

30 ANOS DE PESQUISA EM FÍSICA

José Maria Filardo Bassalo

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas – CBPF/MCT
Rua Dr. Xavier Sigaud, 150
22290-180 – Urca, Rio de Janeiro, RJ - Brasil

Endereço Permanente
Departamento de Física – UFPA
Campus Universitário do Guama
66075-900 – Belém, PA - Brasil
www.amazon.com.br/bassalo

Neste artigo, apresentaremos um resumo dos trabalhos de pesquisa original em Física que desenvolvemos durante 30 anos, a partir de janeiro de 1972 até o presente momento, março de 2002. Esses trabalhos foram realizados seguindo, basicamente, três linhas de pesquisa: **1. Forma de Linhas Espectrais**, **2. Racemização e Atividade Óptica**, **3. Mecânica Quântica de de Broglie-Bohm**. Nas duas primeiras linhas, trabalhamos em colaboração com o projeto de pesquisa do físico paulista Mauro Sérgio Dorsa Cattani, atualmente Professor Titular do Instituto de Física da *Universidade de São Paulo*. Na terceira linha, também trabalhamos em colaboração com o projeto de pesquisa do físico paraense Antônio Boulhosa Nassar, atualmente professor da *University of California* e da *The Harvard-Westlake School*, nos Estados Unidos da América.

1. FORMA DE LINHAS ESPECTRAIS

A principal finalidade do estudo da **Forma de Linhas Espectrais** é obter informações sobre o comportamento de muitos corpos e sobre a estrutura de sistemas complexos. Estas informações são conseguidas relacionando a Forma da Linha, encontrada por intermédio de medidas espectroscópicas, com cálculos teóricos (clássicos, semiclássicos e quânticos). Em Astrofísica, por exemplo, comparando-se perfis calculados e observados poderemos obter informações sobre abundâncias relativas de elementos químicos e temperaturas efetivas de estrelas.

Nesta linha de pesquisa, basicamente, estudamos a **Forma de Linhas Espectrais Devida a Colisões Eletrônicas**, em diversos trabalhos descritos a seguir.

1.1. Em 1972,^[1] publicamos o primeiro trabalho dessa linha de pesquisa, no qual foram deduzidas expressões gerais para a largura e para o deslocamento de linhas espectrais atômicas produzidas por colisões de elétrons rápidos.

O cálculo da largura e do deslocamento de linhas espectrais atômicas havia sido realizado por Griem, Baranger, Kolb e Oertel (GBKO), em 1962.^[2] Contudo, esse cálculo apresentava um inconveniente, já que introduzia um "cut-off" para tratar as colisões fortes, bem como considerava os elétrons como partículas clássicas. Desse modo, esse cálculo era semiclássico.

Em nosso trabalho referido acima, foi considerada uma teoria quanto-mecânica com aproximação de impacto e com a expansão da *matriz S* de espalhamento até *segunda ordem de Born*. Desse modo, para obtermos as expressões referidas acima, aplicáveis apenas a linhas isoladas e Lorentzianas, os elétrons foram considerados como ondas planas e foram admitidas colisões, elásticas e inelásticas, entre esses elétrons e o átomo emissor. Também foram considerados estados degenerados e não-degenerados desse mesmo átomo emissor.

1.2. Em 1973,^[3] defendemos nossa *Tese de Mestrado* na Universidade de São Paulo, na qual é feita uma revisão da Teoria de Formas Espectrais desde o primeiro trabalho realizado por Lorentz, em 1906,^[4] até o formalismo quântico desenvolvido, principalmente, nos trabalhos de Baranger, em 1958 e 1962,^[5] de di Giacomo, em 1964 e 1966,^[6] e de Cattani, em 1968, 1970a-d e 1971.^[7]

No último Capítulo da *Tese*, aplicamos o formalismo quântico referido ao estudo da forma das linhas espectrais atômicas devido a colisões de elétrons rápidos, cujos principais resultados já haviam sido publicados em 1972.^[1] Os detalhes dos cálculos necessários à obtenção das expressões analíticas para a determinação da largura e do deslocamento de uma linha espectral atômica devido a colisões eletrônicas são apresentados no Apêndice da *Tese*.

1.3. Em 1974,^[8] publicamos um artigo no qual mostramos como as expressões para o cálculo prático da largura e do deslocamento de uma linha espectral atômica devido a colisões de elétrons rápidos^[1,3] são modificadas quando se leva em consideração, no potencial coulombiano, o "screening" de Debye-Hückel, de 1923,^[9] pois o longo alcance daquele potencial faz aparecer divergências espúrias naquele cálculo prático.

1.4-5. Em 1975,^[10,11] dois outros artigos foram publicados nos quais o formalismo quântico por nós desenvolvido nos trabalhos anteriores^[1,3,8] foi aplicado a casos concretos, quais sejam, o cálculo do alargamento e do deslocamento eletrônicos de algumas linhas espectrais [5876, 5048, 5015, 4713, 3964, 3889 Å (angstrom)] do hélio (He) em um plasma quente. No entanto, como a forma de uma linha espectral decorre de contribuições eletrônicas e iônicas, estas foram estimadas por meio de cálculos semiclássicos desenvolvidos por GBKO (1962) e Griem, em 1962, 1964 e 1968.^[12]

Os resultados das larguras e dos deslocamentos das linhas do He consideradas nesses dois trabalhos e obtidas por intermédio de nosso formalismo, ao serem comparados com os resultados experimentais de Böttcher, Roder e Wobig (BRW), em 1963,^[13] e com as estimativas teóricas de GBKO (1962) e de Griem (1962,1964), mostraram que existe um acordo razoável para as larguras, porém insatisfatório para os deslocamentos.

Interpretamos essas discrepâncias como devidas, principalmente, a efeitos de “screening” entre elétrons, íons e átomos neutros.

1.6. Ainda em 1975,^[14] defendemos nossa *Tese de Doutorado*, na qual, basicamente, são realizados os detalhes de cálculo das fórmulas do alargamento e do deslocamento da linha espectral 4713 Å (4^3s-2^3p) do átomo de He devido a colisões eletrônicas. Ainda nessa tese, com a intenção de explicar a discrepância encontrada entre o deslocamento dessa linha, calculado com o nosso formalismo, e o valor experimental de BRW (1963), introduzimos nesse formalismo um “screening efetivo”, objetivando considerar os efeitos de blindagem entre átomos neutros, íons e elétrons colidentes; com essa idéia, encontramos um bom acordo entre o nosso cálculo e o valor experimental referido. Contudo, quando usamos aquele “screening” para explicar resultados experimentais sobre o deslocamento de outras linhas do He, verificamos que o acordo não era satisfatório. Em vista disso, abandonamos essa idéia e passamos a melhorar cada vez mais nosso formalismo.

1.7-8. Em 1976,^[15,16] publicamos mais dois trabalhos. No primeiro deles, comparamos resultados teóricos obtidos por intermédio do formalismo semiclássico (GBKO, 1962; Griem, 1974), no qual são consideradas trajetórias clássicas para os elétrons colidentes (“straight path formalism” – SPF), com nossos resultados quanto-mecânicos, nos quais consideramos que a interação entre os elétrons perturbadores e os átomos emissores ocorre sob o **potencial de Coulomb** com o “screening” de **Debye-Hückel**, ou seja: $V(r) = (\hat{g}/r)e^{(-r/\ell_D)}$, onde r é a distância entre os centros de massa das partículas que interagem, \hat{g} é um operador que depende somente dos estados intermediários e independe da orientação relativa das partículas colidentes, e ℓ_D é o **raio de Debye-Hückel**. Ao considerarmos que é válida a **aproximação de Born** em segunda ordem, deduzimos expressões para a largura e para o deslocamento de uma linha espectral perturbada por elétrons. Ao compararmos nossos resultados com os do formalismo semiclássico, observamos que, no limite clássico ($\varepsilon = \lambda/\ell_D \ll 1$), os dois resultados são praticamente concordantes. No entanto, para $\varepsilon \geq 1$, os dois resultados começam a ser significativamente diferentes, indicando que um formalismo deve prevalecer sobre o outro. Assim, enquanto o nosso formalismo prevê que colisões com energia interna de desexcitação são mais prováveis que colisões com energia interna de excitação, o mesmo não acontece com o formalismo semiclássico, para o qual ambas colisões são igualmente prováveis. Segundo Cattani mostrou em 1973,^[17] tais diferenças ocorrem porque estados mais excitados são mais alargados do que os menos excitados.

Nos trabalhos anteriores, havíamos mostrado que nosso formalismo quanto-mecânico apresentava melhores resultados que os obtidos pelo formalismo semiclássico, conforme indicava a comparação com os resultados experimentais de BRW (1963). Contudo, Roder e Stampa, em 1964,^[18] mostraram que esses resultados experimentais apresentavam valores diferentes para as larguras das linhas do He, quando a densidade eletrônica começa a assumir valores acima de 10^{16} cm^{-3} , conforme indicavam os resultados experimentais de Wulff, em 1958,^[19] e de Berg, Ali, Lincke e Griem,

em 1962.^[20] Assim, no segundo trabalho que publicamos em 1976,^[16] nossos cálculos quanto-mecânicos (1972/1974) para a largura e para o deslocamento de algumas linhas do He (5876, 5048, 5016, 4713, 3888 e 3188 Å) foram comparados com aqueles resultados experimentais, bem como com os cálculos teóricos semiclássicos de GBKO (1962) e Griem (1962).

1.9. Em 1977,^[21] publicamos mais um trabalho no qual o alargamento e o deslocamento de mais duas linhas do He (4121, 4437 Å) foram apresentados usando nossos cálculos quanto-mecânicos (1972/1974). Estes, foram comparados com os resultados experimentais de BRW (1963) e de Wulff (1958) e com as estimativas semiclássicas de GBKO (1962). Como no cálculo das demais linhas, verificamos um bom acordo com os resultados experimentais.

1.10. Em virtude da objeção apresentada por Griem, em 1977,^[22] ao nosso formalismo quanto-mecânico, desenvolvido em 1972/1974, principalmente quando ele é aplicado ao cálculo das larguras das linhas espectrais isoladas de um átomo neutro, preparamos, em 1978,^[23] um trabalho no qual apresentamos uma revisão geral daquele formalismo, incluindo nossas fórmulas para o cálculo do alargamento e deslocamento eletrônicos devido a colisões eletrônicas das linhas espectrais isoladas do He neutro em um plasma quente. No Apêndice desse trabalho são tabelados vários **fatores de forma** que aparecem naquelas fórmulas, para diversas transições do He ($n=2-6$). Como conclusão desse artigo, chamamos a atenção para o fato de que, em virtude de serem as colisões inelásticas as principais responsáveis pelo alargamento de uma linha, provavelmente a **aproximação de Born em segunda ordem** não seja satisfatória (fato apontado por Griem em seu artigo), daí a necessidade da introdução de "cut-off" em nosso formalismo, para levar em consideração tais colisões.^[24] Por outro lado, observamos que nosso formalismo quanto-mecânico é satisfatório para o cálculo do deslocamento de linhas espectrais isoladas, como atestam os razoáveis acordos entre os resultados por nós obtidos e os resultados experimentais. Tais acordos provêm do fato de que o deslocamento decorre principalmente das colisões elásticas, para as quais vale aquela aproximação.

1.11. Em 1980,^[25] realizamos o cálculo da largura e do deslocamento eletrônicos de linhas isoladas do He neutro (7281, 7065, 6678, 5876, 5048, 5016, 4713, 4121, 3965, 3889, 3188, 2945 Å) por intermédio do chamado **Formalismo Convergente**, na aproximação de muitos níveis, desenvolvido por Cattani, em 1972/1978.^[26,27] A contribuição eletrônica para a forma dessas linhas foi calculada usando aquele método, enquanto para a contribuição iônica foi considerada a formulação semiclássica de GBKO (1962). Registre-se que os elementos de matriz de dipolo reduzidos usados em nossos cálculos foram obtidos usando-se a técnica do "oscillator strength", desenvolvida por Wiese, Smith e Glennon, em 1966,^[28] e a diferença entre os níveis de energia dos estados intermediários do átomo emissor dada por Moore, em 1949.^[29]

Em seu livro de 1974, Griem afirmou que o melhor acordo entre teoria e experiência para a forma da linha espectral do He neutro pode ser obtido se o "screening" de Debye-Hückel (1923) for negligenciável. Em

vista disso, em nosso trabalho referido acima, realizamos os cálculos levando ou não em consideração esse "screening". Desse modo, ao compará-los com os resultados experimentais de Wulff (1958), Berg, Ali, Lincke e Griem (1962), Kelleher, em 1977,^[30] e de Diatta, também em 1977,^[31] observamos que: 1) as larguras das linhas são praticamente independentes desse "screening"; 2) os efeitos devidos a esse "screening" afetam, algumas vezes e significativamente, os deslocamentos; 3) de um modo geral, um melhor acordo com a experiência é obtido se o "screening" não for considerado.

1.12-13. Em 1981,^[32,33] publicamos mais dois trabalhos nos quais usamos o **Formalismo Convergente**, na aproximação de muitos níveis, para calcular a contribuição eletrônica à forma de linhas espectrais atômicas do He neutro em um plasma. No primeiro desses trabalhos, a linha considerada do He foi

a 3965 Å. Ao compararmos os nossos resultados com os teóricos e experimentais de Pilon e Barnard, de 1980,^[34] e os experimentais de Diatta (1977), observamos que há um bom acordo com o primeiro, e um acordo razoável com o segundo. Ainda nesse trabalho encontramos um resultado importante, qual seja, o de que aquele formalismo pode ser aplicado à componente permitida de uma linha de duas componentes (permitida e proibida), como acontece com a linha do He considerada, e considerá-la como uma linha isolada.

Em 1971,^[35] Kusch havia determinado experimentalmente o **perfil Stark** da linha 5016 Å do He neutro. Ao compará-la com o cálculo teórico usando o formalismo semiclássico de GBKO (1962) e Griem (1974), observou uma discrepância da ordem de 1.7 entre os valores experimentais e teóricos. Essa discrepância foi confirmada por Einfeld e Saverby, em 1976.^[36]

Em vista disso, o segundo trabalho de 1981^[33] objetivou verificar a discrepância referida acima. Desse modo, traçamos o **perfil Stark** da linha 5016 Å do He usando a expressão apresentada por GBKO (1962), por Griem (1974) e por Barnard, Cooper e Smith, em 1974.^[37] Contudo, para a contribuição a esse perfil da largura e do deslocamento eletrônicos, consideramos nossos cálculos obtidos pelo formalismo convergente.

Nossas previsões teóricas foram então comparadas com os valores experimentais obtidos por Chiang, Murphy, Chen e Griem, em 1977,^[38] valores esses compostos do **perfil Stark** e de algumas larguras dessa linha, para diversas densidades eletrônicas. Observamos que havia um bom acordo entre nossos resultados teóricos e esses valores experimentais. Além do mais, a discrepância observada por Kusch não foi encontrada.

1.14. A **Teoria Convergente** foi novamente usada em trabalho que realizamos em 1982,^[39] no qual calculamos a largura e o deslocamento eletrônicos de 42 linhas do He neutro, para uma densidade eletrônica de 10^{16} cm^{-3} e temperaturas de 5.000, 10.000, 20.000 e 40.000 graus Kelvin. Para a contribuição iônica usamos os trabalhos de GBKO (1962) e Griem (1974).

1.15. Em 1972,^[1] apresentamos as expressões para o cálculo da largura e do deslocamento de uma linha espectral neutra, devidos à colisão de elétrons rápidos. Essas expressões, que foram obtidas assumindo a aproximação de impacto, dependem do cálculo de elementos de matrizes

envolvendo o potencial V de interação entre o elétron colidente e o átomo emissor. Esse cálculo, contudo, é extremamente laborioso para o caso geral de uma linha espectral atômica. Em 1968/1974,^[12] Griem havia mostrado que, para muitos íons e átomos neutros, um bom resultado teórico seria obtido considerando V como uma aproximação dipolar. Assim, usando esse argumento, em 1993,^[40] publicamos um trabalho no qual as fórmulas obtidas em 1972 são re-obtidas levando em conta essa aproximação. Em seguida, ao compararmos nossos resultados quanto-mecânicos com os semiclássicos obtidos por Griem, verificamos que há um bom acordo entre os dois formalismos.

2. RACEMIZAÇÃO E ATIVIDADE ÓPTICA

Em 1844, o químico alemão Eilhardt Mitscherlich observou que enquanto o ácido tartárico ($C_4H_6O_6$) apresentava atividade óptica, o mesmo não acontecia com o ácido racêmico, apesar de este ser isômero (hoje, diz-se enantiômero) daquele. Em experiências realizadas entre 1848 e 1850, o químico francês Louis Pasteur observou que a inatividade óptica do ácido racêmico decorria do fato de que ele era formado por dois tipos de cristais (na mesma quantidade) que giravam o plano de polarização da luz em sentido horário e anti-horário, respectivamente. Observou ainda Pasteur que um desses tipos era a imagem em espelho (especular) do outro. Em vista disso, classificou as moléculas que compunham esses cristais em dois tipos: **mão-direita** (hoje, **D-enantiômero**) e **mão-esquerda** (hoje, **L-enantiômero**).

A continuação do estudo dessa **assimetria molecular pasteuriana** demonstrou que a **atividade óptica** de um material opticamente ativo muda com o tempo. Assim, uma amostra desse material que contém predominantemente um tipo de enantiômero (**L**, por exemplo) pode transformar-se em **D** e, depois de um certo tempo, a amostra torna-se uma mistura com igual quantidade de cada enantiômero. Esse processo de relaxação é conhecido como **racemização**, e depende da interação da molécula ativa com o meio em que se encontra.

De 1991 até 1996,^[41] Cattani desenvolveu um novo modelo para explicar a racemização usando um formalismo quanto-mecânico de dois níveis.^[42] A partir de 1997, Cattani e eu publicamos artigos sobre esse tema, conforme veremos a seguir.

2.1-2. Em 1997/1999,^[43] publicamos um artigo no qual, ao assumirmos a atividade molecular como um sistema de dois-níveis, calculamos a racemização levando em conta os efeitos da interação fraca e de um potencial externo. Desse modo, mostramos que as interações fracas representam um papel fundamental na estabilização óptica de enantiômeros em gases comprimidos e em líquidos.

2.3. Em 1998,^[44] escrevemos um novo artigo no qual voltamos a assumir a atividade molecular como um sistema de dois níveis. Contudo, calculamos a racemização devido ao efeito de tunelamento levando em conta, também, como no artigo anterior, os efeitos da interação fraca e de um

potencial externo. Mostramos, então, que as interações fracas podem bloquear essa racemização tunelante de enantiômeros em gases comprimidos e em líquidos; e que, possivelmente, o mesmo não acontecerá em gases diluídos.

2.4. Em 2001,^[45] publicamos um artigo no qual calculamos a racemização em gases densos e em líquidos produzida por tunelamento natural e por interação binária randômica entre moléculas ativas e perturbadoras. Nesse artigo, observamos que a racemização decai exponencialmente mais rapidamente nos gases diluídos do que nos gases densos e nos líquidos.

3. MECÂNICA QUÂNTICA DE DE BROGLIE-BOHM

A **Mecânica Quântica de de Broglie-Bohm (MQBB)** estudada nessa linha de pesquisa associa o movimento de uma partícula em Mecânica Quântica Não-Relativista com o movimento de uma partícula em Dinâmica dos Fluidos. Ela foi proposta pelos físicos, o alemão Erwin Madelung, em 1926, e o francês, o Príncipe Louis Victor Pierre Raymond de Broglie, em 1926-1927, e desenvolvida pelo norte-americano David Bohm, em trabalhos realizados a partir de 1952 até próximo de sua morte, ocorrida em 1992.

Entre 1984 e 1986,^[46] Nassar realizou uma série de trabalhos nos quais aplicou essa MQBB em sistemas físicos sob a ação de um potencial geral e tratados pela **Equação de Schrödinger (ES)** em seus dois aspectos: *linear* e *não-linear*. Nesses trabalhos, basicamente, ele estudou a técnica dos **Invariantes de Ermakov-Lewis** e algumas aplicações dessa técnica como os **propagadores de Feynman**. Registre-se que essa MQBB resulta da aplicação da **Transformação de Madelung-Bohm** à **ES**, transformando-a em duas equações correspondentes às da Hidrodinâmica dos Fluidos. Por essa razão, a MQBB é também conhecida como **Interpretação Hidrodinâmica da Mecânica Quântica**.

A partir de 1986, incorporei-me nessa linha de pesquisa de Nassar e, com alguns professores do Departamento de Física da UFPA, realizamos uma série de trabalhos que descreveremos em seguida.

3.1. Em 1986,^[47] publicamos um artigo no qual usamos a lei de superposição não-linear de Reid e Ray^[48] para deduzirmos, a partir da **Equação de Schrödinger**, o **Propagador de Feynman** para o problema de uma partícula de massa dependente do tempo sujeita ao potencial harmônico com a frequência também dependente do tempo.

3.2. Em 1986,^[49] voltamos a calcular o **Propagador de Feynman** diretamente da **Equação de Schrödinger** e usando a lei de superposição não-linear de Reid e Ray, ainda para o problema de uma partícula de massa dependente do tempo sujeita ao potencial harmônico com a frequência também dependente do tempo. O principal resultado desse artigo foi a demonstração de que essa lei permite encontrar aquele propagador em função do propagador de uma partícula com massa constante sob a ação de um potencial harmônico com frequência constante ou a de um campo linear dependente do tempo.

3.3. Ainda em 1986,^[50] publicamos um novo artigo no qual mostramos que o uso de uma transformação espaço-temporal pode simplificar sobremaneira o cálculo do propagador de uma partícula com massa dependente do tempo e sujeita a um potencial do oscilador harmônico forçado com frequência variável no tempo. A transformação acima referida permite que esse propagador seja facilmente obtido por intermédio do propagador da partícula livre em um novo sistema de coordenadas espaço-temporal.

3.4. Em 1988,^[51] mostramos que os propagadores associados com ações não-locais não satisfazem a propriedade de composição dos propagadores e nem a **Fórmula de Van Vleck-Pauli**.^[52] Demonstramos, também, que os **Princípios de Mínima Ação** de Feynman^[53] e de Schwinger^[54] são idênticos quando aplicados a ações quadráticas não-locais. Por fim, usando esses princípios, calculamos o propagador associado com a ação relacionada a um elétron em um potencial randômico.

3.5. Em 1989,^[55] publicamos um trabalho no qual calculamos exatamente o **Propagador de Feynman** para uma partícula de massa variável no tempo sujeita a um potencial do oscilador harmônico tridimensional dependente do tempo em um campo magnético também dependente do tempo. Para realizarmos esse cálculo, resolvemos a **Equação de Schrödinger** por intermédio de uma adequada transformação espaço-temporal. Registre-se que esse artigo fez parte de minha *Tese de Professor Titular*, defendida no Departamento de Física da UFPA, em outubro de 1989, na qual apresentei um estudo sobre **O Oscilador Harmônico**, em seus aspectos clássico e quântico.

3.6. Em 1990,^[56] usamos o **Princípio de Mínima Ação de Schwinger** para deduzir o propagador de sistemas físicos dependentes do tempo e que podem ser expressos na forma quadrática. Apresentamos, também, um novo sistema de coordenadas do tipo translação-rotação as quais permitem determinar o propagador exato de um oscilador harmônico carregado tridimensional dependente do tempo e colocado em uma região de campos magnético e elétrico cruzados e que variam no tempo. Esse propagador é obtido a partir do propagador da partícula livre em um novo sistema de coordenadas espaço-bitemporal. Por fim, mostramos que a teoria eikonal quanto-mecânica para o problema em estudo decorre naturalmente daquele princípio.

3.7. Em 1991,^[57] calculamos o **Propagador de Feynman** para um oscilador harmônico carregado bidimensional dependente do tempo em um campo magnético também variável no tempo. Esse cálculo foi realizado solucionando a **Equação de Schrödinger** por intermédio de uma adequada transformação de escala espaço-temporal.

3.8. Em 1992,^[58] publicamos um trabalho no qual mostramos que o propagador calculado no trabalho de 1991 poderá ser obtido em função do **propagador da partícula livre**.

3.9. Em 1993,^[59] determinamos exatamente o **Propagador de Feynman** para uma Lagrangiana quadrática dependente do tempo, resolvendo a **Equação de Schrödinger**. Por intermédio de uma transformação dilatação-rotação, demonstramos que esse propagador pode ser obtido a partir do **Propagador da Partícula Livre** em um sistema de coordenadas espaço-temporal. Em nosso cálculo, não utilizamos a técnica das **Integrais de Caminho**. O resultado que obtivemos é comparado com os obtidos por Khandekar e Lawande.^[60]

3.10. Em 1995,^[61] demonstramos a equivalência entre os **Propagadores de Feynman** de sistemas quadráticos dependentes do tempo e as partículas livres. Essa demonstração foi realizada resolvendo a **Equação de Schrödinger** por intermédio de uma transformação dilatação-rotação.

3.11. Ainda em 1995,^[62] publicamos um artigo no qual apresentamos a solução da **Equação de Schrödinger (ES)** para potenciais quadráticos dependentes do tempo em termos do **Pacote de Airy (PA)**. Nesse trabalho demonstramos novos aspectos desse pacote considerando as propriedades aparentemente não familiares descobertas por Berry e Balazs.^[63] (Eles resolveram a **ES** para uma partícula livre e encontraram como solução um **PA** que não dispersa e que acelera.) A solução que encontramos, usando uma transformação de escala espaço-temporal, não somente contorna a tendência do pacote de acelerar-se, mas também torna possível a sua expansão ou contração no tempo.

3.12. Em 1996,^[64] calculamos exatamente o **Propagador de Feynman** para uma Lagrangiana quadrática tridimensional e dependente do tempo, resolvendo a **Equação de Schrödinger**. Por intermédio de uma rotação e uma lei de superposição não-linear de coordenadas, demonstramos que esse propagador pode ser obtido a partir do **Propagador da Partícula Livre** em um sistema de coordenadas espaço-temporal.

3.13. Em 1997,^[65] usamos a Mecânica Quântica de de Broglie-Bohm e desenvolvemos um protocolo para obter o **Propagador de Feynman** para uma função de onda-piloto em que os aspectos da potencial quântico são mantidos. Esse propagador foi obtido pela expansão dessa função no espaço das velocidades. Além do mais, nossa análise é estendida para incluir o mecanismo de fricção.

3.14. Em 1998,^[66] calculamos exatamente o **Propagador de Feynman** para uma Lagrangiana quadrática tridimensional e dependente do tempo, resolvendo a **Equação de Schrödinger**. Por intermédio de uma transformação translação-rotação de coordenadas, demonstramos que esse propagador pode ser obtido a partir do **Propagador da Partícula Livre** em um sistema de coordenadas espaço-temporal.

3.15. Em 2001,^[67] usamos o **Propagador de Feynman** para uma Lagrangiana quadrática dependente do tempo estudada nos artigos anteriores e calculamos o calor específico de um sistema dissipativo representado pela **Lagrangiana de Bateman-Caldirola-Kanai**.^[68]

Na conclusão deste artigo sobre os 30 anos de pesquisa original em Física, num total de 34, que realizamos como docente do Departamento de Física da Universidade Federal do Pará, é oportuno registrar que no decorrer desse tempo publicamos dez livros, sendo dois didáticos sobre assuntos curriculares^[69] e oito sobre a Crônica da Física.^[70]

REFERÊNCIAS

1. BASSALO, J. M. and CATTANI, M. 1972. **Broadening and Shift of Atomic Lines Produced by Fast Electron Collisions.** *Canadian Journal of Physics* **50**, p. 151. (Citação: Stedman, G. E. and Cade, N. A. 1973. *Journal of Physics C: Solid State Physics* **6**, p. 474.)
2. GRIEM, H. R., BARANGER, M., KOLB, A. C. and OERTEL, G. 1962. *Physical Review* **125**, p. 117.
3. BASSALO, J. M. 1973. **Tratamento Quântico do Alargamento e do Deslocamento de Linhas Espectrais Atômicas devido a Colisões Eletrônicas.** *Tese de Mestrado*, USP. (Orientador: Mauro Sérgio Dorsa Cattani.)
4. LORENTZ, H. A. 1906. *Proc. Acad. Sci. Amsterdam* **8**, p. 591.
5. BARANGER, M. 1958. *Physical Review* **111**, p. 494; ----- 1962. ?
6. DI GIACOMO, A. 1964. *Nuovo Cimento* **34**, p. 473; ----- 1966. *Nuovo Cimento* **B44**, p. 140.
7. CATTANI, M. 1968. *Tese de Doutorado*, USP; ----- 1970a. *Anais da Academia Brasileira de Ciências* **4**, p. 169; ----- 1970b. *Lettere Nuovo Cimento* **4**, p. 421; ----- 1970c. *Physics Letters* **A31**, p. 106; ----- 1970d. *Journal of Chemical Physics* **54**, p. 4566; ----- 1971. *Anais da Academia Brasileira de Ciências* **43**, p. 51.
8. BASSALO, J. M. and CATTANI, M. 1974. **Broadening and Shift of Atomic Lines Produced by Electron Collisions: The Debye Screening.** *Canadian Journal of Physics* **52**, p. 1843.
9. DEBYE, P. und HÜCKEL, E. 1923. *Physikalische Zeitschrift* **24**, p. 185.
10. BASSALO, J. M., YAMAMOTO, Y. and CATTANI, M. 1975. **Quantum Mechanical Calculations for the Electron Impact Broadening and Shift of the Line $4^3s - 2^3p$ of Helium in a Hot Plasma.** *Canadian Journal of Physics* **53**, p. 683.
11. BASSALO, J. M. and CATTANI, M. 1974. **Quantum Mechanical Calculations for the Electron Impact Broadening and Shift of Some Lines of Neutral Helium in a Hot Plasma.** *Canadian Journal of Physics* **53**, p. 2285. (Citações: Pargaman, L. E. 1980. *Ukrainskii Fizicheskii Zhurnal* **25**, p. 505; Dimitrijevic, M. S. and Grujic, P. 1978. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **19**, p. 407.)
12. GRIEM, H. R. 1962. *Astrophysical Journal* **136**, p. 422; ----- 1968. *Physical Review* **165**, p. 258; ----- 1974. **Spectral Line Broadening of Plasmas**, Academic Press.
13. BÖTTICHER, W., RODER, O. und Wobig, K. H. 1963. *Zeitschrift für Physik* **175**, p. 480.
14. BASSALO, J. M. F. 1975. **Cálculo Quântico do Alargamento e do deslocamento da Linha $4^3s - 2^3p$ do Hélio em um Plasma Quente.** *Tese de Doutorado*, USP. (Orientador: Mauro Sérgio Dorsa Cattani.)
15. BASSALO, J. M. and CATTANI, M. 1976. **Semiclassical and Quantum-Mechanical Calculations of the Pressure Line Shape in the Impact Approximation with the Debye Screening.** *Anais da Academia Brasileira de Ciências* **48**, p. 681.
16. BASSALO, J. M. and CATTANI, M. 1976. **Stark Broadening of Neutral Helium Lines in a Plasma: Quantum-Mechanical Calculations for the Impact Effects.** *Journal of Physics B: Atomic Molecular Physics* **9**, p. L181. (Citações: Kelleher, D. E. 1981. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **25**, p. 191; Freeman, R. R., Liao, P. F., Panock, R. and Humphrey, L. M. 1980. *Physical Review* **A22**, p. 1510; Griem, H. R. 1976. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics* **10**, p. L53.)
17. CATTANI, M. 1973. *Canadian Journal of Physics* **51**, p. 1388.
18. RODER, O. and STAMPA, A. 1964. *Zeitschrift für Physik* **178**, p. 348.
19. WULFF, H. 1958. *Zeitschrift für Physik* **150**, p. 614.

20. BERG, A. F., ALI, A. W., LINCKE, R. and GRIEM, H. R. 1962. *Physical Review* **125**, p. 199.
21. BASSALO, J. M. and CATTANI, M. 1977. **Stark Broadening of the Lines 4121A and 4437A of Helium in a Plasma: Quantum-Mechanical Calculations for the Electron Impacts Effects.** *Canadian Journal of Physics* **55**, p. 240.
22. GRIEM, H. R. 1977. *Journal of Physics B: Atomic and Molecular Physics* **10**, p. L53.
23. BASSALO, J. M. and CATTANI, M. 1978. **Electric-Impact Widths and Shifts of Neutral Helium Lines in a Plasma.** *Physical Review* **A18**, p. 2488.
24. A idéia do "cut-off" para estudar as colisões inelásticas foi apresentada pela primeira vez em: ANDERSON, P. W. 1949. *Physical Review* **76**, p. 647.
25. BASSALO, J. M., CATTANI, M. and WALDER, V. S. 1980. **Semiclassical Convergent Calculations for the Electron-Impact Broadening and Shift of Some Lines of Neutral Helium in a Hot Plasma.** *Physical Review* **A22**, p. 1194. (Citação: Pandey, G., Rao, N. K., Lambert, D. L., Simon Jeffery, C. and Asplund, M. 2001. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **324**, p. 937; Kelleher, D. E. 1981. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **25**, p. 191.)
26. CATTANI, M. 1972. *Physics Letters* **A38**, p. 147.
27. YAMAMOTO, Y. and CATTANI, M. 1978. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **20**, p. 271.
28. WIESE, W. L., SMITH, M. W. and GLENNON, B. M. 1966. **Atomic Transition Probabilities**, U. S. National Bureau of Standards, National Standard, References Data Series, **4**, U.S.
29. MOORE, C. E. 1949. **Atomic Energy Levels**, U. S. National Bureau of Standards, Circ. **467**, Volume **1**.
30. KELLEHER, D. E. 1977. *PhD Thesis*, University of Maryland.
31. DIATTA, C. S. 1977. *Thesis*, Université D'Orleans.
32. ARAÚJO, J. M. R., BASSALO, J. M. F., CATTANI, M. and WALDER, V. S. 1981. **Stark Broadening of neutral Helium Line 3965A.** *Revista Brasileira de Física* **11**, p. 877.
33. BASSALO, J. M. F., CATTANI, M. and WALDER, V. S. 1981. **Stark Profile and Widths of the Hel 5016A line in a Plasma.** *Revista Brasileira de Física* **11**, p. 881.
34. PILON, P. J. and BARNARD, A. J. 1980. *Canadian Journal of Physics* **57**, p. 1553.
35. KUSCH, H. J. 1971. *Z. Naturforscher* **A26**, p. 1970.
36. EINFELD, D. und SAVERBREY, G. 1976. *Z. Naturforscher* **A31**, p. 310.
37. BARNARD, A. J., COOPER, J. and SMITH, E. W. 1974. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **14**, p. 1025.
38. CHIANG, W. T., MURPHY, D. P., CHEN, Y. G. and GRIEM, H. R. 1977. *Z. Naturforscher* **A32**, p. 818.
39. BASSALO, J. M., CATTANI, M. and WALDER, V. S. 1982. **Convergent Calculations for Electron Impact Broadening and Shift of Neutral Helium Lines.** *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **28**, p. 75. (Citações: Milosavljevic, V. and Djenize, S. 2001. *European Physical Journal* **D15**, p. 99; Konjevic, N. 1999. *Physics Reports* **316**, p. 339; Mijatovic, Z., Konjevic, N., Ivkovic, M. and Kobilarov, R. 1995. *Physical Review* **E51**, p. 4891; Djenize, S., Skuljan, Lj., and Konjevic, R. 1995. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **54**, p. 581; Buscher, S., Glenzer, S., Wrubel, Th., and Kunze, H. J. 1995. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **54**, p. 73; Dimitrijevic, M. S. 1994. *Chemical Peculiar and Magnetic Stars*, p. 137; Heading, D. J., Marangos, J. P. and Burgess, D. D. 1992. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optics Physics* **25**, p. 4745; Kobilarov, R., Konjevic, N. and Popovic, M. V. 1989. *Physical Review* **A40**, 3871; Workman, J. M., Fannin, H. B., Brown, P. G. and Caruso, J. A. 1989. *Applied Spectroscopy* **43**, p. 621; Guimeráns, Y., Iglesias, E. J., Mandelbaum, D. and Sánchez, A. 1989. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **42**, p. 39; Vujicic, B. T., Djurovic, S. and Halenka, J. 1989. *Zeitschrift für Physik D – Atoms, Molecules und Clusters* **11**, p. 119; Michaud, G., Bergeron, P., Heber, U. and Wesemael, F. 1989. *The Astrophysical Journal* **338**, p. 417; Dimitrijevic, M. S. and Sahal-Bréchet, S. 1985. *Physical Review* **A31**, 316; Dimitrijevic, M. S. and Sahal-Bréchet, S. 1984. *Astronomy and Astrophysics* **136**, p. 289; Dimitrijevic, M. S. and Sahal-Bréchet, S. 1984. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **31**, p. 301.)

40. BASSALO, J. M. and CATTANI, M. 1993. **Quantum-Mechanical Formulas for the Electron-Impact Widths and Shifts of Isolated Lines of Neutral Atoms and Ions in Plasmas.** *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **50**, p. 359.
41. CATTANI, M. 1991. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **46**, p. 507; ----- 1993. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **49**, p. 325; ----- 1994. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **52**, p. 831; ---- 1995. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **54**, p. 1059; *Nuovo Cimento D17*, p. 1083; ----- 1996. *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **55**, p. 191.
42. BASSALO, J. M. F., CATTANI, M. S. D. e NASSAR, A. B. 2000. **Aspectos Contemporâneos da Física.** EDUFPA; BASSALO, J. M. F. e CATTANI, M. S. D. 1995. *ContactoS* **10**, p. 23; ----- 1995. *Revista Brasileira de Ensino da Física* **17**, p. 224.
43. CATTANI, M. and BASSALO, J. M. F. 1997. **Weak Interactions and the Stability of Optical Activity: a Two-Level Approach.** *Nuovo Cimento D19*, p. 977; ----- 1999. **On the Stability of Optical Activity: a Two-Level Approach.** *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **61**, p. 299.
44. CATTANI, M. and BASSALO, J. M. F. 1998. **Weak Interactions and the Tunneling Racemization.** *Chirality* **10**, p. 519. (Citação: Vardi, A. 2000. *Journal of Chemical Physics* **112**, p. 8743.)
45. CATTANI, M. and BASSALO, J. M. F. 2001. **Tunneling Racemization in the Dense Gases and Liquids.** *Journal of Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer* **69**, p. 107.
46. NASSAR, A. B. 1984. *Lettere al Nuovo Cimento* **41**, p. 476; *Physics Letters A106*, p. 43; ----- 1985. *Physics Letters A107, A109*, p. 471 (E), p. 1; *Journal of Physics A18*, p. L423, p. L509; *Physical Review A32*, p. 1862; ----- 1986. *Physical Review A33*, p. 2134; p. 3502, p. 4433 (E); *Journal of Mathematical Physics* **27**, p. 755, p. 2949; *Physica A141*, p. 24; *Journal of Physics A19*, p. L891; ----- and BERG, R. T. 1986. *Physical Review A34*, p. 2462.
47. NASSAR, A. B., BASSALO, J. M. F., ALENCAR, P. T. S. 1986. **Nonlinear Superposition Law and Feynman Propagator.** *Physics Letters A113*, p. 365. (Citações: Dantas, C. M. A., Pedrosa, I. A., and Baseia, B. 1992. *Physical Review A45*, p. 1320; Dutra, A. S. and Cheng, B. K. 1989. *Physical Review A39*, p. 5897; Jakubassa-Amundsen, D. H. and Macek, J. 1989. *Journal of Physics A: Mathematical and General* **22**, p. 4151; Natividade, C. P. 1988. *American Journal of Physics* **56**, p. 921; Extremera, A. 1988. *Physica Scripta* **38**, p. 207; Inomata, I. 1988. *Proceedings of the Adriatico Research Conference on Path Integral Method with Applications*, p. 114; Farina Souza, C. and Dutra, A. S. 1987. *Physics Letters A123*, p. 297; Cheng, B. K. 1987. *Revista Brasileira de Física* **17**, p. 478; Van Baal, P. and Auerbach, A. 1986. *Nuclear Physics B275*, p. 93.)
48. REID, J. L. and RAY, J. R. 1983. *Journal of Mathematical Physics* **24**, p. 2433; RAY, J. R. and REID, J. L. 1981. *Journal of Mathematical Physics* **22**, p. 91.
49. NASSAR, A. B., BASSALO, J. M. F., ANTUNES NETO, H. S. and ALENCAR, P. T. S. 1986. **Quantum-Mechanical Green's Function and Nonlinear Superposition Law.** *Nuovo Cimento A93*, 195.
50. NASSAR, A. B., BASSALO, J. M. F., ANTUNES NETO, H. S. and ALENCAR, P. T. S. 1986. **On the Use of Space-Time Transformation in Path-Integration.** *Journal of Physics A: Mathematical and General* **19**, p. L891.
51. NASSAR, A. B., BASSALO, J. M. F., ANTUNES NETO, H. S. and ALENCAR, P. T. S. 1988. **On the Propagator Related to an Electron in a Random Potential.** *Journal of Physics A: Mathematical and General* **21**, p. L451.
52. VAN VLECK, J. H. 1928. *Proceedings of the National Academy of Sciences* **14**, p. 178; PAULI, W. 1952. **Ausgewählte Kapitel Der Feldquantisierung**, Lectures Notes Zurich.
53. FEYNMAN, R. P. 1948. *Reviews of Modern Physics* **20**, p. 367.
54. SCHWINGER, J. S. 1951. *Physical Review* **82**, p. 914.
55. BASSALO, J. M. F., BOTELHO, L. C. L., ANTUNES NETO, H. S. and ALENCAR, P. T. S. 1989. **Feynman's Propagator for an Oscillator in a Changing Magnetic Field.** *Revista Brasileira de Física* **19**, p. 598; BASSALO, J. M. F. 1989. **O Oscilador Harmônico.** Tese de Professor Titular, DFUFPA (mimeo).

56. NASSAR, A. B., BOTELHO, L. C. L., BASSALO, J. M. F. and ALENCAR, P. T. S. 1990. **Schwinger Action Principle, Eikonal Theory and Two-Time Rotation-Translation Coordinates.** *Physica Scripta* **42**, p. 9.
57. BASSALO, J. M. F. 1991. **IN: Frontier Physics, Essays in Honour of Jayme Tiomno.** Editors: S. MacDowell, H. M. Nussenzveig and R. A. Salmeron, World Scientific, p. 99. (Citação: Grosche, C. and Steiner, F. 1998. **Handbook of Feynman Path Integrals.** Springer.)
58. BASSALO, J. M. F. e ALENCAR, P. T. S. 1992. **O Propagador de Feynman para o Oscilador Bi-Dimensional em um Campo Magnético Variável.** *Revista Brasileira de Ensino da Física* **14**, p. 16.
59. BASSALO, J. M. F. e ALENCAR, P. T. S. 1993. **Equivalência entre os Propagadores de Feynman para Sistemas Quadráticos Dependentes do Tempo e as Partículas Livres.** *Revista Brasileira de Ensino de Física* **15**, p. 28.
60. KHANDEKAR, D. C. and LAWANDE, S. V. 1986. *Physics Reports* **137**, p. 116.
61. BASSALO, J. M. F. 1995. **Equivalence among the Propagators of Time-Dependent Quadratic Systems and Free Particles, by Solving the Schrödinger Equation.** *Il Nuovo Cimento* **B110**, p. 23. (Citações: Haddadan, F. K. P., Allender, D. W. and Zumer, S. 2001. *Physical Review* **E64**, p. 061701; Botelho, L. C. L. 2001. *Journal of Physics A: Mathematical and General* **34**, p. L131; Znojil, M. 1996. *Mathematical Reviews* **9c-81.118**, p. 1872.)
62. NASSAR, A. B., BASSALO, J. M. F. and ALENCAR, P. T. S. 1995. **Dispersive Airy Packets.** *American Journal of Physics* **63**, p. 849. (Citação: Unnikrishnan, K. and Rau, A. R. P. 1996. *American Journal of Physics* **64**, p. 1034.)
63. BERRY, M. V. and BALAZS, N. L. 1979. *American Journal of Physics* **47**, p. 264.
64. BASSALO, J. M. F. 1996. **Equivalence among the Propagators of Three-Dimensional Time-Dependent Quadratic Systems and Free Particles, by Solving the Schrödinger Equation.** *Il Nuovo Cimento* **B111**, p. 793. (Citação: Haddadan, F. K. P., Allender, D. W. and Zumer, S. 2001. *Physical Review* **E64**, p. 061701; Grosche, C. and Steiner, F. 1998. **Handbook of Feynman Path Integrals.** Springer.)
65. NASSAR, A. B., BASSALO, J. M. F., ALENCAR, P. T. S., CANCELA, L. S. G. and CATTANI, M. 1997. *Physical Review* **E56**, p. 1230. (Citação: Botelho, L. C. L. and Silva, E. P. da 1998. *Physical Review* **E58**, p. 1141.)
66. BASSALO, J. M. F., ALENCAR, P. T. S. and CATTANI, M. 1998. **Equivalence among the Propagators of Three-Dimensional Time-Dependent Quadratic Systems and Free Particles.** *Il Nuovo Cimento* **B113**, p. 691.
67. BASSALO, J. M. F., ALVES, V. S., IGNÁCIO, W. P., NASSAR, A. B. and CATTANI, M. S. D. 2001. **Specific Heat of Dissipative Systems.** *Il Nuovo Cimento* **B116**, p. 427; ---- - 2001. *ContactoS* **39**, p. 26.
68. BATEMAN, H. 1931. *Physical Review* **38**, p. 815; CALDIROLA, P. 1941. *Nuovo Cimento* **18**, p. 393; KANAI, E. 1948. *Progress of Theoretical Physics* **3**, p. 440.
69. BASSALO, J. M. 1973. **Introdução à Mecânica dos Meios Contínuos.** EDUFPA; BASSALO, J. M. F., CATTANI, M. S. D. e NASSAR, A. B. 2000. **Aspectos Contemporâneos da Física.** EDUFPA.
70. BASSALO, J. M. F. 1987. **Crônicas da Física**, Tomo 1. EDUFPA; ---- 1990. **Crônicas da Física**, Tomo 2. EDUFPA; ---- 1992. **Crônicas da Física**, Tomo 3. EDUFPA; ---- 1994. **Crônicas da Física**, Tomo 4. EDUFPA; ---- 1998. **Crônicas da Física**, Tomo 5. EDUFPA; ---- 2001. **Crônicas da Física**, Tomo 6. EDUFPA; ---- 1996. **Nascimentos da Física: 3500 a.C.-1900 a.D.** EDUFPA; ---- 2000. **Nascimentos da Física: 1901-1950.** EDUFPA.