CBPF-CS-003/01

TRAJETO DA MATEMATICA
NO
RIO DE JANEIRO

Por

Luis Adauto da Justa Medeiros

Instituto de Matemática - UFRJ
Rio de Janeiro, RJ 2001

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas – CBPF/MCT
Rua Dr. Xavier Sigaud, 150
22290-180 – Rio de Janeiro, RJ, Brasil

"Muito poucos lêem e ouvem e são esses poucos
que passam os recados para a posteridade".

(Alfredo Marques)

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FISICAS

SUMÁRIO

1. Fotografia do "Velho Barracão" do CBPF
2. Introdução
   Faculdade de Ciências da UDF
- Departamento de Matemática da FNFI
- Instituto de Matemática Pura e Aplicada - CNPq
- Instituto de Matemática da UFR.J
- Laboratório Nacional de Computação Cientifica (MCT)

3. Anexo I

4. Anexo II

5. Anexo III

INTRODUÇÃO

Este breve artigo vem complementar o nosso de título:
Aspectos da Matemática no Rio de Janeiro, 46º Seminário Brasileiro de Análise (1997) pp 320-337, IM-UFF (Niterói-RJ).

O objetivo é acompanhar algumas instituições, onde a matemática foi desenvolvida, analisando as razões que proporcionaram sua criação. Inicia-se com a Faculdade de Ciências da UDF seguindo certos fatos relevantes até o atual Instituto de Matemática da UFRJ.

A criação da Faculdade de Ciências da UDF, em torno de 1930, foi decisiva para a organização da Matemática no Distrito Federal, hoje, Rio de Janeiro. Como já foi dito em outra oportunidade, cf. L.A. Medeiros, trabalho acima citado, Lélio I. Gama e Francisco de Oliveira Castro foram os bandeirantes desta fase difícil da organização universitária no país, cf. Alfredo Marques & Luiz Adauto Medeiros, Relembrando Oliveira Castro, Perfis, editado por F. Caruso & A. Troper, CBPF-CNPq (1997) pp. 432-459, Rio de Janeiro - RJ. Extinta a UDF, as idéias que aí norteavam os educadores ressurgiram na Faculdade Nacional de Filosofia (FNFi), da Universidade do Brasil, situada à Avenida Presidente Antônio Carlos, 40, na época, igualmente extinta em 1964, cf. L. A. Medeiros, op. Cit.

- .**Departamento de Matemática da FNFi**

Este departamento foi uma realização das idéias educacionais que inspiravam os organizadores da Faculdade de Ciências da UDF, com as restrições que o meio político fixava na época. Foram contratados professores estrangeiros para iniciar o trabalho de ensino e pesquisa no Departamento de Matemática que acabava de ser criado. Destaca-se, nesta fase inicial, Gabrielle Mamana, italiano, que trabalhava em Análise Matemática com ênfase em Cálculo das Variações, tendo como seu assistente José Abdelhay, licenciado em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP. Em virtude da Segunda Guerra Mundial, Mamana retornou à Italia, indicando José Abdelhay para substitui-lo, sendo este nomeado Catedrático Interino da Cátedra de Análise Matemática e Análise Superior do Departamento. Havia muitos interinos na FNFi que deveriam submeter-se a um concurso público para serem efetivados nas respectivas cátedras.

Em 2 de junho de 1950, foi publicado no Diário Oficial (Seção I) pp. 8453-8455, pelo Exmo Sr. Diretor da Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil, atualmente Universidade Federal do Rio de Janeiro, o edital de abertura de concurso para provimento do cargo de Professor Catedrático da Cadeira de Análise Matemática e Análise Superior da FNFi.

Dois foram os candidatos inscritos: José Abdelhay, ex-oficio, e Leopoldo Nachbin, apresentando, respectivamente, as seguintes teses:

- Bases para Espaços de Banach, Rio de Janeiro-RJ, 1950 (Anexo I).

- Topologia e Ordem, Chicago, Illinois, USA, 1950 (Anexo II).

Ambas as teses apresentadas, atuais na época, tinham excelente nível matemático.

O concurso teve dificuldades administrativas originando um impasse de difícil solução, retardando sua realização.

Em 1952 foram professores visitantes da FNFi, Jean Dieudonné, da Faculdade de Ciências de Nancy, França; Charles Ehresmann, da Universidade de Strasburg, França e Laurent Schwartz da Faculdade de Ciências de Paris, França.

Observaram a dificuldade existente devido à realização do concurso e na esperança de uma solução razoável, propuseram ao Magnífico Reitor da Universidade do Brasil, Professor Pedro Calmon, por meio da carta de 30 de setembro de 1952 (Anexo III), a criação de uma Segunda cátedra de Análise Matemática, para Leopoldo Nachbin, o que viria resolver de modo correto o problema, de importância para o desenvolvimento da Matemática no Rio de Janeiro.

Cópias desta carta foram enviadas às seguintes autoridades acadêmicas:

- Almirante Álvaro Alberto, Presidente do Conselho Nacional de Pesquisas;
- Arthur Moses, Presidente da Academia Brasileira de Ciências;
- José da Rocha Lagoa, chefe do Departamento de Matemática da FNFi;
- Joaquim da Costa Ribeiro, Diretor Científico do Conselho Nacional de Pesquisas;
- Cândido Lima da Silva Dias, Catedrático da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da USP e do Setor de Matemática do CNPq;

A carta não atingiu o objetivo visado, continuando o impasse.

Seria fundamental para o desenvolvimento da matemática no país a solução do impasse existente na FNFi. Assim, também na expectativa de soluciona-lo, foi que Cândido Lima da Silva Dias propôs ao Diretor Cientifico do CNPq, Joaquim da Costa Ribeiro, a criação de um Instituto de Matemática do CNPq, agregando Nachbin a uma Instituição de Pesquisa no Brasil. A idéia foi aceita e criado o Instituto de Matemática Pura e Aplicada do CNPq (IMPA-CNPq). Em seus dias iniciais o IMPA localizou-se em uma das salas do “Velho Barracão”, no Campus da UB, na Praia Vermelha, onde funcionava o Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF), também em fase de organização. O primeiro diretor do IMPA foi Lélio I. Gama. Deste modo o impasse do concurso desapareceu e Leopoldo Nachbin instalou-se em seu novo ambiente, desenvolvendo seminários de formação e selecionando estudantes para encaminha-los ao exterior para completarem sua educação matemática. Há quem diga que “o IMPA foi criado devido ao Nachbin e para o Nachbin”.

- **Instituto de Matemática Pura e Aplicada - CNPq**

Do CBPF foi transferido o IMPA, no final dos anos 50, para a Rua São Clemente, 245. Nesta fase já se estruturava como uma instituição de pesquisa. Havia um setor administrativo e se iniciava a organização de uma biblioteca com textos e periódicos selecionados. Havia uma bibliotecária e seu Diretor que era Lélio I. Gama foi substituído na segunda metade dos anos 60 por Lindolpho de Carvalho Dias.

Nesta fase da Rua São Clemente, 245, salienta-se a presença de Paulo Ribemboim que desenvolvia o setor de Álgebra promovendo a vinda do então jovem Otto Endler da Alemanha, que se radicou no Brasil.

Com o retorno de Elon Lages Lima, após seu doutoramento na Universidade de Chicago, iniciou-se o desenvolvimento da área de Geometria e Topologia. O IMPA desta fase mantinha atividades de pesquisa e ensino em Análise Matemática, Sistemas Dinâmicos, Geometria e Topologia. Nova geração de estudantes foi selecionada e encaminhada ao exterior para que completasse sua formação matemática.

Com a criação da Universidade de Brasília, as atenções foram para lá voltadas, onde se organizava um bom Departamento de Matemática, cujo coordenador inicial foi Leopoldo Nachbin. Com a crise de 1964 na Universidade de Brasília, a maioria de seus professores e alunos de lá se retirou. Alguns professores foram para o exterior e vários alunos, em fase de formação, dirigiram-se para o IMPA e para a FNFi.

A pós-graduação no IMPA, nesta época, era feita em convênio com a UFRJ. Três estudantes concluíram o Doutorado sob a orientação de Mauricio Matos Peixoto (Aristides Camargo Barreto, Jorge Sotomayor e Ivan Kupka).

Na Segunda metade dos anos 60 o IMPA transferiu-se para a Rua Luís de Camões, 68, Centro do Rio de Janeiro, permanecendo Lindolpho de Carvalho Dias na Direção.

Na Rua Luís de Camões, houve um progresso razoável pois havia financiamento de outras fontes além do CNPq. Desenvolveu-se a pós-graduação, estruturada nos moldes iniciais da Universidade de Brasília, e nova geração de excelentes estudantes concluiu o Mestrado sendo encaminhada a centros de bom nível no exterior.

Por ocasião do Colóquio Brasileiro de Matemática, realizado em 1967, em Poços de Caldas - MG, do qual fomos o coordenador, planejou-se a Escola Latina Americana de Matemática (ELAM), idealizada por Heitor Gorgolino de Souza, da OEA e Leopoldo Nachbin. Houve em Poços de Caldas, incluída nas atividades do Colóquio, uma reunião, por nós coordenada, para acertar as bases da organização da ELAM, na presença de vários representantes de países Latino Americanos. Nos surpreendeu divergências entre integrantes do IMPA com Leopoldo Nachbin criando um clima tenso de difícil solução. Numa segunda reunião chegou-se a uma conclusão satisfatória. A primeira ELAM realizou-se no IMPA.

Aquelas divergências colocadas sob o tapete em Poços de Caldas, surgiram mais fortes no IMPA da Rua Luís de Camões, envolvendo Leopoldo Nachbin, seus alunos e colaboradores, gerando um clima de difícil convivência, obrigando-os a uma retirada do IMPA. Nós, em particular, fomos para o CBPF e outros, inclusive Leopoldo Nachbin, foram

trabalhar na COPPE-UFRJ, no programa de Engenharia Matemática, coordenado por Guilherme Maurício de La Penha.

O IMPA progrediu e cresceu de modo considerável durante os anos 70 e 80, construindo sua sede própria à Rua Dona Castorina, 110, onde se localiza a melhor biblioteca de matemática do país e desenvolve várias linhas de pesquisa em matemática.

- **Instituto de Matemática da UFRJ**

A equipe de Análise Matemática que saiu do IMPA localizando-se na COPPE, juntamente com outros pesquisadores transferiram-se para o Instituto de Matemática da UFRJ, tendo como Diretor Guilherme Maurício de La Penha. Este Instituto, nascido da Reforma Universitária que extinguiu a Universidade do Brasil e criou a UFRJ, atravessava fase difícil. A maioria de seus professores era ligada a Escola Média e horistas, sem nenhuma visão do que seria um Instituto de Matemática de uma Universidade. A vinda desta equipe para o IM-UFRJ, trouxe idéias claras sobre os objetivos do Instituto e com o apoio das autoridades da UFRJ, foi possível reorganizar e planejar o IM, voltado para o ensino e a pesquisa básica, atitude esta que vem se mantendo até os dias de hoje.

- **Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC)**

Esta Instituição nasceu igualmente no interior do CBPF durante os anos 70. Em 1976 iniciou-se uma reestruturação do CBPF (Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas), até então uma instituição civil, para transforma-lo em um órgão do CNPq (Conselho Nacional de Pesquisas), cujo presidente era Linaldo Cavalcanti. A nova diretoria do CBPF convidou Marco Antônio Raupp para organizar um grupo de pesquisa em Análise Numérica dando origem a um novo departamento do CBPF, denominado Laboratório de Cálculo (LAC) concretizado em 1977. Participaram desta fase do LAC os pesquisadores: Abimael F. D. Loula; Augusto Cesar N. R. Galeão; Edgardo Taroco; Carlos A. Moura; Raul Antônio Feijó, além de M. A. Raupp.

Na época procurava-se desenvolver no país Centros de Computação o que motivou Guilherme de La Penha e Linaldo Cavalcanti a ampliação do LAC, transformando-o, em 1980 em um laboratório de Computação Cientifica (LCC), tendo como primeiro Diretor A. C. Olinto e Diretor Científico M. A. Raupp. Com o objetivo de ter uma ação em todo o país o LCC, em 1984, transformou-se em um Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC), com um braço em Belém PA, atualmente desativado. Quando Marco Antônio Raupp assumiu a direção do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) teve como seu substituto Augusto Cesar Gadelha na direção científica do LNCC.

Na segunda metade dos anos 90, o LNCC transferiu-se para sua sede própria localizada em Petrópolis onde desenvolve vários projetos de matemática aplicada. Contribui

para a formação de recursos humanos por meio do curso de pós – graduação com objetivo de formação de doutores em modelagem computacional.

ANEXO I

BASES PARA OS ESPAÇOS DE BANACH

por

JOSÉ ABDELHAY

Tese apresentada à Congregação da Faculdade Nacional de Filosofia para o concurso da Cadeira de Análise Matemática e Análise Superior

RIO DE JANEIRO
1950

1

INTRODUÇÃO

1. O conjunto, V, de todos os vetores do espaço (ordinário) goza das seguintes propriedades:

a) Existe, para cada par de elementos de V, uma operação de soma – que se indica com o símbolo $+$ – satisfazendo as condições:

(i) a soma de dois vetores é um vetor, isto é, a soma de dois elementos de V é um elemento de V;

(ii) a soma é uma operação comutativa e associativa;

(iii) se x, y e z são elementos de V, da hipótese $x + y = x + z$ decorre a igualdade $y = z$.

b) Existe uma operação de produto de um vetor por um número real. Se os símbolos x, y indicam vetores e as letras a, b indicam números reais, a operação em questão – que se denota por ax, quando aplicada ao vetor x e ao número real a – satisfaz as condições:

(i) o produto de um vetor por um número real é um vetor, isto é, o produto de um elemento de V por um número real é um elemento de V;

(ii) o produto é distributivo em relação a soma de vetores, isto é, $a(x + y) = ax + ay$;

(iii) $a(bx) = (ab)x$;

(iv) $1x = x$.

c) Existe uma função numérica definida em V – o comprimento de um elemento $x \in V$ – que se indica por $||x||$, e esta função satisfaz as seguintes condições:

(i) o comprimento de um vetor é nulo se, e somente se, o vetor é nulo, isto é, a função $||x||$ é nula num ponto se, e somente se, esse ponto é de natureza particular (precisamente, se, e somente se, o ponto é a origem do espaço vetorial V [1]);

(ii) o comprimento da soma de dois vetores é não maior do que a soma dos comprimentos dos vetores (em símbolos $||x + y|| \leq ||x|| + ||y||$);

(iii) $||ax|| = |a|\,||x||$;

(iv) se $\{x_n\}$ $(n = 1, 2, \ldots)$ é uma sucessão de vetores tal que $\lim\limits_{n,m\to\infty} ||x_n - x_m|| = 0$, existe um vetor x, isto é, um elemento de V, tal que

$$\lim_{n,m\to\infty} ||x_n - x|| = 0.$$

[1] Cfr. Abdelhay, J. Reticulados Vetoriais, Livraria Boffoni, 1948, pag. 11.

2. Para os elementos do conjunto C, de todas as funções reais, definidas num intervalo fechado (a, b) e contínuas nesse intervalo, existem também duas operações que, como as mencionadas acima, satisfazem as propriedades a) e b)[2]. Pode-se, outrossim, associar a cada elemento x, pertencente a C, um número real $||x||$, satisfazendo as condições (i)-(iv) da propriedade c), mencionada anteriormente[3].

3. O que acabamos de dizer para o conjunto C pode-se repetir para o conjunto, m, de todas as sucessões numéricas limitadas[4], para o conjunto, c, de todas as sucessões numéricas convergentes[4], para o conjunto, c_0, de todas as sucessões numéricas convergentes para zero[4], para o conjunto, (ℓ^p), onde p é um número maior do que 1, de todas as sucessões numéricas $\{a_n\}$ tais que a série $\sum_{i=1}^{\infty} |a_i|^p$ é convergente (o número $\sum_{i=1}^{\infty} |a_i|^p$ é $||\{a_n\}||$).

4. Cada um dos conjuntos supra citados é um *espaço de Banach*, isto é, é um conjunto para cujos elementos estão definidas duas operações satisfazendo as propriedades a) e b), anteriormente mencionadas, e uma função satisfazendo a propriedade c). A toda proposição relativa a um espaço de Banach – e, por conseguinte, estabelecida com fundamento nas propriedades das operações e da função $||x||$ – corresponde, como é óbvio, uma proposição para cada um dos espaços citados no número anterior. Isto significa, em outras palavras, que ao estudo dos espaços de Banach estão abertos os mais diversos campos de aplicações: Cálculo Vetorial, Teoria das funções contínuas, Teoria das sucessões numéricas.

5. Um estudo dos espaços de Banach e de algumas de suas aplicações às Teorias mencionadas acima e a outras (Teoria das funções somáveis, Equações diferenciais e integrais, Teoria das séries, etc.) pode-se encontrar no magnífico livro Théorie des Opérations Linéaires[5], cujo autor é o próprio Banach. O parágrafo três do Capítulo VII deste livro é dedicado ao estudo das bases para um espaço de Banach.

Um espaço de Banach diz-se dotado de base quando possui uma sucessão $\{w_n\}$ $(n = 1, 2, \ldots)$ tal que a todo elemento x, pertencente ao espaço, corresponde uma, e uma só, sucessão numérica $\{a_n\}$ satisfazendo a condição $x = \sum_{i=1}^{\infty} a_i w_i$.

Para um espaço de Banach, dotado de base, existe, pois, um sistema de coordenadas: os números reais a_n tais que $x = \sum_{i=1}^{\infty} a_i w_i$ são as coordenadas (ou as componentes) do elemento x.

6. O conjunto, V, de todos os vetores do espaço (ordinário) é um espaço de Banach dotado de base, pois, fixados três vetores não coplanares i, j, k, a todo vetor v estão

[2]As operações em questão são as operações usuais de soma de funções e produto de uma função por um número real.

[3]Cfr. Abdelhay, J. Loc. cit., pag. 13.

[4]As operações são as usuais de soma de sucessões e produto de uma sucessão por um número real. O número $||x||$ associado ao elemento $x = \{a_n\}$ é o extremo superior de $\{a_n\}$.

[5]Banach, S. Théorie des opérations linéaires, Monographies Mathématiques, Varsovie, 1932.

associados três, e somente três, números reais a, b, c tais que $v = ai + bj + ck$.

Os três vetores i, j, k constituem, pois, uma base para o espaço V.

O espaço, c_0 , de todas as sucessões numéricas convergentes para zero é também dotado de base. A sucessão $\{w_n\}$, onde, para $i = 1, 2, \ldots$, é $w_i = \{\delta_{in}\}$ e $\delta_{in} = 1$ para $i = n$, $\delta_{in} = 0$ para $i = n$, é uma base para c_0 .

Esta mesma sucessão é uma base para cada um dos espaços (ℓ^p), mencionados anteriormente.

O espaço C e os espaços (L^p) [6] possuem bases. O espaço m não é dotado de base.

7. Um espaço de Banach dotado de base é separável, isto é, existe uma sucessão de elementos do espaço que é densa nele. Em outras palavras, pode-se dizer que para um espaço dotado de base existe uma sucessão de elementos, pertencentes ao espaço, tal que qualquer elemento do espaço é tão vizinho quanto se queira de algum elemento da sucessão. É o que acontece no conjunto de todos os vetores do espaço (ordinário): os vetores cujas componentes são números racionais formam uma sucessão de vetores tal que qualquer outro vetor é tão vizinho de um membro da sucessão, quanto se queira.

No caso das funções contínuas – espaço C –, o conjunto de todos os polinômios com coeficientes racionais é uma sucessão densa em C.

8. O que foi visto no número anterior e o fato de haver um sistema de coordenadas para os espaços dotados de base tornam de particular interesse o estudo destes espaços. Com efeito, a possibilidade de se identificar um elemento do espaço com uma sucessão de números reais e a de se aproximar (tanto quanto se queira) um elemento por outro de uma prefixada sucessão são de valor inestimável para a descoberta de novas propriedades.

A existência de um sistema de coordenadas sugere, por exemplo, a introdução de uma ordem parcial para o espaço[7]. Diremos que o elemento x não precede o elemento y se, e somente se, as coordenadas de x não são menores que as coordenadas homônimas do elemento y (coordenadas homônimas são as correspondentes ao mesmo índice).

Há um enriquecimento nas propriedades de um espaço dotado de base. Além das de natureza algébrico-topológicas (isto é, dependentes das operações e da distância entre os elementos), há também as propriedades que se baseiam sobre o conceito de ordem parcial.

9. Nesta tese estudamos os espaços de Banach de dimensão infinita[8], que possuem bases, dando atenção particular às propriedades que envolvem a noção de ordem parcial. Não significa isto nenhuma predileção; o estudo das propriedades de natureza puramente algébrico-topológicas dos espaços de Banach dotados de base é um assunto encerrado em suas linhas centrais.

10. Os lemas do Capítulo I, os Teorema 1, 2, 13, 2.3 e os seis primeiros do Capítulo IV, embora já conhecidos[9], foram incluídos neste trabalho afim de não comprometer-lhe

[6] Banach, S. Loc. cit., pag. 12.

[7] Abdelhay, J. Loc. cit., pag. 2.

[8] Banach, S. Loc. cit., p. 193.

[9] Cfr.: Banach, S. Loc. cit., p. 106-114 e p. 237-238; Kakutani, S. Concrete representation of abstract (L)-spaces and the mean ergodic theorem. (Annals of Math., vol. 42 (1941), p. 530; Hille, E. Functional

a unidade.

Acreditamos que sejam originais os demais resultados. Queremos, porém, deixar consignadas nossas reservas quanto a isto, pois não nos tem sido acessível grande parte das revistas matemáticas.

11. Procuramos indicar a origem de todas as noções e proposições não explicitamente formuladas neste trabalho. Com isto quizemos, de um lado, evitar qualquer dificuldade que pudesse, eventualmente, ter origem na terminologia adotada e, de outro, facilitar o trabalho do leitor.

12. Esta tese está dividida em cinco capítulos. No primeiro estudamos as bases absolutas e as regulares. O último destes conceitos foi introduzido com o propósito de tornar completa a ordem resultante da existência de base; o primeiro, afim de que o espaço se tornasse um reticulado vetorial.

A introdução dos mencionados conceitos, sobretudo o de base absoluta, foi, pois, absolutamente natural. Com efeito, uma ordem "tem mais vida" quando todos os conjuntos limitados (no sentido dela), e principalmente os conjuntos finitos, têm um mínimo e um máximo elementos.

No segundo capítulo introduzimos uma operação de produto para os elementos de um espaço de Banach dotado de base regular. Obtivemos, com isto, uma álgebra de Banach real[10].

Os elementos reversíveis[11] desta álgebra e algumas aplicações dos resultados obtidos no Capítulo I foi o objeto de estudo do Capítulo II.

13. Um espaço de Banach E, dotado de base, é um subespaço linear fechado do espaço, C, de todas as funções contínuas no intervalo fechado $(0,1)$ [12] e, por conseguinte, E é parcialmente ordenado pela ordem induzida da ordem de C (cfr. a página 34). Por outro lado, E é dotado de uma ordem parcial que deriva da existência de base. Pois bem, as relações entre estas duas ordens parciais e as propriedades que delas resultam constituiram o objeto de estudo do Capítulo III desta tese.

Apresentamos, neste capítulo, a demonstração (cfr. a página 44, Teorema 3.12) de um resultado que foi objeto de uma comunicação a Academia de Ciências de Paris[13].

O estabelecimento do Teorema 3.14 (cfr. p. 47) resolve em parte, tendo em vista o Corolário 3.14, um problema proposto por Banach[14].

14. No Capítulo IV estudamos as relações entre um espaço de Banach e seus conjugados[15] quando um dos espaços é dotado de base.

Analysis and Semi-Groups. Amer. Math. Soc. Coloquium Publications, 1948, p. 455-458; Pettis, B.J. A note on regular Banach spaces. Bull. Amer. Math. Soc., vol. 44 (1938), p. 420-428; Karlin, S. Bases in Banach spaces. Duke Math. Journal, 15 (1948), p. 971-985.

[10]Hille, E. Loc. cit., p. 12.

[11]Hille, E. Loc. cit., p. 455-59.

[12]Banach, S. Loc. cit. pag. 185.

[13]Abdelhary, J. Caractérisation de l'espace de Banach de toutes les suites de nombres réels tendant vers zero. Comptes Rendus de l'Ac. de Sc. de Paris, Tome 229 (1949), p. 1111-1112.

[14]Banach, S. Loc. cit., p. 238.

[15]Banach, S. Loc. cit., p. 188.

5

Particular atenção foi dada as caracterizações dos espaços reflexivos.

15. O Capítulo V é dedicado ao estudo dos espaços de Banach complexos dotados de base de natureza particular (bases restritas, cfr. páginas 73-87). No número 32 (páginas 86-87) damos uma caracterização do espaço de todas as sucessões de números complexos que convergem para zero.

6

BIBLIOGRAFIA

[1] Abdelhay, J. Reticulados vetoriais. Livraria Boffoni, Rio de Janeiro, 1948.

[2] Abdelhay, J. Curso de Análise Matemática (redigido pelo Prof. Luiz Paulo M. Maia), vol. I, 1ª parte.

[3] Banach, S. Théorie des opérations linéaires. Monographies Mathématiques, Varsovie, 1932.

[4] Bourbaki, N. Théorie des ensembles (fascicule de résultats). Act. Scient. et Ind. (846), Hermann, Paris, 1939.

[5] Pontrjagin, L. Topological groups. Princ. Math. Ser., Princeton Univ. Press, Princeton, 1946.

[6] Birkhhoff, G. Lattice Theory. Amer. Math. Soc. Colloquium Publication, New York, 1940.

[7] Abdelhay, J. On a theorem of representation. Bull. of the Amer. Math. Soc., vol. 55, nª 4, p. 408-417.

[8] Kakutani, S. Concrete representation of abstract (L)-spaces and the mean ergodic theorem. Annals of Math., vol. 42 (1941), 523-537.

[9] Karlin, S. Bases in Banach spaces. Duke Math. Journal, vol. 15 (1948), p. 971-986.

[10] Abdelhay, J. Introdução ao estudo da integral de Lebesgue das funções reais de uma variável real. Revista Brasileira de Estatística, nª 13, ano IV (Janeiro-Março de 1943).

[11] Zygmund, A. Trigonometrical Series. Monographies Mathématiques, Varsovie, 1935.

[12] Lebesgue, H. Leçons sur les séries trigonométriques. Mon. sur la Th. des fonct., G. Villars, Paris, 1906.

[13] Hardy, G.H. e Rogosinski, W.W. Fourier Series. Cambridge Tracts in Math. and Math. Phys., Cambridge Un. Press, Cambridge, 1944.

[14] Murray, F.J. An Introduction to linear transformations in Hilbert space. Princ. Univ. Press, Princ., 1941.

[15] Kakutani, S. Concrete representation of (M)-spaces. Annals of Math., vol. 42 (1941), p. 994-1024.

[16] Bohnenblust, H.F. e Kakutani, S. Concrete representation of (M)-spaces. Annals of Math., vol. 42 (1941), p. 1025-1028.

[17] Arens, R. Representation of * algebras. Duke Math. Journal, vol. 14 (1947), p. 269-282.

[18] Abdelhay, J. Caractérisation de l'espace de Banach de toutes les suites de nombres réels tendant vers zero. Comptes Rendus de l'Acad. de Sciences de Paris, Tome 229 (1949), p. 1111-1112.

[19] Abdelhay, J. Transformações lineares nos espaços de Hilbert. Cadernos de Matemática, nº 1, Rio de Janeiro, 1949.

[20] Rickart, C.E. The uniqueness of norm problem in Banach algebras. Annals of Math., vol. 51 (1950), p. 615-628.

[21] Bourbaki, N. Algèbre. Act. Scient. et Ind. (934), Hermann, Paris, 1942.

[22] Hille, E. Functional Analysis and semi-groups. Amer. Math. Soc. Colloquium Publ., vol. XXXI, N. York, 1948.

ANEXO II

Topologia
e
Ordem

Por

LEOPOLDO NACHBIN

Docente Livre de Análise Matemática e Análise Superior
da Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil

Membro Associado da Seção de Matemática
Da Academia Brasileira de Ciências

Research Associate do Departamento de Matemática
da Universidade de Chicago

C H I C A G O - I L L I N O I S - 1950

Dedico esta Tese à minha mãe

LOTTY NACHBIN

Mais à quoi bon cela, dira-t-on? Je réponds, à perfectionner l'art d'inventer; car il faudrait avoir des méthodes pour venir à bout de tout ce qui peut se trouver par raison.

LEIBNITZ (*Opera philologica*, Lettre VIII a M. de Montmort)

Desejo deixar consignados os meus agradecimentos à Academia Brasileira de Ciências e à Universidade do Brasil pelo apoio inestimavel dispensado à minha viagem de estudos aos Estados Unidos da América, realizada no período de Outubro de 1948 a Setembro de 1950.

À Academia Brasileira de Ciências tenho a agradecer a honra com que me distinguiu dirigindo ao Governo Brasileiro um memorial em que expressava seu ponto de vista a meu respeito.

À Universidade do Brasil devo o interesse valiosissimo, revelado em várias épocas, por meus planos de pesquisas em Matematica.

Desejo, além disso, testemunhar a minha gratidão à Fundação Guggenheim, de New York, pela Bolsa de Estudos que me outorgou - no gôzo da qual esta Tese foi redigida - proporcionando-me o ensejo de trabalhar nos centros matemáticos dos mais ativos dos Estados Unidos da América, bem como aos Professores M. H. Stone, chefe do Departamento de Matemática da Universidade de Chicago, A. A. Albert, da mesma Universidade, e J. Dieudonné, da Universidade de Nancy, França, não somente pela recomendação de meu nome à referida Bolsa de Estudos, como tambem pelo estímulo que sempre me dispensaram.

PREFÁCIO

O objetivo dêste trabalho é a apresentação de resultados obtidos pelo autor em pesquisas, iniciadas em 1947, sôbre os espaços munidos ao mesmo tempo de uma estrutura topológica e de uma estrutura de ordem. Alguns dêsses resultados foram comunicados, sem as respectivas demonstrações, à Académie des Sciences de Paris, tendo um resumo dos mesmos aparecido, em princípios de 1948, nos Comptes Rendus dessa Academia (Consultar a Bibliografia no fim dêste trabalho). Uma parte do conteúdo dêste trabalho foi, tambem, objeto de uma comunicação do autor ao International Congress of Mathematicians, que se reunirá em 1950 na Universidade de Harvard.

Tomando como ponto de partida os estudos fundamentais, já clássicos, de P. Urysohn e A. Weil no campo da Topologia geral, introduzimos aqui os conceitos de espaço topológico normalmente ordenado, de espaço compacto ordenado e de espaço uniforme ordenado, e generalizamos a êstes espaços os resultados e aspectos mais destacados da teoria desenvolvida por Urysohn e Weil. Os vários capítulos dêste trabalho acham-se precedidos de resumos nos quais o leitor encontrará uma descrição do seu conteúdo.

O presente trabalho acha-se, essencialmente, dividido em duas partes.

A primeira, de carater meramente introdutório, tem como uma de suas finalidades a fixação da terminologia adotada, a qual, de resto, salvo algumas exceções, concorda com a terminologia seguida por N. Bourbaki nos fascículos até agora publicados de seu bem conhecido tratado Éléments de Mathématiques. Esta parte introdutória possue, além disso, o objetivo didático de apresentar os conceitos, de que faremos uso sistematicamente, e sua evolução histórica, facilitando, assim, a leitura dêste trabalho

por pessoa não iniciada na Matemática moderna. Devemos, todavia, salien-tar que todo o conteúdo da Introdução encontra-se exposto detalhadamente, por vezes de modo excelente, em vários livros que indicamos no fim de ca-da parágrafo, nos quais o leitor encontrará uma exposição mais ampla dês-se material e suas ramificações. Alguns poucos resultados e definições que são empregados neste trabalho de maneira verdadeiramente ocasional, não foram incluidos na Introdução e encontram-se nas referências menciona-das.

A segunda parte dêste trabalho abrange os Capitulos I, II e III sen-do dedicada à exposição propriamente dita da teoria dos espaços topológi-cos e uniformes ordenados, e de resultados sôbre os espaços vetoriais to-pológicos ordenados.

O parágrafo 1 da Introdução contem várias referências bibliográfi-cas, selecionadas dentre as que podem facilitar a tarefa do leitor dese-joso de seguir mais de perto a marcha histórica das ideias matemáticas que conduzem aos problemas que abordamos. A partir do paragrafo 2 da In-trodução, porém, passamos a nos referir à Bibliografia no fim dêste tra-balho, indicando, para êsse efeito, o nome de cada autor seguido de um algarismo.

Leopoldo Nachbin

10 de Agosto de 1950
Chicago, Illinois

ÍNDICE

INTRODUÇÃO

N° 1. Histórico.....p. 1
N° 2. Teoria dos conjuntos.....p. 9
N° 3. Espaços topológicos.....p. 12
N° 4. Conjuntos ordenados.....p. 22
N° 5. Grupos e espaços vetoriais.....p. 25

CAPÍTULO I: ESPAÇOS TOPOLÓGICOS ORDENADOS

Resumo.....p. 30
N° 1. Ordem fechada e topologia convexa.....p. 30
N° 2. Espaços normalmente ordenados.....p. 33
N° 3. Espaços compactos ordenados.....p. 52

CAPÍTULO II: ESPAÇOS UNIFORMES ORDENADOS

Resumo.....p. 60
N° 1. Espaços completamente regulares ordenados.....p. 61
N° 2. Estruturas uniformes ordenadas.....p. 67

CAPÍTULO III: ESPAÇOS VETORIAIS TOPOLÓGICOS ORDENADOS

Resumo.....p. 96
N° 1. Generalidades.....p. 96
N° 2. Continuidade de transformações lineares positivas.....p. 106

BIBLIOGRAFIA.....p. 113

BIBLIOGRAFIA

P. ALEXANDROFF e H. HOPF:

1. Topologie, Berlin, 1935.

S. BANACH:

1. Théorie des opérations linéaires, Varsovia, 1932.

G. BIRKHOFF:

1. Lattice theory, New York, 1948.

N. BOURBAKI:

1. Théorie des ensembles, fascicule de résultats, Paris, 1939.
2. Topologie générale, chap. I et II, Paris, 1940.
3. Topologie générale, chap. III et IV, Paris, 1942.
4. Topologie générale, chap. IX, Paris, 1948.
5. Algèbre, chap. I, Paris, 1942.
6. Algèbre, chap. II, Paris, 1947.

J. DIEUDONNÉ:

1. La dualité dans les espaces vectoriels topologiques, Annales de l'École Normale Supérieure, vol. 59, 1942.
2. (com L. SCHWARTZ) La dualité dans les espaces $(\mathcal{F})$ et $(\mathcal{LF})$, Annales de l'Institut Fourier, vol. 1, 1950.

V. GLIVENKO:

1. Théorie générale des structures, Paris, 1938.

P. HALMOS:

1. Finite dimensional vector spaces, Princeton, 1942.

S. KAKUTANI:

1. Über die Metrisation der topologischen Gruppen, Proceedings of

the Imperial Academy of Tokyo, vol. 12, 1936.

S. LEFSCHETZ:

1. Algebraic Topology, New York, 1942.

S. MAZUR:

1. (com W. ORLICZ) Über Folgen linearer Operationen, Studia Mathema-tica, vol. 4, 1933.

L. NACHBIN:

1. Sur les espaces topologiques ordonnés, Comptes Rendus de l'Acade-mie des Sciences de Paris, vol. 226, 1948.
2. Sur les espaces uniformisables ordonnés, ib., vol. 226, 1948.
3. Sur les espaces uniformes ordonnés, ib., vol. 226, 1948.
4. Espaços vetoriais topológicos, Rio de Janeiro, 1948.
5. On the continuity of positive linear transformations, Proceedings of the International Congress of Mathematicians (a ser publicado), Cambridge, U. S. A., 1950.

M. H. STONE:

1. The generalized Weierstrass approximation theorem, Mathematics Magazine, vol. 21, 1948.

A. WEIL:

1. Sur les espaces à structure uniforme et sur la Topologie généra-le, Paris, 1937.

ANEXO III

UNIVERSIDADE DO BRASIL-

-;

Monsieur Recteur
de l'Universidade
do Brasil
RIO DE JANEIRO

Rio de Janeiro,30 Sept. l952

Monsieur le Recteur

Au moment oû vont se terminer les cours que nous avons été invités a donner a la Faculdade de Filosofia de I'Universidade do Brasil, nous tenons à vous exprimer nos très vifs remerciements pour nous avoir permis de réaliser des enseignements que nous espérons avoir été profitables. Nous remercions tous nos collègues pour leur co1laboration empressée et efficace, et nous avons été particulièrment satisfaits de 1'assiduité et de l'intérêt soutenu que n'ont cessé de manifester les auditeurs de nos cours dont l'ardeur au travail et le goût pour la recherche scientifique nous font bien augurer de l'avenir de l'école mathématique bresilienne .

Nous sommes persuadés en effect que les recherches mathé matiques peuvent et doivent se développer au Brésil dans les années qui viennent , et acquerir une importance très grande dans la vie scieientifique du pays. En vue de ce développement nous nous permettons d'émettre le souhait que 1e nombre des chaires de mathénatiques actuellement existantes à la Faculdade de Filosofia puisse être augmenté dans un proche avenir. Le Professsseur José ABDELHAY s'acquitte avec autant de conscience que de savoir et de talent pédagogique de son enseignement de la chaire d'Analyse Mathématique, où nous souhaitons le voir prochainement accéder au titre de professeur 'catedratico' . Mais pour aborder de façon fructueuse les travaux d'Analyse moderne, une préparation de plus en plus longue et de plus en plus poussée est aujourd'hui nécessaire, comportant un nombre d'heures d'enseignement qui dépasse de beaucoup les possibilités d'un seul professeur. C'est pourquoi nous estimerions très utile la création d'une seconde chaire d'Analyse mathématique, qui viendrait apporter ces compléments indispensables à un étudiant desireux d'éntreprendre recherches dans les nouvelles branches des mathématiques. Le Brésil a la chance de posséder aujourd'hui, en la personne du Professeur Leopoldo NACHBIN, un jeune mathématicien dont les remarquables travaux ont déjà attiré láttention des spécialistes dans le monde entier, et qui, par sa forte culture et sa personnalité dynamique serait particulièrement désigné pour cette formation de la future elite mathématique brésilienne . En s'adjoignant un tel professeur, 1e noyau déjà très actif des mathematiciens de la

Faculdade de Filosofia renforcerait encore de façon appréciable l'intensité de ses efforts et l'unité d'action indispensable à leur développement fructueux.

Veuiilez agréer, Monsieur 1e Recteur , l'expression de nos sentiments respectueux.

J.Dieudonné, Professeur a la Faculté
des Sciences de Nancy
C. Ehresmann,
Professeur a ia Faculté
des Sciences de Strasbourg
L.Schwartz, Professeur a la Faculté
des Sciences de Paris .

Copies à : M. l'Amiral ALVARO ALBERTO
M.Artur MOSES, Président de l'Academie des Sciences du Brésil
M. le Professeur ROCHA LAGOA
M. le Professeur J. COSTA RIBEIRO
M. le Professeur CANDIDO DA SILVA DIAS