Dissertação de Mestrado

Aspectos do Eletromagnetismo de Partículas Elementares Neutras na Mecânica Quântica Relativística

Rodrigo Turcati

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

Rio de Janeiro - 2008

What I'm really interested in is whether God could have made the world in a different way; that is, whether the necessity of logical simplicity leaves any freedom at all.

- Albert Einstein

Aos meus Pais

Agradecimentos

- Agradeço a José Abdalla Helayël Neto, um ser humano único, o qual minhas palavras não são capazes de expressar minha eterna gratidão.
- Agradeço aos meus pais, Alcir Uberti Turcati e Gladis Turcati, pelo seus esforços em tornar tudo isso possível.
- Ao Helayël e ao Sebastião, por terem me dado a oportunidade de realizar este trabalho.
- Ao Professor Accioly, pela participação no trabalho e pelas suas sugestões.
- Ao Jefferson, pelas discussões e contribuições relativas a esta dissertação.
- Ao Bruno e ao Martín, pela hospedagem.
- Ao Guillermo, pela ajuda no LaTeX.
- Aos amigos, Jefferson, Cristina e Bonilla, pelos momentos inesquecíveis que passamos juntos neste mestrado.
- Aos peruanos do futebol de Quarta e do pessoal do futebol de Sábado.
- Aos amigos e familiares, Christian, Luciane, Daniel, Márcio, Loni, Pietro, Letícia, Aline, Chico, Elenir e a todos que me apoiaram neste período.

- Aos antigos companheiros da UFRGS e futuros colegas de trabalho, em especial a Kelly e o Atitude.
- A todo grupo do LAFEX.
- Ao pessoal da República.
- Agradeço ainda aos amigos e colegas, Eduardo, Marcela, Stella, Mariana, Sandro, Aline, Érico, Maria, Gabriel, Neel, Daniel, Mexicano, Vicente, Alexander, Alexis, Zambrano, Ana Graice, Diego, André, Jô, Cristiana, Fernando, Nassif, Doria, Milva, Aurora, Alan, Denis e Edney, e a todos que porventura eu tenha esquecido.
- À Capes, pelo apoio financeiro.

Resumo

O objetivo desta dissertação é discutir cenários viáveis nos quais se possa verificar a possibilidade de que partículas genuinamente elementares neutras adquiram momento de dipólo magnético já a nível de Mecânica Quântica, e não como é usual em Teoria Quântica de Campos, através de correções de *loops*. Procura-se, então, investigar o papel do spin nas propriedades magnéticas das partículas, desvinculando-o da carga elétrica. Para isto, adota-se a equação de Dirac para a descrição de férmions massivos carregados, neutros ou, eventualmente, auto-conjugados de carga (férmions de Majorana). Propõe-se o estudo sistemático de acoplamentos eletromagnéticos não-mínimos e suas consequências no regime não-relativístico para a contribuição ao momento de dipólo magnético de partículas fermiônicas fundamentais. Situações onde há violação da simetria de Lorentz, são igualmente contempladas. Enfoca-se também o caso de bósons vetoriais massivos neutros e as situações em que estes possam revelar suas propriedades magnéticas, apesar da ausência de carga elétrica, são discutidas.

Abstract

The goal of this dissertation is to discuss viable scenarios in which we can check the possibility that neutral genuinely elementary particles acquire a magnetic dipole moment at quantum-mechanical level and rather than as a loop effect in Quantum Field Theory. We actually have in mind to evaluate the very role of the spin for the magnetic properties of the particles, trying to disconnect spin from electric charge. For that, we adopt the Dirac equation for the description of massive charged, neutral or, eventually, self-conjugated (Majorana-like) fermions. We propose a sistematic study of non-minimal electromagnetic couplings and their consequences, in the non-relativistic regime, on the magnetic dipole moment generation for fermionic particles. The discussion sets out also in situations where Lorentz-symmetry breaking takes place. The investigation is also pursued for massive neutral vector bosons and we contemplate situations in which a non-trivial magnetic moment appears already at the tree-approximation, despite the absence of an electric charge for the particles under consideration.

Sumário

Dedicatória **i**

Agradecimentos **ii**

Resumo **iv**

Abstract **v**

Sumário **vi**

Introdução **1**

1 Acoplamentos de Férmions Massivos a Campos Tensoriais Externos e Interações Não-Relativísticas **5**

1.1 A Equação de Campo 6

1.2 O Limite Não-Relativístico 9

1.3 Acoplamentos Eletromagnéticos Não-Mínimos do Férmion de Dirac . . 12

2 Fundamentos dos Modelos de Gauge com Quebra da Simetria de Lorentz **16**

2.1 A Eletrodinâmica de Maxwell-Proca 17

2.2 A Eletrodinâmica de Maxwell-Chern-Simons 19
2.3 O Bóson Vetorial Massivo Neutro 22
2.4 O Teorema CPT 25

3 Efeitos Quânticos Topológicos para Partículas Neutras e a Geração de Momento Magnético 28
3.1 Fase Topológica: Uma Breve Revisão 29
3.2 O Férmion de Majorana 30
3.3 A Violação de Lorentz para o Férmion de Majorana 31

4 Considerações Gerais e Perspectivas Futuras 34

Referências Bibliográficas 39

Introdução

O Modelo-Padrão da Física de Partículas descreve com grande precisão as partículas fundamentais conhecidas na Natureza [1], e seus processos de interação. Estas partículas apresentam quantidades físicas relevantes como massa, carga elétrica, spin, tempo de vida e outros números quânticos ditados pelas simetrias SU(3), SU(2) e U(1). Além dessas grandezas, outra propriedade revela-se importante para o entendimento dos processos de interação das partículas: o momento de dipólo magnético, $\overrightarrow{\mu}$. Originalmente, este conceito surgiu num contexto clássico, associado ao movimento orbitante de partículas de massa m e carga q. Tal movimento faz com que a partícula carregada gere uma corrente num circuito fechado, a partir do que se observa uma relação entre o momento magnético e o momentum angular orbital, $\overrightarrow{L}$, de acordo com a expressão abaixo:

$$\overrightarrow{\mu} \equiv g \left(\frac{q}{2mc} \right) \overrightarrow{L},$$

onde q e m referem-se à carga e à massa da partícula, respectivamente; o fator g é denominado razão giromagnética. No contexto da física clássica, tem-se que $g = 1$.

Nos primórdios dos anos vinte, iniciaram-se as famosas experiências de Stern-Gerlach sobre as estruturas atômica e sub-atômica da matéria [2] [3] [4]. Estes experimentos mostraram que os elétrons possuem um momentum angular intrínseco, o spin, $\overrightarrow{s}$. Desta maneira, o momento de dipólo magnético para partículas elementares carregadas deveria ser expresso como:

$$\overrightarrow{\mu} \equiv g \left(\frac{q}{2mc} \right) \overrightarrow{s}.$$

De tais estudos, ficou claro que o elétron apresenta $g = 2$, um valor que além de não possuir contrapartida clássica, também não encontrava explicação na Mecânica Quântica de Schrödinger.

Em 1928, Paul A. M. Dirac [5] propôs uma teoria física capaz de associar aspectos quânticos e relativísticos a partículas microscópicas com spin-$\frac{1}{2}$. Um dos triunfos de sua teoria foi a capacidade da mesma de explicar o fator giromagnético, $g = 2$, do elétron. Contemporaneamente ao surgimento da Mecânica Quântica Relativística, Dirac [6] introduziu, em seu clássico trabalho de 1927, a Teoria Quântica de Campos, que propunha como fundamental na Natureza a existência de campos, cujas excitações básicas fossem associadas as partículas constituintes da matéria e da radiação, como é o caso dos fótons do campo Eletromagnético. No contexto da Teoria Quântica de Campos, o pressuposto mais natural seria que as interações surgissem de acoplamentos mínimos entre os campos. No caso do eletromagnetismo, isto implica em um acoplamento dos campos associados à matéria carregada com o quadrivetor potencial A^{μ}. Desta maneira, as derivadas espaço-temporais que compõem o termo cinético dos campos, devem ser substituídas por derivadas covariantes, de acordo com a seguinte prescrição:

$$\partial_{\mu}\phi \longmapsto (\partial_{\mu} + ieA_{\mu})\phi \equiv D_{\mu}\phi.$$

Nesta perspectiva, os trabalhos de Belinfate [7], Case [8], Fronsdal [9], Yang e Lee [10] e Schiwnger [11], levaram a um resultado geral para partículas elementares eletricamente carregadas. Mostrou-se que o fator giromagnético associado a cada partícula era inversamente proporcional ao seu spin, ou seja,

$$g = \frac{1}{s}.$$

Para a teoria de Dirac, que descreve partículas de spin-$\frac{1}{2}$, este resultado é claramente obedecido. Mas, para partículas de spin mais alto, evidências teóricas - e oriundas de propriedades gerais das amplitudes de espalhamento e da unitariedade das teorias quânticas de campos - permitiram concluir que $g = 2$ para qualquer partícula relativística. De fato, Weinberg [12] mostrou, usando propriedades gerais da matriz-S (ou matriz de espalhamento), que partículas elementares carregadas deveriam possuir $g \approx 2$, independentemente do spin. Este resultado incentivou a utilização de acoplamentos eletromagnéticos não-mínimos com o intuito de justificá-lo [13].

Por outro lado, recentemente, no estudo da unificação das interações fundamentais, descortinou-se a possibilidade de ocorrerem a quebra de algumas simetrias consideradas fundamentais na Natureza. Estas violações atualmente são amplamente estudadas no que se conhece como Física Além do Modelo-Padrão. Este é um contexto no qual procura-se entender, entre outras questões, aspectos relacionados à fenomenologia, como os raios cósmicos, a variação da constante de estrutura fina e a anisotropia da radiação cósmica de fundo. Um campo de estudos que permanece em aberto e estimula o interesse da comunidade atualmente é a física dos neutrinos. Há um interesse histórico em se saber como seria o seu comportamento no processo de interação com campos magnéticos, se este em sua essência é um férmion de Dirac ou Majorana, e sobre sua possível massa de repouso.

No contexto do modelo conhecido como Modelo-Padrão Estendido das Partículas [14] [15], este trabalho propõe um estudo extensivo sobre a possibilidade de acoplamentos que violem a simetria de Lorentz para partículas elementares neutras. A análise consiste basicamente numa interpretação dos momentos magnéticos, oriundos de acoplamentos eletromagnéticos não-mínimos no limite de baixas energias, além da possibilidade de ocorrência de um efeito do tipo-Aharonov-Casher. O procedimento adotado é baseado na Mecânica Quântica Relativística. Tendo como propósito este tipo de investigação, organiza-se esta dissertação de acordo com a estrutura que segue: No Capítulo 1, será apresentada uma série de acoplamentos, entre os quais acoplamentos que violam a simetria de Lorentz, e suas consequências no limite não-relativístico para o férmion de Dirac. No Capítulo 2, aborda-se a mesma questão para bósons vetoriais massivos, e, em conexão com a discussão de acoplamentos que violam a simetria de Lorentz, faz-se uma discussão do teorema CPT. No Capítulo 3, focaliza-se a discussão no momento magnético proveniente destes acoplamentos e discute-se a consequente fase quântica topológica induzida para férmions de Majorana. Por último, no Capítulo 4, apresentamos as Considerações Finais e Perspectivas Futuras, contextualizando a discussão no ambiente da Astrofísica, e abordando pontos como a anisotropia da radiação cósmica de fundo e questões ligadas à física dos neutrinos.

Capítulo 1

Acoplamentos de Férmions Massivos a Campos Tensoriais Externos e Interações Não-Relativísticas

Neste capítulo, será feito um estudo sobre a geração de momentos de dipólo magnético para partículas elementares massivas carregadas de spin-$\frac{1}{2}$. Para tanto, serão considerados acoplamentos de campos de natureza escalar, vetorial e tensorial ao campo fermiônico. O procedimento adotado é baseado na Mecânica Quântica Relativística [16]. Partindo-se da densidade de Lagrangeano fermiônico com os devidos acoplamentos propostos, trabalha-se a equação de Dirac e procede-se à análise do regime não-relativístico da mesma para se chegar, então, a uma equação do tipo-Pauli. Ao final, será discutida a situação em que o férmion de Dirac encontra-se sob a ação de campos eletrostáticos e magnetostáticos externos.

1.1 A Equação de Campo

O ponto de partida é o Lagrangeano quadridimensional invariante de gauge para o campo espinorial massivo carregado, acoplado minimamente aos potenciais eletromagnéticos de Maxwell externos (representados pelo quadrivetor A^μ) e a campos escalares, vetoriais e tensoriais. Os acoplamentos com os vetores e tensores são de natureza não-mínima. Adotando a métrica de Minkowski ($\eta_{\mu\nu} = diag(1, -1, -1, -1)$) e o sistema de unidades naturais ($\hbar = c = 1$), tem-se:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \overline{\Psi}(\imath\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi - e\overline{\Psi}\gamma^\mu\Psi A_\mu + f\overline{\Psi}\gamma^\mu\gamma_5\Psi H_\mu + ig\overline{\Psi}\Sigma^{\mu\nu}\Psi S_{\mu\nu} + \\ &\quad + h\overline{\Psi}\Sigma^{\mu\nu}\gamma_5\Psi G_{\mu\nu} + \alpha\overline{\Psi}\Psi\varphi + \beta\overline{\Psi}\gamma_5\Psi s, \end{aligned} \tag{1.1}$$

sendo que $\Psi(\overrightarrow{x}, t) \equiv \Psi$ é um espinor de quatro componentes

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi \\ \chi \end{bmatrix}. \tag{1.2}$$

A fim de obter um melhor entendimento dos termos inclusos na densidade de Lagrangeano, é possível realizar uma análise dimensional de cada componente.

Inicialmente, analisando-se a ação

$$S = \int d^4x\mathcal{L}, \tag{1.3}$$

percebe-se que o elemento de integração possui dimensão de inverso na quarta da massa (M^{-4}). Desta maneira, a densidade de Lagrangeano, $\mathcal{L}$, assim como suas componentes, têm de possuir dimensão de massa na quarta potência (M^4). Examinando o termo de campo livre massivo, constata-se que o espinor Ψ tem de ter dimensão de massa elevada a $\frac{3}{2}$ ($M^{\frac{3}{2}}$), pois a matriz de Dirac é adimensional e o termo ∂_μ possui dimensão de massa. O campo vetorial A^μ e o pseudo-vetorial H^μ também possuem dimensão de massa. Sendo assim, como a matriz γ_5 é adimensional, as constantes de acoplamento e e f também são adimensionais. O aspecto adimensional destas constantes faz com que estes acoplamentos sejam renormalizáveis sob o ponto de vista da Teoria Quântica de Campos. Já os campos tensorial $S^{\mu\nu}$ e pseudo-tensorial $G^{\mu\nu}$ possuem dimensão de massa elevada ao quadrado (M^2), o que acarreta, como consequência, que as constantes de acoplamento g e h possuam dimensão de inverso da massa (M^{-1}). Desta maneira, estas constantes passam a definir acoplamentos não-renormalizáveis. As componentes escalar φ e pseudo-escalar s são adimensionais, implicando assim que as constantes α e β tenham dimensão de massa (M). Portanto, estes são acoplamentos super-renormalizáveis.

Ainda analisando-se os termos do Lagrangeano, nota-se que o quadrivetor H^μ e os tensores $S^{\mu\nu}$ e $G^{\mu\nu}$ atuam como campos de fundo, ou seja, campos para os quais não se tem acesso às respectivas fontes que os geram. Estes campos violam a simetria de Lorentz do ponto de vista das transformações ativas no espaço-tempo de Minkowski, ou seja, trata-se de uma transformação de pontos [17]. Estes campos de natureza vetorial e tensorial são tomados como campos externos constantes. Em relação aos campos escalares, estes descrevem o acoplamento dos férmions massivos com o campo de Higgs, o que nada mais é que o acoplamento de Yukawa.

Uma vez compreendido o significado dos termos na densidade de Lagrangeano, faz-se necessário a obtenção da equação de campo. Portanto, aplicando-se o Princípio Variacional em relação ao espinor conjugado $\overline{\Psi}$, obtém-se a equação de Dirac para o férmion carregado eletricamente (férmion de Dirac):

$$(\imath\gamma^\mu\partial_\mu - m - e\gamma^\mu A_\mu + f\gamma^\mu\gamma_5 H_\mu + ig\Sigma^{\mu\nu}S_{\mu\nu} + h\Sigma^{\mu\nu}\gamma_5 G_{\mu\nu} + \alpha\varphi + \beta\gamma_5 s)\Psi = 0. \quad (1.4)$$

A fim de simplificar os cálculos para a obtenção das equações das respectivas componentes do espinor Ψ, muda-se a representação e, através de uma transformada de

Fourier, passa-se do espaço de configuração para o espaço dos momenta. Adota-se a convenção:

$$\Psi(\overrightarrow{x},t) = \int \frac{d^4x}{(2\pi)^4}\tilde{\Psi}(\overrightarrow{p},\omega)e^{-\imath x_\mu p^\mu}. \tag{1.5}$$

Desta maneira, a equação de campo fica expressa como:

$$(\gamma^\mu p_\mu - m - e\gamma^\mu \tilde{A}_\mu + f\gamma^\mu\gamma_5\tilde{H}_\mu + ig\Sigma^{\mu\nu}\tilde{S}_{\mu\nu} + h\Sigma^{\mu\nu}\gamma_5\tilde{G}_{\mu\nu} + \alpha\tilde{\varphi} + \beta\gamma_5\tilde{s})\tilde{\Psi} = 0. \tag{1.6}$$

Os elementos vetoriais e tensoriais são definidos de forma contravariante, sendo:

$$\begin{aligned} p^\mu &\equiv (E;\overrightarrow{p}) \\ A^\mu &\equiv (\phi;\overrightarrow{A}) \\ \gamma^\mu &\equiv (\gamma^0;\overrightarrow{\gamma}) \\ H^\mu &\equiv (H^0;\overrightarrow{H}) \\ \Sigma^{\mu\nu} &= \frac{1}{2}[\gamma^\mu,\gamma^\nu]. \end{aligned}$$

Devido à natureza antissimétrica da matriz $\Sigma^{\mu\nu}$, os campos $S^{\mu\nu}$ e $G^{\mu\nu}$ são tensores antissimétricos. Portanto,

$$\begin{aligned} S^{0i} &= \overrightarrow{S'}_i \\ S^{ij} &= \epsilon^{ijk}\overrightarrow{S}_k \\ G^{0i} &= \overrightarrow{G'}_i \\ G^{ij} &= \epsilon^{ijk}\overrightarrow{G}_k. \end{aligned}$$

Com as definições acima apresentadas, tem-se que a equação de campo, em termos de suas componentes espaço-temporais, fica expressa como:

$$
\begin{aligned}
&(\gamma^0 E - \vec{\gamma}\cdot\vec{p} - m - e\gamma^0\tilde{\phi} + e\vec{\gamma}\cdot\tilde{\vec{A}} + f\gamma^0\gamma_5\tilde{H}^0 - f\vec{\gamma}\cdot(\gamma_5\tilde{\vec{H}}) + \\
&+2ig\vec{\gamma}\cdot(\gamma^0\tilde{\vec{S'}}) + ig\gamma^i\gamma^j\epsilon^{ijk}\tilde{\overline{S}}_k + 2h\vec{\gamma}\cdot(\gamma^0\gamma_5\tilde{\vec{G'}}) + h\gamma^i\gamma^j\gamma_5\epsilon^{ijk}\tilde{\overline{G}}_k + \\
&+\alpha\tilde{\varphi} + \beta\gamma_5\tilde{s})\tilde{\Psi} = 0.
\end{aligned}
\tag{1.7}
$$

Utilizando a representação de Dirac das matrizes γ:

$$
\gamma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \vec{\gamma} = \begin{bmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{1.8}
$$

a equação de Dirac, expressa em termos de suas componentes espinoriais, assume a forma:

$$
\begin{aligned}
&(E - m - e\tilde{\phi} - \vec{\sigma}\cdot(f\tilde{\vec{H}} - 2g\tilde{\overrightarrow{\overrightarrow{S}}} + 2h\tilde{\vec{G'}}) + \alpha\tilde{\phi})\tilde{\psi} = \\
&\quad = (\vec{\sigma}\cdot(\vec{p} - e\tilde{\vec{A}} + 2ig\tilde{\vec{S'}} + 2ih\tilde{\overrightarrow{\overrightarrow{G}}}) - f\tilde{H}^0 - \beta\tilde{s})\tilde{\chi}
\end{aligned}
\tag{1.9}
$$

$$
\begin{aligned}
&(E + m - e\tilde{\phi} - \vec{\sigma}\cdot(f\tilde{\vec{H}} + 2g\tilde{\overrightarrow{\overrightarrow{S}}} - 2h\tilde{\vec{G'}}) - \alpha\tilde{\phi})\tilde{\chi} = \\
&\quad = (\vec{\sigma}\cdot(\vec{p} - e\tilde{\vec{A}} - 2ig\tilde{\vec{S'}} - 2ih\tilde{\overrightarrow{\overrightarrow{G}}}) - f\tilde{H}^0 + \beta\tilde{s})\tilde{\psi}.
\end{aligned}
\tag{1.10}
$$

1.2 O Limite Não-Relativístico

O objetivo, como dito inicialmente, é o estudo deste sistema no limite não-relativístico. Neste limite, a energia de repouso da partícula é da ordem da energia do sistema e as energias originárias das respectivas interações são desprezíveis. Com isto, pode-se fazer a seguinte aproximação:

$$
\begin{aligned}
E &\simeq m \\
E &\gg e|\tilde{\phi}| \\
E &\gg |\overrightarrow{\sigma} \cdot \tilde{\overrightarrow{H}}| \\
E &\gg |\overrightarrow{\sigma} \cdot \tilde{\overrightarrow{\overline{S}}}| \\
E &\gg |\overrightarrow{\sigma} \cdot \tilde{\overrightarrow{G'}}| \\
E &\gg |\tilde{\varphi}|.
\end{aligned}
$$

Escrevendo a componente espinorial de altas energias $\tilde{\chi}$ (no espaço dos momenta) em função da componente espinorial de baixas energias $\tilde{\psi}$, no limite de baixas energias, tem-se,

$$
\tilde{\chi} = \frac{1}{2m}(\overrightarrow{\sigma} \cdot (\overrightarrow{p} - e\tilde{\overrightarrow{A}} - 2ig\tilde{\overrightarrow{S'}} - 2ih\tilde{\overrightarrow{\overline{G}}}) - f\tilde{H}^0 + \beta\tilde{s})\tilde{\psi}. \tag{1.11}
$$

Substituindo esta expressão na equação (1.9), obtém-se:

$$
\begin{aligned}
&(E - m - e\tilde{\phi} - \overrightarrow{\sigma} \cdot (f\tilde{\overrightarrow{H}} - 2g\tilde{\overrightarrow{\overline{S}}} + 2h\tilde{\overrightarrow{G'}}) + \alpha\tilde{\phi})\tilde{\psi} = \\
&= \frac{1}{2m}[\overrightarrow{\sigma} \cdot (\overrightarrow{p} - e\tilde{\overrightarrow{A}} + 2ig\tilde{\overrightarrow{S'}} + 2ih\tilde{\overrightarrow{G}}) - f\tilde{H}^0 - \beta\tilde{s})] \\
&[\overrightarrow{\sigma} \cdot (\overrightarrow{p} - e\tilde{\overrightarrow{A}} - 2ig\tilde{\overrightarrow{S'}} - 2ih\tilde{\overrightarrow{\overline{G}}}) - f\tilde{H}^0 + \beta\tilde{s}]\tilde{\psi}.
\end{aligned} \tag{1.12}
$$

Utilizando a relação,

$$
(\overrightarrow{\sigma} \cdot \overrightarrow{a})(\overrightarrow{\sigma} \cdot \overrightarrow{b}) = \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + \imath\overrightarrow{\sigma} \cdot (\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}), \tag{1.13}
$$

e aplicando a transformada de Fourier inversa na equação acima, mostra-se (no espaço de configuração), após alguma álgebra, que:

$$\imath\frac{\partial\psi}{\partial t} = \left\{\frac{\overrightarrow{\Pi}^2}{2m} - \overrightarrow{\mu}\cdot\overrightarrow{B} + e\phi + H_a\right\}\psi. \tag{1.14}$$

A equação (1.14) é uma equação do tipo-Pauli para a componente não-relativística ψ. O termo $\overrightarrow{\mu}\cdot\overrightarrow{B}$ corresponde ao alinhamento do spin da partícula com o campo magnético, interação esta proveniente do acoplamento eletromagnético mínimo, onde $\overrightarrow{\mu}$ representa o momento de dipólo magnético do férmion de Dirac, este dado por:

$$\overrightarrow{\mu} = \frac{e}{2m}\overrightarrow{\sigma}. \tag{1.15}$$

O momentum canônico generalizado é dado por:

$$\overrightarrow{\Pi} = \left(-\imath\overrightarrow{\nabla} - e\overrightarrow{A} - \frac{4gm}{e}\overrightarrow{\mu}\times\overrightarrow{S'} - \frac{4hm}{e}\overrightarrow{\mu}\times\overrightarrow{\overrightarrow{G}}\right). \tag{1.16}$$

O termo $e\phi$ representa a energia da interação eletrostática. A energia resultante dos outros acoplamentos assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} H_a \;=\; & -\frac{g}{m}\overrightarrow{\nabla}\cdot\overrightarrow{S'} - \frac{h}{m}\overrightarrow{\nabla}\cdot\overrightarrow{\overrightarrow{G}} - \frac{2}{m}g^2\overrightarrow{S'}^2 - \frac{2}{m}h^2\overrightarrow{\overrightarrow{G}}^2 + \frac{2f}{e}H^0\overrightarrow{\mu}\cdot(\imath\overrightarrow{\nabla} + e\overrightarrow{A}) + \\ & + \frac{4\imath\beta}{e}s\overrightarrow{\mu}\cdot(g\overrightarrow{S'} + h\overrightarrow{\overrightarrow{G}}) - \frac{\imath\beta}{e}\overrightarrow{\mu}\cdot\overrightarrow{\nabla}s + \frac{\imath f}{e}\overrightarrow{\mu}\cdot(\overrightarrow{\nabla}H^0) + \frac{(fH^0)^2}{2m} + \\ & - \frac{(\beta s)^2}{2m} - \alpha\phi - \frac{2m}{e}\overrightarrow{\mu}\cdot(2g\overrightarrow{\overrightarrow{S}} - f\overrightarrow{H} - 2h\overrightarrow{G'}). \end{aligned} \tag{1.17}$$

Os respectivos campos externos, como previamente mencionado, são constantes. Desta forma, a divergência e o gradiente destes campos são nulos. A aproximação adotada considera termos até primeira ordem, desprezando coeficientes de ordem maior. Desta maneira, o Hamiltoniano não-relativístico relativo às interações simplifica-se e fica expresso como:

$$H_a = \frac{2f}{e}H^0\overrightarrow{\mu}\cdot(\imath\overrightarrow{\nabla}+e\overrightarrow{A})-\alpha\phi-\frac{2m}{e}\overrightarrow{\mu}\cdot(2g\overrightarrow{\overrightarrow{S}}-f\overrightarrow{H}-2h\overrightarrow{G'}). \quad (1.18)$$

1.3 Acoplamentos Eletromagnéticos Não-Mínimos do Férmion de Dirac

Em 1928, Dirac [5] havia demonstrado a existência de um termo de momento de dipólo magnético para partículas fermiônicas elementares massivas quando acopladas minimamente ao campo eletromagnético. A fim de observar como os campos externos aqui propostos alteram o momento obtido por Dirac, consideram-se acoplamentos eletromagnéticos não-mínimos externos com o campo fermiônico. Para tanto, é preciso que os campos tensoriais sejam substituídos pelo campo eletromagnético, ou seja, $S^{\mu\nu} = G^{\mu\nu} = F^{\mu\nu}$. Estes acoplamentos configuram o que se conhece como acoplamentos de Pauli. Partindo para a equação de campo, tem-se que esta fica expressa como:

$$(\imath\gamma^\mu\partial_\mu - m - e\gamma^\mu A_\mu + f\gamma^\mu\gamma_5 H_\mu + ig\Sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + h\Sigma^{\mu\nu}\gamma_5 F_{\mu\nu} + \alpha\varphi + \beta\gamma_5 s)\Psi = 0. \quad (1.19)$$

Para analisar a ação destes campos de fundo, inicialmente coloca-se um campo eletrostático externo:

$$F_{0i} = \overrightarrow{E}_i \quad (1.20)$$

$$F_{ij} = 0. \quad (1.21)$$

Adotando o mesmo procedimento anteriormente desenvolvido, tem-se que na aproximação de baixas energias, o Hamiltoniano não-relativístico é dado por:

$$\imath\frac{\partial\psi}{\partial t}=\left\{\frac{\overrightarrow{\Pi}^2}{2m}-\overrightarrow{\mu}\cdot\overrightarrow{B}+e\phi+H_{nm}\right\}\psi, \tag{1.22}$$

onde agora o momentum generalizado tem por expressão:

$$\overrightarrow{\Pi}=\left(-\imath\overrightarrow{\nabla}-e\overrightarrow{A}+\frac{4gm}{e}\overrightarrow{\mu}\times\overrightarrow{E}\right). \tag{1.23}$$

O termo $e\overrightarrow{A}$ induz um efeito do tipo-Aharonov-Bohm [18]. A presença do termo $\frac{4gm}{e}\overrightarrow{\mu}\times\overrightarrow{E}$, o qual possui um rotacional não-nulo, é o responsável pelo aparecimento de uma fase do tipo-Aharonov-Casher [19] na função de onda. Os efeitos quânticos topológicos serão discutidos em mais detalhes no Capítulo 3. A presença do campo eletrostático externo atua de forma a modificar a estrutura da partícula e dotar a mesma com uma fase topológica oriunda unicamente da violação da simetria de Lorentz. Analisando os termos de interação:

$$H_{nm} = \frac{2f}{e}H^0\overrightarrow{\mu}\cdot(\imath\overrightarrow{\nabla}+e\overrightarrow{A})-\alpha\varphi+\frac{2m}{e}\overrightarrow{\mu}\cdot(f\overrightarrow{H}-2h\overrightarrow{E}), \tag{1.24}$$

o termo $H^0\overrightarrow{\mu}\cdot(\imath\overrightarrow{\nabla}+e\overrightarrow{A})$ apresenta a peculiariedade de poder ser visto como uma correção na fase topológica quando se considera o limite de baixas energias (desprezando-se termos de ordem igual ou superior a dois). Desta maneira, completando quadrados com o elemento $\overrightarrow{\mu}H^0$, o momentum generalizado não-relativístico pode ser reescrito de forma a englobar este termo, implicando em que o momentum fique expresso como:

$$\overrightarrow{\Pi}=\left(-\imath\overrightarrow{\nabla}-e\overrightarrow{A}+\frac{4gm}{e}\overrightarrow{\mu}\times\overrightarrow{E}-\frac{2mf}{e}H^0\overrightarrow{\mu}\right). \tag{1.25}$$

As energias provenientes do acoplamento não-mínimo com o campo eletrostático, agora ficam dadas por:

$$H_{nm} = -\alpha\varphi+\frac{2m}{e}\overrightarrow{\mu}\cdot(f\overrightarrow{H}-2h\overrightarrow{E}). \tag{1.26}$$

A equação (1.26) mostra o aparecimento de um alinhamento do spin do férmion de Dirac com o campo eletrostático, caracterizando o surgimento de uma energia de interação entre o momento de dipólo magnético e o campo eletrostático.

Para analisar a contribuição de uma eventual correção ao momento magnético do férmion de Dirac, coloca-se o mesmo sob a ação de um campo magnetostático externo. Para tanto, o tensor $F^{\mu\nu}$ tem suas componentes dadas por:

$$F_{0i} = 0 \tag{1.27}$$

$$F_{ij} = -\epsilon_{ijk}\overrightarrow{B}_k. \tag{1.28}$$

Assim, o momentum canônico generalizado fica:

$$\overrightarrow{\Pi} = \left(-\imath\overrightarrow{\nabla} - e\overrightarrow{A} + \frac{4hm}{e}\overrightarrow{\mu} \times \overrightarrow{B}\right). \tag{1.29}$$

Novamente há a presença do termo $e\overrightarrow{A}$, termo este originário do acoplamento mínimo com o eletromagnetismo, ou seja, do acoplamento do campo fermiônico com o quadrivetor potencial A^μ. Assim como no caso com o campo eletrostático externo, há aqui o aparecimento de uma fase originada do torque exercido pelo campo magnético sob o momento de dipólo magnético. Os termos relativos à energia de interação ficam expressos como:

$$H_{nm} = \frac{2f}{e}H^0\overrightarrow{\mu} \cdot (\imath\overrightarrow{\nabla} + e\overrightarrow{A}) - \alpha\varphi + \frac{2m}{e}\overrightarrow{\mu} \cdot (2g\overrightarrow{B} + f\overrightarrow{H}). \tag{1.30}$$

Novamente, o aparecimento do termo $\frac{2f}{e}H^0\overrightarrow{\mu} \cdot (\imath\overrightarrow{\nabla} + e\overrightarrow{A})$ caracteriza a correção da fase na função de onda neste limite. Portanto, a equação do tipo-Pauli neste caso é dada por:

$$
\begin{aligned}
\imath\frac{\partial\psi}{\partial t} &= \frac{1}{2m}(-\imath\overrightarrow{\nabla} - e\overrightarrow{A} + \frac{4hm}{e}\overrightarrow{\mu}\times\overrightarrow{B} - \frac{2mf}{e}H^0\overrightarrow{\mu})^2\psi - \overrightarrow{\mu}\cdot\overrightarrow{B}\psi + e\phi\psi + \\
&\quad -\alpha\varphi\psi + \frac{2m}{e}\overrightarrow{\mu}\cdot(2g\overrightarrow{B}\psi + f\overrightarrow{H})\psi. \qquad (1.31)
\end{aligned}
$$

A equação acima mostra o alinhamento do spin do férmion com o campo magnético. Este pode ser interpretado como devido ao aparecimento de um momento de dipólo magnético proveniente da interação com um campo externo, o qual representa um ajuste no momento do férmion de Dirac.

Fica claro da análise destes dois casos, que a realização de um acoplamento eletromagnético não-mínimo causa uma correção no momento de dipólo magnético do férmion carregado massivo. O spin do férmion também alinha-se com a componente espacial do pseudo-vetor H^μ em ambos os casos considerados. O campo escalar φ atua como um termo potencial no sistema. Há, também, o surgimento de uma fase topológica quântica na função de onda fermiônica. Estes fenômenos mostram-se inerentes a um cenário no qual ocorre a não preservação da simetria de Lorentz, quando tratados para partículas elementares de spin-$\frac{1}{2}$ massivas carregadas, levando-se em conta aproximações até primeira ordem.

Capítulo 2

Fundamentos dos Modelos de Gauge com Quebra da Simetria de Lorentz

Neste capítulo, será feito um estudo sobre a possibilidade da implementação de termos que violem a simetria CPT, mas diferentemente do Capítulo 1, no qual se deu prioridade ao setor fermiônico, este será contextualizado no setor vetorial. Inicialmente, será apresentado o eletromagnetismo de Maxwell-Proca, o qual quebra a simetria de gauge. Após, será visto o eletromagnetismo de Maxwell-Chern-Simons, o qual exibe a propriedade de ser invariante de gauge, mas não preserva a simetria de Lorentz. Mais adiante, será estudada a possibilidade de momentos de dipólo magnético de caráter universal para bósons vetoriais massivos neutros provindos da inserção de um campo vetorial externo. Ao final, será feita uma discussão qualitativa sobre o teorema CPT e as consequências de sua violação no cenário do Modelo-Padrão.

2.1 A Eletrodinâmica de Maxwell-Proca

A teoria da Relatividade Restrita surge como consequência natural do estudo das propriedades de simetria do eletromagnetismo de Maxwell. Com isso, a Mecânica Newtoniana tem de ser reformulada, e os conceitos de espaço e tempo adquirem um novo significado. Neste paradigma, o propagador da interação eletromagnética, o fóton, viaja a uma velocidade que é independente do referencial. Surgem como propriedades desta teoria, a simetria de Lorentz - mais precisamente sobre transformações espaço-temporais de observadores inerciais no espaço de Minkowski - e a invariância de Gauge, esta última representada por:

$$A_\mu \longmapsto A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \chi. \tag{2.1}$$

onde a função χ é uma função suave no espaço-tempo de Minkowski. A invariância de gauge encontra-se intimamente ligada ao fato do fóton não possuir massa. Um aspecto interessante a ser ressaltado, é que a relação de dispersão de um sistema mecânico relativístico é quadrático na energia, e não mais proporcional a mesma, como era na Mecânica de Newton, sendo dada por:

$$E^2 = \overrightarrow{p}^2 + m^2. \tag{2.2}$$

Através desta relação, conjectura-se a possibilidade de um eletromagnetismo no qual o propagador seja um fóton massivo. Os efeitos de uma massa de repouso não nula para este ente podem ser incorporados no eletromagnetismo através das equações de Proca. Para analisar-se as consequências da inserção deste novo termo, será adotado o formalismo Lagrangeano para a respectiva construção da dinâmica de Maxwell-Proca dos campos elétricos e magnéticos. Com este intuito, coloca-se um termo massivo na densidade de Lagrangeano de Maxwell, acoplado a correntes externas, da seguinte maneira:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{\mu^2}{2}A_\mu A^\mu - j_\mu A^\mu. \tag{2.3}$$

Fica claro que a adição deste termo massivo no Lagrangeano para o campo vetorial de spin-1 quebra a simetria de gauge. Aplicando-se o Princípio Variacional, onde a variação é feita em relação à componente dinâmica A^μ, tem-se que a equação de campo fica expressa como:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + \mu^2 A^\nu = j^\nu. \tag{2.4}$$

As equações de Maxwell sem fonte permanecem inalteradas, enquanto que as com fontes, são alteradas pelo incremento de um termo massivo, como mostra a relação (2.4). Na notação vetorial, estas equações adquirem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{E} + \mu^2\phi &= \rho && (2.5)\\ \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} + \mu^2\overrightarrow{A} &= \overrightarrow{j} + \partial_t\overrightarrow{E}. && (2.6) \end{aligned}$$

Através da equação de campo (2.4), tirando a divergência da mesma ($\times\partial_\nu$), utilizando-se as propriedades de antissimetria do tensor de Maxwell $F_{\mu\nu}$, e impondo a conservação da carga, ou seja:

$$\partial_\mu j^\mu = 0, \tag{2.7}$$

tem-se que:

$$\partial_\mu A^\mu = 0. \tag{2.8}$$

Este resultado mostra que o gauge de Lorentz no eletromagnetismo de Maxwell é tido como uma condição subsidiária no eletromagnetismo de Maxwell-Proca, ou seja, uma propriedade inerente ao sistema. Reescrevendo a equação de campo de maneira adequada a fim de conseguir a equação da onda para o quadrivetor potencial A^μ, obtém-se:

$$(\Box + \mu^2)A^\mu = 0, \tag{2.9}$$

ou seja, o fóton propaga-se como uma onda massiva. Aplicando a transformada de Fourier, tem-se que a relação de dispersão fica expressa como:

$$k_\mu k^\mu = m^2 \longmapsto w = \sqrt{\overrightarrow{k}^2 + \mu^2}. \tag{2.10}$$

A questão a ser ressaltada deste último resultado é o fato de que o fóton não possui uma velocidade universal independente do referencial. A velocidade c passa a ser um limite o qual nenhuma partícula física pode alcançar. Mesmo assim, a simetria de Lorentz é mantida, enquanto a invariância de gauge é quebrada pela adição desta massa para o fóton. Embora seja quebrada a invariância de gauge, sabe-se que o princípio de gauge pode ficar escondido por um mecanismo de quebra espontânea de simetria proveniente de uma teoria mais fundamental.

2.2 A Eletrodinâmica de Maxwell-Chern-Simons

Uma vez compreendido como a quebra da invariância de gauge altera a dinâmica de Maxwell através da introdução de um termo massivo, fica em aberto a questão de como o eletromagnetismo seria modificado por uma teoria que não preserve a simetria de Lorentz. Teorias físicas modernas que tendem a unificar as forças fundamentais, dão preferência a cenários no qual há quebra de Lorentz do que a cenários onde exista violação da invariância de gauge. Isto deve-se ao fato de que a conservação da carga é muito mais fortemente estabelecida do que a violação de Lorentz. Existem indícios em escalas astrofísicas que sugerem a possibilidade da não preservação da simetria de Lorentz em altas energias. Fenômenos relacionados aos raios cósmicos [20], a anisotropia da radiação cósmica de fundo [21], aos neutrinos [22], entre outros, são alguns exemplos. Contudo, não existem até hoje sinais que indiquem a violação da conservação da carga elétrica.

No intuito de construir um eletromagnetismo invariante de gauge e que apresente a peculiaridade de violar a simetria de Lorentz, considera-se o campo de Maxwell acoplado a um quadrivetor externo. Primeiramente, observam-se que os campos elétricos e magnéticos podem dar origem a quantidades invariantes de Lorentz. A forma destes invariantes é facilmente encontrada quando se utiliza o tensor de Maxwell. Estas quantidades são expressas no formalismo covariante como:

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = invariante \tag{2.11}$$

$$\widetilde{F}^{\mu\nu}F_{\mu\nu} = invariante, \tag{2.12}$$

onde $\widetilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}F_{\alpha\beta}$ é o dual do tensor de Maxwell.

O escalar (2.11), num formalismo Lagrangeano, fornece as equações usuais do eletromagnetismo de Maxwell. Já o termo (2.12), quando aplicado ao mesmo formalismo, não fornece dinâmica alguma, pois o mesmo aparece como uma derivada total no Lagrangeano quando se leva em conta a variação em relação aos potenciais. No início da década de 90, S. M. Carrol, G. B. Field e R. Jackiw [23] propuseram a adição deste escalar de Lorentz acoplado a um campo espaço-temporal $\theta(\overrightarrow{x}, t)$. A adição do termo $\theta\widetilde{F}F$ na densidade de Lagrangeano é equivalente, a menos de uma derivada total, a colocar o termo -$\partial_\mu\theta\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}A_\nu F_{\alpha\beta}$. Este termo adicionado no Lagrangeano do Eletromagnetismo de Maxwell dá origem ao que é conhecido como Eletrodinâmica de Maxwell-Chern-Simons,

$$\mathcal{L}_{MCS} = \mathcal{L}_{Maxwell} + \mathcal{L}_{CS}, \tag{2.13}$$

onde o termo tipo-Chern-Simons quadridimensional fica expresso como:

$$\mathcal{L}_{CS} = -\frac{1}{2} p_\alpha A_\beta \widetilde{F}^{\alpha\beta}, \tag{2.14}$$

sendo $p^\mu = \partial^\mu \theta$. Uma análise dimensional do termo de Chern-Simons mostra que, no sistema de coordenadas naturais ($\hbar = c = 1$), p^μ possui dimensão de massa, sendo definido como um quadrivetor constante da seguinte maneira:

$$p^\mu = (m, \overrightarrow{p}). \tag{2.15}$$

A consequência mais imediata que aparece neste cenário, é que o quadrivetor constante p^μ acoplando-se a campos fisicamente observáveis, faz com que haja uma direção privilegiada no espaço-tempo, implicando claramente numa violação da simetria de Lorentz, além de uma quebra da paridade.

O termo de Chern-Simons traz ainda outros efeitos. As equações de movimento sem fonte permanecem inalteradas. Já as equações com fonte são alteradas da seguinte maneira:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu + p_\mu \widetilde{F}^{\mu\nu}, \tag{2.16}$$

ou, em termos das componentes,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{E} &= \rho - \overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{B} && (2.17) \\ \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{B} - \partial_t \overrightarrow{E} &= \overrightarrow{j} - p_0 \overrightarrow{B} + \overrightarrow{p} \times \overrightarrow{E}. && (2.18) \end{aligned}$$

Estas equações apresentam uma quadricorrente adicional, consequência da ação de um campo vetorial externo. Examinando outros aspectos da mudança provocada por esta quebra, analisa-se agora a relação de dispersão na ausência de fontes ($j^\mu = 0$):

$$(k^\mu k_\mu)^2 + (k^\mu k_\mu)(p^\nu p_\nu) = (k^\mu p_\mu)^2. \tag{2.19}$$

Considerando o referencial de repouso de p^μ, e $p^0(=m)$ do tipo-tempo, a correspondente relação de dispersão fica expressa como:

$$w^2 = k(k \pm m). \tag{2.20}$$

A relação (2.20) mostra claramente que a introdução de um quadrivetor p^μ na dinâmica do sistema causa o surgimento de duas velocidades de propagação para o fóton, dependendo de seu modo de polarização, uma clara evidência da violação da simetria de Lorentz.

2.3 O Bóson Vetorial Massivo Neutro

Existem na literatura trabalhos que demonstram a possibilidade de um momento magnético universal para partículas elementares massivas escalares e de spin-$\frac{1}{2}$ [24] [25], assim como para partículas fundamentais vetoriais massivas carregadas provenientes da quebra da simetria de Lorentz [26], dado por:

$$\overrightarrow{\mu} = \frac{1}{2} g \overrightarrow{v}. \tag{2.21}$$

Trata-se, em sequência, a mesma situação no caso de bósons vetoriais massivos neutros, utilizando agora acoplamentos não-mínimos. Para se realizar esta violação, adota-se neste trabalho, o termo de Chern-Simons $igv^\alpha \widetilde{F}_{\mu\alpha}$. Este elemento apresenta o acoplamento do tensor dual do campo eletromagnético com um vetor de fundo v^μ. Como este termo não viola a simetria de gauge, é possível realizar este acoplamento diretamente na derivada covariante. Desta maneira, tem-se que para um bóson vetorial massivo neutro, a equação de campo que governa sua dinâmica é dada por:

$$(\partial_\mu + igv^\alpha \widetilde{F}_{\mu\alpha}) Z^{\mu\nu} + m^2 Z^\nu = 0, \tag{2.22}$$

onde $Z^{\mu\nu} = \partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu$ é a intensidade do campo.

A fim de entender de forma mais clara a dinâmica desta partícula, obtém-se a condição subsidiária do sistema. Portanto,

$$\partial_\mu Z^\mu + igv^\alpha \widetilde{F}_{\mu\alpha} Z^\mu = 0. \tag{2.23}$$

Diferentemente do caso de Maxwell-Proca, no qual o gauge de Lorentz aparecia como uma condição subsidiária, aqui a relação entre as componentes do campo bosônico Z^μ não fica totalmente clara. Independentemente da aparente complexidade apresentada, investiga-se este campo vetorial sob a ação de um campo elétrico externo. Trabalhando as componentes temporal e espaciais do campo Z^μ, tem-se que no limite não-relativístico:

$$\begin{aligned} Z^0 &\approx \frac{\overrightarrow{p}}{m} \cdot \overrightarrow{Z} - \frac{g}{m}(\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{E}) \cdot \overrightarrow{Z} && (2.24) \\ E_{NR} Z_i &= \frac{1}{2m}[\overrightarrow{p} + \frac{g}{2}(\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{E})]^2 Z_i. && (2.25) \end{aligned}$$

Na aproximação de baixas energias, a componente temporal $Z^0(\simeq \frac{v}{c}\overrightarrow{Z})$ desaparece, fazendo com que somente a componente espacial Z^i possua dinâmica neste limite. Fica evidente na equação (2.25) a aparição de uma fase não-trivial do tipo-Aharonov-Casher, dada por $\frac{g}{2}(\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{E})$. Este resultado, quando comparado com outros existentes na literatura, sugere que o aparecimento de uma fase na função de onda seja uma consequência natural para qualquer partícula elementar, independentemente de seu spin, carregada ou não, quando inserida no contexto da violação da simetria de Lorentz. A quantidade $\frac{1}{2}g\overrightarrow{v}$ pode ser interpretada como o momento de dipólo magnético adquirido pela partícula neutra devido ao campo vetorial de fundo. ***Sendo assim, o termo*** $igv^\nu \widetilde{F}_{\mu\nu}$ ***pode ser pensado como uma quantidade fundamental da mesma maneira que o acoplamento mínimo com o quadrivetor potencial*** A^μ. Para verificar-se que a quantidade $\frac{1}{2}g\overrightarrow{v}$ é realmente um momento magnético, coloca-se a partícula sob a ação de um campo magnetostático dado por:

$$F_{ij} = -\epsilon_{ijk}\overrightarrow{B}_k. \tag{2.26}$$

Aplicando novamente a condição subsidiária para este caso, nota-se que no limite fracamente relativístico as componentes do quadrivetor Z^{μ} assumem a forma:

$$Z^0 \approx \frac{\overrightarrow{p}}{m}\cdot\overrightarrow{Z} - \frac{gv^o}{m}\overrightarrow{B}\cdot\overrightarrow{Z} \tag{2.27}$$

$$E_{NR}Z_i = \frac{\overrightarrow{p}^2}{2m}Z_i + \frac{1}{2}g\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{B}Z_i. \tag{2.28}$$

Novamente, a componente temporal é desprezível neste limite, enquanto que a componente espacial sobrevive. Na equação (2.28) fica evidente a aparição do momento de dipólo magnético para o bóson vetorial massivo neutro, o qual possuiu um fator giromagnético igual aos atribuídos a partículas escalares e de spin-$\frac{1}{2}$.

Outra caso interessante consiste na observação da possível contribuição de momento magnético para partículas elementares massivas neutras de spin-1 oriundas do parâmetro adimensional k_F. Este coeficiente surge no ambiente do Modelo-Padrão Estendido das Partículas. Tem a propriedade de violar a simetria de Lorentz, mas mantém a transformação CPT inalterada. Nos cenários de violação de Lorentz mais simples, espera-se que este parâmetro seja constante, pois neste caso está garantido a conservação da energia e do momentum. Possui as mesmas simetrias do tensor de Riemann, além de traço duplo nulo, implicando em 19 componentes reais independentes. Quando inserido na equação de campo do quadrivetor Z^{μ}, sua estrutura fica modificada da seguinte maneira:

$$D_{\mu}Z^{\mu\nu} - \frac{1}{2}k_F^{\nu\alpha\lambda\rho}D_{\alpha}Z_{\lambda\rho} + m^2Z^{\nu} = 0, \tag{2.29}$$

onde a derivada covariante para o bóson neutro é dada por,

$$D_{\mu} = \partial_{\mu} + igv^{\alpha}\widetilde{F}_{\mu\alpha}. \tag{2.30}$$

Analisando o limite não-relativístico da partícula acima, sob a ação de um campo magnetostático externo, observa-se que a contribuição de momento magnético originada pelo coeficiente k_F é dada por:

$$\vec{\mu}_{ij} \cdot \vec{B} Z_j, \tag{2.31}$$

onde a n-ésima componente do momento magnético μ_{ij} é expressa como:

$$(\mu_n)_{ij} = \frac{g}{2} v^0 (k_F)_{nij0}, \tag{2.32}$$

o que acaba introduzindo uma correção no momento magnético do bóson vetorial, correção esta provinda do parâmetro k_F.

2.4 O Teorema CPT

A simetria de Lorentz está ligada ao fato das leis físicas serem invariantes perante transformações de translação e rotação. Trata-se de uma simetria global no espaço-tempo de Minkowski, que é básica para a teoria da Relatividade Restrita e para o Modelo-Padrão das Partículas. Na teoria da Relatividade Geral, ela é essencial no que concerne aos observadores em queda livre (simetria local).

As operações discretas de conjugação de carga (C), paridade (P) e reversão temporal (T) constituem uma simetria exata da natureza para campos livres. Em termos de uma teoria física, onde são levadas em conta as interações, seria esperado que estas simetrias fossem mantidas perante estas transformações. Contudo, em 1957, foi observado a quebra da paridade em experimentos de decaimento-β, onde os elétrons emitidos nesta reação apresentavam predominantemente uma quiralidade *left-handed*. Posteriormente, foi observada quebra das outras simetrias. Embora estas transformações microscópicas, quando aplicadas individualmente, apresentassem violações, a aplicação combinada destas três operações, conhecida como transformação CPT, surgiu como uma invariância da natureza.

A união da simetria de Lorentz e da simetria CPT é conhecida como teorema CPT. Serve como prescrição fundamental da Teoria Quântica de Campos. A validade deste teorema garante, por exemplo, que partículas e antipartículas possuam as mesmas propriedades como a massa, o tempo de vida, a carga e o momento magnético, entre outras. As condições nas quais o teorema é válido, atuando sobre o formalismo Lagrangeano, são as seguintes:

1. A validade da estrutura básica da Teoria Quântica de Campos é para operadores de campos definidos localmente.

2. Invariância perante as transformações próprias de Lorentz. A teoria deve ser quantizada com comutadores para campos com spin inteiro, e anti-comutadores para spin semi-inteiro.

3. O Lagrangeano de interação deve ser Hermitiano, ou de forma mais geral, todos os observáveis reais são representados por um produto de operados de campos Hermitianos.

Recentemente, foi considerada por diversos autores a possibilidade de violação da simetria de Lorentz. O procedimento baseado nesta tentativa foi proposto inicialmente por Colladay e Kostelecky em 1989 [27], no cenário da Teoria de Cordas, onde havia a possibilidade desta violação, esta gerada por mecanismos de quebra espontânea associados aos valores esperados no vácuo dos campos tensoriais de Lorentz. Posteriormente, outras teorias incorporaram a possibilidade destas violações a nível fundamental, como a Teoria de Campos Não-Comutativa [28], a Gravidade Quântica [29], os MultiUniversos [30], cenários de Mundos-Brana [31], a Supersimetria [32], a Gravidade Massiva [33], entre outras. Este cenário apresenta-se inserido num corpo de estudos conhecido como Física Além do Modelo-Padrão, que apresenta um ambiente para o estudo das violações de Lorentz para sistemas envolvendo fótons [23] [34], correções radiativas [35], férmions [36], neutrinos [37], defeitos topológicos [38], fases topológicas [24], raios cósmicos [39], supersimetria [40] e outros aspectos relevantes da física moderna [41] [42]. Trata-se de uma Teoria de Campos Efetiva, onde a estrutura de gauge do Modelo-Padrão da Física de Partículas ($SU(3) \times SU(2) \times U(1)$) é mantida. Incorpora a adição de todos os possíveis termos escalares formados pela contração dos operadores que violam a simetria CPT, com coeficientes que controlam o tamanho dos efeitos, ou seja, a escala no qual atua. O aspecto essencial a ser ressaltado neste ponto é a possibilidade que uma teoria fundamental que descreva as interações fundamentais de maneira unificada possa permitir violações da simetria de Lorentz na escala de Planck. Deve-se observar que esta violação ocorre apenas quando é realizada uma transformação ativa de Lorentz, o que ocasionou uma nova nomenclatura para as mudanças de coordenadas no espaço-tempo: as transformações de observador e partículas [17].

Capítulo 3

Efeitos Quânticos Topológicos para Partículas Neutras e a Geração de Momento Magnético

Neste capítulo, discutem-se os efeitos de fase topológica e a contribuição de momentos magnéticos provenientes de acoplamentos que violam a simetria de Lorentz no setor dos férmions de Majorana. Inicialmente, é feita uma revisão histórica sobre as fases na função de onda em Mecânica Quântica. Posteriormente, acopla-se o férmion massivo neutro a campos externos que quebram a invariância de Lorentz. Finalmente, estuda-se a existência de propriedades magnéticas para férmions de Majorana causadas pelo acoplamento eletromagnético não-mínimo destas partículas.

3.1 Fase Topológica: Uma Breve Revisão

O surgimento da Mecânica Quântica no início do século passado permitiu um melhor entendimento da estrutura da qual é composta a matéria. Desde então, vários esforços têm sido feitos para uma compreensão cada vez mais precisa da Natureza. Uma ampla variedade de pesquisas de cunho fundamental nesta área tem relevância na física atual das interações fundamentais. Um destes campos de estudo diz respeito às fases topológicas de partículas microscópicas. Fases topológicas em sistemas quânticos se manifestam como uma fase relativa na função de onda das partículas. Este é um efeito puramente quântico, que não possui uma contrapartida clássica.

Em 1959, Aharonov e Bohm [18], num estudo sobre as propriedades dos potenciais eletromagnéticos na teoria quântica, mostraram a existência de efeitos dos potenciais sobre partículas carregadas, mesmo em regiões de campos elétricos e magnéticos nulos. Concluíram que estes efeitos dependiam da quantidade invariante de gauge, o quadrivetor potencial A^μ. Este elemento seria responsável pela geração de uma fase na função de onda da partícula, o que causaria uma alteração no padrão de interferência. Anos mais tarde, este efeito foi observado experimentalmente.

Em 1984, Aharonov e Casher [19] estudaram a possibilidade de uma fase para partículas neutras de spin-$\frac{1}{2}$. Mostraram que este mesmo fenômeno também seria possível para partículas não-carregadas eletricamente, quando sob a ação de um campo elétrico externo. O Hamiltoniano não-relativístico seria dado por:

$$H_{NR} = \frac{1}{2m}(\overrightarrow{p} - \overrightarrow{E} \times \overrightarrow{\mu})^2 - \frac{\mu^2 E^2}{2m}. \tag{3.1}$$

Aharonov e Casher mostraram que, no espaço tridimensional, a fase gerada na função de onda é dada por $e^{i\oint d\overrightarrow{r} \times \overrightarrow{\mu} \cdot \overrightarrow{E}}$. Em 1994, este efeito foi observado experimentalmente [43] [44].

Em 1993, He e McKellar [45], e Wilkens [46] um ano mais tarde, analisaram um caso similar ao efeito Aharonov-Casher, com a mudança do campo elétrico por um campo magnético externo. Atualmente, este efeito é estudado dentro de várias outras possibilidades.

3.2 O Férmion de Majorana

A possibilidade de que partículas elementares neutras de spin-$\frac{1}{2}$ possam adquirir propriedades magnéticas mensuráveis vem despertando interesse no âmbito do Modelo-Padrão. Dentro deste panorama, procura-se investigar todas as possíveis fontes de momento de dipólo magnético para férmions neutros, assim como um efeito quântico topológico do tipo-Aharonov-Casher, estes avaliados no contexto da não preservação da simetria de Lorentz. Para tanto, parte-se do Lagrangeano quadridimensional para o férmion de Majorana acoplado a campos escalares, vetorial e tensorial da seguinte maneira:

$$\mathcal{L} = \overline{\Psi}(\imath\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\Psi + f\overline{\Psi}\gamma^{\mu}\gamma_5\Psi H_{\mu} + h\overline{\Psi}\Sigma^{\mu\nu}\gamma_5\Psi G_{\mu\nu} + \alpha\overline{\Psi}\Psi\varphi + \beta\overline{\Psi}\gamma_5\Psi s. \tag{3.2}$$

Os campos aqui propostos possuem uma diferença em suas respectivas interpretações quando comparados com o estudo feito no Capítulo 1. O primeiro termo corresponde ao termo de campo livre. Os termos H^{μ} e $G^{\mu\nu}$ mostram o acoplamento do férmion de Majorana a campos externos de natureza vetorial e tensorial respectivamente. Já os campos escalares novamente representam o acoplamento de Yukawa. O procedimento para a obtenção da equação de campo e a aproximação de baixas energias é similar ao desenvolvido no Capítulo 1. Consequentemente, a equação quântica relativística fica expressa como:

$$(\imath\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m + f\gamma^{\mu}\gamma_5 H_{\mu} + h\Sigma^{\mu\nu}\gamma_5 G_{\mu\nu} + \alpha\varphi + \beta\gamma_5 s)\Psi = 0. \tag{3.3}$$

No limite não-relativístico, a equação tipo-Pauli para a partícula neutra em questão fica dada por:

$$\imath \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left\{ \frac{\overrightarrow{\Pi}^2}{2m} + H_{nm} \right\} \psi, \tag{3.4}$$

onde o momentum canônico generalizado é expresso como:

$$\overrightarrow{\Pi} = \left(-\imath \overrightarrow{\nabla} - 2h \overrightarrow{\sigma} \times \overrightarrow{\overrightarrow{G}} \right), \tag{3.5}$$

e o Hamiltoniano das interações é dado por:

$$H_{nm} = \frac{\imath f}{m} H^0 \overrightarrow{\sigma} \cdot \overrightarrow{\nabla} - \alpha\varphi + \overrightarrow{\sigma} \cdot (f\overrightarrow{H} + 2h\overrightarrow{G'}). \tag{3.6}$$

3.3 A Violação de Lorentz para o Férmion de Majorana

Atualmente, o Modelo-Padrão Estendido das Partículas permite associar propriedades, como massa e momento magnético, para os neutrinos. Muitas questões relacionados a sua natureza ficam em aberto, como por exemplo se este é um férmion de Dirac ou Majorana. Nesta seção, pretende-se observar se este novo cenário permite a indução de um momento de dipólo magnético para o férmion de Majorana. Para estudar este efeito, considera-se um campo magnetostático externo ($F_{ij} = -\epsilon_{ijk}\overrightarrow{B}_k$) acoplado de maneira não-mínima ao campo de Majorana. Adotando esta possibilidade, a equação de campo para o férmion neutro fica expresso como:

$$(\imath\gamma^\mu\partial_\mu - m + f\gamma^\mu\gamma_5 H_\mu + h\Sigma^{\mu\nu}\gamma_5 F_{\mu\nu} + \alpha\varphi + \beta\gamma_5 s)\Psi = 0. \tag{3.7}$$

Quando considerado o termo $\Sigma^{\mu\nu}\gamma_5 F_{\mu\nu}$, tem-se que na representação de Dirac, este é equivalente a $2\imath\overrightarrow{\sigma}\cdot\overrightarrow{B}$. Poder-se-ia interpretar este acoplamento como a interação do momento magnético do férmion de Majorana. Entretanto, como o operador acopla, na verdade, as componentes forte e fraca do férmion relativístico, tal interpretação fica invalidada. Desta forma, só após o limite não-relativístico ser tomado, é que será lícito ver a contribuição de momento magnético. Analisando, então, a equação de Dirac para o férmion de Majorana, no limite de baixas energias, tem-se que a equação tipo-Pauli fica expresso como:

$$\imath\frac{\partial\psi}{\partial t} = \left\{\frac{1}{2m}(-\imath\overrightarrow{\nabla} + 2h\overrightarrow{\sigma}\times\overrightarrow{B})^2 + \frac{\imath f}{m}H^0\overrightarrow{\sigma}\cdot\overrightarrow{\nabla} - \alpha\varphi + f\overrightarrow{\sigma}\cdot\overrightarrow{H}\right\}\psi. \tag{3.8}$$

Assim como no caso do férmion de Dirac, o termo $\frac{\imath f}{m}H^0\overrightarrow{\sigma}\cdot\overrightarrow{\nabla}$ pode ser visto como uma correção ao momentum canônico (em aproximações de primeira ordem), fazendo com que a equação não-relativística seja expressa como:

$$\imath\frac{\partial\psi}{\partial t} = \left\{\frac{1}{2m}(-\imath\overrightarrow{\nabla} + 2h\overrightarrow{\sigma}\times\overrightarrow{B} - fH^0\overrightarrow{\sigma})^2 - \alpha\varphi + f\overrightarrow{\sigma}\cdot\overrightarrow{H}\right\}\psi. \tag{3.9}$$

Este resultado sugere que, para o caso de Majorana, não se configura a existência de um momento de dipólo magnético, como interpretado no contexto deste trabalho. Embora o spin da partícula interaja com a componente espacial do campo pseudo-vetorial $\overrightarrow{H}$, esta interação não caracteriza o aparecimento de um momento de dipólo magnético, mas somente o alinhamento do spin do férmion de Majorana com a componente $\overrightarrow{H}$. Este aspecto é fundamentalmente diferente do férmion de Dirac, que além de apresentar um momento magnético na teoria quântica relativística, ainda traz eventuais correções quando inserido no ambiente do Modelo-Padrão Estendido. Contudo, a partícula de Majorana apresenta propriedades magnéticas. O campo magnetostático externo induz a criação de uma fase quântica topológica, a qual por sua vez sofre correções na aproximação de baixas energias, correções estas induzidas pela componente temporal H^0. Com o objetivo de explorar-se consistentemente a questão dos acoplamentos eletromagnéticos não-mínimos para partículas elementares massivas neutras de spin-$\frac{1}{2}$, considera-se um campo eletrostático de fundo ($F_{0i} = \overrightarrow{E}_i$). Desta maneira, no limite não-relativístico, a equação será dada por:

$$\imath\frac{\partial\psi}{\partial t} = \left\{\frac{1}{2m}(-\imath\overrightarrow{\nabla} - fH^0\overrightarrow{\sigma})^2 - \alpha\varphi + \overrightarrow{\sigma}\cdot(f\overrightarrow{H} - 2h\overrightarrow{E})\right\}\psi. \tag{3.10}$$

Aqui, diferentemente do caso relativo ao campo magnetostático, não há uma fase induzida pelo campo eletrostático externo. No que se refere a efeitos quânticos topológicos, o que existe é apenas uma correção no limite de baixas energias e, assim como no caso anterior, ela é induzida pela componente temporal H^0. A novidade neste caso consiste no alinhamento do spin do férmion com o campo eletrostático, provocando o aparecimento de um termo de interação entre o spin e o campo externo. O campo escalar φ atua meramente como um termo potencial para a partícula de Majorana.

Quando compara-se o férmion de Dirac e o de Majorana, o aspecto que se sobressai é que para partículas elementares de spin-$\frac{1}{2}$, o momento magnético estaria ligado intimamente a carga elétrica. O férmion de Dirac, além de apresentar um momento de dipólo magnético - consequência de um acoplamento mínimo com os potenciais eletromagnéticos, quando inserido no cenário do Modelo-Padrão Estendido, ambiente este que propicia acoplamentos eletromagnéticos não-mínimos - apresenta eventuais correções causadas pela ação de campos externos. Já o férmion de Majorana não apresenta nenhuma propriedade no que diz respeito à geração de um momento de dipólo magnético. Vale ressaltar que esta interpretação somente é válida quando discutida no ambiente da teoria de Dirac, e considerando acoplamentos eletromagnéticos não-mínimos que violem a simetria de Lorentz. Este mesmo cenário, quando introduzido na Teoria Quântica de Campos, pode mostrar resultados diferentes aos aqui apresentados.

Capítulo 4

Considerações Gerais e Perspectivas Futuras

Apesar do grande sucesso do Modelo-Padrão da Física de Partículas, a procura por uma teoria que explique de maneira unificada as interações fundamentais motivou estudos relacionados à violação do teorema CPT, levando à criação de uma área de conhecimentos conhecida como Modelo-Padrão Estendido. Dentro deste panorama, este trabalho analisou as contribuições de momento de dipólo magnético para partículas elementares neutras num cenário onde não havia preservação da simetria de Lorentz, contextualizado sob a perspectiva da Teoria Quântica Relativística, ou seja, sem a quantização dos campos. Pequenas correções relativas ao momento magnético de partículas elementares poderiam ser um indício de uma violação da simetria de Lorentz e da invariância CPT. No Modelo-Padrão da Física de Partículas, as correções relativas ao momento magnético são oriundas de efeitos de *loops* quânticos, estes realizados na Teoria Quântica de Campos. Neste contexto, é preciso que os campos manifestem seu caráter quântico para que seja notada qualquer diferença que o momento magnético apresente. Já no contexto do Modelo-Padrão Estendido, o qual utiliza o aspecto da violação da simetria de Lorentz, os efeitos de momento magnético apresentam-se já no âmbito da Mecânica Quântica Relativística. ***Embora quebras da simetria de Lorentz pareçam manifestar-se em escalas de energias muito altas, seus efeitos podem ser***

observados no limite de baixas energias. Este aspecto sugere a possibilidade de que estas violações possuam um caráter fundamental no que se refere a atribuição de propriedades físicas as partículas elementares.

Uma aplicação bastante interessante no que concerne ao estudo das violações da simetria de Lorentz se encontra na Astrofísica. Em particular, no estudo da Radiação Cósmica de Fundo. Na teoria do Big Bang, a Radiação Cósmica de Fundo é uma relíquia dos primórdios do Universo, quando este possuía apenas 3×10^5 anos, época na qual a radiação e a matéria bariônica separaram-se. Após esta disjunção, a matéria pôde, através da atração gravitacional, formar aglomerados de estrelas, galáxias e até mesmo estruturas maiores e mais complexas. Mas, para que estas estruturas fossem factíveis, seriam necessárias perturbações primordiais nas distribuições de energia e matéria, o que teria deixado uma espécie de *impressão digital* na Radiação Cósmica de Fundo. Esta assinatura ficou conhecida como anisotropia da temperatura da Radiação Cósmica de fundo. Foi descoberta em 1964 por Penzias e Wilson, e desde então vem sendo utilizada amplamente para a compreensão da geometria e da dinâmica do Universo. Esta radiação, que é a mais antiga disponível para a observação, oferece uma oportunidade de verificar-se a violação da simetria de Lorentz envolvendo fótons. No intuito de explorar este cenário, introduz-se um termo tipo-Chern-Simons invariante de gauge no Lagrangeano de Maxwell:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} p_\alpha A_\beta \widetilde{F}^{\alpha\beta}. \tag{4.1}$$

O termo p_α, como discutido na seção (2.2), estabelece uma direção preferencial no espaço-tempo, e assim gera uma rotação na direção de polarização da luz. Esta rotação é devida à diferença da velocidade dos dois modos, onde o vetor polarizado roda por um ângulo ϕ, dado por:

$$\Delta\phi = -\frac{1}{2}(p_0 - p cos\theta)L, \tag{4.2}$$

sendo L a distância percorrida. Este resultado é independente do comprimento de onda do fóton. Como p_α deve assumir valores pequenos, fontes astrofísicas a grandes distâncias são de crucial importância para observar o efeito de polarização. Fica claro que o acoplamento do fóton a um quadrivetor externo constante p_α causa uma alteração no seu modo de propagação. Isto é similar a uma onda eletromagnética propagando-se em um meio anisotrópico. Este efeito é conhecido como *birrefringência cósmica.*

Este fenômeno também pode ser observado quando se adiciona à densidade de Lagrangeano de Maxwell o parâmetro k_F. Com isso, o Lagrangeano assume a seguinte forma:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}(k_F)_{\kappa\lambda\mu\nu}F^{\kappa\lambda}F^{\mu\nu}. \tag{4.3}$$

A dinâmica deste eletromagnetismo, em relação ao Eletromagnetismo usual de Maxwell, fica modificado através de equações inomogêneas, estas dadas por:

$$\partial_\alpha F_\mu{}^\alpha + (k_F)_{\mu\alpha\beta\gamma}\partial^\alpha F^{\beta\gamma} = 0. \tag{4.4}$$

A mudança resultante no estado de polarização da onda é determinado pela mudança na fase, expressa da seguinte maneira:

$$\Delta\phi = (p_+^0 - p_-^0)t \approx 2\pi\Delta v_p\frac{L}{\lambda} \approx 4\pi\sigma\frac{L}{\lambda}. \tag{4.5}$$

Diferentemente ao caso anterior, no qual a mudança induzida na fase é dependente somente da distância pela qual a radiação percorreu, o parâmetro k_F induz a uma alteração que depende inversamente do comprimento de onda. Este efeito de modificação do estado de polarização da radiação eletromagnética é similar ao Efeito Faraday, onde a mudança nos dois modos de polarização ocorre quando a onda eletromagnética atravessa um meio magnetizado. Contudo, enquanto no caso de Faraday a rotação do plano de polarização é proporcional ao quadrado do comprimento de onda, o efeito devio ao parâmetro k_F é inversamente proporcional a este. Já no caso do termo do tipo-Chern-Simons, este efeito independe do comprimento de onda, fazendo com que estes efeitos possam ser distinguidos. É de fundamental importância perceber que é a natureza *birrefringente* do vácuo que possibilita a existência destas mudanças nos estados de polarização das radiações, estas provenientes de ambientes astrofísicos e cosmológicos.

Outro campo de interesse das violações de Lorentz reside no estudo dos neutrinos. Seu estudo é um dos aspectos que permite uma Física Além do Modelo-Padrão das Partículas. Muito progresso tem sido feito no seu estudo, mas questões fundamentais permanecem em aberto, como: a possibilidade de uma massa de repouso, a distinção entre um férmion de Dirac e Majorana, entre outras. O neutrino é uma partícula elementar de spin-$\frac{1}{2}$ que, por possuir uma seção de choque muito pequena na interação nuclear fraca, é de difícil detecção. Quando inserido no contexto do Modelo-Padrão Estendido, existe a possibilidade de considerar, além de uma massa para o mesmo, uma interação eletromagnética através de um acoplamento não-mínimo. Há tempos a comunidade científica interessa-se em observar possíveis efeitos causados aos neutrinos quando sob a ação de campos eletromagnéticos. Neste cenário, seria possível prever quantidades físicas mensuráveis no limite de baixas energias, como um momento magnético associado ao neutrino.

Sabe-se que na Natureza encontramos exemplos de sistemas que violam a paridade, a conjugação de carga e a reversão temporal. Contudo, na Teoria Quântica de Campos, a simetria de Lorentz e a invariância sob transformações CPT são válidas sob condições bem definidas, e nenhum caso de violação de CPT foi até hoje observado. Entretanto, a violação deste teorema abre um caminho cuja meta seria a construção de uma teoria capaz de explicar as interações de uma maneira unificada. Por isso, muitos estudos e problemas ficam ainda em aberto, oferecendo a perspectiva de novas descobertas no que se refere ao mundo das partículas. Entre estas possibilidades, se salienta o estudo de partículas com diferentes spins, como o gráviton. Efeitos clássicos também podem ser investigados, como a existência de uma força de Lorentz. Uma série de questionamentos encontram-se ainda à procura de uma resposta satisfatória, tal como a origem da violação das simetrias de Lorentz e CPT, problema este com solução já encaminhada via teorias mais fundamentais, como as Teorias de Supercordas.

Referências Bibliográficas

[1] S. Weinberg. The making of the Standard Model. *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, 34(1):5–13, 2004.

[2] O. Stern and Z. Phys. 7, 249 (1921); O. Stern and W. Gerlach. *Z. Phys*, 8:110, 1921.

[3] W. Gerlach and O. Stern. Der experimentelle Nachweis des magnetischen Moments des Silberatoms. *Zeitschrift für Physik*, 8(1):110–111, 1922.

[4] W. Gerlach and O. Stern. Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld. *Zeitschrift für Physik*, 9(1):349–352, 1922.

[5] PAM Dirac. The Quantum Theory of the Electron. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 117(778):610–624, 1928.

[6] P.A.M. Dirac. The Quantum Theory of the Emission and Absorption of Radiation. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character (1905-1934)*, 114(767):243–265, 1927.

[7] FJ Belinfante. Magnetic Moments of Neutron and Proton. *Physical Review*, 92(4):994–997, 1953.

[8] KM Case. Some Generalizations of the Foldy-Wouthuysen Transformation. *Physical Review*, 95(5):1323–1328, 1954.

[9] C. Fronsdal. On the theory of higher spin fields. *Il Nuovo Cimento (1955-1965)*, 9:416–443, 1958.

[10] TD Lee and CN Yang. Theory of Charged Vector Mesons Interacting with the Electromagnetic Field. *Physical Review*, 128(2):885–898, 1962.

[11] J. Schwinger. Particles, Sources, and Fields, 1970.

[12] S. Weinberg. Lectures in Elementary Particles and Quantum Field Theory, S. Deser, 1970.

[13] S. Ferrara, M. Porrati, and V.L. Telegdi. g= 2 as the natural value of the tree-level gyromagnetic ratio of elementary particles. *Physical Review D*, 46(8):3529–3537, 1992.

[14] D. Colladay and V.A. Kostelecký. Lorentz-violating extension of the standard model. *Physical Review D*, 58(11):116002, 1998.

[15] D. Colladay and V.A. Kostelecký. CPT violation and the standard model. *Physical Review D*, 55(11):6760–6774, 1997.

[16] J.D. Bjorken and S.D. Drell. Relativistic Quantum Mechanics. *New York*, 1964.

[17] H. Belich, T. Costa-Soares, MA Santos, and MTD Orlando. Violação da simetria de Lorentz. *Rev. Bras. Ens. Fis. vol*, 29(1), 2007.

[18] Y. Aharonov and D. Bohm. Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory. *Physical Review*, 115(3):485–491, 1959.

[19] Y. Aharonov and A. Casher. Topological Quantum Effects for Neutral Particles. *Phys. Rev. Lett.*, 53:319, 1984.

[20] C.X. Qiu and Z.G. Dai. Test Lorentz Violation Using Propagating UHECRs. *Arxiv preprint arXiv:0805.1275*, 2008.

[21] V.A. Kosteleckỳ and M. Mewes. Lorentz-Violating Electrodynamics and the Cosmic Microwave Background. *Physical Review Letters*, 99(1):11601, 2007.

[22] A. Kostelecky and M. Mewes. Lorentz and CPT Violation in Neutrinos. *Arxiv preprint hep-ph/0309025*, 2003.

[23] S.M. Carroll, G.B. Field, and R. Jackiw. Limits on a Lorentz-and parity-violating modification of electrodynamics. *Physical Review D*, 41(4):1231–1240, 1990.

[24] H. Belich, T. Costa-Soares, MM Ferreira, JA Helayël-Neto, and MTD Orlando. A comment on the topological phase for anti-particles in a Lorentz-violating environment. *Physics Letters B*, 639(6):675–678, 2006.

[25] H. Belich, T. Costa-Soares, MM Ferreira Jr, and JA Helayel-Neto. Non-minimal coupling to a Lorentz-violating background and topological implications. *Eur. Phys. J. C*, 41:421–426, 2005.

[26] H. Belich, LP Colatto, T. Costa-Soares, JA Helayël-Neto, and MTD Orlando. Magnetic Moment Generation from non-minimal couplings in a scenario with Lorentz-Symmetry Violation. *eprint arXiv: 0806.1253*, 2008.

[27] V.A. Kosteleckỳ and S. Samuel. Spontaneous breaking of Lorentz symmetry in string theory. *Physical Review D*, 39(2):683–685, 1989.

[28] S.M. Carroll, J.A. Harvey, V.A. Kosteleckỳ, C.D. Lane, and T. Okamoto. Noncommutative Field Theory and Lorentz Violation. *Physical Review Letters*, 87(14):141601, 2001.

[29] Y. Bonder and D. Sudarsky. Quantum gravity phenomenology without Lorentz invariance violation: a detailed proposal. *Classical and Quantum Gravity*, 25(10):105017, 2008.

[30] J.D. Bjorken. Cosmology and the standard model. *Physical Review D*, 67(4):43508, 2003.

[31] C.P. Burgess, J.M. Cline, E. Filotas, J. Matias, and G.D. Moore. Loop-generated bounds on changes to the graviton dispersion relation. *Journal of High Energy Physics*, 2002(3):35–35, 2002.

[32] MS Berger and V.A. Kosteleckỳ. Supersymmetry and Lorentz violation. *Physical Review D*, 65(9):91701, 2002.

[33] G. Dvali, S. Hofmann, and J. Khoury. Degravitation of the cosmological constant and graviton width. *Physical Review D*, 76(8):84006, 2007.

[34] H. Belich Jr, MM Ferreira Jr, JA Helayël-Neto, and MTD Orlando. Dimensional reduction of a Lorentz-and CPT-violating Maxwell-Chern-Simons model. *Physical Review D*, 67(12):125011, 2003.

[35] R. Jackiw and V.A. Kosteleckỳ. Radiatively Induced Lorentz and CPT Violation in Electrodynamics. *Physical Review Letters*, 82(18):3572–3575, 1999.

[36] B. Altschul. Gauge invariance and the Pauli-Villars regulator in Lorentz-and CPT-violating electrodynamics. *Physical Review D*, 70(10):101701, 2004.

[37] V. Barger, S. Pakvasa, TJ Weiler, and K. Whisnant. CPT-Odd Resonances in Neutrino Oscillations. *Physical Review Letters*, 85(24):5055–5058, 2000.

[38] M. Lubo. Fuzzy sphere: Star product induced from generalized squeezed states. *Physical Review D*, 71(4):45012, 2005.

[39] O. Gagnon and G.D. Moore. Limits on Lorentz violation from the highest energy cosmic rays. *Physical Review D*, 70(6):65002, 2004.

[40] P.A. Bolokhov, S. Groot Nibbelink, and M. Pospelov. Lorentz violating supersymmetric quantum electrodynamics. *Physical Review D*, 72(1):15013, 2005.

[41] V.A. Kostelecký and R. Lehnert. Stability, causality, and Lorentz and CPT violation. *Physical Review D*, 63(6):65008, 2001.

[42] JA Helayel-Neto and MTD Orlando. Lorentz-Symmetry Violation and Electrically Charged Vortices in the Planar Regime. *International Journal of Modern Physics A*, 21(11):2415–2429, 2006.

[43] A. Cimmino, GI Opat, AG Klein, H. Kaiser, SA Werner, M. Arif, and R. Clothier. Observation of the topological Aharonov-Casher phase shift by neutron interferometry. *Physical Review Letters*, 63(4):380–383, 1989.

[44] K. Sangster, EA Hinds, S.M. Barnett, and E. Riis. Measurement of the Aharonov-Casher phase in an atomic system. *Physical Review Letters*, 71(22):3641–3644, 1993.

[45] X.G. He and B.H.J. McKellar. Topological phase due to electric dipole moment and magnetic monopole interaction. *Physical Review A*, 47(4):3424–3425, 1993.

[46] M. Wilkens. Quantum phase of a moving dipole. *Physical Review Letters*, 72(1):5–8, 1994.