

## Simulações da Rede de Conexões da Internet Brasileira

Júlio César Corrêa de Oliveira<sup>1</sup>, Joaquim Teixeira de Assis<sup>1</sup>, Nilton Alves Junior<sup>2</sup>,  
Marcio Portes Albuquerque<sup>2</sup>, Marcelo Portes Albuquerque<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Instituto Politécnico do Rio de Janeiro – Universidade do Estado do Rio de Janeiro  
(IPRJ/UERJ) Caixa Postal 972825 – 28.601-970 – Nova Friburgo – RJ – Brasil

<sup>2</sup>Cento Brasileiro de Pesquisas Físicas – CBPF/MCT

{joliveira,joaquim}@iprj.uerj.br, {naj,mpa,marcelo}@cbpf.br.br

**Abstract.** *The Internet is based on the connections between Independent Systems that present an apparent random nature, however on the reality described for a power law, being for this considered a net of topology of the scale-free type(scale-free network). In this paper, are presented the principal models that characterize the nets in scale-free: Barabási-Albert, extended Barabási-Albert and Dorogovtsev-Mendes. A computational method for implementation of the simulations of the models was developed and initial results are presented as well as the next stages to the project.*

**Resumo.** *A Internet é baseada nas interconexões de Sistemas Autônomos que apresentam uma aparente natureza aleatória, porém na realidade descritas por uma lei de potência, sendo por isto considerada uma rede de topologia do tipo escala-livre (scale-free network). Neste trabalho, são apresentados os principais modelos que caracterizam as redes em escala-livre: Barabási-Albert, Barabási-Albert estendido e Dorogovtsev-Mendes. Foi desenvolvido um método computacional para implementação das simulações dos modelos e resultados iniciais são apresentados assim como as próximas etapas do projeto.*

### 1. Introdução

Redes em escala-livre são caracterizadas por serem observadas em uma infinidade de sistemas de naturezas diversas, por possuírem um grande número de elementos interconectados e por serem estudadas pela área de sistemas complexos. Somente nos últimos anos, com o avanço tecnológico dos sistemas de aquisição de dados e o aumento do poder computacional, pesquisas nesta área puderam se desenvolver. Assim o estudo dos princípios que governam essas redes é de fundamental importância para a compreensão da Internet.

O rápido crescimento da Internet pode ser medido pela importância e pela quantidade das aplicações em diversas áreas da atividade humana. São inúmeros os exemplos de utilização da Internet que vão desde procedimentos já existentes sob outra forma tais como pagamentos bancários, compras variadas, etc, até novas atividades tais como relacionamento humano, disponibilização da informação em lugares de difícil acesso, ensino remoto, etc

Apesar da Internet existir a mais de 3 décadas, durante muito tempo ficou restrita ao mundo acadêmico onde foi inicialmente desenvolvida. Somente na última década a Internet passou a ser acessível a todos que tivessem um microcomputador e uma linha telefônica ou de dados. A partir de então, o seu crescimento foi muito rápido e de certa forma inesperado, fazendo com que o conhecimento de sua própria estrutura e forma de crescimento não acompanhasse a sua evolução.

A Internet sempre foi vista como um uma rede aleatória, até que Lászlo Barabási introduziu um outro tipo de estrutura de rede, as redes em escala-livre (Barabási e Albert, 1999). Barabási demonstrou que o ambiente World Wide Web é uma rede de conexões, entre documentos, de característica preferencial. Nos últimos anos, estudos de diversos sistemas apresentaram o comportamento típico de escala-livre.

Faloutsos et al (1999) apresentaram um trabalho no qual analisavam a distribuição de rotas da Internet. Suas observações foram feitas entre Sistemas Autônomos (ASs), por meio de dados coletados de roteadores públicos mantidos pelo Laboratório Americano para Pesquisas e Aplicações em Redes de Computadores (NLANR). Um AS é um conjunto de redes de computadores submetidas a uma mesma política administrativa e atualmente existem cerca de 17.000 ASs mundiais dos quais 170 são brasileiros.

Alves Jr. et al (2004) fizeram um estudo semelhante sob o ponto de vista de um AS brasileiro (RedeRio – 2715) e analisaram em destaque a rede de conexões entre ASs internacionais e nacionais e em ambos os casos obtiveram o mesmo comportamento em escala-livre.

O objetivo principal deste trabalho é utilizar os principais modelos de escala-livre em simulações para obter os valores dos parâmetros relevantes obtidos através de ajustes lineares no trabalho de Alves Jr. et al (2004). A motivação deste trabalho é a possibilidade de propor, após entender matematicamente a topologia da Internet brasileira através das simulações, novas formas de conexão entre ASs, novos protocolos de roteamento, novas ferramentas para evitar a disseminação de vírus de computador e novas políticas e sistemas de segurança evitando problemas causados por ataques maliciosos, vírus etc.

Uma outra motivação se deve ao fato de que, como dito anteriormente, a estrutura em escala-livre pode ser observada em uma infinidade de redes de conexão, indo desde de estruturas feitas por humanos como a Internet, a World Wide Web e linhas de transmissão de energia elétrica a relacionamentos sociais como colaboração entre pesquisadores, empresas e atores e até a células humanas, proteínas, estudo de cadeias alimentares e ecossistemas.

Neste artigo é apresentado um estudo das estruturas em escala-livre e simulações numéricas dos principais modelos estando organizado da seguinte maneira: na seção 2 são apresentados os aspectos fundamentais de uma rede em escala-livre; na seção 3 são abordados o modelo Barabási-Albert, o modelo Barabási-Albert estendido e o modelo Dorogovtsev-Mendes; a seção 4 apresenta o método desenvolvido e utilizado nas simulações e os resultados e por fim, a seção 5 é dedicada às conclusões e próximas etapas do trabalho.

## 2. Redes em Escala Livre

Barabási e Albert (1999) foram os primeiros a observar este tipo de rede e concluíram que a principal característica destas redes é a presença de muitos nós com poucas ligações e poucos nós com muitas ligações, estes últimos sendo chamados de hubs.

Estas redes foram assim denominadas porque não apresentam um número característico de ligações como acontece nas redes de caráter aleatório que seguem uma distribuição de Poisson, onde a maioria dos nós tem um número de ligações próximo da média, sendo pouco provável encontrar nós com o número de ligações significativamente maior ou menor do que a média.

As redes em escala-livre seguem uma distribuição em lei de potência, isto quer dizer que a probabilidade de um nó estar conectado a  $k$  outros nós é proporcional a  $k^{-g}$ .

$$P(k) \propto k^{-g} \quad (1)$$

Uma lei de potência é descrita por uma função de decaimento contínuo da forma Eq.(1). Em escala log-log, o expoente  $g$  é facilmente obtido através de um ajuste linear.

No mesmo estudo, Barabási e Albert demonstraram que as redes em escala-livre são dependentes de duas condições básicas: i. crescimento do número de nós e ii. conexão preferencial.

Por conexão preferencial entende-se que alguns nós tem uma chance maior de receber novas conexões. A probabilidade do nó  $i$  receber uma nova conexão depende do número de conexões já existentes (grau ou número de vizinhos conectados), tal que:

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j} \quad (2)$$

onde  $k_i$  é o grau do nó  $i$  e  $\sum_j k_j$  é a soma dos graus de todos os nós.

## 3. Modelos de Redes em Escala Livre

Nesta seção serão abordados os principais modelos que descrevem uma rede complexa com topologia em escala-livre. A partir de um modelo básico de crescimento, a cada novo modelo são acrescentados mecanismos que caracterizam melhor o comportamento real dos sistemas.

### 3.1 Modelo Barabási-Albert

Baseado nos dois princípios fundamentais: crescimento e conexão preferencial, Barabási e Albert propuseram o seguinte modelo:

Crescimento: o modelo começa com um pequeno número de nós ( $n_0$ ) sem conexões e a cada instante é adicionado um novo nó que faz  $m$  novas conexões ( $m < n_0$ ) a diferentes nós já presentes na rede.

Conexão preferencial: as conexões iniciadas pelo novo nó são realizadas de acordo com a probabilidade dada pela Eq. (2).

Neste modelo, a rede resultante a cada instante terá  $N$  nós e  $mt$  conexões depois de  $t$  passos, onde  $N = t + n_0$ . Através de simulações numéricas, é possível demonstrar que a rede resultante segue uma lei de potência cujo expoente  $g$  é aproximadamente igual a 3 independentemente do valor de  $m$ .

Este resultado de independência do valor de  $m$  obtido nas simulações foi comprovado analiticamente por Barabási et al (1999).

### 3.2. Modelo Barabási-Albert Estendido

De acordo com a Eq. (2), se um nó tiver zero ligações, então a probabilidade deste nó receber uma nova ligação também será zero e isto na maioria das redes reais não é a realidade, pois sempre existe alguma possibilidade de, por exemplo na rede de citações, um artigo que ainda não foi citado receber citações.

Para solucionar esta questão pode-se adicionar uma constante  $A$ , usualmente  $A = 1$ , garantindo a possibilidade do nó  $i$  ter chance de receber novas ligações e assim a Eq. (2) fica:

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i + 1}{\sum_j (k_j + 1)} \quad (3)$$

Uma outra questão é que em muitas redes reais o expoente  $g$  é diferente de 3, sugerindo a existência de mecanismos não considerados até então. Esses mecanismos são os chamados eventos locais, tais como: adição ou remoção de conexões entre os nós já existentes, exclusão de nós e rearranjo de conexões. Para tornar seu modelo mais realista Barabási propôs uma extensão ao seu modelo básico.

Começar com  $n_0$  nós isolados e a cada instante de tempo uma das três operações a seguir é realizada:

- Com probabilidade  $p$  são adicionadas  $m$  novas conexões. Um dos nós da nova conexão é escolhido aleatoriamente e outro com probabilidade descrita pela Eq. (3).
- Com probabilidade  $q$  são rearranjadas  $m$  conexões. Para isso, é selecionado um nó aleatoriamente e removemos uma de suas conexões e a substituímos por outra com um nó escolhido com probabilidade descrita pela Eq. (3).
- Com probabilidade  $(1 - p - q)$  é adicionado um novo nó. Este novo nó realiza  $m$  conexões com probabilidade descrita pela Eq. (3).

De acordo com este algoritmo, Barabási et al (1999) obteve uma distribuição tendo uma lei de potência generalizada da seguinte forma:

$$P(k) \propto [k + A(p, q, m) + 1]^{-g} \quad (4)$$

onde os parâmetros  $g$  e  $A(p, q, m)$  são definidos por:

$$g = \frac{2m(1-q) + 1 - p - q}{m} + 1 \quad (5)$$

$$A(p, q, m) = (p - q) \left( \frac{2m(1-q)}{1 - p - q} + 1 \right) \quad (6)$$

A Eq. (4) somente é válida para  $A(p, q, m) + m + 1 > 0$  e a estrutura escala-livre só é observada para  $q < q_{m\acute{a}x} = \min\{(1 - p), (1 - p + m)/(1 + 2m)\}$ .

### 3.3. Modelo Dorogovtsev-Mendes

Partindo do modelo básico de Barabási-Albert, Dorogovtsev e Mendes (2000) propuseram dois novos mecanismos de crescimento: i. desenvolvimento de redes e ii. estrutura de decaimento.

O mecanismo “desenvolvimento de redes” considera a possibilidade do surgimento de novas conexões entre os nós já existentes. O mecanismo “estrutura de decaimento”, ao contrário, admite a exclusão de conexões entre os nós já existentes.

Estes mecanismos levam a seguinte expressão para o expoente  $g$ :

$$g = 2 + \frac{1}{1 + 2c} \quad (7)$$

onde  $c$  é o número de conexões incluídas ( $>0$ ) ou removidas ( $<0$ ). Quando  $c = 0$  obtemos o modelo original de Barabási-Albert.

## 4. Simulações

No trabalho de Alves Jr. et al (2004), o valor encontrado para  $g$  é da ordem de 2,1 para redes de conexões entre ASs internacionais e também entre ASs nacionais apenas. Sendo assim, o objetivo das simulações é encontrar um modelo matemático com interpretação física plausível que forneça resultado compatível com este valor.

### 4.1. Método do Computacional

Inicialmente foram desenvolvidas e testadas implementações computacionais que consideravam uma matriz  $N \times N$ , onde  $N$  é o número de nós e a utilização de banco de dados, porém as limitações de hardware, o alto tempo de processamento e complexidade na programação revelaram ser inadequadas para utilização neste trabalho.

Para as simulações do modelo Barabási-Albert, foi então desenvolvido um método computacional que apresentou excelente performance, simplicidade de programação e facilidade de implementação dos diversos mecanismos incluídos nos demais modelos.

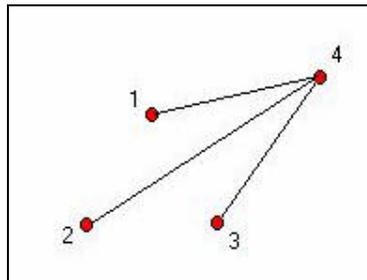
O núcleo do método computacional está baseado em uma estrutura constituída por três elementos descritos a seguir:

- Matriz bidimensional  $M$ , para armazenar as conexões, onde o número de colunas corresponde ao número de conexões possíveis e o número de linhas é igual a dois, uma para cada nó da conexão.
- Vetor  $V1$ , para armazenar o número de conexões de cada nó, onde o índice do vetor corresponde ao número do nó.
- Vetor  $V2$ , para armazenar o número de nós com  $n$  conexões, onde  $n$  corresponde ao índice do vetor. Este vetor é equivalente a um histograma de probabilidades.

A matriz  $M$  tem implícita na sua estrutura a probabilidade  $\prod(k_i)$ , dada por Eq. (2), necessitando apenas sortear uma posição entre as posições ocupadas até aquele momento para estar realizando uma conexão preferencial ao nó correspondente à posição sorteada. Com o auxílio dos vetores  $V1$  e  $V2$  não é preciso percorrer a matriz  $M$  para, por exemplo, saber quantas conexões tem um determinado nó.

A seguir, ilustramos o comportamento dos três elementos ( $M$ ,  $V1$  e  $V2$ ) após a inserção dos dois primeiros nós, considerando  $n_0 = 3$  e  $m = 3$  no modelo básico de Barabási-Albert.

Começamos com os nós 1, 2 e 3 sem conexões e inserimos um novo nó, 4, que realiza 3 conexões com os nós já existentes



**Figura 1. Modelo Barabasi-albert, m=3, passo 1.**

Observando a Fig. 1 notamos que  $k_1 = 1, k_2 = 1, k_3 = 1, k_4 = 3$  e  $\sum_j k_j = 6$ . De acordo com Eq.(2), as probabilidades de novas conexões são dadas por

$$P(k_1) = \frac{1}{6} \quad P(k_2) = \frac{1}{6} \quad P(k_3) = \frac{1}{6} \quad P(k_4) = \frac{3}{6} \quad (8)$$

e na Fig. 2 é possível observar o conteúdo que os campos da matriz  $M$  e dos vetores  $V1$  e  $V2$  assumem durante a execução do método. A dimensão destes elementos são definidas no início do programa, pois o número de nós que será analisado na simulação já é conhecido a priori.

É importante observar que a implementação computacional deve considerar a possibilidade do sorteio indicar o mesmo nó para conexão, o que pode ser facilmente contornado com um simples condicional.

	1	2	3	4	5	6			...
M	4	1	4	2	4	3	-	-	
	1	4	2	4	3	4	-	-	
	1	2	3	4					
V1	1	1	1	3	0	0	0	0	...
	1	2	3						
V2	3	0	1	0	0	0	0	0	...

Figura 2. Conteúdo da matriz M e dos vetores V1 e V2, passo 1.

Veja na Fig. 2 que o sorteio aleatório de uma das posições ocupadas da matriz M, tem uma chance em seis de ser escolhidos os nós 1,2 e 3 e três chances em seis de ser escolhido o nó 4 que possuem probabilidade  $P(k_1)$ ,  $P(k_2)$ ,  $P(k_3)$  e  $P(k_4)$ , respectivamente.

Posteriormente, um novo nó é inserido, também com 3 conexões preferenciais com os nós já existentes e para isso são sorteadas três posições já ocupadas na matriz M.

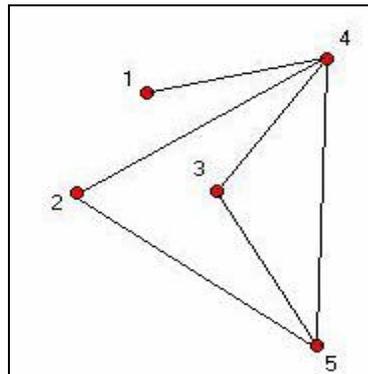


Figura 3. Modelo Barabasi-Albert, m=3, posições sorteadas 3, 5 e 6, passo 2.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	...
M	4	1	4	2	4	3	5	4	5	2	5	3	-	-	
	1	4	2	4	3	4	4	5	2	5	3	5	-	-	
	1	2	3	4	5	6	7	8							
V1	1	2	2	4	3	0	0	0							...
	1	2	3	4	5	6	7	8							
V2	1	2	1	1	0	0	0	0							...

Figura 4. Conteúdo da matriz M e dos vetores V1 e V2, passo 2.

Após o sorteio representado na Fig. 3, os conteúdos dos elementos M, V1 e V2 podem ser observados na Fig. 4.

Agora temos 12 posições ocupadas na matriz M, tendo uma chance de sortearmos o nó 1, duas chances de sortearmos o nó 2 ou 3, quatro chances de sortearmos o nó 4 e três chances de sortearmos o nó 5, corresponde respectivamente a  $P(k_1)$ ,  $P(k_2)$ ,  $P(k_3)$ ,  $P(k_4)$  e  $P(k_5)$ . A cada nova inclusão de um nó, são sorteadas  $m$  conexões e a matriz M e os vetores V1 e V2 são atualizados.

Os destaques deste método computacional são o diminuto tempo de execução, da ordem de poucos minutos mesmo para redes com 300.000 nós e a facilidade de inclusão de novos mecanismos nos modelos.

Para as simulações dos modelos Barabási-Albert Estendido e Dorogovtsev-Mendes, foram necessárias algumas alterações nos elementos básicos, uma vez que neste modelos as possibilidades de exclusão de conexões e surgimento de novas conexões entre os nós existentes são consideradas.

A exclusão de conexões é implementada por meio de uma troca de posições. As últimas posições da Matriz M assumem o lugar da conexão excluída, uma vez que não importa a ordem que as conexões aparecem na matriz. O conteúdo das últimas posições é desprezado com o decremento do ponteiro para o índice da matriz M de duas unidades. O algoritmo impõe a remoção do par de conexões, Fig 5.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	...
M	4	1	5	3	4	3	5	4	5	2	-	-	-	-	...
	1	4	3	5	3	4	4	5	2	5	-	-	-	-	...

**Figura 5. Conexão excluída: 4-2 e 2-4, conexão 5-3 e 3-5 deslocada para o lugar da conexão excluída.**

Para implementação do surgimento de novas conexões entre os nós existentes é preciso verificar se os nós envolvidos já estão conectados. Uma possibilidade seria percorrer a linha 0 da matriz M, o que faria o tempo de execução do programa aumentar significativamente em até duas ordens de grandeza. No entanto, a utilização de lista encadeada foi a solução adotada devido ao baixo custo computacional resultante. Para isto, foram feitas alterações nos elementos M e V1 descritas abaixo e que podem ser melhor entendidas na observação das figuras 6 e 7:

- A matriz M passa a ter mais duas linhas, quatro no total, onde as duas primeiras permanecem como antes, a terceira aponta para a posição anterior e a quarta para a próxima posição daquele nó.
- O vetor V1 é transformado em uma matriz bidimensional com 3 linhas, onde a primeira linha é equivalente ao antigo vetor V1, a segunda linha aponta para a primeira posição inserida na matriz M referente ao nó em questão e a terceira linha aponta para a última posição.

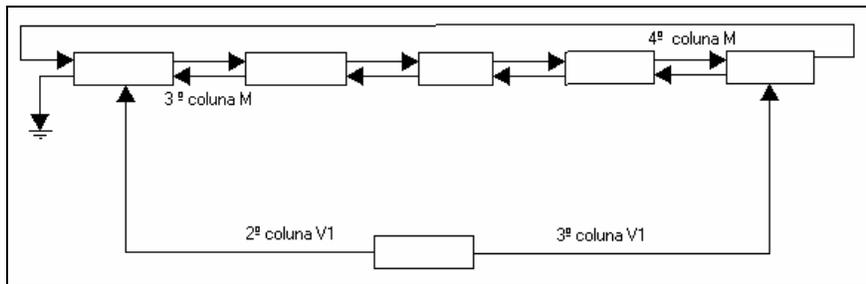


Figura 6. Lista encadeada utilizada na estrutura dos elementos M e V1.

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
M	4	1	4	11	6	9	7	2	10	5	12	3	8	—	—	
	3	0	0	0	2	0	4	6	0	5	8	3	10	—	—	...
	2	4	1	4	2	4	3	5	4	5	3	5	2	—	—	
	1	1	4	2	4	3	4	4	5	3	5	2	5	—	—	
		1	2	3	4	5	6	7								
V1	3	1	11	9	7	12	—	—								
	2	1	3	5	2	8	—	—	...							
	1	1	2	2	4	3	—	—								

Figura 7. Valor dos campos de M e V1, passo 2.

Para calcular a probabilidade dada pela Eq. (3), é adicionada uma “falsa conexão” do nó com ele mesmo, Fig. 8. A posição inicial é sempre considerada como sendo esta, não podendo mais ser excluída.

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
M	4	4	7	9	1	8	5	16	10	14	11	6	15	12	3	17	2	13	—	—	
	3	0	0	0	1	6	0	2	5	3	8	10	13	0	9	12	7	15	—	—	...
	2	1	2	3	4	1	4	4	2	4	3	5	4	5	5	3	5	2	—	—	
	1	1	2	3	1	4	4	2	4	3	4	4	5	5	3	5	2	5	—	—	
		1	2	3	4	5	6	7													
V1	3	4	16	14	11	17	—	—													
	2	1	2	3	5	13	—	—	...												
	1	1	2	2	4	3	—	—													

Figura 8. Valor dos campos de M e V1, passo 2, Eq. (3).

#### 4.2. Simulação Barabási-Albert

No modelo Barabási-Albert, espera-se que o valor do expoente  $g$ , Eq. (1), seja constante e aproximadamente igual a 3, independentemente do valor de  $m$  (número de conexões iniciadas pelo novo nó), único parâmetro do modelo.

Foram feitas diversas simulações com número total de nós igual a 300.000 e com valores diferentes de  $m$ . Nas figuras 9 e 10, em escala log-log, são apresentados os

resultados das simulações para valores  $m=3$  e  $m=7$  respectivamente, onde é possível observar o mesmo valor do coeficiente  $g$  obtido através de ajuste linear, em concordância com o esperado pelo modelo.

A degenerescência observada para valores superiores de  $k$  pode ser explicada pelo fato de apresentarem baixa estatística, o que é uma das características das redes em escala - livre, ou seja, poucos nós apresentam elevado número de conexões.

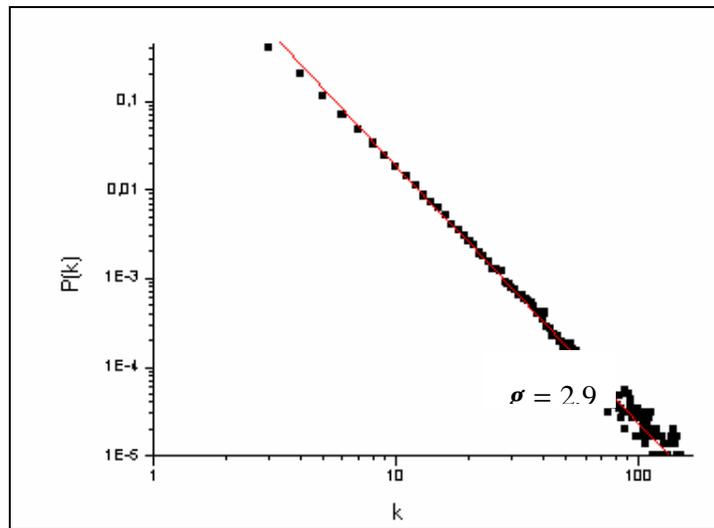


Figura 9. Simulação do modelo Barabasi-Albert,  $N=300000$  e  $m=3$ .

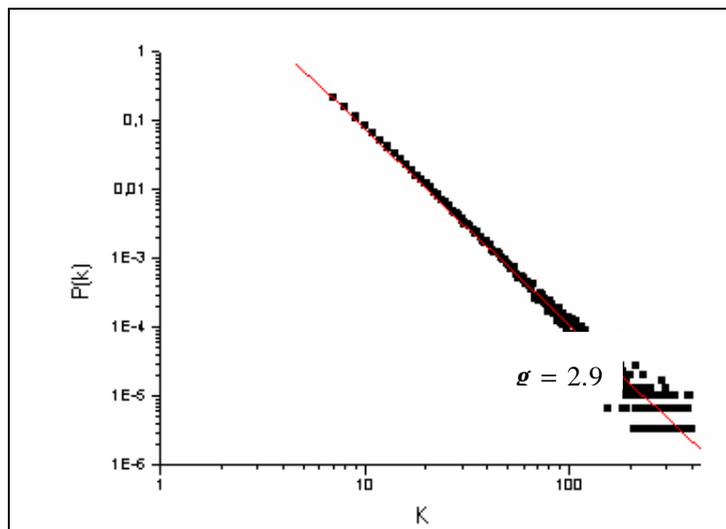


Figura 10. Simulação do modelo Barabasi-Albert,  $N=300.000$  e  $m=7$ .

### 4.3. Simulação Barabasi-Albert Estendido

No modelo Estendido, o expoente  $g$  dado pela Eq. (5) é função dos valores de  $m$  e das probabilidades  $p$  e  $q$  e por isto foram efetuadas diversas simulações. Nas figuras 11 e 12 são apresentados os resultados para os valores (2, 0,25, 0,55) e (2, 0,3, 0,5) respectivamente a

$(m, p, q)$ . Pode-se observar, além da degenerescência, uma saturação de  $P(k_i)$  para pequenos valores de  $k$ , fazendo com que o gráfico, ao contrário do modelo básico, apresente uma pequena curvatura.

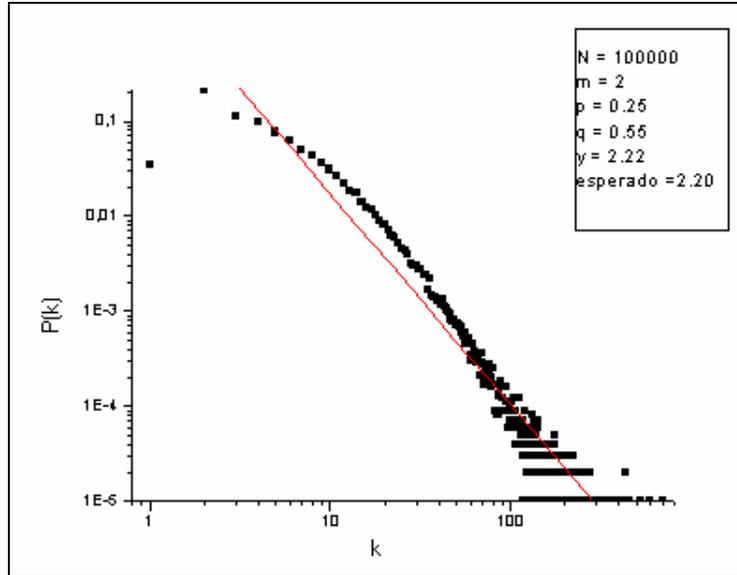


Figura 11. Modelo Barabasi -Albert Estendido,  $N=100.000$ ,  $m=2$ ,  $p=0,25$  e  $q=0,55$ .

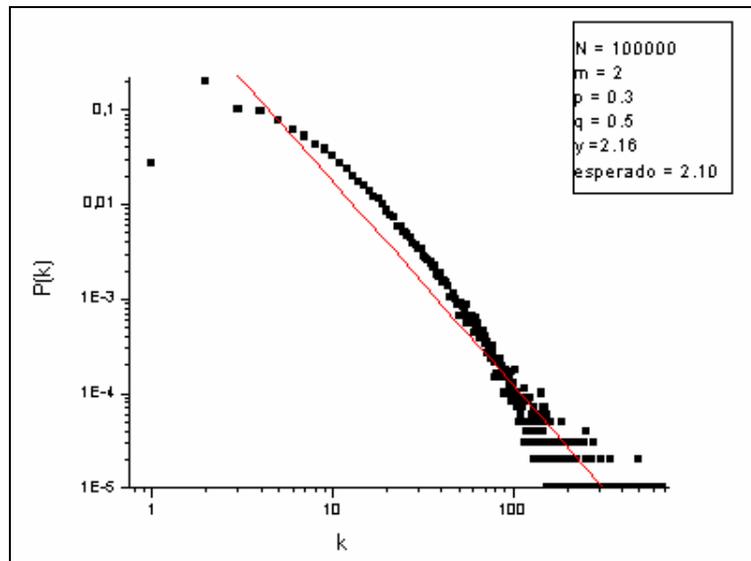


Figura 12. Modelo Barabasi -Albert Estendido,  $N=100000$ ,  $m=2$ ,  $p=0,3$  e  $q=0,5$ .

#### 4.4. Simulação Dorogytsev-Mendes

No modelo Dorogytsev-Mendes, existe a independência de  $m$ , a ausência da saturação e o valor do expoente  $\beta$  pode variar, dependendo apenas do valor de  $c$  que representa o número de conexões excluídas ou incluídas entre os nós existente, de acordo com Eq. (7). As figuras 13 e 14 mostram as simulações para este modelo.

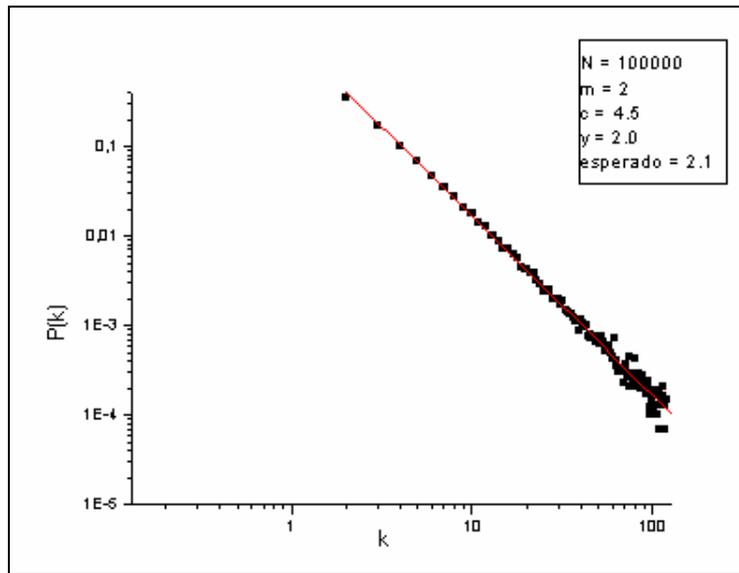


Figura 13. Simulação do modelo Dorogovtsev-Mendes,  $N=100.000$ ,  $m=2$  e  $c=4,5$ .

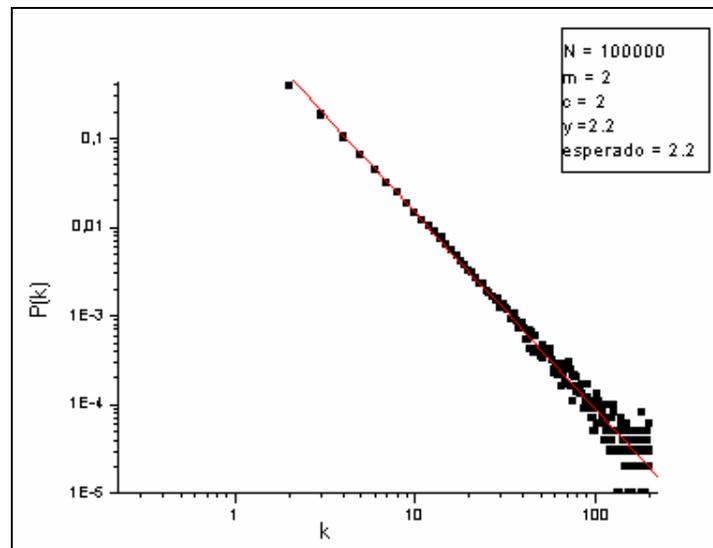


Figura 14 – Simulação do modelo Dorogovtsev-Mendes,  $N=100.000$ ,  $m=2$  e  $c=2$ .

### 5. Conclusões

Os valores analítico e simulado obtidos no modelo Barabási-Albert foram reproduzidos também pelo método computacional aqui proposto, o que permite concluir que a técnica desenvolvida neste trabalho foi adequada.

Apesar do primeiro modelo proposto por Barabási e Albert não representar a realidade para muitas redes reais, em particular a rede de conexões de ASs, é extremamente útil pois propõem um padrão de crescimento e uma formulação para a conexão preferencial. Além disto, este modelo demonstra que somente na presença de destes conceitos é que surge

a topologia em escala-livre e por isto, a sua reprodução é essencial para uma compreensão completa do desenvolvimento destas redes.

Para tanto, sugerimos uma técnica de modelagem que acabou demonstrando ser muito eficiente, pois além de permitir a fiel reprodução dos resultados obtidos por Barabási, apresentou um tempo de execução dos softwares desenvolvidos muito baixo, da ordem de uns poucos minutos para um número de nós elevado (centenas de milhares).

Os resultados das simulações dos modelos Barabasi-Albert Estendido e Dorogovtsev-Mendes estão em conjunção com os resultados obtidos por Alves Jr. et al, ou seja, o expoente da lei de potência dada pela Eq. (1) é igual a 2,2.

Apesar da linearidade apresentada pelo modelo Dorogovtsev-Mendes indicar um melhor ajuste linear, a situação de saturação obtida com as simulações do modelo Barabasi-Albert Estendido se aproxima mais dos dados experimentais obtidos por Alves Jr. et al para o caso de redes de conexões de ASs.

Sendo assim os conceitos considerados no modelo Barabasi-Albert Estendido devem ser interpretados segundo características próprias das redes de conexões de ASs.

O primeiro destes conceitos, o número de conexões iniciais  $m$ , que segundo o modelo é indiferente ao seu valor e isto pode então satisfazer o valor médio praticado de 2 que é a condição mínima para que uma LAN obtenha *status* de AS.

O segundo conceito, a probabilidade  $p$  de novas conexões, e o terceiro conceito, probabilidade  $q$  de haver rearranjos, nas simulações resultaram nos valores aproximados de 0,25 e 0,55, respectivamente. Isto significa que cerca de um quarto dos ASs aumentam o seu número de conexões e quase metade deles trocam suas conexões existentes de um AS para outro em cada iteração ou intervalo de tempo. Aparentemente estes valores são altos porém isto é só uma expectativa não baseada em dados reais. A comprovação destes valores requer um estudo dinâmico, não mais estático, da topologia de conexões entre ASs. Uma próxima etapa deste trabalho que já está em fase de final de planejamento é a aquisição de dados da tabela BGP do roteador de borda da RedeRio/FAPERJ (AS 2715) com periodicidade ainda a ser determinada pelas análises iniciais.

Uma outra próxima etapa deste trabalho envolve o desenvolvimento de um modelo baseado em uma estatística não extensiva, que em outros sistemas também em escala livre apresentou ótima concordância com os dados experimentais (Soares et al, 2004).

## REFERÊNCIAS

- Alves Jr., N., Albuquerque, M. P., Albuquerque, M. P., & Assis, J. T., 2004, Topologia e Modelagem Relacional da Internet Brasileira, CBPF-NT-004/04.
- Barabási, A. L. & Albert, R., 1999, Scale-Free Networks; Science 286, 509.
- Barabási, A. L. & Albert, R. 1999, Topology of Evolving Networks: Local Events and Universality, Review of Modern Physics 85, 5234-5237.
- Barabási, A. L. & Albert, R. 2002, Statistical mechanics of complex networks, Review of Modern Physics 74, 47-94.

Dorogovtsev, S. N. & Mendes, J. F. F., 2000, Scaling behavior of developing and decaying networks arXiv: cond-mat/0005050 v1.

Faloutsos, M., Faloutsos, P. & Faloutsos, C., 1999, On power-law relationships of the internet topology; ACM SIGCOMM, Computer Communication Ver.,29,pg 251-262.

Soares, D. J. B., Tsallis, C., Mariz, A. M., & Silva, L. R., Preferential attachment growth model and nonextensive statistical mechanics; arXiv:cond-mat/0410459 v1, 19 oct 2004.