Relativeca Dopplera efekto ĉe unuforme akcelata movo – II

Efeito Doppler relativista em um movimento uniformemente acelerado – II

F.M. Paiva

Departamento de Física, U.E. Humaitá II, Colégio Pedro II

Rua Humaitá 80, 22261-040 Rio de Janeiro-RJ, Brasil; fmpaiva@cbpf.br

A.F.F. Teixeira

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

22290-180 Rio de Janeiro-RJ, Brasil; teixeira@cbpf.br

16–a de aprilo, 2007

Resumo

Daŭrigante [1], luma fonto de unukolora radiado ĉe rekta movo ĉe konstanta propra akcelo pasas preter restanta observanto. Ĉe la special-relativeco, ni priskribas la observatan Doppleran efikon. Ni ankaŭ priskribas la interesan nekontinuan efikon se trapaso okazas.

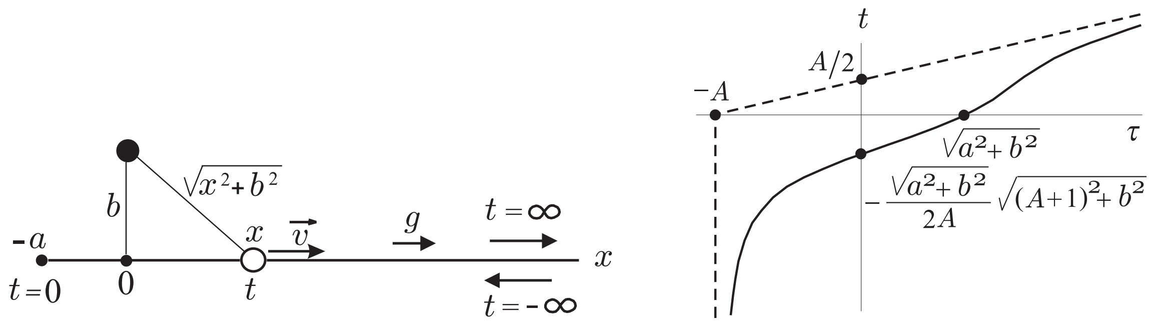
Em extensão a [1], consideramos uma fonte de luz monocromática em movimento retilíneo sob aceleração própria constante, quando ela passa perto de um observador em repouso. No contexto da relatividade especial, nós descrevemos o efeito Doppler observado. Nós descrevemos também o interessante efeito descontínuo se ocorrer "atropelamento".

1 Enkonduko

Citaĵo [1] studis Doppleran efikon de lumo eligita el restanta fonto, vidata per akcelata observanto kiu pasas preter aŭ tra la fonto. Ĉi tie ni inversas tiun sistemon. Nun, fonto de unukolora radiado ĉe rekta movo ĉe konstanta propra akcelo pasas preter aŭ tra restanta observanto. La frekvenco ν de la lumo eligata estas konstanta; tamen, la observata frekvenco (t.e., la koloro) estas ν_{obs}, malsama ol ν. Tio estas nomata Dopplera efiko. La proporcio $D = \nu_{obs}/\nu$, nomata

1 Introdução

A referência [1] estudou o efeito Doppler na luz emitida por uma fonte luminosa em repouso, vista por um observador acelerado que passa por perto ou através da fonte. Nós aqui invertemos aquele sistema. Agora uma fonte de radiação monocromática em movimento retilíneo sob aceleração própria constante passa por perto ou através de um observador em repouso. A freqüência ν da luz emitida é constante; entretanto, a freqüência observada (i.e., a cor) é ν_{obs}, diferente de ν. Isto é chamado efeito Doppler. A



Figuro 1: La sistemo. **1.a** Observanto (nigra sfereto) estas fiksa distance b de akso x. Luma fonto (blanka sfereto) estas iranta de $x\!=\!-a$ al $x\!=\!\infty$, kun konstanta propra akcelo g. Antaŭe ĝi venis el $x\!=\!\infty$ ($t\!=\!-\infty$), kun konstanta propra malakcelo g, ĝis $x\!=\!-a$ ($t\!=\!0$). **1.b** La moviĝanta fonto eligas signalon en la momento t de la inercia sistemo S, kaj la restanta observanto ricevas tiun signalon en la momento τ, ekv. (6). Vidu la asimptotojn $t\!=\!(\tau+A)/2$ kaj $\tau\!=\!-A$. Vidu ankaŭ ke ne estas ricevo en tempo antaŭ $\tau\!=\!-A$.

Figura 1: O sistema. **1.a** O observador (esfera negra) está fixo à distância b do eixo x. Uma fonte luminosa (esfera branca) está indo de $x\!=\!-a$ a $x\!=\!\infty$, com aceleração própria constante g. Anteriormente ela veio de $x=\infty$ ($t=-\infty$), com desaceleração própria constante g, até $x\!=\!-a$ ($t\!=\!0$). **1.b** A fonte em movimento emite um sinal luminoso no momento t do sistema inercial S, e o observador em repouso recebe esse sinal no momento τ, eq. (6). Veja as assíntotas $t\!=\!(\tau+A)/2$ e $\tau\!=\!-A$. Veja também que não há recebimento em tempo anterior a $\tau\!=\!-A$.

Dopplera faktoro, estas studata ĉi tie.

Estiĝu inercia referenco sistemo $S=\{t,\vec{x}\}$. El nefinia loko $x=\infty$, je nefinia estinta momento $t=-\infty$, luma fonto ekvenis al origino $x=0$ per la akso x. Ĝia komenca rapido estis $-c$, kaj ĝi estas malakcelata per konstanta propra akcelo g; tiel ĝi pasas la originon, poste momente restas ĉe $x=-a$ je $t=0$, kaj tuj reiras al nefinio $x=\infty$ kun sama akcelo. En $x=0$, distance b el akso x, estas restanta observanto, kiel montras figuro (1.a). Ni konsideras la preterpason kun $b\neq 0$ kaj la trapason kun $b=0$. Krome ni komparas niajn rezultojn al tiujn de [1].

Ĉi tie x estas la loko de fonto je momento t, ambaŭ mezurataj per la inercia referenco sistemo S. La tempo τ, ankaŭ en S, estas la propratempo de la restanta observanto kiam li ricevas signalon el x je t. Kiel figuro (1.a) evidentigas, la intertempo $\tau-t$ inter eligo kaj enigo de signalo estas $\sqrt{x^2+b^2}/c$.

Por simpligi formulojn ni formale kon-

razão $D=\nu_{obs}/\nu$, chamada fator Doppler, é aqui estudada.

Seja um sistema inercial de referência $S=\{t,\vec{x}\}$. Partindo da posição $x=\infty$, no momento $t=-\infty$, uma fonte luminosa se dirige à origem $x=0$ ao longo do eixo x. Sua velocidade inicial era $-c$, mas ela é freiada por desaceleração própria constante g; assim ela passa pela origem, depois momentaneamente pára em $x=-a$ em $t=0$, e imediatamente inicia o retorno a $x=\infty$ com mesma aceleração. Também em $x=0$, porém a uma distância b do eixo x, está um observador em repouso, como mostra a figura (1.a). Nós consideramos a ultrapassagem com $b\neq 0$ e o "atropelamento" com $b=0$. Além disso nós comparamos nossos resultados aos de [1].

Aqui x é a posição da fonte no momento t, ambos medidos no sistema inercial de referência S. O momento τ, também medido em S, é o tempo próprio do observador em repouso quando ele recebe o sinal emitido de x no momento t. Como a figura (1.a) evidencia, o intervalo de tempo $\tau-t$ entre a emissão e a recepção do sinal é $\sqrt{x^2+b^2}/c$.

Para simplificar as fórmulas nós consideramos sideros $c = 1$ kaj $g = 1$. Por aperigi la arbitrajn valorojn sufiĉas substitui

formalmente $c = 1$ e $g = 1$. Para recuperar os valores arbitrários basta substituir

$$a \to ag/c^2\ ,\ A \to Ag/c^2\ ,\ b \to bg/c^2\ ,\ x \to gx/c^2\ ,\ v \to v/c\ ,\ t \to gt/c\ ,\ \tau \to g\tau/c\ ,\ \tau' \to g\tau'/c\ . \quad (1)$$

Farinte tiun simpligon kaj uzante la kondiĉojn $x(0) = -a$ kaj $v(0) = 0$, la rapido v kaj la loko x de la fonto ĉe konstanta propra akcelo g estas [1]

Efetuando estas substituições e usando as condições $x(0) = -a$ e $v(0) = 0$, a velocidade v e a posição x da fonte sob aceleração própria constante g são [1]

$$v(t) = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}\ , \qquad x(t) = \sqrt{1+t^2} - A\ , \qquad A := a + 1\ . \quad (2)$$

Ĉar la fonto ne restas en S, tial la propratempo de eligo de signalo estas $\tau' \neq t$. Vere $\mathrm{d}\tau' = \mathrm{d}t/\gamma(t) = \sqrt{1 - v^2(t)/c^2}\mathrm{d}t$. La integro de $\mathrm{d}\tau'$ fiksante $\tau' = 0$ kiam $t = 0$ estas

Como a fonte não está em repouso em S, o tempo próprio da emissão de um sinal é $\tau' \neq t$. Em verdade $\mathrm{d}\tau' = \mathrm{d}t/\gamma(t) = \sqrt{1 - v^2(t)/c^2}\mathrm{d}t$. A integral de $\mathrm{d}\tau'$ fixando $\tau' = 0$ quando $t = 0$ é

$$t = \sinh \tau'\ , \quad (3)$$

do la rapido kaj la loko de la fonto kiel funkcioj de τ' estas

portanto a velocidade e a posição da fonte como funções de τ' são

$$v(\tau') = \tanh \tau'\ , \qquad x(\tau') = \cosh \tau' - A\ . \quad (4)$$

Vidu ke la preterpasoj ($x = 0$) okazas kun rapido $v_0 := \sqrt{A^2 - 1}/A$ je $\mp t_0$ (aŭ $\mp\tau'_0$), kie

Veja que as ultrapassagens ($x = 0$) ocorrem com velocidade $v_0 := \sqrt{A^2 - 1}/A$ em $\mp t_0$ (ou $\mp\tau'_0$), onde

$$t_0 := \sqrt{A^2 - 1}\ , \qquad \tau'_0 := \cosh^{-1} A\ . \quad (5)$$

Interesas kalkuli la rilaton inter la tempo t de eligo kaj la tempo τ de enigo. El figuro (1.a)

É interessante calcular a relação entre o momento t de emissão e o momento τ de recepção. Partindo da figura (1.a)

$$\tau = t + \sqrt{x^2 + b^2} = t + \sqrt{(\sqrt{1+t^2} - A)^2 + b^2}\ , \quad (6)$$

uzante (2). Figuro (1.b) montras ke la enigo ne komencas kiam $\tau = -\infty$, sed jese kiam $\tau = -A$. La fonto eligis tiujn komencajn signalojn je $t = -\infty$ el $x = \infty$, kiam ĝia rapido

onde se usou (2). A figura (1.b) mostra que a recepção não começa em $\tau = -\infty$, mas sim em $\tau = -A$. A fonte emitiu estes primeiros sinais em $t = -\infty$ a partir de $x = \infty$, quando sua velocidade estis $-c$. Observu la asimptoton $\tau = 2t - A$ por $t \to \infty$; la fonto eligos tiujn signalojn je $t = \infty$, kaj ili enigos poste 'duoble' nefinia tempo al observanto.

era $-c$. Observe a assíntota $\tau = 2t - A$ para $t \to \infty$; a fonte vai emitir estes sinais em $t = \infty$, e eles chegarão ao observador depois de um tempo "duplamente" infinito.

2 Dopplera efiko

2 Efeito Doppler

Ĉar frekvenco estas la inverso de periodo, tial ni povas redifini la Doppleran faktoron kiel

Como a freqüência é o inverso do período, nós podemos redefinir o fator Doppler como

$$D(\tau) := \frac{\mathrm{d}\tau'}{\mathrm{d}\tau} = \sqrt{1 - v^2(t)}\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\tau} \; . \tag{7}$$

Ĉi tie $\mathrm{d}\tau'$ estas la infinitezima propra intertempo per la fonto inter eligo de du lumaj signaloj, kaj $\mathrm{d}\tau$ estas la infinitezima propra intertempo per la observanto inter enigo de tiuj du signaloj. La radiko rilatas al la tempa dilato pro la movado de la fonto. Kiam $D < 1$ la Dopplera efiko estas nomata 'ruĝ-delokigo', kaj kiam $D > 1$ ĝi estas nomata 'viol-delokigo'. Ni emfazas ke estas aliaj difinoj de Dopplera faktoro [2].

Sekve ni kalkulas la Doppleran faktoron kiel funkcio de τ', τ, x kaj de t. Ni komencas kun $D(\tau')$. Uzante la difinon (7) en la formo $D = (\mathrm{d}\tau/\mathrm{d}\tau')^{-1}$, derivante (6) kaj uzante $t(\tau')$ kaj $x(\tau')$ el (3) kaj (4), la faktoro estiĝas

Aqui $\mathrm{d}\tau'$ é o intervalo infinitesimal de tempo próprio da fonte, entre a emissão de dois sinais luminosos, e $\mathrm{d}\tau$ é o intervalo infinitesimal de tempo próprio do observador entre a chegada desses dois sinais. A raiz quadrada se refere à dilatação temporal devida ao movimento da fonte. Quando $D < 1$ o efeito Doppler é chamado deslocamento para o vermelho, e quando $D > 1$ ele é chamado deslocamento para o azul. Nós enfatizamos que há outras definições de fator Doppler [2].

A seguir nós calculamos o fator Doppler como função de τ', τ, x e de t. Nós começamos com $D(\tau')$. Usando a definição (7) na forma $D = (\mathrm{d}\tau/\mathrm{d}\tau')^{-1}$, derivando (6) e usando $t(\tau')$ e $x(\tau')$ de (3) e (4), o fator se torna

$$D(\tau') = \left(\cosh\tau' + \frac{(\cosh\tau' - A)\sinh\tau'}{\sqrt{(\cosh\tau' - A)^2 + b^2}} \right)^{-1} \; . \tag{8}$$

Figuro (2.a) montras ke ne estas Dopplera efiko ($D = 1$) trifoje:

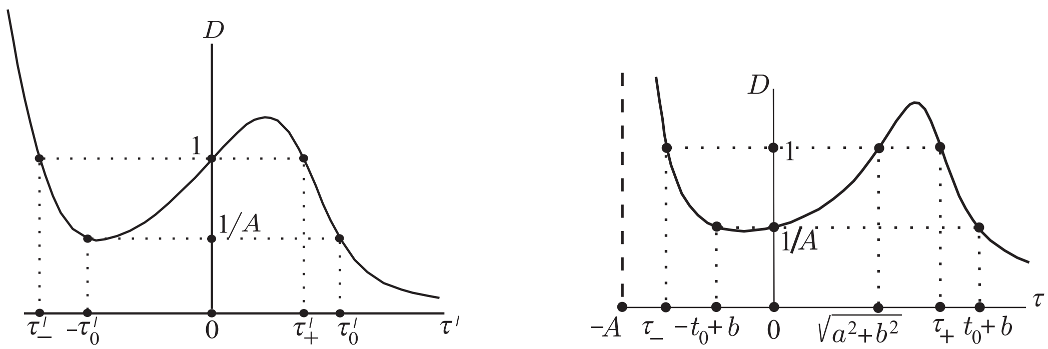
A figura (2.a) mostra que não há efeito Doppler ($D = 1$) em três ocasiões:

$$\tau'_- := -2\sinh^{-1}\frac{1}{4}(\sqrt{b^2 + 8a} + b) \; , \quad \tau' = 0 \; , \quad \tau'_+ := 2\sinh^{-1}\frac{1}{4}(\sqrt{b^2 + 8a} - b) \; . \tag{9}$$

Nun ni kalkulas D kiel funkcio de la propratempo τ de enigo de lumo al observanto. Uzante (3) kaj (6) ni havigas

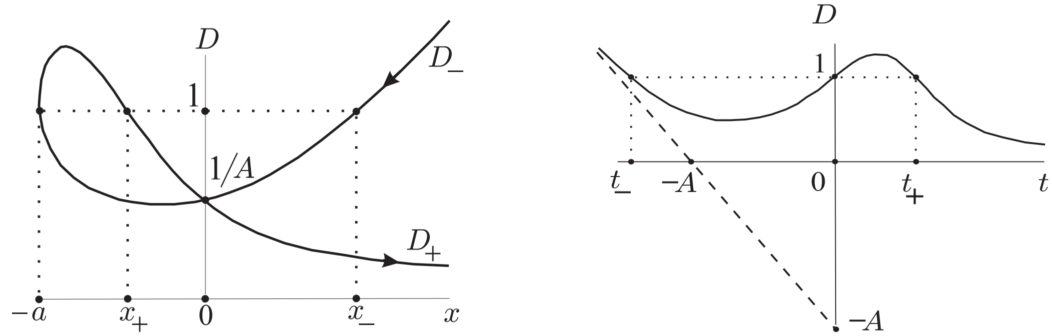
Nós agora calculamos D como função do tempo próprio τ de chegada da luz ao observador. Usando (3) e (6) nós obtemos

$$\sinh\tau' = \frac{1}{2(\tau^2 - A^2)}\left(\tau(\tau^2 - C^2) + A\sqrt{(\tau^2 - C^2)^2 + 4(\tau^2 - A^2)} \right) \; , \quad C^2 := A^2 + b^2 + 1 \; ; \tag{10}$$



Figuro 2: Doppleraj faktoroj. **2.a** D kiel funkcio (8) de la propratempo τ' de moviĝanta fonto. Estas tri momentoj en kiuj la radiado ne havos kolor-ŝanĝon ($D = 1$); la unua (τ'_-) antaŭas al momento $-\tau'_0$ de la unua preterpaso; la dua ($\tau' = 0$) okazas kiam la fonto restas ĉe $x = -a$; kaj la tria (τ'_+) antaŭas al momento τ'_0 de la dua preterpaso. La radiadoj ĉe la momentoj $\mp\tau'_0$ de preterpaso havas $D = 1/A$, do ili estas ruĝ-delokigataj. La valoroj de τ'_- kaj τ'_+ estas ĉe (9), kaj τ'_0 estas ĉe (5). **2.b** D kiel funkcio de la momento τ de ricevo de la lumo. La unuaj signaloj estas ricevataj kiam $\tau = -A$, kvankam ili estis eligataj detempe de $\tau = -\infty$. Ne estas kolor-ŝanĝo je τ_-, $\sqrt{a^2 + b^2}$, kaj τ_+. La radiado eligita en la preterpaso, $\mp t_0$ en ekv. (5), estas observata je $\mp t_0 + b$, ekv. (6), kun $D = 1/A$.

Figura 2: Fatores Doppler. **2.a** D como função (8) do tempo próprio τ' da fonte em movimento. Há três ocasiões em que a radiação não terá mudança de cor ($D = 1$); a primeira (τ'_-) antecede o momento $-\tau'_0$ da primeira ultrapassagem; a segunda ($\tau' = 0$) ocorre quando a fonte está parada em $x = -a$; e a terceira (τ'_+) antecede o momento τ'_0 da segunda ultrapassagem. As radiações nos momentos $\mp\tau'_0$ de ultrapassagem têm $D = 1/A$, portanto elas são deslocadas para o vermelho. Os valores de τ'_- e τ'_+ estão em (9), e τ'_0 está em (5). **2.b** D como função do momento τ de recebimento da luz. Os primeiros sinais são recebidos quando $\tau = -A$, embora eles venham sendo emitidos desde $\tau = -\infty$. Não há mudança de cor em τ_-, $\sqrt{a^2 + b^2}$, e τ_+. As radiações emitidas nas ultrapassagens, $\mp t_0$ na eq. (5), são observadas em $\mp t_0 + b$, eq. (6), com $D = 1/A$.



Figuro 3: Doppleraj faktoroj. **3.a** D_- kaj D_+ kiel funkcio (11) de loko x de lum-eligo el la moviĝanta fonto. Sagoj montras la pozitivan fluon de tempo. Radiado el x_-, $-a$, kaj x_+ ne kolor-ŝanĝos, $D=1$. La valoroj de x_- kaj x_+ estas en (12). Radiadoj el preterpasoj $x=0$ havos $D=1/A$, do ili estos ruĝ-delokigataj. **3.b** D kiel funkcio (13) de tempo t de referenc-sistemo S. Vidu ke $D=1$ kiam $t_-=\sinh\tau'_-$, $t=0$, kaj $t_+=\sinh\tau'_+$, estante τ'_- kaj τ'_+ prezentataj en (9). Vidu ankaŭ la asimptoton $D=-t-A$.

Figura 3: Fatores Doppler. **3.a** D_- e D_+ como função (11) do local x da emissão da luz pela fonte em movimento. As flechas indicam o sentido positivo do tempo. A radiação a partir de x_-, $-a$, e x_+ não mudará de cor, $D=1$. Os valores de x_- e x_+ estão em (12). As radiações a partir das ultrapassagens $x=0$ terão $D=1/A$, portanto serão deslocadas para o vermelho. **3.b** D como função (13) do tempo t do sistema de referência S. Veja que $D=1$ quando $t_-=\sinh\tau'_-$, $t=0$, e $t_+=\sinh\tau'_+$, estando τ'_- e τ'_+ apresentados em (9). Veja também a assíntota $D=-t-A$.

substituante tiun kaj $\cosh\tau'=\sqrt{1+\sinh^2\tau'}$ en ekvacio (8) ni havigas la deziratan Doppleran faktoron $D(\tau)$. Figuro (2.b) montras tiun funkcion.

Nun ni kalkulu la Doppleran faktoron kiel funkcio de la loko x de signal-eligo. Uzante (2), (3) kaj (4) en (8), vidu ke

substituindo isso e $\cosh\tau' = \sqrt{1+\sinh^2\tau'}$ na eq. (8) nós obtemos o desejado fator Doppler $D(\tau)$. A figura (2.b) mostra tal função.

Vamos agora calcular o fator Doppler como função da posição x da emissão do sinal. Usando (2), (3) e (4) em (8), veja que

$$D_\epsilon(x) = \left(x + A + \frac{\epsilon x\sqrt{(x+A)^2-1}}{\sqrt{x^2+b^2}}\right)^{-1} \quad , \quad \epsilon := |t|/t. \tag{11}$$

Figuro (3.a) montras la du funkciojn $D_-(x)$ kaj $D_+(x)$. Observu la tri lokojn el kiuj la lumo eligita ne kolor-ŝanĝos:

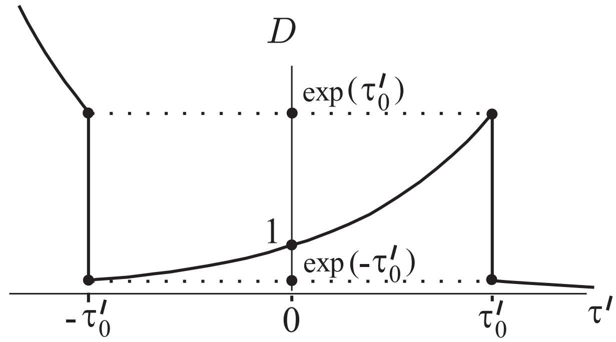
A figura (3.a) mostra as duas funções $D_-(x)$ e $D_+(x)$. Observe os três locais a partir dos quais a luz emitida não mudará de cor:

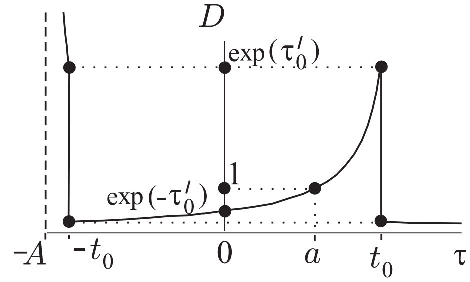
$$x_- := \frac{b}{4}(\sqrt{b^2+8a}+b) \ , \ x=-a \ , \ x_+ := -\frac{b}{4}(\sqrt{b^2+8a}-b) \ . \tag{12}$$

Fine ni montras D kiel funkcio de la inercia tempo t de eligo:

Para concluir nós mostramos D como função do momento t da emissão:

$$D(t) = \left(\sqrt{1+t^2} + \frac{tx}{\sqrt{x^2+b^2}}\right)^{-1} \quad , \quad x(t) = \sqrt{1+t^2} - A \ . \tag{13}$$





Figuro 4: Doppleraj faktoroj kun $b = 0$. **4.a** D kiel eksponencialaj funkcioj (14) de propratempo τ' de moviĝanta fonto. Estas nekontinueco de D en momentoj $\mp\tau_0'$, prezentataj en (5). **4.b** D kiel funkcio (15) de propratempo τ de observanto. Estas nekontinueco de D en momentoj $\mp t_0$ de trapaso. Kiam $\tau = a$ ne estas kolor-ŝanĝo. Vidu la asimptoton $\tau = -A$; do la observanto ricevas la unuajn signalojn en ĉi tiu momento, nefinie viol-delokigataj. La valoro de t_0 kaj de τ_0' estas en (5).

Figura 4: Fatores Doppler com $b = 0$. **4.a** D como as funções exponenciais (14) do tempo próprio τ' da fonte em movimento. Há descontinuidade de D nos momentos $\mp\tau_0'$, apresentados em (5). **4.b** D como função (15) do tempo próprio τ do observador. Há descontinuidade de D nos momentos $\mp t_0$ de "atropelamento". Quando $\tau = a$, não há mudança de cor. Veja a assíntota $\tau = -A$; portanto o observador recebe os primeiros sinais nesse momento, infinitamente deslocados para o vermelho. O valor de t_0 e de τ_0' estão em (5).

Figuro (3.b) montras tiun funkcion. Observu la asimptoton $D = -t - A$ kiam $t \to -\infty$.

A figura (3.b) mostra essa função. Observe a assíntota $D = -t - A$ para $t \to -\infty$.

3 Trapaso

Nun ni studas la interesan okazon ĉe $b = 0$. Anstataŭ preterpasi, la fonto pasas *tra* la observanto. Tio generas nekontinuecon ΔD je la Dopplera faktoro. Por havigi D kiel funkcio de τ', τ, x kaj t, ni faras $b = 0$ en ekvacioj (8), (10), (11), (13), respektive. Pri $D(\tau')$ ni havigas

3 "Atropelamento"

Nós agora estudamos o interessante caso em que $b = 0$. Ao invés de passar perto do observador, a fonte passa *através* do observador. Isso produz descontinuidade ΔD no fator Doppler. Para obter D como função de τ', τ, x e de t, nós fazemos $b = 0$ nas equações (8), (10), (11), (13), respectivamente. Para $D(\tau')$ nós obtemos

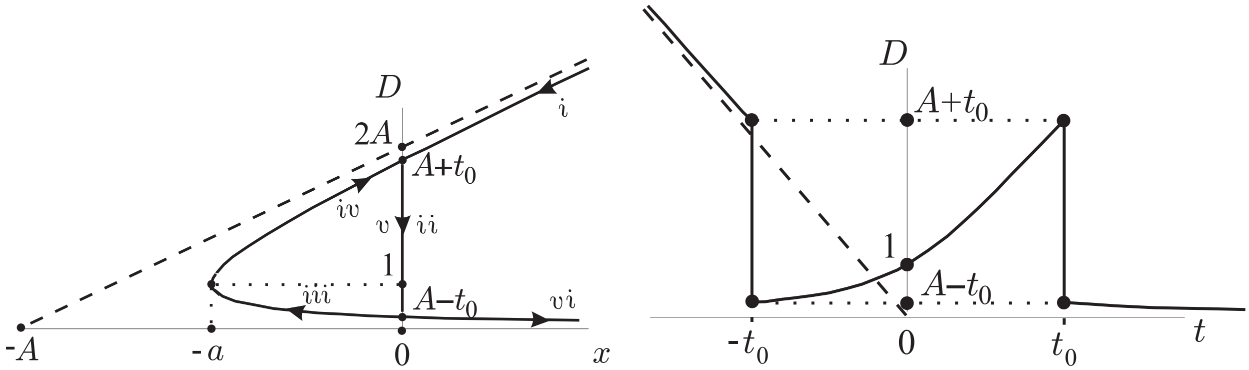
$$D(\tau') = \exp(-\epsilon_x \tau') \ , \tag{14}$$

kie ϵ_x estas la signumo de x. Estas $\epsilon_x = +1$ kiam $\tau' < -\tau_0'$ kaj $\tau' > \tau_0'$, kaj estas $\epsilon_x = -1$ kiam $-\tau_0' < \tau' < \tau_0'$. Vidu figuron (4.a).

Pri $D(\tau)$, figuro (4.b) montras la funkcion

onde ϵ_x é o sinal de x. Ocorre $\epsilon_x = +1$ quando $\tau' < -\tau_0'$ e quando $\tau' > \tau_0'$, e ocorre $\epsilon_x = -1$ quando $-\tau_0' < \tau' < \tau_0'$. Veja a figura (4.a).

Quanto a $D(\tau)$, a figura (4.b) mostra a função



Figuro 5: Doppleraj faktoroj kun $b=0$. **5.a** D kiel funkcio (16) de la loko x de lum-eligo. Sagoj montras la pozitivan fluon de la tempo. Vidu la asimptoton $D\!=\!2(x+A)$. Estas nekontinueco de D en $x\!=\!0$. La valoro de t_0 estas en (5). **5.b** D kiel funkcio (17) de t. Estos nekontinueco de D en lum-eligoj kiam $\mp t_0$, (5). Vidu asimptoton $D\!=\!-2t$. La valoro de t_0 estas en (5).
Figura 5: Fatores Doppler com $b=0$. **5.a** D como função (16) do local x da emissão da luz. As flechas indicam o sentido positivo do tempo. Veja a assíntota $D\!=\!2(x+A)$. Há descontinuidade de D em $x\!=\!0$. O valor de t_0 está em (5). **5.b** D como função (17) de t. Haverá descontinuidade de D nas emissões quando $\mp t_0$, (5). Veja a assíntota $D\!=\!-2t$. O valor de t_0 está em (5).

$$D(\tau)=\begin{cases}(A+\tau)^{-1}\ , & -A<\tau<-t_0\ ,\quad \tau>t_0\ ,\\[2ex] (A-\tau)^{-1}\ , & -t_0<\tau<t_0\ .\end{cases} \tag{15}$$

Pri $D(x)$ ni havigas

Quanto a $D(x)$ nós obtemos

$$D_\epsilon(x)=x+A-\epsilon\epsilon_x\sqrt{(x+A)^2-1}\ . \tag{16}$$

Vidu figuron (5.a), observante la tempan sinsekvon i, ii, iii, iv, v, vi.

Fine, pri $D(t)$,

Veja a figura (5.a), observando a seqüência temporal i, ii, iii, iv, v, vi.

Finalmente, quanto a $D(t)$,

$$D_x(t)=\sqrt{1+t^2}-t\epsilon_x\ , \tag{17}$$

kie ϵ_x estas la signumo de x. Estas $\epsilon_x\!=\!+1$ kiam $t<-t_0$ kaj $t>t_0$, kaj estas $\epsilon_x=-1$ kiam $-t_0\!<\!t\!<\!t_0$. Vidu figuron (5.b).

La nekontinueco ΔD de Dopplera faktoro D estas facile kalkulata ekde la antaŭaj rezultoj:

onde ϵ_x é o sinal de x. Ocorre $\epsilon_x=+1$ quando $t\!<\!-t_0$ e quando $t\!>\!t_0$, e ocorre $\epsilon_x\!=\!-1$ quando $-t_0\!<\!t\!<\!t_0$. Veja a figura (5.b).

A descontinuidade ΔD do fator Doppler D é facilmente calculada a partir dos resultados anteriores:

$$\Delta D=\sqrt{\frac{1+v_0}{1-v_0}}-\sqrt{\frac{1-v_0}{1+v_0}}=\frac{2v_0}{\sqrt{1-v_0^2}}=2\sqrt{A^2-1}=2\,\sinh\tau_0'=2\,t_0\ . \tag{18}$$

4 Komentoj

Ni konsideris restantan observanton ĉe inercia sistemo S kaj moviĝantan fonton, kiel ĉe figuro (1.a). Ni montris, vidu figuron (3.a), ke lumo eligita el $x = 0$ (minimuma distanco al observanto, ĉe S) estas enigota ruĝdelokigate. Tamen, en la antaŭa artikolo [1] (vidu ĝian figuron 1), kie la fonto restas ĉe inercia sistemo Σ kaj la observanto moviĝas, lumo enigita kiam la observanto estas en $x = 0$ estas vidata kun viol-delokigo. Tio malsamo estas natura en special-relativeco, kaj ni plieksplikos tion en estonta artikolo de revizio; vidu ankaŭ [3].

Ĉi tie ni vidis en figuroj (2.b) kaj (4.b), ke la observanto ricevas signalojn el la fonto nur poste sia finia propratempo $\tau = -A$. Ĉi tiu kontrastas kun ekvacioj (19) kaj (17) de [1], kiuj indikas ke la observanto ricevas signalojn je ĉiuj momentoj $-\infty < \tau < \infty$. La kialo de tiu malsameco estas, ke ĉe [1] la tempo τ estas propratempo de moviĝanta observanto, kvankam en ĉi tiu artikolo la tempo τ estas propratempo de restanta observanto. La fluoj de la du tempoj estas tre malsamaj.

En estonta artikolo ni prezentos sistemojn kies fonto kaj observanto ambaŭ estas akcelataj. Kelkaj el ĝiaj rezultoj estas mirindaj.

4 Comentários

Nós considerámos o observador imóvel em um sistema de referência inercial S e uma fonte em movimento, como na figura (1.a). Nós mostrámos, veja a figura (3.a), que a luz emitida a partir de $x = 0$ (mínima distância ao observador, em S) será recebida com deslocamento para o vermelho. Entretanto, no artigo anterior [1] (veja lá a figura 1), no qual a fonte está parada no sistema inercial Σ e o observador está em movimento, a luz recebida quando o observador está em $x = 0$ é vista com deslocamento para o azul. Esta diferença é natural na relatividade especial, e nós vamos explicá-la em um futuro artigo de revisão; veja também [3].

Aqui nós vimos, nas figuras (2.b) e (4.b), que o observador recebe sinais vindos da fonte somente após o tempo próprio finito $\tau = -A$ do observador. Isto contrasta com as equações (19) e (17) de [1], as quais indicam que o observador recebe sinais em todos os momentos $-\infty < \tau < \infty$. O motivo desta diferença é que em [1] o tempo τ é tempo próprio de observador em movimento, enquanto que neste artigo o tempo τ é tempo próprio de observador em repouso. Os dois tempos correm de modo muito diferente.

Em um futuro artigo nós apresentaremos sistemas em que a fonte e o observador estão ambos acelerados. Alguns dos seus resultados são muito interessantes.

Citaĵoj | Referências

[1] F.M. Paiva kaj A.F.F. Teixeira, *Relativeca Dopplera efekto ĉe unuforme akcelata movo – I*, `http://arxiv.org/abs/physics/0701092`

[2] B. Rothenstein et al., *Relativistic Doppler effect free of "plane wave" and "very high frequency" assumptions*, Apeiron **12** (2005) 122-135

[3] F. M. Paiva kaj A. F. F. Teixeira, *La relativeca tempo - I*, `http://arxiv.org/abs/physics/0603053`