

TESE DE DOUTORADO

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

Transições de fase na matéria de quarks densa

Milva Gabriela Orsaria

Rio de Janeiro, Agosto de 2006

TESE DE DOUTORADO

Transições de fase na matéria de quarks densa

Milva Gabriela Orsaria

Orientador

Sergio B. Duarte

Co-orientador

Hilário Antônio Rodrigues Gonçalves

Dedico esta tese

a *Norma e Elvio*

A única luta que se perde é a que se abandona...

Agradecimentos

Primeiramente o meu agradecimento a Herman Mosquera Cuesta que acompanhou o desenvolvimento deste trabalho desde sua concepção e por ter alimentado o meu entusiasmo para fazer física.

Agradeço também

a Aurora Pérez Martínez, pela contribuição direta ao meu trabalho
trilhando comigo,

à minha amada Leila que me acompanhou e me apoiou sempre para chegar até aqui,

à minha grande amiga Fátima que colaborou diretamente e me ajudou para concluir este
trabalho ,

Uma lembrança especial ao Prof. Luis Masperi (in memoriam) pela excelente orientação
prestada e por ter me transmitido a paixão pela Física.

ao meu orientador SBD e ao meu co-orientador Hilario por ter-me "adotado" e me
ajudar no desenvolvimento do meu trabalho.

Ao Prof. Feliciano Sánchez Sinencio pelo apoio,

a todos os amigos que compartilharam esses anos de estudo e expectativas, que
sempre auxiliaram tanto no ambiente de trabalho quanto em momentos de descontração,
contribuindo com conhecimentos para a ciência e para a vida particular.

ao CBPF e ao Centro Latino-Americano de Física (CLAF), por ter me acolhido
e se tornado minha segunda casa,

à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES,

e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq,
pelo suporte financeiro.

Resumo

Com base na hipótese de Bodmer-Witten, espera-se que a matéria de quarks exista no interior de objetos compactos como as estrelas de nêutrons e ainda em objetos mais exóticos como as estrelas estranhas. Na hipótese da matéria estranha com quarks u , d e s ser formada a altas densidades, acredita-se que para altas densidades ($\rho \sim 3 - 10\rho_0$) o estado fundamental da Cromodinâmica Quântica (QCD) seja uma fase supercondutora de cor da matéria de quark estranha. Isto porque simultaneamente ao que ocorre na supercondutividade ordinária, a formação de pares de Cooper diminui a energia do sistema de quarks, como acontece na teoria de Barden-Cooper-Schrieffer (BCS) de supercondutividade ordinária. Do ponto de vista astrofísico, devido à alta densidade no caroço das estrelas de nêutrons, poderia acontecer uma transição de fase da matéria estranha para uma fase supercondutora de cor com dois quarks u e d (2SC) ou três quarks u , d e s (CFL).

Na parte-I desta tese estuda-se a transição de fase da matéria de quark a temperatura zero para estados supercondutores de cor, determinando-se valores críticos de densidade e potenciais químicos para as diferentes transições. Neste estudo utiliza-se um modelo fenomenológico uniparamétrico, o modelo de massa efetiva dinâmica. Os valores limites para o parâmetro do modelo, possibilitando a ocorrência das transições, são estabelecidos bem como as mudanças destes limites em face da variação de valores de constantes não bem definidas como a massa corrente do quark estranho s e valores do "gap" (a energia do emparelhamento supercondutora de quarks), valores estes bastantes relevantes para os resultados.

Na parte-II são discutidos dois temas relacionados às condições do ambiente cos-

mológico e astrofísico onde se supõe que deve ocorrer a formação de matéria de quarks densa. No primeiro deles se apresenta as condições de preservação de bolhas de quarks na hadronização do universo primordial e alguns aspectos da evolução dinâmica destas bolhas até alcançarem uma configuração estável, imediatamente após a sua formação. No segunda, é discutida o papel de campos magnéticos superintensos para o desconfinamento de quarks da matéria hadrônica no interior denso de estrelas de nêutron híbridas, considerando ou não a existência do momento magnético anômalo de quarks.

Abstract

Based on the Bodmer-Witten hypothesis, it is expected that quark matter exists inside compact objects like neutron stars or even in more exotic strange stars. In the hypothesis of strange quark matter with quarks u , d and s be formed, it is believed that for high densities ($3-10 \rho_0$), the Quantum Chromodynamics (QCD) ground state is in a color superconducting phase. This is because the formation of Cooper pairs, similarly to what is done in the Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) theory of ordinary superconductivity, reduce the energy of the system. From the astrophysical point of view, due to the high density in the core of neutron stars, a transition between strange quark matter phase and color superconducting phase with two quarks u and d (2SC) or three quarks u , d and s (CFL) could occur.

In part-I of this thesis it is studied the phase transition between color superconducting states of quark-matter at zero temperature, determining critical values of baryonic density and chemical potential for different transitions. In this study a one-parametric phenomenological model is used, the effective dynamic mass model. The limit values for the model parameter permitting the phase transitions are established, as well as the change in these values due to modifications in the not well-defined constant values for the current mass of strange quark s and for the "gap" (the superconducting quark pairing energy), values that are very relevant for the results.

In part-II it is discussed two topics related to the cosmological and astrophysical sites where the dense quark matter is formed. In the first we present the conditions for the quark bubble to be preserved in the hadronization of the primordial universe, and the dynamical evolution of these bubbles immediately after their formation. In the second

topic it is discussed the role of superintense magnetic field for the hadronic deconfinement of quarks in the dense interior of hybrid neutron star formation, taking into account or not the occurrence of anomalous magnetic moment quarks.

Conteúdo

Agradecimentos	i
Resumo	ii
Abstract	iv
Introdução	1
I Supercondutividade de cor e transições de fase na matéria de quarks	5
1 Supercondutividade de cor na matéria de quarks.	6
1.1 Instabilidade de Cooper: introdução à supercondutividade de cor . . .	7
1.1.1 Supercondutividade de cor com três sabores (<i>CFL</i>)	11
1.1.2 Supercondutividade de cor com dois sabores (<i>2SC</i>) e a equação do <i>Gap</i> na <i>QCD</i>	14
2 Cenários de ocorrência da matéria de quarks e suas transições	19
2.0.3 Contexto Cosmológico: Bolhas de quarks como remanescentes do Universo Primordial	20
2.0.4 Contexto Astrofísico: estrelas de nêutrons e estrelas de quarks .	22
3 Modelos efetivos para descrição da matéria de quarks	28
3.1 Modelo de sacola do <i>MIT</i>	29
3.2 Modelo de Nambu-Jona Lasinio	31
3.3 Modelo de Massa Efetiva Dinâmica	33

4	Transições de fase na matéria densa de quarks	37
4.1	Matéria de Quarks Estranha (<i>SQM</i>) no Modelo de Massa Efetiva Dinâmica	37
4.2	Equação de Estado da Matéria de Quarks na fase <i>CFL</i>	42
4.3	Equação de Estado da Matéria de Quarks na fase <i>2SC</i>	44
4.4	Determinação de valores críticos para as transições de fase	45
II	Tópicos suplementares	55
5	Bolhas de quarks no universo primordial	56
5.0.1	Formação de bolhas de quarks cósmicas	56
5.0.2	Estabilidade da bolha	59
6	Efeitos Magnético-Quânticos nas estrelas de quarks permeiadas por campos magnéticos super-intensos	65
6.0.3	Estudo de um gás de nêutrons num campo magnético superintenso	68
6.0.4	Modelo de sacola em presença de um campo magnético superintenso	74
6.0.5	Estrutura do tensor energia-momento	75
6.0.6	Equação de estado da matéria de quarks em presença de campo magnético superintenso	77
6.0.7	Análise de um gás de quarks degenerado com (e sem) momento magnético anômalo	79
7	Conclusões e Perspectivas	86
	Apêndice	91
	Referências Bibliográficas	94

Lista de Figuras

1.1	Diagrama de fase para a matéria superdensa incluindo a transição hadron-quark. Na fase de quarks mostra-se a região de fases supercondutoras do plasma de Quarks e Glúons (PQG) no caso da massa, m_s , do quark estranho grande comparada com o <i>gap</i> . [F. Weber, astro-ph/0407155]	8
1.2	Diagrama de fase para a matéria superdensa incluindo a transição hadron-quark. Na fase de quarks mostra-se a região de fases supercondutoras do plasma de Quark-Gluon (PQG) no caso da massa, m_s , do quark estranho pequena comparada com o <i>gap</i> . [F. Weber, astro-ph/0407155]	9
2.1	a) Transição de fase de primeira ordem. b) Transição de fase de primeira ordem no universo primordial.	21
2.2	Estrutura e possíveis novas fases da matéria subatômica numa estrela de nêutrons [F. Weber, astro-ph/0407155].	23
2.3	Potencial gravitacional de um sistema binário. O lobo de Roche está indicado entre os pontos $L1$ e $L2$. A transferência de matéria se dá através do chamado ponto de Lagrange interno, representado por $L1$. A matéria transferida não cai radialmente sobre a estrela de nêutrons, mas sim forma um disco de acréscimo sobre a estrela.	25
2.4	Estrela estranha girante com crosta nuclear [F. Weber, astro-ph/0407155].	27
3.1	Densidade de energia ϵ como função da densidade bariônica n_B no Modelo de sacola do MIT e no Modelo de Massa Efetiva.	36
3.2	Pressão P como função da densidade bariônica n_B no Modelo de sacola do MIT e no Modelo de Massa Efetiva.	36

4.1	Comparação da energia por bárion, $\frac{E}{A}$, do ^{56}Fe (a matéria nuclear) com a energia por bárion para quarks de dois e três sabores (matéria estranha) como função da densidade bariônica em unidades de $\varepsilon_0 = \rho_0 \varepsilon = \rho$ [F. Weber astro-ph/0407155]	40
4.2	Janela de estabilidade da SQM no Modelo de Massa Efetiva [O. G. Benvenuto, G. Lugones, Phys. Rev. D 51 4 1989 (1995)].	41
4.3	Densidade de energia por número bariônico para as fases SQM e CFL para diferentes valores do gap ($\Delta = \Delta_{CFL}$).	44
4.4	Transição de fase $2SC - CFL$. a) Pressão, P , versus potencial químico bariônico, μ_B . As pressões iguais definem o potencial barionico crítico, $\mu_c \sim 357MeV$; b) Pressão, P , versus densidade bariônica, n_B . O valor do parâmetro C corresponde a $C = 70.1MeV/fm^3$	48
4.5	Potencial bariônico crítico, μ_c , versus o parâmetro, C , do Modelo de Massa Efetiva Dinâmica para diferentes conjuntos de massas correntes do quark estranho e gap fixo em cada caso:(a) $\Delta_{2SC} = 110MeV$, (b) $\Delta_{2SC} = 95MeV$ e (c) $\Delta_{2SC} = 80MeV$	49
4.6	Diferença de pressões, $P_{SQM} - P_{CFL}$, versus potencial químico bariônico, μ_B para um valor de massa corrente do quark estranho $m_{s0} = 170MeV$. A diferença entre as pressões de ambas as fases é nula para o valor crítico $\mu_B \sim 482MeV$, coincidente com o μ_c mostrado na parte-(a) da Fig.(4.7) para o qual ocorre a transição.	50
4.7	Potencial bariônico crítico, μ_c , versus o parâmetro, C , do Modelo de Massa Efetiva Dinâmica para o conjunto de massas correntes do quark estranho e gap fixo em cada caso:a) $\Delta_{CFL} = 20MeV$, b) $\Delta_{CFL} = 15MeV$ e $\Delta_{CFL} = 10MeV$	51
4.8	Pressão, P , versus densidade bariônica, n_B , para a transição entre as fases SQM e $2SC$	53

4.9	Potencial bariônico crítico, μ_c , versus o parâmetro, C , do Modelo de Massa Efetiva Dinâmica a massa corrente do quark estranho $m_{s0} = 150 MeV$ e gap fixo em cada caso:a) $\Delta_{2SC} = 110 MeV$, b) $\Delta_{2SC} = 80 MeV$.	54
5.1	Massa em repouso M da bolha como função do raio incluindo-se as contribuições termodinâmicas dos quarks e antiquarks e a energia do falso vácuo para $T = 150 MeV$, conforme explicado no texto.	57
5.2	Potencial químico da bolha e pressão interna. A linha contínua é $\log \mu [MeV]$ e a tracejada é $\log (\frac{\pi^2 p}{T^4})$	58
5.3	Velocidade de contração da bolha como função do raio para $T = 150 MeV$	60
6.1	Regiões no plano x, y que representam os momentos magnéticos dos nêutrons orientados paralela e antiparalelamente ao campo magnético \mathbf{B}	73
6.2	Anisotropia das pressões para os dois casos estudados acima: um gás de quarks com (e sem) momento magnético anômalo.	84
6.3	Condição $P_{\perp} = 0$ para os dois modelos de quarks: com e sem MMA e para o modelo de gás de nêutrons discutido na Ref.[97].	85

Introdução

A teoria que estuda a dinâmica dos quarks e das interações hadrônicas, mediada pelos glúons, é chamada Cromodinâmica Quântica (*QCD*). Segundo a *QCD*, os quarks podem formar estados ligados aos pares e às trincas. Os pares de quarks são chamados mésons e as trincas bárions. O número quântico correspondente à carga envolvida na teoria de calibre chamada *QCD* é a cor. A cor é uma simetria de calibre associada ao grupo $SU(3)$. Os quarks são dispostos na representação fundamental 3, desde que eles são considerados estados de 3 cores. Os glúons (bósons mediadores de *QCD*) são dispostos na representação adjunta 8 e, por conseguinte, aparecem em 8 variedades. Apesar de não serem observados em estado livre, a massa dos quarks pode ser inferida dos hádrons observados. Sabe-se que os quarks “up” e “down” (u e d) tem massa comparável com a do elétron, enquanto o quark “strange”, s , tem uma massa cerca de vinte vezes maior do que a massa dos quarks u e d .

É um fato experimental que quarks individuais não são detectados isoladamente (A força de coesão que mantém os quarks unidos na formação dos hádrons aumenta a medida que a distancia entre os quarks aumenta), o que sugere que eles estão confinados dentro dos hádrons, partículas sub-atômicas como os prótons e os nêutrons. Espera-se que esta propriedade fundamental surja de maneira consistente dentro da teoria das interações fortes (*QCD*), mas ainda não existe nenhuma derivação física-matemática de confinamento na *QCD*, isto é, a teoria não é solúvel, até o momento, no caso de baixas densidades. Os modelos de quarks fenomenológicos são portanto essenciais para descrever algumas propriedades hadrônicas esperadas pela *QCD*, como a propriedade do confinamento e a quebra e restauração da simetria quiral. Um destes modelos mais

conhecidos para o estudo da matéria de quarks é o modelo de sacola do *MIT*[1], onde considera-se que os três quarks constituintes dos bárions estão no interior de uma sacola intransponível, incorporando desta forma o confinamento, e estes quarks estão livres dentro da sacola, isto é, possuem liberdade assintótica¹. Um dos problemas deste modelo é que ele não possui simetria quiral², já que esta é quebrada devido à existência da sacola (a quiralidade da partícula inverte seu valor na colisão desta com a parede da sacola). Uma outra classe de modelo é o chamado Modelo do tipo Nambu-Jona-Lasinio[2]. Nesses modelos, os quarks, inicialmente sem massa, adquirem-na através de uma interação de contato via intercâmbio de glúons. Ainda que este tipo de modelo leve em conta a simetria quiral, ele não apresenta confinamento.

Nesta tese, se utiliza o Modelo de Massa Dinâmica[3] para o estudo da matéria de quarks onde considera-se que a massa dinâmica dos quarks depende da densidade bariônica. As vantagens deste modelo são o confinamento dos quarks e a restauração da simetria quiral e liberdade assintótica a altas densidades (quarks livres com massas desprezíveis).

Em 1971 foi proposto por Bodmer[4], e posteriormente por Witten[5], que o estado fundamental (de mínima energia) das interações fortes é o estado da matéria de quarks desconfinada, formada aproximadamente da mesma quantidade de quarks u , d e s . A matéria neste estado é chamada de matéria estranha. A fase desconfinada da matéria de quarks é um tema de interesse em astrofísica por uma série de motivos: a) O universo provavelmente passou por esta fase nos primeiros segundos depois do Big-Bang, b) A matéria hadrônica no caroço das estrelas de nêutrons, na qual os quarks estão confinados em hádrons individuais, pode ser transformada em matéria de quarks devido à alta pressão (ou densidade) no interior da estrela. Portanto, se formaria uma estrela híbrida, isto é, uma estrela com um caroço de matéria de quarks e uma crosta

¹A liberdade assintótica é a propriedade pela qual a interação entre os quarks se torna arbitrariamente fraca para escalas de energia arbitrariamente grandes

²A quiralidade de uma partícula é direita, R , se a direção do seu spin é a mesma do que a direção do seu movimento. A quiralidade é esquerda, L , se as direções de spin e do movimento são opostas. Matematicamente, a quiralidade é o sinal da projeção do vector de spin sobre o vector momento: L é negativa e R é positiva.

de matéria nuclear. c) Conforme foi referido acima, o estado fundamental da matéria a altas densidades seria a matéria estranha. Neste sentido os pulsares poderiam ser estrelas de quarks estranhas ao invés de estrelas de nêutrons.

Nos capítulos a seguir será mostrado que para matéria à altas densidades e baixas temperaturas (estado que ocorre nas estrelas de nêutrons), os graus de liberdade relevantes são os quarks com momento \mathbf{p} próximo à superfície de Fermi³. Neste regime, a interação atrativa da QCD , via troca de glúons, levaria os quarks a formarem pares de Cooper[6]. A ocorrência destes pares geram *gaps*, separação entre bandas de energia no espectro fermiônico, de forma semelhante ao que acontece na matéria condensada quando descrita pela teoria BCS [7]. Os pares de Cooper quebram a simetria de cor na QCD , dando lugar ao fenômeno conhecido como supercondutividade de cor.

Nesta tese estuda-se a matéria de quarks estranha, analisando a possibilidade de transições de fase entre a matéria de quarks estranha (SQM) e aquela que se encontra na fase supercondutora de cor com emparelhamento de apenas dois sabores u e d , chamada de $2SC$, e aquela na fase supercondutora com emparelhamentos envolvendo quarks dos três sabores u , d e s , chamada de CFL .

No Capítulo 1, analisar-se-á a supercondutividade de cor na matéria de quarks, focando a atenção em duas possíveis fases ($2SC$ e CFL) que poderiam ocorrer no caroço de estrelas de nêutrons. Se apresentam os cenários das situações físicas de ocorrência da matéria de quarks com o objetivo de contextualizar as condições de densidade e temperatura necessárias para a ocorrência da transição de fase na matéria de quarks.

O Capítulo 2 descreve três dos modelos correntemente utilizados para o estudo da QCD a diferentes densidades: o modelo do MIT de sacola, o modelo de Nambu-Jona Lasinio [8] e o modelo de Massa Efetiva Dinâmica [3].

No Capítulo 4 estudam-se as equações de estado e transições de fase entre a matéria estranha e a matéria supercondutora de cor apresentadas no Capítulo 1, usando o Modelo de Massa Efetiva Dinâmica. Neste capítulo se discute o regime de coexistência

³A energia máxima dos férmions a temperatura zero é chamada energia de Fermi. A energia da superfície de Fermi no espaço de momento é conhecida como a superfície de Fermi

das fases durante as possíveis transições, levando em conta a conservação global de cargas no sistema. Os valores dos potenciais químicos e densidades críticas das transições são determinados, discutindo-se as variações de seus valores com a modificação dos parâmetros livres envolvidos no cálculo. Esta análise quantitativa das possíveis transições de fase com a equação de estado da matéria de quarks especificada dentro do Modelo de Massa Efetiva Dinâmica constitui a contribuição original principal desta tese. Durante o seu desenvolvimento foram publicados dois trabalhos [29], [30] em co-autoria com os orientadores, estando estes trabalhos diretamente relacionados à supercondutividade de cor na matéria de quarks e suas transições de fase. Este tema é desenvolvido na primeira parte do trabalho (Caps. 1, 2, 3 e 4).

Numa segunda parte desta tese (Caps. 5 e 6) apresentam-se dois temas relacionados à transição de fase (matéria hadrônica) \leftrightarrow (matéria de quarks), como temas suplementares. No capítulo 5, discute-se a formação de bolhas de matéria de quarks durante o processo de hadronização no universo primordial, desenvolvido sob a supervisão do Prof. Luis Masperi, durante a primeira metade deste doutorado. Os resultados aqui apresentados foram objeto de publicação [33] ao final deste período. No Cap. 6 estuda-se a influência de campos magnéticos super-intensos sobre a estabilidade em estrelas de quarks usando o modelo de sacola *MIT* modificado pelo efeito do campo, e a possibilidade de que ocorra uma transição de fase no interior da estrela. Este trabalho foi desenvolvido em colaboração com os Profs. Herman Mosquera Cuesta e Aurora Pérez Martínez, com seus resultados tendo sido objeto de publicação recente [31], [32].

Finalmente, no Cap.7, apresentam-se as conclusões finais e perspectivas futuras de continuidade dos trabalhos desenvolvidos.

Parte I

Supercondutividade de cor e transições de fase na matéria de quarks

Capítulo 1

Supercondutividade de cor na matéria de quarks.

Por muitos anos foi admitido que a fase desconfiada de quarks e hádrons estava excluída das estrelas de nêutrons. Porém, estudos teóricos mostraram que isto era uma idealização [9],[10]. As estrelas de nêutrons devem conter matéria de quarks no caroço, e esta deveria estar em um estado supercondutor [11],[12],[13],[14]. Este estado é formado por pares de quarks, análogos aos pares de Cooper de elétrons existentes nos supercondutores ordinários. A interação entre os quarks através do intercâmbio de glúons só será atrativa se os quarks estiverem num estado antisimétrico no índice de cor, produzindo uma instabilidade na superfície de Fermi que resultará no aparecimento de pares que quebram a simetria local de cor, formando o que chama-se de supercondutor de cor. Um possível diagrama de fase para a QCD está representado pelas Figs.(1.1,1.2). Para densidades assintóticas, isto é quando pode-se considerar desprezível a massa, m_s , do quark s ou equivalentemente, quando o potencial químico¹ $\mu \rightarrow \infty$, o estado fundamental da QCD é a fase supercondutora de cor chamada de “Color-Flavor Locked”

¹O potencial químico de um sistema é a quantidade pela qual a energia do sistema pode mudar se for introduzida uma partícula adicional, mantendo a entropia e o volume fixos. Se o sistema contém mais de uma espécie de partículas, existe um potencial químico associado a cada uma destas espécies definido como a mudança na energia do sistema quando o número de partículas de uma espécie é acrescentado em um.

(*CFL*) na qual, os três sabores (u, d e s) participam dos emparelhamentos. Porém, se a massa do quark estranho não puder ser ignorada, distinguindo-se por massa dos demais, os quarks u e d poderão se emparelhar numa fase supercondutora de cor de dois sabores chamada de “Two Singlet Color” (*2SC*).

Poderia-se preliminarmente tentar entender numa primeira aproximação, as propriedades termodinâmicas do estado fundamental da matéria de quarks a $T = 0$, desprezando a interação entre eles, isto é, os quarks formam um gás de Fermi. Para construir o estado fundamental é importante lembrar que os quarks são férmions e assim obedecem ao princípio de exclusão de Pauli. Sendo a matéria não interagente, os quarks ocupam todos os estados quânticos disponíveis com os níveis de energia mais baixos possíveis. Formalmente isto é descrito pela função de distribuição:

$$f_F(\mathbf{k}) = \theta(\mu - E_{\mathbf{k}}) \quad (1.1)$$

onde μ é o potencial químico do quark, e $E_{\mathbf{k}} = \sqrt{k^2 + m^2}$ é a energia do quark livre com massa m no estado quântico com momento \mathbf{k} (por definição $k \equiv |\mathbf{k}|$). Assim, $f_F(\mathbf{k}) = 1$ para estados com $k < k_F \equiv \sqrt{\mu^2 - m^2}$, indica que todos os estados com momento menor que o momento de Fermi k_F estão ocupados. Os estados com momento maior a k_F estão vazios, isto é $f_F(\mathbf{k}) = 0$ para $k > k_F$.

Nas subseções seguintes se discute a instabilidade de Cooper que se estabelece com a introdução de uma interação atrativa entre os quarks, e algumas das possíveis fases supercondutoras de cor.

1.1 Instabilidade de Cooper: introdução à supercondutividade de cor

O estado fundamental da matéria de quarks, caracterizado pela função distribuição da Eq.(1.1), torna-se instável quando há uma interação atrativa entre quarks. Isto acontece porque a famosa instabilidade de Cooper[15] se desenvolve como resultado

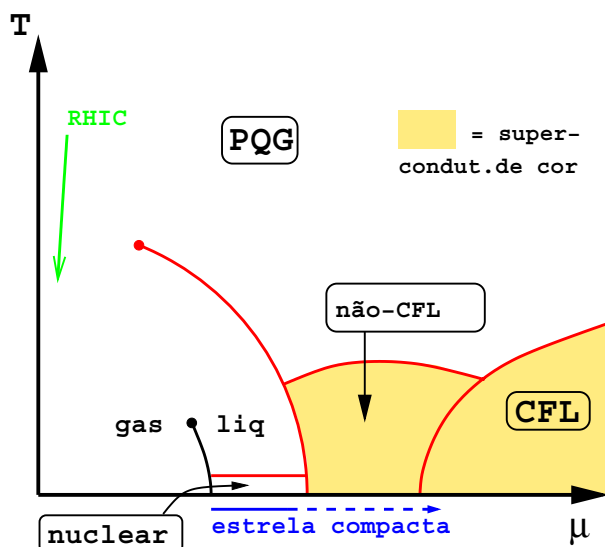


Figura 1.1: Diagrama de fase para a matéria superdensa incluindo a transição hadron-quark. Na fase de quarks mostra-se a região de fases supercondutoras do plasma de Quarks e Glúons (PQG) no caso da massa, m_s , do quark estranho grande comparada com o *gap*. [F. Weber, astro-ph/0407155]

da formação de pares de Cooper $\langle q_{\mathbf{k}}, q_{-\mathbf{k}} \rangle$, envolvendo quarks da superfície de Fermi de um gás degenerado, isto é quarks com momento $k \simeq k_F$. Mas comparada com a supercondutividade ordinária, a supercondutividade de cor é mais complexa matematicamente já que envolve varios graus de liberdade quânticos como sabores e cores.

A supercondutividade ordinária, ao contrário do que acontece com a supercondutividade de cor, resulta do acoplamento de elétrons cuja interação fundamental é repulsiva. A interação efetiva que surge nos supercondutores clássicos é consequência exclusiva das interações dos fónons que são, basicamente, as vibrações internas do sólido ou fluido. Na supercondutividade de cor a interação atrativa surge da interação forte mediada pelos glúons. Isto tem duas consequências: a) pode-se calcular a partir de primeiros princípios uma forma exata destas interações, no limite de liberdade assintótica; b) no caso de densidades para as quais as interações fortes são dominantes sobre as interações eletromagnéticas, espera-se que os próprios supercondutores de cor

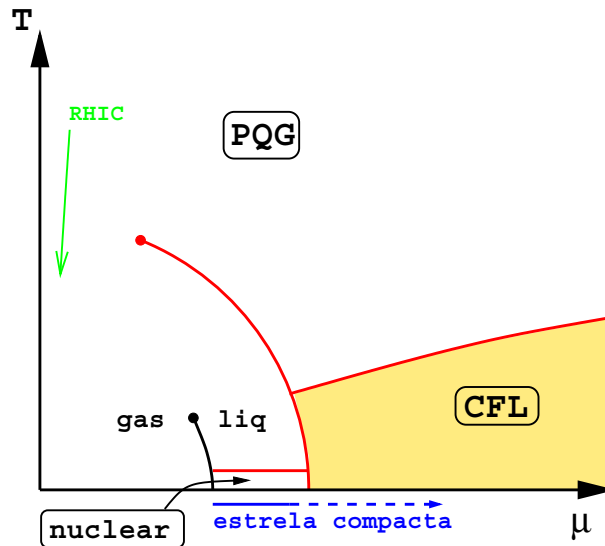


Figura 1.2: Diagrama de fase para a matéria superdensa incluindo a transição hadron-quark. Na fase de quarks mostra-se a região de fases supercondutoras do plasma de Quark-Gluon (PQG) no caso da massa, m_s , do quark estranho pequena comparada com o *gap*. [F. Weber, astro-ph/0407155]

sejam mais robustos no sentido de que a relação entre o *gap*² e o potencial químico na superfície de Fermi pode ser muito grande.

Os pares de Cooper são bósons, ocupando portanto o mesmo estado quântico de energia mais baixa à temperatura $T = 0$ e produzindo um condensado de Bose-Einstein. Em presença de tais condensados de pares de Cooper, o estado fundamental da matéria de quarks resulta ser um supercondutor (de cor). Tal configuração é muito parecida à do estado fundamental de um sistema de elétrons na teoria de Bardeen-Cooper-Schrieffer (*BCS*) da supercondutividade à baixa temperatura [16]. A principal diferença está associada ao fato dos quarks, diferentemente dos elétrons, terem vários sabores (up, down e strange) e carregarem cargas de cor (vermelho, verde e azul). Para enfatizar a diferença entre a supercondutividade ordinária e a supercondutividade na matéria de quarks, esta última é chamada de supercondutividade de cor [11].

A potencial relevância do fenômeno da supercondutividade de cor na matéria densa

²Na supercondutividade ordinária o *gap* corresponde a banda proibida do supercondutor, em outras palavras, o supercondutor não pode absorver energias inferiores a um valor crítico que é a energia de emparelhamento.

de quarks só foi enfatizada quando descobriu-se que o valor do *gap* supercondutor, poderia chegar a $100MeV$ para as densidades bariônicas existentes nas regiões centrais das estrelas de nêutrons. Assim, o fenômeno ocorreria para densidades um pouco além da densidade nuclear normal $\rho_0 \simeq 0.15 fm^{-3}$.

A existência do *gap* de energia no espectro dos quarks poderia sugerir possíveis estados supercondutores de cor da matéria no interior das estrelas de nêutrons ou de quarks. Em analogia ao que acontece nos supercondutores a baixas temperaturas, na supercondutividade na matéria de quarks aparece um *gap* de energia no espectro de energias de uma partícula

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \sqrt{(E_{\mathbf{k}} - \mu)^2 + \Delta^2}, \quad (1.2)$$

onde Δ é o *gap*, $E_{\mathbf{k}} = \sqrt{(\mathbf{k}^2 + m^2)}$ é a energia do quark de massa m . A Eq.(1.2) corresponde à energia necessária para criar uma partícula acima ou um buraco (partícula de energia negativa) abaixo da superfície de Fermi. Assim, existe uma energia livre mínima 2Δ necessária para excitar um par partícula-buraco a partir dos estados descritos pela Eq.(1.1).

Nas estrelas superdensas, o *gap* modifica propriedades termodinâmicas como a equação de estado, que por sua vez modifica as grandezas associadas à estrutura das estrelas, como por exemplo a relação massa-raio destes objetos. Desta forma, também poderia sugerir a existência de uma nova família de estrelas compactas supercondutoras de cor. A densidade no interior destas estrelas seria suficientemente alta para produzir matéria de quarks desconfiada, a qual poderia desenvolver instabilidade de Cooper e converter-se em supercondutora de cor.

A matéria no volume de uma estrela compacta seria neutra (pelo menos em valor médio) com respeito as cargas elétricas e de cor. Além disso, a matéria ainda permaneceria em equilíbrio β , isto é, todos os processos de decaimento β dos quarks envolvendo elétrons e antineutrinos e seus inversos seriam passíveis de ocorrência em taxas idênticas.

A supercondutividade de cor afeta outras propriedades das estrelas. Há casos nos

quais a supercondutividade pode estar acompanhada pela super-fluidéz bariônica ou o efeito Meissner. Se a matéria é super-fluída, poderiam-se formar vórtices no centro da estrela e carregar assim uma parte do momento angular da estrela. Pelo efeito Meissner o interior da estrela poderia ter tubos de fluxo magnético. Em ambos os casos a evolução da estrela seria afetada.

Mais adiante será mostrado, que, uma vez que a neutralidade de carga e o equilíbrio β sejam satisfeitos, os potenciais químicos dos quarks deverão satisfazer relações específicas que interferem na dinâmica dos pares de Cooper. Neste caso, algumas fases supercondutoras de cor seriam menos favorecidas do que outras. Foi sugerido[17] que uma mistura de matéria de quarks estranha desemparelhada e matéria não estranha da fase $2SC$ constituída de quarks u e d seria menos favorável, do ponto de vista energético, do que a fase CFL , uma vez satisfeita a condição de neutralidade de carga.

1.1.1 Supercondutividade de cor com três sabores (CFL)

Esta seção foca-se na caracterização das propriedades físicas da matéria densa para temperatura zero. Idealiza-se a QCD , no sentido de considerar as massas m_u, m_d, m_s dos quarks u, d, s como sendo nulas.

Justificar-se-á brevemente a aproximação de acoplamento fraco para altas densidades. Os graus de liberdade relevantes na matéria de quarks, fria e densa, são aqueles que envolvem quarks com momento próximo à superfície de Fermi.

O estado supercondutor fundamental da matéria de quarks idealizar-se-á como um mar de quarks com momento de Fermi k_F , onde as excitações fundamentais (quasi-partículas) do supercondutor incluem estados com modos vazios (buracos) e ocupados (partículas) abaixo e acima da superfície de Fermi. Tais excitações, também correspondem a pares de partícula-buraco com momento $(\mathbf{p}, -\mathbf{p})$. A interação entre os quarks torna a superfície instável à formação de condensados de pares de Cooper. A formação de um par de quarks $|\mathbf{p}|$ próximo a k_F passa a ter um custo baixo de energia livre. Assim, a consequência de uma interação atrativa entre modos de momento oposto próximos daquele da superfície de Fermi, é a formação de um condensado no esta-

do fundamental para temperatura zero. As partículas excitadas na forma de pares acomodam-se num nível de energia acima do nível de Fermi, diferenciado deste último pelo valor do *gap*.

O intercâmbio de glúon, portador da interação forte, é atrativo se os quarks são antissimétricos na carga de cor. Assim o par encontra-se no canal de cor $\bar{3}$. Pode-se inferir a forma do emparelhamento analisando a renormalização de acoplamentos ao redor da superfície de Fermi seguindo a teoria *BCS*, começando pelos acoplamentos microscópicos. Isto indica quais canais de spin e sabor são mais favoráveis para a formação dos pares.

A forma do par no estado fundamental é

$$\langle \psi_{iL}^{a\alpha}(\mathbf{p})\psi_{jL}^{b\beta}(-\mathbf{p})\epsilon_{ab} \rangle = - \langle \psi_{iR}^{a\alpha}(\mathbf{p})\psi_{jR}^{b\beta}(-\mathbf{p})\epsilon_{ab} \rangle = \Delta(p^2)\epsilon^{\alpha\beta A}\epsilon_{ijA}, \quad (1.3)$$

onde ψ indica o campo dos quarks de helicidade esquerda (*L*) e direita (*R*), (α, β) são índices de cor, (i, j) de sabor e (a, b) de espinor. O índice *A* indica soma na convenção de Einstein ligando cor e sabor. A informação importante carregada pelos espinores é que a condensação não viola a invariância rotacional. O sinal negativo entre os pares de helicidade esquerda e direita significa que o estado fundamental é um escalar, de tal forma que a paridade é conservada. A intensidade do emparelhamento, $\Delta(p^2)$, depende do 3 – momento \mathbf{p} .

Diferentes tratamentos mostraram que o par da Eq.(1.3) é o dominante na *QCD* com três sabores[18]. O argumento físico essencial que favorece esta forma do condensado é o emparelhamento de quarks dos três sabores e cores “fechando” as simetrias de sabor e de cor. Isto é chamado de “Color-Flavor Locking” (*CFL*).

Qual o porquê do nome de “Color-Flavor Locking”? Escrevendo $\epsilon^{\alpha\beta A}\epsilon_{abA} = \delta_a^\alpha \delta_b^\beta - \delta_b^\alpha \delta_a^\beta$ nota-se que o par da Eq.(1.3) envolve as funções delta de Kronecker que ligam os índices de cor e sabor. Estes pares transformam-se não-trivialmente sob transformações de cor e sabor separadamente. As transformações de cor e sabor separadamente não são simetrias válidas para o estado fundamental. Porém, as funções delta se manterão invariantes se giram-se simultaneamente cor e sabor. Assim, estas simetrias estão

“fechadas” (locked) em conjunto.

A fase “color-flavor locked” está formada por dois tipos de pares: um que envolve quarks só com quiralidade esquerda e outro só com quiralidade direita (Eq.(1.3)). O primeiro fecha rotações de $SU(3)_L$ de sabor com $SU(3)_c$ de cor: o condensado não é simétrico com respeito a cada rotação considerada separadamente, mas é simétrico se gira-se simultaneamente $SU(3)_{L+c}$. Algo semelhante ocorre com os pares de quiralidade direita.

Assim, como consequência de todas as simetrias³ $SU(3)_c \times SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_B$, só o subgrupo

$$G_{CFL} = SU(3)_{c+L+R} \times Z_2, \quad (1.4)$$

deixa invariante o estado fundamental da Eq.(1.3). As simetrias de cor e sabor são quebradas pelo color-flavor locking que realiza transformações iguais na cor e sabor de quiralidade esquerda e direita. A simetria de número bariônico $U(1)_B$ é quebrada pela simetria discreta⁴ Z_2 . Uma vez que os pares na Eq.(1.3) não aparecem fechados para as simetrias $SU(3)_L$ e $SU(3)_R$, a encarregada de “fechá-los” é a $SU(3)_c$. Assim, “Color-Flavor Locking” é uma fase na qual a simetria quiral pode ser quebrada.

Na fase CFL , a simetria quiral global $SU(3)_L \times SU(3)_R$ da QCD quebrada dá surgimento a partículas de Nambu-Goldstone. Também existe uma quebra de simetria local (a $SU(3)_c$) que aciona o mecanismo Meissner-Anderson-Higgs, o que poderia dar lugar a partículas de Nambu-Goldstone associadas aos campos de calibre massivos.

Na fase CFL a simetria de cor está quebrada completamente. Assim, todos os glúons tornam-se massivos. Isto evita a aparição de divergências infra-vermelhas, singularidades que destroem a renormalizabilidade, associadas com o intercâmbio de glúons. De forma similar, a existência de uma energia de *gap* para todos os quarks impede o

³O grupo $SU(N)$ é o Grupo Especial Unitário de ordem N . Constitui o grupo de matrizes unitárias de $N \times N$ com determinante unitário. O $SU(N)$ é um subgrupo do grupo unitário $U(N)$, que consiste em todas as matrizes unitárias de $N \times N$.

⁴ Z_2 é o grupo cíclico do espaço bidimensional. Ele representa a simetria especular que envia $r = (x, y)$ para $-r$.

aparecimento da outra fonte potencial de divergência infra-vermelha que está associada à integração sobre as excitações de baixa energia ao redor da superfície de Fermi.

A violação espontânea da simetria do número bariônico é menos familiar à física de partículas. Sabe-se que a matéria bariônica no universo é estável para períodos de tempo muito longos. Na verdade, não existe uma violação verdadeira das leis de conservação. A interpretação correta é que acontecem flutuações e fácil transporte dos números quânticos. A conexão entre a simetria quebrada e o transporte é direta: o fenômeno da superfluidez é uma manifestação direta das partículas Nambu-Goldstone associadas à quebra espontânea da simetria global. De forma parecida, a supercondutividade é uma manifestação direta dos bósons massivos de calibre, e isto, é uma manifestação direta da quebra da simetria de calibre.

Os bósons de Goldstone surgem da quebra da simetria quiral na fase *CFL*, e basicamente são excitações onde a direção dos emparelhados de di-quarks (esquerdo e direito) flutua fora de fase no espaço de sabor.

1.1.2 Supercondutividade de cor com dois sabores (2SC) e a equação do *Gap* na *QCD*

Descreve-se brevemente a fase supercondutora de cor com dois sabores de quarks leves, *u* e *d*.

Os pares de quarks não podem ser singletos de cor, isto é, não tem uma cor definida. Por isso, na *QCD* com dois sabores de quarks sem massa os pares de Cooper formam-se no canal $\bar{3}$ atrativo antisimétrico[19]. O emparelhamento resultante é

$$\left\langle \epsilon_{\alpha\beta 3} \epsilon^{\alpha\beta 3} \psi_i^\alpha \psi_j^\beta \right\rangle = \Delta \epsilon_{ij3}^{\alpha\beta 3}, \quad (1.5)$$

que devido à assimetria na cor tem uma direção de cor fixa (3 neste caso).

O grupo de simetria que é quebrado neste caso é

$$SU(3)_c \times SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_B \rightarrow SU(2)_c \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1) \times Z_2. \quad (1.6)$$

O emparelhamento quebra o grupo de cor $SU(3)_c$ no subgrupo $SU(2)_c$, mas não quebra nenhuma simetria de sabor. Ainda que o número bariônico B seja quebrado, existe uma combinação de B e do gerador de cor T_8 (associado aos glúons) que é conservada. Assim, a fase $2SC$ não tem simetrias globais quebradas e portanto não estão presentes bósons de Goldstone. Por outro lado, cinco dos oito glúons adquirem massa através do mecanismo Anderson-Higgs (Efeito Meissner).

No caso da carga elétrica, a situação é parecida com aquela do número bariônico. Uma combinação linear da carga elétrica quebrada mais o gerador T_8 se conserva.

O emparelhamento produz um *gap*, Δ , na superfície de Fermi para quarks de cor 1 e 2 enquanto que os quarks de cor 3 permanecem não emparelhados.

Partindo-se de uma fase CFL ; o quê aconteceria ao aumentar-se a massa do quark s ? A fase $2SC$ poderia ser obtida? Na Seção anterior, para discutir a supercondutividade de cor com três sabores foi feita a suposição que a massa do quark s , m_s , fosse zero, com a simetria global $SU(3)_{cor+L+R}$ da Eq.(1.4) conservada. Ora, para valores de $m_s \neq 0$ suficientemente pequenos, tem-se fase CFL com simetria global conservada $SU(2)_{c+L+R}$. Se aumentarmos a massa do quark s , se terá um valor m_s^{unlock} no qual as rotações de cor e sabor não estarão "fechadas" e a simetria $SU(2)_L \times SU(2)_R$ será restaurada.

Uma massa não-nula do quark s enfraquece os emparelhamentos que envolvem quarks estranhos s com u e d . A fase $2SC$ requer *gaps* tais que $\Delta_{ud} \neq 0$, $\Delta_{us} = \Delta_{ds} = 0$. Os pares envolvendo quarks us e ds só podem existir se os *gaps* resultantes são

$$\Delta_{us}, \Delta_{ds} \gtrsim \frac{m_s^2}{2\mu}, \quad (1.7)$$

ou seja, maiores do que a diferença dos momentos de Fermi dos quarks u e s em ausência de emparelhamento[20].

O parâmetro mais relevante para analisar a ocorrência da transição entre as fases $2SC$ e CFL resulta ser a massa do quark s . Quando a massa do quark estranho é suficientemente grande em concordância com a Eq.(1.7), pode-se desprezar a influência do quark s na análise da fase $2SC$ com dois quarks u e d .

Entretanto, se a massa do quark s for muito grande, porém menor que o potencial químico bariônico para o emparelhamento na fase CFL acontecer, a fase $2SC$ incluirá uma densidade não-nula para o quark s . Ainda que por hipótese estes quarks estranhos não formem pares com os outros dois mais leves, podem emparelhar-se entre si, formando pares $\langle ss \rangle$, com momento angular $J = 1$. Este emparelhamento foi analisado na Ref.[21]. O ponto interessante é que ainda que os pares de Cooper possuam $J = 1$, o emparelhamento não viola a simetria da invariância rotacional. O emparelhamento “fecha” cor e rotação espacial, isto é, conserva uma simetria global associada simultaneamente com as rotações de cor e a espacial. O *gap* resultante é muito menor do que no caso das fases $2SC$ e CFL com $J = 0$.

A supercondutividade de cor é essencialmente um fenômeno não perturbativo. O método padrão para estudar a supercondutividade é através das equações de Schwinger-Dyson, as quais podem ser usadas para resolver funções de correlação de forma não-perturbativa na Teoria Quântica de Campos. Em geral, o conjunto completo de equações de Schwinger-Dyson contém um número infinito de equações acopladas para as funções de Green, que são funções usadas para resolver equações diferenciais inhomogêneas sujeitas a condições de contorno. Existem formas não sistemáticas para resolve-las exatamente. Além disso, existem várias aproximações conhecidas na literatura que podem ser justificadas se a dinâmica é controlada por um parâmetro pequeno (por exemplo, a constante de acoplamento fraca, ou um parâmetro $\frac{1}{N}$, onde N é o número de sabores ou cores no modelo).

No caso da QCD , para densidades assintóticas os aspectos principais desta dinâmica são bem descritos usando a aproximação dos vértices quark-glúon na equação de Schwinger-Dyson para o propagador do quark. A forma analítica da equação de Schwinger-Dyson é

$$S^{-1}(k) = S_0^{-1}(k) + 4\pi\alpha_s \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \Gamma_\mu^A S(p) \Gamma_\nu^B D_{AB}^{\mu\nu}(k-p), \quad (1.8)$$

onde $-(S^{-1}(k) - S_0^{-1}(k))$ é a energia própria do quark, $S(p)$ e $D_{AB}^{\mu\nu}(k-p)$ indicam os propagadores de quark e glúon respectivamente, α_s é a constante de acoplamento da

QCD e $\Gamma_\mu^A, \Gamma_\nu^B$ são os vértices de quark-glúon na base Nambu-Gorkov dados por

$$\Gamma_\mu^A = \gamma_\mu \begin{pmatrix} T^A & 0 \\ 0 & -(T^A)^T \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

com $T^A = \lambda^A/2$ e onde λ^A são os geradores de $SU(3)$. No estado fundamental com pares de Cooper, o propagador do quark na base Nambu-Gorkov tem componentes não-nulas fora da diagonal, e a equação de Schwinger-Dison se reduz à equação do *gap* [22],

$$\Delta(k_4) \simeq \frac{\alpha_s}{9\pi} \int \frac{dp_4 \Delta(p_4)}{\sqrt{p_4^2 + \Delta^2}} \ln \frac{\Lambda}{|k_4 - p_4|}, \quad (1.10)$$

que é a forma aproximada da equação do *gap* no espaço Euclideano ($k_4 \equiv ik_0$), onde $\Lambda = 2(4\pi)^{\frac{3}{2}} \mu \alpha_s^{-\frac{5}{2}}$. A aparição do logaritmo no integrando da Eq.(1.10) é um artefato da interação forte na QCD mediada pelos glúons. Uma solução aproximada à equação do *gap* é

$$\Delta(0) \simeq \Lambda \exp\left(\frac{-3\pi^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{3}{2}} \sqrt{\alpha_s}}\right). \quad (1.11)$$

Para as densidades existentes no interior das estrelas superdensas, estimada em $\rho \sim 10\rho_0$, o valor da constante de acoplamento $\alpha_s \equiv \alpha_s(\mu)$ não é pequeno e, em contraposição com a situação na QCD assintoticamente densa, a interação entre os quarks é muito forte. Isto sugere que a análise baseada na equação de Schwinger-Dyson precisa um outro tipo de aproximação para a descrição da matéria no interior das estrelas de alta densidade. Contudo, a solução da Eq.(1.10) é uma das poucas soluções em QCD obtida a partir de primeiros princípios, e que pode ser melhorada sistematicamente estudando correções de ordem maior. Também, esta solução mostra que o diagrama de fases da QCD no plano da temperatura vs. potencial químico contém fases supercondutoras de cor, pelo menos para densidades assintóticas.

Levando em conta as correções devidas à teoria de perturbações, a equação do *gap* pode-se escrever para densidades muito altas como

$$\Delta(0) \simeq 512\pi^4 b\mu g^{-5} \exp\left(\frac{-3\pi^2}{\sqrt{2}g}\right), \quad (1.12)$$

onde b é um parâmetro que depende do número de sabores da fase considerada. A constante de acoplamento da QCD também depende do número de sabores envolvidos através da relação $\alpha_s = \frac{g^2}{4\pi}$. Para as fases $2SC$ e CFL , considerando a dependência $g(N_f)$ e $b(N_f)$, onde N_f indica o número de sabores, 2 no caso da $2SC$ e 3 no caso CFL , da Eq.(1.12) a relação entre os *gaps* de ambas das fases é

$$\frac{\Delta_{2SC}}{\Delta_{CFL}} \simeq 2.57. \quad (1.13)$$

A Eq.(1.13) será usada no Capítulo 4 para estudar a possível transição de fase $2SC - CFL$.

Capítulo 2

Cenários de ocorrência da matéria de quarks e suas transições

As novas fases da matéria de quarks e as transições previstas pela QCD vem sendo intensamente estudada devido à possibilidade futura de obtenção de evidências fenomenológicas de suas ocorrências no contexto cosmológico, astrofísico e mesmo em experiências levadas em grandes aceleradores.

A astronomia observacional sugere a existência de matéria escura no universo. Esta matéria não é luminosa no sentido que a única interação que experimenta é a atração gravitacional.

No contexto cosmológico, admite-se que no universo aconteceu uma transição de fase quark-hádron poucos micro-segundos depois do Big-Bang. Nessa transição, poderiam ter surgido bolhas de matéria de quarks de algumas vezes a densidade da matéria nuclear em equilíbrio. Acredita-se que se essas bolhas primordiais sobrevivessem até a época atual, poderiam ser um possível candidato para explicar a matéria escura no universo.

No contexto astrofísico, as estrelas de nêutrons podem propiciar no seu interior condições de densidade para a ocorrência da transição hádron-quark e a ulterior organização da matéria de quarks em diferentes fases supercondutoras de cor.

2.0.3 Contexto Cosmológico: Bolhas de quarks como remanescentes do Universo Primordial

Do modelo cosmológico padrão sabe-se que durante o esfriamento do universo, quando a temperatura alcançou $T_c \sim 150 \text{ MeV}$, deve ter acontecido uma transição de fase de primeira ordem¹[5], [38], coincidentes aproximadamente com a quebra da simetria quiral, passando-se de matéria de quarks livres em equilíbrio termodinâmico a matéria com quarks confinados em hádrons.

Se na era em que o universo alcançou a temperatura crítica $T_c \sim 150 \text{ MeV}$ a transição foi de primeira ordem (ver Fig.2.1), à temperaturas $T < T_c$ apareceram bolhas da fase de baixa temperatura que expandiram-se na região de alta temperatura.

O universo se esfria, passando de quarks livres a estados ligados hadrônicos. A transição de fase começa com bolhas hadrônicas em um “mar” de quarks, com a temperatura T e o potencial químico μ sendo os mesmos para ambas das fases. A menor densidade de hádrons dará uma menor energia livre dentro das bolhas hadrônicas produzindo a expansão das mesmas.

Considera-se inicialmente uma transição adiabática de primeira ordem, ignorando a pequena assimetria bariônica no universo ($n_B/n_\gamma \lesssim 10^{-8}$). Para temperaturas abaixo de T_c , que é a temperatura onde as duas fases coexistem, as bolhas não se expandem de forma explosiva. Numa transição de primeira ordem existe uma diferença entre a densidade de energia de cada uma das fases, chamada calor latente², L . As bolhas da fase de baixa temperatura se expandem, transmitindo calor ao meio, aquecendo a fase

¹Uma transição de fase de primeira ordem é aquela que envolve o calor latente. Durante essa transição, o sistema absorve ou libera uma quantidade fixa de energia. A característica principal de uma transição de fase é uma mudança muito rápida e abrupta de uma ou várias propriedades físicas, em particular do calor específico, com uma pequena mudança em uma variável termodinâmica tal como a temperatura. Devido a que a energia não pode ser transferida instantaneamente entre um sistema e outro, estas transições estão associadas a “regimes de fases mixtas”, nos quais algumas partes do sistema completaram a transição enquanto que outras, não.

²O calor latente, L , é a quantidade de energia necessária, em forma de calor, para que o sistema mude seu estado.

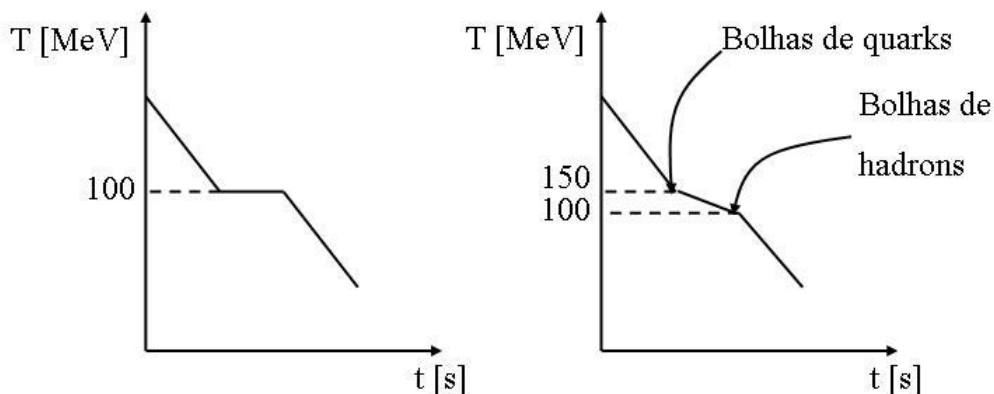


Figura 2.1: a) Transição de fase de primeira ordem. b) Transição de fase de primeira ordem no universo primordial.

formada a temperatura alta acima de T_c . Neste ponto, a pressão da fase formada a temperatura alta freia a expansão da fase formada a baixa temperatura.

As bolhas formadas na fase de baixa temperatura se expandem lentamente. Quando ocupam entre (30 – 50)% do volume total do universo[5], se encontram e percolam. Quando as bolhas entram em colisão, deve-se considerar a tensão superficial entre ambas fases, que faz coalescer as bolhas até elas alcançar um comprimento característico R_1 .

Durante um tempo curto a coalescência de bolhas é o processo dominante mais rápido. Entretanto, quando a bolha está perto do raio característico R_1 , a coalescência é detida e o processo dominante é a expansão do universo e a remoção de calor. As regiões de baixa temperatura se expandem ocupando, rapidamente, mais da metade do volume do Universo. Quando a fase formada a alta temperatura ocupa $\sim (30 - 50)\%$ do volume total as regiões desta fase se separam em bolhas isoladas com raio característico R_1 porque criam-se “buracos” entre as regiões em expansão da fase formada a baixa temperatura de tamanho R_1 . Uma vez que a transição de fase é completada, as bolhas remanescentes de matéria de quarks contraem-se para diminuir a energia livre, até o sistema conseguir um equilíbrio.

No Capítulo 5 se estudará a termodinâmica e a estabilidade destas bolhas de quarks

remanescentes do universo primordial e a possibilidade de que sejam supercondutoras de cor.

2.0.4 Contexto Astrofísico: estrelas de nêutrons e estrelas de quarks

No ano 1984, Witten[5], e mais tarde Farhi e Jaffe [39] mostraram que para matéria estranha a energia de ligação pode ser menor do que a do Ferro, ${}^{56}F_e$, em um amplo intervalo de parâmetros da QCD . Witten[5] postulou duas formas possíveis de matéria estranha: uma produzida pela transição de fase quark-hádron no universo primordial, e uma outra produzida pela transformação, a densidades muito altas, no interior das estrelas de nêutrons. Neste sentido, a estrela compacta mais estável poderia ser uma estrela estranha ao invés de uma estrela de nêutrons. O desconfinamento de um denso sistema de nucleons no centro de uma estrela de nêutrons bem poderia formar um mar de quarks e glúons sob condições impostas por uma densidade de matéria nuclear muito alta e um campo magnético super-crítico(*super QED*).

As estrelas de nêutrons são densas esferas remanescentes de estrelas massivas que terminaram sua evolução em explosões de supernovas. Possuem um raio típico da ordem de $10km$, e muitas delas formam pulsares que emitem ondas eletromagnéticas que parecem, para um observador na terra, pulsos de um farol cuja frequência depende da velocidade de rotação da estrela. Dependendo da massa e da frequência de rotação da estrela, a gravitação comprime a matéria em regiões do caroço dos pulsares até densidades que são mais de dez vezes maiores do que o valor da densidade nuclear. Isto produz uma pressão muito alta na qual ocorrem numerosos processos entre suas partículas constitutivas. O mais surpreendente inclui a geração de ressonâncias de hyperons e bárions ($\Sigma, \Lambda, \Xi, \Delta$) até o desconfinamento dos quarks (u, d, s) nos núcleons, e a formação de condensados de bósons (π^-, K^-)[47],[49],[50]. Mas existem processos mais exóticos dentro das estrelas de nêutrons. Uma nova partícula que poderia aparecer no caroço de uma estrela de nêutrons, a $H - dibaryon$: uma partícula formada por seis quarks, dois deles estranhos, com spin zero e número bariônico dois[51]. Desde que

foi proposta sua existência em 1977, o $H - dibaryon$ tem sido tema de estudo de muitos teóricos e experimentais como um possível candidato para um estado fundamental da matéria exótica. As estrelas de nêutrons, podem conter uma quantidade importante de hyperons Λ que se combinariam para formar $H - dibaryons$ a densidades acima de $3\rho_0$ [52],[53],[54]. Outro processo exótico é a formação de matéria estranha absolutamente estável[55],[56], esta é uma configuração de matéria mais estável que a do núcleo atômico de maior estabilidade, o ${}^{56}Fe$. Neste caso, a estrela de nêutrons estaria formada pela matéria estranha, a qual possivelmente estaria coberta por crostas finas de matéria nuclear[57]. Possíveis composições e estruturas de uma estrela de nêutrons é mostrada esquematicamente na Fig.(2.2).

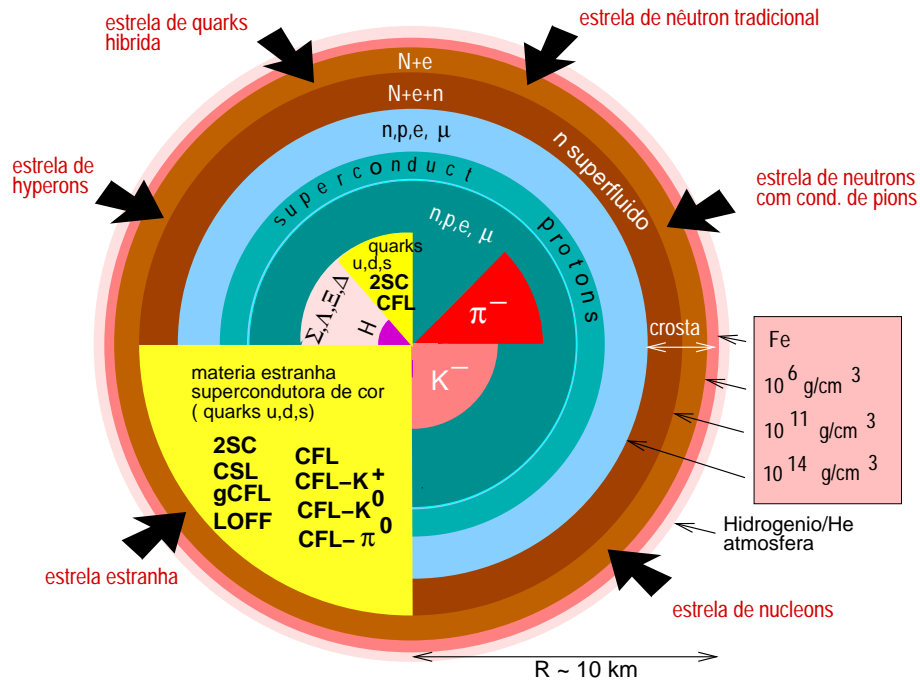


Figura 2.2: Estrutura e possíveis novas fases da matéria subatômica numa estrela de nêutrons [F. Weber, astro-ph/0407155].

Os cálculos mais simples da estrutura das estrelas de nêutrons supõem um equilíbrio hidrostático do sistema tal que cada ponto dentro da estrela está em equilíbrio pelo contrabalanço da gravitação pela pressão de gas degenerado das partículas constituintes do meio. Isto é descrito matematicamente pela equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff [58]

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{\epsilon(r)m(r)}{r^2} \frac{\left(1 + \frac{P(r)}{\epsilon(r)}\right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{m(r)}\right)}{1 - \frac{m(r)}{r}}. \quad (2.1)$$

Note-se que as unidades usadas para a constante gravitacional e a velocidade da luz são $G = c = 1$. As condições de contorno da Eq.(2.1) são $P(r = 0) \equiv P_c = P(\epsilon_c)$, onde ϵ_c representa a densidade de energia no centro da estrela. A pressão é calculada na superfície da estrela, isto é, $P(r \equiv R) = 0$, determina o raio R da estrela. A massa contida numa esfera de raio $r \leq R$, é dada por $m(r) = 4\pi \int_0^r dr' r'^2 \epsilon(r')$. Assim, a massa gravitacional total da estrela é $M = m(R)$.

Uma estrela de nêutrons pode conter nêutrons, n , prótons, p , e ressonâncias bariônicas cuja carga positiva está neutralizada por elétrons, e^- , múons, μ^- , condensados de mésons (K^- ou π^-). Geralmente, a população de estados hadrônicos carregados negativamente é favorecida sobre a população dos estados hadrônicos positivos devido à interação de isospin (spin associado ao estado de carga), a qual diminui a energia destes estados. Além da carga elétrica, a orientação de isospin dos possíveis constituintes é o elemento importante para a determinação da população da estrela. A razão é que a matéria de uma estrela de nêutrons está num estado altamente excitado relativo ao isospin simétrico da matéria nuclear. Por isso, os novos graus de liberdade hadrônicos acessíveis à matéria da estrela de nêutrons, diminuem a assimetria de isospin.

Devido às altas densidades no caroço das estrelas de nêutrons, os prótons, nêutrons e os constituintes mais pesados poderiam-se dissolver criando matéria de quarks. Na atualidade não se pode precisar para qual densidade ocorreria a transição de fase hádron-quark. Uma estimativa por considerações geométricas pode ser feita levando-se em conta a situação limite dos núcleons em contato a densidades $\sim \frac{4\pi r_N^3}{3} \simeq 0.24 \text{ fm}^{-3}$, a qual, para um raio característico do núcleon $r_N \sim 1 \text{ fm}$, é menor do que duas vezes a densidade de número bariônico ρ_0 da matéria nuclear ordinária. Acima desta densidade crítica, os hádrons se dissolvem e os quarks confinados começam a popular os estados livres fora dos hádrons. Os quarks u e d muito energéticos se transformam por processos fracos em quarks s à densidade um pouco acima daquela na qual ocorre o deconfinamento dos quarks ordinários[60], [61]. Assim, pode-se formar a matéria de

quarks com três sabores que poderia existir como uma componente permanente da matéria dentro das estrelas de nêutrons[47],[62].

Boa parte das estrelas de nêutrons encontra-se formando sistemas duplos (binários), estando fisicamente ligadas devido à influência da ação gravitacional mútua. Os sistemas binários de *raios* – x estão formados por uma estrela de nêutrons em órbita em torno de uma estrela companheira da sequência principal ou uma estrela evoluída (gigante vermelha). As estrelas nesse sistema sofrem fortes distorções causadas pelos efeitos de maré mutuos.

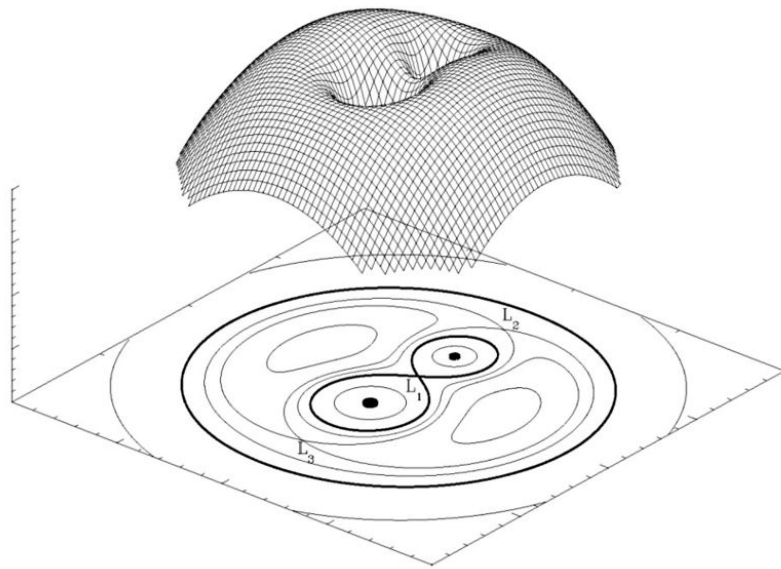


Figura 2.3: Potencial gravitacional de um sistema binário. O lobo de Roche está indicado entre os pontos L_1 e L_2 . A transferência de matéria se dá através do chamado ponto de Lagrange interno, representado por L_1 . A matéria transferida não cai radialmente sobre a estrela de nêutrons, mas sim forma um disco de acréscimo sobre a estrela.

A proximidade de duas estrelas, para considera-las formando um sistema binário, é medida comparando o tamanho da estrela e o raio do lobo de Roche ³. Se o raio de cada estrela é menor do que o lobo de Roche, elas estão desconectadas. Entretanto, se uma delas preenche o lobo de Roche (Fig.2.3), o sistema é semi-conectado e a

³O lobo de Roche é a região que define o campo de ação gravitacional de uma estrela sobre a outra.

matéria pode fluir através do ponto de Lagrange interno. Desta maneira, a estrela de nêutrons em sistemas binários consome a massa da estrela companheira. Quando a massa da estrela de nêutrons alcançar $\sim 2M_{\odot}$, esta sofre colapso gravitacional podendo-se transformar em uma estrela de quarks. Neste processo a alta densidade, os núcleons se desconfinam, liberando seus quarks. Assim, fica um “mar” de quarks no interior da estrela de nêutrons.

Se a hipótese da matéria estranha é correta, um novo tipo de estrelas compactas, chamadas de estrelas estranhas poderia existir. Elas formam uma ramificação diferente e desconectada dentre as estrelas compactas e não são parte do contínuo das configurações de equilíbrio que incluem anãs brancas e estrelas de nêutrons. As estrelas de nêutrons e as estrelas estranhas podem coexistir. Entretanto, se a matéria estranha é o verdadeiro estado fundamental, é provável que a galáxia esteja contaminada por nuggets (bolhas de quarks estáveis, remanescentes do universo primordial) de matéria estranha, os quais poderiam converter estrelas de quarks em estrelas estranhas [63],[64],[65]. Isto significa que os objetos conhecidos pelos astrônomos como púlsares, poderiam muito bem ser estrelas estranhas girantes (ver Fig.(2.4)) ao invés de estrelas de nêutrons girantes. Outra consequência desta hipótese poderia ser a existência de uma espécie nova de anãs brancas estranhas, ou de MACHOS (objetos compactos no halo da galaxia) estranhos. Estes objetos teriam crostas nucleares que seriam de centenas de quilômetros de espessura [66]. A situação é apresentada na Fig.(2.4). A relevância astrofísica associada à existência dos MACHOS estranhos é que eles poderiam ser candidatos estelares naturais com matéria bariônica densa escondida. Esta característica vincularia a matéria estranha ao problema fundamental da matéria escura que atualmente é um dos problemas mais importantes da astrofísica e cosmologia. Observacionalmente os MACHOS podem ser vistos nos experimentos de microlentes gravitacional [67].

Espera-se que a matéria estranha, conforme foi mencionado no capítulo anterior, seja supercondutora de cor para densidades muito altas ($\sim 10\rho_0$) e que esteja na fase *CFL*. Nesta fase o setor de quarks é considerado rigorosamente neutro e não requer

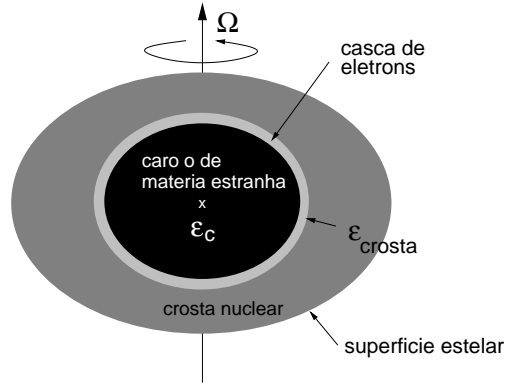


Figura 2.4: Estrela estranha girante com crosta nuclear [F. Weber, astro-ph/0407155].

elétrons[68]. Porém, para uma massa do quark estranho grande, no regime de baixa densidade, espera-se que ocorram outros tipos de condensação ($2SC$, $CFL+K^0$, $CFL+K^+$, $CFL+\pi^0$) nos quais os elétrons estejam presentes. A presença dos elétrons permite a formação de dipolos na superfície da crosta da matéria estranha, o que possibilita que as estrelas estranhas tenham crostas de matéria nuclear[69],[70],[61](ver Fig.(2.4)).

O cálculo de estrutura mostra que o raio de uma estrela compacta de quarks é menor do que aquele das estrelas de nêutrons de massas comparáveis[48]. A diferença no raio seria três ou quatro quilômetros para estrelas de massa $\sim 1.4M_{\odot}$ e ainda maior para aqueles objetos menos massivos[48]. Uma estrela de nêutrons que possui um raio peculiarmente pequeno é a fonte de *raios - x*, $SAXJ1808.4 - 3658$ [71], que foi descoberta em Setembro de 1996 pelo satélite BeppoSAX. A análise da emissão desta estrela indica que se localiza a uma distância de $4kpc$ e que emite pulsações coerentes com período 2.49 milisegundos. A natureza binária da $SAXJ1808.4 - 3658$ foi bem estabelecida com a descoberta de um período orbital de duas horas[72] e a posterior identificação óptica da estrela companheira. A SAX J 1808.4-3658 é o primeiro pulsar que mostra pulsações coerentes na emissão dos *raios - x*.

Em um sistema binário, as estrelas de nêutrons poderiam se converter em estrelas estranhas via transições de fase induzidas, isto é, por acréscimo de matéria extraída de uma companheira.

Capítulo 3

Modelos efetivos para descrição da matéria de quarks

Prótons e nêutrons, como também todos os mésons e bárions que podem aparecer na matéria densa a nível hadrônico, são partículas que interagem fortemente. Suas propriedades e as propriedades da matéria bariônica densa são, em princípio, descritas pela teoria microscópica das interações fortes, a Cromodinâmica Quântica (*QCD*). O problema é que a *QCD* é uma teoria não abeliana (com $SU(3)_c$ como grupo de calibre) bastante complicada devido à não comutatividade do grupo. A densidade lagrangiana da teoria é escrita em termos dos campos dos quarks que carregam cargas de cor e dos glúons mediadores. Mas devido a propriedade de confinamento os quarks não podem existir no vácuo como partículas livres. Eles combinam-se com outros quarks e antiquarks para formar hádrons com neutralidade de cor (isto é, mésons e bárions) cuja descrição não é fácil na *QCD*, já que as equações da *QCD* não podem ser resolvidas para escalas de energia do núcleo atômico.

Sabe-se que os bárions não são partículas pontuais. O tamanho característico é da ordem de $1fm = 10^{-13}cm$. Acima de densidades críticas para o desconfinamento, não faz sentido falar em matéria bariônica e sim em matéria de quarks interagendo via glúons. Desta forma, existem duas fases diferentes na *QCD*: a fase hadrônica na qual os quarks e glúons estão confinados ao volume dos hadrons e o plasma quark-glúon

onde estão desconfinados. Entretanto, a teoria não consegue resolver a transição entre estes dois regimes de forma direta e, por isto, os modelos fenomenológicos para estudar a *QCD* são introduzidos como idealizações da dinâmica real da teoria. Existem vários destes modelos para estudar a *QCD* a diferentes densidades.

Neste Capítulo descreve-se apenas três desses modelos: 1) O Modelo de Sacola do MIT¹, 2) O Modelo de Nambu-Jona Lasinio, 3) O Modelo de Massa Efetiva Dinâmica. Este último modelo será usado no Capítulo 4 para a análise de possíveis transições de fase na matéria densa. O Modelo Nambu-Jona-Lasinio, muito usado para estudar a matéria de quarks, funcionaria bem para densidades mais baixas do que as que caracterizam o interior das estrelas de quarks.

Existem outros modelos, por exemplo o Modelo de Acoplamento Quark-Méson[23] e o Modelo Cromodielétrico[24] que não serão discutidos nesta tese.

3.1 Modelo de sacola do *MIT*

A Lagrangiana da *QCD* é

$$L = \bar{\psi}_f (i\gamma_\mu D^\mu - m_f) \psi_f - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F_i^{\mu\nu}, \quad (3.1)$$

onde ψ_f representa o campo dos quarks para cada sabor f e m_f representa as massas dos quarks. A derivada covariante de cor é definida como

$$D^\mu = \partial^\mu - i\frac{g_s}{2} [\lambda_j] G_j^\mu, \quad (3.2)$$

onde g_s é a constante de acoplamento da interação forte. As quantidades G_j^μ são os campos gluônicos com índices de cor $j = 1, \dots, 8$ e λ_j são as matrizes de Gell-Mann $SU(3)_c$. $F_{\mu\nu}^i$ é o tensor de campo dos glúons definido como

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu G_\nu^i - \partial_\nu G_\mu^i + g_s f_{jk}^i G_\mu^j G_\nu^k, \quad (3.3)$$

¹O Modelo de Sacola Modificado devido a efeitos de campos magnéticos super-intensos no caroço de estrelas de quarks será usado no Capítulo 6.

onde f_{jk}^i são as constantes de estrutura de $SU(3)_{cor}$. As equações de movimento acopladas dos campos de quark e glúon, obtidas a partir da Eq.(3.1), são

$$(i\gamma_\mu\partial^\mu - m_f)\psi_f = -g_s\gamma_\mu\left(\frac{\lambda^i}{2}\right)\psi_f G_i^\mu, \quad (3.4)$$

$$\partial^\mu F_{\mu\nu}^i + g_s f_{jk}^i G^{j\mu} F_{\mu\nu}^k = -g_s \bar{\psi}_f \gamma_\nu \left(\frac{\lambda^i}{2}\right) \psi_f. \quad (3.5)$$

As técnicas utilizadas para resolver as equações da QCD não forneceram ainda um resultado aceitável para densidades bariônicas finitas como no caso da QED para o núcleo atômico. Assim, faz-se necessário recorrer a modelos não-perturbativos para descrever a matéria de quarks quando se consideram as propriedades do confinamento e a liberdade assintótica da QCD . O modelo fenomenológico mais usado é o modelo de sacola do *MIT*. Neste modelo os hádrons são considerados como quarks livres confinados numa região finita do espaço: a “sacola”. O confinamento não é um resultado dinâmico da teoria fundamental, mas é colocado na mão, impondo as condições de contorno apropriadas[25]. A sacola é estabilizada pelo termo $g^{\mu\nu}B$ (sendo B a constante de sacola) que é adicionado ao tensor energia-momento dentro da sacola. Para compreender isto, considera-se o tensor energia-momento de um fluido perfeito no sistema em repouso

$$T_{fluido}^{\mu\nu} = diag(\epsilon, p, p, p). \quad (3.6)$$

A constante de sacola B resulta uma contribuição positiva à densidade de energia, ϵ , e uma contribuição negativa à pressão, p , dentro da sacola. De forma equivalente, pode-se atribuir um termo $-g^{\mu\nu}B$ à região fora da sacola. Isto leva a uma situação de um vácuo não trivial com uma densidade de energia negativa $\epsilon_{vac} = -B$ e uma pressão positiva $p_{vac} = +B$. A estabilidade do hádron é consequência do balanço da pressão positiva do vácuo com a pressão dos quarks dentro da sacola. O modelo *MIT* de sacola não especifica nada a respeito da origem do vácuo não-trivial, mas trata B como um parâmetro livre. Avaliando o tensor energia-momento na QCD encontra-se que

$$B_{QCD} = -\frac{1}{4} \langle T_\mu^\mu \rangle = \frac{11 - \frac{2}{3}N_f \alpha_s}{32 \pi} \langle G_a^\mu G_{a\mu} \rangle - \frac{1}{4} \sum_f m_f \langle \bar{q}_f q_f \rangle, \quad (3.7)$$

dominado pela contribuição do emparelhamento de glúons (primeiro termo do lado direito da equação). No segundo termo, q_f indica um quark q com sabor f e massa m_f , enquanto que no primeiro α_s é a constante de acoplamento forte da QCD e N_f o número de sabores. O interesse maior neste trabalho é a matéria de quarks a baixas temperaturas. Por isso, se focalizará o estudo da equação de estado do modelo de sacola do *MIT* a temperatura zero.

No limite quiral, quando a massa dos quarks faz-se nula, a pressão para os quarks livres com $T = 0$ no modelo de sacola do *MIT* é dada por

$$P|_{T=0} = 2N_f N_c \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} (\mu - E_{\mathbf{k}}) \theta(\mu - E_{\mathbf{k}}) - B = \frac{N_f N_c}{12\pi^2} \mu^4 - B, \quad (3.8)$$

onde o fator $2N_f N_c$ leva em conta o número total de estados de quarks degenerado (isto é $spin = \pm \frac{1}{2}$), N_f os estados de sabor (u, d, s), e N_c os estados de cor (r, g, b). A constante de sacola B na Eq(3.8) é a contribuição não-nula da pressão de vácuo. Neste sentido, fornece o modelo mais simples de confinamento de quarks na QCD [25], [26]. Note-se que a pressão do vácuo é maior do que a pressão da matéria de quarks quando $\mu < \left(\frac{4\pi^2 B}{N_f}\right)^{\frac{1}{4}}$.

A densidade de energia é definida como

$$\varepsilon|_{T=0} \equiv \mu \frac{\partial P|_{T=0}}{\partial \mu} - P|_{T=0} = \frac{N_f N_c}{4\pi^2} \mu^4 + B. \quad (3.9)$$

As Eqs.(3.8)-(3.9) fornecem uma boa aproximação para a descrição da matéria de quarks que interagem fracamente.

3.2 Modelo de Nambu-Jona Lasinio

Outro tipo de modelo que se utiliza para analisar a matéria de quarks a alta densidade, é o Modelo de Nambu-Jona Lasinio (*NJL*). Originalmente tanto o modelo de sacola do

MIT quanto o modelo de *NJJ* foram desenvolvidos para estudar as propriedades dos hádrons. Estes dois modelos são complementares pois enquanto o modelo de sacola do *MIT* está baseado numa realização fenomenológica do confinamento, as características principais do modelo *NJJ* são a simetria quiral e a quebra espontânea do vácuo, isto é, o vácuo pode ter soluções que não possuem a mesma simetria que a lagrangiana original (aspectos não cobertos pelo primeiro). Note-se que o modelo *NJJ* não confina e o modelo de sacola do *MIT* viola a simetria quiral, entretanto o resultado de ambos são muito parecidos quando se calcula a equação de estado da matéria de quarks a densidades altas. No modelo *MIT* a constante de sacola é um parâmetro externo enquanto que no modelo *NJJ* é dinamicamente gerada. Na versão original o *NJJ* foi um modelo para núcleons em interação, e obviamente o confinamento não era um tema de discussão. Por outro lado, antes mesmo da *QCD* se estabelecer existiam indícios da existência de um valor de corrente axial parcialmente conservado, isto é, a simetria quiral. Como a simetria quiral implica em férmions sem massa na Lagrangiana, o problema era encontrar um mecanismo que explicasse a grande massa do núcleon sem destruir a simetria.

A ideia pioneira de Nambu e Jona Lasinio foi que o *gap* de massa no espectro de Dirac do núcleon poderia ser gerado de forma análoga à energia do *gap* de um supercondutor na teoria *BCS*, que tinha sido desenvolvida alguns anos antes. Propôs-se uma Lagrangiana para o campo ψ do núcleon com uma interação de quatro férmions quiralmemente simétrica[8],

$$L = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi + G \left\{ (\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma_5\tau\psi)^2 \right\}, \quad (3.10)$$

onde m é a massa própria do núcleon, τ é uma matriz de Pauli agindo no espaço de isospin e G é a constante de acoplamento. A auto energia induzida pela interação gera uma massa efetiva M que pode ser consideravelmente maior do que m , mesmo no limite quiral, isto é, quando $m = 0$. Paralelamente, existem excitações coletivas núcleon-antinúcleon que acabam não tendo massa no limite quiral. Em outras palavras, surgem os píons como bósons de Goldstone devido à quebra espontânea da simetria

quiral.

Com o desenvolvimento da QCD o modelo NJL foi reinterpretado como um modelo esquemático para o tratamento dos quarks[27]. Mas o confinamento continuava sendo um problema que limitava a aplicação do modelo. Por outro lado, tem-se situações em que a simetria quirál é o aspecto relevante da QCD a ser levado em conta e o confinamento é menos importante. O exemplo mais notável é a natureza de bóson de Goldstone do pión. Neste aspecto o modelo NJL é superior ao modelo de sacola do MIT , pois este último não explica a baixa massa do pión.

No final dos anos '90 o modelo NJL foi usado para estudar fases supercondutoras de cor na matéria de quarks desconfinaada.

Após a reinterpretação deste modelo como um modelo de quarks esquemático, muitos pesquisadores conservaram a forma original da Lagrangiana com ψ sendo o campo do quark com dois sabores e três cores. Porém esta escolha não é única e podem-se escrever muitos outros termos de interação que poderiam surgir pela consideração de instantons, isto é, soluções da Teoria Clássica de Campos, no espaço Euclideo[28].

3.3 Modelo de Massa Efetiva Dinâmica

A maioria dos tratamentos termodinâmicos da matéria estranha de quarks, SQM , foram desenvolvidos no contexto do modelo de sacola MIT . Por outro lado, uma descrição alternativa à descrição do confinamento do modelo de sacola foi introduzida por Fowler, Raha e Weiner[3] e posteriormente utilizada por Benvenuto e Lugones[34]. Nela a massa dos quarks depende da densidade de número bariônico. Esta aproximação foi usada para estudar as propriedades da matéria de quarks ordinária e mais tarde foi aplicada por Chakrabarty[35] no caso da matéria estranha. Em ambos os casos, as propriedades dos quarks e as da matéria estranha resultaram bem diferentes daquelas do modelo de sacola do MIT .

Observe-se que o modelo de sacola do MIT se coloca como apropriado para discutir o regime de confinamento dos quarks, enquanto que os modelos tipo NJL são mais ade-

quados para a descrição de aspectos e mecanismos associados à quebra ou restauração do regime quiral da QCD . O modelo de massa efetiva dinâmica vem se colocar como intermediário entre estes dois modelos, permitindo a descrição do confinamento dos quarks, ao mesmo tempo que se reduzindo, de forma suave, a uma descrição do regime de liberdade assintótica. Como se verá no capítulo 4 (Eq.4.15) a situação de confinamento neste modelo é simulada pelo termo de pressão confinante (um termo adicional ao termo de pressão de gás livre) que se origina da dependência da massa efetiva com a densidade bariônica. Ao mesmo tempo, o acréscimo das massas efetivas (que carregam de forma aproximada às interações do sistema) desaparece quando a densidade cresce para valores muito altos, anulando também o termo de pressão confinante, levando o sistema naturalmente numa situação de gás livre.

A proposta de descrição do confinamento considerando-se a dependência da massa dos quarks com a densidade assemelha-se aquela de entender o confinamento através de instantons[36].

Considera-se agora a questão de como estabelecer a dependência da massa dos quarks com a densidade de forma a satisfazer a proposta do Modelo de Massa Efetiva Dinâmica. Para modelos de sacola com um número fixo N de quarks, a densidade de energia é constante

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{E}{V} = \text{constante}.$$

O valor desta constante deve ser estabelecido fenomenologicamente. Uma forma de parametrizar o confinamento é fazer a massa dos quarks livres infinitamente grande enquanto que para altas densidades, ou temperaturas, ésta seja pequena ou nula [37].

No limite de volume suficientemente grande para que a massa dos quarks seja o termo dominante na expressão da energia do sistema, se obtem $\varepsilon_q \approx m_q n_q \rightarrow \text{constante} \equiv C$. Assim, pode-se escrever

$$m_q^* = \frac{C}{n_q}. \quad (3.11)$$

Esta relação representa o efeito do confinamento dentro do modelo para densidades

nas quais a QCD perturbativa não é válida.

Para densidades baixas, a Eq.(3.11), aplica-se igualmente aos quarks mais pesados, neste caso o quark s . Estabelecendo o acréscimo de massa do quark estranho

$$m_s^* = m_{s0} + \frac{C}{n_q}, \quad (3.12)$$

onde m_{s0} será mais um parâmetro para a análise das diferentes fases consideradas neste trabalho.

No Capítulo 4, analisão-se as transições de fase em matéria de quarks, tendo em conta esta proposta de Modelo de Massa Efetiva.

O parâmetro C da expressão das massas efetivas tem uma natureza distinta do parâmetro B de sacola do Modelo do MIT , sendo seus valores considerados tomados dentro da faixa na qual a matéria de quarks estranha seja mais estável que a matéria nuclear, e esta última mais estável do que a matéria de quarks u e d . este ponto será objeto de análise no próximo capítulo.

As Figs.(3.1, 3.2) mostram o comportamento da densidade de energia e a pressão em função da densidade bariônica para o Modelo de sacola do MIT e o Modelo de massa efetiva dinâmica. Estes gráficos foram obtidos de tal forma que tenha-se pressão nula em ambos os modelos para a mesma densidade bariônica.

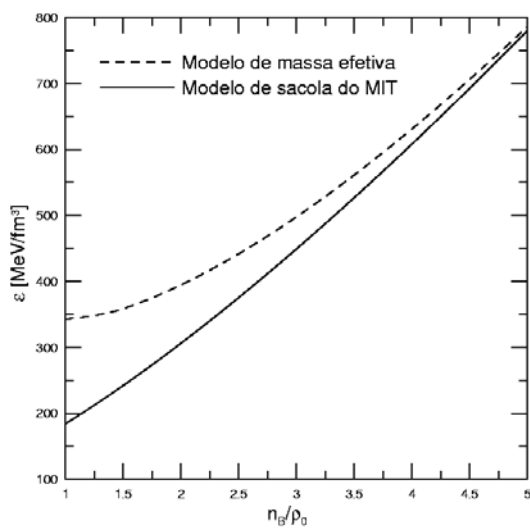


Figura 3.1: Densidade de energia ϵ como função da densidade bariônica n_B no Modelo de sacola do MIT e no Modelo de Massa Efetiva.

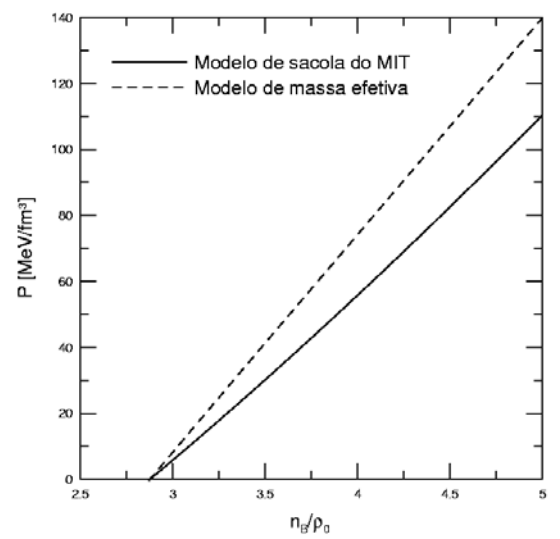


Figura 3.2: Pressão P como função da densidade bariônica n_B no Modelo de sacola do MIT e no Modelo de Massa Efetiva.

Capítulo 4

Transições de fase na matéria densa de quarks

No processo de transição da matéria hádronica para matéria de quarks em uma estrela de nêutrons, as interações fracas desempenham um papel relevante na transformação dos quarks ordinários, u e d , em quarks s . Isto ocorre porque a altas densidades o estado com quarks u , d e s tem energia menor do que o estado com apenas u e d (o número bariônico está distribuído em três mares de Fermi ao invés de dois).

Neste Capítulo se analisam as possíveis transições de fase entre a matéria de quarks estranha (SQM) e as fases supercondutoras de cor ($2SC$ e CFL) que poderiam existir no caroço de estrelas de nêutrons (ver possível configuração da estrela de nêutrons na Fig.(2.2) do Capítulo 2).

4.1 Matéria de Quarks Estranha (SQM) no Modelo de Massa Efetiva Dinâmica

Nesta seção, estudar-se-ão as propriedades da SQM através de uma descrição do confinamento dos quarks supondo que existe uma massa efetiva para os quarks que é variável com a densidade bariônica, $n_B = \sum_q \frac{n_q}{3}$. Consideramos a matéria estranha como um gás de Fermi de quarks u , d , s e *elétrons*, onde a extrapolação das Eqs.(3.11, 3.12)

do Capítulo 3 para densidades muito altas implica que a correção da massa efetiva dos quarks se torna desprezível num regime caracterizando a situação de liberdade assintótica e restauração da simetria quiral.

Rescrevendo-se as masas dos quarks u , d e s seguindo as Eqs.(3.11, 3.12) se tem

$$m_{u,d}^* \simeq \frac{C}{3n_B}, \quad (4.1)$$

$$m_s^* \simeq m_{s0} + \frac{C}{3n_B}, \quad (4.2)$$

onde o parâmetro m_{s0} é a massa do quark s .

Considera-se para esta fase que a matéria de quarks está em equilíbrio *beta*, sem os neutrinos apresionados no meio. Assim sendo, as transições possíveis são como segue:

$$d \longleftrightarrow u + e^-, \quad (4.3)$$

$$u + d \longleftrightarrow u + s, \quad (4.4)$$

$$s \longleftrightarrow u + e^-. \quad (4.5)$$

Portanto, a relação entre os potenciais químicos dos quarks é escrita como

$$\mu_s = \mu_d = \mu, \quad (4.6)$$

$$\mu_u = \mu - \mu_e. \quad (4.7)$$

Visto que o potencial químico do elétron, μ_e , é não nulo, com o potencial químico bariônico $\mu_B = \frac{1}{3}(\mu_u + \mu_d + \mu_s)$, podem-se escrever os potenciais químicos dos três quarks em função dos μ_B e μ_e , de tal forma que: $\mu_u = \mu_B - \frac{2}{3}\mu_e$, $\mu_d = \mu_s = \mu_B + \frac{1}{3}\mu_e$. Além disto, impondo a condição de neutralidade de carga

$$2n_u - n_d - n_s - 3n_e = 0, \quad (4.8)$$

e definindo a densidade bariônica,

$$n_B = \frac{1}{3} (n_u + n_d + n_s). \quad (4.9)$$

pode-se estudar transições de fase na matéria de quarks considerando-se a conservação global das cargas eletromagnética e bariônica durante a transição.

Tratando o sistema como um gás de Fermi degenerado onde os efeitos da interação entre os quarks são carregados pelas massas efetivas dos mesmos, a densidade de partículas para cada espécie é definida como

$$n_q(\mu_q) = \frac{1}{\pi^2} k_F^3, \quad (4.10)$$

onde $q = u, d, s$, $k_F = (\mu_q^2 - m_q^{*2})^{\frac{1}{2}}$ é o momento de Fermi do quark q .

A Eq.(4.10) é obtida da relação termodinâmica

$$-\left. \frac{\partial \Omega_q}{\partial \mu_q} \right|_{T=0, n_B} = n_q. \quad (4.11)$$

onde Ω_q é a energia livre para cada espécie q .

A SQM torna-se estável energeticamente (ver Fig.4.1) para densidades baixas sempre que a energia por bárion satisfaça (para pressão zero) a condição

$$\left(\frac{\varepsilon}{n_B} \right)_{SQM} \leq 930 MeV, \quad (4.12)$$

onde o valor $930 MeV$ corresponde ao valor típico de energia por bárion no núcleo de ^{56}Fe . Nesta tese, o parâmetro C é fixado para manter válida essa condição. A janela de estabilidade mostrada na Fig.(4.2)[34] é obtida ao se considerar também que a energia por bárion para a matéria de quarks com dois sabores ($2QM$) (para pressão nula), seja maior que a energia por barion da matéria nucleonica do ^{56}Fe [73], isto é,

$$\left(\frac{\varepsilon}{n_B} \right)_{2QM} > 930 MeV. \quad (4.13)$$

Usando as Eqs.(4.12)-(4.13), os parâmetros m_{s0} e C da Fig(4.2) definem uma janela na qual a SQM corresponde ao estado fundamental estável para baixas densidades

($> \rho_0$). Quando a densidade aumenta, a Eq.(4.13) não é aplicável devido ao surgimento do quark s . Por isto, a SQM pode se formar ao invés da matéria $2QM$, com dois sabores u e d , se satisfaz o seguinte vínculo:

$$\mu_d = \mu_B + \frac{\mu_e}{3} \geq m_s^*. \quad (4.14)$$

Esta equação também é considerada nesta tese para garantir a existência do quark s neste processo.

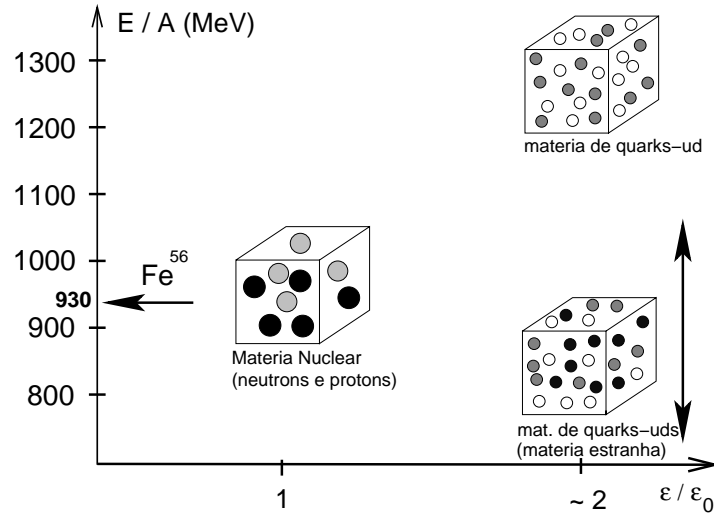


Figura 4.1: Comparação da energia por barião, $\frac{E}{A}$, do ${}^{56}\text{Fe}$ (a matéria nuclear) com a energia por barião para quarks de dois e três sabores (matéria estranha) como função da densidade bariônica em unidades de $\varepsilon_0 = \rho_0$ $\varepsilon = \rho$ [F. Weber astro-ph/0407155]

Deve-se notar que para manter a consistência termodinâmica[74] tem de se considerar um termo adicional ao termo que descreve a pressão nesta fase, do tipo

$$B^* = n_B \left. \frac{\partial \Omega_{SQM}}{\partial n_B} \right|_{T=0, n_B}, \quad (4.15)$$

onde Ω_{SQM} a energia livre da matéria de quarks estranha. O B^* surge da dependência (aqui suposta) da massa dos quarks com a densidade n_B e constitui um elemento relevante para descrever de forma suave o regime de confinamento da QCD e o regime de liberdade assintótica.

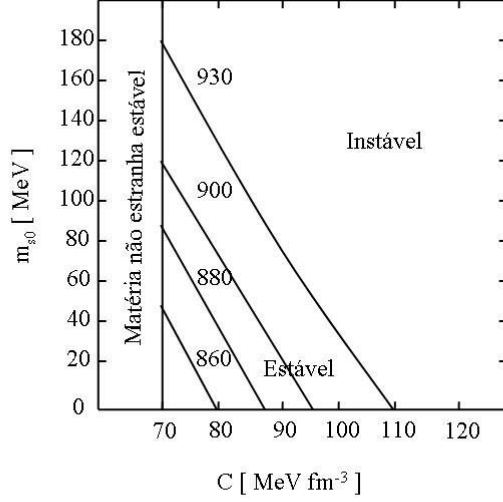


Figura 4.2: Janela de estabilidade da SQM no Modelo de Massa Efetiva [O. G. Benvenuto, G. Lugones, Phys. Rev. D **51** 4 1989 (1995)].

A pressão do sistema de quarks de matéria estranha é dada por

$$P_{SQM} = B^* - \Omega_{SQM} = \sum_{q=u,d,s} \frac{g_q}{48\pi^2} m_q^{*4} \left[F(x_q) - \frac{4C}{n_B m_q^*} G(x_q) \right], \quad (4.16)$$

onde B^* é dado pela Eq.(4.15), g_q é o fator de degenerescência, e m_q^* é a massa do quark dependente da densidade. As funções $F(x_q), G(x_q)$ estão dadas por

$$F(x_q) = x_q \sqrt{x_q^2 + 1} (2x_q^2 - 3) + 3 \ln \left(x_q + \sqrt{x_q^2 + 1} \right), \quad (4.17)$$

$$G(x_q) = x_q \sqrt{x_q^2 + 1} - \ln \left(x_q + \sqrt{x_q^2 + 1} \right), \quad (4.18)$$

onde $x_q = \left[\left(\frac{\mu_q}{m_q^*} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}}$.

A densidade de energia do sistema de quarks é obtida como

$$\varepsilon = \sum_{q=u,d,s} \varepsilon_q = -P_{SQM} + \sum_{q=u,d,s} \mu_q n_q(\mu_q), \quad (4.19)$$

onde

$$\varepsilon_q = \frac{g_q}{48\pi^2} m_q^{*4} \left[3H(x_q) + \frac{4C}{n_B m_q^*} G(x_q) \right], \quad (4.20)$$

A função $H(x_q)$ na Eq.(4.20) é dada por

$$H(x_q) = x_q \sqrt{x_q^2 + 1} (1 + 2x_q^2) - \ln \left(x_q + \sqrt{x_q^2 + 1} \right). \quad (4.21)$$

Quando se inclui a contribuição dos elétrons a energia livre total da fase SQM é dada por

$$\Omega_{SQM} = \varepsilon - \frac{\mu_e^4}{3\pi^2}. \quad (4.22)$$

Resolvendo o sistema não-linear (Eqs.(4.8)-(4.9)) numericamente, obtemos a solução numérica para pressão da Eq.(4.16) e para energia livre da matéria de quarks estranha Eq.(4.22), que serão utilizadas para o estudo das transições de fase. Os parâmetros considerados para tal estudo, C e m_{s0} , estarão restritos à Eq.(4.12), e portanto à janela de estabilidade da Fig.(4.2).

Em seguida, se apresentam-se as equações das duas fases supercondutoras estudadas, CFL e $2SC$.

4.2 Equação de Estado da Matéria de Quarks na fase CFL

Supõe-se que para esta fase não são requeridos elétrons [75] pois a neutralidade da matéria fica assegurada pela imposição da igualdade de densidades $n_u = n_d = n_s$, característica desta fase. Considera-se a densidade de elétrons, n_e , e o potencial químico correspondente, μ_e como nulos.

Nesta fase, a contribuição ao potencial termodinâmico devida ao emparelhamento é dada por

$$\Omega_{\Delta_{CFL}} = -\frac{3\Delta_{CFL}^2 \mu_B^2}{\pi^2}, \quad (4.23)$$

onde, por simplicidade vamos considerar o *gap* Δ_{CFL} como constante.

Considera-se que a característica desta fase é a equipartição da densidade bariônica do sistema pelos três sabores de quarks $n_u = n_d = n_s = n_B$. Esta condição leva a uma relação entre os potenciais químicos dos quarks dada por

$$\mu_s = \mu, \quad (4.24)$$

$$\mu_u = \mu_d = \sqrt{\mu^2 - (m_s^{*2} - m_u^{*2})}, \quad (4.25)$$

e portanto implicam uma mesma densidade

$$n_u = n_d = n_s = \frac{1}{\pi^2} \left((\mu_s^2 - m_s^{*2})^{3/2} + 2\Delta_{CFL}^2 \mu_B \right). \quad (4.26)$$

Com esta condição, a neutralidade de carga é automaticamente satisfeita. Esta é uma aproximação razoável para o regime de quarks ultrarelativísticos ($m_q \sim 0$) e onde $n_e = 0$. Pode-se calcular a energia livre total para a fase *CFL* como sendo dada por

$$\Omega_{CFL} = -P_{CFL} + \Omega_{\Delta_{CFL}}, \quad (4.27)$$

onde

$$P_{CFL} = B^* - \Omega_{CFL} = \sum_{q=u,d,s} \frac{g_q}{48\pi^2} m_q^{*4} [F(x_q) - 4G(x_q)]. \quad (4.28)$$

As funções $F(x_q)$ e $G(x_q)$ mantem a mesma forma das Eqs.(4.17, 4.18, 4.19) para a *SQM*.

A Fig.(4.3) compara a energia por bárion das fases *CFL* e *SQM* para dois valores diferentes do parâmetro do *gap*. Note-se a dependência com o valor do *gap* da energia da fase *CFL*. A Fig.(4.3) mostra que quando o *gap* aumenta, a fase *CFL* torna-se mais estável do que a fase *SQM*.

Levando em conta a relação entre os potenciais químicos (Eqs.4.24, 4.25) para resolver a Eq.(4.26) numericamente, se obtem a solução das Eqs.(4.27, 4.28) para diferentes valores de Δ_{CFL} . Os parâmetros C e m_{s0} se limitaram aos valores da janela de estabilidade da Fig.(4.2)

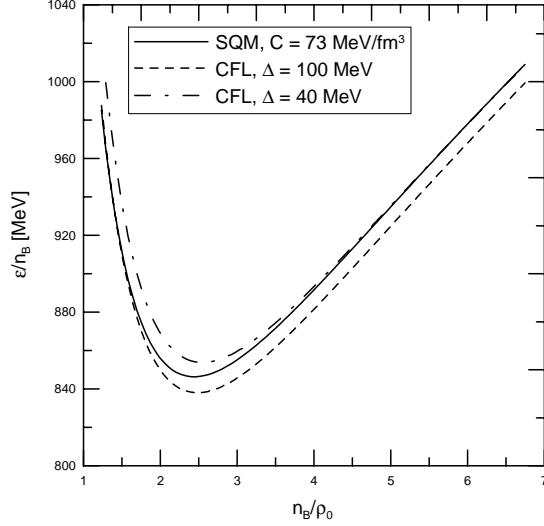


Figura 4.3: Densidade de energia por número bariônico para as fases SQM e CFL para diferentes valores do gap ($\Delta = \Delta_{CFL}$).

4.3 Equação de Estado da Matéria de Quarks na fase $2SC$

Considera-se a seguir que a fase $2SC$ é formada puramente por quarks u e d . Nesta fase a contribuição ao potencial termodinâmico devido ao emparelhado é

$$\Omega_{\Delta_{2SC}} = -\frac{\Delta_{2SC}^2 \mu_B^2}{\pi^2}. \quad (4.29)$$

Dado que a fase $2SC$ ocorre a densidades mais baixas (da ordem de $n_B \sim 2\rho_0$, com ρ_0 a densidade nuclear) do que para a fase CFL , deve-se levar em conta a dependência das massas dos quarks ordinários com a densidade bariônica, n_B , como nas Eqs.(4.1,4.2).

O processo de equilíbrio β nesta fase é

$$d \longleftrightarrow u + e^-, \quad (4.30)$$

Considerando este processo na fase $2SC$, o potencial químico bariônico deve satisfazer a condição

$$\mu_B = \frac{1}{3}(\mu_u + 2\mu_d), \quad (4.31)$$

para desta forma satisfazer a relação termodinâmica $\frac{\partial \Omega}{\partial \mu_e} = \frac{2}{3}n_u - \frac{1}{3}n_d - n_e = 0$. Assim, a condição de neutralidade de carga toma a forma

$$2n_u = n_d + 3n_e. \quad (4.32)$$

Assim a densidade bariônica vem dada por

$$n_B = \frac{1}{3}(n_u + n_d), \quad (4.33)$$

com

$$n_u = \frac{1}{\pi^2} \left[(\mu_u^2 - m_u^{*2})^{\frac{3}{2}} + 2\Delta_{2SC}^2 \mu_B \right], \quad (4.34)$$

$$n_d = \frac{1}{\pi^2} \left[(\mu_d^2 - m_d^{*2})^{\frac{3}{2}} + 4\Delta_{2SC}^2 \mu_B \right]. \quad (4.35)$$

Mantendo a consistência termodinâmica, como no caso da *SQM*, através da Eq.(4.15) a pressão para o caso de dois quarks, será

$$P_{2SC} = B^* - \Omega_{2SC} = \sum_{q=u,d} \frac{g_q}{48\pi^2} m_q^{*4} [F(x_q) - 4G(x_q)]. \quad (4.36)$$

A energia livre para os quarks u e d é obtida como

$$\Omega_{q=u,d} = \frac{g_{q=u,d}}{48\pi^2} m_{q=u,d}^{*4} [3H(x_{q=u,d}) + 4G(x_{q=u,d})]. \quad (4.37)$$

As funções $F(x_q)$, $G(x_q)$, $H(x_q)$ conservam a mesma forma do que nas Eqs.(4.17, 4.18, 4.19) da *SQM*. Assim, a energia livre total da fase *2SC* será

$$\Omega_{2SC} = -P_{2SC} + \Omega_{\Delta_{2SC}} - \frac{\mu_e}{3\pi^2}. \quad (4.38)$$

As Eqs.(4.32)-(4.33) formam un sistema de equações não-linear que pode ser resolvido numericamente para obter as soluções das Eqs.(4.36, 4.37).

A relevância destas análises prévias é discutida a seguir.

4.4 Determinação de valores críticos para as transições de fase

Os principais resultados obtidos neste trabalho para as transições de fase da matéria supercondutora de cor são aqui apresentados.

O método para estudar estas transições resolvidas consistentemente com o vínculo da conservação global das cargas conservadas está baseado na imposição das condições de equilíbrio de Gibbs[9]. Do ponto de vista físico, as condições de Gibbs exigem tanto o equilíbrio mecânico (através da igualdade das pressões) quanto o equilíbrio químico (através da igualdade dos potenciais termodinâmicos das fases em equilíbrio).

Suponha-se dois volumes de matéria de quarks neutra em fases diferentes, em contato uma com a outra. As duas fases devem distinguir-se pelo menos em um potencial químico μ_i . A energia livre total do sistema pode ser reduzida pela transferência de uma parte da carga associada a este potencial químico da fase com maior μ_i para a fase com μ_i menor, mantendo constante os dois volumes e o número total de quarks em cada fase. O processo continuará até que os potenciais químicos associados a estas cargas em ambas as fases sejam iguais. Obviamente, neste estado de transferência de carga, as fases terão cargas distintas. Isto sugere que em lugar de impôr uma conservação de carga em cada uma das fases, deve-se impôr a conservação global. Um cenário similar foi proposto por Glendenning há dez anos[76], quando aplicou seus resultados ao estudo da transição de fase quark-hádron em estrelas de nêutrons.

As transições de fase obtidas neste trabalho são transições de fase de primeira ordem com uma carga ou duas cargas conservadas globalmente. A carga bariônica é conservada globalmente no caso de todas as transições.

Considere-se, entretanto, uma fase mista de duas componentes, 1 e 2, em equilíbrio a temperatura zero. Em termos do potencial termodinâmico, o equilíbrio das fases pode expressar-se através da condição

$$\Omega(\{\mu_i\}, \Phi^{(1)}) = \Omega(\{\mu_i\}, \Phi^{(2)}), \quad (4.39)$$

onde $\Phi^{(1)}$, $\Phi^{(2)}$ representam um conjunto de parâmetros que resolvem as equações acopladas do sistema nas variáveis independentes apropriadamente escolhidas (neste caso correspondem a C , Δ_{CFL} , Δ_{2SC} e m_{s0}) e os potenciais químicos $\mu_i = \mu_B, \mu_e$.

Dado que $\Phi^{(1)} \neq \Phi^{(2)}$, as densidades podem ser obtidas como

$$n_i^{(\alpha)} = \frac{\partial \Omega(\{\mu_i\}, \Phi^{(\alpha)})}{\partial \mu_i}, \quad (4.40)$$

e são, em geral, diferentes nas duas fases coexistentes.

Os resultados obtidos para as diferentes transições de fase são aqui apresentados dentro de um análise onde o valor do “gap” de supercondutividade (Δ_{CFL} , Δ_{2SC}) e da massa corrente do quark estranho (m_{s0}) são fixados e é variado o único parâmetro do modelo, C , que regula a variação da massa efetiva dos quarks. Observe-se que fixada m_{s0} , devido aos critérios estabelecidos na Sessão 4.1 (vide Fig.4.2), os valores do parâmetro C variam dentro de uma faixa determinada pela estabilidade da matéria estranha SQM . Os valores críticos das transições são calculados numericamente dentro destas faixas.

i) Transição de fase 2SC-CFL

Note-se que a fase CFL, como apresentada no capítulo 1 deste trabalho, é caracterizada por uma mesma população de quarks de diferentes sabores e por conseqüência, a neutralidade de carga eletromagnética é automaticamente satisfeita sem a presença de elétrons no meio. Na ausência de elétrons o equilíbrio beta é viabilizado por um único processo de interação fraca dentre aqueles envolvendo decaimento de quarks, o da Eq.(4.4), resolvido autoconsistentemente com as distintas massas efetivas dos quarks nas duas fases, acoplados à neutralidade global da carga eletromagnética e a conservação da carga bariônica.

Considerando que as duas componentes da fase mista ocupam uma fração de volume $\chi^{(1)} = \chi$, e $\chi^{(2)} = 1 - \chi$, respectivamente, a conservação das cargas é dada por

$$Q_i = \chi \sum_i n_i^{(1)} q_{i1} + (1 - \chi) \sum_i n_i^{(2)} q_{i2}. \quad (4.41)$$

onde $Q_i = n_B$ para a carga bariônica, $Q_i = 0$ para a carga eletromagnética, q_{i1} , q_{i2} representam as carga bariônicas ou electromagnética das diferentes espécies de partículas nas fases 1 e 2 respectivamente e $0 < \chi < 1$.

Na Fig.(4.4) apresenta-se as pressões para ambas as fases como função do potencial químico bariônico. Note-se que a condição de igualdade das pressões definem o potencial crítico, μ_c , para o qual ocorre a transição.

Observe-se que a neutralidade de carga eletromagnética imposta na própria definição da fase CFL, leva a descrição da transição com a conservação global desta carga

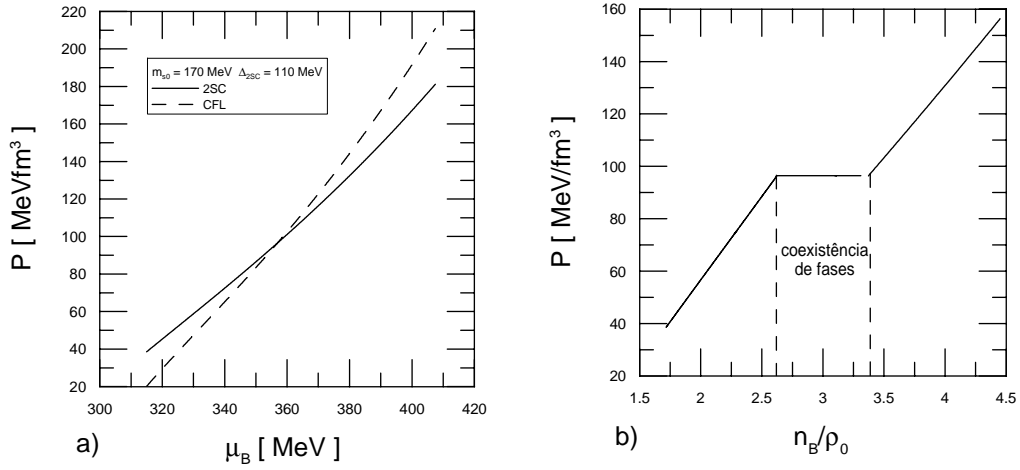


Figura 4.4: Transição de fase 2SC – CFL. a) Pressão, P , versus potencial químico bariônico, μ_B . As pressões iguais definem o potencial barionico crítico, $\mu_c \sim 357$ MeV; b) Pressão, P , versus densidade bariônica, n_B . O valor do parâmetro C corresponde a $C = 70.1$ MeV/fm³.

trivialmente satisfeita. Em outras palavras, esta transição corresponde simplesmente a uma transição de primeira ordem com uma única carga conservada, apresentando um patamar típico de co-existência das fases no gráfico da pressão versus densidade bariônica, como mostra a Fig(4.4-b), extraída do cálculo para um particular conjunto de valores de constantes e um dado valor do parâmetro do modelo.

Existe uma grande variação do potencial crítico da transição, μ_c , com a mudança dos valores fixados para o gap e para a massa corrente do quark estranho, apesar de não ser muito sensível à variação do parâmetro do modelo. Estas variações são apresentadas no painel da Fig.(4.5). Foram considerados três valores de massa corrente para o quark estranho ($m_{s_0} = 170$ MeV, $m_{s_0} = 160$ MeV, $m_{s_0} = 150$ MeV). A análise das transições foi feita respeitando a relação entre os gaps ($\Delta_{2SC} = 2.57\Delta_{CFL}$) dada pela Eq.(1.13) do Capítulo 1. Para valores de massa do quark estranho $m_{s_0} \leq 120$ MeV não foi observada transição de fase para nenhum valor dos parâmetros do modelo considerados. Foram considerados um valor máximo para o gap da fase 2SC, $\Delta_{2SC} = 110$ MeV, um valor intermediário, $\Delta_{2SC} = 95$ MeV, na parte-(b) e um valor mínimo, $\Delta_{2SC} = 80$ MeV, na parte-(c). Este último valor corresponde al mínimo valor de gap necessário para que

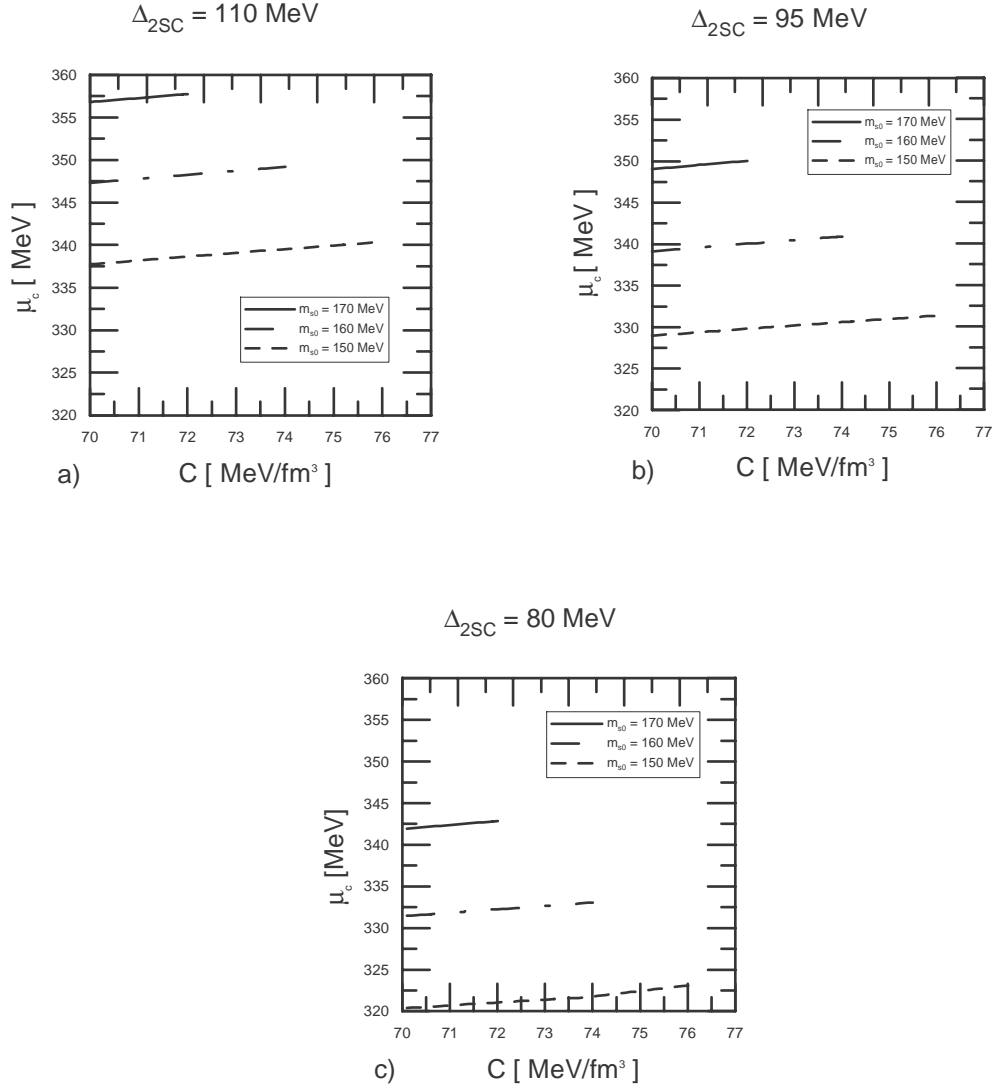


Figura 4.5: Potencial bariônico crítico, μ_c , versus o parâmetro, C , do Modelo de Massa Efetiva Dinâmica para diferentes conjuntos de massas correntes do quark estranho e gap fixo em cada caso: (a) $\Delta_{2SC} = 110$ MeV, (b) $\Delta_{2SC} = 95$ MeV e (c) $\Delta_{2SC} = 80$ MeV.

ocorra uma transição de fase se for considerado o valor de massa corrente do quark estranho, $m_{s0} = 150 MeV$.

ii) Transição de fase SQM-CFL

Nesta transição, também se tem uma única carga conservada globalmente, como no caso anterior, uma vez que a fase *CFL* esta envolvida novamente.

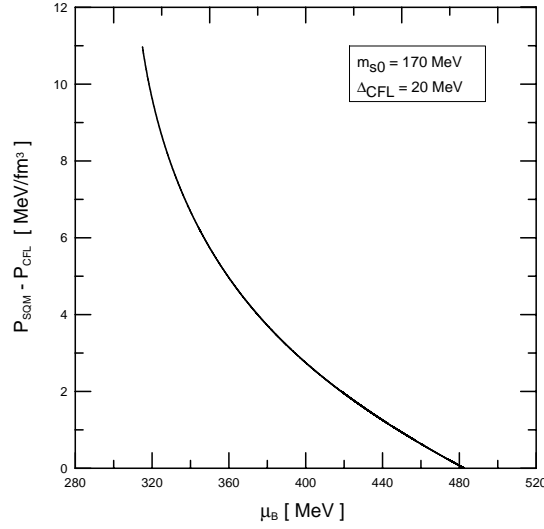


Figura 4.6: Diferença de pressões, $P_{SQM} - P_{CFL}$, versus potencial químico bariônico, μ_B para um valor de massa corrente do quark estranho $m_{s0} = 170 MeV$. A diferença entre as pressões de ambas as fases é nula para o valor crítico $\mu_B \sim 482 MeV$, coincidente com o μ_c mostrado na parte-(a) da Fig.(4.7) para o qual ocorre a transição.

Na Fig.(4.6) se mostra a determinação do potencial bariônico crítico da transição, representada pelo valor no qual a diferença de pressão se anula, uma forma alternativa àquela apresentada na Fig.(4.4-a). Como no caso da transição anterior, apesar de pouco sensível à variação dos valores do parâmetro do modelo, o potencial crítico da transição é extremamente dependente dos valores fixados para o gap e para a massa corrente do quark estranho (como se vera mais adiante).

Vale salientar que a pesar de ter um único valor do potencial químico bariônico associado a transição com uma única carga conservada, as densidades bariônicas no

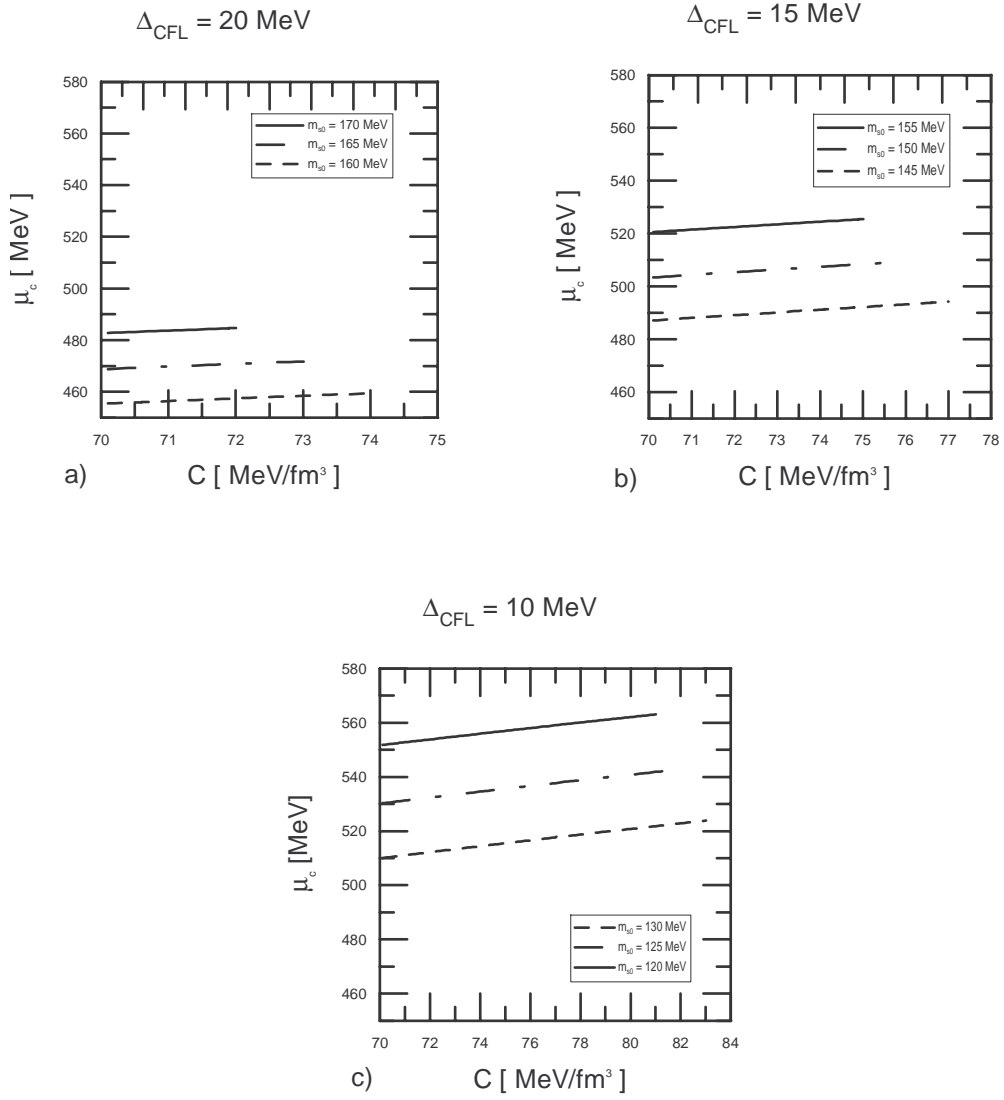


Figura 4.7: Potencial bariônico crítico, μ_c , versus o parâmetro, C , do Modelo de Massa Efetiva Dinâmica para o conjunto de massas correntes do quark estranho e gap fixo em cada caso: a) $\Delta_{CFL} = 20$ MeV, b) $\Delta_{CFL} = 15$ MeV e $\Delta_{CFL} = 10$ MeV.

início da transição e no final são distintas, significando que a massa efetiva dos quarks continua variando enquanto se processa a transição.

Uma síntese dos resultados das variações do potencial crítico da transição com os valores fixados para o gap e para a massa corrente do quark estranho é apresentada no painel da Fig.(4.7). Note-se que o valor máximo da massa do quark estranho permitido na Fig.(4.7) é de $m_{s0} = 180MeV$, para o qual um único valor permitido do parâmetro do modelo é $C = 70MeV/fm^3$. Sendo assim, consideraram-se um conjunto de três valores de massa do quark estranho para análise, sendo estes fortemente dependentes do valor do parâmetro do gap, como mostra o painel da Fig.(4.7). Na parte-(a) toma-se um dos maiores valores do gap ($\Delta_{CFL} = 20MeV$) para o qual se observa a ocorrência da transição, isto é, quando a diferença entre as pressões de ambas fases se anula como na Fig.(4.6). Nas partes-(b) e (c) foram tomados outro conjunto de três valores da massa corrente do quark estranho. Para valores de massa do quark estranho menores que os últimos valores de massa $m_{s0} = 145MeV$ e $m_{s0} = 120MeV$ em (b) e em (c) respectivamente, não é observada transição para os valores de gaps considerados ($\Delta_{CFL} = 15MeV$ e $\Delta_{CFL} = 10MeV$ respectivamente). Notar que nos três casos considerados no painel, a diminuição do gap, acompanhada com a diminuição da massa corrente do quark estranho para que a transição possa acontecer para cada conjunto de massas considerado, diminui o valor crítico do potencial químico bariônico.

Transição de fase 2SC-SQM

Esta transição se diferencia das duas transições discutidas acima devido ao fato que, neste caso, existem duas cargas conservadas globalmente ao invés de uma única. Isto faz com que a transição seja marcada por uma faixa de valores para o potencial químico bariônico, e não por um único valor como nas transições anteriores. Observe-se também a diferença do gráfico da pressão versus a densidade bariônica das Fig.(4.8) com a Fig.(4.4) onde o patamar da pressão constante é modificado.

Na Fig.(4.9) se apresentam os resultados dos valores dos potenciais químicos bariônicos para diferentes valores do parâmetro C e massa do quark estranho $m_{s0} = 150 \text{ MeV}$. Observe-se que aparece uma faixa marcando a transição com valores críticos inicial, μ_c^i , e final, μ_c^f do potencial químico bariônico. Note-se que a diminuição no valor do parâmetro do gap, leva a uma diminuição do valor crítico do potencial químico bariônico para o qual a transição ocorre.

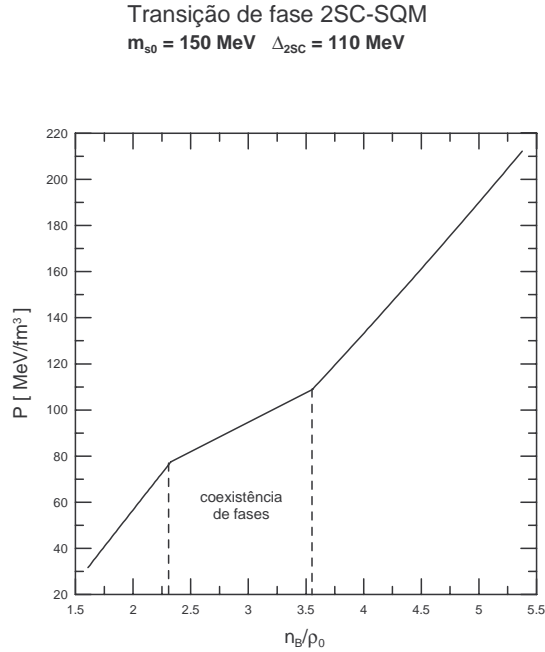


Figura 4.8: Pressão, P , versus densidade bariônica, n_B , para a transição entre as fases SQM e $2SC$.

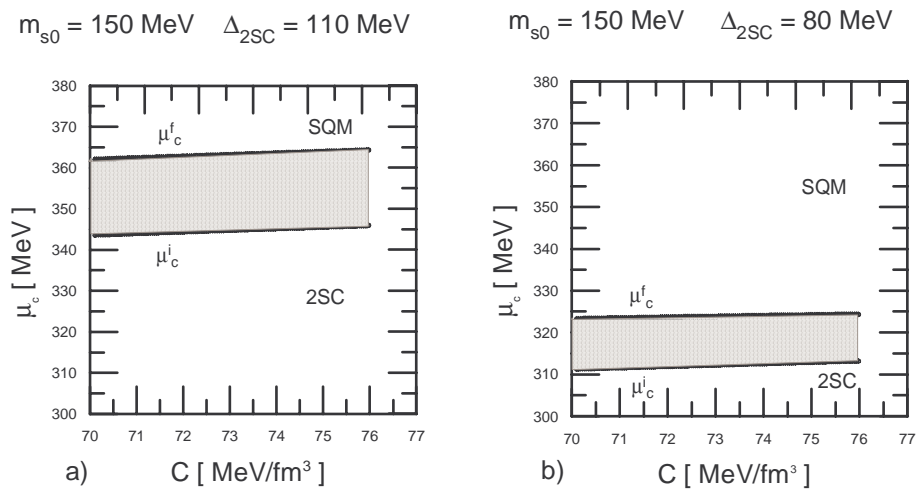


Figura 4.9: Potencial bariônico crítico, μ_c , versus o parâmetro, C , do Modelo de Massa Efetiva Dinâmica a massa corrente do quark estranho $m_{s0} = 150$ MeV e gap fixo em cada caso: a) $\Delta_{2SC} = 110$ MeV, b) $\Delta_{2SC} = 80$ MeV.

Parte II

Tópicos suplementares

Capítulo 5

Bolhas de quarks no universo primordial

Neste capítulo, analisa-se com mais detalhe a possibilidade de que as bolhas de matéria de quarks (introduzidas de modo ilustrativo no Capítulo 2) tenham sobrevivido à transição de fase do confinamento a $T \sim 150 MeV$, tornando-se supercondutoras de cor devido à enorme compressão que sofrem, conforme se verá a seguir. Se efeitos físicos tais como a evaporação de neutrons [77] não afetam fortemente a sua estabilidade, estas bolhas poderiam existir até o presente e serem observadas como *strangelets*, isto é, condensações de matéria estranha constituídas por quarks livres que podem ter tamanho atômico ou subestelar.

5.0.1 Formação de bolhas de quarks cósmicas

Supõe-se que no universo primordial, ocorreu uma transição de fase de primeira ordem deixando bolhas remanescentes de matéria de quarks. A pressão negativa devida a energia do falso vácuo[39] dentro das bolhas as faz se contraírem. Por isto, o potencial químico, que é igual para ambas as fases durante a transição, começa a aumentar dentro da bolha, supondo-se a não emissão de bárions. Esse aumento não é relevante durante a primeira etapa da compressão em que os quarks e antiquarks se aniquilam emitindo neutrinos devido ao grande livre caminho médio destes quarks. Contudo, na etapa final,

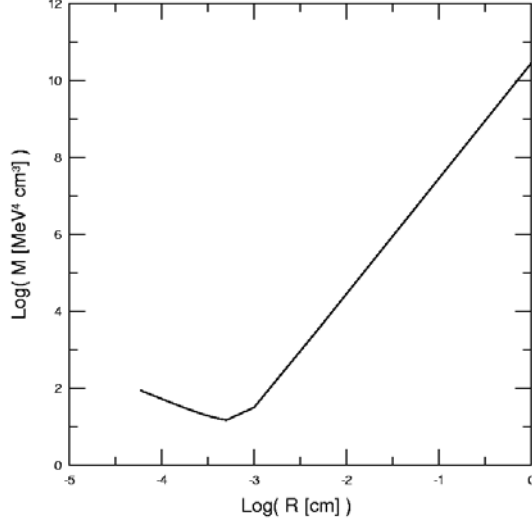


Figura 5.1: Massa em repouso M da bolha como função do raio incluindo-se as contribuições termodinâmicas dos quarks e antiquarks e a energia do falso vácuo para $T = 150 \text{ MeV}$, conforme explicado no texto.

quando a maior parte dos antiquarks desaparecem devido à assimetria matéria anti-matéria gerada pelos processos primordiais no universo, o potencial químico faz com que a pressão dos quarks aumente rapidamente e com isso a massa da bolha aumenta (ver Fig.(5.1)). Assim, a pressão total do sistema torna-se positiva diminuindo a velocidade de contração.

Para a fase de plasma de Quark-Glúon Plasma (QGP) desconfiada, a alta temperatura T permite desprezar a interação entre os quarks. Neste caso, os cálculos detalhados encontram-se no Apêndice A, onde se considera a contribuição dos antiquarks.

Para analisar a estabilidade relativa dos estados de sistemas com número de quarks variável deve-se comparar a energia livre

$$-\frac{J}{V} = \frac{E}{V} - T\frac{S}{V} - \mu\frac{N}{V} = \sum_{q=u,d,s} P_q, \quad (5.1)$$

somada sobre os quarks e anti-quarks de todos os sabores. Pode-se analisar agora a possibilidade dos quarks formarem pares de Cooper dentro da bolha, considerando, neste caso, a influência da temperatura T .

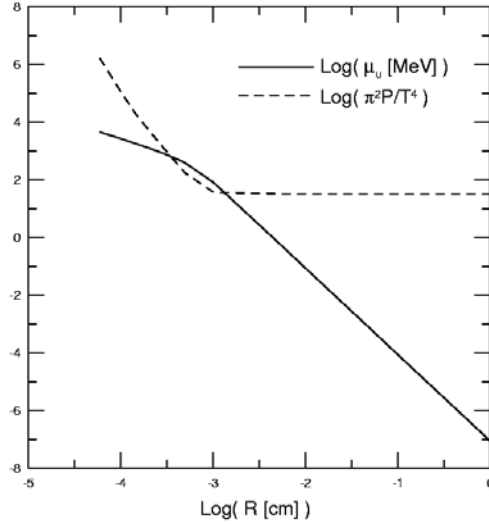


Figura 5.2: Potencial químico da bolha e pressão interna. A linha contínua é $\log \mu$ [MeV] e a tracejada é $\log \left(\frac{\pi^2 p}{T^4} \right)$

Para o caso em que $\mu \gg m_s$ e T não é muito alta comparada com o potencial químico μ , parece possível que os pares de di-quarks sejam formados devido à interação dos quarks que é atrativa no multiplete antissimétrico de cor $\bar{3}$, como foi explicado no Capítulo 1, Eq.(1.3).

Pode-se rescrever a solução aproximada para a equação do *gap*, Eq.(1.11) do Capítulo 1, considerando a constante de acoplamento g [22]

$$\Delta(T = 0) = b \frac{\mu}{g^5} \exp \left(-\frac{3\pi^2}{\sqrt{2}g} \right), \quad (5.2)$$

onde $b = 512\pi^4 \left(\frac{2}{N_f} \right)^{\frac{5}{2}}$, N_f é o número de sabores, $\alpha_s = \frac{g^2}{4\pi} \simeq \frac{0.7}{\ln \frac{\mu}{\Lambda_{QCD}}}$ com $\Lambda_{QCD} = 200 \text{ MeV}$.

Para $\mu \sim 1 \text{ GeV}$ a Eq.(5.2) dá um *gap* $\Delta(T = 0) \simeq 50 \text{ MeV}$. A Eq.(5.2) mostra que devido ao limite de liberdade assintótica, a constante de acoplamento g vai a zero para potenciais químicos $\mu \rightarrow \infty$, e finalmente $\Delta(T = 0)$ diminui.

Para $T > 0$ haverá um *gap* não-nulo sempre que $T < T_c \simeq 0.57\Delta(T = 0)$. De tal maneira que para μ muito grande a supercondutividade de cor pode ser alcançada ainda para uma temperatura de confinamento $T \simeq 150 \text{ MeV}$. Para avaliar a energia li-

vre, J , neste caso deve-se somar a expressão para o caso não emparelhado (Eqs.(7.4)do Apêndice, mas com a restrição de momento de Fermi igual k_F para todos os sabores) mais a contribuição do gap[43]. Assim, na J_ζ (onde o subíndice ζ indica a fase desemparelhada) as densidades dos quarks de sabores diferentes serão iguais[44] e o *gap* contribui para uma transição contínua[45] em $T = T_c$ da forma

$$\frac{J}{V} |_{\iota} = \frac{J}{V} |_{\zeta} (n_\mu = n_d = n_s) - \frac{18\mu^2 T_c^2}{7\zeta(3)} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^2, \quad (5.3)$$

onde $\zeta(3)$ indica a função Zeta de Riemann[46], e o subíndice ι indica a fase emparelhada. A condição de momento de Fermi igual aumenta J_ζ comparada com a mesma expressão para os quarks livres, mas a diferença é compensada pelo último termo da Eq.(5.3) para um potencial químico μ suficientemente grande. A pressão dos quarks emparelhados será maior do que a dos não emparelhados para uma temperatura T menor do que T_c .

5.0.2 Estabilidade da bolha

Nesta Seção, analisa-se a estabilidade das bolhas primordiais e a possibilidade de que estas sobrevivam até a era atual.

Considera-se a força aplicada à bolha, supondo sempre que a transição de confinamento é de primeira ordem a temperatura finita. Isto produz o crescimento do momento relativístico na direção radial dos quarks que constituem a bolha junto com o momento dos neutrinos emitidos, p_ξ , devido à aniquilação quark-antiquark. A forma dessa força é dada por

$$F = \frac{d}{dt} \left(\frac{M}{\sqrt{1-v^2}} v \right) + \frac{dp_\xi}{dt}, \quad (5.4)$$

onde M define a massa da bolha que recebe contribuição dos quarks, dos antiquarks e a energia do falso vácuo e v é a velocidade de contração da bolha. A força dada pela Eq.(5.4) estar aplicada à superfície da bolha e será o resultado da diferença ΔP , entre a pressão de falso vácuo Λ_{QCD}^4 e a pressão dos quarks e antiquarks aplicada à superfície da bolha . Assim,

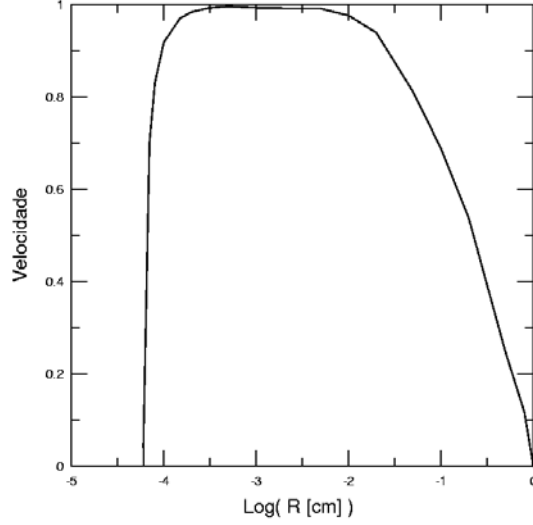


Figura 5.3: Velocidade de contração da bolha como função do raio para $T = 150 \text{ MeV}$

$$\Delta P(4\pi r^2 \sqrt{1-y}) = y \frac{dM}{dr} + \frac{M}{1-y} \frac{1}{2} \frac{dy}{dr} + \frac{dp_\xi}{dt} \sqrt{1-y}, \quad (5.5)$$

onde $y = v^2$.

Na primeira etapa de compressão da bolha $\Delta P > 0$. A massa M diminui porque quarks e antiquarks se aniquilam. Neste caso, o momento dos neutrinos produzidos abundantemente tende a compensar o crescimento do primeiro termo da direita da Eq.(5.5) ou, segundo termo dessa equação, no diminui o crescimento da velocidade, mas aniquilam. Isso faz com que o momento dos neutrinos produzidos seja desprezível, enquanto que o potencial químico dos quarks faz aumentar rapidamente a pressão. Assim, ΔP se torna negativa e portanto M cresce, também. Como consequência, a velocidade de contração da bolha diminui e finalmente a compressão é freitada. Neste cálculo considera-se o sistema com neutralidade de carga, e não incluem-se elétrons nem efeitos de superfície (evaporação). Portanto, da condição de densidade de carga elétrica nula se obtém que

$$\frac{N_B}{V} = \frac{N_u - N_{\bar{u}}}{V} = \frac{1}{2} \left(\frac{N_d - N_{\bar{d}}}{V} + \frac{N_s - N_{\bar{s}}}{V} \right). \quad (5.6)$$

No começo da contração, $\mu \ll T$. Com esta aproximação, a Eq.(7.1) do Apêndice

A para os quarks rescreve-se

$$\frac{N_q}{V} \simeq \frac{5.46}{\pi^2} T^3 + \frac{4.92}{\pi^2} T^2 \mu, \quad (5.7)$$

e para os antiquarks

$$\frac{N_{\bar{q}}}{V} \simeq \frac{5.46}{\pi^2} T^3 - \frac{4.92}{\pi^2} T^2 \mu. \quad (5.8)$$

Assim, a contribuição dos quarks à densidade bariônica é dada por

$$\frac{N_u - N_{\bar{u}}}{V} \simeq \frac{9.84}{\pi^2} T^2 \mu. \quad (5.9)$$

Entretanto, sabe-se que a densidade de entropia na era da radiação é $S \sim T^3$, resultando portanto em uma simetria matéria-antimatéria dada por

$$\frac{n_B}{S} \sim 10^{-10} \sim \frac{\mu}{T}. \quad (5.10)$$

Isto determina, para a temperatura de transição $T \sim 100 MeV$, o valor do potencial químico $\mu \sim 10^{-2} eV$ que é consistente com o fato de ter considerado $\mu \ll T$. Se a bolha não sofre evaporação conservará seu número bariônico durante a contração. Sendo seu raio inicial $R_i \sim 1 cm$ [5], pela Eq.(5.9) o potencial químico μ aumentará até a temperatura de transição T para um raio final $R_f \sim 10^{-3} cm$.

Por outro lado, no início a bolha é comprimida pela uma pressão externa negativa devido à densidade de energia de falso vácuo $\rho_\Lambda \simeq \Lambda_{QCD}^4$. Contudo, quando μ se faz maior do que T , e quase não existem antiquarks, em concordância com a Eq.(7.11) do Apêndice A a pressão dos três sabores pode estimarse como sendo $P \sim \frac{3}{4\pi^2} \mu^4$, que é superior à pressão externa. Portanto, ΔP mudará de sinal.

De forma semelhante, quando μ é muito pequeno a massa M da bolha é praticamente constante em concordância com as Eqs.(7.7,7.10) do Apêndice A somada à densidade ρ_Λ do falso vácuo, portanto M diminuirá com o volume V .

Por outro lado, quando $\mu > T$ o termo dominante na densidade de energia será $\sim \mu^4$. Isto produzirá um aumento da massa M durante a contração da bolha.

O procedimento numérico para resolver a Eq.(5.5) envolve as seguintes etapas: a) começar com um raio $r_0 = -1cm$ e velocidade $v_0 = 0$, b) impor a conservação do número bariônico N_B da Eq.(5.6), calculando o potencial químico μ_u . Este fornecerá a relação entre os potenciais químicos μ_d e μ_s , os quais serão determinados minimizando a energia para cada raio. Desta forma, calcula-se a pressão para os quarks e antiquarks. A fim de garantir a condição de compressão máxima, o valor preciso da pressão negativa de falso vácuo foi ajustado de forma que seja só levemente maior do que a pressão dos quarks e antiquarks na fase inicial.

Com a inclusão do momento dos neutrinos na Eq.(5.4), resulta conveniente considerar os casos a) $\mu \ll T$ e b) $\mu \gtrsim T$. No primeiro caso, faz-se a aproximação: $\rho = \rho_V + \rho_{q,\bar{q}}$, onde $\rho_{q,\bar{q}}$ representa a contribuição à densidade de todos os quarks e antiquarks, de forma que $\frac{dM}{dr} = -\rho 4\pi r^2$. No caso $\mu \gtrsim T$, a densidade $\rho_{q,\bar{q}}$ transforma-se em neutrinos isotropicamente distribuídos com um momento médio k , de maneira que pode-se escrever para o caso dos neutrinos

$$dE_\xi = \rho_{q,\bar{q}} 4\pi r^2 v dt = 4\pi k^2 \delta, \quad (5.11)$$

onde δ é a densidade de energia de superfície no espaço de momento \mathbf{k} .

Supondo a direção de movimento ser ao longo do eixo 3, o momento visto do sistema de laboratório será $k'_3 = \frac{k \cos \theta + vk}{\sqrt{1-v^2}}$. O momento total no sistema de laboratório será

$$dp_3 = k^2 \int \left(\frac{\delta}{k} \right) k'_3 \sin \theta d\varphi = \frac{v^2}{\sqrt{1-v^2}} \rho_{q,\bar{q}} 4\pi k^2 dt. \quad (5.12)$$

Desta forma, o momento do neutrino cancelará a contribuição de $\rho_{q,\bar{q}}$ em $\frac{dM}{dt}$ da Eq.(5.4), modificando-a de forma que

$$\Delta p \sqrt{1-y} = \rho_V y + \frac{1}{6} |r| \rho \frac{1}{1-y} \frac{dy}{dr}. \quad (5.13)$$

Na fase em que o raio é pequeno, quando $x = \frac{\mu}{T} \gtrsim 1$, a maioria dos antiquarks se aniquilaram. Assim, $\rho_{\bar{q}} \ll \rho_q$ de forma que só a quantidade $2\rho_{\bar{q}}$ transforma-se em neutrinos. Por isto, a Eq.(5.4) deve ser usada com

$$\sqrt{1-y}\frac{dp_\xi}{dt} = 4\pi r^2 y 2\rho_{\bar{q}}. \quad (5.14)$$

Na última fase de compressão da bolha, quando $T < T_c$, os potenciais químicos μ_d e μ_s são determinados pela condição de igualdade do número de quarks u , d e s . A pressão da matéria de quarks aumenta devido ao termo do *gap* da Eq.(5.3).

Sob estas condições são calculadas as propriedades da bolha: a massa de repouso M (Fig.5.1), o potencial químico e a pressão interna P (Fig.5.2), e a velocidade de contração v (Fig.5.3). A bolha freia sua compressão para um raio final $R_f \simeq 10^{-4}cm$. A massa de repouso começa a crescer para um raio $\simeq 10^{-3}cm$, quando também o aumento da pressão interna supera a pressão externa, e $\mu \sim 1.5 GeV$. Assim $T < T_c$ permite que a bolha possa ser supercondutora de cor. Finalmente, o intervalo de tempo para a contração da bolha

$$\Delta t = \int_{r_0}^{r_f} \frac{dr}{v}, \quad (5.15)$$

pode ser calculado numericamente, levando a um valor $\Delta t \sim 10^{-10}segundos$ que é muito menor do que $10^{-5}segundos$ que é a idade do universo no instante da transição de confinamento. Portanto, a aproximação de temperatura T constante é consistente.

Para $T \sim 150 MeV$ só a fase supercondutora de cor *CFL* poderia ser alcançada para potenciais químicos extremamente altos. Isto ocorre quando a bolha ainda não deteve sua contração. A partir deste momento, a energia livre da CFL para um número variável de partículas pode-se considerar como a soma da contribuição dos quarks livres (com densidades iguais para os três sabores), menos um termo devido ao gap dos pares de Cooper (Eq.(5.3)). Este último termo faz o estado supercondutor mais estável. Como a densidade de energia livre é $-\frac{J}{V} = P$, a pressão aumenta ainda mais rápido e a contração da bolha é detida rapidamente.

Se estas bolhas sobreviveram ate o presente, poderiam ser um candidato para explicar parte da matéria escura no universo. Igualmente estas bolhas poderiam ser úteis

para explicar eventos raros e exóticos (tipo Centauro) super-energéticos na interação de raios cósmicos com a atmosfera[41].

Capítulo 6

Efeitos Magnético-Quânticos nas estrelas de quarks permeiadas por campos magnéticos super-intensos

No Capítulo 3, no Modelo de Sacola do *MIT* os quarks são tratados como um gás de Fermi degenerado confinados pela energia do vácuo da *QCD*, representada por B_{bag} , a constante de sacola. Neste capítulo, apresenta-se um modelo que modifica o Modelo de Sacola do *MIT* devido à ação de um campo magnético superintenso. Num primeiro cenário analisa-se um gás de nêutrons e posteriormente analisa-se o caso de um gás de quarks. Neste último caso, estudam-se quarks que possuem (ou não) momento magnético anômalo (*MMA*).

A relação entre campos magnéticos e matéria densa está recentemente atraindo muito a atenção dos astrofísicos, especialmente após as observações de emissão peculiar de pulsáres de *raios - X* anômalos e radiação γ de baixa energia dos *Soft gamma-ray Repeaters (SGRs)* (Repetidores de raios- γ moles). O motor central dessas radiações poderia ser uma estrela de nêutrons ou de quarks com um campo magnético maior do que 10^{13-15} *Gauss*, que é o campo crítico previsto pela Electrodinâmica Quântica (*QED*). Entretanto, já foi sugerido que as fontes de *raios-x* referidas como Candidatos Galácticos a Buraco Negro (*GBHCs*), podem abrigar uma estrela estranha como seu

objeto compacto primário[78], [79], [80].

Devido à densidade ser muito alta nas estrelas de nêutrons, $\gtrsim 10^{14} \text{ g/cm}^3$, esta poderia ser de fato uma estrela de quarks pura ou uma estrela de nêutrons cujo centro (caroço) estivesse formado por um gás de quarks. A equação de estado (*EOS*) da matéria estranha, ou não-estranha, assim como também a estrutura e estabilidade da estrela, foi estudada por vários pesquisadores usando modelos simplificados tais como o modelo de Bag do *MIT* [39], descrito no Capítulo 3. O modelo de Bag do *MIT*, ou modelo de sacola, tem sido dos mais importantes para se estudar as propriedades da matéria de quarks em estrelas supercompactas. Como foi visto no Cap.3, este modelo considera o balanço de um sistema de quarks como partículas livres relativísticas confinadas numa sacola impenetrável cujo equilíbrio é determinado pela constante de sacola, que representa a pressão do vácuo. Esta pressão é definida por

$$B_{bag} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} (\bar{\psi}\psi), \quad (6.1)$$

onde ψ , representam os campos dos quarks.

A pressão radial para dentro na superfície da sacola compensa a pressão do gás de Fermi em seu interior. A pressão da sacola (ou de vácuo) imita a interação forte que mantém os quarks juntos. Em matéria sujeita a essas condições, com densidade alta, aparecem propriedades novas. Alguns pesquisadores estudaram equações de estado e propriedades termodinâmicas destes sistemas e concluíram que existe uma alteração na dinâmica[82], [83] e nas propriedades termodinâmicas. Em particular, no artigo da Ref.[84], estuda-se um gás de nêutrons na presença de um campo magnético muito intenso como forma de modelar estrelas de nêutrons supermagnetizadas. Descobriu-se um comportamento anisotrópico das pressões perpendicular e paralela à direção do campo magnético. Este resultado implica que uma classe de objetos astrofísicos, como as magnetars (*magnetic stars*) que diz-se que possuem um campo magnético muito intenso podem manifestar a presença de efeitos quânticos que devem-se considerar em qualquer estudo de sua estrutura e estabilidade. Pode-se determinar as condições físicas para as quais a pressão perpendicular ao campo magnético torna-se nula, ou em outras

palavras, para que o sistema seja instável ao colapso gravitacional.

Quando estes sistemas são descritos numa aproximação clássica as conclusões às que se chega são opostas às obtidas pelo trabalho da Ref.[84], no sentido que é a pressão paralela ao campo magnético, \vec{B} , a que se faz menor do que a transversal a este campo [85]. Assim, a estrela deve colapsar na direção paralela ao campo. A forma do objeto astrofísico resultante pode ser “achatada” ou toroidal, isto é, parecido com um disco ou um torus perpendicular à direção do campo magnético \vec{B} [86].

No estudo descrito a seguir analisa-se primeiramente a matéria não estranha ($2SC$) supondo que esta seja um gás de Fermi de quarks degenerado. Com tal estudo, obtém-se uma pressão de sacola anisotrópica que depende da intensidade do campo magnético $|\vec{B}|$ que age sobre a estrela. A Eq.(6.1) resulta ser modificada devido à interação dos quarks e da sacola com o campo magnético externo a estes.

Para estudar um gás de quarks degenerado em presença de um campo magnético super intenso serão feitas duas aproximações: a) que o campo dos quarks interage com o campo magnético via a carga elétrica; b) que os quarks possuem momento magnético anômalo (MMA). Ao final, mostra-se que existem pequenas diferenças entre ambas as aproximações as quais estão relacionadas à estabilidade do sistema de quarks.

Verifica-se que quando se estuda um modelo que leva em conta o MMA , o sistema resulta ser mais estável, no sentido que para uma densidade fixa é necessário impôr um campo magnético maior para que o sistema se torne instável.

Entretanto, Chakrabarty et al.[87] analisaram as condições para a estabilidade de sacolas nucleônicas, isto é, nêutrons e prótons individuais, e obtiveram a condição de instabilidade para estas partículas de forma semelhante a como se faz aqui para um gás de quarks. Embora exista concordância com a afirmação feita por estes autores que os nucleons submetidos a campos magnéticos muito intensos tornam-se instáveis, existem também algumas objeções ao trabalho da Ref.[87]. A primeira está relacionada ao uso de argumentos termodinâmicos para nucleons. Isto devido ao fato que estes são sistemas de 3 partículas e portanto não é completamente satisfatório usar física estatística quântica para o estudo de um sistema de poucos corpos. A segunda é

que no caso extremamente degenerado, o caráter anisotrópico das pressões obtido nas Eqs.(6.15,6.16) é tal que a pressão transversal cai a zero quando o campo magnético cresce excessivamente $|\vec{B}| \sim 10^{18} \text{ Gauss}$, enquanto que a pressão paralela aumenta com a intensidade do campo. Assim, o comportamento do sistema estudado pelos autores da Ref.[87] ocorreria só no caso clássico.

A seguir descreve-se o caso particular de um gás de nêutrons sob a ação de um campo magnético externo \vec{B} .

6.0.3 Estudo de um gás de nêutrons num campo magnético superintenso

Sabe-se que o colapso gravitacional ocorre num corpo de massa M e raio R quando a energia de repouso é da mesma ordem que a energia gravitacional, isto é, $Mc^2 \sim GM^2/R$. Para um corpo macroscópico magnetizado formado de nêutrons num campo magnético externo \vec{B} ($|\vec{B}| = B$) surge uma situação nova e acontece um colapso quando a energia interna U é da mesma ordem que a densidade de energia magnética $\vec{M} \cdot \vec{B}$, onde \vec{M} é a magnetização. Este problema é interessante no contexto astrofísico, especialmente no estudo de objetos como as estrelas de nêutrons. Quando um gás de partículas neutras com momento magnético anômalo está sob a ação de campos magnéticos extremamente fortes, este exhibe um comportamento não-linear (ferromagnético) em resposta ao campo externo. É também instável devido à anulação da pressão transversal para campos grandes na sua superfície, $B_{\text{sup}} \geq 10^{16} \text{ Gauss}$. Neste fenômeno os efeitos quânticos desempenham um papel essencial devido ao acoplamento do spin das partículas com o campo microscópico \vec{B} "visto" por estas (polarização de spin). Para campos desta magnitude existem valores de densidade para os quais a energia magnética do sistema é da mesma ordem que sua energia total. Considerando estas condições físicas, uma estrutura de matéria superdensa formada por partículas neutras com momento magnético anômalo pode colapsar transversalmente quando a pressão perpendicular ao campo \vec{B} se anula. Uma descrição detalhada do surgimento das pressões anisotrópicas em sistemas como as estrelas de nêutrons envolve o estu-

do do problema da estabilidade de estrelas compactas ultramagnetizadas. A seguir, a abordagem deste problema será feita no contexto do ensemble grande canônico e se considerará como um subsistema alguma região na estrela. Este subsistema está sob à influência de um campo magnético interno \vec{H} ($|\vec{H}| = H$) criado pela outra parte do sistema. A resposta do subsistema é se polarizar criando uma magnetização \vec{M} no gás de nêutrons tal que $\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{M}$. Dentro do subsistema o campo microscópico é $\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M}$ porque a indução magnética, \vec{B} , e o campo elétrico, \vec{E} , são os verdadeiros campos que agem sobre cargas elétricas e dipolos magnéticos das partículas elementares[88],[89]. Os campos \vec{B} e \vec{E} satisfazem as equações de Maxwell para as partículas no vácuo. A partir de agora para discutir a dinâmica das partículas num gás de nêutrons se define \vec{B} como o campo magnético externo, como é praxe na teoria quântica de campos e em astrofísica. Para um observador externo e distante, $\vec{B} = \vec{H}$ (em Gauss), sempre que a magnetização exista só dentro da estrela. Enfatizamos que os campos \vec{B} e \vec{H} são campos externos em contextos diferentes: \vec{H} é o campo externo ao subsistema, enquanto que \vec{B} é externo a qualquer partícula escolhida no subsistema (\vec{B} sente, junto com \vec{H} , a contribuição do campo da magnetização $4\pi\vec{M}$ devido às outras partículas do subsistema).

No caso do gás de partículas com carga elétricas num campo externo \vec{B} constante, se considerará a eletrodinâmica clássica, portanto, a fonte de assimetria nas componentes da pressão paralela e perpendicular ao campo \vec{B} é a força de Lorentz $\vec{F} = e\vec{v} \times \frac{\vec{B}}{c}$. Escrevendo $e\vec{v} = \vec{j}\Delta V$, onde $\Delta V = dx_1dx_2dx_3$, e definindo $f_i = \frac{F_i}{\Delta V}$ como a componente i da densidade de força, além de substituir $\vec{j} = c\nabla \times \vec{M}$, se tem que

$$f_i = -(\partial_i M_s) B_s + (\partial_s M_i) B_s. \quad (6.2)$$

Multiplicando esta expressão por $\Delta V = dx_1dx_2dx_3$ e notando que $B_s = B\delta_{s3}$ e $\frac{\partial M_i}{\partial x_3} = 0$, onde $M_i = M_i\delta_{i3}$, somente o primeiro termo da Eq.(6.2) é não-nulo, e assim recupera-se a expressão para a força de Lorentz que é perpendicular ao campo \vec{B} , $P_{L\perp} = -\vec{M} \cdot \vec{B}$. Este é o efeito clássico, e obviamente deve-se somar à pressão cinética isotrópica P_0 . Assim, $P_{\perp} = P_0 + P_{L\perp}$. De modo semelhante a como se faz

na eletrodinâmica clássica, pela lei de Lenz \vec{M} é oposto ao \vec{B} , e portanto $\vec{M} \cdot \vec{B} < 0$, implica $P_{L\perp} > 0$. O caso contrário ocorre quando \vec{M} é paralelo a \vec{B} , que é o que ocorre no caso quântico, quer dizer, quando os efeitos da interação spin-campo são levados em conta.

Para descrever nêutrons livres num campo magnético \vec{B} usa-se a equação de Dirac para partículas neutras com momento magnético anômalo[90].

$$(\gamma_\mu \partial_\mu + m + iq\sigma_{\mu\lambda} F_{\lambda\mu}) \psi = 0, \quad (6.3)$$

onde m é a massa do nêutron, ψ corresponde ao campo de quarks, q o momento magnético anômalo, $\sigma_{\mu\lambda} = \frac{1}{2}(\gamma_\mu \gamma_\lambda - \gamma_\lambda \gamma_\mu)$ é o tensor de spin, e $F_{\lambda\mu}$ é o tensor eletromagnético de campo descrevendo \vec{B} . Resolvendo esta equação, obtém-se o espectro de energia dessas partículas, como uma função do momento linear, campo magnético e massa do nêutron

$$E_n(p, B, l) = \sqrt{p_3^2 + \left(\sqrt{p_\perp^2 + m^2} + \eta q B\right)^2}, \quad (6.4)$$

onde l indica os níveis de Landau implícitos em p_\perp , p_3 , p_\perp são, respectivamente, as componentes do momento na direção paralela e perpendicular ao campo magnético \vec{B} , m é a massa do nêutron, $q = 1.91\mathcal{M}$ (\mathcal{M} é o magneton nuclear), $\eta = \pm 1$ são os autovalores σ_3 correspondentes às duas orientações do momento magnético (paralela e antiparalela ao campo \vec{B}).

Da Eq.(6.3) nota-se que os autovalores dependem do campo \vec{B} de uma forma não linear. Isto faz com que as propriedades termodinâmicas e eletromagnéticas de um sistema relativístico sejam muito diferentes daquelas do caso não-relativístico. O método da função de Green[91] permite obter uma expressão geral para o potencial termodinâmico. Para isto, deve-se incluir na expressão do potencial termodinâmico, a contribuição do vácuo (a energia de Euler-Heisenberg de vácuo num campo externo)[92],[93],[94],[95], isto é, deve-se escrever $\Omega_n = \Omega_{sn} + \Omega_{Vn}$ [96] com

$$\Omega_{sn} = -\frac{1}{4\pi^2\beta} \sum_{\eta=\pm 1} \int_0^\infty p_\perp dp_\perp dp_3 \ln [f^+(\mu_n, \beta) f^-(\mu_n, \beta)], \quad (6.5)$$

onde $f^\pm(\mu_{n,\beta}) = (1 + e^{-(E_n \pm \mu_n)\beta})^{-1}$ leva em conta a contribuição tanto das partículas como das antipartículas. A expressão para o termo do potencial termodinâmico do vácuo é

$$\Omega_{Vn} = \frac{-1}{4\pi^2\beta} \sum_{\eta=\pm 1} \int_0^\infty p_\perp dp_\perp dp_3 E_n, \quad (6.6)$$

que é divergente, mas pode ser regularizado[96].

Após integrar por partes a Eq.(6.6) a avaliação resulta simples. As distribuições de Fermi surgem, que surge diferenciando f^\pm respeito de p_3 , são $n^\pm = \frac{1}{1 + e^{(E_n \pm \mu_n)\beta}}$. No caso degenerado esta expressão reduz-se a $n^- = \theta(\mu - E_n)$ e $n^+ = 0$, porque neste caso só contribuem partículas ao potencial termodinâmico Ω . A expressão resultante divide-se em duas integrais limitadas pelas superfícies de Fermi $\mu - E_n(\eta = \pm 1) = 0$. Assim, a Eq.(6.5) pode-se escrever

$$\Omega_{sn} = -\frac{1}{4\pi^2} \sum_{\eta=\pm 1} \int_0^\infty p_\perp dp_\perp \frac{p_3 dp_3}{E_n} \times \theta(\mu - E_n(\eta)), \quad (6.7)$$

onde θ limita estas integrais nos intervalos $-p_{3F} \leq p_3 \leq p_{3F}$, com $p_{3F} = \sqrt{\mu^2 - (\sqrt{p_\perp^2 + m^2} + \eta y)}$ e $0 \leq p_\perp \leq \sqrt{(\mu - \eta y)^2 - m^2}$. onde $y = qB$. Após algumas transformações (dadas logo abaixo) se tem que

$$\Omega_{sn} = -\Omega_0 \sum_{\eta=1,-1} \left[\frac{x f^3}{12} + \frac{(1 + \eta y)(5\eta y - 3) \times f}{24} + \frac{(1 + \eta y)^3 (3 - \eta y)}{24} L - \frac{\eta y x^3}{6} s \right], \quad (6.8)$$

onde $x = \frac{\mu_n}{m}$, $m(x - 1)$ é a energia de Fermi usual, e $y = \frac{qB}{m}$. Definem-se também as funções $f = f(x, \eta y) = \sqrt{x^2 - (1 - \eta y)^2}$, $s \equiv s(x, \eta y) = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\sin^{-1}(1 + \eta y)}{x} \right)$, $L \equiv L(x, \eta y) = \frac{\ln(x + f(x, \eta y))}{(1 + \eta y)}$ e as funções $f = \frac{\langle P_F \rangle}{m}$, onde $\langle P_F \rangle = \sqrt{\mu_n^2 - (m + \eta qB)^2}$. Pode-se ver que $m - \eta qB$ comporta-se como uma massa magnética ambivalente. No limite de campo nulo, tem-se $P_0 = \Omega_n(y = 0)$, onde

$$\Omega_{sn}(y = 0) = -\Omega_0 \left[\frac{x f_0^3}{12} - \frac{x f_0}{8} + \frac{1}{8} L_0 \right], \quad (6.9)$$

com $f_0 = \sqrt{x^2 - 1}$ sendo o momento relativo de Fermi $\frac{P_F}{m}$ e $L_0 = (x + f_0)$. Partindo de $N_n = \frac{\partial \Omega}{\partial \mu_n}$ tem-se

$$N_n = N_0 \sum_{\eta=1,-1} \left[\frac{f^3}{3} + \frac{\eta y (1 + \eta y) f}{2} - \frac{\eta y x^2}{2} s \right]. \quad (6.10)$$

No limite $B = 0$, N_n reproduz a densidade de um gás de Fermi relativístico a temperatura zero, $N_n = \frac{N_0 f_0^3}{3}$. Tendo a equação que relaciona os potências químicos, e supondo conservação do número bariônico $N_n + N_p = N_B$, e carga elétrica $N_p + N_e = 0$, pode-se resolver o sistema exatamente em termos do campo externo como parâmetro.

Finalmente, a magnetização, definida como $M = -\frac{\partial \Omega_n}{\partial B}$ resulta ser

$$M_n = -M_0 \sum_{\eta=1,-1} \eta \left[\frac{(1 - 2\eta y) \times f}{6} - \frac{(1 + \eta y)^2 (1 - \frac{\eta y}{2})}{3} L + \frac{x^3}{6} s \right], \quad (6.11)$$

onde $N_0 = \frac{m^3}{4\pi^2} \sim 2.04 \times 10^{39}$, $\Omega_0 = N_0 m \sim 3 \times 10^{36}$, e $M_0 = N_0 q \sim 2.92 \times 10^{16}$ e pode-se escrever $M_n = M_n^-(\eta = -1) - M_n^+(\eta = +1)$, e obviamente $M_n \geq 0$. Confirma-se portanto que M é uma função não-linear de B e, neste sentido, a resposta do sistema é ferromagnética.

A susceptibilidade magnética, definida como $\chi = \frac{\partial M_n}{\partial B}$, é dada por

$$\chi = \frac{q M_0}{2m} \sum_{\eta=\pm 1} [x f + (1 + \eta y)^2 L], \quad (6.12)$$

a qual é positiva para $x > 1$, $y \leq 1$, f real. Portanto, $\chi > 0$. Isto significa que M_n é uma função crescente de B sob estas condições. Dado que $M_n(y = 0) = 0$ e $M_n(y = 1) = 2M_0(1 + \pi) > 0$ conclue-se que $M_n > 0$ na região entre estes dois pontos (região I discutida na Fig.6.1).

Note-se que somar sobre os momentos magnéticos orientados paralela ($\eta = -1$), e antiparalelamente ($\eta = +1$) ao campo B , conduz ao paramagnetismo de Pauli da física quântica não-relativista. Pode-se considerar cada termo $\eta = \pm 1$ como representando uma fase do sistema. Desta maneira, podem-se desenhar no plano (x, y) tal que $x > 0$ e $y > 0$, duas regiões limitadas pelas linhas $x - y = \pm 1$ e $x + y = 1$ (ver Fig.6.1). A região I está limitada por cima pela linha $x = y + 1$ na qual a contribuição de

$f(\eta = +1)$ e de todos os outros termos contendo $\eta = +1$ anulam-se. Isto significa que todos os momentos magnéticos estão alinhados paralelamente ao campo \vec{B} . Por baixo, tal região é limitada por $y = 0$. Para pontos na região $x > y + 1$ e $y > 0$ ambos os termos com $\eta = -1, +1$ são não-nulos e reais, respectivamente. Portanto, as quantidades Ω, N_n e M são reais e mesmo que a maior parte dos nêutrons tenham o momento magnético ao longo do campo \vec{B} existem alguns com o momento magnético antiparalelo ao campo. Nesta região, próxima da linha $x = y + 1$ encontra-se a curva $P_{\perp} = 0$.

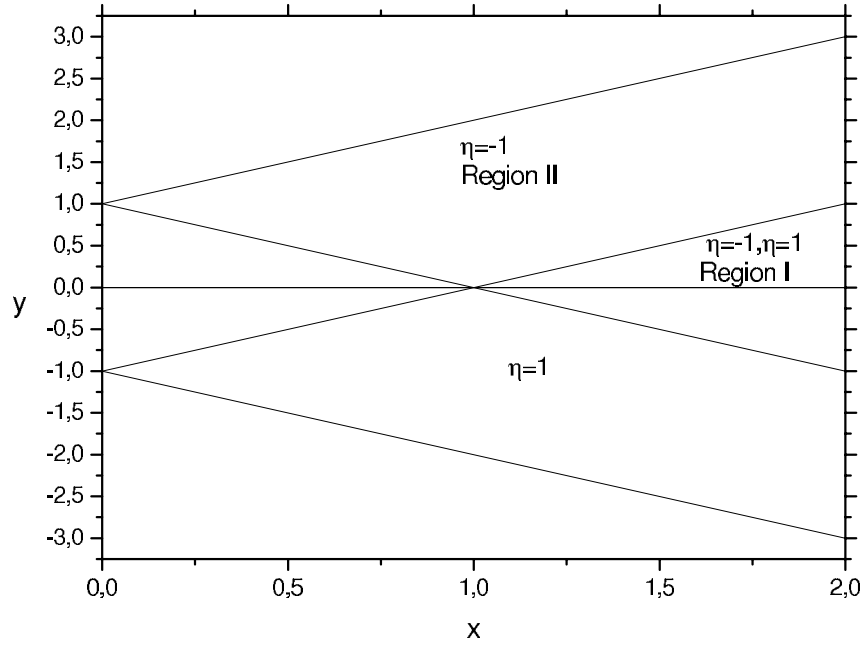


Figura 6.1: Regiões no plano x, y que representam os momentos magnéticos dos nêutrons orientados paralela e antiparalelamente ao campo magnético \mathbf{B}

Na região II limitada por $x \geq 1 - y, y + 1 > x \geq y - 1$ só o termo $\eta = -1$ é real e o $\eta = +1$ torna-se imaginário, mas neste caso todos os nêutrons teriam os momentos magnéticos paralelos ao campo. O termo $\eta = -1$ contribui ao Ω, N_n e M . Para $x < y - 1$, não existem soluções físicas. Para $y = 0$ o campo magnético e a magnetização tornam-se nulas. Para $y < 0$ (que implica campo magnético na direção do eixo y negativo) se tem a situação contrária à descrita previamente (ver Fig. 1). O caso do gás de elétrons foi discutido na Ref.[83]. Espera-se que para campos magnéticos da ordem de $B_{ce} = \frac{m_e^2}{e} \sim 10^{13} \text{ Gauss}$ e densidades $\sim 10^{30} \text{ cm}^{-3}$ todos os elétrons estejam no nível fundamental de Landau, $l = 0$, e o sistema mostraria instabilidade que surgiria

da anulação da pressão transversal. O caso dos prótons é discutido na Ref.[96].

6.0.4 Modelo de sacola em presença de um campo magnético superintenso

Conforme foi referido acima, para se estudar a matéria de quarks, usa-se a *QCD*. Contudo, para o propósito desta tese é suficiente usar o modelo de sacola da Ref.[39] que em uma forma fenomenológica imita a interação forte. Definem-se os parâmetros: α_c definida como a constante de acoplamento e B_{bag} no modelo de sacola do *MIT*. Nesta seção se analisa o caso da matéria de quarks ordinária, isto é, com dois sabores u e d , desprezando o equilíbrio via interação fraca. Mostra-se que a ação de um campo magnético superintenso sobre matéria de quarks força o aparecimento de uma instabilidade que é semelhante àquela que ocorre num gás de elétrons ou de nêutrons [83], [97].

A densidade Lagrangiana, incluindo o modelo de sacola, em presença de um campo magnético escreve-se

$$L_{bag} = \left[\bar{\psi} (i\gamma_\mu (\partial^\mu - ie_q A^\mu) - m_q) \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - B_{bag} \right] \theta_*(x) - \frac{1}{2} \bar{\psi} \psi \Delta_s, \quad (6.13)$$

onde ψ é a função de onda dos quarks, m_q a massa de cada espécie de quark e e_q a sua carga. B_{bag} é a constante de sacola, e o parâmetro $\theta_* = 1$ dentro da sacola, $\theta_* = 0$ fora dela. Além disto, $\frac{\partial \theta_*}{\partial x^\nu} = n_\nu \Delta_s$, com Δ_s a função δ de superfície, e $F_{\mu\nu}$ define o tensor de campo eletromagnético de Maxwell definido com base no 4-potencial vetor A^μ .

O tensor energia-momento total do sistema é dado por

$$T_{\mu\nu} = \frac{\delta L_{bag}}{\delta a_{i,\mu}} a_{i,\nu} - \delta_{\mu\nu} L_{bag}, \quad (6.14)$$

onde o índice i indica os campos (férmions ou componentes de 4-vector). Neste caso, a_i refere-se aos campos ψ e A_μ [98]. Desta forma $T_{\mu\nu}$ resulta ser

$$T^{\mu\nu} = \left(\frac{1}{2} [i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial^\nu\psi - i\partial^\mu\psi\gamma^\nu\bar{\psi}] - \frac{\partial L_{bag}}{\partial A_{l,\mu}} A_l^\nu \right) \theta_* - g^{\mu\nu} L_{bag}. \quad (6.15)$$

Usando a conservação da energia-momento, escrita como $T^{\beta\nu}_{,\beta} = 0$ obtemos

$$B_{bag}\Delta_s n^\nu + \left(\frac{i}{2} [\bar{\psi}\gamma^\mu\partial^\nu\psi - \partial^\nu\bar{\psi}\gamma^\mu\psi] - \frac{\partial L_{bag}}{\partial A_{l,\mu}} A_l^\nu \right) n_\mu \Delta_s = 0, \quad (6.16)$$

e

$$B_{bag}n^\nu = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_\nu} \bar{\psi}\psi + n_\mu \frac{\partial L_{bag}}{\partial A_{l,\mu}} A_l^\nu. \quad (6.17)$$

Esta equação é a equação de equilíbrio de pressões. Aqui, impõe-se a condição de normalização $n^\mu n_\mu = -1$, e definem-se um campo magnético constante $A_\mu = \frac{B}{2} [-x_2, x_1, 0, 0]$, e a derivada de calibre $\partial_\mu \longrightarrow \partial_\mu - ie_q A_\mu$. Na Ref.[78] foi provado que o último termo da Eq.(6.17) é proporcional a B^2 e portanto é absorvido por um processo de renormalização. Assim, resta só o primeiro termo da Eq.(6.17).

Usando $n^\mu = (0, x_i)$, $i = 1, 2, 3$, então B_{bag} é escrita

$$B_{bag} = -\frac{1}{2} n_i \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \bar{\psi}(x) \psi(x) \right), \quad (6.18)$$

portanto B_{bag} , em presença de um campo magnético, possui uma forma anisotrópica que depende da direção do \vec{B} no espaço, relacionado aqui com a direção n_i .

6.0.5 Estrutura do tensor energia-momento

Para entender a estrutura do tensor energia-momento da Eq.(6.14) pode-se retomar o caso particular de um gás de nêutrons em presença de um campo magnético externo \vec{B} . Num campo externo $F_{\mu\nu}$, além dos 4-vetores básicos do meio, velocidade u_μ e momento da partícula k_μ , tem-se dois vetores extra $F_{\mu\nu}k_\nu$, $F_{\mu\nu}^2 k_\nu$, ($F_{\mu\nu}^2 = F_\mu^\lambda F_{\lambda\nu}$) formando uma base de vetores independentes. A partir desses vetores, pode-se construir um sistema de tensores básicos que junto com os tensores $F_{\mu\nu}$, $F_{\mu\nu}$, $F_{\mu\nu}^2$ servem como base para obter

o tensor energia-momento total. Seguindo os argumentos da Ref.[99], para descrever a dinâmica de um gás de nêutrons, precisa-se de três tensores básicos : $\delta_{\mu\nu}$, $F_{\mu\nu}^2$, $v_\mu v_\nu$. Portanto, o tensor energia-momento neste caso terá a forma

$$T_{\mu\nu} = p\delta_{\mu\nu} + \frac{M}{B} F_{\mu\nu}^2 + (U + P) v_\mu v_\nu, \quad (6.19)$$

onde $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$, P é a pressão isotrópica e M é a magnetização. Este tensor tem os auto-valores $P - BM$, P e $-U - P$, os quais mostram que existe uma anisotropia nas pressões paralela e perpendicular ao campo magnético \vec{B} [97]. Landau, na pág. 69 da Ref.[100] usa o termo específico "potencial termodinâmico", denotado por ϕ , para se referir à energia livre de Gibbs, G . O potencial termodinâmico, no caso particular do gás de nêutrons sob a ação de um campo externo \vec{B} é o que o Landau define como um "novo potencial termodinâmico Ω ". Como $\Omega = F - G$, no caso de campo nulo $\Omega = -P$.

Devido à anisotropia espacial induzida pelo campo magnético \vec{B} , as pressões não são iguais em todas as direções, e por isso só na direção paralela ao campo \vec{B} se tem: $\Omega(B) = -P_3$.

Por outro lado, usando o método da função de Green o tensor energia-momento da matéria sujeita a um campo magnético externo constante possui a estrutura da Eq.(6.19), e obtém-se então[83]

$$T_{\mu\nu} = \left(T \frac{\partial \Omega}{\partial T} + \sum \mu_r \frac{\partial \Omega}{\partial \mu_r} \right) \delta_{4\mu} \delta_{4\nu} + 4F_{\mu\lambda} F_{\nu\lambda} \frac{\partial \Omega}{\partial F^2} - \delta_{\mu\nu} \Omega, \quad (6.20)$$

onde o subíndice r indica as espécies envolvidas. No caso do gás de nêutrons, $r = n$ (de nêutron). A expressão da Eq.(6.20) no limite de campo nulo, isto é, $F_{\mu\nu} = 0$, reproduz o tensor energia-momento $T_{\mu\nu} = P\delta_{\mu\nu} - (P + U) \delta_{4\mu} \delta_{4\nu}$ de um fluido perfeito. Para a Eq.(6.20), as componentes espaciais são $T_{33} = P_3 = -\Omega$, $T_{11} = T_{22} = P_\perp = -\Omega - BM$, $T_{00} = -U_n = -TS_n - \mu_n N_n - \Omega_n$, neste caso particular do gás de nêutrons. No caso de um gás de elétrons, a estrutura da Eq.(6.20) é semelhante.

6.0.6 Equação de estado da matéria de quarks em presença de campo magnético superintenso

Nesta seção será obtida a equação de estado de um gás de quarks magnetizado cuja configuração inicial se corresponde com a média estatística do tensor energia-momento da Eq.(6.15). Para fazer isto os métodos padrões da teoria quântica de campos a temperatura finita [91] serão usados. Calcular o tensor energia-momento formalmente, escrito agora como $T_{\mu\nu} = \langle T_{\mu\nu} \rangle_s$, significa substituir a lagrangiana pelo potencial termodinâmico Ω ,

$$\Omega = -\frac{1}{\beta} \ln \langle e^{\int_0^\beta dx_4 \int d^3\vec{x} L_{bag}(x_4, \vec{x})} \rangle, \quad (6.21)$$

onde as quatro componentes de x_μ tem a forma $x_\mu \equiv (x_4, \vec{x}) \equiv (ict, x_1, x_2, x_3)$, e $\beta = \frac{1}{\kappa T}$, com κ a constante de Boltzman e T a temperatura. No contexto do modelo de sacola, para descrever a matéria de quarks magnetizada, só interessa o que acontece dentro da sacola, assim $\theta_* = 1$ tanto na lagrangiana como no potencial termodinâmico (o cálculo deste último é apresentado na próxima seção). Partindo do potencial termodinâmico pode-se calcular o tensor energia-momento. Note que a estrutura do $T_{\mu\nu}$ permanece independente do modelo. Uma estrutura parecida foi obtida nas Refs.[101], [97], [83] onde o tensor energia-momento foi obtido da *QED* e da teoria eletrofraca. O potencial termodinâmico contém informação a respeito da matéria e das interações electromagnéticas. Em consequência, o tensor electromagnético também aparece nessa estrutura. Estas etapas foram detalhados na Seção 5.17 para casos degenerados de elétrons e nêutrons. Assim, se pode deduzir o tensor energia-momento a partir da Eq.(6.20) como sendo,

$$T_{\mu\nu} = \left(T \frac{\partial \Omega}{\partial T} + \sum \mu_q \frac{\partial \Omega}{\partial \mu_q} \right) \delta_{4\mu} \delta_{4\nu} + 4F_{\mu\lambda} F_{\nu\lambda} \frac{\partial \Omega}{\partial F^2} - \delta_{\mu\nu} \Omega, \quad (6.22)$$

onde por simplicidade escreve-se

$$\Omega = \Omega_q - B_{bag}, \quad (6.23)$$

com Ω_q sendo o potencial termodinâmico de um gás magnetizado degenerado (independente de B_{bag}) e q indicando as espécies dos quarks. Note-se que a expressão de $T_{\mu\nu}$ é geral, e portanto leva em conta as interações magnética e elétrica. O objetivo deste capítulo é analisar só os efeitos magnéticos, isto é, $\vec{E} = 0$.

Considere-se o campo magnético como apontando na direção x_3 . Todas as componentes do tensor fora da diagonal são nulas. As componentes diagonais do tensor $T_{\mu\nu}$ correspondem à densidade de energia e às pressões, porém estas últimas são anisotrópicas devido aos efeitos do campo magnético. O tensor pode-se escrever então como:

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} U & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_3 \end{pmatrix} \quad P_{\perp} = P_3 - MB, \quad P_3 = -\Omega. \quad (6.24)$$

As Eqs.(6.24) mostram que $P_{\perp} \leq P_3$ se a magnetização é uma quantidade positiva, e portanto o comportamento do gás resulta ser paramagnético. Na próxima seção se apresenta o cálculo explícito da magnetização e das pressões.

A condição de colapso transverso magneto-quânticamente induzido vem dada por: $P_{\perp} = 0$, discutida em [83], [97]. Esta implica que o modelo de sacola modificado pelo campo magnético é descrito pela relação

$$B_{bag}^{\perp} = -\Omega_q - MB, \quad (6.25)$$

e

$$B_{bag}^{\parallel} = -\Omega_q. \quad (6.26)$$

Isto significa que a pressão da sacola se torna anisotrópica (o qual, de outro modo, deveria ser esperado com base na Eq.(6.1) sempre que o nucleon seja deformado pelo campo magnético)[87]. Assim, no lugar da Eq.(6.21), se teria $\Omega\delta_{\mu\nu} \rightarrow \delta_{\mu\nu}\Omega_q - B_{\mu\nu}^{Bag}$.

Deve-se notar que na ausência do campo magnético a pressão fica isotrópica e recupera-se a condição de estabilidade (ou instabilidade) do modelo de sacola, $B_{bag} = -\Omega_q$.

Assim sendo, pode-se concluir que um campo magnético induz uma instabilidade no sistema. Esta instabilidade é compatível com o modelo de sacola se se considera que a sacola não é isotrópica na presença de tal campo e que os nucleons se deformam adquirindo uma configuração proláta.

6.0.7 Análise de um gás de quarks degenerado com (e sem) momento magnético anômalo

A finalidade desta seção é discutir o colapso esboçado na seção anterior. A seguir, obtém-se as quantidades termodinâmicas que caracterizam um gás de quarks degenerado em presença de um campo magnético muito intenso. Em particular calcula-se o potencial termodinâmico e a magnetização, para em seguida avaliar as pressões anisotrópicas da Eq.(6.24).

De forma geral, o espectro de um quark sob a ação de um campo magnético B externo possui a forma

$$E_q(p_3, n, \eta) = \sqrt{p_3^2 + \left(\sqrt{2e_q B n + m_q^2 + \eta Q_q B} \right)^2}, \quad (6.27)$$

onde n corresponde aos níveis de Landau, e_q é a carga dos quarks, m_q a massa de cada espécie, $\eta = \pm 1$ é um parâmetro que define as duas orientações do momento magnético (paralela e anti-paralela a B) e Q_q é o momento magnético anômalo de cada quark.

Pode-se ver que quando se considera o caso sem momento magnético anômalo, isto é $Q_q = 0$, o mínimo da energia da Eq.(6.27) correspondente ao nível de Landau $n = 0$, é independente da intensidade do campo magnético e só quantiza a energia cinética perpendicular ao campo. No caso anômalo a energia de repouso depende da intensidade do campo magnético, e o estado fundamental da energia é

$$E_q(0, 0, -1) = m_q - Q_q B. \quad (6.28)$$

Esta quantidade será zero ou negativa para $Q_q B \geq m_q$. Isto sugeriria uma transição de fase. Mas não faz sentido propôr isso para uma única partícula. Se acontecesse uma bosonização esta propriedade sugere um comportamento ferromagnético do gás sob consideração [102].

Por simplicidade estuda-se aqui matéria não estranha, mas as conclusões para o caso da matéria estranha serão muito semelhantes. Neste caso $Q_u = 1.82\mu_N$, $Q_d = -0.9\mu_N$, sendo μ_N o magneton nuclear definido por $\mu_N = \frac{\hbar c}{m_N}$. Para quarks o campo crítico para o qual a energia de acoplamento do momento magnético iguala a energia de repouso do quark é $B_\mu^c = 6.3 \times 10^{15} G$, $B_d^c = 1.2 \times 10^{16} G$ para quarks u e d , respectivamente. Escreve-se o potencial termodinâmico, a magnetização, e também será calculada a susceptibilidade magnética com a finalidade de analisar o efeito que tem a mudança do estado de energia mínima, referido antes, nestas quantidades.

Definem-se $y_q = \frac{Q_q}{m_q}$, $b_q = \frac{2e_q}{m_q^2}$ como quantidades relativas, e $x_q = \frac{\mu_q}{m_q}$, g_q , h_q como grandezas adimensionais. As grandezas termodinâmicas são escritas no sistema *cgs* e por isso m_q tem dimensão de energia. Assim sendo, escrevem-se

$$g_q^\eta(x_q, B, n) = \sqrt{x_q^2 - h_q^\eta(B, n)^2}, \quad (6.29)$$

e

$$h_q^\eta(B, n) = \sqrt{b_q B(2n + 1 + \eta) + 1 + \eta y_q B}. \quad (6.30)$$

Para o potencial termodinâmico dos quarks, $\Omega = \sum_q \Omega_q$ definido na Eq. (6.21)

$$\Omega_q = -\Omega_q^0 B(\Omega_q^+ + \Omega_q^-), \quad (6.31)$$

onde

$$\Omega_q^\pm = \sum_{n=1}^{n_{max}} \left(x_q g_q^\pm - h_q^\pm{}^2 \ln \frac{x_q + g_q^\pm}{h_q^\pm} \right), \quad (6.32)$$

$$\Omega_q^- = \sum_{n=0}^{n_{max}} \left(x_q g_q^- - h_q^-^2 \ln \frac{x_q + g_q^-}{h_q^-} \right), \quad (6.33)$$

para cada uma das orientações do momento magnético. Aqui $\Omega_q^0 = \frac{e_q m_q^2 B}{4\pi^2 (\hbar c)^2}$, e a soma sobre n representa a soma sobre os níveis de Landau até o nível máximo, n_{max} , sendo este calculado como

$$n_{max} = I \left(\frac{(x_q - \eta_{y_q} B)^2 - 1}{b_q B} \right), \quad (6.34)$$

onde o I significa tomar a parte inteira da função.

A magnetização é definida por $M = -\frac{\partial \Omega}{\partial B} = \sum_q M_q$, com

$$M_q = M_q^0 (M_q^+ + M_q^-), \quad (6.35)$$

onde

$$M_q^+ = \sum_{n=1}^{max} \left\{ g_q^+ x_q - [x_q^2 - 2h_q^+ B \gamma^+] \ln \frac{x_q + g_q^+}{h_q^+} \right\}, \quad (6.36)$$

$$M_q^- = \sum_{n=0}^{max} \left\{ g_q^- x_q - [x_q^2 - 2h_q^- B \gamma^-] \ln \frac{x_q + g_q^-}{h_q^-} \right\}, \quad (6.37)$$

onde definem-se $M_q^0 = \frac{e_q m_q^2}{4\pi^2 (\hbar c)^2}$, e $\gamma^\pm = \frac{bn}{\sqrt{2bBn+1}} + \eta y_q$. Cabe notar que no caso em que $h_q^- = 0$, corresponde a $n = 0$ e $B = 1/y_q$, as expressões para o potencial termodinâmico, Ω_q^- , e para a magnetização M_q^- resultam modificados da forma seguinte

$$\Omega_q^- = g_q^- x_q, \quad M_q^- = g_q^- x_q. \quad (6.38)$$

Se $h_q^- < 0$, então Ω_q^- e M_q^- tornam-se ambos complexos. Isto não é consistente com o equilíbrio. A condição $h_q^- \leq 0$ pode significar que o sistema não admite valores de campo magnético maiores que $B = 1/y_q$, ou que ocorre alguma transição de fase no sistema.

A susceptibilidade magnética, definida como $\chi = \frac{\partial M}{\partial B}$, pode quantificar a ocorrência ou não dessa transição de fase. A expressão correspondente é

$$\chi = \sum_q M_q^0 \left(\sum_{n=1}^{n_{\max}} \chi^+ + \sum_{n=0}^{n_{\max}} \chi^- \right), \quad (6.39)$$

onde

$$\chi^+ = \frac{2B\gamma^+ x_q}{g_q^+} - \left(4\gamma^+ h_q^+ + \frac{2h_q^+ n^2 b B}{(2bBn+1)^{\frac{3}{2}}} + 2B\gamma^{+2} \right) \ln \left(\frac{x_q + g_q^+}{h_q^+} \right), \quad (6.40)$$

$$\chi^- = \frac{2B\gamma^- x_q}{g_q^-} - \left(4\gamma^- h_q^- + \frac{2h_q^- n^2 b B}{(2bBn+1)^{\frac{3}{2}}} + 2B\gamma^{-2} \right) \ln \left(\frac{x_q + g_q^-}{h_q^-} \right). \quad (6.41)$$

Nota-se que tanto a magnetização quanto a susceptibilidade não são funções lineares do campo magnético B .

Por outro lado, a densidade de partículas é dada pela expressão

$$N = \sum_q N_q^0 \frac{B}{B_q^c} \left(\sum_{n=0}^{n_{\max}} g_q^- + \sum_{n=1}^{n_{\max}} g_q^+ \right), \quad (6.42)$$

onde define-se $N_q^0 = \frac{m_q^3}{4\pi^2(\hbar c)^3}$, e $B_q^c = \frac{m_{u,d}^2}{e_q \hbar c}$. Assim, a neutralidade de carga neste caso está dada pela condição

$$N_d = 2N_u. \quad (6.43)$$

A presença de um campo magnético introduz restrições para alguns valores do potencial químico das espécies de quarks. Usando a Eq.(6.34) acima e a condição de neutralidade de carga Eq.(6.43), pode-se calcular numericamente a relação entre os potenciais químicos μ_u e μ_d e as correspondentes quantidades adimensionais x_q .

Retornando às relações para as pressões da Eq.(6.24) (às expressões para as pressões de sacola), obtém-se as seguintes expressões para as pressões anisotrópicas

$$P_{\parallel}^+ = -\frac{e_q m_q^2 B}{4\pi^2 \hbar c} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left[x_q g_q^+ - h_q^{+2} \ln \frac{x_q + g_q^+}{h_q^+} \right], \quad (6.44)$$

$$P_{\parallel}^- = -\frac{e_q m_q^2 B}{4\pi^2 \hbar c} \sum_{n=0}^{n_{\max}} \left[x_q g_q^- - h_q^{-2} \ln \frac{x_q + g_q^-}{h_q^-} \right], \quad (6.45)$$

$$P_{\perp}^{+} = \frac{2e_q m_q^2 B^2}{\pi^2 (\hbar c)^2} \sum_{n=1}^{n_{max}} \left(2h_q^{+} \gamma^{+} \ln \frac{x_q + g_q^{+}}{h_q^{+}} \right), \quad (6.46)$$

$$P_{\perp}^{-} = \frac{2e_q m_q^2 B^2}{\pi^2 (\hbar c)^2} \sum_{n=0}^{n_{max}} \left(2h_q^{-} \gamma^{-} \ln \frac{x_q + g_q^{-}}{h_q^{-}} \right), \quad (6.47)$$

e assim B_{bag} no modelo modificado de sacola assume uma forma anisotrópica que depende da direção no espaço do campo magnético \vec{B} ,

$$B_{bag}^{\parallel} \equiv P_{\parallel} = P_{\parallel}^{+} + P_{\parallel}^{-}, \quad (6.48)$$

$$B_{bag}^{\perp} \equiv P_{\perp} = P_{\perp}^{-} + P_{\perp}^{+}. \quad (6.49)$$

Cabe notar que também pode-se estudar um modelo de gás de quarks degenerado sem levar em conta o momento magnético do quark. Isto significa fazer $y_q = 0$ em todas as equações acima. Recuperam-se nesse caso as expressões para todas as grandezas termodinâmicas.

A Fig.(6.2) mostra a anisotropia das pressões como função da intensidade do campo magnético \vec{B} . Neste caso verifica-se que $P_{\perp} = 0$ é possível ser alcançada para valores típicos de densidade de estrelas de nêutrons, isto é, $N = 10^{39} cm^{-3}$ e intensidade de campo $B \simeq 10^{19} Gauss$, mas que poderiam estar presentes nas estrelas de quarks, se é que elas existem.

Entretanto, a relação entre a densidade de partículas e a intensidade de campo magnético que satisfaz completamente a condição $P_{\perp} = 0$ escreve-se

$$N_q(B) = \sqrt{2} N_q^0 y_q^1 / 2 \left(\frac{B^3/2}{B_q^c} \right). \quad (6.50)$$

Na Fig.(6.3) apresentam-se os resultados para o caso de um gás de quarks degenerado com (e sem) momento magnético anômalo. Também mostra-se a curva obtida usando um modelo de gás de nêutrons que possuem momento magnético anômalo.

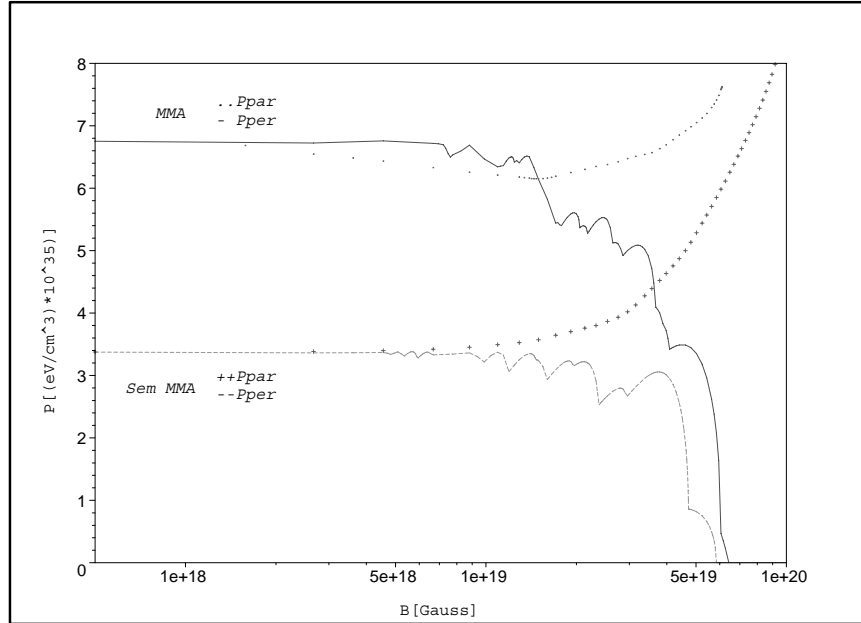


Figura 6.2: Anisotropia das pressões para os dois casos estudados acima: um gás de quarks com (e sem) momento magnético anômalo.

Conclue-se que a configuração mais estável pode ser alcançada para modelos de estrelas de quarks. Noutras palavras, a condição $P_{\perp} = 0$ é obtida para um valor baixo da intensidade do campo magnético no caso de um gás de nêutrons quando comparado com o gás de quarks. Nessa mesma figura pode-se notar que um modelo de gás de quarks degenerado com momento magnético anômalo abrange uma região mais larga de estabilidade comparado com os modelos de gás de nêutrons e gás de quarks que não possuem MMA . Como era de se esperar o gás de quarks degenerado com MMA é a configuração mais estável.

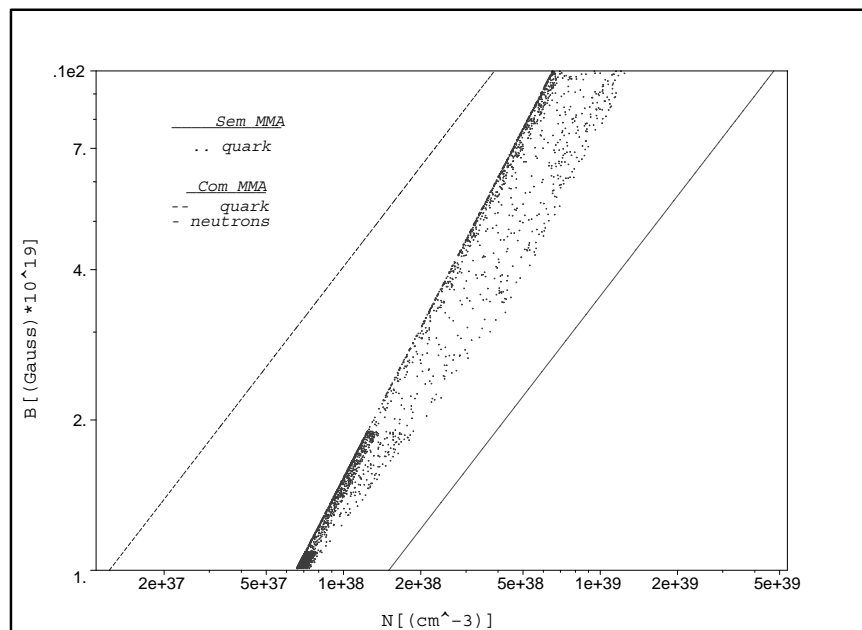


Figura 6.3: Condição $P_{\perp} = 0$ para os dois modelos de quarks: com e sem MMA e para o modelo de gás de nêutrons discutido na Ref.[97].

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas

Este trabalho, em sua primeira parte, apresentou os estados da matéria de quarks densa e fria enfocando os estados supercondutores de cor, onde a introdução da interação entre os quarks leva a formação de um gap no espectro de partícula independente, modificando as características da equação de estado das diferentes fases que surgem devido ao emparelhamento de quarks. A interação entre os quarks foi introduzida no contexto de um modelo simples, o Modelo de Massa Efetiva Dinâmica, que considera de forma aproximada que todos os efeitos não perturbativos da interação estão incluídos na mudança da massa efetiva dos quarks no meio, e na formação de um gap supercondutor. A grande vantagem deste modelo fenomenológico é que ele se coloca, no que se refere a consideração da interação entre os quarks, como um modelo que transita entre situações extremas da QCD, o limite do confinamento e o regime de liberdade assintótica. Como para se estabelecer os valores críticos das possíveis transições de fases supercondutores é necessário varrer uma larga faixa de densidade, cobrindo desde valores próximos a densidade de equilíbrio da matéria nuclear até dezenas de vezes este valor, é necessário fugir de modelos somente aplicáveis num ou noutro regime extremo da QCD. Outra grande vantagem consiste em tratar-se de um modelo uniparâmetro com uma dependência simples para a variação da massa efetiva dos quarks com a densidade barionica, facilitando a determinação do domínio dos valores assumido pelo parâmetro do modelo, C , quando fixadas as condições de estabilidade a serem satis-

feita para os diferentes estados da matéria supercondutora. No cap. 3 apresentou-se o modelo sendo os limites de valores para o seu parâmetro estabelecido no Cap. 4. Os principais resultados desta primeira parte da tese vem apresentados também no Cap. 4, onde são mostradas as características termodinâmicas das transições, e se estabelecem os valores críticos para os potenciais químicos e as densidade bariônicas. Estes resultados constituem a contribuição original desta parte da tese para a literatura especializada neste tema, onde em geral as transições são apresentadas e discutidas qualitativamente, sem estabelecer valores quantitativos para as condições críticas de suas ocorrências. Neste trabalho estuda-se a variação destas condições críticas, em face da variação dos valores do parâmetro do modelo utilizado, bem como devido à mudança dos valores assumidos por constantes ainda não bem determinadas na literatura (a exemplo dos valores do gap e da massa do quark estranho). O gap foi considerado até o valor máximo de 110MeV , com base na Eq.(1.12) do Capítulo 1.

Algumas linhas de trabalho se colocam como uma continuação natural desta tese e são ressaltadas a seguir:

i) *O papel de neutrinos aprisionados na matéria densa e fria de quarks* - Observe-se que neste trabalho desconsiderou-se a presença dos neutrinos no meio para o estudo desenvolvido das equações de estado e suas transições de fase. Isto se deve ao fato de que se visava a aplicação destes resultados à estrutura de estrelas híbridas em seu estágio final. Entretanto é bem sabido que na situação de formação de uma estrela de nêutrons a decisão de se ela vai ou não ser levada a uma estrutura híbrida é fortemente dependente do papel de neutrinos aprisionados no meio naquela ocasião. Ou seja, os parâmetros críticos da transição hadron-quark são fortemente dependentes da presença de neutrinos no meio[107], [108] e seguramente as transições entre as fases supercondutoras também o serão. No contexto da estrela de neutrons em formação a temperatura não é nula, entretanto os valores estimados não passam dos 100-200 KeV, permitindo ainda tratar os hadrons e demais constituintes do sistema, numa boa aproximação, como um sistema fortemente degenerado estatisticamente. Sendo assim, a inclusão de neutrinos neste cálculo visando aplicações neste contexto astrofísico pode ser feita logo

em seguida. Entretanto, este não é o caso quando se tem por objetivo a utilização dos resultados em cenários cosmológicos (fase hadrônica do Universo), quando neutrinos aprisionados possivelmente, desempenham também um papel relevante. A temperatura nesta situação, estima-se ser bem mais alta, alcançando valores de centenas de MeV.

ii) *Determinação de estruturas de estrela híbridas e de suas massas limites* - Desenvolvidas as equações de estado para as fases da matéria de quark supercondutora e de quarks não-emparelhados, levando-se em conta as suas transições, a inclusão destas equações em um cálculo de estrutura é uma extensão do presente trabalho. O mais interessante que se pode esperar são as modificações nas estruturas das estrelas, onde a gravitação levará a uma separação em camadas das fases presentes, deixando as fases caracterizadas por densidades mais altas localizadas mais internamente. Assim, espera-se que o caroço de uma estrela híbrida se configure como uma sucessão de camadas de matéria em diferentes fases da matéria de quark supercondutora até alcançar a camada mais externa de matéria hadrônica. As camadas supercondutoras formadas, possivelmente devem contribuir para a intensificação da estrutura de campos magnéticos destes objetos.

iii) *Aperfeiçoamento do estudo da fase supercondutora mais estável, a CFL* - Neste trabalho tratamos esta fase de forma simplificada, sem a inclusão dos bósons de Goldstone, associados a quebra de simetria quiral (os mesons, estranhos e não-estranhos) que levam a uma pequena modificação na equação de estado, do ponto de vista da contribuição destes novos componentes para a pressão. Entretanto, como a inclusão destes mesões, impõe-se que nesta fase a neutralidade de carga somente seja alcançada com a inclusão de elétrons [103]. Neste caso, os valores críticos das transições envolvendo esta fase devem ser revistos uma vez que a condição de neutralidade global de carga eletromagnética fica modificada com novos graus de liberdade, podendo alterar as características termodinâmicas da transição.

iv) *Inclusão de efeitos de temperatura finita para as transições* - Outra modificação às equações de estado para as fases supercondutoras de cor e a fase de quarks nos

emparelhados, seria considerar o efeito da temperatura. As equações seriam certamente modificadas se a temperatura fosse comparável ou muito maior do que o potencial químico bariônico e a análise deveria ser feita num plano (T, μ) .

Na segunda parte deste trabalho foram apresentados dois temas associados aos cenários onde a matéria de quarks pode se configurar.

No Capítulo 5 foram estudadas bolhas de matéria de quarks como remanescentes do universo primordial. Estas bolhas, sobreviventes da transição do confinamento, poderiam ser supercondutoras de cor uma vez que sua contração for detida, o que as tornaria estáveis. Contudo, se deveria fazer uma análise mais detalhada da transição de fase entre o plasma de quark-glúon e a fase *CFL* a temperatura finita estabelecendo a dependência correta da temperatura crítica T_c com o potencial químico μ .

Existem várias considerações físicas que afetariam os resultados apresentados para estas bolhas. Uma delas é a emissão de nêutrons durante a contração da bolha se a energia por bárion for maior do que $940 MeV$, fato que aumentaria o potencial químico. Outro é a inclusão de elétrons, os quais alterariam os potenciais químicos dos quarks para satisfazer a neutralidade de carga. Por outro lado, considerando efeitos de superfície a condição de neutralidade de carga não seria válida. Contudo que estas bolhas possam se tornar supercondutoras a temperatura $T \sim 150 MeV$, se existisse emissão de nêutrons por parte das bolhas este processo permitiria detectá-las como *strangelets*. Isto aconteceria para bolhas estáveis[104] com número atômico $A > 10^3$ desde que as colisões na parte superior da atmosfera não reduzam sua massa, mantendo desta forma a sua estabilidade.

No capítulo 6 foi usada uma versão do modelo de sacola do MIT incluindo os efeitos de um campo magnético superintenso \vec{B} . Foi mostrado que a pressão B_{bag} pode ser substituída por um tensor anisotrópico e que existe uma instabilidade devida ao intenso campo magnético que age sobre a estrela. Considerando a situação com momento magnético anômalo, *MMA*, que surge da solução da equação de Dirac, os estados de energia mais baixa tornam-se nulos quando a intensidade do campo magnético supera $\frac{1}{y_q}$. O resultado mais interessante é que podem existir duas possibilidades: a) que o

campo magnético possua um valor crítico $B \sim \frac{m_q}{Q_q}$, e b) que ocorra uma transição de fase para essa condição acima. Para esclarecer estes pontos, requiere-se uma análise mais detalhada do ponto de vista da estatística quântica. Uma continuação deste trabalho será o estudo de efeitos de polarização para um gás de quarks sujeito a campos magnéticos superintensos e a possibilidade de que ocorra uma transição de fase acima de um valor crítico do campo magnético B .

Apêndice A

A seguir, serão descritas detalhadamente as equações para o caso das bolhas de quarks remanescentes do universo primordial, estudadas no Capítulo 3.

Para cada férmion de massa m , podem-se escrever a densidade de partículas, a densidade de energia e a pressão da forma seguinte

$$\frac{N}{V} = \frac{3}{\pi^2} \int_m^\infty d\varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 - m^2} \frac{1}{\exp\left[\frac{1}{T}(\varepsilon - \mu)\right] + 1} \quad (a), \quad (7.1)$$

$$\frac{E}{V} = \frac{3}{\pi^2} \int_m^\infty d\varepsilon \varepsilon^2 \sqrt{\varepsilon^2 - m^2} \frac{1}{\exp\left[\frac{1}{T}(\varepsilon - \mu)\right] + 1} \quad (b),$$

$$P = \frac{1}{\pi^2} \int_m^\infty d\varepsilon (\varepsilon^2 - m^2)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\exp\left[\frac{1}{T}(\varepsilon - \mu)\right] + 1} \quad (c).$$

Estas integrais podem-se expandir em potências de $\frac{m^2}{\varepsilon^2}$ ($\varepsilon > m$) para o qual define-se $\frac{\varepsilon}{T} = x$, $e^{-\frac{\mu}{T}} = R$, $\frac{m}{T} = a$, se obtendo

$$\frac{N}{V} \simeq \frac{T^3}{2\pi^2} \int_a^\Lambda dx \left(x^2 - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{8x^2}a^4 \right) \frac{1}{Re^x + 1}, \quad (7.2)$$

$$P \simeq \frac{T^4}{6\pi^2} \int_a^\Lambda dx \left(x^3 - \frac{3}{2}a^2x + \frac{3}{8x}a^4 \right) \frac{1}{Re^x + 1}, \quad (7.3)$$

$$\frac{E}{V} \simeq \frac{3T^4}{\pi^2} \int_a^\Lambda dx \left(x^3 - \frac{1}{2}a^2x - \frac{1}{8x}a^4 \right) \frac{1}{Re^x + 1}, \quad (7.4)$$

onde substitui-se $\Lambda = \infty$, por simplicidade. Definindo $Re^x + 1 = y$, $x = \ln\left(\frac{y-1}{R}\right)$, $dx = \frac{dy}{y-1}$, pode-se escrever

$$\frac{N}{V} = \frac{T^3}{2\pi^2} \int_{Re^a+1}^{Re^{\Lambda+1}} \frac{dy}{y(y-1)} \left[\ln^2 \left(\frac{y-1}{R} \right) - \frac{1}{2}a^2 - \frac{a^4}{8 \ln^2 \left(\frac{y-1}{R} \right)} \right],$$

$$P = \frac{T^4}{6\pi^2} \int_{Re^a+1}^{Re^{\Lambda+1}} \frac{dy}{y(y-1)} \left[\ln^3 \left(\frac{y-1}{R} \right) - \frac{3}{2}a^2 \ln \left(\frac{y-1}{R} \right) + \frac{3}{8} \frac{a^4}{\ln \left(\frac{y-1}{R} \right)} \right],$$

$$\frac{E}{V} = \frac{3T^4}{\pi^2} \int_{Re^a+1}^{Re^\Lambda+1} \frac{dy}{y(y-1)} \left[\ln^3 \left(\frac{y-1}{R} \right) - \frac{1}{2} a^2 \ln \left(\frac{y-1}{R} \right) - \frac{1}{8} \frac{a^4}{\ln \left(\frac{y-1}{R} \right)} \right].$$

Substituindo $y - 1 = y'$ e finalmente usando $\frac{y'}{R} = \eta$, $dy' = R d\eta$

$$\frac{\pi^2}{3T^3} \frac{N}{V} \simeq e^x \int_{e^a}^{e^\Lambda} \frac{d\eta}{\eta(\eta + e^x)} \left(\ln^2 \eta - \frac{a^2}{2} - \frac{a^4}{8 \ln^2 \eta} \right), \quad (7.5)$$

$$\frac{\pi^2}{3T^4} \frac{E}{V} \simeq e^x \int_{e^a}^{e^\Lambda} \frac{d\eta}{\eta(\eta + e^x)} \left(\ln^3 \eta - \frac{a^2}{2} \ln \eta - \frac{a^4}{8 \ln \eta} \right),$$

$$\frac{\pi^2}{T^4} P \simeq e^x \int_{e^a}^{e^\Lambda} \frac{d\eta}{\eta(\eta + e^x)} \left(\ln^3 \eta - \frac{3}{2} a^2 \ln \eta - \frac{3}{8} \frac{a^4}{\ln \eta} \right).$$

Se $x < a$ (o que pode acontecer para o s no começo da contração da bolha e para todos os anti-quarks ($\mu_{\bar{q}} < 0$)), pode-se expandir o denominador em potências de $\frac{\exp x}{\eta}$, para obter

$$\frac{\pi^2}{3T^3} \frac{N}{V} \simeq \exp(x - a) \left(2 + 2a + \frac{a^2}{2} - \frac{a^3}{8} \right) \quad (7.6)$$

$$- \frac{\exp[2(x - a)]}{2} \left(\frac{1}{2} + a + \frac{a^2}{2} - \frac{a^3}{4} \right) + \frac{\exp[3(x - a)]}{3} \left(\frac{2}{9} + \frac{2}{3}a + \frac{a^2}{2} - \frac{3}{8}a^3 \right)$$

$$- \frac{a^4}{8} [\exp(x) Ei(-a) - 2 \exp(2x) Ei(-2a) + 3 \exp(3x) Ei(-3a)],$$

$$\frac{\pi^2}{3T^4} \frac{E}{V} \simeq \exp(x - a) \left(6 + 6a + \frac{5}{2}a^2 + \frac{a^3}{2} \right) \quad (7.7)$$

$$- \frac{\exp[2(x - a)]}{2} \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}a + \frac{5}{4}a^2 - \frac{a^3}{2} \right) + \frac{\exp[3(x - a)]}{3} \left(\frac{2}{9} + \frac{2}{3}a + \frac{5}{6}a^2 + \frac{a^3}{2} \right)$$

$$+\frac{a^4}{8} [\exp(x) Ei(-a) - \exp(2x) Ei(-2a) + \exp(3x) Ei(-3a)],$$

$$\frac{\pi^2 P}{T^4} \simeq \exp(x-a) \left(6 + 6a + \frac{3}{2}a^2 - \frac{a^3}{2}\right) \quad (7.8)$$

$$-\frac{\exp[2(x-a)]}{2} \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}a + \frac{3}{4}a^2 - \frac{a^3}{2}\right) + (c) \frac{\exp[3(x-a)]}{3} \left(\frac{2}{9} + \frac{2}{3}a + \frac{a^2}{2} - \frac{a^3}{2}\right)$$

$$-\frac{3}{8}a^4 [\exp(x) Ei(-a) - \exp(2x) Ei(-2a) + \exp(3x) Ei(-3a)].$$

Por outro lado, se $x > a$, condição necessária para os quarks u e d e que ocorre para o quark s no final da contração, as integrais da Eq.(7.4) seram a soma de duas partes com limite inferior $\exp(x)$ para permitir uma expansão em potências de $\frac{\exp}{\eta}$, e uma outra entre $\exp(a)$ e $\exp(x)$, onde a expansão do denominador é em potências de $\frac{\eta}{\exp x}$. Os resultados são

$$\frac{\pi^2 N}{3T^3 V} \simeq \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{3} + \frac{29}{9}x + \frac{2}{27} - \frac{1}{2}a^2x - \frac{1}{6}a^2 + \frac{a^3}{24} \quad (7.9)$$

$$+ \exp[-(x-a)] \left(2 + 2a + \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{8}\right) - \frac{\exp[-2(x-a)]}{2} \left(\frac{1}{2} - a + \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{4}\right)$$

$$+\frac{a^4}{8} - \exp(x) Ei(-x) + 2 \exp(2x) Ei(-2a) - 3 \exp(3x) Ei(-3x)$$

$$+ \exp(-x) Ei(x) - 2 \exp(-2x) Ei(2x) - \exp(-x) Ei(a) + 2 \exp(-2x) Ei(2a)],$$

$$\frac{\pi^2 E}{3T^4 V} \simeq \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{29}{6}x^2 + \frac{2}{9}x + \frac{1223}{108} - \frac{1}{4}a^2x^2 - \frac{1}{6}a^2x \quad (7.10)$$

$$-\frac{29}{36}a^2 + \exp[-(x-a)] \left(-6 + 6a - \frac{5}{2}a^2 + \frac{a^3}{2} \right) + \frac{\exp[-2(x-a)]}{2} \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{2}a + \frac{5}{4}a^2 - \frac{a^3}{2} \right)$$

$$+ \frac{a^4}{8} [\exp(x) Ei(-x) -] \exp(2x) Ei(-2x) + \exp(3x) Ei(-3x) + \exp(-x) Ei(x)$$

$$- \exp(-2x) Ei(2x) - \exp(-x) Ei(a) + \exp(-2x) Ei(2a) - \ln x + \ln a],$$

$$\frac{\pi^2}{T^4} P \simeq \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{29}{6}x^2 + \frac{2}{9}x + \frac{1223}{108} - \frac{a^4}{2} - \frac{3}{2}a^2 \left(\frac{x^2}{2} + \frac{x}{3} + \frac{29}{18} \right) \quad (7.11)$$

$$+ \exp[-(x-a)] \left(-6 + 6a - \frac{3}{2}a^2 - \frac{a^3}{2} \right) + \frac{\exp[-2(x-a)]}{2} \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{2}a + \frac{3}{4}a^2 + \frac{a^3}{2} \right)$$

$$+ \frac{3}{8}a^4 - \exp(x) Ei(-x) + \exp(2x) Ei(-2x) - \exp(3x) Ei(-3x) - \exp(-x) Ei(x)$$

$$+ \exp(-2x) Ei(2x) + \exp(-x) Ei(a) - \exp(-2x) - \exp(-2x) Ei(2a) + \ln x - \ln a.$$

Bibliografia

- [1] A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson, C.B. Thorn e V.F. Weisskopf, *New extended model of hadrons*, Phys. Rev. **D9**, 3471 (1974).
- [2] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **122**, 135 (1961); Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **124**, 246 (1961).
- [3] G.N. Fowler, S. Raha and R.M. Weiner, *Confinement and Phase Transitions*, Z. Phys. **C9**, 271 (1981).
- [4] A.R. Bodmer, *Collapsed Nuclei*, Phys. Rev. **D4** 1601 (1971).
- [5] E. Witten, *Cosmic separation of phases*, Phys. Rev. **D30** 272 (1984).
- [6] D. Bailin and A. Love, *Superfluidity and superconductivity in relativistic fermion systems*, Phys. Rept. **107**, 325 (1984).
- [7] J. Bardeen, L.N. Cooper and J.R. Schrieffer, *Microscopic Theory of Superconductivity*, Phys. Rev. **106**, 162 (1957); *Theory of Superconductivity*, 108, 1175 (1957).
- [8] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, *Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity. II*, Phys. Rev. **124** 246, (1961).
- [9] N. K. Glendenning, *First-order phase transitions with more than one conserved charge: Consequences for neutron stars*, Phys. Rev. **D46** 1274 (1992).
- [10] N. K. Glendenning, *Phase transitions and crystalline structures in neutron star cores*, Phys. Rep. **342** 393 (2001).

- [11] K. Rajagopal and F. Wilczek, *The condensed Matter Physics of QCD, At the Frontier of Particle Physics/ Handbook of QCD*, ed. M. Shifman, (World Scientific) (2001).
- [12] M. Alford, *Color-Superconducting Quark Matter*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **51** 131 (2001).
- [13] M. Alford, K. Rajagopal and F. Wilczek, *QCD at finite baryon density: nucleon droplets and color superconductivity*, Phys. Lett. **B422** 247 (1998).
- [14] P. Rapp, T. Schafer, E. V. Shuryak and M. Velkovsky, *Diquark Bose Condensates in High Density Matter and Instantons*, Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 53; *High-Density QCD and Instantons* Ann. Phys. **280** 35 (2000).
- [15] L.N. Cooper, *Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas*, Phys. Rev. **104**, 1189 (1956).
- [16] J. Bardeen, L.N. Cooper and J.R. Schrieffer, *Microscopic Theory of Superconductivity*, Phys. Rev. **106** 162 (1957); *Theory of Superconductivity*, Phys. Rev. **108** 1175 (1957).
- [17] M. Alford and K. Rajagopal, *Absence of two-flavors color superconductivity in compact stars*, JHEP 0206, 031 (2002), (hep-ph/0204001).
- [18] M. Alford, K. Rajagopal and F. Wilczek, *Color-Flavor Locking and Chiral Symmetry Breaking in High Density QCD*, Nucl. Phys. **B537**, 443 (1999), hep-ph/9804403; R. Rapp, T. Schaefer, E.V. Shuryak and M. Velkovsky, *High Density QCD and Instantons*, Annals. Phys. 280, 35 (2000),(hep-ph/9904353); T. Schaefer, *Patterns of Symmetry Breaking in QCD at High Baryon Density*, Nucl. Phys. B **575**, 269 (2000),(hep-ph/9909574); I.A. Shovkovy and L.C. Wijewardhana, *On gap equations and color-flavor locking in cold dense QCD with three massless flavors*, Phys. Lett. **B470**, 189 (1999),(hep-ph/9910225); N. Evans, J. Hormuzdiar, S.D. Hu and M. Schwetz, *On the QCD Ground State at High Density*, Nucl. Phys. B 581, 391 (2000),(hep-ph/9910313).

- [19] B. Barrois, *Superconducting quark matter*, Nucl. Phys. **B129**, 390 (1977); B. Barrois, *Nonperturbative effects in dense quark matter*, Cal. Tech. PhD thesis, UMI 79-04847-mc (1979); d. Bailin and A. Love, Phys. Rept. 107, 325 (1984); M. Alford, K. Rajagopal and F. Wilczek, *QCD at Finite Baryon Density: Nucleon Droplets and Color Superconductivity*, Phys. Lett. **B422**, 247 (1998),(hep-ph/9711395); R. Rapp, T. Schaefer, E.V. Shuryak and M. Velkovsky, *Diquark Bose Condensates in High Density Matter and Instantons*, Phys. Rev. Lett. 81, 53 (1998),(hep-ph/9711396).
- [20] M. Alford, J. Berges, K.Rajagopal, *Unlocking Color and Flavor in Superconducting Strange Quark Matter*, hep-ph/9903502.
- [21] T. Shafer, *Quark hadron continuity in QCD with one flavor*, Phys. Rev. **D62**, 094007 (2000).
- [22] D.T. Son, *Superconductivity by long-range color magnetic interaction in high-density quark matter*, Phys. Rev. **D59** 094019 (1999); D.K. Hong, V.A. Miransky, I.A. Shovkovy and L.C.R. Wijewardhana, *Schwinger-Dyson approach to color superconductivity in dense QCD*, Phys. Rev. **D61**, 056001 (2000); T. Schafer and F. Wilczek, *Superconductivity from perturbative one-gluon exchange in high density quark matter*, Phys. Rev. **D60**, 114033 (1999); S.D.H. Hsu and M. Schwetz, *Magnetic interactions, the renormalization group and color superconductivity in high density QCD*, Nucl. Phys. **B572**, 211 (2000); R.D. Pisarski and D.H. Rischke, *Gaps and critical temperature for color superconductivity*, Phys. Rev. **D61**, 051501 (2000); *Color superconductivity in weak coupling*, Phys. Rev. D 61, 074017 (2000).
- [23] K. Saito, A. W. Thomas, *A quark-meson model for nuclear and neutron matter*, nucl-th/9403015.
- [24] M. K. Banerjee, *A chiral confining model of the nucleon*, Prog. Part. Nucl. Phys. **31**, 77 (1993); M. C. Birse, *Soliton models for nuclear physics*, Prog. Part. Nucl.

- Phys. **25**, 1 (1990); H. J. Pirner, *The color dielectric model of QCD*, Prog. Part. Nucl. Phys. **29**, 33 (1992).
- [25] A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson, C.B. Thorn and V.F. Weisskopf, *New extended model of hadrons*, Phys. Rev. **D9** 3471 (1974).
- [26] A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson and C.B. Thorn, *Baryon structure in the bag theory*, Phys. Rev. **D10**, 2599 (1974).
- [27] M.K. Volkov, *Meson Lagrangians in a superconductor quark model*, Ann. Phys. (N.Y.) **157**, 282-303 (1984); T. Hatsuda and T. Kunihiro, *Possible critical phenomena associated with the chiral symmetry breaking*, Phys. Lett. **B145** 7 (1984).
- [28] G. 't Hooft, *Computation of the quantum effects due to a four-dimensional pseudoparticle* Phys. Rev. **D34** (1976) 3432; *How instantons solve the U(1) problem*, Phys. Rep. **142** (1986) 357.
- [29] M. Orsaria, H.R. Goncalves, S.B. Duarte, *Primordial bubbles evolution with beta equilibrium and charge neutrality*, Braz.J.Phys.**35**:858-860 (2005).
- [30] M. Orsaria, H.R. Goncalves, S. B. Duarte, *Phase Transition in Strange Quark Matter with Density Dependent Quark Mass*, aceito para publicação na Int. J. Mod. Phys. **D**.
- [31] Aurora Perez Martinez, H. Perez Rojas, H.J. Mosquera Cuesta, M. Bologan, M. Orsaria, *Quark stars and quantum-magnetically induced collapse*, Int.J.Mod.Phys.**D14**:1959 (2005).
- [32] A. Perez Martinez, H. Perez Rojas, H. J. Mosquera Cuesta, M. Orsaria *Quark matter magnetization: phase transition or upper limit of magnetic field?*, aceito para publicação na Int. J. Mod. Phys. **D**.
- [33] L. Masperi, M. Orsaria, *Primordial bubbles of color superconducting quark matter*, Part.Nucl.Lett.118:80-89 (2004).

- [34] O. G. Benvenuto and G. Lugones, *Strange matter equation of state in the quark mass-density-dependent model*, Phys. Rev. D **51**, 1989 (1995).
- [35] S. Chakrabarty, *Equation of state of strange quark matter and strange star*, Phys. Rev. **D43**, 627 (1991).
- [36] C. Bernard: *In: Geometrical and Topological Methods in Gauge Theories* J. P. Harnad and S. Shnider, Lecture Notes in Physics Vol. **129**, p.1. Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1980.
- [37] G. W. Bryant, M. Corcoran, R. R. Crittenden, S. W. Gray, R. M. Heinz, H. A. Neal and D. R. Rust, *Polarization in p-p elastic scattering at large four-momentum transfers*, Phys. Rev. **D13**, no. 1, (1976).
- [38] J.M. Carmona, M. D'Elia, L. Del Debbio, A. Di Giacomo, B. Lucini, G. Paffuti and C. Pica, *Deconfining transition in Full QCD*, hep-lat/0209082.
- [39] E. Farhi and R.L. Jaffe, *Strange Matter*, Phys. Rev. **D30**: 2379 (1984).
- [40] J. Madsen, *Color-flavor locked strangelets*, hep-ph/0108036, *Color-flavor locked strangelets and their detection*, and hep-ph/0112153.
- [41] M. Rybczynski, Z. Wlodarczyk and G. Wilk, *Strangelets in Cosmic Rays*, hep-ph/04010064.
- [42] Th. Schaefer, *Quark Matter*, hep-ph/0304281.
- [43] M.G. Alford, K. Rajagopal, S. Reddy and F. Wilczek, *The Minimal CFL-Nuclear Interface*, Phys. Rev. **D64**(2201) 0740017, hep-ph/0105009.
- [44] R. Casalbuoni, *Anisotropic Color Superconductivity*, hep-ph/0301162.
- [45] E.M. Lifshitz and L.P. Pitaevskii, *Statistical Physics Part 2*, Pergamon Press Ltd., 1980.
- [46] I. S. Gradshteyn and L. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series and Products*, Academic Press Inc., New York, 1980.

- [47] F. Weber, *Pulsars as Astrophysical Laboratories for Nuclear and Particle Physics, High Energy Physics, Cosmology and Gravitation Series* IOP Publishing, Bristol, Great Britain, 1999.
- [48] F. Weber, *Strange Quark matter and Compact stars*, astro-ph/0407155.
- [49] H. Heiselberg and V. Pandharipande, *Recent Progress in Neutron Star Theory* Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **50** 481 (2000).
- [50] J. M. Lattimer and M. Prakash, *Neutron Star Structure and the Equation of State* Astrophys. J. **550** 426 (2001).
- [51] R. L. Jaffe, *Perhaps a Stable Dihyperon*, Phys. Lett. **38** 195 (1977).
- [52] R. Tamagaki, *Implications of the H-Dihyperon in High Density Hadronic Matter*, Prog. Theor. Phys. **85** 321 (1991).
- [53] T. Sakai, J. Mori, A. J. Buchmann, K. Shimizu and K. Yazaki, *The interaction between H-dibaryons*, Nucl. Phys. A **625** 192 (1997).
- [54] N. K. Glendenning and J. Schaffner- Bielich, *Neutron star constraints on the H dibaryon*, Phys. Rev. C **58** 1298 (1998).
- [55] A. R. Bodmer, *Collapsed nuclei* Phys. Rev. D **4** 1601 (1971).
- [56] H. Terazawa, J. Phys. Soc. Japan, *Super-Hypernuclei in the Quark-Shell Model*, **58** 3555 (1989); *Super-Hypernuclei in the Quark-Shell Model. II* **58** 4388 (1989); *Super-Hypernuclei in the Quark-Shell Model. III* **59** 1199 (1989).
- [57] N. K. Glendenning and F. Weber, *Nuclear solid crust on rotating strange quark stars*, Astrophys. J. **400** 647 (1992).
- [58] J. R. Oppenheimer and G. M. Volkoff, *On massive neutron cores*, Phys. Rev. **55**, 374 (1939).
- [59] R. Barth et al., *Subthreshold Production of Kaons and Antikaons in Nucleus-Nucleus Collisions at Equivalent Beam Energies*, Phys. Rev. Lett. **78** 4007 (1997).

- [60] N. K. Glendenning, *First-order phase transitions with more than one conserved charge: Consequences for neutron stars*, Phys. Rev. D **46** 1274 (1992).
- [61] Ch. Kettner, F. Weber, M. K. Weigel and N. K. Glendenning, *Structure and stability of strange and charm stars at finite temperatures*, Phys. Rev. **D51** 1440 (1995).
- [62] N. K. Glendenning, *Compact Stars, Nuclear Physics, Particle Physics, and General Relativity*, 2nd. ed. (Springer-Verlag, New York, 2000).
- [63] J. Madsen, *Physics and Astrophysics of Strange Quark Matter*, Lecture Notes in Physics **516** 162 (1999).
- [64] N. K. Glendenning, *Fast Pulsars, Strange Stars: An Opportunity in Radio Astronomy*, Mod. Phys. Lett. **A5** 2197 (1990).
- [65] R. R. Caldwell and J. L. Friedman, *Evidence against a strange ground state for baryons* Phys. Lett. **B264** 143 (1991).
- [66] N. K. Glendenning, Ch. Kettner and F. Weber, *Possible New Class of Dense White Dwarfs*, Phys. Rev. Lett. **74** 3519 (1995).
- [67] C. Alcock et al., *The MACHO Project: Microlensing Results from 5.7 Years of Large Magellanic Cloud Observations*, Astrophys. J. **542** 281 (2000).
- [68] K. Rajagopal and F. Wilczek, *Enforced Electrical Neutrality of the Color-Flavor Locked Phase*, Phys. Rev. Lett **86** 3492 (2001).
- [69] C. Alcock, E. Farhi and A. V. Olinto, *Strange stars*, Astrophys. J. **310** 261 (1986).
- [70] C. Alcock and A. V. Olinto, *Exotic Phases Of Hadronic Matter And Their Astrophysical Application*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **38** 161 (1988).
- [71] X. D. Li, I. Bombaci, M. Dey, J. Dey and E. P. J. van den Heuvel, *Is SAX J1808.4-3658 a Strange Star?*, Phys. Rev. Lett. **83** 3776 (1999).

- [72] D. Chakrabarty and E. H. Morgan, *The two-hour orbit of a binary millisecond X-ray pulsar*, Nature **394** 346 (1998).
- [73] E. Farhi: and R.L. Jaffe, *Strange matter*, Phys.Rev. **D30**, 2379 (1984).
- [74] M. I. Gorestein and S. N. Yang, *Gluon plasma with a medium-dependent dispersion relation*, Phys. Rev. **D52**, 5206 (1995).
- [75] K. Rajagopal and F. Wilczek, *Enforced Electrical Neutrality of the Color-Flavor Locked Phase*, Phys. Rev. Lett. **86**, 3492 (2001).
- [76] N.K. Glendenning, *First-order phase transitions with more than one conserved charge: Consequences for neutron stars*, Phys. Rev. D **46** 1274 (1992).
- [77] G. Lugones and J.E. Horvath, *Primordial nuggets survival and QCD pairing*, Phys. Rev. **D69**,063509 (2004)
- [78] G. Lugones and J.E. Horvath, *Color-flavor locked strange matter*, Phys. Rev. **D66**, 074017 (2002).
- [79] G.Lugones and J.E. Horvath, *High-density QCD pairing in compact star structure*, Astron. Astrophys. 403, 173 (2003).
- [80] J.E. Horvath and G. Lugones, *Self-bound CFL stars in binary systems: Are they "hidden" among the black hole candidates?*, Astron. Astrophys. 422,L1-L4 (2004).
- [81] A.R.Bodmer, *Collapsed Nuclei*, Phys. Rev. **D4**, 1601 (1971).
- [82] E. Farhi and R.L. Jaffe, *Strange matter*, Phys. Rev. **D30**, 2379 (1984).
- [83] M. Chaichian, S. Masood, C. Montonen, A. Perez Martinez and A. Pérez Rojas, *Quantum Magnetic Collapse*, Phys. Rev. Lett. **84**, 5261 (2000).
- [84] A. Perez Martinez, H. Perez Rojas, H.J. Mosquera Cuesta and A. Ulacia, to be published.
- [85] V.R. Khalilov, *Macroscopic effects in cold magnetized nucleons and electrons with anomalous magnetic moments*, Phys. Rev. **D65**, 056001 (2002).

- [86] C.Y. Cardall, M. Prakash and J.M. Lattimer, *Effects of Strong Magnetic Fields on Neutron Star Structure* *Astrophys. J.* **554**, 322 (2001).
- [87] S. Mandal and S. Chakraborty, *Collapse/Flattening of Nucleonic Bags in Ultra-Strong Magnetic Field*, *Int. J. Mod. Phys.* **D13(6)**, 1157 (2004).
- [88] A Sommerfeld, *Electrodynamics*, (Academic Press, New York 1966).
- [89] J.D. Jackson, *Classical electrodynamics* (J. Wiley and Sons, New York 1966).
- [90] V.G. Bagrov, D.M. Gitman, *Exact solutions of relativistic wave equations*, (Kluwer Academic Publ. 1990).
- [91] E.S. Fradkin, *Quantum field theory and hydrodynamics* (D.Sc. thesis), in Proc. P.N. Lebedev Institute, Vol. 29 (Consultants Bureau, New York, 1967) [English translation].
- [92] A.E. Shabad, H. Pérez Rojas, *Polarization of relativistic electron and positron gas in a strong magnetic field. Propagation of electromagnetic waves*, *Ann. of Phys.* **121**, 432 (1979).
- [93] W. Heisenberg, H. Euler, *Consequences of Dirac Theory of the Positron*, *Z. Phys.* **98**, 714 (1936).
- [94] V. S. Weisskopf, *Kgl. Danske Videnskab, Mat.-fys. Medd.* **XIV** (1936), 46.
- [95] H. Pérez Rojas, *Electroweak Plasma In A Magnetic Field*, *Acta Phys.Polon.***B17** 861 (1986).
- [96] A. Pérez Martínez, H. Pérez Rojas, H.J. Mosquera Cuesta, *Eur. Phys. J.C.* (2003).
- [97] A. Perez Martinez, H. Perez Rojas and H.J. Mosquera Cuesta, *Magnetic collapse of a neutron gas: Can magnetars indeed be formed?*, *Eur. Phys. J.* **C29**, 111 (2003).
- [98] E. Rodriguez Querts and H. Perez Rojas, *Negative Pressures and Energies in Magnetized and Casimir Vacua*, hep-ph/0402213.

- [99] H. Perez Rojas, A.E.Shabad, *Polarization Of Relativistic Electron And Positron Gas In A Strong Magnetic Field*, Annals Phys. **121**, 432 (1979).
- [100] L.D. Landau, E.M. Lifshitz, *The classical theory of fields* Pergamon, New York (1970).
- [101] H. Pérez Rojas and A.E. Shabad, *Kratkie Soobschenia po Fisike*, FIAN Lebedev Institute Reports (Allerton Press, 1976).
- [102] H. Pérez Rojas, A. Perez Martínez and Herman J. Mosquera Cuesta, *Collapsing neutron stars driven by critical magnetic fields and exploding Bose Einstein condensates*, Int. J. Mod. Phys. **D14**, No. 11 1855-1860, (2005).
- [103] M. Alford and S. Reddy, *Compact stars with color superconducting quark matter* nucl-th/0211046; D. B. Kaplan and S. Reddy, *Novel phases and transitions in Color Flavor Locked matter*, hep-ph/0107265.
- [104] J. Madsen, *Color-Flavor Locked Strangelets*, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 172003.
- [105] M. Alford, *Color superconducting quark matter*, hep-ph/0102047.
- [106] R. D. Pisarski and D. H. Rischke, *Superfluidity in a model of massless fermions coupled to scalar bosons*, Phys. Rev. **D60**, 094013 (1999).
- [107] H. A. Rodrigues Gonçalves, *Descrição Lagrangeana Efetiva do Colapso Gravitacional e Confinamento de Neutrinos em Explosão de Supernova*, Tese de Doutorado, CBPF.
- [108] S. Epsztein Grynberg, M. C. Nemes, H. Rodrigues, M. Chiapparini, S. B. Duarte, *Neutrino trapping and hybrid protoneutron star formation*, Phys.Rev.**D62**, 123003 (2000).