. Essas partículas ao atravessar placas de material denso, geram chuviros de partículas mais leves e de menor energia. Os chuviros excitam estados internos de partículas de um cintilador que emitem radiação em um comprimento de onda bem determinado. A medição desses fótons por fotomultiplicadoras permite a determinação da energia total da partícula incidente. A estrutura geral do sistema de calorímetros, que permite rápida caracterização de partículas de alto p_t , está ligada a sua interação com o trigger. É composto por: Scintillator Pad Detector (SPD), PreShower (PS), calorímetro eletromagnético (ECAL) e calorímetro hadrônico (HCAL). A resolução espacial é implementada pela segmentação dos detectores em células. Os três primeiros detectores seguem o mesmo padrão de divisão em três áreas para a formatação das células. As regiões e as dimensões das células podem ser vistas na figura 4.10.

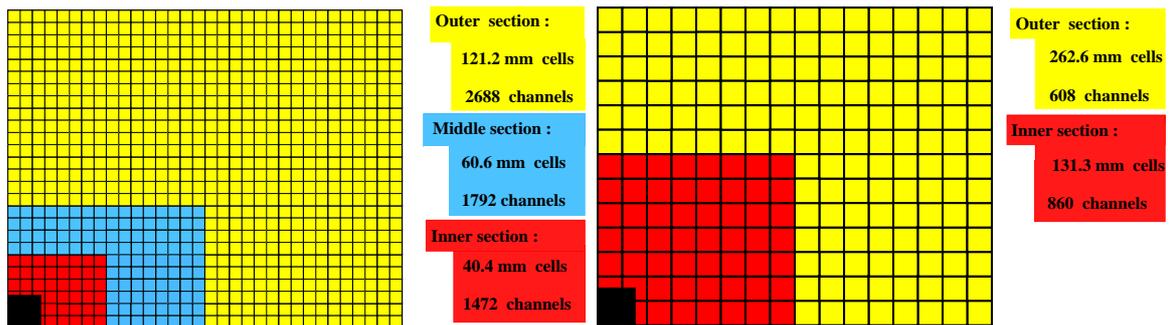


Figura 4.10: Visão esquemática $\frac{1}{4}$ da segmentação das células no ECAL, SPD e PS à esquerda e no HCAL à direita. Os quadros mostram o tamanho das células e a quantidade de canais de leitura em cada região.

O SPD e PS estão diretamente relacionados ao trigger L0 e permitem a distinção entre partículas neutras ou carregadas e a separação entre píons e elétrons respecti-

vamente. São separados por 12 mm de chumbo e consistem de placas cintiladoras de 15 mm acopladas a fotomultiplicadoras via fibra ótica. O ECAL usa módulos do tipo Shashlik, alternando placas cintiladoras de 4 mm de espessura e placas de chumbo de 2 mm. Detecta fótons e elétrons com uma resolução de energia em GeV de $\sigma(E)/E = 10\%/\sqrt{E} \oplus 1,5\%$, onde o primeiro termo representa a incerteza estatística nos chuveiros e o segundo traduz efeitos sistemáticos no calorímetro; \oplus significa que erros devem ser somados em quadratura. O HCAL é composto por placas de ferro e cintiladoras de 16 mm e 4mm respectivamente. A resolução de energia esperada é de $\sigma(E)/E = 80\%/\sqrt{E} \oplus 10\%$.

Câmaras de múon

Das partículas que interagem com o detector, os múons são as que possuem maior poder de penetração. O sistema de múons tem o papel de determinar a trajetória de múons, estabelecendo a ligação com trigger L0 na busca de μ com alto p_t . É composto por cinco estações (M1 a M5), onde M1 situa-se antes dos calorímetros e as demais estações no final do detector, separadas por paredes de 80 cm de aço que evitam a passagem de outras partículas que não múons. Cada estação é dividida em quatro regiões, R1 a R4, compostas por câmaras de múons de diferentes tipos, dimensões e granularidade.

Em M1R1, serão usados detectores do tipo Gaseous Electron Multiplier (GEM). Um detector desse tipo consiste em uma fina folha de metal perfurada com uma alta densidade de furos. A aplicação de uma alta diferença de potencial cria campos elétricos nos buracos que recolhem os elétrons produzidos na ionização do gás. As demais regiões de M1 e todas as outras estações são compostas por câmaras Multi-Wire Proportional Chambers (MWPC). Câmaras proporcionais baseam-se no princípio da ionização de um gás pela passagem de partículas. Compõem-se basicamente de um recipiente contendo gás e eletrodos a diferentes potenciais. Os íons criados pela passagem da partícula migram para os eletrodos com polaridade oposta, gerando uma pequena corrente que pode ser amplificada e medida.

Cada região possui um tamanho de câmara. As câmaras, por sua vez, são divididas em células que caracterizam a posição do μ . Compõem o sistema de múons, 1380 câmaras de 40 cm de espessura e 20 diferentes tamanhos. As regiões das estações M2, bem como o tamanho das células pode ser visto em 4.11.

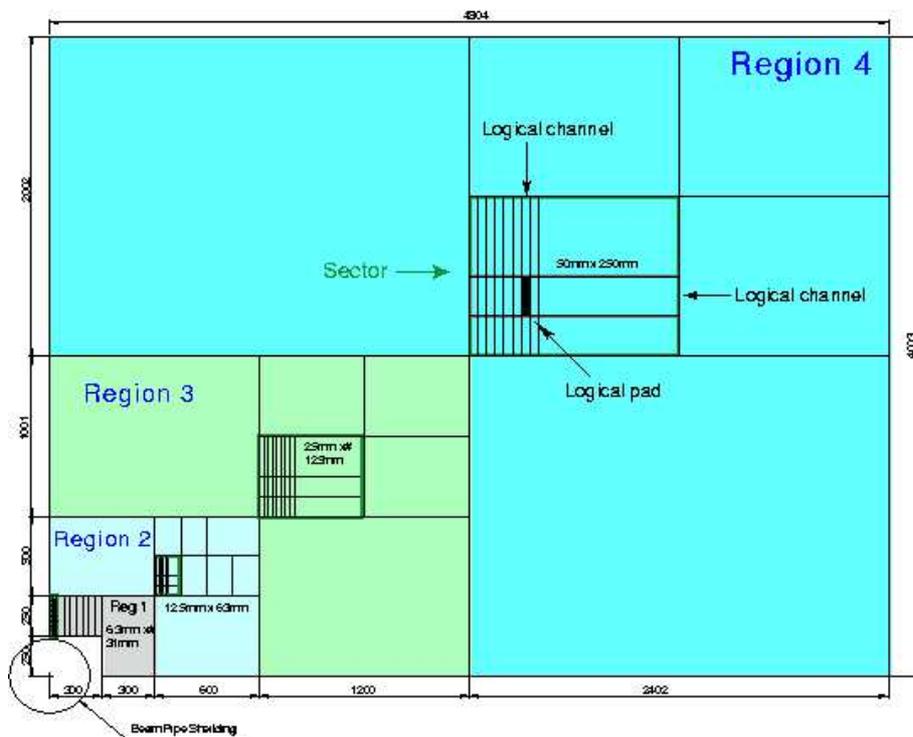


Figura 4.11: A divisão em 4 regiões de diferentes granularidades (R1: 6,3 mm × 31 mm, R2: 12,5 mm × 63 mm, R3: 25 mm × 125 mm, R4: 50 mm × 250 mm) de $\frac{1}{4}$ das estações M2.

Capítulo 5

Extraindo γ de CKM

5.1 Métodos para extrair β e γ

O método convencional para extrair o ângulo β de CKM, explora a interferência entre as fases geradas no mixing $B^0 - \bar{B}^0$ e a fase do decaimento de B^0 e \bar{B}^0 para o mesmo estado final ψK_S . Os quarks b são criados nas B -factories (CLEO, Belle, BaBar) em pares emaranhados $b\bar{b}$, seguidos por sua hadronização separada em dois hádrons. Se identificamos via decaimentos leptônicos¹ a natureza de um desses hádrons (b ou \bar{b}) em $t = t_0$, isso implica na determinação da natureza do outro hádron emaranhado nesse mesmo instante (\bar{b} ou b). As técnicas que implementam esse tipo de determinação, são conhecidas como técnicas de *tagging*. Vamos supor que a partícula emaranhada é o méson B^0 , decaindo para ψK_S após um intervalo de tempo Δt . Por mais que não seja possível saber se o méson sofreu ou não mixing, usando a técnica de tagging podemos criar dois conjuntos separados de dados em função de Δt (intervalo entre o decaimento das partículas emaranhadas), onde um representa o estado B^0 em t_0 e o outro o estado \bar{B}^0 . As distribuições são dadas pelas amplitudes $M(\Delta t)$ e $\bar{M}(\Delta t)$, equação 2.38. As amplitudes independentes do tempo $\mathcal{A}(B^0 \rightarrow \psi K_S)$ e $\bar{\mathcal{A}}(\bar{B}^0 \rightarrow \psi K_S)$ seguem de diagramas do tipo $b \rightarrow c\bar{c}d$, sem fases fracas e iguais para os dois decaimentos. Usando a equação 2.47 para a fase do mixing, a razão da diferença 2.41 pela soma 2.50, pode ser reescrita como

$$\frac{\Delta M}{\Sigma M}(\Delta t) = \text{sen}(\Delta m t) \text{sen} 2\beta \quad (5.1)$$

e $\text{sen} 2\beta$ pode ser facilmente extraído do ajuste binado de tal distribuição – evidenciando a presença da violação de CP induzida por mixing no decaimento $B^0 \rightarrow \psi K_S$. A média

¹A carga do lépton pode ser usada para a identificação já que o processo se dá via partícula intermediária W^\pm e a carga sempre se conserva.

atual é

$$\text{sen } 2\beta = 0,687 \pm 0,032. \quad (5.2)$$

Para a extração de γ , os métodos mais bem estabelecidos exploram a interferência entre $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-$ e $B^- \rightarrow D^0 K^-$, quando \bar{D}^0 e D^0 decaem para o mesmo estado final. O primeiro decaimento possui fase fraca γ já que ocorre pela transição $b \rightarrow u\bar{c}s$, enquanto o segundo vai por $b \rightarrow c\bar{u}s$ e não possui fase fraca. O primeiro é desfavorecido em relação ao segundo pois possui apenas diagrama tree suprimido por cor e $V_{ub} \ll V_{cb}$, onde o segundo possui diagramas tree suprimidos e favorecidos por cor. Existem três métodos bem conhecidos, diferenciados pela escolha dos estados finais. Em GLW [31], D^0 e \bar{D}^0 decaem para um autoestado de CP, i.e. $\pi^+\pi^-, K^+K^-, K_S\pi^0$. Em ADS [32], o D^0 da amplitude favorecida $b \rightarrow c$ é reconstruído no estado $K^+\pi^-$ duplamente Cabibbo-suprimido, enquanto o \bar{D}^0 da amplitude suprimida $b \rightarrow u$ é reconstruído no estado final favorecido $K^+\pi^-$. Em GGSZ [33], método também conhecido como Dalitz, D^0 e \bar{D}^0 são reconstruídos no mesmo estado final $K_S\pi^+\pi^-$, necessitando análise de DP.

As medidas de γ existentes atualmente, feitas pelos experimentos BaBar e Belle [34, 35] usam o último método, que toma benefício da relativamente alta razão de ramificação dos decaimentos do méson D em três corpos. As amplitudes M^- e M^+ dos estados finais $B^- \rightarrow K_S\pi^+\pi^-K^-$ e $B^+ \rightarrow K_S\pi^+\pi^-K^+$ são dadas por

$$M^\mp = \mathcal{A}^\mp + r e^{i(\delta \mp \gamma)} \mathcal{A}^\pm, \quad (5.3)$$

onde \mathcal{A}^- e \mathcal{A}^+ são as amplitudes dos decaimentos $D^0 \rightarrow K_S\pi^+\pi^-$ e $\bar{D}^0 \rightarrow K_S\pi^+\pi^-$, modeladas por amplitudes isobáricas. r e δ são respectivamente a magnitude e diferença de fase relativa entre os decaimentos $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-$ e $B^- \rightarrow D^0 K^-$. Como espera-se violação de CP aproximadamente nula nos decaimentos do méson D , as amplitudes \mathcal{A}^- e \mathcal{A}^+ possuem mesmos parâmetros, diferindo apenas na inversão das suas variáveis de Dalitz x e y . Assim $\mathcal{A}^- = \mathcal{A}(x, y)$ e $\mathcal{A}^+ = \mathcal{A}(y, x)$. Aplicando um ajuste aos dois conjuntos de dados, modelados pelas amplitudes 5.3 e fazendo a diferença nas fases extraídas $\delta \mp \gamma$, obtem-se γ . A dificuldade desse método, reside na atual baixa estatística – o experimento Belle (Babar) usou menos de 200 (100) eventos $B \rightarrow D^0 K$ na medida de γ – e no pequeno valor de $r \approx 0,1$.

A média atual, combinando as análises de GLW, ADS e Dalitz, é

$$\gamma = (63_{-12}^{+15})^\circ. \quad (5.4)$$

Utilizando a mesma combinação, o experimento LHCb espera medir γ com a precisão de 5° [36] em um ano de tomada de dados.

5.2 Novo método para γ

Para a extração de γ , além da interferência de decaimentos em dois corpos, pode-se também explorar as interferências no Dalitz plot entre estados intermediários de decaimentos em três corpos. Isso foi inicialmente proposto para o decaimento $B^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ [37], onde χ_{c0} tem um papel fundamental como canal de referência. Porém, esse método é estatisticamente limitado pela baixa contribuição da amplitude suprimida por Cabibbo $B^\pm \rightarrow \chi_{c0} \pi^\pm$ – fato estimado na observação do mesmo canal permitido por Cabibbo $B^\pm \rightarrow \chi_{c0} K^\pm$ [38, 39], onde já se nota uma pequena contribuição de χ_{c0} . Recentemente, esforço tem sido feito na exploração de γ nos decaimentos $B \rightarrow K \pi \pi$. Enquanto algumas abordagens dependem de análises dependentes no tempo [40, 41], a nossa proposta mostra [42, 43] como proceder em uma análise sem tagging, com o benefício de maior estatística. Simulações computacionais [17] mostram que tagging introduz ineficiências da ordem de 90% nos dados do experimento LHCb. Descrevemos a seguir o nosso método para a extração de γ .

	ressonância	contribuição	ordem	fase fraca
$B^+ \rightarrow$	$K^*(890)^0 \pi^+$	$V_{bt} V_{ts}^* P$	$A\lambda^2$	-
	$K^*(1430)^0 \pi^+$			
	$K^+ \rho(770)^0$	$V_{bt} V_{ts}^* P + V_{bu} V_{us}^* T_S^C$	$A\lambda^2 + A\lambda^4$	γ
	$K^+ f_0(980)$			
	$K^+ \chi_{c0}$	$V_{bc} V_{cs}^* T_S$	$A\lambda^2$	-
$B^0 \rightarrow$	$K^*(890)^+ \pi^-$	$V_{bt} V_{ts}^* P + V_{bu} V_{us}^* T^C$	$A\lambda^2 + A\lambda^4$	γ
	$K^*(1430)^+ \pi^-$			
	$K_S \rho(770)^0$	$V_{bt} V_{ts}^* P + V_{bu} V_{us}^* T_S$	$A\lambda^2 + A\lambda^4$	γ
	$K_S f_0(980)$			
	$K_S \chi_{c0}$	$V_{bc} V_{cs}^* T_S$	$A\lambda^2$	-

Tabela 5.1: Ressonâncias e contribuições dominantes dos decaimentos $B \rightarrow K \pi \pi$. Denotamos as amplitudes permitidas, suprimidas por cor e pingüim respectivamente por T^C , T_S e P .

As principais ressonâncias contribuintes em $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$ e $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$, encontradas nas análises [38, 39, 44], estão resumidas na tabela 5.1 com as respectivas contribuições tree e pingüim, acompanhadas do termo de CKM, ordem de grandeza em função dos parâmetros de Wolfstein e as fases fracas contidas na amplitude. Embora γ esteja presente em algumas componentes tree, está sempre acompanhada de uma

componente pingüim e fases provenientes da interação forte do estado final. Como a magnitude e fase extraídas são a soma das contribuições, não é possível isolar e extrair γ em uma análise simples de amplitudes de B^+ , B^- ou B^0 , \bar{B}^0 .

Observando as contribuições pingüim de $B \rightarrow K^*\pi$, figura 5.1, vemos que a diferença entre B^- e \bar{B}^0 está na permutação de quarks u e d . De acordo com a simetria de sabor SU(3), tal permutação é uma boa simetria dada a proximidade no valor das massas dos quarks u e d . Nesse caso, esperamos o mesmo valor da contribuição pingüim $a_P e^{i\delta_P}$ para os quatro processos $B^\mp \rightarrow K^*\pi^\mp$ e $\bar{B}^0, B^0 \rightarrow K^{*\mp}\pi^\pm$; onde a_P é a magnitude do processo e δ_P a fase forte de FSI.

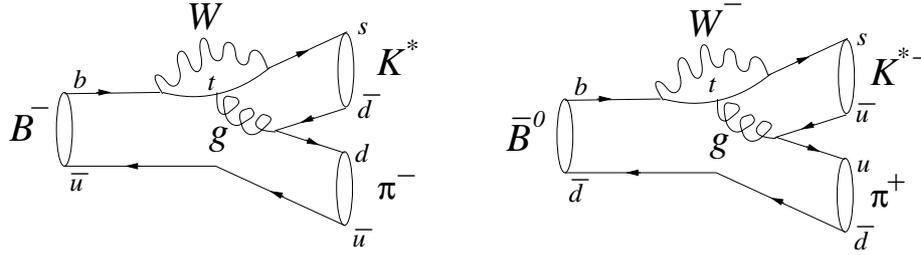


Figura 5.1: Diagramas pingüim de $B^- \rightarrow K^*\pi^-$ e $\bar{B}^0 \rightarrow K^{*-}\pi^+$ com mesma amplitude $a_P e^{i\delta_P}$ de acordo com a simetria de sabor SU(3).

O método consiste em extrair os parâmetros pingüim de $B^\pm \rightarrow K^{*0}\pi^\pm$ ², introduzir esses valores nas amplitudes de B^0 e \bar{B}^0 , então usando uma nova técnica de ajuste misto (descrita na próxima seção), extrair as fases tree $\theta^\pm = \delta_T \pm \gamma$, de onde γ pode ser obtido. Segue uma representação esquemática do método, onde as setas representam as quantidades extraídas nos processos de ajuste:

$$\begin{aligned}
 B^\pm \rightarrow K^{*0}\pi^\pm & : a_P e^{i\delta_P} \\
 & \Downarrow \\
 B^0 \rightarrow K^{*+}\pi^- & : a_P e^{i\delta_P} + a_T e^{i\theta^+} \\
 \bar{B}^0 \rightarrow K^{*-}\pi^+ & : a_P e^{i\delta_P} + a_T e^{i\theta^-} \\
 & \Downarrow \\
 \gamma & = \frac{\theta^+ - \theta^-}{2}, \tag{5.5}
 \end{aligned}$$

onde a_T é a magnitude do processo tree e θ^\pm é a fase total dos decaimentos tree, contendo a fase forte e a fase fraca (que troca de sinal nos decaimentos CP conjugados).

²Por simplicidade, nos referimos apenas a K^* , sendo que na prática o método usa simultaneamente os parâmetros das ressonâncias $K^*(890)$ e $K^*(1430)$.

Como a magnitude e a fase das ressonâncias são medidas em relação a uma fixa, só podemos comparar parâmetros de B^\pm e B^0, \bar{B}^0 se forem medidos em relação ao mesmo referencial. Em outras palavras, a compatibilidade entre os parâmetros $a_P e^{i\delta_P}$ de B^\pm e B^0, \bar{B}^0 indo em $K^*\pi$, exige que a análise de amplitudes das duas seja feita em relação a uma ressonância âncora que possua a mesma amplitude para B carregado e neutro. Escolhemos para âncora a amplitude de $B \rightarrow K \chi_{c0}$. A assimetria medida por Belle [45] para o canal $B^\pm \rightarrow K^\pm \chi_{c1}$ é $A_{CP} = -0,01 \pm 0,03 \pm 0,02$, indicando que a contribuição dominante é um diagrama tree sem fase fraca e portanto sem violação de CP. Já a igualdade das amplitudes $B^+ \rightarrow K^+ \chi_{c0}$ e $B^0 \rightarrow K_S \chi_{c0}$, é consequência das considerações de simetria de sabor SU(3).

O método é baseado em três hipóteses básicas e bem aceitas, que podem ser testadas durante a análise. Primeira: a contribuição dominante de $B^\pm \rightarrow K^*\pi^\pm$ é $V_{bt}V_{ts}^* P$. O teste, corresponde em averiguar a igualdade das amplitudes de $B^+ \rightarrow K^*\pi^+$ e $B^- \rightarrow K^*\pi^-$. Essa hipótese foi confirmada com boa margem de erro pelo experimento BaBar [38]. Segunda: as componentes pingüim de $B^\pm \rightarrow K^*\pi^\pm$ e $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K^{*\pm}\pi^\mp$ são iguais. É baseada nos trabalhos teóricos [46, 47] que exploram as consequências da simetria SU(3) nas amplitudes desses decaimentos. Terceira: χ_{c0} possui a mesma amplitude para $B^\pm \rightarrow K^\pm \chi_{c0}$ e $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \chi_{c0}$. Como mostraremos adiante, o teste experimental da segunda e terceira hipótese, consiste na igualdade da magnitude tree extraída do processo intermediário B^0 e \bar{B}^0 indo em $K^{*\pm}\pi^\mp$. A confiança no resultado de γ , está baseada na satisfação de todas as hipóteses discutidas, onde a falha de uma implica em interessantes efeitos inesperados.

5.2.1 Análise de amplitudes

Para extrair os parâmetros de $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$, usamos o método de máxima likelihood descrito na seção 3.3.1, para as amplitudes totais isobáricas 3.43:

$$\mathcal{A}^\pm = a_\chi e^{i\delta_\chi} \mathcal{A}_\chi + \sum_i a_i^\pm e^{i\delta_i^\pm} \mathcal{A}_i, \quad (5.6)$$

onde $i = K^*(890)^0, K^*(1430)^0, \rho(770)^0, f_0(980)$ e os parâmetros a_χ, δ_χ são fixados. As amostras de dados de B^+ e B^- são facilmente separadas pela reconstrução de três traços carregados no detector. Resulta dessa análise separada, um conjunto de parâmetros a_i^+, δ_i^+ e a_i^-, δ_i^- , que podem revelar violação de CP na ressonância i se a_i^+ for diferente de a_i^- .

Para o sistema neutro, a separação entre B^0 e \bar{B}^0 não é óbvia, tendo em vista o estado final $K_S \pi^+ \pi^-$. Para complicar a situação, existe o fenômeno de mixing entre B^0

e \bar{B}^0 que introduz dependência temporal nas amplitudes do sistema. Uma possibilidade para a análise é utilizar a técnica de tagging para criar dois conjuntos separados de eventos e fazer o ajuste de máxima likelihood usando as amplitudes M e \bar{M} , obtidas introduzindo 2.49 em 2.41:

$$M(\Delta t) = e^{-(\Gamma/2-iM)\Delta t} [\mathcal{A} \cos(\Delta m \Delta t/2) - i q/p \bar{\mathcal{A}} \sin(\Delta m \Delta t/2)], \quad (5.7)$$

$$\bar{M}(\Delta t) = e^{-(\Gamma/2-iM)\Delta t} [\bar{\mathcal{A}} \cos(\Delta m \Delta t/2) - i p/q \mathcal{A} \sin(\Delta m \Delta t/2)], \quad (5.8)$$

onde \mathcal{A} e $\bar{\mathcal{A}}$ são amplitudes independentes do tempo para os decaimentos $B^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$ e $\bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$, análogas a equação 5.6, com parâmetros a_i, δ_i e $\bar{a}_i, \bar{\delta}_i$. Como já citado anteriormente, simulações computacionais mostram que a a técnica de tagging introduz perdas de mais de 90% dos dados em decaimentos no experimento LHCb.

Outra possibilidade é proceder com a análise do estado final $K_S \pi^+ \pi^-$ independente de sua origem B^0 ou \bar{B}^0 . Chamaremos tal conjunto de dados de *dados mistos*. A probabilidade do sistema misto, é dada pela soma $|M(\Delta t)|^2 + |\bar{M}(\Delta t)|^2$. Foi observado [48, 49] no regime $|p/q| = 1$, que essa soma possui a propriedade 2.50 de cancelar os termos de mixing e dependência temporal,

$$|M(\Delta t)|^2 + |\bar{M}(\Delta t)|^2 = e^{-\Gamma t} (|\mathcal{A}|^2 + |\bar{\mathcal{A}}|^2). \quad (5.9)$$

Assim, a probabilidade do sistema misto, não é apenas uma amplitude módulo quadrada como no caso do B carregado e sim a soma não coerente das amplitudes quadradas independentes do tempo dos dois processos distintos que criam o o mesmo estado final. A amplitude total normalizada, é efetivamente escrita como

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_1 + N_2} & \left[|a_\chi e^{i\delta_\chi} \mathcal{A}_\chi + \sum_i a_i e^{i\delta_i} \mathcal{A}_i|^2 + |\bar{a}_\chi e^{i\bar{\delta}_\chi} \bar{\mathcal{A}}_\chi + \sum_i \bar{a}_i e^{i\bar{\delta}_i} \bar{\mathcal{A}}_i|^2 \right], \\ N_1 & = \int |a_\chi e^{i\delta_\chi} \mathcal{A}_\chi + \sum_i a_i e^{i\delta_i} \mathcal{A}_i|^2 ds_{ij} ds_{jk}, \\ N_2 & = \int |\bar{a}_\chi e^{i\bar{\delta}_\chi} \bar{\mathcal{A}}_\chi + \sum_i \bar{a}_i e^{i\bar{\delta}_i} \bar{\mathcal{A}}_i|^2 ds_{ij} ds_{jk}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Como parte fundamental para a extração de γ , desenvolvemos uma nova técnica para extrair dos dados mistos os parâmetros a_i, δ_i e $\bar{a}_i, \bar{\delta}_i$ num único procedimento, de forma unívoca e independente. O método que chamamos de *ajuste misto*, não requer o uso de tagging, fazendo uma análise de amplitudes independentes do tempo. Corresponde em aplicar um ajuste de máxima likelihood no conjunto de dados mistos, usando como PDF a equação 5.10, onde os parâmetros a_χ, δ_χ e $\bar{\delta}_\chi$ são fixos. Embora

os parâmetros da ressonância χ_{c0} sejam iguais, o termo \bar{a}_χ é mantido livre ao invés de ser fixado com o mesmo valor de a_χ . É como se multiplicássemos a amplitude $\bar{\mathcal{A}}$ por um fator de escala s . Nesse caso $\bar{a}_\chi = s a_\chi$, onde os outros parâmetros \bar{a}_i contêm s também. Isso permite que diferenças nos números de eventos de B^0 e \bar{B}^0 sejam medidas, investigando violação direta de CP. A razão no número de eventos de B^0 e \bar{B}^0 é calculada pela razão das normalizações N_1/N_2 .

Usando a convenção $(K_S, \pi^+, \pi^-) \rightarrow (1, 2, 3)$ para a numeração das partículas do estado final, notamos que a operação de conjugação de carga tem o efeito de inverter as variáveis $s_{12} \leftrightarrow s_{13}$. As faixas das ressonâncias K^* são centradas em eixos diferentes para \mathcal{A} e $\bar{\mathcal{A}}$, estabelecendo uma espécie de assinatura da origem B^0 ou \bar{B}^0 de um evento, se localizado em uma ou outra faixa, como pode ser visto na figura 5.2. Na análise mista os pontos do DP possuem origem desconhecida. Embora não possamos distinguir os eventos, a existência de pelo menos uma região não-sobreposta de interferências em \mathcal{A} e $\bar{\mathcal{A}}$, permite que o processo de ajuste misto identifique duas superfícies diferentes e sobrepostas de B^0 e \bar{B}^0 . Lembrando o papel fundamental das interferências na determinação de uma amplitude, a não-sobreposição de regiões de interferência, garante que as amplitudes podem ser exploradas de forma independente pelo procedimento de ajuste – garantindo assim, a unicidade do resultado. Testes de fast Monte Carlo mostraram a impossibilidade do ajuste misto, quando todas as ressonâncias das duas amplitudes possuem o mesmo valor central e portanto regiões de interferência conflitantes. Nesse caso, o número de variáveis é maior que o número de equações resolvidas pelo processo de ajuste e a solução perde a unicidade.

Na análise de $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$, feita pelo experimento Belle[44], os autores fazem o ajuste na amostra mista de $K_S \pi \pi$, usando como amplitude total uma soma $|A(x, y)|^2 + |A(y, x)|^2$. As amplitudes diferem apenas na troca das variáveis de Dalitz, possuindo os mesmos parâmetros de magnitude e fase, assumindo conservação de CP em todos estados intermediários. Usando a técnica de ajuste misto, é possível extrair parâmetros diferentes para os dois decaimentos e medir experimentalmente a esperada violação de CP em alguns estados intermediários, dando um passo adiante na dificuldade técnica existente até então.

5.2.2 Estudo de viabilidade

Para investigar a viabilidade e a dimensão do erro nas análises mistas, geramos e ajustamos cem experimentos de Monte Carlo (MC) de cem mil eventos de $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$, quantidade referente a nossa estimativa otimista do número de eventos em um ano de tomada de dados no experimento LHCb (seção 6.2). Todas as ressonâncias

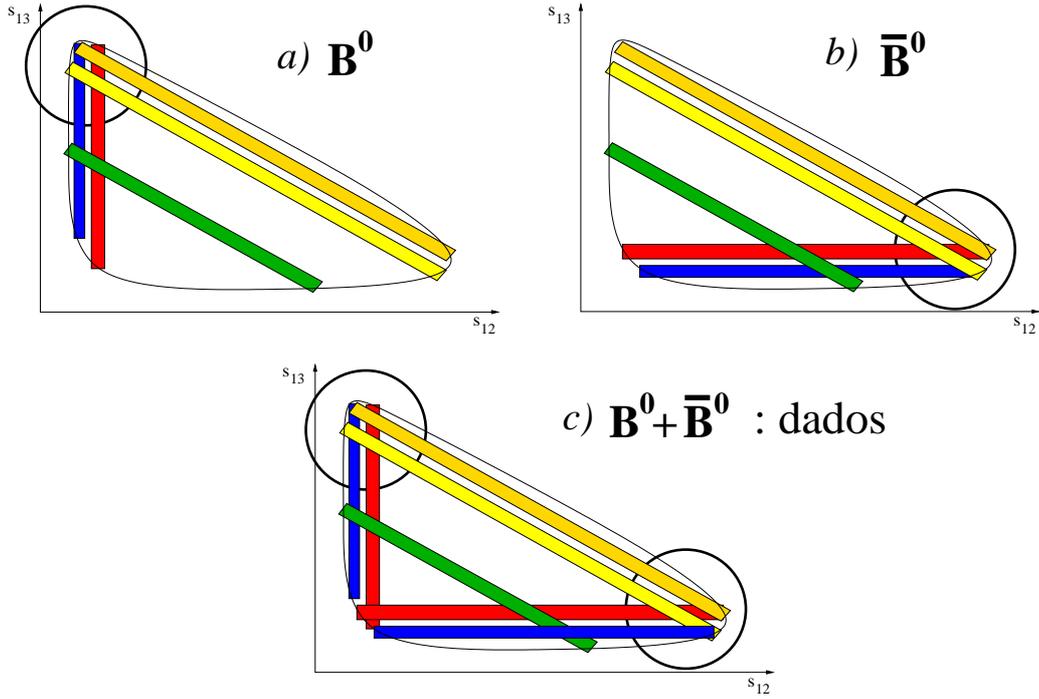


Figura 5.2: Representações esquemáticas para os DP isolados de $a) B^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$, $b) \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$ e em $c)$ o DP misto obtido da análise sem tagging. As faixas, estão representando de forma pictórica as ressonâncias, onde por simplicidade ignoramos fatores angulares nas distribuições. Os círculos mostram regiões de interferência. A existência de círculos não-sobrepostos para B^0 e \bar{B}^0 , garante a separação e a identificação das amplitudes \mathcal{A} e $\bar{\mathcal{A}}$ na análise mista.

são descritas por distribuições de Breit-Wigner e a amplitude total é dada por uma expressão da forma 3.43. Os parâmetros usados para gerar os experimentos de MC, foram inspirados nos parâmetros já observados de [38]. A distribuição de DP dos eventos gerados para um experimento de cem mil eventos pode ser vista na figura 5.3, onde pode-se notar a menor contribuição da ressonância χ_{c0} (linha diagonal que corta o centro do DP).

Na tabela 5.2, coluna entrada, mostramos as magnitudes e fases usadas na geração para cada ressonância de B^0 e \bar{B}^0 . Os parâmetros resultantes do ajuste misto estão na última coluna, onde o valor mostrado é o valor central da distribuição gaussiana do resultado dos cem experimentos e o erro, a largura da mesma distribuição. Pode-se notar que as quantidades extraídas estão de acordo com as geradas e com pequenos erros, provando a viabilidade do ajuste misto.

Um fator importante na eficiência da extração de γ , é a grandeza da razão $r = a_T/a_P$ e a diferença de fase $\theta = \delta_T - \delta_P$ das magnitudes tree e pingüim das ressonâncias K^* .

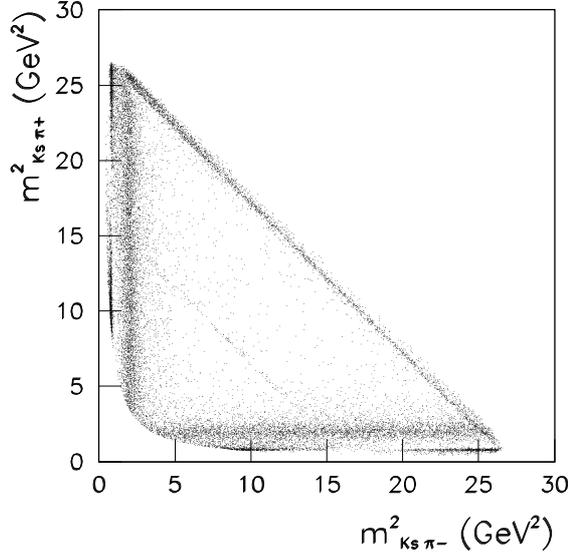


Figura 5.3: Distribuição de eventos de Fast MC $B^0 / \bar{B}^0 \rightarrow K_s \pi^+ \pi^-$, gerados com os parâmetros da tabela 5.2.

Observando a equação 3.45, vemos que γ vem dos termos de interferência e quanto maiores forem, melhor a medida para uma quantidade fixa de dados. O conhecimento teórico dessa quantidade é modelo-dependente. Alguns grupos usando abordagem de fatorização, obtêm r grande e θ pequeno [50]. Já os grupos que usam métodos não-fatorizáveis para o decaimento pseudoescalar-pseudoescalar de B , apresentam um cenário oposto, com r pequeno e θ grande [51]. O método de ajuste misto aplicado aos dados reais definirá qual abordagem é mais viável, já que é possível medir os parâmetros em questão. Para o nosso estudo, escolhemos o valor $r = 0,45$ e geramos os experimentos para $\gamma = 69^\circ$.

Se durante a análise sem vínculos, as três hipóteses do método mostrarem-se válidas, podemos assumir que os parâmetros medidos das ressonâncias K^* para $B^0(a e^{i\delta})$ e $\bar{B}^0(\bar{a} e^{i\bar{\delta}})$, são dados pela soma das contribuições pingüim e tree:

$$\begin{aligned} a e^{i\delta} &= a_P e^{i\delta_P} + a_T e^{i\theta^+}, \\ \bar{a} e^{i\bar{\delta}} &= a_P e^{i\delta_P} + a_T e^{i\theta^-}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Nesse caso, podemos usar o esquema da equação 5.5 para extrair γ através de um ajuste vinculado, onde a amplitude pingüim é fixada e os parâmetros tree a_T e $\theta^\pm =$

decaimento	B^0/\bar{B}^0	entrada	ajuste 100K eventos
$\chi_c K_s$	a_0/\bar{a}_0	0,30/0,30	fixo/(0,30 ± 0,03)
	$\delta_0/\bar{\delta}_0$	3,78/3,78	fixo/fixo
$K^*(890)\pi$	a_1/\bar{a}_1	1,17/1,30	$1,17 \pm 0,06 / (1,30 \pm 0,01)$
	$\delta_1/\bar{\delta}_1$	0,40/5,98	$(0,41 \pm 0,08) / (5,99 \pm 0,07)$
$K_0^*(1430)\pi$	a_2/\bar{a}_2	2,45/2,72	$(2,45 \pm 0,11) / (2,72 \pm 0,13)$
	$\delta_2/\bar{\delta}_2$	0,375/6,00	$(0,39 \pm 0,08) / (6,00 \pm 0,06)$
$\rho^0 K_s$	a_3/\bar{a}_3	0,60/0,60	$(0,60 \pm 0,04) / (0,60 \pm 0,04)$
	$\delta_3/\bar{\delta}_3$	1,20/1,20	$(1,22 \pm 0,09) / (1,20 \pm 0,07)$
$f_0 K_s$	a_4/\bar{a}_4	1,03/1,03	$(1,02 \pm 0,06) / (1,04 \pm 0,05)$
	$\delta_4/\bar{\delta}_4$	2,30/2,30	$(2,30 \pm 0,07) / (2,30 \pm 0,08)$

$$N^0(B^0 \rightarrow K_s \pi^+ \pi^-) / N^0(\bar{B}^0 \rightarrow K_s \pi^+ \pi^-) = 0,84 \pm 0,12$$

Tabela 5.2: Simulação de Monte Carlo para o decaimento $B^0/\bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$. Geramos amostras com parâmetros a_i e δ_i para B^0 e \bar{a}_i e $\bar{\delta}_i$ para \bar{B}^0 . A terceira coluna mostra o resultado do ajuste para 100 amostras, cada uma com 100 mil eventos. A última linha é a razão do número de eventos de B^0 e \bar{B}^0 .

$(\delta_T \pm \gamma)$ são diretamente extraídos de K^* . Usando os parâmetros da tabela 5.2, medimos $\gamma = 69^\circ \pm 5^\circ$.

5.2.3 Discussões adicionais

a) Erro

O erro obtido de 5° , é uma quantidade que pode mudar na análise real; tendo em vista que não levamos em conta na análise de MC o background dos 100 mil eventos de $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$, nem as correções da aceitação do DP. Além disso, não conhecemos ainda r , que altera a precisão da medida.

b) Ressonância âncora

A contribuição de χ_{c0} é menor do que as contribuições das demais ressonâncias. Por isso, necessitamos a alta estatística do experimento LHCb para proceder com a análise. No caso da ressonância $f_0(980)$ ser dominada pela componente $s\bar{s}$ [52], ou mesmo se a razão entre tree e pingüim for desprezível [53], a amplitude $B \rightarrow f_0(980)K$ pode tomar o lugar do charmonium como canal de referência na análise. Nesse caso, poderíamos medir γ com a estatística já existente das B factories Belle e BaBar.

c) Assimetria na produção

A utilização da equação 5.9 basea-se numa produção simétrica de B^0 e \bar{B}^0 . Porém, estudos computacionais [54] usando diferentes modelos para as interações fortes, prevêem uma assimetria mínima de 0,09% e máxima de 2%, no experimento LHCb. Tal assimetria é originada na hadronização dos quarks b e \bar{b} . Embora possuam produção simétrica por serem criados via glúons (interação forte não viola CP), a disponibilidade de quarks de valência d nos prótons que colidiram favorece a hadronização em mésons $B^0(\bar{b}d)$. A princípio, espera-se efeitos pequenos e as assimetrias de produção entram como erro sistemático na determinação de γ . No caso de contribuições relevantes, o método de ajuste misto continua válido. Ainda usamos uma análise independente do tempo, porém a amplitude ajustada não é mais a da equação 5.9 e sim outra mais complicada, integrada no tempo e com termos de mixing. Nesse caso, além dos parâmetros das amplitudes, podemos extrair do processo de ajuste os parâmetros de mixing e medir a assimetria de produção.

d) Violação de CP

Durante a análise, pode-se medir violação de CP contando o número de eventos de B^0 e \bar{B}^0 (informação extraída do ajuste misto), ou explorando simetrias no Dalitz plot, como discutido em [48]. A operação de conjugação de carga em decaimentos autoestados de CP, como $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$, introduz uma troca nas variáveis de Dalitz $(x, y) \leftrightarrow (y, x)$ que parametrizam as amplitudes (lembrar a figura 5.2). No caso de um conjunto de dados misto de B^0 e \bar{B}^0 , assimetrias de CP podem ser investigadas através da subtração de regiões binadas com coordenadas trocadas $(x, y) \leftrightarrow (y, x)$ no DP. Estabelecendo uma nova forma de violação de CP dependente da energia do sistema.

e) Pingüim eletromagnético (PEM)

São diagramas semelhantes ao da figura 3.3, com um fóton no lugar do glúon. A contribuição de diagramas PEM em $B^0 \rightarrow K^* \pi$, pode introduzir fases fracas nas amplitudes do esquema 5.5, poluindo a medida de γ . Tendo em vista a diferença na magnitude dos acoplamentos α da QCD e da QED, espera-se uma pequena contribuição desses diagramas (estimados teoricamente em [33]), incrementando apenas o erro sistemático da medida de γ . Especula-se grande contribuição de diagramas PEM em decaimentos que envolvem o méson π^0 .

Capítulo 6

Estudo da produção $B \rightarrow K\pi\pi$ no LHCb

O LHCb iniciará a tomada de dados em 2008. Para estudar a eficiência e a viabilidade do detector, a colaboração do experimento organizou um esforço conjunto para criar uma simulação computacional completa do experimento. Utilizando a infraestrutura de software do LHCb, analisamos os dados gerados pela colaboração para os decaimentos $B \rightarrow K\pi\pi$. Nessa seção apresentaremos os cortes de seleção e a eficiência total, que permitem fazer uma estimativa do número de eventos obtidos por ano. Também são estudados cortes de pré-seleção, que serão aplicados em amostras de $b\bar{b}$ inclusivo para estudos de background.

6.1 Software e simulação

A simulação tem início na descrição dinâmica e cinemática das colisões p-p com energia de centro de massa de 14 TeV. O software PYTHIA é configurado com os parâmetros do LHC para simular processos da QCD de difração única, difração dupla, espalhamento elástico e inelástico. Os eventos são gerados via técnicas de MC, que utilizam distribuições de probabilidades e sorteio de números aleatórios. Após a hadronização das partículas, são simulados os decaimentos através do programa QQ. Eventos de um decaimento específico (conhecidos como eventos de *signal*) são gerados impondo como 100% a probabilidade de um quark b contido no ângulo polar de 0,4 radianos formar a partícula em questão e a subsequente cadeia de decaimento. Além disso, são gerados pela colaboração eventos *genéricos* que envolvem todos os processos da QCD (minimum bias) e eventos de $b\bar{b}$ *inclusivo*, onde pelo menos um par $b\bar{b}$ está contido no ângulo polar de 0,4 radianos.

Conhecendo a cadeia do decaimento, é simulada a interação das partículas com o detector. O software GEANT é configurado com a geometria de todos os componentes do espectrômetro e a composição dos materiais, simulando efeitos de ionização, emissão de radiação por desaceleração, efeito Cherenkov, criação de partículas por interações secundárias e outros. Os pontos de entrada e saída de cada partícula atravessando uma região sensível são registradas. Essas informações são usadas para criação de dados referente a resposta de cada detector. É levado em conta a sensibilidade e os detalhes físicos da resposta, incluindo ruído eletrônico, efeitos de cross-talk e a sobreposição do sinal de eventos consecutivos (± 25 ns).

Nesse ponto, a informação criada por simulação tem a mesma forma da informação de colisões reais. Cada nível do trigger é simulado e uma etiqueta de sim ou não é associada a cada um, não descartando os eventos barrados. Os eventos são reconstruídos através da busca de traços e identificação de partículas. Por último, a análise física; baseia-se na escolha de critérios para selecionar apenas os eventos de interesse e a sua conseqüente manipulação para extração da informação desejada.

passo	software LHCb
a) dinâmica e cinemática das colisões p-p	Gauss { PYTHIA GEANT
b) interação das partículas com o detector	
c) resposta da eletrônica	Boole
d) decisão do trigger	Moore
e) reconstrução do evento	Brunel
f) seleção de eventos	DaVinci

Tabela 6.1: Passos da simulação à análise e respectivos softwares do LHCb. Gauss faz a interface do GAUDI com o PYTHIA e o GEANT.

O software do experimento é escrito em linguagem de programação C++, usando como base a arquitetura GAUDI – sistema de infra-estrutura que fornece as interfaces padrão para as atividades básicas de leitura e escrita em disco, saída de mensagens, leitura de arquivos de configuração, interface com algoritmos, informações da geometria do detector e outros; estabelecendo uma linguagem comum entre todos os aplicativos do experimento. Os passos da simulação, reconstrução, análise e os respectivos softwares do LHCb desenvolvidos para cada tarefa, estão resumidos na tabela 6.1. Para a seleção de eventos, existe outra possibilidades de software: Bender, que utiliza a linguagem python, permitindo a análise interativa. Para visualização do detector e da árvore do decaimento, existe o software Panoramix.

6.2 $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$

Simulações mostram que as interações inelásticas p-p produzem uma média de 40 partículas carregadas na aceitação geométrica do detector. É necessário definir uma metodologia para separar as partículas de interesse das demais. Na seleção de candidatos para $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$, podemos usar a conservação do 4-momento; calculando a massa invariante da combinação de dois píons e um káon de um conjunto de partículas reconstruídas:

$$m_B^{\text{rec}} = \sqrt{(p_K + p_\pi + p_\pi)^2}. \quad (6.1)$$

A proximidade de m_B^{rec} da massa nominal m_B de B^\pm é uma primeira indicação da autenticidade do evento candidato. Porém, apenas este critério não é suficiente. A combinação aleatória de partículas reconstruídas envolve partículas produzidas no vértice primário. Eventualmente, a massa calculada pode coincidir com a massa de B^\pm . Esses falsos candidatos, são conhecidos como *background combinatorial*. É necessária a definição de outros critérios para a seleção de candidatos; os critérios de seleção são chamados de *cortes*. O primeiro corte é definir uma *janela de massa* Δm , na qual o candidato esteja contido: $|m_B - m_B^{\text{rec}}| \leq \Delta m$.

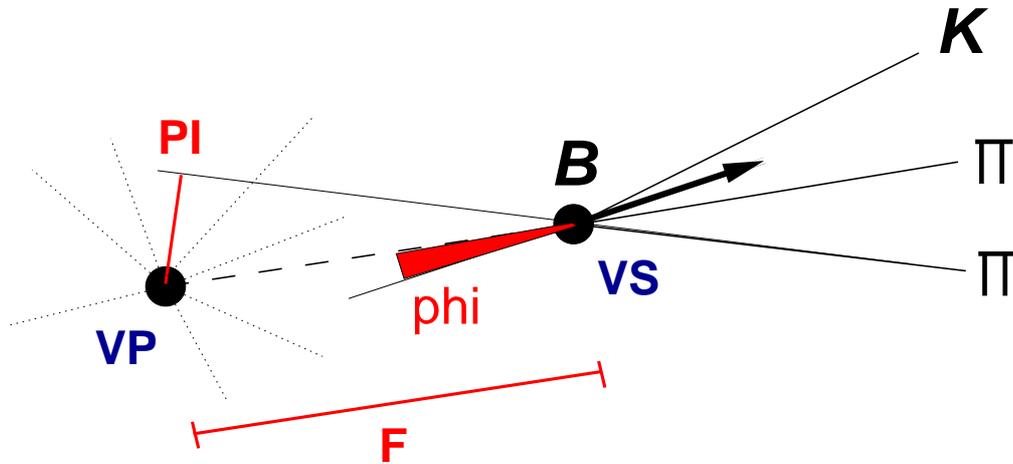


Figura 6.1: Topologia do decaimento $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$. A partícula B criada no vértice primário VP viaja uma distância F antes de decair no vértice secundário VS. Na figura também pode ser visto o parâmetro de impacto PI de uma das partículas filhas e o ângulo ϕ entre o 3-momento reconstruído de B e a reta que liga os vértices.

A topologia de um evento $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$, pode ser vista na figura 6.1. A partícula B criada no vértice primário (VP), viaja uma distância F antes de decair no vértice secundário (VS). Os vértices são escolhidos como os pontos que melhor representam a intersecção de traços em um ajuste de χ^2 , definindo como corte a seleção de um

χ^2 razoável. Seguindo a idéia do trigger, estabelecem-se cortes de p_t e parâmetro de impacto (PI) nas partículas produzidas pela desintegração do méson B , as quais chamaremos de partículas filhas. PI alto implica em partículas que se originam de um VS razoavelmente afastado do VP. De forma análoga, busca-se por B com baixo PI, assinatura de formação no VP. No caso de um evento com múltiplos VP, para um candidato B , é escolhido como VP o vértice que possuir menor PI. Dividindo o PI pela soma das incertezas do VP e dos parâmetros do traço, definimos o corte conhecido como *parâmetro de impacto significativo* PI_S .

Como a distância F é medida com precisão pelo VELO, pode ser usada como critério de seleção. Na prática, também se utiliza a distância de voo dividida pela incerteza do VP e do traço, definindo a *distância de voo significativa* F_S . Outro corte é o cosseno do ângulo ϕ entre o 3-momento \vec{p}_B reconstruído de B (soma do momento das partículas filhas) e a reta que liga os vértices (vetor \vec{F}), definido como

$$\cos \phi = \frac{\vec{F} \cdot \vec{p}_B}{|\vec{F}| |\vec{p}_B|}. \quad (6.2)$$

Grande parte dos eventos de background combinatório apresentam $\cos \phi$ negativo. A sensibilidade na medida de momentos e da reconstrução de vértices, põe esse corte como um dos mais eficientes na seleção de $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$.

Além de cortes cinemáticos, podemos usar o sistema de identificação de partículas do LHCb. A combinação do RICH 1 e 2, associa a cada traço probabilidades relacionadas às diversas possibilidades de sua identidade. Essa probabilidade é definida por uma função likelihood. A separação entre dois tipos específicos de partículas pode ser feito pela diferença das likelihoods. Como exemplo, mostramos a separação entre káons e píons na figura 6.2. Valores positivos do logaritmo da diferença das likelihoods $\Delta \ln L_{K\pi}$, indicam grande probabilidade de a partícula ser um káon, enquanto que valores negativos apontam para um pión.

Analisamos uma amostra de 201.500 eventos de $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$ gerados com ressonâncias nas versões do software do DC04 (data challenge 2004). Os cortes escolhidos estão resumidos na tabela 6.2. Para as partículas leves, usamos a definição de "standard tight particles" (partículas padrão com cortes justos) que estabelece cortes RICH $\Delta \ln L_{K\pi} > 0$ e $\Delta \ln L_{K\pi} < -5$ para definição de K e π respectivamente.

A escolha de cortes se deu através da comparação da tabela verdade dos eventos de sinal com a amostra de $b\bar{b}$ inclusivo. Mostramos na figura 6.3 o efeito dos cortes em ambas amostras. Por estarmos interessados nas formas das distribuições, as mesmas não estão em escala (ver a equação 6.5). Podemos ver que existem regiões dos cortes na qual o sinal verdadeiro de B possui poucos eventos comparado com o $b\bar{b}$ inclusivo.

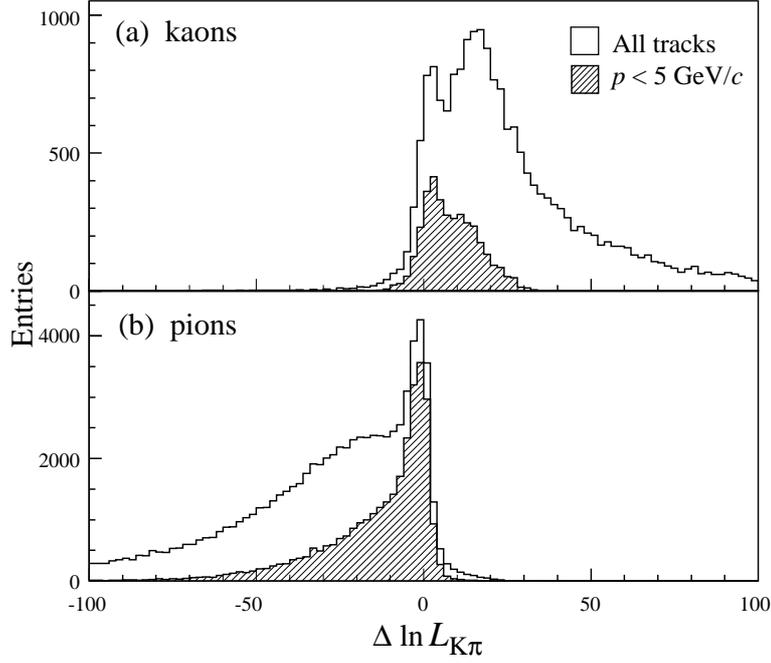


Figura 6.2: Logaritmo da diferença da likelihood entre a hipótese de (a) káon e (b) píon. Gráficos obtidos do estudo de MC do decaimento $B_s^0 \rightarrow D_s^- K^+$. Os histogramas sombreados representam traços de baixo momento.

partícula	corde	valor
B	Δm	$50 \text{ MeV}/c^2$
	PI_S	< 4
	F_S	> 10
	χ^2	< 10
	ϕ	$> 0,99997$
K, π	PI_S	> 3
	p_t	$> 200 \text{ MeV}/c$

Tabela 6.2: Cortes de seleção para $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$.

A seleção dos cortes é feita visando maximizar a significância estatística $S/\sqrt{S+B}$, onde S (B) é o número de eventos de sinal ($b\bar{b}$ inclusivo) que restam após a aplicação de todos os cortes.

Dos 201.500 eventos gerados em $\theta < 0,4$ rad, 4.890 são reconstruídos, passam pelo trigger e são selecionados com os cortes da tabela 6.2. A massa invariante e o DP desses eventos pode ser vista na figura 6.4. A eficiência total é dada por

$$\epsilon_{\text{tot}} = \frac{N_{\text{sel}}}{N_{\text{ger}}} \times \epsilon_\theta = \frac{4.890}{201.500} \times 34,7\% = 0,842\%, \quad (6.3)$$

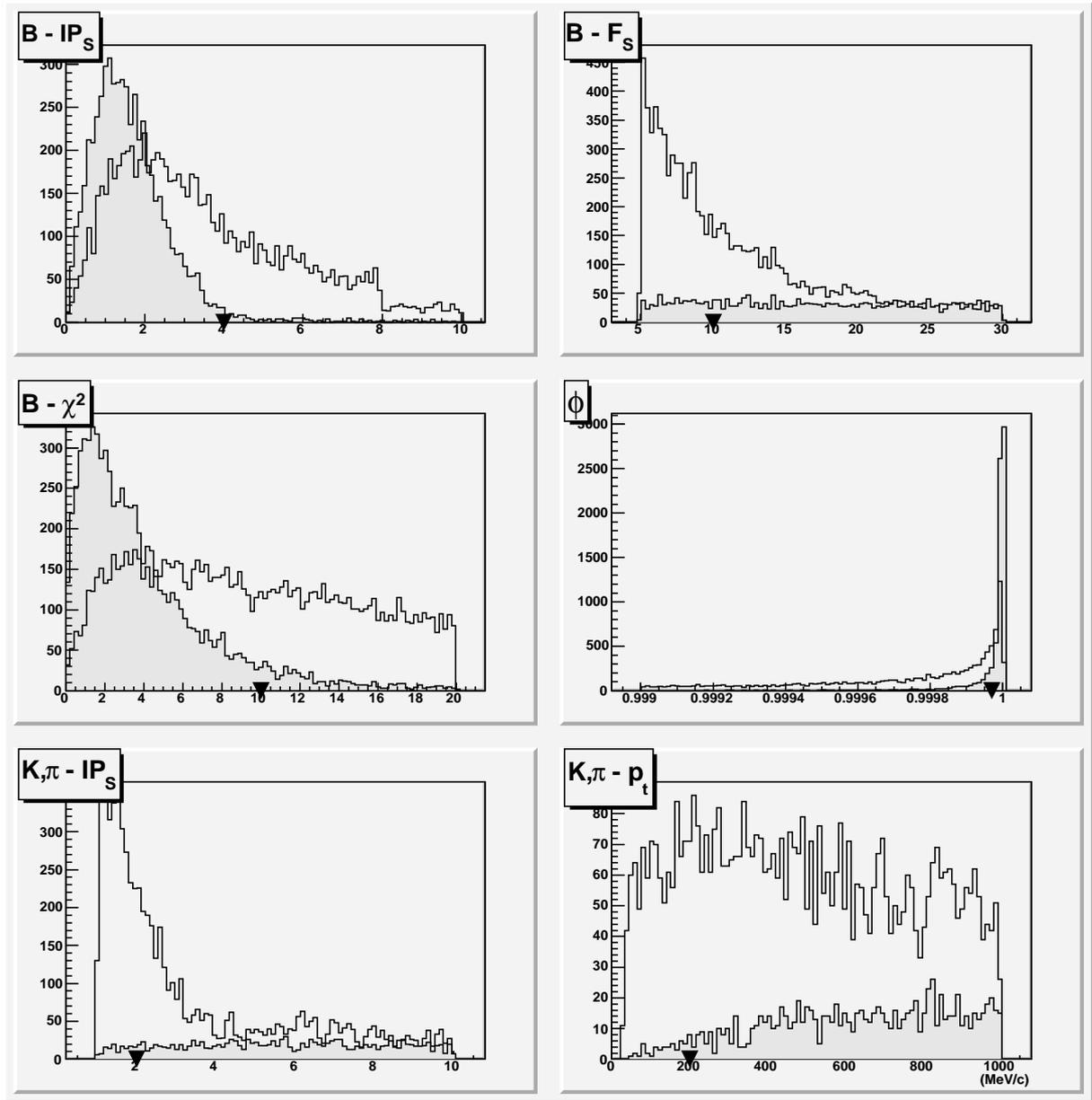


Figura 6.3: Distribuição das variáveis na tabela verdade do sinal (histograma cinza) e na amostra de $b\bar{b}$ inclusivo. Os cortes escolhidos (marcados com triângulos) visam excluir o máximo de background, mantendo o maior número possível de eventos de sinal.

onde ϵ_θ é a probabilidade de um méson B ser criado em $\theta < 0,4$.

O número de eventos por ano é dado por

$$N = \mathcal{L}_{\text{int}} \times \sigma_{b\bar{b}} \times 2 \times f_B \times BR \times \epsilon_{\text{tot}}, \quad (6.4)$$

onde $\mathcal{L}_{\text{int}} = 2\text{fb}^{-1}$ é a luminosidade integrada (10^7 s em $2 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$) e $\sigma_{b\bar{b}} = 500\mu\text{b}$

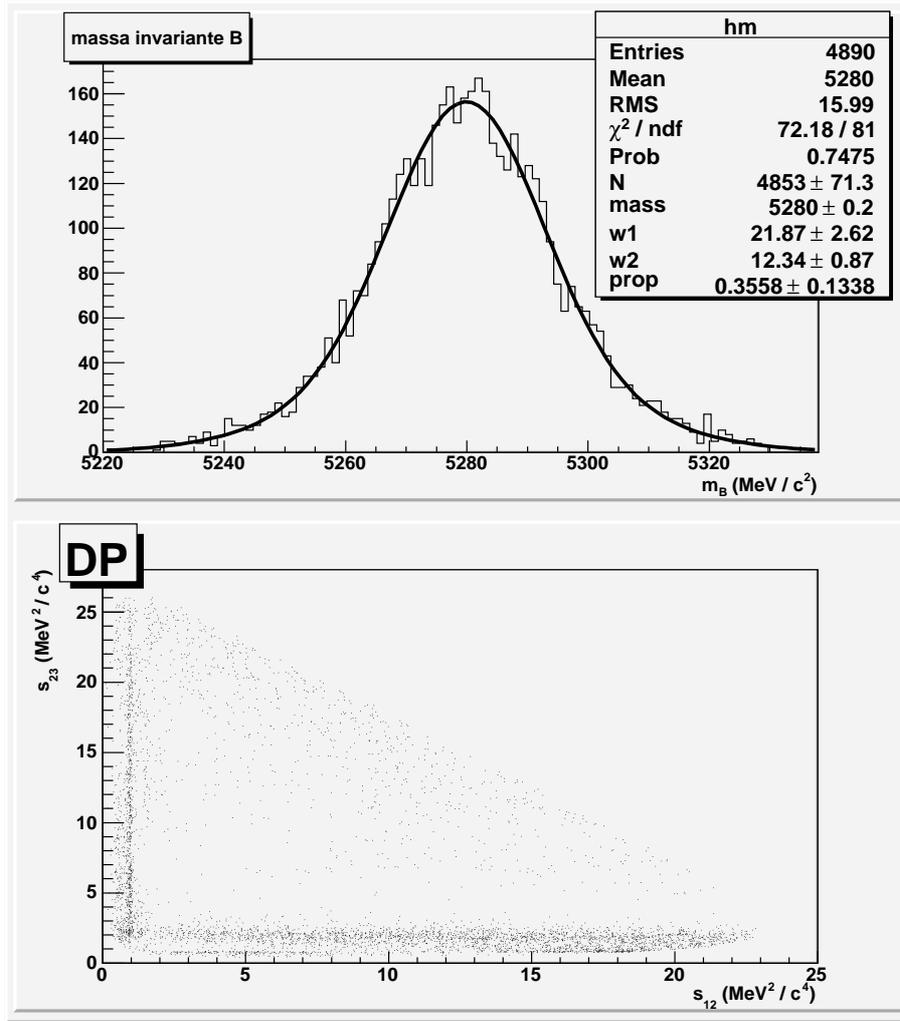


Figura 6.4: Massa invariante de B^\pm , ajustada pela soma de duas gaussianas de mesmo valor central e larguras w_1 e w_2 diferentes. O ajuste mostra uma contribuição de 36% da gaussianas de maior largura. A resolução média é de 17,1 MeV/c². O DP é dado nas variáveis $s_{12} = (p_{\pi^\pm} + p_{\pi^\mp})^2$ e $s_{23} = (p_{\pi^\mp} + p_{K^\pm})^2$.

¹ a seção de choque de produção do par $b\bar{b}$. A probabilidade de um quark \bar{b} se hadronizar é $f_B = 39,1\%$ para B^\pm , $f_B = 39,1\%$ para B^0 , 10% para B_s e 8×10^{-4} para B_c . O fator 2 leva em conta a produção do par $b\bar{b}$. A razão de ramificação fornecida pelo PDG é $BR(B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-) = (5,6 \pm 0,9) \times 10^{-5}$. Usando a eficiência total de 6.3, temos a estimativa de 369 mil eventos analisáveis por ano no LHCb.

Para calcular a razão sinal por background, rodamos a mesma seleção em 200 mil eventos de $b\bar{b}$ inclusivo, onde em uma janela de $\Delta m = 200$ MeV/c² apenas 1 evento foi

¹Os parâmetros de produção do quark b nas energias do LHC são obtidos por extrapolação de dados dos experimentos SPS e Tevatron. $\sigma_{b\bar{b}}$ pode variar de 175 a 950 μb . O valor 500 μb é o valor médio usado pelas simulações de todos experimentos do LHC.

selecionado. A relação entre o número de eventos de sinal e o de $b\bar{b}$ inclusivo é dado por

$$\frac{N_B}{N_{b\bar{b}}} = 2 \times f_B \times BR \times \frac{34,7\%}{43,2\%}, \quad (6.5)$$

onde a última fração está relacionada a geração dos eventos em $\theta < 0,4$. Para simular alta estatística, usamos uma aproximação que consiste em usar uma janela de massa 10 vezes menor para o sinal, comparado com o background (supondo uma distribuição linear nos eventos de background combinatorial). A razão calculada é de $S/B = 1,38$.

Outra possível fonte de background, são as reflexões. Consistem na seleção de falsos candidatos provenientes de outros canais de B^\pm . Podem acontecer por má identificação das partículas, seleção de outros canais de B^\pm com o mesmo estado final, combinação aleatória com partículas de baixo momento do VP e outros motivos. Possíveis fontes de reflexão para $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$ são: $B^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$, $B^\pm \rightarrow K^\pm K^+ \pi^-$, $B^\pm \rightarrow K^\pm K^+ K^-$; $B^\pm \rightarrow \bar{D}(K^- \pi^+) \pi^\pm$, $B^\pm \rightarrow \bar{D}(\pi^+ \pi^-) K^\pm$; $B^0 \rightarrow K^+ \pi^-$, $B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$; $B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$.

A sua contribuição em relação ao sinal está relacionada com a razão das taxas de ramificação. Das fontes listadas, as que mais podem contribuir, são $B^\pm \rightarrow \bar{D}(K^- \pi^+) \pi^\pm$ e $B^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ por possuírem $BR = 1,9 \times 10^{-4}$ e $BR = 1,62 \times 10^{-5}$ respectivamente. Os eventos mal identificados da primeira, localizam-se centrados na massa de B^\pm , com uma distribuição gaussiana semelhante a do sinal verdadeiro. São identificados no DP por uma faixa na massa quadrada de D^0 na variável $s = (p_{K^-} + p_{\pi^+})^2$. Já os eventos de $B^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$ são selecionados pela má identificação de um pión, confundido como káon pelo RICH. A atribuição da massa errada a partícula, causa um deslocamento na massa invariante de B^\pm de aproximadamente 40 MeV/c². Esses eventos não possuem assinatura evidente no DP de $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^-$, tendo distribuição proporcional ao DP de $B^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$. As respectivas razões S/B calculadas são 1,34 e 37,73, mostrando que devemos estudar no futuro cortes mais eficazes na remoção de $B^\pm \rightarrow \bar{D}(K^- \pi^+) \pi^\pm$.

6.3 $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$

A topologia desses eventos é semelhante a da figura 6.1, com única diferença na partícula K . A formação do káon neutro implica em sua evolução para um sistema misturado dos auto-estados de CP (ver a equação 2.24), com probabilidade de 50% da partícula ser detectada como K_S ou K_L . Para um momento médio de 30 GeV/c, K_S viaja a distância média de 1,62 m. Estudos do K_S produzido em $B^0 \rightarrow J/\psi K_S$, mostram que 25% decaem no VELO, 50% fora do VELO e antes da estação TT e o restante após TT. Para K_L de mesmo momento, a distância média percorrida é de

924 m, sendo absorvido no HCAL antes de decair. Assim, K_L não são reconstruídos e temos que trabalhar apenas com 75% dos K_S que decaem antes de TT.

Não haviam eventos gerados para esse canal no DC04. Foram gerados 50 mil eventos no DC06 para o estudo de pré-seleção. A ausência da simulação do trigger no DC06 na época do estudo não possibilitou o cálculo da eficiência total. Porém, supondo uma eficiência 70% pior do que a do decaimento carregado e conhecendo a razão entre as razões de ramificação, podemos estimar a produção de 101 mil eventos analisáveis por ano.

A simulação computacional da produção de pares $b\bar{b}$ inclusivo² para 1 dia de tomada de dados no LHCb envolve a geração e armazenamento de 864 milhões de eventos. Uma maneira mais eficiente de estudar o background para um certo canal, é inicialmente aplicar cortes largos, através de uma *pré-seleção*, armazenando em disco apenas eventos que tenham potencial para ser background (ser selecionado pelos cortes apertados) nesses canais. Na pré-seleção de $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$, é escolhido 1 candidato em 5 mil eventos de $b\bar{b}$ inclusivo. Os cortes foram escolhidos usando a mesma metodologia da figura 6.3 e podem ser vistos na tabela 6.3. Para a pré-seleção usamos a definição de "standard loose particles" (partículas padrão com cortes largos) na seleção de partículas. Além dos cortes largos, utiliza-se uma janela de massa grande o suficiente para conter as reflexões por má identificação de partículas.

partícula	corte	valor	unidade
B	Δm	200	MeV/c^2
	PI_S	< 5	
	F_S	> 4	
	χ^2	< 20	
	ϕ	$> 0,9999$	
π	PI_S	> 3	MeV/c
	p_t	> 300	
K_S	PI_S	> 3	

Tabela 6.3: Cortes de pré-seleção para $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$.

Atualmente os cortes de pré-seleção estão sendo aplicados nas amostras geradas de $b\bar{b}$ inclusivo. Por isso, ainda não temos resultados detalhados sobre a forma e composição do background do canal $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$.

²Para as pré-seleções utilizam-se eventos de $b\bar{b}$ inclusivo no lugar de eventos genéricos, pois supõe-se que apenas os primeiros passam pelo trigger.

Para o estudo de viabilidade da extração de γ no método por nós proposto (seção 5.2.2), usamos a estimativa da produção de 100 mil eventos por ano de $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$ – número sujeito a alterações no caso de piores eficiências na reconstrução do estado final.

Capítulo 7

Conclusão

Nessa dissertação apresentamos um novo método para medir o ângulo γ de CKM através da análise dos decaimentos $B \rightarrow K\pi\pi$ e estudamos com que precisão o experimento LHCb pode medir essa quantidade. Utilizando a simulação do experimento, analisamos dados do sinal $B^\pm \rightarrow K^\pm\pi^+\pi^-$. Foram selecionados cortes que indicam o ganho de 369 mil eventos analisáveis por ano, com uma razão $S/B = 1,38$ em relação ao background combinatorial. Algumas fontes de relexões foram estudadas para esse canal, onde $B^\pm \rightarrow \bar{D}(K^-\pi^+)\pi^\pm$ predomina com $S/B = 1,34$. A falta da simulação do trigger nos eventos de $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S\pi^+\pi^-$, não permitiu o cálculo da eficiência total do canal. Supondo uma eficiência de 70% em relação ao decaimento carregado, estimamos o ganho anual em 101 mil eventos. Para $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S\pi^+\pi^-$, foram selecionados cortes de pré-seleção para estudo posterior de background completo.

Conhecendo a estimativa de produção de $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S\pi^+\pi^-$, partimos para a análise de fast MC. Criamos 100 experimentos de 100 mil eventos e aplicamos o nosso método para medir γ . Essa abordagem usa três hipóteses básicas que podem ser testadas durante a análise. A violação de alguma, seria um resultado interessante, apontando uma situação não esperada teoricamente. Para medir os parâmetros de B neutro, usamos a técnica de ajuste misto que nos permite extrair de uma forma independente as amplitudes de duas superfícies sobrepostas em uma amostra de dados $B^0 + \bar{B}^0$, sem a utilização de tagging. A extração de parâmetros coerentes com os valores gerados, e os pequenos erros, apontaram a viabilidade da utilização do ajuste misto em análises de partículas neutras que decaem em canais autoestados de CP. Para entradas no MC de amplitudes de estados intermediários inspiradas em resultados experimentais, assumindo pequena contribuição para ressonância âncora χ_{c0} e assumindo $r = 0,45$, extraímos γ com erro de 5° . Como não levamos em conta na análise de MC o background dos 100 mil eventos estimados de $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S\pi^+\pi^-$, nem as correções

da aceitação do DP e não conhecemos o verdadeiro r , o erro obtido pode mudar na análise real.

Durante a análise podemos medir violação de CP direta, contando o número de eventos de B^0 e \bar{B}^0 (informação extraída do ajuste misto) ou explorando as assimetrias de Dalitz [48] - medindo violação de CP dependente da energia do sistema. A última é obtida pela subtração de regiões binadas com coordenadas trocadas $(x, y) \leftrightarrow (y, x)$ no DP. Podemos medir também a razão das magnitudes e a diferença de fase das contribuições tree e pingüim dos canais $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K^{*\pm}\pi^\mp$; definindo qual abordagem teórica, fatorizável ou não-fatorizável é a mais adequada.

A principal dificuldade do nosso método e a de qualquer análise envolvendo decaimentos hadrônicos em três corpos, está relacionada às dificuldades teóricas na descrição completa desses processos. Por não serem calculadas partindo de primeiros princípios, as amplitudes são construídas seguindo argumentações fenomenológicas. Um exemplo das dificuldades existentes na parametrização desses processos é a descrição do decaimento não-ressonante (NR), ao qual designa-se usualmente uma amplitude homogênea no espaço de fase. Para questionar esse procedimento, podemos explorar a analogia de dois processos: o decaimento do múon $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$ e o decaimento do káon $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^+ \pi^-$. O primeiro é um decaimento exclusivamente leptônico em três corpos. A amplitude, que pode ser completamente calculada, mostra-se dependente das variáveis do espaço de fase. O segundo é um decaimento hadrônico que procede exclusivamente pelo canal não-ressonante. A análise do experimento NA48/2 [55], revelou a presença de estruturas não homogêneas no espaço de fase desse processo ¹. De fato, recentemente algumas análises experimentais passaram a utilizar parametrizações não-homogêneas para o decaimento NR, como [39] por exemplo. Um cálculo para a contribuição NR no decaimento $D^+ \rightarrow K^- \pi^+ \pi^+$, que explicita a dependência nas variáveis de Dalitz, pode ser encontrado em [56].

A construção da PDF do sinal (equação 3.48), reúne outro obstáculo além da descrição da dinâmica, que é a aceitação do DP. Como já explicado, esse termo descreve o efeito no DP causado pelos cortes de seleção e pela passagem das partículas no detector (com possíveis perdas em certas configurações de momento). A aceitação é obtida através da simulação do experimento, gerando-se uma grande quantidade de eventos com distribuição homogênea no DP. A sua utilização é fundamental para um bom ajuste dos dados e a confiança na sua forma depende de uma boa descrição do detector na simulação.

¹Certo cuidado deve ser tomado na comparação entre decaimentos do káon e do méson B , já que no primeiro existe a possibilidade de efeitos não-perturbativos não presentes no cenário de B .

O método apresentado aqui é competitivo com os outros já existentes para determinar γ no experimento LHCb [36], precisando de alta estatística pela baixa contribuição do canal de referência $B \rightarrow \chi_{c0}K$. Porém, se a ressonância $f_0(980)$ for dominada pela componente $s\bar{s}$, ou se a razão entre a magnitude tree e pingüim for desprezível, a amplitude $B \rightarrow f_0(980)K$ pode substituir $B \rightarrow \chi_{c0}K$ como canal de referência, com o benefício de maior estatística.

Os próximos passos referentes a essa análise correspondem ao estudo do background completo dos canais $B \rightarrow K\pi\pi$, otimização do trigger exclusivo HLT para aquisição desses eventos e estudo da aceitação do DP. Os dois primeiros estão relacionados com os cortes de pré-seleção, que estão sendo aplicados a amostras de $b\bar{b}$ inclusivo atualmente no CERN. Após o estudo do background, os cortes para cada canal serão otimizados e introduzidos no trigger HLT exclusivo para maximizar a aquisição de eventos de interesse, levando em conta que existe uma banda limitada a ser compartilhada entre vários canais.

Apêndice A

Manual do URCA v1r0

URCA é um pacote para análise de amplitudes de decaimentos em três corpos. É uma reestruturação em C++ do software já existente do grupo do CBPF escrito em linguagem FORTRAN, que toma proveito do potencial de modularização do C++ através do conceito de orientação a objetos. É composto por um conjunto de classes que permitem gerar dados de fast Monte Carlo e ajustar distribuições. De um modo prático o usuário escolhe o decaimento de interesse, definindo o contorno do espaço de fase, aponta os processos intermediários do decaimento e os seus parâmetros, construindo a amplitude do processo. Essa é normalizada dentro do contorno do espaço de fase, o que é feito automaticamente pelo software usando os métodos de integração multi-dimensional de Monte Carlo da biblioteca GNU Scientific Library (GSL) [57]. O pacote é integrado à biblioteca ROOT [58], rodando de forma interativa no shell do mesmo e utilizando suas classes de histogramas, ntuplas e gráficos para entrada e saída. Os procedimentos de ajuste são baseados na biblioteca Minuit [30].

A descrição das classes feita a seguir, lista apenas os principais métodos da versão v1r0. Para referência completa, ler os cabeçalhos das classes. Um exemplo da utilização do URCA é encontrado na última seção desse apêndice.

A.1 Classes

Para apresentar as classes, vamos relembrar a PDF de uma análise mista

$$\begin{aligned}
 \text{PDF}(\vec{\alpha}, \vec{x}, M) &= \frac{S_1(\vec{\alpha}, \vec{x}, M) + S_2(\vec{\alpha}, \vec{x}, M)}{N_1 + N_2}, \\
 S_i(\vec{\alpha}, \vec{x}, M) &= g(M) \epsilon(\vec{x}) \left| \sum_j a_j e^{i\delta_j} \frac{A_j(\vec{x}, M)}{\sqrt{n_j}} \right|^2, \\
 n_j &= \int_{\mathbf{DP}} dM d\vec{x} g(M) |A_j(\vec{x}, M)|^2, \\
 N_i(\vec{\alpha}) &= \int_{\mathbf{DP}} dM d\vec{x} S_i(\vec{\alpha}, \vec{x}, M), \tag{A.1}
 \end{aligned}$$

onde $\vec{\alpha}$ são parâmetros de magnitude e fase, \vec{x} são variáveis independentes de Dalitz, M a massa da partícula que decai e as integrais são calculadas nos limites do espaço de fase.

TVarD

Representa os parâmetros $\vec{\alpha} = (a_i, \delta_i)$ em variáveis do tipo double com atributos adicionais de nome, erro, limite inferior, limite superior e uma flag que caracteriza se a variável é fixa ou pode ser variada.

Possui as operações aritméticas sobrecarregadas, de modo que suas instâncias podem operar com outros doubles e tipos TComplex do ROOT. Quando operada com outra TVarD ou um tipo double, propaga erro. O símbolo de igualdade também é sobrecarregado, podendo receber diretamente valores double. Em um console do ROOT, pode-se imprimir seus atributos apenas digitado o nome da instância.

Durante um procedimento de ajuste as instâncias envolvidas de TVarD não fixas, tem seu valor variado dentro dos limites inferior e superior, com passo inicial dado pelo erro. Após o ajuste as instâncias recebem o valor e o erro que maximizaram a PDF em questão. O construtor e os métodos de TVarD podem ser vistos na tabela A.1.

T3BdyDecay

Classe com informações sobre a cinemática de decaimentos em três corpos. Cada decaimento é associado a uma string definida no arquivo fonte da classe, que define a massa M da partícula que decai e as massas m_i das partículas filhas. A numeração das partículas (relacionada às variáveis de Dalitz s_{ij}) é crescente da direita para a esquerda, ex.: "B -> K pi pi" implica em $m_1 = m_\pi, m_2 = m_\pi$ e $m_3 = m_K$. As definições de novos decaimentos são implementadas pelo usuário que deve editar o arquivo fonte e inserir a massa das partículas de interesse.

<pre>TVarD(TString nome, Double_t x, Double_t erro=0, Bool_t fixo=false, Double_t liminf=0, Double_t limsup=0)</pre> <p>Para não impor limites nas variáveis, basta apontar como 0 os limites inferior e superior.</p>
<pre>void Set(Double_t x)</pre> <p>Determina o valor da instância como x. Existem também os métodos SetName, SetError e SetRange que determinam o nome, o erro e os limites da variável.</p>
<pre>Double_t Get()</pre> <p>Retorna o valor da instância. Existem também os métodos GetName, GetError, GetLowLim e GetUpLim que retornam o nome, o erro e os limites inferior e superior da variável.</p>
<pre>void Fix()</pre> <p>Fixa a instância para não ter seu valor variado nos processos de ajuste.</p>

Tabela A.1: Construtor e métodos da classe TVarD.

Um dos seus principais objetivos é calcular se um dado ponto (x, y, M^2) pertence ao espaço de fase do decaimento. Isso é feito pelo método $\text{IsPS}(x, y, M^2)$, que retorna verdadeiro ou falso. Para isso, a instância contém as associações entre os eixos x , y e as respectivas variáveis de Dalitz adotadas na análise, $x \rightarrow s_{12}$ e $y \rightarrow s_{13}$, por exemplo.

Como grande parte das outras classes necessitam de suas informações, sua utilização se dá através da inicialização de uma instância chamada *decay*. Embora possua informação sobre a massa M da partícula que decai, seus métodos permitem que um M diferente seja passado, útil quando aos eventos está associada distribuição de M (gaussiana por exemplo no caso do sinal). O construtor e os métodos de T3BdyDecay podem ser vistos na tabela A.2.

TAmplitude

Classe abstrata que define a amplitude complexa $a e^{i\delta} A(\vec{x}, M)$. A magnitude e fase são ligadas a instâncias TVarD passadas na inicialização. As suas classes derivadas visam introduzir diferentes formas para $A(\vec{x}, M)$, incluindo possíveis parâmetros livres para o ajuste. Exemplos de classes derivadas de TAmplitude são TAmplBW, TAmplH

<p>T3BdyDecay(VAROPT varx, VAROPT vary, TString decaimento)</p> <p>As possibilidades para VAROPT são S12, S13 e S23.</p> <p>Exemplos de decaimentos já definidos são: "Bu->Kpipi", "Bu->pipipi", "Bu->KKK" e "Bd->Kspipi".</p>
<p>Double_t Get[M,m1,m2,m3]()</p> <p>Retorna a massa da partícula que decai, da partícula 1, 2 ou 3 respectivamente.</p>
<p>bool IsPS(Double_t x, Double_t y, Double_t Msq=1)</p> <p>Retorna verdadeiro ou falso dependendo se o ponto (x,y) pertence ao espaço de fase (Dalitz plot) definido por M^2, m_1, m_2 e m_3. Se Msq=1, usa o valor nominal de M^2.</p>
<p>TGraph* Draw(Double_t Msq=1, Double_t passo=.01)</p> <p>Retorna um gráfico com os pontos do contorno do Dalitz plot em função de M^2. Se Msq=1, usa o valor nominal de M^2. O espaçamento entre os pontos é definido pela variável passo.</p>

Tabela A.2: Construtor e métodos da classe T3BdyDecay.

e TAmplitude. A primeira implementa uma função Breit-Wigner Relativística com fatores de Blatt-Weisskopf e termo angular de spin j . A segunda introduz um histograma como função, usando o valor do bin no ponto \vec{x} . A última representa uma amplitude homogênea $A = 1$ no DP.

O valor da amplitude complexa em (x, y, M^2) é obtido pelo método $\text{Amp}(x, y, M^2)$. Por motivos de otimização, esse método não confere se o ponto pertence ao espaço de fase. O construtor das classes derivadas e os métodos de TAmplitude podem ser vistos na tabela A.3.

TAmplitudeSum

Classe abstrata que define uma soma de amplitudes TAmplitude. As suas classes derivadas visam implementar somas coerentes ou incoerentes, ambas transformando as amplitudes complexas em números reais. Exemplos de classes derivadas de TAmplitudeSum são TAmplitudeSumSig e TAmplitudeSumBackg. A primeira implementa uma soma coerente, com a forma de S_i da equação A.1, onde a distribuição de massa, aceitação e as

<p>TAmplitude (VAROPT var, TVarD* mag, TVarD* fase, TVarD* m0, TVarD* w, Int_t j)</p> <p>Define uma ressonância de spin j, massa m0 e largura w na variável S12, S13 ou S23.</p>
<p>TAmplitudeH (TH2D* h, TVarD* mag=0)</p>
<p>TAmplitudeConst (TVarD* mag, TVarD* fase)</p>
<p>TVarD* Get[Mag,Phase]()</p> <p>Retorna o endereço da TVarD associada a magnitude ou fase.</p>
<p>void Draw[Ampsq,Phase](TH2D* h)</p> <p>Preenche o histograma h com a forma funcional da amplitude quadrada ou variação da fase.</p>
<p>virtual TComplex Amp(Double_t x, Double_t y, Double_t Msq) = 0</p> <p>Retorna o número complexo $a e^{i\delta} A(x, y, M^2)$, onde a e δ são os parâmetros mag e fase passados na inicialização da instância.</p>
<p>virtual Int_t GetNPars() = 0</p> <p>Retorna o número de parâmetros livres da amplitude.</p>

Tabela A.3: Construtor das classes derivadas e métodos da classe abstrata TAmplitude.

amplitudes são passadas na inicialização da classe. A segunda introduz uma soma do tipo $B_i(\vec{x}, M) = b(M) \sum_j a_j \frac{B_j(\vec{x})}{n_j}$, onde B_j é a componente real de uma amplitude TAmplitude e n_j a sua normalização.

Essa classe é responsável por calcular de forma automática as normalizações individuais das amplitudes n_j e a normalização total da soma N_i , ambas nos contornos do espaço de fase. As integrais numéricas multi-dimensionais são calculadas utilizando a biblioteca GSL, através de métodos específicos de Monte Carlo que privilegiam as regiões de maior variação na função integrada. O valor real da soma é obtido pelo método $\text{Sum}(x, y, M^2)$, que não confirma se o ponto pertence ao espaço de fase. A normalização total N_i é obtida por $\text{Norm}()$. O construtor das classes derivadas e os

métodos de TAmplitude podem ser vistos na tabela A.4.

Para otimizar a performance do processo de ajuste – que solicitam a normalização da amplitude para cada conjunto diferente de parâmetros $\vec{\alpha}$ – as integrais de $|A_i A_j^*|^2$ são calculadas na inicialização das instâncias e armazenadas em uma matriz. Conhecendo esses valores, a integral total $N_i(\vec{\alpha})$ da classe TAmplitude é calculada através de uma função algébrica dos parâmetros $\vec{\alpha}$, não necessitando de uma integração numérica.

<p>TAmplitude(TF1* g, TAmplitude* acep, TAmplitude* A0, ... ,TAmplitude* A9=0)</p> <p>Define uma soma coerente S_i, com distribuição de massa g e aceitância acep do DP . É possível definir uma soma de até 10 amplitudes.</p>
<p>TAmplitudeBackg(TF1* b, TAmplitude* A0, ... , TAmplitude* A1=0)</p>
<p>virtual Double_t Sum(Double_t x, Double_t y, Double_t Msq) = 0</p>
<p>virtual Double_t Norm() = 0</p>

Tabela A.4: Construtor das classes derivadas e métodos da classe abstrata TAmplitude.

TPDF

Classe que representa a PDF de uma análise mista, composta de uma soma não-coerente de TAmplitude's, responsável por gerar e ajustar dados de fast MC. A soma não-coerente é calculada por $\text{Sum}(x, y, M^2)$, enquanto que a mesma quantidade normalizada é retornada pelo método $\text{Pdf}(x, y, M^2)$. Ambas não conferem se o ponto pertence ao espaço de fase.

O método $\text{Generate}(\dots)$ cria uma ntupla com colunas $M, s_{12}, s_{13}, s_{23}$. Os pontos são sorteados de acordo com as distribuições de massa $g(M)$ (passada nesse método) e da PDF representada pela instância. Para o ajuste, o método $\text{Fit}(\dots)$ toma como argumento uma ntupla com a mesma estrutura da criada pelo método de geração. Para o modelo descrito pela instância, retorna o conjunto de parâmetros que melhor descrevem o conjunto de dados da ntupla. Os parâmetros variados são as variáveis TVarD não fixas, presentes nos objetos TAmplitude que compõem de forma recursiva a PDF. A biblioteca MINUIT é utilizada para minimizar a quantidade $-2 \ln \prod_i \text{PDF}(\vec{\alpha}, \vec{x}_i, M)$. Após o ajuste as quantidades TVarD participantes recebem os respectivos valores res-

ponsáveis pelo valor mínimo do logaritmo da PDF. O construtor e os métodos de TPDF podem ser vistos na tabela A.5.

<pre>TPDF(TAmpSum* S0, ..., TAmpSum* S4=0)</pre>
<p>É possível definir uma soma de até 5 TAmpSum's.</p>
<pre>virtual Double_t [Sum,Pdf](Double_t x, Double_t y, Double_t Msq) = 0</pre>
<pre>void DrawSum(TH2D* h)</pre>
<p>Preenche o histograma h com os valores de Sum(x,y).</p>
<pre>TTree* Generate(TF1* g, UInt_t N, Double_t xmin=1, Double_t xmax=1, Double_t ymin=1, Double_t ymax=1)</pre>
<p>Gera N pontos com distribuição da massa dada pela função g e variáveis de Dalitz distribuídas de acordo com a PDF em questão. Os pontos são sorteados no intervalo (xmin → xmax, ymin to ymax). Se essas variáveis forem passadas como 1, gera no intervalo dos espaço de fase completo. A ntupla gerada possui 4 colunas $M, s_{12}, s_{13}, s_{23}$.</p>
<pre>void Fit(TTree* ntupla)</pre>
<p>A ntupla deve ter a mesma forma da retornada pelo método anterior.</p>

Tabela A.5: Construtor e métodos da classe TPDF.

A.2 Exemplo

Para ilustrar a utilização do URCA, vamos mostrar passo a passo como realizar uma análise mista simplificada. Consideraremos o decaimento $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow K_S \pi^+ \pi^-$ acontecendo por apenas duas contribuições intermediárias de spin 0.

O primeiro passo é carregar a biblioteca GSL e as classes do URCA no ambiente do ROOT.

```
root [0] gROOT->ProcessLine(".include /usr/local/include");
root [1] gROOT->ProcessLine(".include /usr/local/include/gsl");
root [2] gSystem->Load("/usr/local/lib/libgsl");
```

```

root [3] gSystem->Load("/usr/local/lib/libgslcblas");

root [4] .L src/TVarD.C+
root [5] .L src/T3BdyDecay.C+
root [6] .L src/TAmplitude.C+
root [7] .L src/amplitudes/TAmplBW.C+
root [8] .L src/amplitudes/TAmplConst.C+
root [9] .L src/amplitudes/TAmplH.C+
root [10] .L src/TAmplSum.C+
root [11] .L src/ampsums/TAmplSumBackg.C+
root [12] .L src/ampsums/TAmplSumSig.C+
root [13] .L src/TPDF.C+

```

Definimos o espaço de fase em relação ao decaimento estudado, cujo contorno pode ser visto através do método Draw. A associação de S13 (S23) ao eixo x (y), implica que as faixas vistas nesse eixo correspondem a ressonâncias que decaem para $K_S\pi^-$ ($K_S\pi^+$).

```

root [14] decay=new T3BdyDecay(S13,S23,"Bd->Kspipi");
root [15] TGraph *g=decay->Draw();
root [16] g->Draw("AC");

```

A distribuição de massa do sinal é fornecida como uma gaussiana centrada na massa de B^0 , com largura de 16 MeV.

```

root [17] TF1 *sig=new TF1("sig","exp(-(x-[0])*(x-[0]))/(2*[1]*[1]))",
  5.249,5.309);
root [18] sig->SetParameters(5.279, .016);
root [19] sig->Draw();

```

Iniciamos a construção da PDF definindo as amplitudes $a_i e^{i\delta_i} A_i(\vec{x}, M)$, onde A_i é uma função Breit-Wigner centrada em m_i , com largura w_i , magnitude a_i e fase δ_i . O módulo quadrado dessas amplitudes pode ser visualizado com o método Draw.

```

root [20] TVarD *a1=new TVarD("a1",1,.1,true);
root [21] TVarD *d1=new TVarD("d1",0,.1,true);
root [22] TVarD *m1=new TVarD("m1",2,0,true);
root [23] TVarD *w1=new TVarD("w1",.15,0,true);
root [24] TAmplBW *amp1= new TAmplBW(S13, a1, d1, m1, w1,0);
root [25] TH2D* hamp1=new TH2D("amp1","amplitude quadrada", 50,0, 25, 50,

```

```

0 ,25);
root [26] amp1->DrawAmpsq(hamp1);
root [27] hamp1->Draw("LEGO");

```

As duas ressonâncias do decaimento B^0 são representadas por amp1 e amp2, enquanto as ressonâncias de \bar{B}^0 são representadas por amp3 e amp4. As duas primeiras são definidas nas variáveis s_{13} , s_{12} e as segundas nas variáveis espelhadas s_{23} , s_{12} . Seguindo a receita do ajuste misto fixamos três parâmetros: a1, d1 e d3.

```

root [28] TVarD *a2=new TVarD("a2",1.2,.1);
root [29] TVarD *d2=new TVarD("d2",.6,.1);
root [30] TVarD *m2=new TVarD("m2",2,0,true);
root [31] TVarD *w2=new TVarD("w2",.1,0,true);
root [32] TAmpBW *amp2= new TAmpBW(S12, a2, d2, m2, w2,0);
root [33] TVarD *a3=new TVarD("a3",1,.1);
root [34] TVarD *d3=new TVarD("d3",0,.1,true);
root [35] TVarD *m3=new TVarD("m3",2,0,true);
root [36] TVarD *w3=new TVarD("w3",.15,0,true);
root [37] TAmpBW *amp3= new TAmpBW(S23, a3, d3, m3, w3,0);
root [38] TVarD *a4=new TVarD("a4",1.3,.1);
root [39] TVarD *d4=new TVarD("d4",2,.1);
root [40] TVarD *m4=new TVarD("m4",2,0,true);
root [41] TVarD *w4=new TVarD("w4",.1,0,true);
root [42] TAmpBW *amp4= new TAmpBW(S12, a4, d4, m4, w4,0);

```

As amplitudes dos decaimentos $B^0 \rightarrow K_s \pi^+ \pi^-$ e $\bar{B}^0 \rightarrow K_s \pi^+ \pi^-$ são dadas respectivamente por sumsig1 e sumsig2. Além da pdf mista, definimos por motivo didático as pdfs isoladas do primeiro e segundo decaimento. A forma dessas pdf's pode ser vista na figura A.1.

```

root [43] TAmpSumSig *sumsig1=new TAmpSumSig(sig, 0, amp1, amp2);
root [44] TAmpSumSig *sumsig2=new TAmpSumSig(sig, 0, amp3, amp4);
root [45] TPDF *pdf1=new TPDF(sumsig1);
root [46] TPDF *pdf2=new TPDF(sumsig2);
root [47] TPDF *pdf=new TPDF(sumsig1,sumsig2);
root [48] TH2D* hpdf1=new TH2D("pdf1","pdf1", 50,0, 25, 50, 0 ,25);
root [49] pdf1->DrawSum(hpdf1);
root [50] hpdf1->Draw("LEGO");

```

Os 10 mil eventos gerados, baseados na pdf mista podem ser vistos na figura A.1 d).

```

root [51] TTree *t=pdf->Generate(sig, 10000, 0 ,25 ,0, 25);
root [52] t->Print();
root [53] t->Draw("s23:s13");

```

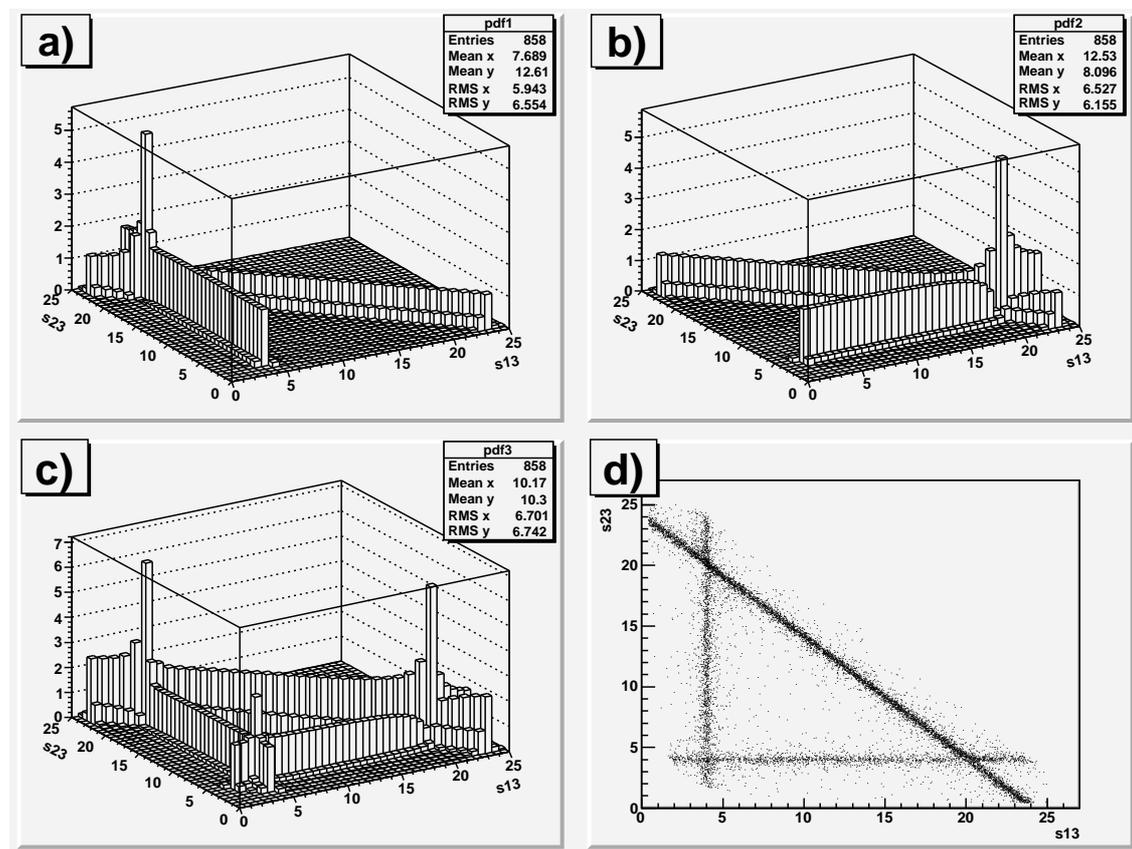


Figura A.1: Forma funcional de a) pdf1, b) pdf2, c) pdf. Em d) pode-se ver 10 mil eventos gerados, baseados na distribuição mista d).

Por último realizamos o ajuste dos dados gerados, onde definimos valores arbitrários para os parâmetros antes do procedimento.

```

root [54] *a2=1; *d2=0; *a3=1; *a4=1; *d4=0;
root [55] pdf->Fit(t);

```

MIGRAD MINIMIZATION HAS CONVERGED.

MIGRAD WILL VERIFY CONVERGENCE AND ERROR MATRIX.

COVARIANCE MATRIX CALCULATED SUCCESSFULLY

FCN=30076.7 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 173 CALLS 174 TOTAL

EDM=6.84362e-06 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE

EXT PARAMETER				STEP	FIRST
NO.	NAME	VALUE	ERROR	SIZE	DERIVATIVE
1	a1	1.00000e+00	fixed		
2	d1	0.00000e+00	fixed		
3	a2	1.21831e+00	7.00706e-02	2.37574e-03	8.34615e-03
4	d2	6.36885e-01	8.49913e-02	6.83432e-03	-4.48376e-03
5	a3	1.00453e+00	1.79341e-02	1.17463e-03	1.79035e-01
6	d3	0.00000e+00	fixed		
7	a4	1.29705e+00	6.74424e-02	2.21725e-03	-3.83239e-03
8	d4	2.01481e+00	6.78904e-02	5.56542e-03	2.25160e-02

EXTERNAL ERROR MATRIX. NDIM= 25 NPAR= 5 ERR DEF=1

4.910e-03	1.493e-03	1.112e-04	-4.081e-03	1.126e-03
1.493e-03	7.224e-03	-1.569e-04	-1.765e-03	1.118e-04
1.112e-04	-1.569e-04	3.216e-04	2.898e-04	-4.521e-05
-4.081e-03	-1.765e-03	2.898e-04	4.548e-03	-1.018e-03
1.126e-03	1.118e-04	-4.521e-05	-1.018e-03	4.609e-03

PARAMETER CORRELATION COEFFICIENTS

NO.	GLOBAL	3	4	5	7	8
3	0.91649	1.000	0.251	0.088	-0.864	0.237
4	0.31346	0.251	1.000	-0.103	-0.308	0.019
5	0.63414	0.088	-0.103	1.000	0.240	-0.037
7	0.92154	-0.864	-0.308	0.240	1.000	-0.222
8	0.24880	0.237	0.019	-0.037	-0.222	1.000

Real time 0:00:10, CP time 10.590

Pode-se notar a concordância entre os parâmetros usados na geração e os obtidos pelo processo de ajuste. Com esse exemplo podemos ver que o pacote URCA é de simples utilização, podendo ser facilmente adaptado para análises mais complexas envolvendo mais ressonâncias, a aceitação do DP e background.

Bibliografia

- [1] Particle Data Group, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **33** (2006).
- [2] F. Halzen, A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons (1984).
- [3] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, John Wiley & Sons (1987).
- [4] I. I. Bigi, A. I. Sanda, *CP Violation*, Cambridge University Press (1999).
- [5] L. Wolfenstein, *CP Violation*, North-Holland (1989).
- [6] E. Predazzi, E. Leader, *An Introduction to Gauge Theories and Modern Particle Physics: Vol 2*, Cambridge University Press (1996).
- [7] E. Byckling, K. Kajantie, *Particle Kinematics*, John Wiley & Sons (1973).
- [8] LHCb Collaboration, *LHCb Technical Proposal*, CERN-LHCC/1998-004.
- [9] LHCb Collaboration, *LHCb Magnet*, CERN-LHCC/2000-007.
- [10] LHCb Collaboration, *LHCb Calorimeters*, CERN-LHCC/2000-036.
- [11] LHCb Collaboration, *LHCb RICH*, CERN-LHCC/2000-037.
- [12] LHCb Collaboration, *LHCb Muon System*, CERN-LHCC/2001-010.
- [13] LHCb Collaboration, *LHCb VELO*, CERN-LHCC/2001-011.
- [14] LHCb Collaboration, *LHCb Outer Tracker*, CERN-LHCC/2001-024.
- [15] LHCb Collaboration, *LHCb Online System*, CERN-LHCC/2001-040.
- [16] LHCb Collaboration, *LHCb Inner Tracker*, CERN-LHCC/2002-029.
- [17] LHCb Collaboration, *LHCb Reoptimized detector design and performance*, CERN-LHCC/2003-030.

- [18] LHCb Collaboration, *LHCb Trigger*, CERN-LHCC/2003-031.
- [19] LHCb Collaboration, *LHCb Computing*, CERN-LHCC/2005-019.
- [20] T. D. Lee e C. N. Yang, Phys. Rev. **104**, 254 (1956).
- [21] C. S. Wu *et al.*, Phys. Rev. **105**, 1413 (1957).
- [22] J. H. Christenson *et al.*, Phys. Rev. Lett. **13**, 138 (1964).
- [23] A. Abashian *et al.*, Phys. Rev. Lett. **13**, 243 (1964).
- [24] BaBar collaboration, B. Aubert *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 091801 (2001).
- [25] Belle collaboration, K. Abe *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 091802 (2001).
- [26] M. Kobayashi e T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. (Japão) **49**, 652 (1973).
- [27] BaBar collaboration, B. Aubert *et al.*, hep-ex/0703020.
- [28] Belle collaboration, K. Abe *et al.*, hep-ex/0703036.
- [29] I. Bediaga, A. Correa, E. Predazzi, Phys. Lett. B, **215**,166 (1988).
- [30] <http://www.cern.ch/minuit>.
- [31] M. Gronau, D. London, Phys. Lett. B **253**, 483 (1991) ; M. Gronau, D. London, Phys. Lett. B **265**, 172 (1991).
- [32] D. Atwood, I. Dunietz, A. Soni, Phys. Rev. Lett. **78**, 3257 (1997).
- [33] A. Giri, Yu. Grossman, A. Soffer, J. Zuppan, Phys. Rev. D **68**, 054018 (2003).
- [34] BaBar collaboration, hep-ex/0507101.
- [35] Belle collaboration, K. Abe *et al.*, hep-ex/0308043.
- [36] M. Patel, *Measurements of γ at LHCb*, a aparecer nos anais do evento 4th Workshop in the CKM Unitarity Triangle 2006.
- [37] I. Bediaga, R. E. Blanco, C. Göbel, R. Méndez-Galain, Phys. Rev. Lett. **81**, 4067 (1998).
- [38] BaBar collaboration, B. Aubert *et al.*, hep-ex/0507004.
- [39] Belle Collaboration, A. Garmash *et al.*, Phys. Rev. Lett. **96** 251803 (2006), hep-ex/0512066.

- [40] M. Ciuchini, M. Pierini, L.Silvestrini, hep-ph/06010233.
- [41] M. Gronau, D. Pirjol, A. Soni, J. Zupan, hep-ph/0608243.
- [42] I. Bediaga, G. Guerrer, J. Miranda, hep-ph/0608268.
- [43] I. Bediaga, G. Guerrer, J. Miranda, a aparecer nos anais do evento 4th Workshop in the CKM Unitarity Triangle 2006, hep-ph/0703131.
- [44] Belle collaboration, K. Abe *et al.*, hep-ex/0610081.
- [45] Belle Collaboration, R. Kumar *et al.*, hep-ex/0607008.
- [46] C. W. Chiang *et al.*, Phys. Rev. **D69**, 034001 (2004).
- [47] M. Beneke, M. Neubert, Nucl. Phys., **B675**, 333 (2003).
- [48] G. Burdman and J.F. Donoghue, Phys. Rev. **45** 187 (1992).
- [49] S. Gardner, J.Tandean, Phys.Rev. **D69**, 034011 (2004).
- [50] M. Beneke and M.Neubert, Nucl. Phys, **B675**, 333 (2003).
- [51] A. J. Buras *et al.*, Phys.Rev.Lett.**92**, 101804 (2004).
- [52] I. Bediaga, F.S. Navarra and M, Nielsen Phys. Lett. **579 B**, 59 (2004).
- [53] H. Cheng and K. Yang, Phys.Rev.**D71**:054020, 2005 e A.K. Giri, B. Mawlong and R. Mohanta, hep-ph/0608088.
- [54] J. Damet, G. Ingelman, TSL/ISV-2001-0242.
- [55] G, Lamanna, hep-ex/0701052.
- [56] I. Bediaga, C. Göbel, R. Méndez-Galain, Phys. Rev. Lett. **78**, 22 (1997).
- [57] <http://www.gnu.org/software/gsl>.
- [58] <http://root.cern.ch>.