

CBPF-MO-002/83

DUALIDADE E BOLAS DE GRUDE

Alberto F.S. Santoro

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF/CNPq
Rua Xavier Sigaud, 150
22290 - Rio de Janeiro, RJ - Brasil

CBPF-MO-002/83

DUALIDADE E BOLAS DE GRUDE

Alberto F.S. Santoro

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF
Rio de Janeiro, RJ - Brasil

ERRATA

PÁGINA	LINHA*	ONDE SE LÊ	LEIA-SE
Apresentação	4† e 4†	grude	Grude
"	2†	campos	Campos
"	7†	bolas de grude	Bolas de Grude
1	9† e 21†	grude	Grude
1	8†	"bo -	"Bo -
1	13†	pela dualidade	pela hipótese da <u>Dua</u> lidade
1	15†	modelo	Modelo
1	8†	"teoria	"Teoria
2	8†	na Teoria	na teoria
2	12†	modelo	Modelo
2	13†	física de altas energias	Física de Altas Energias
2	15†	física de partículas	Física de Partículas
2	6†	aqui: o caso	àqui o caso
3	Legenda	Mandelstan	Mandelstam
3	4†	4-momentos	quadrimentos
3	10†	Energias e Impulsões	energias e Impulsões
4	formula (6)	$S + t + u = \dots$	$s + t + u = \dots$
4	7†	Ener-	ener-

*Exemplo: 3† \equiv 3^a linha contada de baixo para cima.

3‡ \equiv 3^a linha contada de cima para baixo.

PÁGINA	LINHA	ONDE SE LÊ	LEIA-SE
4	12↑	- O.S. do Laboratório	- O sistema do laboratório,
5	1↑	4-vetor	quadrivector
5	4↑	R_{ab}	R_{ab}
8	abaixo de (18)	e $P_\ell(\cos\theta_s) \dots$	e $P_\ell(\cos\theta_s) \dots$
9	11↑	nós enviamos o leitor	nós sugerimos ao leitor
9	11↑	Para detalhes maiores	Para maiores detalhes
11	9↑	.E vejamos...	.Vejamos...
11	13↑	...espalhamento.	...espalhamento,...
11	7↑	...fortes e como...	...fortes como...
11	8↑	.Se tomarmos por exemplo o	Se tomarmos, por exemplo,
			o....
12	3↑	...que o modelo...	...que o Modelo...
12	10↑	...valores de a,...	...valores de A,...
13	6↑	...teorema ótico...	...Teorema Ótico...
13	Legenda e 7↑	...Unitaridade.	...unitaridade.
13	9↑	...Conservação da Probabi- lidade...	...conservação da probabilidade...
14	4↑	...teorema ótico...	...Teorema Ótico...
14	9↑	...teorema.	...Teorema.
15	11↑	...aqui com fa-	...aqui a fa-
16	12↑	teorema de Cauchy e trans- formamos a série (30)...	Teorema de Cauchy, e trans- formamos a série (30)...
16	2↑	E se $f(z = \ell, \text{inteiro} \geq 0) = 0$ então $f(z) \equiv 0$.	E se $f(z) = 0$, para to- dos os inteiros $z = \ell$, não negativos, então $f(z) \equiv 0$.
16	4↑	no semiplano por,	neste semiplano por,
16	7↑	teorema	Teorema

PÁGINA	LINHA	ONDE SE LÊ	LEIA-SE
17	7+	dispersão	Dispersão
17	8+	Relações de Dispersão para a	relações de dispersão na
17	10+	...totals e que,....	totais que, ...
17	11+	...teorema ótico...	...teorema Ótico...
17	14+	...é real e que	...é real no eixo real e que
17	1+	Dispersão	dispersão
18	1+, 8+	Dispersão	dispersão
19	13+	segunda espécie	Segunda Espécie
22	13+	...das amplitudes	da amplitude
22	18+	considerados	considerá-los
22	24+	elevados e compatível	elevados e é compatível
23	2+	o que chamamos de	Esta expressão (49) é chamada de
23	2+	...para $F(z)$, e genera	para $F(z)$. Genera-
23	8+	...isto é, se $ F(z) \rightarrow 0$...talque, não só $ F(z) \rightarrow 0$
23	9+	rápido	rapidamente
24	fórmula (51)	$\int_{z_0}^{\bar{z}_0} \text{Im}F(z') z'^P dz'$	$\int_{z_0}^{\bar{z}} \text{Im}F(z') z'^P dz'$
24	8+	Energia	energia
25	6+	global	Global
25	9+	soma de momento contínuo	Soma de Momento Contínuo.
26	1+	grude	Grude
26	3+	para o que concerne	no que concerne

PÁGINA	LINHA	ONDE SE LÊ	LEIA-SE
26	3†	aplicação de Regge	aplicação do Modelo de Regge.
26	15†	amplitude exótica	amplitudes exóticas
27	3†	Ressonâncias	ressonâncias
27	4†	da Dominância das	a da Dominância de
28	1†	e Pomeron	e o Pomeron
28	19	global	Global
29	7†	Mésons	Mésons
29	8†	Barions	barions
30	1†	Quarks	quarks
33	1†	modelo	Modelo
33	1†, 2†, 3†	Quarks	quarks
33	2†	Barions	barions
33	6†	Compostos	compostos
34	7†	Quânticos de Quarks	quânticos de quarks
34	11†	Será representado	serão representados
35	5†	Méson-Barion	méson-barion
35	8†	Quarks	quarks
35	12†	etc., o leitor	etc. . O leitor
35	15†	"fase"	"Fase"
35	3†	dualidade: Ressonâncias	Dualidade: Ressonâncias
36	Legenda fig. 16	Quarks, Méson	quarks, méson
36	Legenda fig. 17	Quarks, Méson	quarks, méson
36	3†	mas por deformação	Por deformação.
36	8†	17,	17:
36	10†	um segundo	A um segundo

PÁGINA	LINHA	ONDE SE LÊ	LEIA-SE
37	Legenda fig. 18	Quarks, Mésons	quarks, mésons
37	10+	Méson, Barion	méson, barion
37	Legenda fig. 19	Méson, real	méson, Real
38	Legenda fig. 20	Quarks	quarks
38	exercício 15	Quarks	quarks
38	exercício 15	Barion	barion
38	3+	"fase", "real"	"Fase", "Real"
39	4+	Signatura	"Signature"
39	6+	fase	Fase
39	8+	real	Real
39	15+	sobre as	é descrito usando
39	15+	Helicidade,	Helicidade e
39	18+	somente da	somente dar
39	18+	modelo	Modelo
39	1+	canais conjugados	Canais Conjugados
40	12+	reação e que se cruzam	reação se cruzam
41	9+ e 10+	Méson, Barion	méson, barion
43	1+	modelo	Modelo
43	12+	Cor	cor
43	15+	grude	Grude
44	10+ e 11+	de dualidade seu <u>e</u> nunciado fica	de dualidade o enun- ciado da (R.O.Z.I.) fica
44	12+	Quarks	quarks
44	12+	implica em processo	implicam em um processo
44	6+	conectados	conectadas
45	10+	14 Mev	140 Mev

PÁGINA	LINHA	ONDE SE LÊ	LEIA-SE
45	14↑	Quarks	quarks
46	Legenda fig. 26	Quarks	quarks
46	Legenda fig. 27	Quarks	quarks
47	3↑	feito sobre o	dedicado a este
47	6↑, 7↑	Quarks	quarks
47	11↑	Isospin	isospin
47	12↑	Estranheza	estranheza
47	13↑	São sabores os Quarks	Os quarks tem sabores
47	11↑	Quark	quark
50	2↑	Cor	cor
50	5↑	lagrangean	Lagrangean
51	5↑	interações	Interações
51	8↑	fóton	Fóton
52	2↑	gloun	gluon
52	3↑	foton	fótons
52	9↑	Bolas de fótons	"Bolas de Fótons"
52	16↑	Quarks	quarks
52	19↑	Barions e Mésos	barions e mésons
53	5↑	Hidrogenio Quântico	hidrogênio quântico
54	10↑	Quarks	quarks
55	1↑	Quarks	quarks
55	4↑	Quarkonium	quarkonium
56	7↑	1/Nc	1/N _c
57	9↑	Quarks	quarks
58	9↑	Quarks	quarks
60	7↑	grude	Grude
61	Legenda fig. 40	Méson	méson
61	Legenda fig. 41	Méson	méson
68	4↑	hipótese,	hipótese ⁴⁴ e ² ,

PÁGINA	LINHA	ONDE SE LÊ	LEIA-SE
70	12↑	do tipo π	do tipo πN
71	Legenda fig. 42	a reaçã	a reação
74	6↑	teorema	Teorema
74	11↑	$I^{G_0^+}$	$I^G = 0^+$
78	tabela	Via Excitação Radical ... < 1.	> 1.
79	13↑	com um	como um
81	4↑	real	Real
81	4↑	dualidade	Dualidade
81	5↑	fase	Fase
81	9↑	Quarks	quarks
83	2↑	Quarks	quarks
84	1↑	fase real	Fase Real
85	1↑	Quarks	quarks
87	2↑	Quarks	quarks
89	3↑	Permitido	permitido
89	15↑	grude	Grude
89	22↑	Quarkonium	quarkonium
Referência	10	(1a) cap. 11 e (1b)	(1a) cap. VII e (1b)
Referência	60c	46a	47a

APRESENTAÇÃO

Este curso foi dado na II^a Escola de Partículas e Campos "Jorge André Swieca" - 1983 - com um objetivo duplo. De um lado mostrar um dos excitantes temas contemporâneos da Física de Partículas introduzido como uma consequência direta da Cromodinâmica Quântica (QCD) - "Bolas de grude" (B.G.) (Glueballs), - hádrons constituídos somente de gluons, e de outro lado relemburar a "velha e boa fenomenologia" hadrônica. Nesta parte nós fizemos um resumo do modelo de Regge e Dualidade.

A idéia global do curso, tal como ele foi apresentado na Escola, foi combinar vários aspectos da fenomenologia hadrônica centrada nas Bolas de grude. Ele foi pensado de forma complementar com o curso de C. O. Escobar sobre as regras de soma na QCD.

Sobre "bolas de grude", tanto do ponto de vista teórico quanto experimental nós fizemos uma revisão quase completa correlacionando-as com outros objetos que erradamente tem sido indicado como candidatos à Bolas de grude.

Finalmente, agradeço ao Comitê Organizador que me convidou para dar este curso na II^a Escola de campos e Partículas Jorge André Swieca - 1983 - .

I. REGGEOLOGIA E DUALIDADE (Fenomenologia Incolor)

1. FUNDAMENTOS

A - Introdução - Notação e Cinemática

B - Modelo de Regge

a) Propriedades gerais exigidas na Derivação do Modelo

i) Modelo de troca de Números Quânticos - Periferismo

ii) Unitaridade

iii) Analiticidade

iv) Cruzamento

v) Comportamento Assintótico

vi) Acordo com a Experiência

b) A Amplitude de Regge

i) Problemas ligados ao prolongamento analítico de uma amplitude de ondas parciais

ii) Transformação de Sommerfeld-Watson

iii) Interpolação única - Teorema de Carlson

iv) Relações de Dispersão com e sem subtração

v) Fórmula de Froissart-Gribov

vi) As hipóteses de Regge - Amplitude de Espalhamento e propriedades

C - Regra de Superconvergência

D - Regra de Soma de Energia Finita (R.S.E.F.)

2. HIPÓTESE DINÂMICA DA DUALIDADE

A - Introdução

B - Dominância de Ressonâncias - Dualidade global e local

C - Pomeron - Ausência de Amplitude exótica-Modelo Veneziano

D - Gráficos de Dualidade - Hadrões compostos. Amplitude de Regge para $2 \rightarrow 2$ e $2 \rightarrow 3$

II. DUALIDADE E HADRONS PUROS DA Q.C.D. - BOLAS DE GRUDE

A - Regra de Okubo-Zweig-Iizuka (R.O.Z.I.)

B - (R.O.Z.I.) na Cromodinâmica Quântica (Q.C.D.)

i) Algumas comparações entre (Q.C.D.) e (Q.E.D.)

ii) O problema dos Estados Ligados

iii) Não existem Bolas de Grude (B.G.) clássicas

- iv) Gráficos de D.T.U. ("Dual topological Unitarity")
 - v) (R.O.Z.I.) e (B.G.)
 - vi) Gráficos de Cor - $1/N_c$ e (R.O.Z.I.)
 - vii) (R.O.Z.I.) com gráficos de cor
- C - Números Quânticos - J^{PC}
- D - Candidatos Experimentais
 - i) Generalidades
 - ii) $E(1420)$, $E_R(1440)$, $G(1440)$, $D'(1530)$
 - iii) $\theta(1640)$
 - iv) $S^*(980)$
 - v) $\gamma\gamma \rightarrow \rho\rho$
 - vi) $\phi\phi$, $G_T(2160)$, $G_{T_1}(2320)$
- E - Como e Onde Procurar Bolas de Grude

III. CONCLUSÃO

1. FUNDAMENTOS

- A - Introdução - Notação e Cinemática
- B - Modelo de Regge
- C - Regra de Superconvergência
- D - Regra de Soma de Energia Finita

A. Introdução - Notação e Cinemática.

Este não é um curso básico de pós-graduação. Nossa intenção é a de desenvolver um tema atual das interações fortes - "bolas de grude" - e para isto olhar os diversos aspectos que o envolvem. No decorrer das presentes notas nós veremos que é necessário para a sua compreensão, no estágio atual do conhecimento destes novos hadrons, introduzir didaticamente o assunto. Teríamos que começar pela dualidade mas esta foi introduzida na física hadrônica via o que se chamou de Teoria de Regge. Decidimos então começar por introduzir o modelo de Regge, e de uma certa forma, isto é muito bem vindo por uma razão muito simples: nos dá a todos a oportunidade de chamar atenção para a "velha" e boa fenomenologia hadrônica que dominou mais de duas décadas a física das interações fortes e que ainda hoje é um instrumento de trabalho para os físicos experimentais de partículas. Além disso, nós veremos que a ponte Regge - QCD pode ser sugerida via Pomeron e Bolas de grude.

É importante alertar o leitor para o fato de que certamente este programa descrito abaixo não é completo quanto ao assunto central "Bolas de Grude", daqui para frente referido como (B.G.). Há muitos outros enfoques que não serão tratados; por escolha arbitrária nossa de um lado, e de outro, por acharmos que do ponto de vista da fenomenologia este é possivelmente o melhor caminho.

Um outro ponto a chamar a atenção é que não são estas notas, tão pouco uma exposição completa da "teoria de Regge". São notas bastante resumidas sobre o assunto. Nós convidamos os curiosos a procurarem na literatura aqui indicada¹, maiores detalhes e um número de outros tópicos¹ relacionados à Reggeologia mas sem muita importância no presente contexto. Nós pensamos que, qualquer que seja a teoria definitiva das interações fortes ela certamente terá que conter dentro de si própria o comportamento de Regge para os hadrons interagindo entre hadrons via hadrons produzindo

hadrons. Esta não é uma afirmação gratuita, pois ainda hoje é o único modelo que explica os dados experimentais a altas energias no sentido que mencionamos acima.

Há várias maneiras² de abordar ou derivar o modelo de Regge. Nós esquematizaremos uma derivação e à posteriori, usando o desenvolvimento dos diagramas de Dualidade, nós derivamos as amplitudes para processos do tipo $a + b \rightarrow 1 + 2$ e $a + b \rightarrow 1 + 2 + 3$. O modelo de Polos de Regge tem suas raízes na Teoria de potencial³ mas, como veremos abaixo foram Chew, Frautschi, Gribov, Froissart e muitos outros que colocaram as idéias dos Polos de Regge na ordem do dia das interações fortes.

É preciso deixar claro que o modelo de Regge constitui uma etapa importante na física de altas energias e como já dissemos acima, ainda hoje, é um instrumento de grande utilidade para a física de partículas. É naturalmente limitado à uma região física diferente daquela para qual conhecemos hoje muitos resultados experimentais, isto é, a região das interações "duras". Mas não é tão pouco, para a região chamada "mole", um modelo que explica todos os fenômenos observados e sem problemas teóricos sérios. Muitos problemas ficaram sem solução e continuam em aberto e entre eles por exemplo a Singularidade de Pomeranchuk ou simplesmente Pomeron.

Nós diríamos que o marco principal que separa a fenomenologia de Regge, a fenomenologia do Modelo à Partons e Q.C.D. foi a descoberta experimental do J/ψ ($c\bar{c}$) e dos fenômenos a grande momento transversal.

Finalmente, vale a pena citar que o modelo de Regge foi derivado à partir de uma equação não relativística (a equação de Schrödinger)³. Outros trabalhos importantes, usando um formalismo rigoroso, chegam ao mesmo modelo⁴ partindo de equações relativísticas. A aplicabilidade deste último e a manipulação com os resultados são bem mais complicadas, daí, a nosso ver, o seu pouco uso. Nós só trataremos aqui: o caso sem spin.

Vamos então introduzir as variáveis mais comumente usadas na literatura e no texto a seguir.

Notação e Cinemática

Nós daremos apenas o essencial para seguirmos o texto principal destas notas com uma notação uniforme. É importante que

para aqueles que ainda não tem o hábito de lidar com regiões físicas estudadas em altas energias, consultar textos mais detalhados sobre o assunto⁵.

Tomemos uma interação qualquer do tipo $2 + 2$,

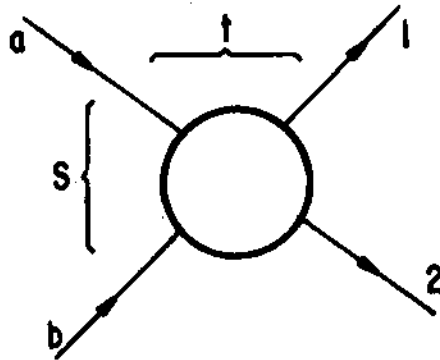


Fig.1 - Definição das variáveis de Mandelstan s e t para a reação $a + b \rightarrow 1 + 2$.

$$a + b \rightarrow 1 + 2 \quad (1)$$

onde a e b representam as partículas iniciais e 1 e 2 as partículas finais. As partículas serão definidas no espaço-tempo por quadrivetores denotados por $p_i \equiv (E_i \equiv p_i^0, \vec{p}_i)$, $i = a, b, 1, 2$. onde E_i e \vec{p}_i são respectivamente as Energias e Impulsões definidas em um sistema qualquer de repouso.

Com os quadrivetores p_i nós podemos definir um um certo número de invariantes:

Energia ao quadrado no sistema do Centro de Massa (S.C.M.):

$$s = (p_a + p_b)^2 \quad (2)$$

4-momentos transferidos ao quadrado

$$t = (p_a - p_1)^2 \quad (3)$$

$$u = (p_a - p_2)^2 \quad (4)$$

A conservação da energia-impulsão,

$$p_a + p_b = p_1 + p_2 \quad (5)$$

pode ser escrita como

$$S + t + u = m_a^2 + m_b^2 + m_1^2 + m_2^2 \quad (6)$$

Exercício nº 1: Mostre a expressão (6) a partir de (2), (3), (4) e (5).

onde m_i , são as massas das partículas $i = a, b, 1$ e 2 , respectivamente, isto é,

$$p_i^2 = m_i^2 \quad (7)$$

Pode-se definir um grande número de sistemas de repouso, os mais comumente usados são,

- O S.C.M. acima referido (Rab)

$$\vec{p}_a + \vec{p}_b = 0 \quad (8)$$

- O S. do Laboratório,

$$\vec{p}_b \neq 0 \quad (Rb)$$

Para se obter as impulsões e energias em qualquer sistema nós usamos as equações acima com algumas poucas manipulações algébricas. Para um sistema qualquer de repouso e para um número qualquer de partículas podemos usar a seguinte regra prática para obter Energias e impulsões em função dos invariantes associados ao processo estudado.

Regra prática para obtenção de qualquer $E_i, |\vec{p}_i|$ em função dos invariantes associados a um processo qualquer $a + b \rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots$:

Considere as seguintes fórmulas bem conhecidas:

$$|\vec{p}_i^{RI}| = p_i^{RI} = \lambda^{1/2}(S, p_i^2, p_j^2) / 2\sqrt{S} \quad (9)$$

e

$$E_i^{RI} = p_i^0 = \frac{P_{RI} \cdot p_i}{\sqrt{P_{RI}^2}} \quad (10)$$

onde,

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2(xy + xz + yz) \quad (11)$$

e use a figura 2 como representação gráfica da regra que defini-
mos abaixo,

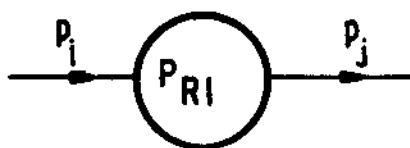


Fig. 2 - Representação gráfica da Regra Mnemônica para o cálculo das impulsões de uma reação qualquer. p_i, p_j e P_{RI} estão definidas no texto.

onde, $p_i \equiv$ representa a 4-impulsão que desejamos calcular, P_{RI} é o conjunto de 4-impulsões representando o sistema de repouso no qual desejamos calcular p e E , por exemplo:

$$\begin{aligned} P_{RI} \text{ para o S.C.M.} &= P_{Rab} = p_a + p_b \\ \text{para o S.Lab.} &= P_{Rb} = p_b \\ &\dots \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

e ainda $S_i = P_{RI}^2 : S_{ab} = (p_a + p_b)^2 \Rightarrow$ para o S.C.M.

$$S_b = p_b^2 = m_b^2 \Rightarrow \text{para o Lab.}$$

Cálculo de $|\vec{p}_i|$:

1) Coloque dentro do círculo da figura acima os 4-vetores que de-
finem o sistema de repouso em questão. Exemplo:

$$R_{ab} \equiv \text{S.C.M.} \quad P_{RI} = P_{ab} = p_a + p_b.$$

$$R_{12} \equiv \text{S.Repouso} \quad \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0 \Rightarrow P_{RI} = P_{12} = p_1 + p_2$$

etc.

2) Entrando, coloca-se o 4-vetor que se deseja calcular (p_i).

3) Saíndo, todos os 4-vetores que sobram da conservação de Energia-Impulsão,

Exemplo: Se $P_i = p_1$
 $P_{R1} = p_a + p_b$
 então $p_j = p_2$
 já que $p_a + p_b = p_1 + p_2$

4) Se p_i for um dos 4-vetores do "sistema de repouso", subtrai-se p_i de p_j . Exemplo:

Calculemos $p_a^{S.C.M.} = p_i$ do processo $p_a + p_b = p_1 + p_2 + p_3$

$$P_{R1} = P_{ab} = p_a + p_b$$

p_j que por 3 seria apenas $p_1 + p_2 + p_3$ fica então

$$p_j = p_1 + p_2 + p_3 - p_a = p_b$$

5) Aplique a fórmula (9)

Em princípio para cada reação do tipo (1) nós temos algumas "vias" físicas possíveis. Vejamos na fig. 3 como são definidas as vias s, t e u de (1):

Via s (ou direta)

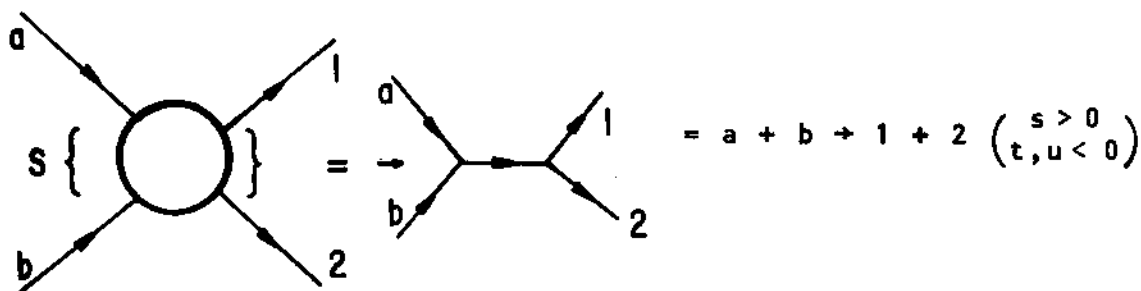


Fig. 3a

Via t

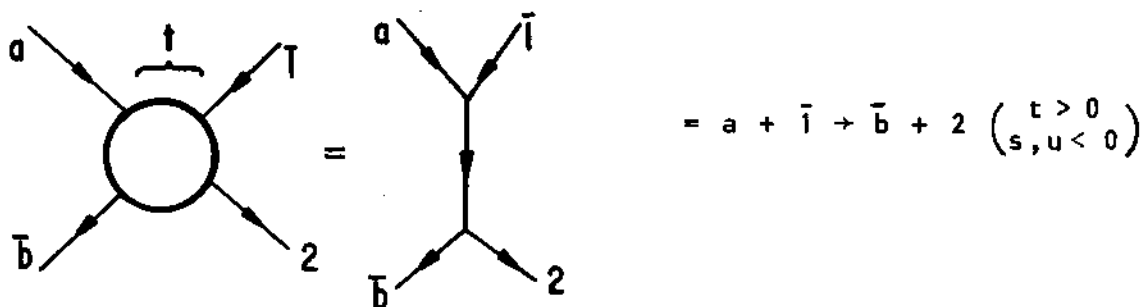


Fig. 3b

Via u

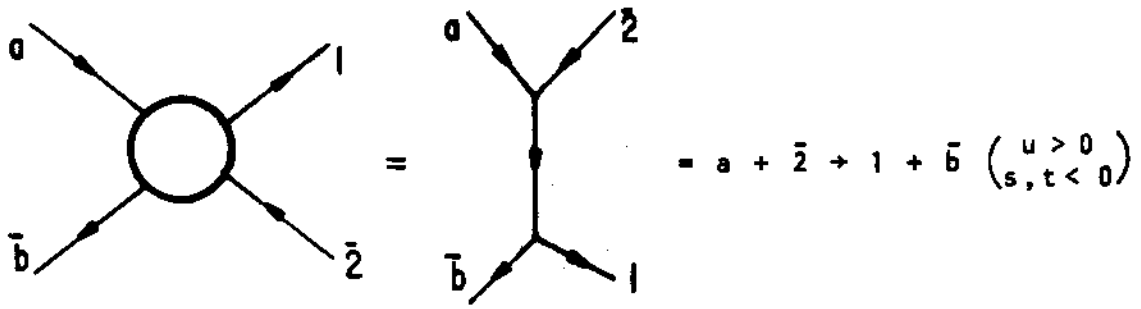


Fig. 3c

Fig. 3 - Definição dos canais s, t e u para uma reação do tipo $a + b \rightarrow 1 + 2$. a) canal s, b) canal t, c) canal u.

Exemplo: $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$ via s
 $\pi^+ \pi^- \rightarrow \bar{p} p$ via t
 $\pi^+ \bar{p} \rightarrow \pi^+ \bar{p}$ via u

As regiões físicas correspondentes a cada uma destas vias podem ser visualizadas pelo triângulo equilátero na figura 4.

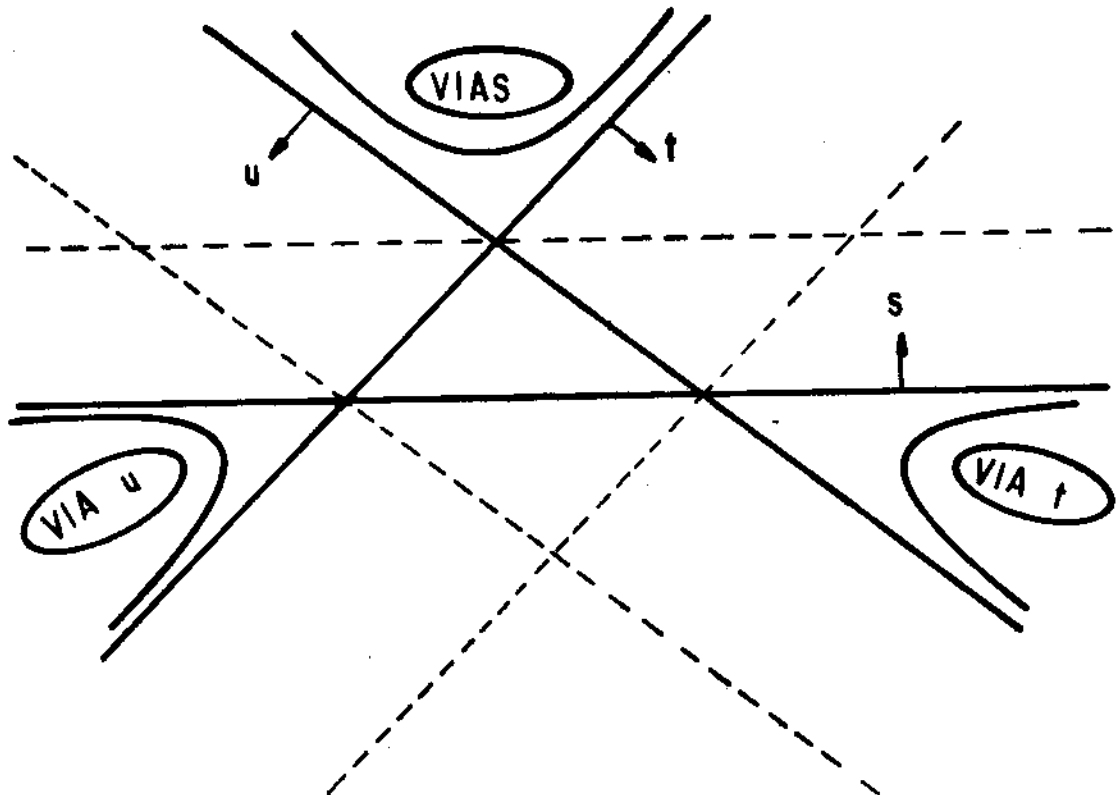


Fig. 4 - Representação das regiões físicas s, t e u.

A amplitude de transição para a reação da via s é:

$$F(s, t) = \langle p_1, p_2 | T | p_a, p_b \rangle \quad (12)$$

onde T e a matriz S tem a seguinte relação,

$$S_{fi} = \delta_{fi} + i(2\pi)^4 \delta_4(P_i - P_f) T_{fi} \quad (13)$$

A seção de choque diferencial é dada por:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\pi s p_a^{*2}} |F(s, t)|^2 \quad (14)$$

e a seção de choque total,

$$\sigma_T = \frac{1}{2p_a^* \sqrt{s}} \text{Im} F(s, t=0) \quad (15)$$

Como à altas energias,

$$p_a^* = \frac{\sqrt{s}}{2} \quad (16)$$

temos:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\pi s^2} |F^{as}(s, t)|^2 \quad (14a)$$

e

$$\sigma_T = \frac{1}{s} \text{Im} F^{as}(s, t=0) \quad (15a)$$

A amplitude desenvolvida em série das ondas parciais se escreve como:

$$F(s, t) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) P_{\ell}(\cos\theta_s) a_{\ell}(s) \quad (17)$$

onde

$$a_{\ell}(s) = \frac{8\pi\sqrt{s}}{p_a^*} e^{i\delta_{\ell}} \text{sen}\delta_{\ell} \quad (18)$$

e

$P_{\ell}(\cos\theta_s)$ são os polinômios de Legendre para cada onda de momento angular orbital ℓ e $\delta_{\ell}(s)$ a defasagem respectiva.

Para um processo do tipo $2 \rightarrow 3$ pode-se obter igualmente alguns dos invariantes possíveis de serem construídos a partir dos 4-vetores indicados na figura 5:

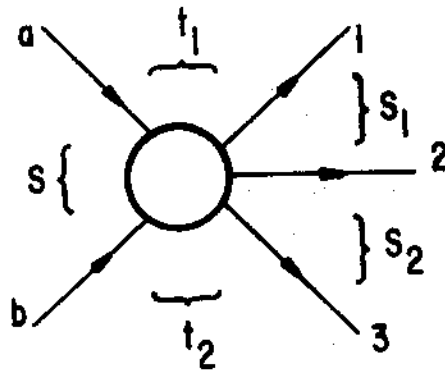


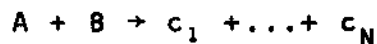
Fig. 5 - Definição das invariantes s , s_1 , s_2 , t_1 , t_2 para a reação $a + b \rightarrow 1 + 2 + 3$.

$$\begin{aligned}
 s &= (p_a + p_b)^2 \\
 s_1 &= (p_1 + p_2)^2 \\
 s_2 &= (p_2 + p_3)^2 \\
 s_3 &= (p_1 + p_3)^2
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
 t_1 &= (p_a - p_1)^2 \\
 t_2 &= (p_b - p_3)^2 \\
 u_1 &= (p_a - p_2)^2 \\
 u_2 &= (p_b - p_2)^2
 \end{aligned} \tag{20}$$

Observe que o número de vias é bem maior, como seria de se esperar. Para detalhes maiores e sobre o espaço de fase nós enviaremos o leitor à ref. 5.

Finalmente, qualquer que seja o processo, é importante saber quantas variáveis independentes nós temos em cada reação para que se possa estudar o espaço de fase e as integrações exigidas para determinação de uma seção de choque. Para um processo exclusivo do tipo



temos: $3N$ (componentes de momento) - 4 (vínculos dados pela conservação de energia - impulsão) - 1 (pela simetria azimutal) + 1 (da energia incidente) = $(3N - 4)$ variáveis independentes. Já para um

processo inclusivo do tipo



temos: 2 componentes de momentum (\vec{p}_T, \vec{p}_L) + 1 (energia total) = 3 variáveis independentes.

Exercício nº 2: Calcule $|\vec{p}_i|$ e E_i , $i = a, b, 1, 2$ e 3 para o processo $a + b \rightarrow 1 + 2 + 3$ nos sistemas de repouso:

- | | | |
|-------------------|-------------------------------|------------|
| a) S.C.M. : | $(\vec{p}_a + \vec{p}_b) = 0$ | - R_{ab} |
| b) S.Lab. : | $\vec{p}_b = 0$ | - R_b |
| c) S.Repouso 12 : | $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$ | - R_{12} |

Exercício nº 3: Mostre as seguintes relações:

$$S_1 + S_2 + S_3 = S + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2$$

$$S_1 + t_1 + t_{a2} = t_2 + m_a^2 + m_1^2 + m_2^2$$

$$t_{a3} + S + t_2 = S_1 + m_a^2 + m_b^2 + m_3^2$$

$$t_{b1} + S + t_1 = S_2 + m_a^2 + m_b^2 + m_1^2$$

$$t_{b2} + t_2 + S_2 = t_1 + m_b^2 + m_2^2 + m_3^2$$

B. Modelo de Regge.

a) Propriedades gerais exigidas na derivação do modelo.

- i) Modelo de troca de Números Quânticos - Periferismo.
- ii) Unitaridade.
- iii) Analiticidade.
- iv) Cruzamento.
- v) Comportamento assintótico.
- vi) Acordo com a experiência.

i) Modelo de troca de Números Quânticos - Periferismo

Exercício nº 4: Quais as reações das vias t e u correspondentes as reações elásticas (via s): π^+p , π^-p , π^+n , π^-n , k^+p , k^-p , pp , $p\bar{p}$. Quais os possíveis conjuntos de números quânticos trocados em cada via e identifique-os com partículas existentes.

O modelo que desejamos construir (Regge) deverá possuir todas as propriedades (i) \rightarrow (vi) acima, para que ele possa vir a ser um modelo que descreve bem os dados experimentais à altas energias para as reações hadrons-hadrons. Uma primeira propriedade é a de ser um modelo periférico. E vejamos então como podemos compreender o periferismo neste contexto. Em teoria de potencial, estudando-se as diversas regiões de um espalhamento nós definimos um parâmetro de impacto associado às ondas parciais que contribuem para a amplitude de espalhamento. ($\ell = kb$; ℓ = momento angular orbital, k = momentum da partícula incidente e b = parâmetro de impacto). Em princípio para o espalhamento total contribuem todas as ondas parciais, mas por razões práticas nós podemos dividir as regiões físicas do espalhamento em relação ao raio de interação do centro espalhador descrito por um potencial. Uma configuração periférica neste contexto se define considerando somente alguns valores para o parâmetro de impacto b , isto é, aqueles que são vizinhos do raio de interação dado pelo potencial. E são estes os que contribuem eficazmente para a amplitude de espalhamento.

Isto pode ser conseguido em uma teoria de potencial na qual nós definimos uma amplitude de espalhamento em função do potencial. Se tomarmos por exemplo o potencial de Yukawa como um potencial que (de forma ingênua) descreve as interações fortes e como um bom "potencial de troca",

$$V(r) \sim g^2 \frac{e^{-mr}}{r} \quad (21)$$

onde $a = 1/m$ mede o alcance do potencial, e para a função de onda a aproximação de Born, nós encontraremos facilmente para a amplitude de espalhamento o que chamamos de termo de Born,

$$A(s, t) \sim \frac{g^2}{t - m^2} \quad (22)$$

onde t é o 4-momentum transferido entre as partículas inicial e final como na figura 6.

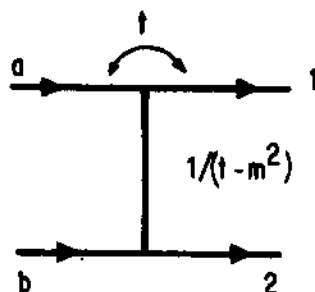


Fig. 6 - Gráfico de via t para a seção $a + b \rightarrow 1 + 2$.

Exercício nº 5: Mostre que a partir da amplitude de espalhamento $A(\vec{k}, \vec{k}') \simeq \frac{1}{4\pi} \int e^{i\vec{k}' \cdot \vec{r}'} U(r') \psi(r') dr'$ e usando $U(r) \simeq g^2 \frac{e^{-mr}}{r}$ e para $\psi(r) \simeq e^{ikz} = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$ (aprox. de Born) obtém-se $A(s, t) \simeq \frac{g^2}{t - m^2}$.
Sugestão: Ver ref. 1a parágrafo 1.13.

Nós dizemos então que um modelo como este é um modelo periférico no sentido de que as pequenas massas dão grande contribuição para a amplitude de espalhamento. E pequenas massas dão grandes valores de α , evidentemente dentro da região de interação.

Nós veremos mais adiante, que uma função do tipo

$$\alpha(t) = t - m^2 \quad (23)$$

é uma "trajetória de Regge". E as trajetórias de Regge representam os "Reggeons" trocados. Esta troca aparece na amplitude como um polo chamado de Polo de Regge, como,

$$\frac{1}{\alpha(t)} \simeq \frac{1}{t - m^2} \quad (24)$$

Isto justifica nossa proposta inicial que é a de exigir que o modelo de Regge seja um modelo periférico. A múltipla troca de Reggeons é muitas vezes referida na literatura como multiperiferismo.

II) Unitariedade

A unitariedade da matriz S ,

$$(SS^\dagger)_{fi} = \sum_n S_{fn} S_{ni} = \delta_{fi} \quad (25)$$

é a expressão da conservação da probabilidade e nos permite definir singularidades, como cortes nas amplitudes de espalhamento. O teorema óptico pode ser visto como um dos aspectos da unitariedade que graficamente pode ser visto pela figura 7.

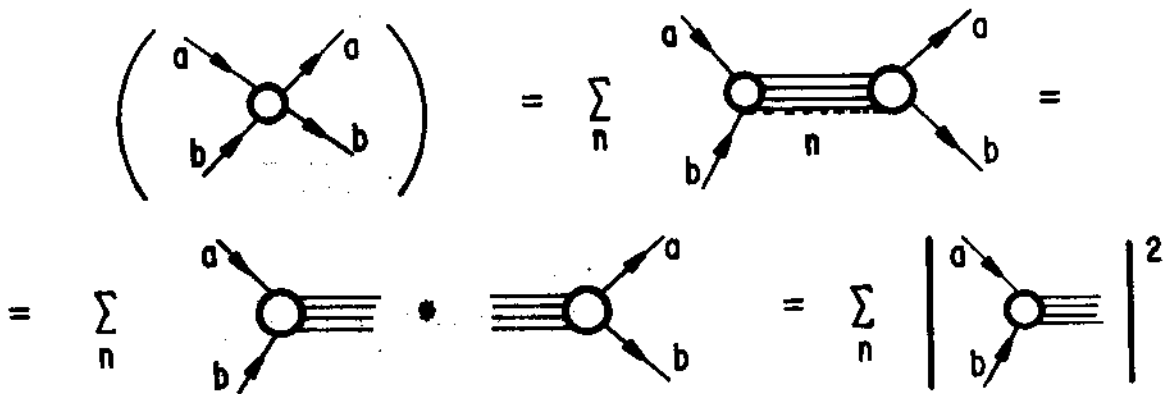


Fig. 7 - Ilustração gráfica representando a Unitariedade.

Esta condição também será exigida para o modelo de Regge.

Exercício nº 6: A partir da Conservação da Probabilidade $\sum_f |\langle f | S | i \rangle|^2 = 1$ mostre que a matriz S é unitária ($SS^\dagger = 1$). E a partir da Unitariedade da matriz S demonstre o Teorema Óptico $\sigma_{\text{Tot}} = \frac{1}{s} \text{Im} F(s, t=0)$. Qual a relação entre σ_{Tot} e $d\sigma/dt$?

III) Analiticidade

As amplitudes deverão ser funções analíticas dos 4-momenta das partículas da reação. Para uma reação a dois corpos, caso sem spin, a amplitude $F(s, t)$ só depende de duas variáveis e quando fixamos uma destas (s por exemplo) a função $F(s, t)$ é con-

siderada como função analítica no plano complexo da outra variável. Neste plano nós retiramos as singularidades do tipo polo (eventuais estados ligados) e cortes vindos da unitariedade e do "cruzamento".

iv) Cruzamento.

Esta propriedade diz que a função que descreve uma via física é a mesma para todas as outras e são ligadas entre si por um prolongamento analítico no espaço dos 4-momenta.

(s) (t) Prolongada analiticamente ã:
 $F(p_a, p_b, p_1, p_2) = F(q_a = p_a, q_1^- = -p_1, q_b^- = -p_b, q_2 = p_2)$

(s) (u) Prolongada analiticamente ã:
 $F(p_a, p_b, p_1, p_2) = F(r_a = p_a, r_2^- = -p_2, r_1 = p_1, r_b^- = -p_b)$

O prolongamento analítico é um problema técnico e deve ser feito com atenção para não cairmos em complicações suplementares.

v) Comportamento assintótico.

É evidente que desejamos um modelo que ã altas energias possa dar bons resultados. Para isto é necessário que os principais teoremas assintóticos sejam satisfeitos. Estes são o "Limite de Froissart" e o teorema de Pomeranchuk.

Limite de Froissart⁶

Para uma amplitude de espalhamento elástico deveremos ter a altas energias, o seguinte comportamento:

$$|F(s, t = 0)| < cte. s(\ln s)^2 \tag{26}$$

e utilizando o teorema ótico, teremos:

$$\sigma_T < cte. (\ln s)^2 \tag{27}$$

Teorema de Pomeranchuk⁷

Se $\sigma = \sigma_T(1+2)$ e $\bar{\sigma} = \sigma_T(\bar{1}+2)$ tendem cada um ã uma cons

tante quando $s \rightarrow \infty$ e se a razão $\text{Re}F^{e\ell}(s,t)/\text{Im}F^{e\ell}(s,t)$ é limitada, então

$$\sigma(\infty) = \bar{\sigma}(\infty) \quad (28)$$

vi) Acordo com a experiência

Finalmente, é importante sobre tudo que o acordo com os dados experimentais seja bom, isto é:

- fraca dependência em s da seção de choque.
- forte dependência em t - Existência dos picos nas direções à 0° (para frente) e à 180° (para traz).

Nas referências indicadas anteriormente isto pode ser verificado mais em detalhe e não desejamos nos estender aqui com fatos bem conhecidos.

b) A amplitude de Regge.

- i) Problemas ligados ao prolongamento analítico de uma amplitude de ondas parciais.
- ii) Transformação de Sommerfeld-Watson.
- iii) Interpolação única-Teorema de Carlson.
- iv) Relações de dispersão com e sem subtração.
- v) Fórmula de Froissart-Gribov.
- vi) As hipóteses dos Polos de Regge-Amplitude de espalhamento e propriedades.

i) Problemas ligados ao prolongamento analítico de uma amplitude de ondas parciais.

Depois de vermos algumas propriedades gerais que deverão ser obedecidas pela função que desejamos para representar o modelo à altas energias, vamos seguir o esquema de derivação acima sem contudo entrar em detalhes.

A primeira tentativa que nos é sugerida seria a de tomar como primeira aproximação um só termo da série de ondas parciais (17), ou ainda, o termo de Born para uma só onda parcial. Mas é fácil de verificar que este termo viola o "limite de Froissart" (26) isto é, obtém-se um comportamento assintótico do tipo

$$F^{(t)}(s,t) \propto |s|^J \quad (29)$$

onde J é o spin da partícula trocada. Se $J > 1$ verifica-se que (29) viola o limite assintótico estabelecido para as amplitudes em (26). O que fizemos de errado ao procedermos desta maneira para o prolongamento analítico da amplitude de uma via para a outra? Foi simplesmente ultrapassado o limite de convergência da série

$$F^{(t)}(s, t) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) a_{\ell}(t) P_{\ell}(\cos\theta_t) \quad (30)$$

ii) Transformação de Sommerfeld-Watson

Para evitar este tipo de problemas é que usamos um artifício matemático chamado de Transformação de Sommerfeld-Watson que consiste em considerar a expansão em ondas parciais (30) como uma soma de resíduos de uma função analítica. Para isto usamos o teorema de Cauchy e transformamos a série (30) em uma integral e obtemos a fórmula de Sommerfeld-Watson:

$$F^{(t)}(s, t) = \frac{1}{2i} \int_C \frac{a(\rho, t) (2\rho + 1) P_{\rho}(-\cos\theta_t)}{\text{sen}(\pi\rho)} d\rho \quad (31)$$

Exercício nº 7: Mostre que (30) pode ser obtida de (31) usando o que dissemos acima.

iii) Interpolação única-Teorema de Carlson.

Uma vez resolvido o problema colocado no item (i) aparece um novo problema: o da unicidade da interpolação da série por uma integral.

Para obtermos uma interpolação que seja única e que tenha um bom comportamento assintótico nos valem os do teorema de Carlson⁸:

"Se $f(z)$ é uma função analítica para $\text{Re}z \geq 0$ e limitada no semiplano por,

$$|f(z)| < e^{\alpha |\text{Im}z| + \beta \text{Re}z}$$

onde α e β são reais e $\alpha < \pi$. E se $f(z = \ell, \text{inteiro} \geq 0) = 0$ então $f(z) \equiv 0$ ".

Nós iremos a seguir procurar trabalhar com funções Carlsonianas de modo a garantir, ao mesmo tempo, para a amplitude de espalhamento, a unicidade na interpolação acima e o bom comportamento assintótico. Antes de prosseguirmos neste caminho, introduziremos as relações de dispersão e depois retornaremos ao esquema de derivação em si.

iv) Relações de dispersão com e sem subtração

As aplicações das Relações de Dispersão para a física de partículas são inúmeras. Uma bem conhecida é a determinação da parte real da amplitude à luz das seções de choque totais e que, via o teorema ótico, nos dá a parte imaginária da amplitude elástica.

Consideremos uma função analítica $F(z)$ sobre o plano complexo z salvo para um corte sobre o eixo real, de $z_0 + \infty$.

Suponhamos ainda que $F(z)$ é real e que

$$\begin{aligned} F(z) &\rightarrow 0 \\ |z| &\rightarrow \infty \end{aligned}$$

Nós poderemos escrever agora, a integral de Cauchy sobre o contorno C da figura 8.

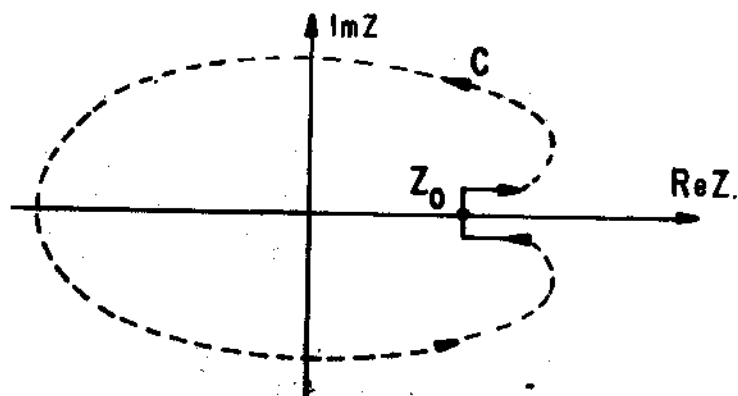


Fig. 8 - Diagrama de $\text{Im}z$ versus $\text{Re}z$. C é o contorno de integração referido no texto.

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{F(z')}{z' - z} dz' = \frac{1}{2\pi i} \left[\int_{z_0}^{\infty} \frac{F(z' + i\epsilon)}{z' + i\epsilon - z} dz' - \int_{z_0}^{\infty} \frac{F(z' - i\epsilon)}{z' - i\epsilon - z} dz' \right] \quad (32)$$

Para $\epsilon \rightarrow 0$ obtemos a relação de Dispersão sem subtração

$$F(z) = \frac{1}{\pi} \int_{z_0}^{\infty} \frac{\text{Im} F(z')}{z' - z} dz' \quad (33)$$

onde a integral é tomada no sentido de:

$$\frac{1}{z' - z \pm i\epsilon} = P \frac{1}{z' - z} \mp i\pi \delta(z' - z) \quad (34)$$

Exercício nº 8: Faça todas as passagens de (32) à (34) e generalize para o caso abaixo com n subtrações.

O caso de uma subtração, teremos quando

$$|F(z)| \rightarrow 0 \quad \text{mas} \quad \left| \frac{F(z)}{z} \right| \rightarrow 0$$

$$|z| \rightarrow \infty$$

e supondo que conhecemos $F(z_1)$ para $z_1 < z_0$. Encontraremos facilmente a relação,

$$F(z) = F(z_1) + \frac{z - z_1}{\pi} \int_{z_0}^{\infty} \frac{\text{Im} F(z')}{(z' - z_1)(z' - z)} dz' \quad (35)$$

Esta expressão é generalizável e obtém-se assim a relação de Dispersão com N subtrações,

$$F(z) = \sum_{i=0}^{N-1} f_i (z - z_1)^i + \frac{(z - z_1)^N}{\pi} \int_{z_0}^{\infty} \frac{\text{Im} F(z')}{(z' - z_1)^N (z' - z)} dz' \quad (36)$$

onde

$$f_i = \frac{1}{i!} \left. \frac{d^i F}{dz^i} \right|_{z = z_1}$$

Voltemos ao esquema de derivação.

v) Fórmula de Froissart-Gribov

Suponhamos agora que $F(s, t)$ é limitada polinomialmente no plano de $\cos \theta_t$ e assim escrevemos uma relação de Dispersão não subtraída,

$$F^{(t)}(x, t) = \frac{1}{\pi} \left[\int_{-\infty}^{-x_0} \frac{A_u(x', t)}{x' - x} dx' + \int_{x_0}^{\infty} \frac{A_s(x', t)}{x' - x} dx' \right] \quad (37)$$

onde $x = \cos \theta_t$ e $A_{s(u)}(x', t)$ é a parte absorviva da via $s(u)$ ou a discontinuidade (vinda da unitariedade) sobre o corte de direita (esquerda).

Tomando-se a inversa de (31) ou (30),

$$a_\ell(t) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} P_\ell(x) F^{(t)}(s, t) dx \quad (38)$$

e substituindo-se a expressão (37) em (38):

$$a_\ell(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{+1} P_\ell(x) dx \int_{x_0}^{\infty} \left(\frac{A_s(x', t)}{x' - x} - \frac{A_u(-x', t)}{x' + x} \right) dx' \quad (39)$$

Sabendo-se que o Polinômio de Legendre de segunda espécie se escreve como,

$$Q_\ell(x') = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \frac{P_\ell(x)}{x' - x} dx \quad (40)$$

podemos escrever (39) como,

$$a_\ell(t) = \frac{1}{\pi} \int_{x_0}^{\infty} Q_\ell(x') [A_s(x', t) + (-1)^\ell A_u(-x', t)] dx' \quad (41)$$

Isto, é especialmente interessante pelo fato de que $Q_\ell(x)$ é uma função Carlsoniana enquanto $P_\ell(x)$ não é.

Exercício nº 9: Mostre que: a) $Q_\ell(x)$ é uma função Carlsoniana; b) $P_\ell(x)$ não é uma função Carlsoniana; c) $(-1)^\ell = e^{-i\pi\ell}$ também não é uma função Carlsoniana.

Mas na fórmula (41) ainda existe um problema. A função $(-1)^\ell = e^{-i\pi\ell}$ não é Carlsoniana. Para contornar este problema definimos duas funções Carlsonianas, uma que interpola a sequência de

$a_\ell(t)$ para ℓ par e outra para os ℓ ímpares. Assim obtemos a fórmula de Froissart-Gribov:

$$a^\pm(\rho, t) = \frac{1}{\pi} \int_{x_0}^{\infty} Q_\rho(x') [\bar{A}_s(x', t) \pm A_u(-x, t)] dx' \quad (42)$$

Como $Q_\rho(x') \sim |x'|^{-1-\text{Re}\rho}$, $|x'|$ grande, fica então assegurada a convergência da integral (42) para $\text{Re}\rho > N$.

Exercício nº 10: Faça todas as passagens explicando-as até chegar em (42).

Para $\text{Re}\rho \leq N$ utilizamos o desenvolvimento em ondas parciais. Para amplitude $F(x, t)$ nós usaremos por simplicidade a notação geral

$$F^\pm(x, t) = \frac{1}{2} [\bar{F}^{(t)}(x, t) \pm F^{(t)}(-x, t)] \quad (43)$$

Levando em consideração o que dissemos acima desde o item (i) e a partir de (31) é fácil obter a expressão

$$F^\xi(x, t) = \sum_{0 \leq \ell \leq N} \frac{2\ell+1}{2} a_\ell(t) [\bar{P}_\ell(x) + \xi P_\ell(-x)] + \frac{1}{4i} \oint_{c'} (2\rho+1) a^\xi(\rho, t) [\bar{P}_\rho(-x) + \xi P_\rho(x)] d\rho \quad (44)$$

onde $\xi = \pm 1$ ($=(-1)^\ell$) e c' é o contorno aberto como mostra a figura 9.

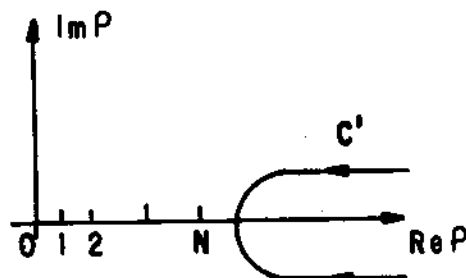


Fig. 9 - Contorno de integração da integral que aparece na fórmula (44).

vi) As hipóteses dos polos de Regge-Amplitude de espalhamento e propriedades.

É necessário agora, introduzir hipóteses suplementares sobre a analiticidade de $a(\rho, t)$ à esquerda de $\text{Re } \rho = N$.

1) É possível fazer um prolongamento analítico de $a(\rho, t)$ desde $\text{Re } \rho = N$ até $\text{Re } \rho = -1/2$ e as únicas singularidades de $a(\rho, t)$ serão polos móveis no semiplano $\text{Im } \rho \geq 0$, cuja posição é dada por $\alpha_i^\xi(t)$ e cujo resíduo é dado por $\gamma_i^\xi(t)$.

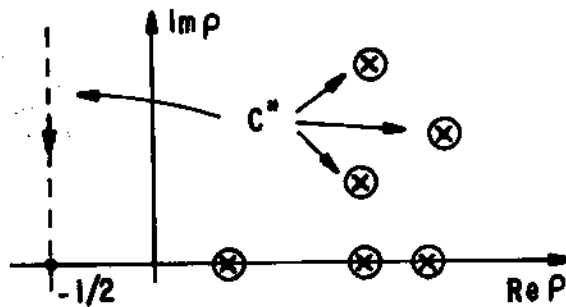


Fig. 10 - O contorno c'' representa a deformação do contorno c' da fig. 9 após o prolongamento analítico de $a(\rho, t)$.

2) O comportamento assintótico de $a(\rho, t)$ é tal que nós possamos desprezar a contribuição da integral sobre o semicírculo no infinito.

A deformação do contorno $c' \rightarrow c''$ nos permite calcular pela fórmula dos resíduos uma soma de termos que compensa exatamente a soma discreta da expressão (44) e ficam somente dois termos:

Exercício nº 11: Faça explicitamente as contas para chegar na expressão (45 e 46) como está indicado no texto.

$$F^\xi(x, t) = I^\xi(x, t) - \pi \sum_i \frac{2\alpha_i^\xi(t) + 1}{2\text{sen}\pi\alpha_i^\xi(t)} \gamma_i^\xi(t) \left[P_{\alpha_i^\xi(t)}^\xi(-x) + \xi P_{\alpha_i^\xi(t)}^\xi(x) \right] \quad (45)$$

onde

$$I^\xi(x, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{-1/2+i\infty}^{-1/2-i\infty} \frac{(2\rho + 1) a^\xi(\rho, t) [P_\rho^\xi(-x) + \xi P_\rho^\xi(x)]}{\text{sen}\pi\rho} \quad (46)$$

e o termo $I^\xi(x,t)$ é o que chamamos de "fundo". Este termo se comporta como $|x|^{-1/2}$ mas como estaremos em regiões de $\text{Re}\alpha > -1/2$ nós o desprezamos diante do segundo termo que se comporta como $|x|^\alpha$.

Observe que teremos polos para $\alpha_i^\xi(t) = \text{inteiros e não negativos}$. Mas nos interessa estudar o comportamento da expressão (45) para $|x| \gg 1$ onde

$$x = 1 + \frac{2s}{t-4m^2}$$

Agora, levando em consideração, a notação que tomamos em (43), o comportamento das funções de Legendre,

$$P_\alpha(x) = P_\alpha\left(1 + \frac{2s}{t-4m^2}\right) \underset{s \gg 1}{\sim} \frac{(-s)^\alpha}{(4m^2-t)^\alpha}$$

e

$$P_\alpha(-x) = P_\alpha\left(-1 - \frac{2s}{t-4m^2}\right) \underset{s \gg 1}{\sim} \frac{s^\alpha}{(4m^2-t)^\alpha},$$

que $(-s)^\alpha = s^\alpha e^{-i\pi\alpha}$ e ainda, que o comportamento no limiar, das amplitudes de onda parcial $((4m^2-t)^\alpha)$ faz desaparecer a aparente singularidade em $1/(4m^2-t)^\alpha$; nós encontraremos a expressão

$$F^{(s)}(s,t) = \sum_i \beta_i(t) \frac{(1 + \xi_i e^{-i\pi\alpha_i(t)})}{\text{sen}\pi\alpha_i(t)} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_i(t)} \quad (47)$$

onde $\beta_i(t) = \gamma_i^{a_1}(t) \gamma_i^{b_2}(t)$ (existem boas razões para considerar que a fatorização dos resíduos funciona bem e que considerados como uma constante é uma boa aproximação⁹).

Dentro do que nos propusemos, esboçar a derivação do Modelo de Regge, estamos contentes com a fórmula que obtivemos, já que ela preenche todas as exigências requeridas inicialmente. É um modelo de troca de números quânticos sob a forma de partículas, tem um bom comportamento para spins mais elevados e compatível com o limite de Froissart. As trajetórias $\alpha_i(t)$ e os resíduos $\beta_i(t)$ que caracterizam o modelo de Regge tem algumas propriedades e é bom lembra-las:

- são funções analíticas em t .
- devem ser reais na região dos estados ligados da via t .
- universalidade - só dependem de t e dos números quânticos trocados, não dependem das reações nas quais podem ser trocados.

- Os resíduos $\beta(t)$ são fatorizáveis:

$$\beta_{12 \rightarrow 34}(t) = \beta_{13}(t) \beta_{24}(t)$$

- $\beta(t) = \text{cte}$. é uma boa aproximação para os casos físicos a altas energias⁹.

Uma outra parametrização para (47) e muito usada é,

$$F(s, t) = \sum \beta_i(t) (1 + \xi_i e^{-i\pi\alpha_i(t)}) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha(t)} \Gamma(n - \alpha(t)) \quad (48)$$

onde n é o spin da primeira materialização da trajetória $\alpha(t)$. ($s_0 = 1 \text{ GeV}^2$ é um parametro de escala e sua variação significa introduzir fatores de forma).

Finalmente, aplicações e comparações com a experiência são inúmeras e o leitor interessado pode se dirigir a qualquer uma das referências já citadas ou consultar a bibliografia das interações fortes da década de 60 e 70.

Exercício nº 12: Verifique as expressões (47) e (48) que constituem a fórmula da amplitude de Regge. Discuta as vantagens de cada parametrização.

C. Regra de Superconvergência

Vamos agora continuar a construir o modelo Dual de Regge. Para isto vejamos quais os seus primeiros "tijolos".

Se nós temos agora uma função $F(z)$ que decresce rápido no infinito, isto é, se $|F(z)| \rightarrow 0$ mas também $|z F(z)| \rightarrow 0$ quando $|z| \rightarrow \infty$, definimos uma relação de dispersão para a função $h(z) = z F(z)$,

$$\begin{aligned} h(z) &= \frac{1}{\pi} \int_{z_0}^{\infty} \frac{z' \text{Im} F(z')}{z' - z} dz' = \frac{1}{\pi} \int_{z_0}^{\infty} \text{Im} F(z') dz' + \frac{z}{\pi} \int_{z_0}^{\infty} \frac{\text{Im} F(z')}{z' - z} dz' \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{z_0}^{\infty} \text{Im} F(z') dz' + z F(z) \\ \Rightarrow \int_{z_0}^{\infty} \text{Im} F(z') dz' &= 0 \end{aligned} \quad (49)$$

o que chamamos de regra de superconvergência para $F(z)$ e generalizando temos:

$$\frac{|z^N F(z)| \rightarrow 0}{|z| \rightarrow \infty} \Rightarrow \int_{z_0}^{\infty} z^p F(z') dz' = 0 \quad ; \quad p = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (50)$$

Exercício nº 13: Generalize a regra de superconvergência (49) en contrando a expressão (50).

D. Regra de Soma de Energia Finita¹⁰. (R.S.E.F.)

Suponhamos agora que nós conhecemos uma aproximação asintótica para nossa função $F(z)$ e que denotaremos por $F^{as}(z)$, satisfazendo as seguintes condições:

- 1) $|z^N (F(z) - F^{as}(z))| \rightarrow 0$ para $|z| \rightarrow \infty$
- 2) $|F(z) - F^{as}(z)| < \epsilon$ para $z > \bar{z}$ (real)
- 3) $F^{as}(z)$ tem um corte para $z \geq z_0$.

Então, é possível escrever a seguinte regra de superconvergência para $h(z) = F(z) - F^{as}(z)$

$$\int_{z_0}^{\infty} [\operatorname{Im} F(z') - \operatorname{Im} F^{as}(z')] z'^p dz' = 0 \quad , \quad p = 0, 1, \dots, N-1$$

se desprezarmos a integral de \bar{z} até ∞ que é da ordem de ϵ , obtemos,

$$\int_{z_0}^{\bar{z}} \operatorname{Im} F(z') z'^p dz' = \int_{z_0}^{\bar{z}} \operatorname{Im} F^{as}(z') z'^p dz' \quad . \quad (51)$$

O interesse desta expressão para as interações fortes aparece quando é possível identificar cada termo, como por exemplo:

- $F(z)$ com uma amplitude física que desejamos aproximar.
- z é uma variável de Energia. De um modo geral escolhemos uma variável explicitando propriedades de simetria ($z = v^2$) ou de antissimetria ($z = v = \frac{s-u}{2}$) da amplitude.
- F^{as} pode ser tomada como uma expressão do tipo Regge.
- \bar{z} é o valor para o qual o modelo assintótico dá resultados satisfatórios.
- ϵ é associado à largura das barras de erro experimental à altas energias.

Assim chegamos à regra de soma que desejamos (R.S.E.F.)

$$\int_0^{\infty} \text{Im} F(v, t) v^p dv = \sum_I \beta_I(t) \frac{v^{\alpha_I(t) + p + 1}}{\alpha_I(t) + p + 1} \quad (52)$$

Este resultado é extremamente importante. Ele estabelece uma relação das descrições à baixas e a altas energias em interação. Esta relação de equivalência fundamenta o estabelecimento de uma Dualidade que nós chamamos de Dualidade global.

Exercício nº 14: Mostre como se obtém (52)

Existem outras generalizações da (R.S.E.F.) como a Regra de soma de momento contínuo. (R.S.M.C.). Não temos interesse em continuar desenvolvendo aqui este capítulo da fenomenologia das interações fortes dado o nosso propósito nestas notas. Para o leitor interessado nós aconselhamos dirigir-se a extensa literatura sobre o assunto¹¹.

Nós chamamos a atenção para o fato de que foi via as (R.S.E.F.) que a dualidade foi introduzida nas interações fortes.

2. HIPÓTESE DINÂMICA DA DUALIDADE

- A - Introdução
- B - Dominância de Ressonâncias-Dualidade Global e Local
- C - Pomeron-Ausência de Amplitude exótica-Modelo de Veneziano
- D - Gráficos de Dualidade-Hadrons compostos

A. Introdução

Nós estamos interessados aqui em uma descrição que atenda a dois pontos particulares: o de mostrar ligeiramente todos os aspectos que precederam a Q.C.D. e um segundo ponto, o de construir uma ponte via Regra de Okubo - Zweig - Iizuka (R.O.Z.I.) na di

reção das Bolas de grude.

Nós seguiremos de perto algumas das referências já citadas anteriormente para o que concerne a parte de aplicação de Regge e algumas outras considerações sobre recentes aplicações da Dualidade poderão ser encontradas na ref.¹².

Por Dualidade nós entendemos, dois aspectos complementares, ligados entre si, de uma mesma realidade. A idéia de Dualidade é uma idéia de correspondência. O aspecto pré-QCD será descrito via a fenomenologia de Regge com a introdução das (R.S.E.F.) como vimos acima. Foi assim estabelecida uma relação de correspondência entre altas e baixas energias. Como nós veremos abaixo, este esquema teve grande sucesso ao mostrar que os modelos de interferência tomados tal como foram usados na Reggeologia cometiam o erro de dupla contagem. A introdução de hipóteses como a dominância de Ressonâncias, ausência de amplitude exótica levaram a um esquema coerente, formando todo um quadro que teve muitas aplicações na física hadrônica dominada pelo modelo de Regge. Alguns conceitos ficaram, tal como a (R.O.Z.I.) com grande sucesso até os nossos dias.

Em $e^+e^- \rightarrow$ hadrons nós vemos duas regiões distintas ligadas entre si, indicando uma correspondência entre diferentes componentes de uma mesma física. Podemos então estabelecer as seguintes relações,

$$\left(\begin{array}{l} \text{Região de Ressonâncias} \\ \text{Novas partículas} \\ e^+e^- \rightarrow \sum_V V(q \bar{q}) \end{array} \right) \Rightarrow \sigma_{\text{Novas Partículas}} \sim \sigma_{\text{Pares de Quarks Pesados}} \left(\begin{array}{l} e^+e^- \rightarrow QQ^- \\ \text{dominando o} \\ \text{continuum.} \end{array} \right)$$

Extrapolando-se esta situação no caso dos estados ligados, nós encontramos duas regiões distintas:

Região de produção de Charmonium:

$$4m_c^2 \leq M^2(c\bar{c}) \leq 4M_D^2$$

e a

Região de produção de partículas charmosas:

$$M^2(c\bar{c}) \geq 4M_D^2$$

o que nos leva estabelecer,

$$\sigma_{\text{Charmonia}} \approx \sigma_{\text{Charme aberto}}$$

Retomemos agora o nosso ponto inicial e vamos ver mais em detalhe cada parte mencionada. Vejamos o que se passa com respeito aos modelos de Interferência.

Todo modelo de Interferência pretende estabelecer duas ou mais componentes para a amplitude que descreve o processo físico em estudo. Este modelo, na fenomenologia de Regge foi proposto originalmente por Barger e Cline¹³ e teve grande sucesso ajustando os dados às altas energias¹⁴. Este modelo consiste essencialmente em supor que a descrição completa da amplitude é dada pela expressão.

$$F = F_{\text{Res.}} + F_{\text{Regge}}$$

no sentido de que às baixas energias as ressonâncias dominam completamente o espectro observado e às altas energias são os polos de Regge que dominam. Ora, a (R.S.E.F.) nos mostrou que existe uma correspondência global entre baixas e altas energias. É apontado então um aspecto dual das interações entre hadrons.

A consequência mais imediata desta proposição mostra que o modelo de interferência não é correto pois comete o erro de uma dupla contagem para as seções de choque. Então, um modelo de interferência correto seria,

$$F = F_{\text{Res.}} + F_{\text{Regge}} - \langle F_{\text{Regge}} \rangle$$

já que nenhuma das componentes isoladamente seria suficiente para descrever todos os dados experimentais. Este foi um dos passos importantes na construção de um esquema Dual mais acabado.

B. Dominância de Ressonâncias-Dualidade Global e Local

Outras hipóteses tiveram que ser estabelecidas para a construção da Dualidade hadrônica. Elas tiveram sua base principalmente na análise dos dados experimentais. Uma destas hipóteses foi a Dominância das Ressonâncias a qual consiste em supor que a amplitude é totalmente dominada pelas Ressonâncias, às baixas energias, e, às altas energias pelos polos de Regge.

Isto quer dizer ainda, como mostra a figura 11,

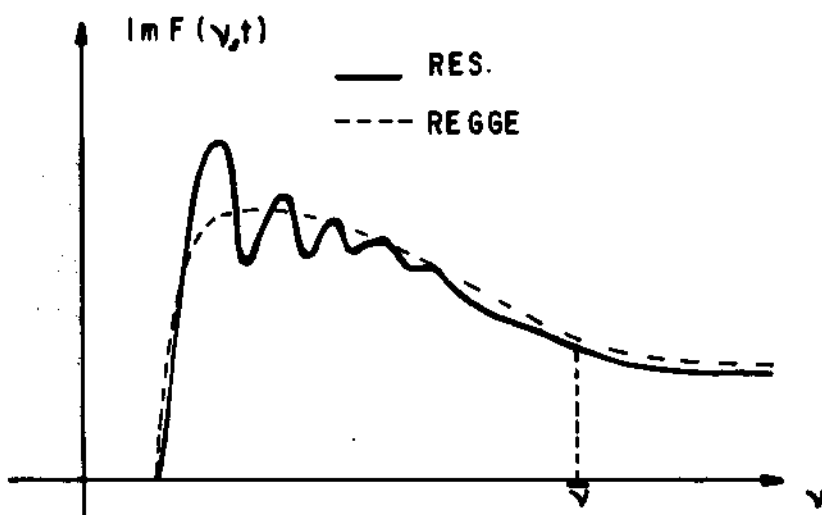


Fig. 11 - A Curva contínua representa a produção de ressonâncias e a curva tracejada equivalente, a amplitude de troca de Reggeons.

que a contribuição da soma dos Polos de Regge trocados, extrapolada às baixas energias corresponde em média a contribuição total das ressonâncias. É o que chamamos de Dualidade global. Esta proposta transforma a (R.S.E.F.) numa ferramenta bastante útil para a física hadrônica. Uma vez conhecida uma das duas descrições podemos inferir valores para uma hipotética parametrização da outra equivalente. Quando esta relação é válida para uma pequena região da variável de energia (v) então dizemos que a dualidade é local.

C. Pomeron-Ausência de Amplitude exótica-Modelo de Veneziano

Existem várias maneiras, equivalentes de definir o Pomeron, peça fundamental dentro do esquema dual de Regge. É a singularidade ou o polo de Regge que tem os números quânticos do vácuo e satura o limite de Froissart. $\{J^{PC} = 1^{++}, I^G = 0^+, Q = B = S = \dots 0\}$. É o Pomeron o polo de Regge responsável pela descrição das reações elásticas à $S \rightarrow \infty$. Por definição tem spin 1. Sobre suas analogias com o fóton e outros hadrons tem se trabalhado bastante fenomenologicamente¹⁵.

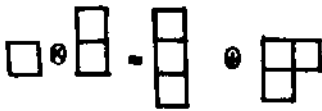
Então, às baixas energias existe até o presente uma componente chamada de Ressonâncias (Res) e uma outra de Fundo não Resonante (IB) enquanto que às altas energias temos os Reggeons (Regge) e Pomeron (IP) um polo de Regge particular. Agora é sugerido fácil!

mente uma dualidade e se pergunta então se existe uma dualidade também entre as componentes ou somente uma dualidade global entre

$$F_{\text{Baixas Energias}}^{(s)} = \text{Res.} + \mathcal{B} = F_{\text{Altas Energias}}^{(t)} = \text{Regge} + \mathcal{P}$$

Tentemos responder esta pergunta, introduzindo agora uma outra hipótese, a da ausência de amplitude exótica. São exóticos neste quadro, os conjuntos de números quânticos não preditos por SU(3) seja para os Mésons, aqueles fora dos octetos e singletos seja para os Barions, fora dos singletos octetos e decupletos. Isto é:

Mésons: $3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8$ via "tableaux de Young"¹⁶



Barions: $3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 10 \oplus 8 \oplus 8$



Como exemplo de vias exóticas temos as vias diretas das reações k^+p , pp , $\pi^+\pi^+$, π^+k^+ , k^+k^+ etc.

Por ausência de amplitude exótica nós queremos dizer que, se existem ressonâncias exóticas na via s, elas são em pequeno número e seus efeitos são desprezíveis diante das ressonâncias comuns. Isto implica em considerar que a única contribuição exótica para a parte imaginária da amplitude é aquela dada pela troca de Pomeron na via t. Vamos ver isto por um exemplo bem conhecido. As relações elásticas k^+p e k^-p .

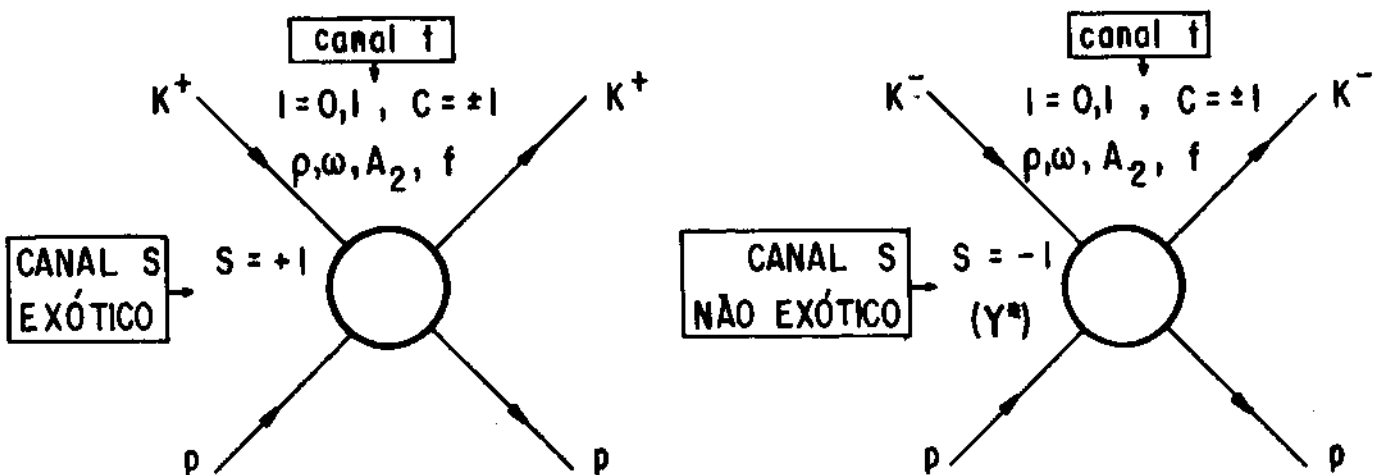


Fig. 12 - Exemplo de duas reações $k^+p \rightarrow k^+p$ e $k^-p \rightarrow k^-p$ com os mesmos números quânticos na via t, não exóticos, e a via direta de k^+p exótica.

Ambas trocam os números quânticos do vácuo ($J^{PC} = 1^{++} = |G = 0^+, Q = B = S = 0 \dots$) na via t mas somente k^+p tem números quânticos exóticos na via S.

Mas se tomarmos o fato estabelecido pela (R.S.E.F.) deve haver uma equivalência entre altas e baixas energias ou entre as descrições de via s e t. Gráficamente podemos representar este fato como nos diagramas indicados na figura 13.

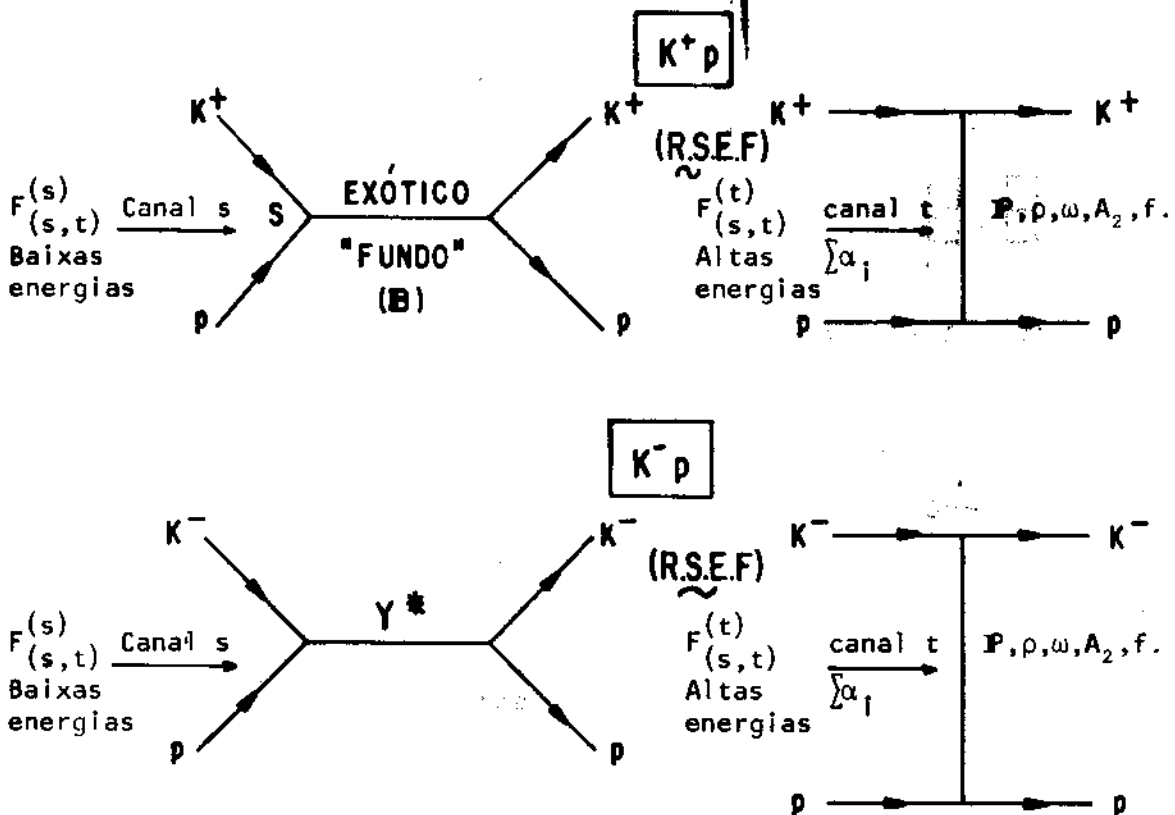


Fig. 13 - Correspondência gráfica entre via s e t segundo a Regra de Soma de Energia finita, para k^+p e k^-p .

Adiantando um pouco, os tipos de gráficos que daremos mais adiante, mas aproveitando o fato interessante que aparece aqui, e para levar a uma maior compreensão de que queremos mostrar, nós vamos ver como esta situação poderia ser entendida em termo de gráficos de Dualidade (Quarks), como na figura 14.

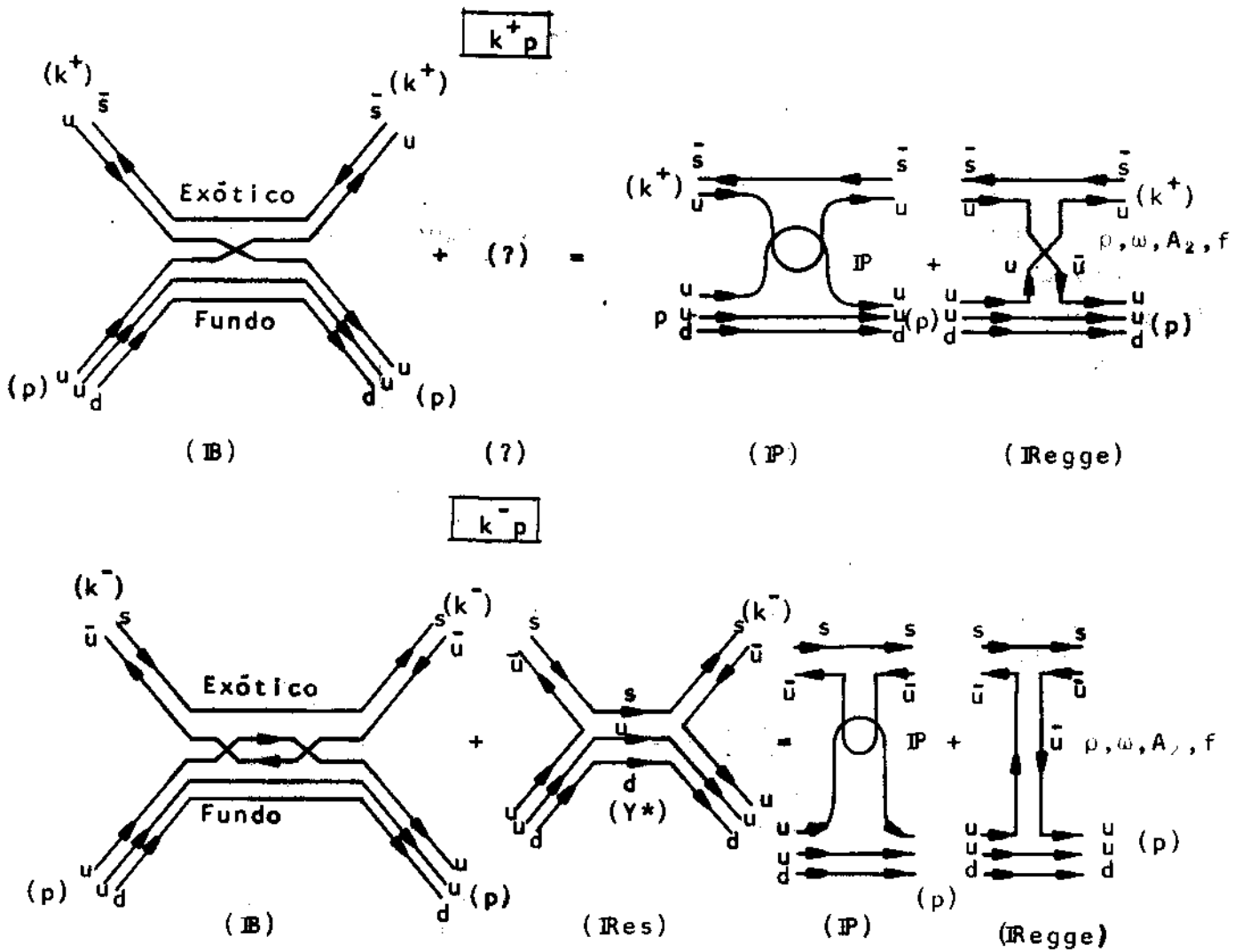


Fig. 14 - Gráficos de Dualidade correspondendo àqueles da figura (13) para as reações elásticas k^+p e k^-p .

Então, o fato de que ambas trocam o Pomeron na via t, e somente $k\bar{p}$ tem ressonâncias na via s, nos leva a concluir que o Pomeron não pode ser associado às ressonâncias na via s mas sim ao fundo não ressonante presente nos dois casos. Isto nos permite estabelecer uma correspondência dual entre estas quatro componentes sendo duas de via s e duas de via t. Na verdade, uma correspondência entre cada componente, da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \text{Res.} & \langle \Longleftrightarrow \rangle \text{Regge} \\ \text{IB} & \langle \Longleftrightarrow \rangle \text{IP} \end{aligned}$$

Uma consequência imediata deste esquema dual, com a dominância das ressonâncias e a ausência de amplitude exótica, nos leva a degenerescência de troca das trajetórias de Regge. Isto quer dizer que duas trajetórias de Regge são degeneradas quando diferem apenas pela sua "signature" ($\xi = \pm 1$). Vejamos como isto pode acontecer. Suponhamos que o processo em estudo tem números quânticos exóticos na via direta, i.e.,

$$\text{Im } F = 0.$$

Exemplo:

$$\pi^+ \pi^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \quad (\text{via } s).$$

$l = 2, \Rightarrow \text{Im } F = 0$ (sugerindo-se o fundo não ressonante).

Na via t temos,

$$\pi^+ \pi^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$$

onde é possível a troca do $f(\equiv p')$ e o ρ .

Assim, aplicando a amplitude de Regge temos:

$$F = \beta_\rho s^{\alpha_\rho} \frac{(1 - e^{-i\pi\alpha_\rho})}{\text{sen}(\pi\alpha_\rho)} + \beta_{\rho'} s^{\alpha_{\rho'}} \frac{(1 + e^{-i\pi\alpha_{\rho'}})}{\text{sen}(\pi\alpha_{\rho'})}$$

Para que

$$\text{Im } F = 0 \quad \forall s,$$

temos

$$\alpha_\rho = \alpha_{\rho'}$$

e

$$\beta_\rho = \beta_{\rho'}$$

Tendo o ρ e o ρ' massas diferentes, estas duas trajetórias são paralelas em um diagrama de Chew-Frautschi, $\alpha_i(t)$ versus t . Nós dizemos então que o ρ e o ρ' são degenerados.

Foram propostos muitos modelos duais. E muitas outras dificuldades apareceram em vários níveis. Um modelo dual que teve

grande sucesso foi o modelo de Veneziano¹⁷ que possui muitas propriedades interessantes. Ele permite uma dualidade local, mais forte que aquela estabelecida pela (R.S.E.F.). Para o valor de s , ou para uma pequena região do espectro de energia é possível estabelecer uma soma infinita de polos de via t ou uma soma infinita de ressonâncias. A fórmula de Veneziano é dada pela expressão.

$$V(s,t) = g \frac{\Gamma(-\alpha_s) \Gamma(-\alpha_t)}{\Gamma(-\alpha_s - \alpha_t)} \quad (53)$$

onde g é a constante de acoplamento. A amplitude completa, estabelecendo uma equivalência total entre todas as vias físicas, $s, t, e u$ respectivamente, é dada por:

$$F(s,t,u) = V(s,t) + V(s,u) + V(t,u) \quad (54)$$

Se tivermos uma das vias exóticas, por exemplo se a via u é exótica, a amplitude se reduz automaticamente à:

$$F(s,t) = V(s,t)$$

Esta amplitude tem as seguintes propriedades:

a) O comportamento de Regge à $s \rightarrow \infty$, i.e.,

$$A(s,t,u) \underset{s \rightarrow \infty}{\sim} g \Gamma(-\alpha_t) (1 + e^{-i\pi\alpha_t}) (\alpha' s)^{\alpha_t} \quad (55)$$

b) Simetria de cruzamento.

c) Dualidade local.

As referências já citadas são largamente suficiente para um leitor interessado começar a explorar o assunto no caso de interesse.

D. Gráficos de Dualidade-Hadrons Compostos

- Amplitude de Regge 2 + 2 e 2 + 3.

Os hadrons são considerados como objetos compostos de Quarks os quais carregam os números quânticos. Os mésons são formados por pares de Quarks e antiquarks ($q\bar{q}$) e os Barions de 3 quarks (qqq). Neste contexto não existe interação entre os Quarks que são

meros objetos cuja função é carregar os números quânticos que chamamos hoje de sabor. E ainda, aqui só levaremos em conta 3 quarks, por simplicidade, o "up" (u), o "down" (d) e o (s) estranho. Na tabela 1, abaixo nós damos alguns números quânticos dos quarks u, d, s, c, b, t...(?). Estes 3 últimos são os quarks, charmoso (c), "bottom" (b) e o "top" (t).

Tabela 1: Números Quânticos de Quarks.

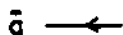
Quarks	I	I ₃	B	S	C	Y	Q	...
u	1/2	+1/2	1/3	0	0	1/3	2/3	
d	1/2	-1/2	1/3	0	0	1/3	-1/3	
s	0	0	1/3	-1	0	-2/3	-1/3	
c	0	0	1/3	0	1	-2/3	2/3	
b	0	0	1/3	0	0	-2/3	-1/3	
t	0	0	1/3	0	0	-2/3	2/3	
⋮								

$SU(4) \left\{ \begin{array}{l} SU(3) \left\{ \begin{array}{l} SU(2) \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$

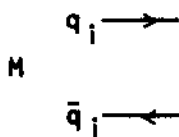
Nós representaremos os quarks graficamente por uma linha orientada como



e um antiquarks por



Como os mésons são constituídos de um par de quark-antiquark, graficamente será representado por



Exemplo: $u\bar{d} \equiv \pi^+$, $\pi^- \equiv \bar{u}d$, $k^+ \equiv (\bar{s}u)$, $k^- \equiv (s\bar{u})$ etc.

Analogamente os barions serão representados por 3 linhas $(q_i q_j q_k)$ e os antibarions por 3 antiquarks,



Exemplo: $p \equiv uud$, $n \equiv ddu$, $\bar{p} \equiv \bar{u}\bar{u}\bar{d}$ $\bar{n} \equiv \bar{d}\bar{d}\bar{u}$, etc.

Os índices i, j e k tem somente o sentido de indicar a possibilidade de diferentes sabores (u, d, s, c, \dots).

Toda e qualquer outra representação é considerada exótica. Vejamos então como serão construídos os diagramas representando as interações Méson-Méson, Méson-Barion e Barion-Barion. Uma regra a ser absolutamente respeitada na construção dos diagramas é que não podemos ligar linhas de quarks de diferentes sabores ou, só podemos ligar linhas de Quarks de mesmo sabor. Nós só apresentaremos um conjunto dos possíveis gráficos de Dualidade¹⁸, aqueles que serão usados no contexto global destas notas, mas muitos outros de envolvimento apareceram, de gráficos com "loops" de todas as ordens, etc, etc., o leitor interessado facilmente encontrará na bibliografia dada os complementos destes.

De forma geral, e para os nossos fins, existem dois tipos de gráficos: Um gráfico que chamaremos de "fase", sem cruzamento das linhas de quarks e se compõe como na figura 15.

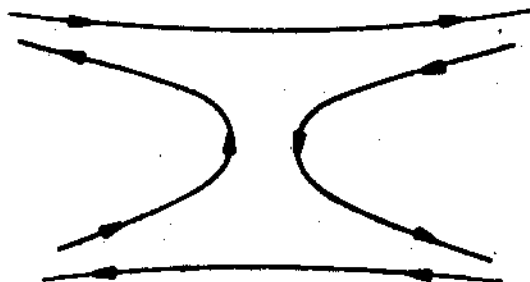


Fig. 15 - Diagrama genérico de quarks para uma reação do tipo Méson + Méson \rightarrow Méson + Méson. É chamado de gráfico do tipo fase.

Observe que a este gráfico nós associamos uma fase do tipo $e^{-i\pi\alpha}$ (como veremos abaixo) e ele exprime a dualidade: Ressonâncias na via s , representadas por pares de quarks e polos de Regge na via t , e isto pode ser visto como na figura 16.

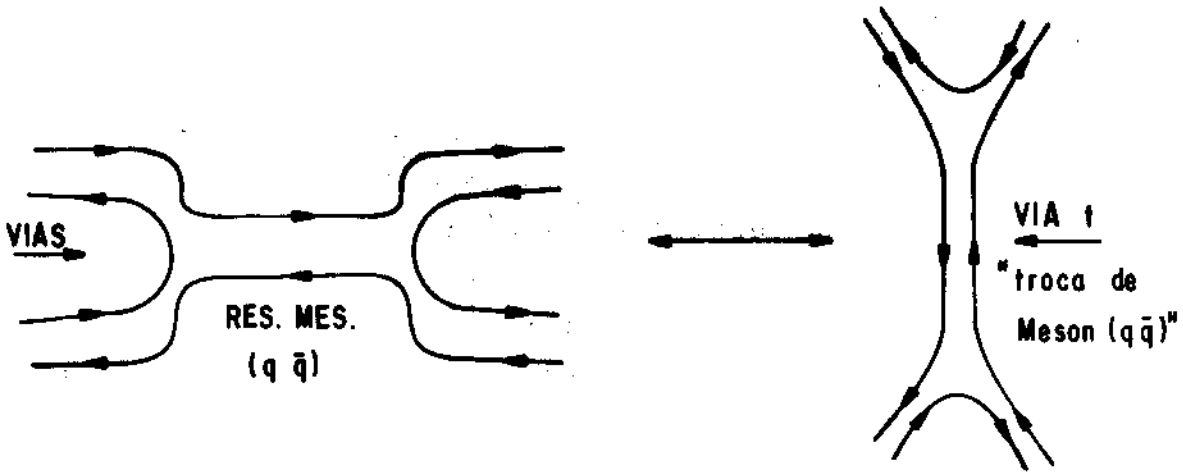


Fig. 16 - Correspondência dual entre as vias s e t com os gráficos de Quarks para Méson + Méson \rightarrow Méson + Méson.

Um segundo tipo de gráfico, que chamaremos de Real, associamos um fator de "signature" que pode ser ± 1 ($\xi = \pm 1$) e se compõe como, podemos ver na figura 17,

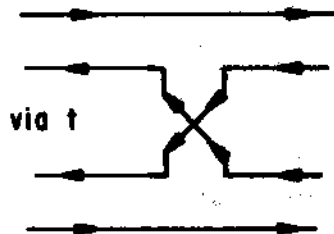


Fig. 17 - Gráfico de Quarks do tipo Real para a via t de uma reação do tipo Méson + Méson \rightarrow Méson + Méson.

mas por deformação topológica (como fizemos nos gráficos fase) nós vemos que a via s contém dois quarks e dois antiquarks como mostra a figura 18,

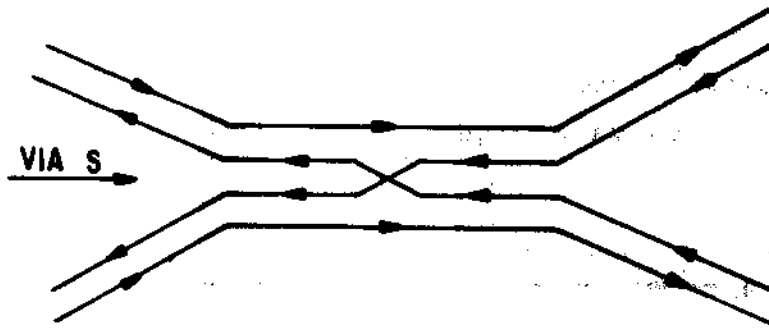


Fig. 18 - Gráfico de Quarks, para a via direta de uma reação do tipo Mésom + Mésom \rightarrow Mésom + Mésom. Podemos ver que existem 4 linhas sendo duas de quarks e duas de antiquarks indicando que a via direta é exótica.

e como foi estabelecido acima, a via s é portanto exótica enquanto a via t tem somente um par de quark-antiquark podendo perfeitamente representar um méson. Estes exemplos são todos correspondentes a interações méson-méson. Para Méson-Barion e Barion-Barion basta seguir as mesmas regras que se obtém facilmente os gráficos correspondentes. Neste segundo tipo de gráfico (Real) não podemos estabelecer a correspondência dual como no caso dos gráficos do tipo "Fase".

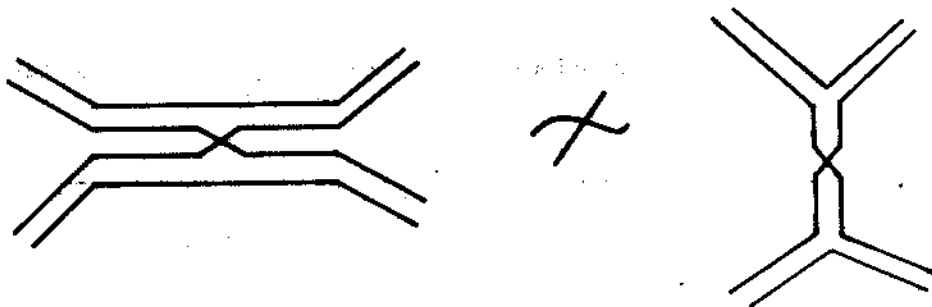


Fig. 19 - Diagramas do tipo real para as vias s e t de uma reação do tipo Mésom + Mésom \rightarrow Mésom + Mésom. Como o de via s é exótico não podemos obter uma correspondência dual entre os dois gráficos como indicado.

o que implica em $\text{Im}F(s,t) = 0$ como vimos anteriormente, quando falamos sobre a degenerescência de troca. Na prática, quando formos escrever para cada reação os gráficos correspondentes vamos ver

que nem sempre é possível construir todos os gráficos o que nos dá indicações sobre possíveis regras de seleção. Falta agora um gráfico particular, aquele que representa o Pomeron ou a troca de números quânticos do vácuo, que pode ser construído como na figura 20.

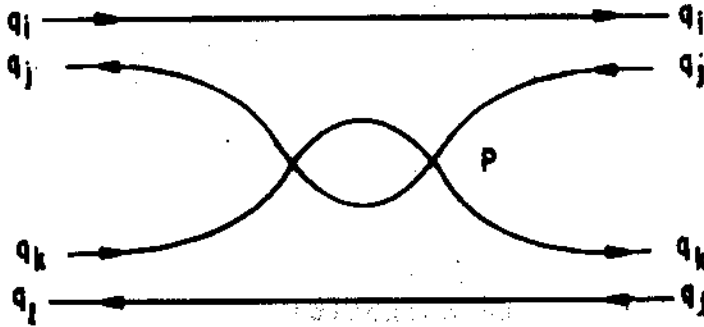


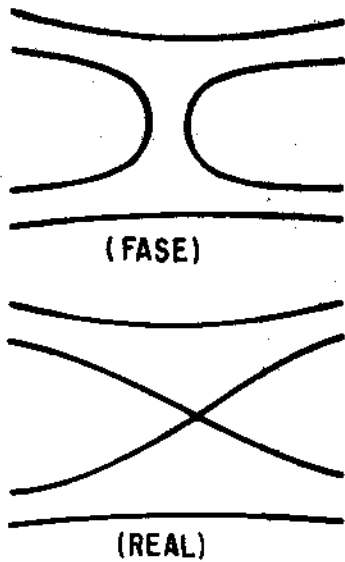
Fig. 20 - Diagrama de Quark representando a troca do Pomeron ($\equiv IP$) na via t .

Exercício nº 15: Faça os gráficos de Quarks (Dualidade) para as reações $a + b \rightarrow 1 + 2$ quando: a) $a = b = 1 = 2 = \text{m\u00e9son}$; b) $a = 1 = \text{m\u00e9son}$ e $b = 2 = \text{Barion}$; c) $a = b = 1 = 2 = \text{Barion}$. Explique quando n\u00e3o for poss\u00edvel construir o diagrama. d) aplique agora para: $\pi^+ p$, $k^+ p$, pp , $p\bar{p}$ el\u00e1sticos.

Uma vez apresentada a forma da constru\u00e7\u00e3o dos gr\u00e1ficos $2 \rightarrow 2$ vejamos como eles poder\u00e3o ser \u00fateis para derivar a amplitude de Regge $2 \rightarrow 2$. Por simplicidade vamos esquecer as constantes envolvidas. Associaremos a cada gr\u00e1fico uma fun\u00e7\u00e3o $V(t)$ do tipo:

$$V(t) \simeq g \Gamma(-\alpha_i(t))$$

Ao gr\u00e1fico "fase" associamos um termo $(-s)^{\alpha_i(t)}$ e ao gr\u00e1fico "real" $\tau(s)^{\alpha_i(t)}$ onde $\tau = \pm 1$ \u00e9 um fator de "signature". Isto \u00e9, como indicamos na figura 21.



$$\sim (-s)^\alpha V(t) = e^{-i\pi\alpha} \Gamma(-\alpha) s^\alpha$$

$$\sim \tau(s)^\alpha V(t)$$

Fig. 21 - Diagramas do tipo Fase e Real associado aos termos correspondentes de fase e assinatura como indicado.

Mas a degenerescência de troca nos ensinou que ao gráfico fase nós associamos a diferença dos polos de Regge com seus degenerados, isto é $(P-D)$. (onde D indica o degenerado de P), enquanto que ao gráfico real associamos a soma, isto é: $(P+D)$. Então, para isolar um Reggeon nós precisamos dos dois gráficos e a amplitude de Regge completa seria:

$$F \left(\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right) = F(s, t) = s^{\alpha(t)} g(1 + te^{-i\pi\alpha(t)}) \Gamma(-\alpha(t))$$

é fácil agora comparar com (48) e ver que esta amplitude é a mesma encontrada no início destas notas. Nós insistimos em dizer que aqui temos tratado somente o caso sem spin e assim vamos continuar. O caso com spin, sobre as amplitudes de Helicidade, existem trabalhos que dão claramente a formulação correta a ser utilizada¹⁹, mas que não tem interesse neste contexto cujo objetivo é somente da uma noção do modelo de Regge via seus fundamentos.

Para uma amplitude de Regge de dupla troca, para reações do tipo $2 \rightarrow 3$ nós podemos proceder de maneira análoga²⁰. Antes vamos introduzir a noção de canal conjugado e a regra de analiticidade: "Discontinuidades de canais conjugados"²¹.

Canal Conjugado

Para definirmos um canal conjugado nós tomaremos a figura 22 onde,

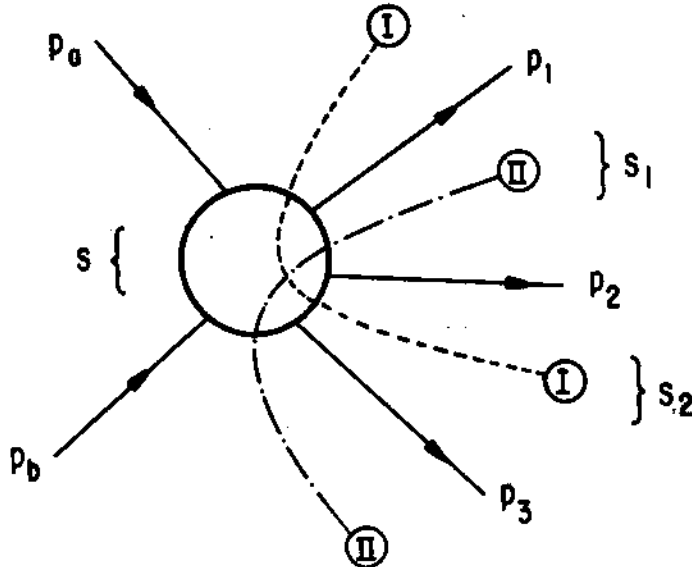


Fig. 22 - Diagrama indicando os canais conjugados s_1 e s_2 como descrito no texto.

s , s_1 e s_2 são invariantes associados aos quadrimomentos p_a , p_b , p_1 , p_2 e p_3 que definem no espaço tempo as partículas externas. Sendo $s_1 = (p_1 + p_2)^2 = M_{12}^2$ e $s_2 = (p_2 + p_3)^2 = M_{23}^2$.

A linha tracejada **I** indica o canal s_1 formado pelas partículas 1 e 2 do estado final. E a linha interrompida **II** representa o canal s_2 formado pelas partículas 2 e 3. Quando duas linhas, (no caso **I** e **II**) que indicam dois canais distintos (s_1 e s_2) de uma mesma reação e que se cruzam, nós dizemos que estes dois canais são conjugados.

Discontinuidades de canais conjugados²¹

"Sempre que tivermos dois canais conjugados, não devemos ter uma dupla singularidade". Vejamos como usaremos estes dois últimos pontos. Passemos agora a "derivação" da amplitude de duplo Regge para processos do tipo $2 \rightarrow 3$.

Nós vimos que para $2 \rightarrow 2$ nós precisaremos de dois diagramas de dualidade para obter a amplitude de Regge completa, ou, outra maneira de dizer, para isolar um reggeon precisamos dos dois gráficos. "fase" e "real". Para $2 \rightarrow 3$ temos uma dupla troca de Regge e precisamos então de 4 gráficos de dualidade. Estes são

mostrados na figura 23 para uma reação hipotética qualquer méson-
-Barion.

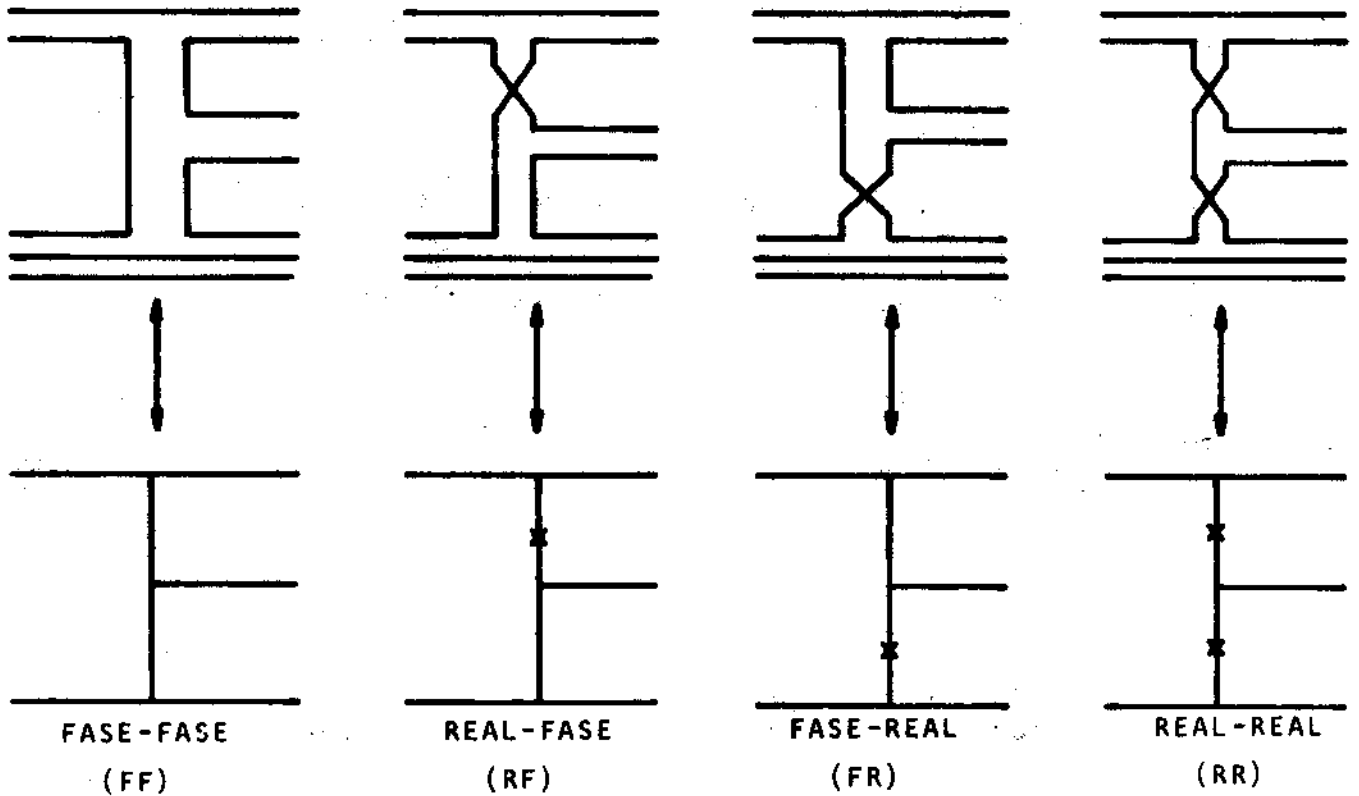


Fig. 23 - Diagramas de Dualidade do tipo (Fase-Fase), (Real-Fase), (Fase-Real) e (Real-Real) para um processo do tipo Méson + Barion \rightarrow Méson + Méson + Barion.

Cada termo, seguindo a mesma prescrição que fizemos para o caso $2 \rightarrow 2$, temos:

$$A(\text{FF}) = (-s_1)^{\alpha_1} (-s_2)^{\alpha_2} V(t_1, t_2, \eta) \quad (56a)$$

$$A(\text{RF}) = \tau_1 (s_1)^{\alpha_1} (-s_2)^{\alpha_2} V(t_1, t_2, \eta) \quad (56b)$$

$$A(\text{FR}) = \tau_2 (-s_1)^{\alpha_1} (s_2)^{\alpha_2} V(t_1, t_2, \eta) \quad (56c)$$

$$A(\text{RR}) = \tau_1 \tau_2 (s_1)^{\alpha_1} (s_2)^{\alpha_2} V(t_1, t_2, \eta) \quad (56d)$$

$\alpha_1 = \alpha_1(t_1)$, $\alpha_2 = \alpha_2(t_2)$ são as duas trajetórias de Regge trocadas na reação. $V(t_1, t_2, \eta)$ é uma função com singularidades em t_1, t_2 e

$\eta = s/s_1 s_2$ (aproximação duplo Regge)²² e contém um duplo polo do tipo $1/(\alpha_1(t_1)\alpha_2(t_2))$. Cada um dos termos acima viola a regra de analiticidade com dupla discontinuidade. Para restabelecer a amplitude completamente nós usamos a identidade

$$\frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} \equiv \frac{1}{\alpha_1 (\alpha_2 - \alpha_1)} + \frac{1}{\alpha_2 (\alpha_1 - \alpha_2)} \quad (57)$$

e fazemos a seguinte hipótese para a função $V(t_1, t_2, \eta)$:

$$V(t_1, t_2, \eta) = V_{12}(t_1, t_2, \eta) (-\eta)^{\alpha_1} + V_{21}(t_1, t_2, \eta) (-\eta)^{\alpha_2} \quad (58)$$

onde V_{12} e V_{21} são agora, funções regulares em η e a parametrizamos como

$$V_{ij} = \frac{V_0}{\alpha_i (\alpha_j - \alpha_i)} \quad ; \quad i, j = 1, 2. \quad (59)$$

Cada termo agora contém um só polo em α_1 ou α_2 . O polo espúrio aparentemente recuperado nesta operação ($\alpha_1 = \alpha_2$) não existe de fato, devido aos zeros que aparecem em consequência do termo $(-\eta)^{\alpha_i}$.

V_0 é uma constante associada à constante de acoplamento e eventuais fatores de forma associadas aos vértices.

Somando-se agora todas as contribuições dos quatro diagramas acima, obtemos a amplitude completa

$$A_5 = \xi_1 \xi_{21} S^{\alpha_1} S_2^{\alpha_2 - \alpha_1} V_{12} + \xi_2 \xi_{12} S^{\alpha_2} S_1^{\alpha_1 - \alpha_2} V_{21} \quad (60)$$

onde

$$\xi_i = \tau_i + e^{-i\pi\alpha_i} \quad (61)$$

$$\xi_{ij} = \tau_i \tau_j + e^{-i\pi(\alpha_i - \alpha_j)} \quad (62)$$

Exercício nº 16: Faça todos os cálculos em detalhe para obter as fórmulas (60), (61) e (62).

Finalmente, nós temos dito repetidamente, que este não

é um curso de Regge. Estas notas sobre o modelo de Regge tem por objetivo introduzir a Reggeologia para aqueles que ainda não tiveram oportunidade de ver o assunto, e poder assim compreender melhor certos enfoques descritos no capítulo sobre Bolas de Grude. Por esta razão nós demos o essencial para os nossos fins. Exemplos de aplicações as mais variadas, desenvolvimentos mais avançados, tanto da dualidade quanto do modelo de Regge, podem ser encontrados facilmente à partir da literatura citada aqui.

Exercício nº 17: Dê cinco exemplos de reações com alguma via exótica dentre as vias s, t e u . Desenhe os gráficos de dualidade. Discuta as consequências.

II. Dualidade e Hadrons Puros da Cromodinâmica Quântica (QCD) - Bolas de Grude.

A - Regra de Okubo-Zweig-Iizuka (R.O.Z.I.)

B - (R.O.Z.I.) na (Q.C.D.)

- i) Algumas comparações entre (Q.C.D.) e (Q.E.D.)
- ii) O problema dos Estados Ligados.
- iii) Não existem Bolas de grude (B.G.) clássicas.
- iv) Gráficos da "Dual Topological Unitarity" (D.T.U.)
- v) (R.O.Z.I.) e (B.G.).
- vi) Gráficos de Cor - $1/N_c$ e (R.O.Z.I.).
- vii) (R.O.Z.I.) com gráficos de cor.

A. Regra de Okubo-Zweig-Iizuka (R.O.Z.I.)

No capítulo anterior nós vimos como construir os gráficos de dualidade, algumas de suas propriedades e aplicações. Vamos continuar usando todas aquelas informações. A (R.O.Z.I.)²³ faz parte do esquema da Dualidade que nós descrevemos acima, que é um esboço de uma grande quantidade de modelos (Duais) válidos em hadron-hadron ("Mole"). A (R.O.Z.I.) foi uma das mais importantes regras fenomenológicas já introduzidas nas interações fortes dado a seu grande sucesso. Até o presente não se conhece nenhuma derivação teórica rigorosa desta regra. Há muitas perguntas²⁴ sem boas

respostas a respeito da (RQZ1):

1. Qual é a base teórica da (R.O.Z.I.)?
2. Qual é a evidência experimental que a justifica?
3. Pode ser exata em algum esquema de simetria tipo SU(3)?
E qual seria a correspondente lei de conservação?
4. Qual a sua relação com nonetos idealmente misturados?
5. Onde se aplica?
6. Quanto vale o fator de supressão?

No decorrer de nosso curso algumas dessas perguntas tem respostas provisórias, De posse dos diagramas de dualidade seu enunciado fica extremamente simples:

"Diagramas de Quarks desconectados implica em processo fortemente suprimido".

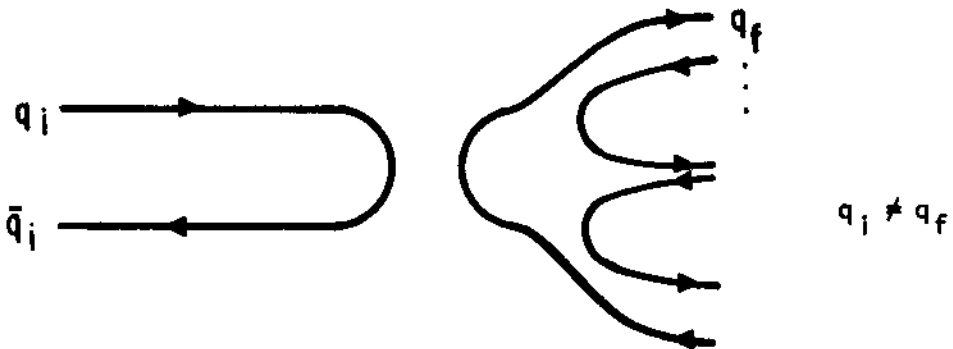


Fig. 24 - Diagrama de Quarks desconectado ilustrando a regra de Okubo-Zweig-Iizuka.

Nós construímos diagramas desconectados quando sabemos que um processo pode existir. Mas devido ao conteúdo em quarks das partículas inicial e final não é possível estabelecer nenhuma ligação, já que, como dissemos anteriormente, sendo os quarks os portadores de números quânticos (sabores) dos hadrons, as linhas que os representam nos diagramas só podem ser conectados se tem o mesmo sabor. Apesar da (R.O.Z.I.) não ser uma regra exata, ela é fortemente confirmada como veremos mais adiante com alguns exemplos. A sua credibilidade tem sido motivação de cálculos teóricos de muitos processos, dando origem a modelos específicos, a cálculos dinâmicos, na tentativa de explicitá-la matematicamente, mas até o

presente não se conhece nenhum esquema puramente teórico, à partir somente dos princípios gerais, capaz de absorvê-la naturalmente. Um primeiro exemplo de confirmação desta regra é o decaimento do méson ϕ .

Se olharmos os resultados experimentais para este decaimento²⁵ nós temos aproximadamente,

$$\begin{aligned} \phi \rightarrow 3\pi \text{ (ou } \rho\pi) &\simeq 15\% \\ \text{e } \phi \rightarrow K\bar{K} &\simeq 85\%. \end{aligned}$$

Os diagramas de dualidade correspondentes a cada um desses decaimentos são mostrados na figura 25.

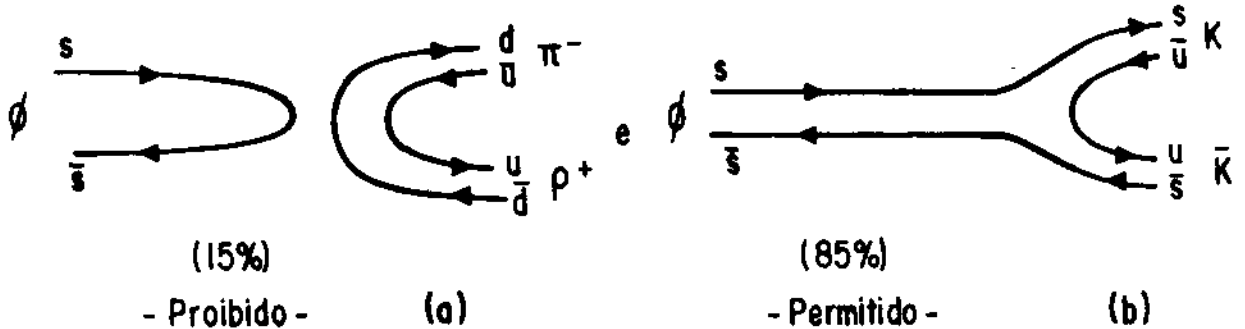


Fig. 25 - Diagrama de Quarks para o processo proibido (a) do decaimento do $\phi \rightarrow \rho\pi$ e para o processo permitido (b) para o decaimento $\phi \rightarrow K\bar{K}$.

Note que as massas das partículas envolvidas $m_\phi \simeq 1.02$ GeV, $m_\pi = 14$ Mev., $m_\rho = 780$ Mev, não permitem um grande espaço de fase disponível, já que o balanço das massas é bem restrito.

Sendo o diagrama desconectado correspondente ao decaimento $\phi \rightarrow \rho\pi$ este deve ser esperado como fortemente suprimido enquanto que para o modo $\phi \rightarrow K\bar{K}$, correspondente ao diagrama permitido, deve se esperar ser o processo dominante como é o caso.

O exemplo da reação $\pi N \rightarrow \phi N$ onde a produção de ϕ é fortemente suprimida, nos leva outra vez a um bom resultado de confirmação da (R.O.Z.I.). Para esta reação o diagrama correspondente é indicado na figura 26.

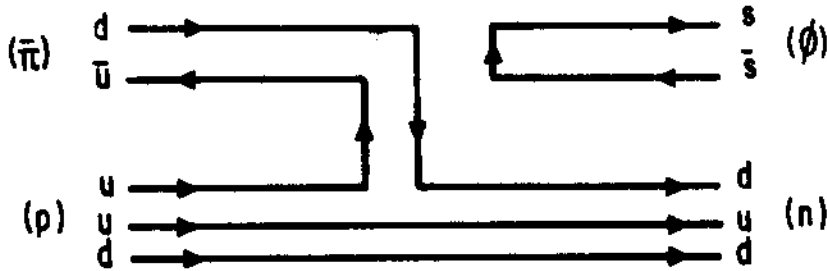


Fig. 26 - Diagrama de Quarks indicando que o processo $\pi^- p \rightarrow \phi n$ é proibido pela (R.O.Z.I.)

Mais recentemente, com a descoberta do méson $J/\psi(c\bar{c})$ de massa $\simeq 3.1$ Gev, nós tivemos uma outra confirmação da (R.O.Z.I.). O seu mais forte decaimento hadrônico é da ordem de $4\%^{25}$. E isto é razoável quando olhamos para o diagrama da fig. 27.

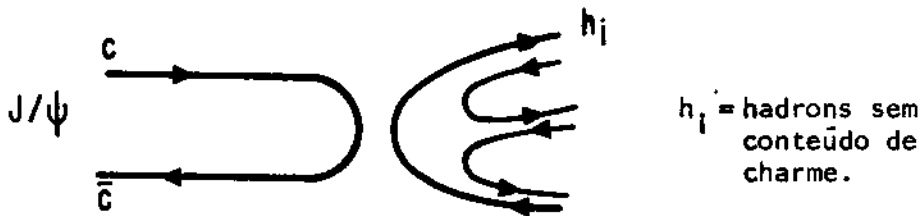


Fig. 27 - Diagrama de Quarks indicando que o decaimento do $J/\psi \rightarrow$ hadrons é proibido pela (R.O.Z.I.).

Estes resultados nos levam a pensar em outras regras "menores" que devemos levar em consideração quando fazemos uma estimativa do decaimento possível de um dado estado. Por exemplo:

"Quanto mais pesados os quarks constituintes mais suprimidos serão os processos envolvidos, i.e.,

$$\Gamma(Q\bar{Q} \rightarrow \sum_i q_i \bar{q}_i) < \Gamma(q\bar{q} \rightarrow \sum_i q_i \bar{q}_i) \quad (63)$$

onde $m_Q > m_q$.

Passemos agora para o quadro da Q.C.D. e vamos ver como se coloca a (R.O.Z.I.) e como esta vai nos sugerir o aparecimento da Bolas de Grude.

B. (R.O.Z.I.) na (Q.C.D.)

1) Algumas Comparações entre (Q.C.D.) e (Q.E.D.)

Nós não faremos um resumo da (QCD) aqui, já que no contexto desta escola²⁶ existe um curso especialmente feito sobre o assunto. A Q.C.D.²⁷ é uma teoria de campos das interações fortes, com campos de "Calibre" não abelianos (gluons, spin 1) mediando as interações entre Quarks (fermions). Seus constituintes fundamentais são: Quarks e gluons. Os quarks são objetos de carga fracionária de spin 1/2. E os gluons são os bosons de calibre responsáveis pelas interações entre quarks. Os quarks serão representados por spinores de Dirac $q_{\alpha}^A(x)$ onde A e α são graus de liberdade interna. A - representa o conjunto de números quânticos observáveis, Isospin, Estranheza, charme, beleza, etc.. que chamaremos coletivamente de números quânticos de sabor. São sabores os quarks u, s, d, c e b. α - indica o número quântico não observável chamado de cor. Há 3 cores para cada quark e a simetria das cores da QCD é dada pelo grupo $SU_c(3)$ ²⁸.

Há algumas razões para pensarmos que as 3 cores introduzidas são essenciais no contexto da QCD. Pelo menos 3 razões associadas à observação experimental pode-se apontar de imediato:

i) Solução do problema da ressonância Δ^{++} cujo conteúdo de Quark é $(u\uparrow u\uparrow u\uparrow)$ já que esta ressonância (Δ^{++}) tem spin 3/2. Isto viola o princípio de Pauli (partículas idênticas) dando origem a uma série de hipóteses e modelos com para-estatísticas. Mas se cada um dos quarks tiver uma "cor" diferente (ou um novo número quântico com 3 graus de liberdade) então tudo fica resolvido quanto ao problema de spin-estatístico e o $\Delta(u\uparrow_1 u\uparrow_2 u\uparrow_3)$ passa a ser considerada uma ressonância sem nenhum problema patológico particular.

ii) O segundo exemplo de problema resolvido com a introdução de três cores é o cálculo da vida média do $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. O cálculo levando em consideração a "cor" (como ilustra o diagrama da fig. 28).

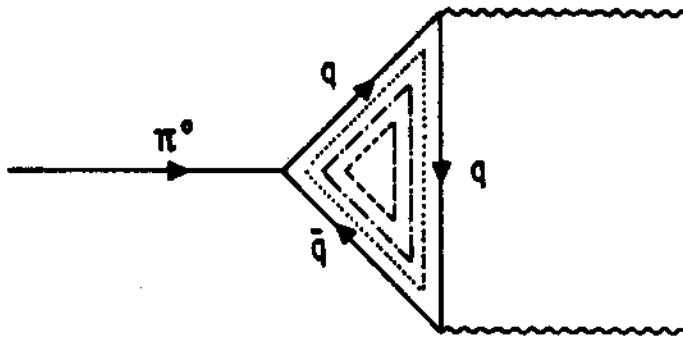


Fig. 28 - Diagrama indicando o processo do decaimento do $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. As linhas pontuada, interrompida e tracejada indicam diferentes linhas de cores dos quarks.

dos quarks dá um valor razoavelmente bom quando comparado ao valor experimental e sem a cor dá uma diferença de um fator 3. É importante saber que este tipo de cálculo, considerando o π^0 como estado ligado de diferentes objetos foi tentado por diversos autores^{29a,b} e com enfoques muito próximo do que conhecemos hoje, via $q\bar{q}$, usando o gráfico da figura 29.

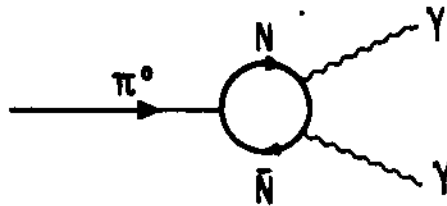


Fig. 29 - Gráfico sugerindo o π^0 como um estado ligado Nucleon-Antinucleon no cálculo do decaimento do $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ como usado pelas referências 29.

iii) Finalmente, o fator R, definido como,

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = N_c \sum_i Q_i^2 \quad (64)$$

pode ser estimado segundo o aparecimento dos "sabores". Vejamos como. Tomemos $N_c = 3$ e calculamos o valor de R para cada conjunto de "sabor":

$$(ud) : 3 \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} \right) = \frac{5}{3}.$$

$$(uds) : \left[(ud) + 3Q_s^2 \right] = \left[\frac{5}{3} + \frac{1}{3} \right] = 2$$

$$(udsc) : (uds) + 3Q_c^2 = 2 + 3 \frac{4}{9} = 2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$$

$$(uds\bar{c}b) : (ud\bar{s}c) + 3Q_b^2 = \frac{10}{3} + 3 \frac{1}{9} = \frac{11}{3}$$

$$(uds\bar{b}t) : (uds\bar{c}b) + 3Q_t^2 = \frac{11}{3} + 3 \frac{4}{9} = \frac{15}{3} = 5$$

A figura 30 mostra os valores experimentais para este fator R.

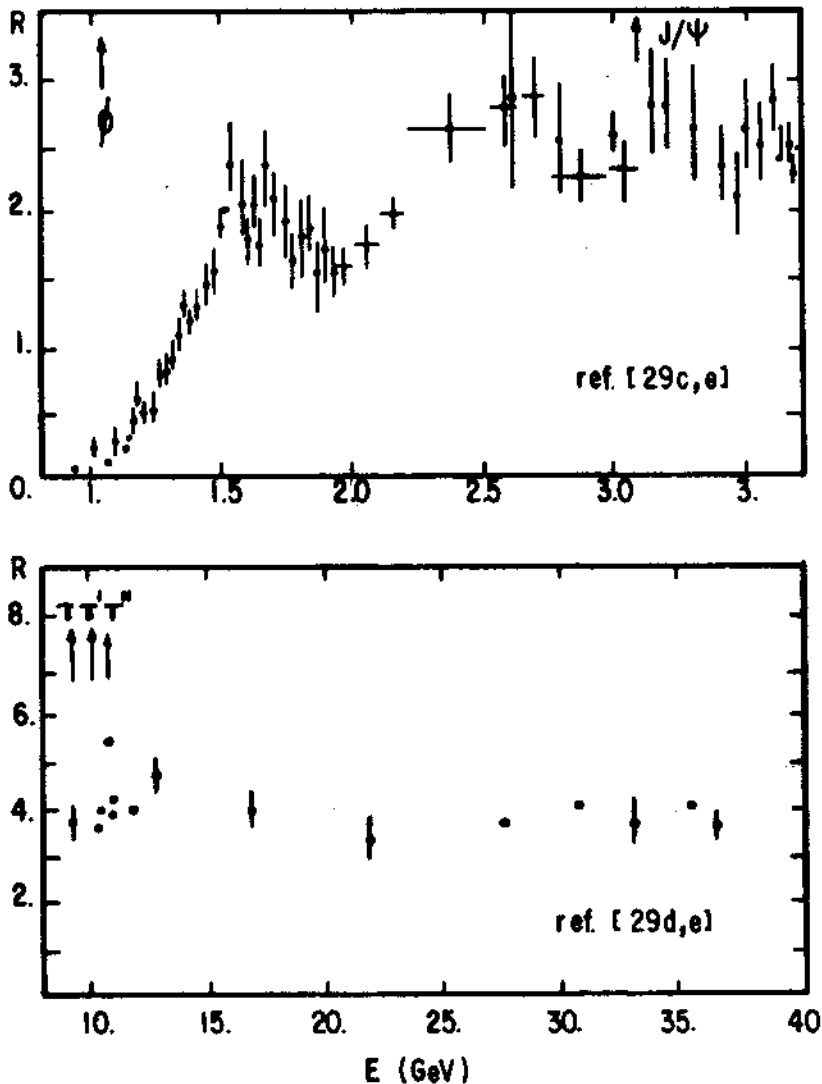


Fig. 30 - Distribuição experimental do fator R em função da energia como definida no texto.

Estes valores entre $\sim 2 - 5$ são bem verificados experimentalmente no sentido de que para cada sabor adicionado há a abertura de uma nova região que começa no limiar do novo quark correspondendo evidentemente a energias mais altas.

Concluindo, estas 3 razões físicas, de comprovação experimental razoável, são a base da credibilidade deste novo número quântico. O que nós aprendemos é que é necessário introduzir um novo número quântico para resolver estes problemas, e que as propos

tas da para-estatísticas anteriores são equivalentes a proposta da QCD quanto ao número quântico de "Cor".

É possível escrever um Lagrangeano com todos os termos possíveis para preencher novas hipóteses. Mas, para o que estamos interessados, nós escreveremos a lagrangeana a mais simples, e em cada parte nós daremos a análoga da Q.E.D. por razões de comparação.

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a} + \bar{q}_\alpha^A(x) (i\gamma^\mu D_\mu^{\alpha\beta} - m\delta^{\alpha\beta}) q_\beta^A(x) \quad (65)$$

$$\mathcal{L}_{QED} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi \quad (66)$$

Os índices α e β ($=1, 2$ e 3) são índices de cor para os quarks representados por $q_\alpha^A(x)$ e a são índices de cor dos gluons ($=1, 2, \dots, 8$). $G_{\mu\nu}^a$ e $F_{\mu\nu}$ são assim definidos:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\nu B_\mu^a - \partial_\mu B_\nu^a - g f^{abc} B_\nu^b B_\mu^c \quad e \quad (67)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu \quad (68)$$

Nós chamamos a atenção para o termo $g f^{abc} B_\nu^b B_\mu^c$ em $G_{\mu\nu}^a$, o qual faz a diferença formal da $F_{\mu\nu}$ e é o responsável pelo caráter não Abeliano da teoria. f^{abc} são as constantes do grupo de simetria das cores que neste caso é o $SU_c(3)$ e podem ser determinados por:

$$f^{abc} = \frac{1}{4i} \text{tr} \{ \lambda^c [\lambda^a, \lambda^b] \} \quad (69)$$

$$[\lambda^a, \lambda^b] = 2if^{abc} \lambda^c \quad (70)$$

onde λ^i são as 8 matrizes 3×3 das representações do octeto de $SU(3)$, i.e.,

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \bar{v} & \bar{u} \\ \bar{a} & \bar{d} \\ \bar{r} & \bar{s} \end{matrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

v a r
u d s

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \tag{71}$$

v, a e r estão indicando três cores (verde, amarelo e rosa) por 3 vetores coluna respectivamente $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ e os \bar{v} , \bar{a} e \bar{r} os

3 vetores linha correspondentes mas tudo isto para o $SU_c(3)$. Isto é feito em completa analogia ao $SU_s(3)$ (para os sabores u,d e s).

Nós estaremos interessados aqui, particularmente nas consequências do termo não abeliano e portanto em $G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu a}$. É a partir deste termo que vemos a possibilidade de introduzir estados formados somente de gluons (estados ligados e/ou ressonâncias). Estes estados são os que se denominam "Glueballs" ou Bolas de Grude. Antes de continuarmos, exploremos um pouco mais a analogia QCD - QED:

<u>QCD</u>	-	<u>QED</u>
.Cor	-	Carga elétrica
.Gluon	-	fóton
.Quark Colorido	-	Partícula carregada
.Hadron	-	Átomo
.Interações entre Quarks via gluons	-	Interações entre elétrons via fótons.
.Hadron-hadron	-	Átomo-Átomo.
	Mas,	
.Gluons são coloridos	-	Fótons não são carregados
.Hadrons são incolores	-	Átomos não são sempre neutros (íons)

- .Partículas coloridas são confinadas - Partículas carregadas são observadas
- .Interações gluon-gluon existem - Interações fóton-fóton não existem
- .Estados ligados e/ou ressonâncias compostas somente de gluons são permitidas e nada permite falar sobre sua inexistência (Bolas de Grude) - Bolas de fóton não são permitidas
- .QCD - teoria em construção - QED - teoria testada

Até o presente a existência de "Bolas de Grude" e a inexistência de Bolas de fótons são as duas exigências teóricas de duas teorias, uma bem testada, a Q.E.D. e a outra sendo submetida a testes à medida que conseguimos aumentar a informação experimental.

ii) O Problema dos Estados Ligados

Mas, no contexto da QCD os hadrons são manifestações coletivas de quarks e gluons, estados constituídos somente de quarks (valência), estados constituídos de Quarks e gluons e estados constituídos somente de gluons. Estes últimos seriam os únicos hadrons "puros" de QCD. Na verdade os estados observados no laboratório, Barions e Mésons não estão presentes na QCD. Estes estados são interpretados como sistemas compostos de quarks e gluons. Mas este não é um problema específico da QCD mas sim um problema aberto de qualquer teoria de campo relativística³⁰ que não é capaz, até o presente, de descrever completamente os estados ligados. E muitos dos problemas que enfrentamos em fenomenologia vem desse fato, deixando uma liberdade bastante grande para hipóteses suplementares ao descrever um estado ligado. Um outro problema também relacionado às B.G. está no fato de que não sabemos ainda o que atribuir à uma parte da teoria, como sendo aquela vinda das forças à longa distância - chamada de parte "Mole" - e distingui-la da parte devida à curta distância - também chamada de parte dura -.

iii) Não existem B.G. clássicas³¹

Uma terceira questão colocada em relação às B.G. foi resolvida por S.Coleman³¹ o qual mostrou que não existem B.G. clássicas. A motivação desta questão é ligada na esperança de que soluções semiclássicas possam dar alguma "luz" sobre a natureza

quântica do problema. Este procedimento nem sempre é exato ou vai na "boa" direção. A não existência de B.G. clássicas não diz nada contra a existência de B.G. quânticas, assim como a instabilidade do átomo de hidrogênio clássico não diz nada contra a existência do átomo de Hidrogênio Quântico. Retornemos agora ao problema das B.G. vista segundo outros enfoques.

iv) Gráficos de D.T.U.²⁷ⁱ

A "Dual topological Unitarity" tem sido um outro enfoque para colocar quarks e gluons dentro de uma só teoria e é um enfoque de matriz S para a física hadrônica. Nós decidimos mencioná-la aqui nestas notas porque mais abaixo nós falaremos de gráficos de cores os quais são praticamente os mesmos que os construídos pela D.T.U.

Os quarks são representados no contexto da D.T.U. por duas linhas, uma de sabor (linha contínua) e uma de cor (linha tracejada da)

$$q_i \equiv \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \text{---} \longleftarrow \text{---} \end{array} i$$

os gluons não tendo sabor, por duas linhas de cor:

$$g \equiv \begin{array}{c} \text{---} \longrightarrow \text{---} \\ \text{---} \longleftarrow \text{---} \end{array} \begin{array}{l} i \\ j \end{array}$$

os vértices qqq são constituídos como mostra a fig. 31.

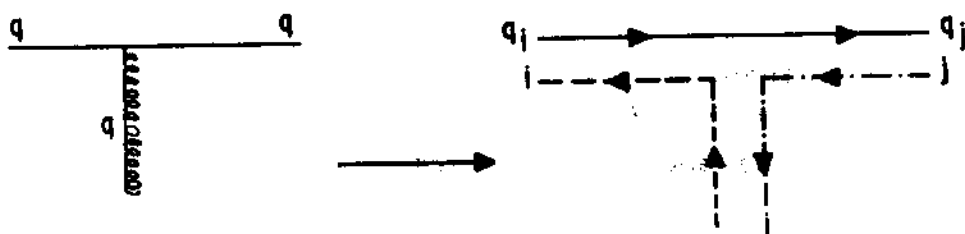


Fig. 31 - Gráficos ilustrando os vértices de D.T.U. para quark-quark-gluon. As linhas contínuas indicam "sabor" e as tracejadas e interrompidas "cores".

e assim por diante. Estão sempre presentes nos diagramas as linhas de sabor obedecendo as limitações de $SU_s(3)$ e as linhas de cor obedecendo as limitações de $SU_c(3)$. Não esquecendo no entanto que enquanto nós temos singletos, octetos, decupletos etc... de sabor para os hadrons, nós só poderemos ter hadrons singletos de cor (neutros!). Estes diagramas em D.T.U. servem também para ilustrar certos pontos da QCD. Veja o vértice qqq. Os quarks tem a

mesma linha de sabor mas não de cor já que o glunon faz a troca de cor no vértice. Mas não vamos nos estender mais do que "mencionar" como dissemos acima, a existência da D.T.U.

v) (R.O.Z.I.) e (B.G.)³²

A extensão da (R.O.Z.I.) na Q.C.D. ficou como um casamento ideal para a predição de B.G. (para alguns "reviews" sobre B.G veja Ref. 32). Nós poderíamos então enunciar a (R.O.Z.I.) na QCD da seguinte maneira:

"Se existem processos proibidos por se constituírem em diagramas de Quarks desconectados mas não suprimidos (seção de choque não nula), e como os quarks interagem entre si via gluons, então estes processos só podem ser compreendidos se realizados via estados constituídos somente de gluons e que se chamam B.G."

Assim, o decaimento proibido do $\phi \rightarrow \rho\pi$, do $J/\psi \rightarrow$ hadrons não charmosos pode ser entendido pelo gráfico indicado na fig.32.

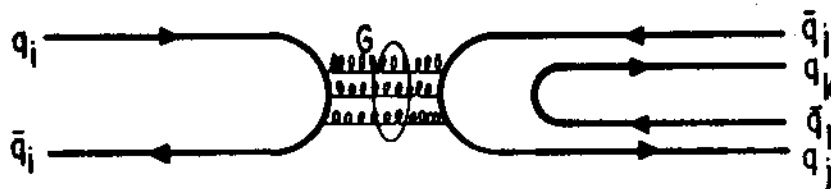


Fig. 32 - Diagrama de quarks interligados por gluons.

Aqui nós devemos adicionar à regra (63), isto é, o que se deve esperar da excitação do "mar" de pares de quark e anti-quarks. Quando escrevemos o diagrama acima podemos nos perguntar porque não podemos continuar adicionando pares de $q\bar{q}$ indefinidamente? E cada par poderia dar origem a um méson. Por exemplo a figura 33 mostra diagramas com um certo número de pares $q\bar{q}$ e de até $(q_i, q_j)(\overline{q_i, q_j})$, isto é, de diquarks.

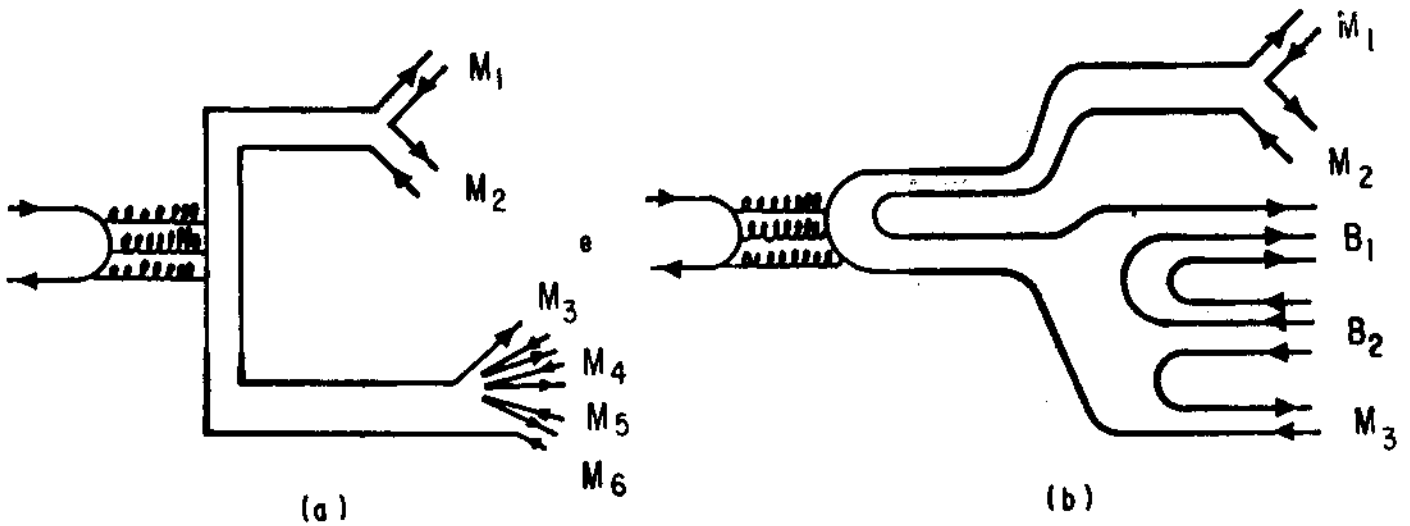


Fig. 33 - Diagramas de Quarks interligados por gluon com pares de quarks (a) e diquarks (b) adicionais.

Ou ainda, porque temos este grau de liberdade? A resposta está no fato de que em princípio podemos sempre excitar o mar e recuperar pares de quarks e diquarks. Mas a limitação vem da conservação da energia pois nós sabemos que este fenômeno é proporcional à energia da sonda ou, da partícula incidente. De qualquer maneira nenhuma destas contribuições poderá ser mais importantes que as combinações possíveis entre os quarks e gluons de valência.

Exemplo: Seja $x = \frac{u\bar{u} + d\bar{d}}{\sqrt{2}}$ e $x' = s\bar{s}$

então, os decaimentos e larguras destes estados devem ser regulados por:

- pela R.O. Z. I.,

$$\Gamma(x' \rightarrow \text{"estranho"}) \gg \Gamma(x' \rightarrow \text{não estranho})$$

- pela dificuldade de excitação do mar, (de(63))

$$\Gamma(x \rightarrow \text{"não estranho"}) \gg \Gamma(x \rightarrow \text{"estranho"})$$

Veja que o par do mar ($s\bar{s}$) pode se associar à um par de valência e formar dois outros estranhos:

$$u\bar{u} \rightarrow (u\bar{s})(s\bar{u})$$

Para os decaimentos radiativos também é fácil de ver que, se a QCD prediz para $J/\psi \rightarrow \gamma gg$ um grande "Branching Ratio" (B.R.) e segundo a (R.O.Z.I.) espera-se que $J/\psi \rightarrow \gamma$ gluonium seja menos suprimido que $J/\psi \rightarrow \gamma$ Quarkonium, então:

"Só deveremos esperar um grande B.R. para decaimentos radiativos do $J/\psi \rightarrow \gamma$ hadrons se este processo é: $J/\psi \rightarrow \gamma + B.G.$ " como indicado na fig. (34).

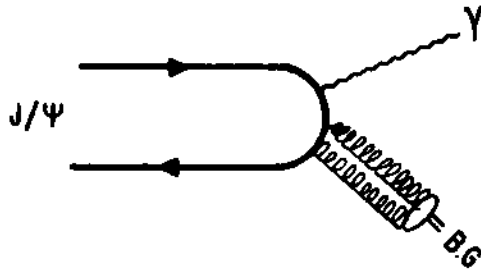


Fig. 34 - Decaimento do $J/\psi \rightarrow \gamma(B.G.)$ via dois glúons.

Mas até o presente nós vimos que a (R.O.Z.I.) só nos dá um resultado qualitativo. Há várias tentativas de estimativas de a partir da (R.O.Z.I.) calcular o valor de uma largura de um processo. Isto é, estimar o valor do fator de supressão da (R.O.Z.I.). Nós não conhecemos nenhuma estimativa exata e mesmo as aproximadas existentes são de difícil compreensão e aplicabilidade confusa. De um modo geral se diz na literatura que $\Gamma_{B.G.} \approx \frac{1}{10} \langle \Gamma_{\text{hadrônica}} \rangle$ portanto um fator de supressão da ordem de 10. Isto que dizer que se tomarmos uma largura hadrônica média entre 100 e 200 Mev. a largura da B.G. associada ao processo é da ordem de 10 - 20 Mev. Mas vejamos se descobrimos outras estimativas com outros enfoques.

vi) Gráficos de cor - $1/N_c^{33}$ e (R.O.Z.I.)

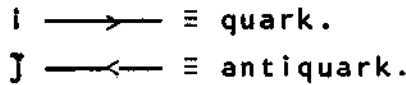
Nosso entendimento atual com respeito a (R.O.Z.I.) pode-se dizer, é incompleto, e isto pode levar à questões, de se nós entendemos realmente a (R.O.Z.I.), já que tem sido difícil obter um fator de supressão consequente e que nos leve à predições quantitativas. Permanecemos com ela como uma regra fenomenológica e que ganhou o "status" de regra de seleção pelo sucesso obtido quando olhamos para os dados experimentais. Tentativas de derivação via unitaridade são apenas sugeridas mas não rigorosas. A mais próxima de um resultado exato é a derivação via expansão $1/N$ onde N é o número de cores (de agora para frente denotaremos como N_c) atribuído aos quarks. Os resultados que aparecem à partir da expansão de $1/N_c$ quando $N_c \rightarrow \infty$ são bastante abrangentes no sentido de que dão resultados gerais mais compreensivos. Em outra sessão desta Escola²⁶ o assunto será desenvolvido e aqui nos restringiremos ao que interessa diretamente à compreensão da (R.O.Z.I.) e as B.G. (Para estimativas de massas das B.G. possíveis ver também ref. 34). No contexto da QCD³³ significa generalizar o grupo de simetria das "cores" $SU_c(3)$ para $SU_c(N_c)$ e considerar o limite

para o qual $N_c \rightarrow \infty$ redefinindo-se a constante de acoplamento como $g \rightarrow g/\sqrt{N_c}$. Apesar das complicações adicionais, intrínsecas ao $SU(N_c)$ para a estrutura hadrônica em si, obtém-se algumas simplificações:

- i) à qualquer ordem na constante de acoplamento forte, algumas classes de diagramas são desprezíveis.
- ii) Os diagramas que ficam tem pontos comuns na teoria de perturbação à grandes N_c .

Nós lembramos aqui, que os gráficos de dualidade com Quarks, obtidos via $SU_3(3)$ podem ser naturalmente recolocados pensando-se simplesmente que este grupo agora é o $SU_c(3)$, isto é, as linhas serão de cores e não de sabores. Vejamos então como foi introduzida a notação "dupla linha".

Um quark será representado graficamente por uma linha e analogamente um antiquark, i.e.,



Um gluon por,

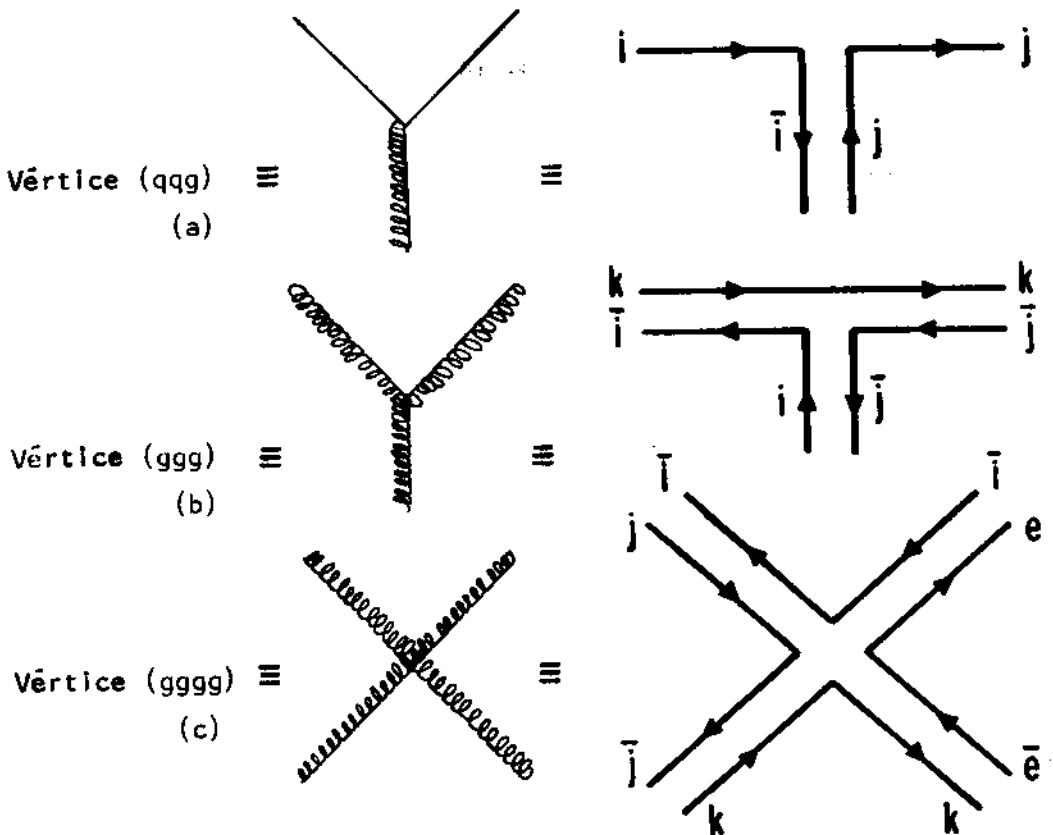
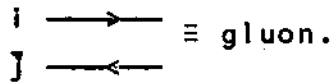


Fig. 35 - Gráficos de cor para os vértices (a) quark-quark-gluons, (b) gluons-gluon-gluon, (c) gluon-gluon, gluon-gluon., respectivamente.

Consideremos também uma "loop" de quarks como na figura 36a. (polarização do vácuo de ordem mais baixa)

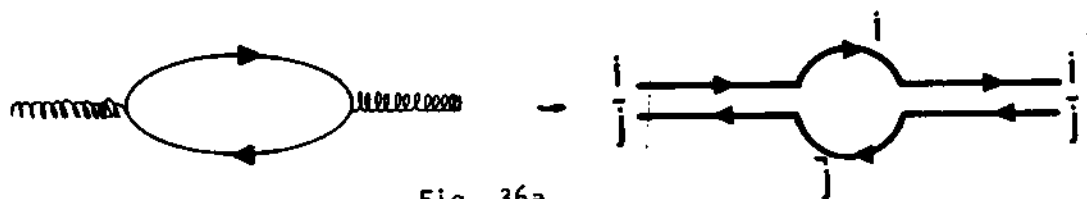


Fig. 36a

e para uma "loop" de gluons a fig. 36b.

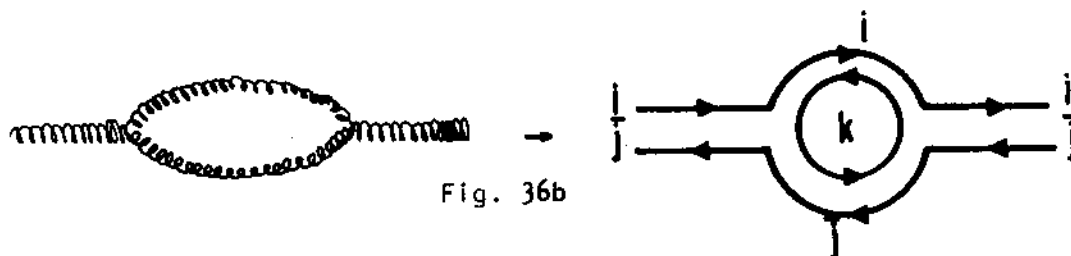


Fig. 36b

Fig. 36 - Diagrama de cores para uma "loop" de quarks (a) e de gluons (b).

Note que, no caso da loop de quarks esta é a única configuração possível para um gluon do tipo $(i\bar{j})$, onde i e j estão fixados pelos gluons "externos". No entanto no caso da loop de gluons existe pelo menos uma linha livre, interna, de cor k , que pode tomar qualquer valor de 1 à N_c . Então à uma "loop" de gluons temos associado um fator N_c . Somos então levados naturalmente à regra geral:

"As "loops" de gluons dominam sobre as "loops" de Quarks por um fator N_c quando $N_c \rightarrow \infty$ ". Um problema que se coloca de imediato é então, se o diagrama de "loops" de gluons introduzem uma divergência quando $N_c \rightarrow \infty$. Para contornar este problema redefine-se a constante de acoplamento como $g/\sqrt{N_c}$ com g fixado quando $N_c \rightarrow \infty$. É claro então para que qualquer valor de N_c a contribuição de uma "loop" vai como $(\frac{g}{\sqrt{N_c}})^2 N_c \rightarrow g^2$.

Vejamos agora o problema para duas e três "loops" o que devemos esperar.

Duas "loops" de gluons ,

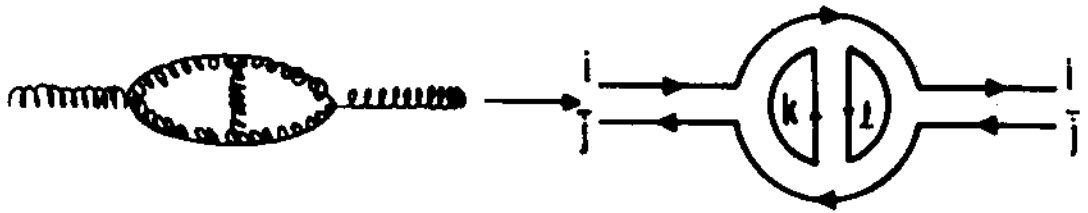


Fig. 37a

$$\left(\frac{g}{\sqrt{N_c}}\right)^4 N_c^2 \rightarrow g^4$$

Três "loops" de gluons ,

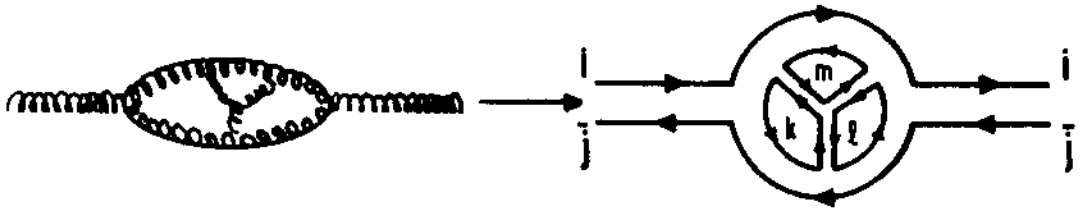


Fig. 37b

$$\left(\frac{g}{\sqrt{N_c}}\right)^6 N_c^3 \rightarrow g^6$$

Fig. 37 - Diagrama de cores planar para duas e três "loops" de gluons.

Estes gráficos são todos planares. Vejamos um gráfico não planar, o mais simples como indica a fig. 38.

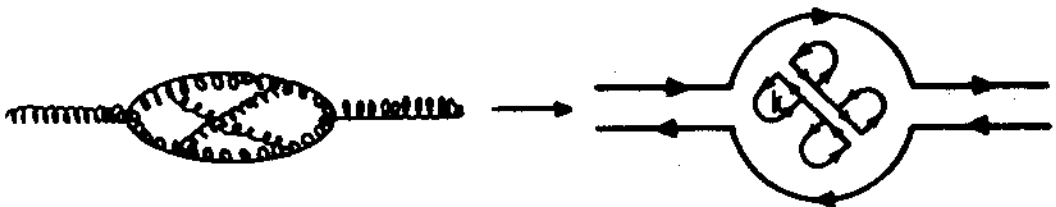


Fig. 38 - Diagrama de cor não planar para uma loop de gluons.

No gráfico em dupla linha (à direita) vemos que somente uma linha interna circula e isto leva à seguinte contagem:

$$\left(\frac{g}{\sqrt{N_c}}\right)^6 N_c \rightarrow \frac{g^6}{N_c^2}$$

Quando comparamos este último gráfico fig. 38, não planar ao seu correspondente planar, como pode ser visto na fig. 39.

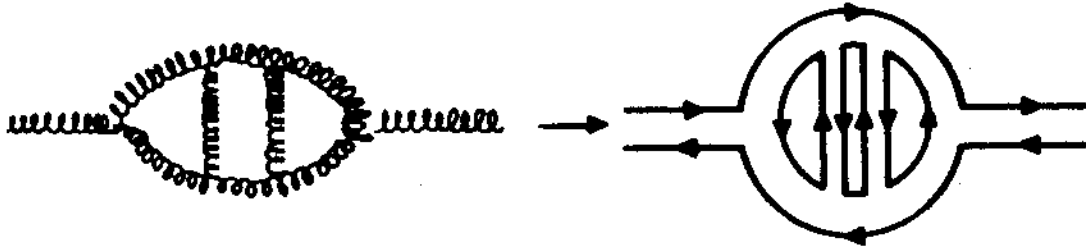


Fig. 39 - Diagrama planar de cores para 3 "loops" de gluons.

a contribuição esperada é proporcional à:

$$\left(\frac{g}{\sqrt{N_c}}\right)^6 \cdot N_c^3 \rightarrow g^6.$$

Este resultado nos leva a concluir que o gráfico não planar mais simples e o seu correspondente planar diferem de $1/N_c^2$, ou ainda, o gráfico não planar é *suprimido* de $1/N_c^2$. Aplicando convenientemente estes resultados, e resumindo os principais pontos temos que:

- 1) Para méson-méson a amplitude comporta-se como g^2/N_c e a seção de choque g^4/N_c^3 (já que $\frac{1}{N_c} * \left|\frac{g^2}{N_c}\right|^2 \equiv$ média sobre as cores vezes a amplitude ao quadrado).
- 2) Para os decaimentos de mésons a amplitude vai como: $g/\sqrt{N_c}$ e a seção de choque g^2/N_c^2
- 3) A largura parcial de estados finais à k-corpos vai como: $1/N_c^{k-1}$
- 4) Bolas de grude tem largura de ordem de $1/N_c^2$.

vii) (R.O.Z.I.) com gráficos de cor

Vejamos agora, como derivar a (R.O.Z.I.) com este enfoque.

Um possível mecanismo para o decaimento proibido pela (R.O.Z.I.) de um estado $(q\bar{q})$ é

$$(q\bar{q}) \rightarrow gg \rightarrow q'\bar{q}' \rightarrow \text{mésons}.$$

Ou diagramaticamente, como mostra a figura 40.

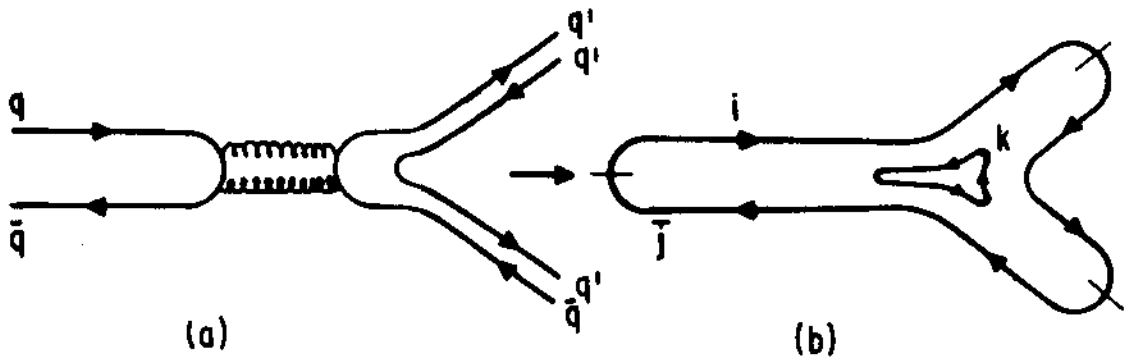


Fig. 40 - Diagrama de cores para o processo proibido de um decaimento $\underline{M\bar{e}son} \rightarrow \underline{M\bar{e}son} + \underline{M\bar{e}son}$.

Na notação de dupla linha, as extremidades fechadas ($\begin{matrix} \curvearrowright \\ \curvearrowleft \end{matrix} \begin{matrix} i \\ j \end{matrix}$) indicam o fato de que os $\underline{m\bar{e}sons}$ são singletos de cor. Mas nós vemos que na figura 40b existe uma "loop" de cor livre (k) e daí então, obtém-se para a amplitude do decaimento proibido acima,

$$\left(\frac{g}{\sqrt{N_c}}\right)^4 N_c \rightarrow \frac{g^4}{N_c}$$

e a seção de choque $\propto 1/N_c^3$.

Se no entanto o processo de mesma ordem, é permitido, teríamos os gráficos seguintes:

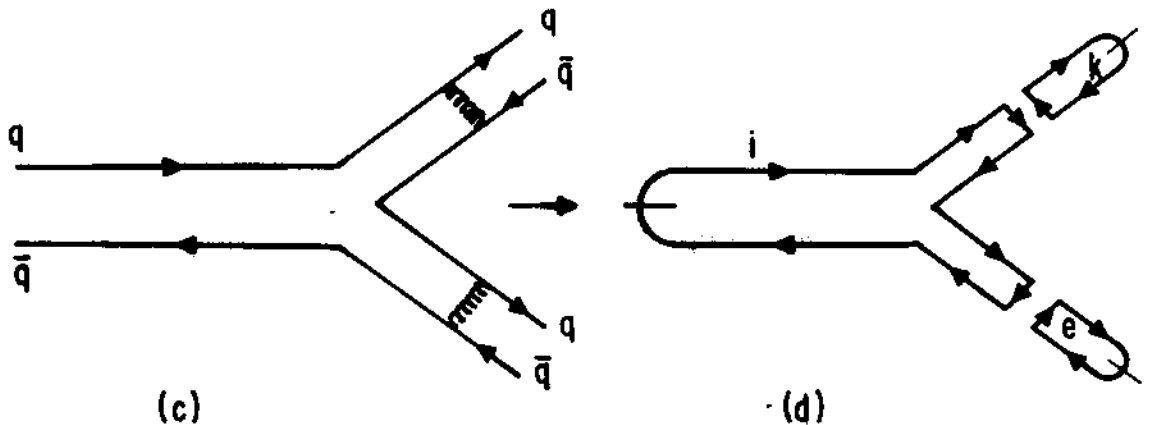


Fig. 41 - Diagrama de cor para o processo permitido de um decaimento $\underline{M\bar{e}son} \rightarrow \underline{M\bar{e}son} + \underline{M\bar{e}son}$.

Estando fixada pelo estado inicial, a cor (i) da figura 41d res-ta-nos duas "loops" livres de cor (k) e (l) correspondendo então a um fator N_c^2 . A amplitude correspondente será então, proporcional à

$$\left(\frac{g}{\sqrt{N_c}}\right)^4 N_c^2 \rightarrow g^4$$

e a seção de choque $\propto 1/N_c$.

É fácil de compreender agora para o decaimento de Bolas de Grude para o qual nós teríamos, a grosso modo, a contribuição da metade do diagrama proibido (a) isto é, $(1/\sqrt{N_c})^2$ para os vértices, e como não teríamos mais uma "loop" de cor livre, não temos mais o fator N_c correspondente, como vemos na figura (b) em dupla linha. Sendo assim, concluímos que a amplitude para o decaimento da B.G. é da ordem de $1/N_c$ e a seção de choque correspondente de $1/N_c^2$. Em resumo, para os processos de decaimentos levando em consideração a (R. O.Z.I.) temos: (M \equiv méson)

$$\Gamma_{B.G. \rightarrow MM} \propto 1/N_c^2 \quad (72)$$

$$\begin{array}{l} \text{Processo Permitido} \\ \Gamma_{M \rightarrow MM} \propto 1/N_c \end{array} \quad (73)$$

$$\begin{array}{l} \text{Processo Proibido} \\ \Gamma_{M \rightarrow MM} \propto 1/N_c^3 \end{array} \quad (74)$$

e este resultado leva à regra da média

$$\Gamma_{BG} \propto \sqrt{\Gamma_{M \rightarrow MM}^{\text{Processo Permitido}} \cdot \Gamma_{M \rightarrow MM}^{\text{Processo Proibido}}} \quad (75)$$

isto também quer dizer que

$$\Gamma_{BG} = \frac{1}{N_c^2} < \Gamma_{\text{hadrônica}} > \quad (76)$$

Ainda assim estas regras são de difícil compreensão quanto à sua aplicabilidade. Elas tem no máximo o sentido de estimativas da ordem de grandeza. Note que se fizermos $N_c = 3$ o que parece concordar com alguns resultados experimentais, como vimos anteriormente, é preciso que o comportamento ou ainda, que o fator de supressão seja o mesmo que aquele que encontraríamos se nós colocássemos no seu limite de validade $N_c \rightarrow \infty$. Tomemos um caso bem conhecido e vejamos como poderíamos obter uma ordem de grandeza para a largura da B.G. associada ao processo. A largura total do méson $\phi(1020)$ ($s\bar{s}$) e larguras parciais são:

(Ver referência 25 para os valores experimentais abaixo)

$$\Gamma_{\phi}^{\text{total}} \simeq 4.21 \text{ Mev.}$$

$$\Gamma_{\phi \rightarrow k\bar{k}} \text{ (Permitido)} \simeq 85\% \Gamma_{\phi}^{\text{Total}} \simeq 3.58 \text{ Mev.}$$

$$\Gamma_{\phi \rightarrow 3\pi} \text{ (Proibido)} \simeq 15\% \Gamma_{\phi}^{\text{Total}} \simeq 0.63 \text{ Mev.}$$

Segundo (75) temos para a B.G. associada:

$$\Gamma_{BG} \simeq \sqrt{3.58 \times 0.63} \simeq 1.50 \text{ Mev.}$$

A nosso ver este valor é de fato muito pequeno comparado com as larguras médias hadrônicas (100-200 Mev.) com algumas poucas exceções.

É no entanto importante fazer atenção à alguns pontos que não tem nada a ver com a (R.O.Z.I.) mas que mostram processos altamente cancelados. Vejamos o que podemos dizer sobre o processo $\phi \rightarrow 2\pi$? Tomemos os seguintes processos:

$$J^P = 1^-:$$

$$\Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) \neq 0$$

$$\Gamma(k^* \rightarrow k\pi) \neq 0$$

$$\Gamma(\phi \rightarrow k\bar{k}) \neq 0$$

são todos processos permitidos e com valores da ordem de:

$$\Gamma_{\text{Tot}}(\rho) = 154 \pm 5. \text{ Mev.}, \text{ como } (\rho \rightarrow 2\pi) \simeq 100\% \Rightarrow \Gamma_{\text{Tot}}(\rho) \simeq \Gamma(\rho \rightarrow 2\pi).$$

$$\Gamma_{\text{Tot}}(k^*) = 50.8 \pm 0.9 \text{ Mev.}, \text{ como } (k^* \rightarrow k\pi) \simeq 100\% \Rightarrow \Gamma_{\text{Tot}}(k^*) \simeq \Gamma(k^* \rightarrow k\pi)$$

$$\Gamma_{\text{Tot}}(\phi) = 4.21 \pm 0.13 \text{ Mev}, \text{ mas } (\phi \rightarrow k\bar{k}) \simeq 85\% \Rightarrow \Gamma(\phi \rightarrow k\bar{k}) \simeq 3.58 \text{ Mev.}$$

$$\text{e } (\phi \rightarrow 2\pi) \simeq (0.02 \pm 0.01)\% \Rightarrow \Gamma_{\phi \rightarrow 2\pi} \simeq 0.$$

Então, todos estes decaimentos estão de acordo com a (R.O.Z.I.) e podem ser generalizados como: Vetor $(\phi, k^*, \rho \dots)$ Pseudo Escalar-Pseudo Escalar $(J^P = 0^-, \pi^\pm, k^\pm \dots)$ $(V \rightarrow PP)$. Mas, o decaimento $\omega \rightarrow 2\pi \simeq (1.4 \pm 0.2)\%$ e $\Gamma_{\omega}^{\text{Tot}} \simeq 9.9 \pm 0.3 \text{ Mev.}$ i.e., é também muito pequeno e não é proibido pela (R.O.Z.I.). Se lembrarmos que tanto $\omega \rightarrow 2\pi$ quanto $\phi \rightarrow 2\pi$ são proibidos por G-Paridade neste caso, a (R.O.Z.I.) é irrelevante para os decaimentos (VPP). Por esta razão escolhemos para exemplificar a (R.O.Z.I.) o decaimento de $\phi \rightarrow 3\pi$ que é da ordem de 15% e é proibido por (R.O.Z.I.) enquanto $\omega \rightarrow 3\pi$ que é da ordem de 90% e não é proibido pela (R.O.Z.I.). Finalmente, a título de informação complementar o méson vetorial é uma mistura do tipo:

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{3}} \omega_1 + \sqrt{\frac{1}{3}} \omega_8 \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{u} + d\bar{d})$$

onde

$$\omega_1 = |1,1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$$

e

$$\omega_8 = |8,1\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$$

C. Números Quânticos J^{PC}

É importante conhecer de imediato os números quânticos J^{PC} para cada estado possível formado por quarks e gluons. Devemos adicionar um fato específico à procura de B.G. que é o de procurarmos preferencialmente naqueles processos de números quânticos exóticos. As B.G. com J^{PC} exóticos com respeito à $q\bar{q}$ são chamados na literatura de "Oddballs". Nós devemos lembrar que esta exigência deve-se ao fato de que havendo um conjunto de números quânticos correspondente à algum singleto do noneto de $SU(3)$ nós não precisamos da interpretação de B.G. para o referido estado. Cria-se inclusive uma situação de competição entre os diferentes estados e de difícil solução. Então, temos em princípio, dois tipos de B.G., aquelas cujos números quânticos são também compatíveis com um estado de $(q\bar{q})$ e aqueles proibidos para $(q\bar{q})$, formados portanto somente de gluons sem ambiguidade.

Um sistema formado de $(q\bar{q})$ tem números quânticos:

$L(q\bar{q})$ = Momento angular orbital

$S_{q\bar{q}} = S_q \oplus S_{\bar{q}} =$ spin total do sistema $(q\bar{q})$

$P(q\bar{q}) = (-1)^{L+1} =$ Paridade do sistema $(q\bar{q})$ (fermion-antifermion)

$C(q\bar{q}) = (-1)^{L+S} =$ Conjugação de carga do sistema $(q\bar{q})$

É usual tomar a notação espectroscópica: $^{2S+1}L_J$. Alguns estados J^{PC} para ondas parciais L respectivas são:

$L = 0$ (ondas S) $J^{PC} = 0^{-+}, 1^{--}$

$L = 1$ (onda P) $1^{+-}, (0,1,2)^{++}$

$L = 2$ (onda D) $2^{-+}, (1,2,3)^{--}$

$L = 3$ (onda E) $3^{+-}, (2,3,4)^{++}$

Exercício nº 18: Faça os cálculos para obter todos os J^{PC} de $L = 0$ até $L = 5$. Para cada J^{PC} faça a sua notação, espectroscópica correspondente.

Para dois gluons temos $P_{gg} = (-1)^L$ e $C_{gg} = (-1)^{L+S}$

- $L = 0 \quad J^{PC} = (0, 2)^{++}$
 $L = 1 \quad = (0, 1, 2)^{-+}$
 $L = 2 \quad = 2^{++}, (0, 1, 2, 3, 4)^{++}$
 $L = 3 \quad = (2, 3, 4)^{-+}$

Exercício nº 19: O mesmo exercício anterior para 2 gluons e 3 gluons. Explique tudo e classifique os "oddballs".

Vejamos uma tabela representando alguns dos estados possíveis para $(q\bar{q})$ e B.G. a 2 e a 3 gluons.

J^{PC}	$(q\bar{q})$	2g	3g	
0^{++}	SIM	S	S	
0^{+-}	NÃO	N	S	"ODDBALL" 1
0^{-+}	S	S	S	
0^{--}	N	N	S	"ODD BALL" 2
1^{++}	S	S	S	
1^{+-}	S	N	S	
1^{-+}	N	S	S	"ODDBALL" 3
1^{--}	S	N	S	
2^{++}	S	S	S	
2^{+-}	N	N	S	"ODDBALL" 4
2^{-+}	S	S	S	
2^{--}	S	N	S	
3^{++}	S	S	S	
3^{+-}	S	N	S	
3^{-+}	N	S	S	"ODDBALL" 5
3^{--}	S	N	S	

Note que as B.G. à 2g tem $C=+$ e somente as B.G. à 3g possuem $C=-$. Nosso ponto é: Se para os J^{PC} exóticos algum estado for observado é mais provável que seja uma B.G. que um exótico à muitos quarks, já que estes até o presente não foram ainda claramente observados. Finalmente, é preciso que se crie condições para se procurar B.G. sem ambigüidades tanto do ponto de vista técnico quanto do ponto de vista experimental e sairmos então do fatigante problema de análises espectroscópicas complicadas. Vejamos então dos resultados experimentais o que nos dizem sobre as B.G.

D. Candidatos Experimentais

- i) Generalidades
- ii) $E(1420)$, $E_R(1440)$, $G(1440)$, $I(1440)$ e $D'(1530)$
- iii) $\theta(1640)$
- iv) $S^*(980)$
- v) $\gamma\gamma \rightarrow \rho\rho$
- vi) $(\phi\phi)$, $G_T(2160)$, $G_{T_1}(2320)$

i) Generalidades

Até o presente nós só podemos falar de "candidatos" experimentais. Nenhum estado do tipo Bolas de Grude foi ainda detectado sem ambigüidades. E o papel da fenomenologia *agora* é apontar em que condições estes podem ser observados. E é disto que a literatura sobre o assunto tem se ocupado até o presente com enfoques os mais variados. Este procedimento, vale à pena ressaltar, não é novo e costumamos dar como exemplo que um grande número de estados levou cerca de vinte anos para adquirir o "status" de "bem estabelecido", devido as inúmeras ambigüidades encontradas. Este foi por exemplo o caso do A_1^{36} e de quase todos os componentes de seu noneto de $SU(3)$, de $J^{PC} = 1^{++}$. É claro que nessas situações a "lei do menor esforço" é aplicada de imediato. Isto é, aponta-se logo um certo número de estados ambigüamente determinados, e este é o caso do $E(1420)$, que foi apontado como sendo um dos candidatos possíveis à B.G. e veremos porque, mais abaixo. E como temos dito repetidas vezes deve-se procurar em regiões favorecidas pelos "oddballs" e assim sairemos da inércia gerada pelos "singletos-problemas".

De uma certa forma nós podemos inverter a questão: Será

que a dificuldade encontrada de observação sem ambiguidades dos estados ($q\bar{q}$) está ligado ao fato de que na mesma região cinemática podem estar presentes as B.G.? Existe interferência entre eles? Nós vamos enumerar alguns estados que tem sido motivo de controvérsias quanto a sua interpretação como (B.G.) e discutir cada um deles separadamente.

ii) E(1420), E_R (1440), G(1440), i(1440) e $D'(1530)$

Estes possíveis estados tem pelo menos dois pontos em comum. O primeiro está ligado ao noneto 1^{++} chamado de noneto do A_1 , do qual fazem parte os mésons A_1 (isotripleto), Q (dois isodoubletos) o D e o D' (dois isosingletos). Os mésons A_1 , Q e D estão, no presente, bem estabelecidos³⁶. A procura do companheiro isosinglete do D(1285), o D' , estimulou uma série de trabalhos teóricos e experimentais. Durante algum tempo pensou-se ter encontrado o D' que seria o E(1420). Este méson tem sido proposto sistematicamente para o lugar de isosinglete D' . Nós vamos ver o problema mais em detalhe.

O segundo ponto comum entre eles data da introdução da QCD para as interações fortes e a consequente procura de B.G. nos decaimentos radiativos do J/ψ .

Visto os dois aspectos gerais que os relacionam vejamos se conseguiremos esclarecer um pouco a confusão teórico-experimental criada por estes objetos.

Começemos por dizer que não é nossa intenção falar sobre o $D'(1530)$ mas apenas apontá-lo como sendo o mais forte e mais recente³⁷ candidato a vir a ser o isosinglete companheiro do D(1285). Sendo assim, de nossa lista excluimos o $D'(1530)$ e passamos a considerar os quatro objetos restantes E, E_R , G e i que por sua vez serão reduzidos à dois, o E(1420) e o $E_R \equiv G \equiv i$. O E_R (1440) foi a primeira ressonância observada na Europa daí o seu nome³⁸. A reação estudada foi $p\bar{p} \rightarrow E^0 \pi^+ \pi^-$ e foram encontrados para os parâmetros de sua definição:

$$\begin{aligned} M_{E_R} &= 1440 \text{ Mev} \\ \Gamma_{E_R} &= 50 \text{ Mev} \\ J^P &= 0^- \end{aligned}$$

Mais recentemente³⁹ refazendo-se os ajustes com dados

experimentais acumulados, confirma-se os parâmetros com os valores:

$$\begin{aligned} J^P &= 0^- \\ M_{E_R} &= 1425 \text{ Mev.} \\ \Gamma_{E_R} &= 80 \text{ Mev.} \end{aligned}$$

Sendo assim este estado $E_R(1440)$ está praticamente excluído da competição como candidato ao isosinglete ($s\bar{s}$) do noneto 1^{++} . O nome de $G(1440)$ foi dado recentemente por alguns autores⁴⁰ assim como o de $\iota = i(1440)$ por outros⁴¹, no decaimento radiativo do $J/\psi \rightarrow \gamma i$, ambos confirmando os números quânticos $I^G = 0^+$ e $J^{PC} = 0^{-+}$ obtidos na ref. 38,39. Também em $p\bar{p}$ foi encontrado este estado em diferentes experiências⁴². Se este estado fosse o D' , i.e., o isosinglete companheiro do $D(1285)$ do noneto 1^{++} , teria que ser observado na mesma reação que o $D(1285)$. No entanto somente as experiências $p\bar{p}$ ("aniquilação em vôo")⁴³ e que produzem os dois estados, o $E(1420)$ e o $D(1285)$, e nas experiências $p\bar{p}$ ao repouso³⁸ o $D(1285)$ não é visto o que faz mais uma condição para excluir o $G(1440)$ de vir a ser o D' .

Em experiências com πN ⁴⁵ é observado o $E(1420)$ com $J^P = 1^+$ assim como em KN ³⁷. Do ponto de vista teórico existem duas possibilidades para uma determinação do E vir a ser o companheiro do isosinglete $D(1285)$:

$$1\text{a)} \quad E = \sqrt{\frac{1}{3}} |1\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} |8\rangle = s\bar{s}$$

e o

$$D = \sqrt{\frac{2}{3}} |1\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} |8\rangle = \frac{u\bar{u} + d\bar{d}}{\sqrt{2}}$$

onde

$$|1\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$$

$$|8\rangle = \sqrt{\frac{1}{6}} (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$$

Neste caso espera-se que $\sigma_D > \sigma_E$.

Usando-se um mecanismo de fusão de quarks (de valência e do mar)⁴⁶ encontra-se, com esta hipótese,

$$\sigma_D = 15.5 \mu\text{b} \quad \text{e} \quad \sigma_E = 2.0 \mu\text{b.}$$

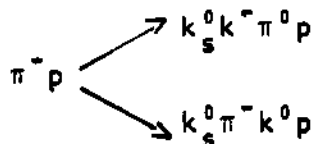
2a) A segunda hipótese seria fazer

$$E = |1\rangle \quad \text{e o} \quad D = |8\rangle,$$

e com isto encontra-se

$$\sigma_D = 5 \mu b \quad e \quad \sigma_E = 15 \mu b.$$

Os resultados experimentais encontrados para



são

$$\sigma_E(k\bar{k}\pi) = 12.3 \pm 1.5 \mu b.$$

$$\sigma_D(k\bar{k}\pi) = 5.8 \pm 0.6 \mu b.$$

isto é, $\sigma_E > \sigma_D$. Este resultado favorece a 2ª hipótese para a qual o E(1420) seria uma "mistura" e não um puro ($s\bar{s}$).

Resta-nos agora perguntar se o G(1440) pode ainda ser candidato à algum estado ($q\bar{q}$)? A única possibilidade seria o estado isoscalar do noneto excitado $J^{PC} = 0^{-+}$:

Componentes	Massa (Mev)	Γ (Mev)	Decaimentos
π'	1270	580	$\epsilon\pi, \rho\pi$
k'	1400 - 1450	250	$\epsilon k, k^*\pi, \rho k$
ζ	1275	70	$\eta\pi\pi (\delta\pi, \epsilon\eta)$
ζ'	1500 - 1600 (?)	(?)	$k\bar{k}\pi$ dominante

Isto levaria a considerar o G como sendo o ζ' companheiro do ζ . Mas as propriedades até agora determinadas para o G(1440) não permitem um ajuste compatível com o que é esperado para o ζ'^{47} , isto é, massa e largura ($\Gamma(J/\psi \rightarrow \gamma\zeta') \gg \Gamma(J/\psi \rightarrow \gamma\zeta)$) e não é mesmo observado nos decaimentos radiativos.

Com as presentes informações podemos construir a tabela abaixo resumindo alguns pontos:

Tipo de Experiência	$k\bar{k}\pi$	$\eta\pi\pi$	J^P	D(1285)	O que foi observado	Noneto ex- citado
$\pi^- p$	k^*k	Não	1^+	D >> E	E(1420)	?
$p\bar{p}$ ao repouso	$\delta\pi$	-	0^-	Não	G(1440)	ζ
$p\bar{p}$ (em vôo)	-	Não ($\delta\pi$)	$1^+/0^-$	D >> E	E(1420) G(1440) D(1285)	?
$J/\psi \rightarrow \gamma x$	($\delta\pi$)	Indica- ções($\delta\pi$)	0^-	Não	G(1440) \equiv $\equiv i(1440)$	ζ' Não

Nós podemos tirar algumas conclusões com as informações dadas até o presente:

- 1) Existe o E(1420) predominantemente observado em reações do tipo π e KN.
- 2) Existe o G(1440) $\equiv E_R(1440) \equiv i(1440)$ predominantemente, observado em $p\bar{p}$, KN e $J/\psi \rightarrow \gamma x$.
- 3) O melhor candidato ao isosinglete do noneto do $A_1(J^{PC} = 1^{++})$ é o D'(1530) com as seguintes características:

$$M = 1526. \pm 6. \text{ Mev.}$$

$$\Gamma = 107. \pm 15. \text{ Mev.}$$

$$J^{PC} = 1^{++}, \quad l = 0$$

$$D' \rightarrow k^*K + c.c.$$

São acompanhados do D(1285) e do E(1420) na mesma experiência cuja distribuição de massa é dada na fig. 42.

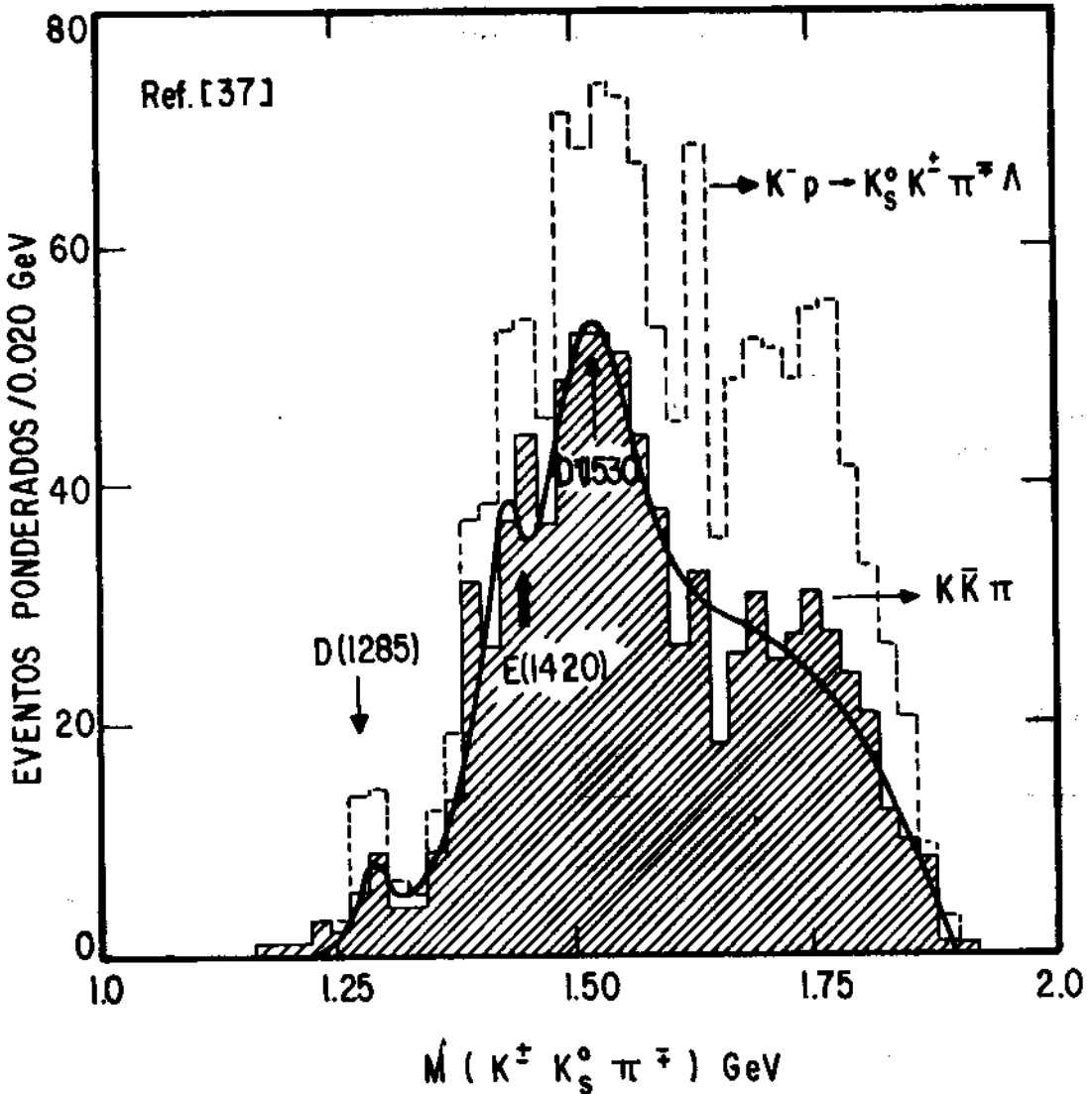


Fig. 42 - Distribuição de massa invariante para $(K^{\pm} K_S^0 \pi^{\mp})$ para a reação $K^- p \rightarrow K_S^0 K^{\pm} \pi^{\mp} \Lambda$ conforme referência 37.

- 4) O candidato à ζ' do noneto excitado $J^{PC} = 0^{-+}$ ainda não foi encontrado.
- 5) Finalmente, ficam dois estados sem interpretação clara: o $E(1420) 1^+$ e o $G(1440) 0^-$. São eles então, bons candidatos à B.G.? Tudo leva a crer que o $G(1440) 0^-$ é um bom candidato à B.G. Examinemos a questão mais em detalhe. Lembremos agora, quando um processo do tipo decaimento radiativo do J/ψ ,

$$J/\psi \rightarrow \gamma X$$

tem um grande "Branching Ratio" (B.R.) então, o objeto X pode ser interpretado como uma B.G. já que $J/\psi \rightarrow \gamma gg$ tem um grande (B.R.)

predito pela Q.C.D. Vejamos a tabela abaixo o que poderá nos informar com os resultados experimentais de alguns decaimentos radiativos hadrônicos do J/ψ .

$J/\psi \rightarrow$	B.R. $\times 10^{-3}$			Ref. [48]	Valor mais provável
$\gamma\eta$	Ref. [49,42a] 0.94 ± 0.4	Ref. [49,42a] 1.2 ± 0.2	Ref. [50] 0.8 ± 0.2	Ref. [50] 1.3 ± 0.4	1.05 ± 0.3
$\gamma\eta'$	Ref. [49,42a] 3.4 ± 0.7	Ref. [49,42a] 6.9 ± 1.7	Ref. [50] 2.2 ± 1.7	Ref. [50] 2.4 ± 0.7	3.37 ± 1.2
γf	Ref. [49,42a] 1.3 ± 0.3	Ref. [50] 2.0 ± 0.3	Ref. [50] 0.9 ± 0.3	Ref. [50] 1.5 ± 0.4	1.43 ± 0.33
γG_{1440}	Ref. [49,42a] 3.6 ± 1.4	Ref. [51] 4.3 ± 1.7	Ref. [51] 4.0 ± 1.2		3.97 ± 1.43

Estes valores são resultados de diferentes experiências. Na sexta coluna nós damos o valor mais provável para um mesmo modo de decaimento levando em consideração os diferentes valores medidos. Nós observamos aí que de fato, o valor para γG_{1440} (3.97 ± 1.43) é o maior (B.R.) medido para o conjunto de decaimentos apresentados e isto favorece a interpretação do G_{1440} como uma (B.G.). Note que, se olharmos cada experiência separadamente o η' tem o maior valor medido dos (B.R.) da tabela acima. E o valor mais provável é o segundo maior. Este fato tem levado⁵¹ à questão; porque não se interpreta também o η' como uma (B.G.) segundo este critério? É preciso não esquecer que, os B.R. medidos para decaimentos de outros hadrons, e entre eles o η' , podem ser entendidos como sendo consequência da contribuição do mar de quarks mais leves. Isto é, G_{1440} seria um puro ($s\bar{s}$) se o interpretarmos com um quarkonium, e se no estado inicial temos um $(c\bar{c})$, (J/ψ) e tendo em vista que o decaimento é proibido pela (R.O.Z.I), ele passaria por um estado intermediário e decairia via quarks. Se estes quarks são "leves" é razoável pensar que este seja um evento mais provável. Nós devemos entender esta regra, como um dos possíveis critérios de seleção de medidas de B.R., possível de ser interpretada como originada de dois gluons ou não e pode ser enunciada como: "Se o

B.R. ($J/\psi \rightarrow \gamma X$) é grande e como a Q.C.D. prevê um grande B.R. ($J/\psi \rightarrow \gamma gg$), então é possível que $X \longleftrightarrow gg$ e então X é um bom candidato à B.G.". Nós estamos chamando aqui deliberadamente, de G(1440) o objeto observado nos decaimentos radiativos J/ψ , contrariamente ao que se encontra na literatura onde se tem apresentado uma grande confusão de notação: I(1440), E(1420) etc.etc.

As propriedades do G(1440) encontradas nos decaimentos radiativos do J/ψ são:

1) Distribuição de massa em $k\bar{k}\pi$ como mostra as figuras 43.

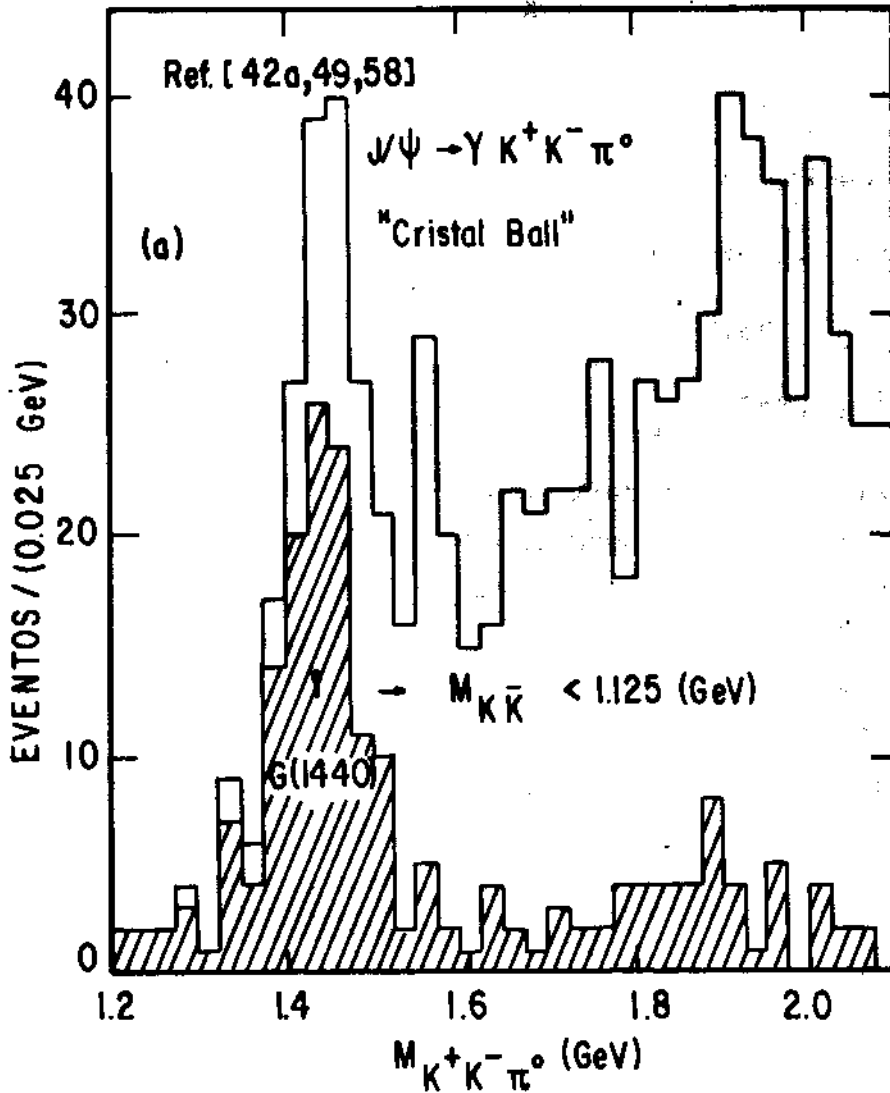


Fig. 43a

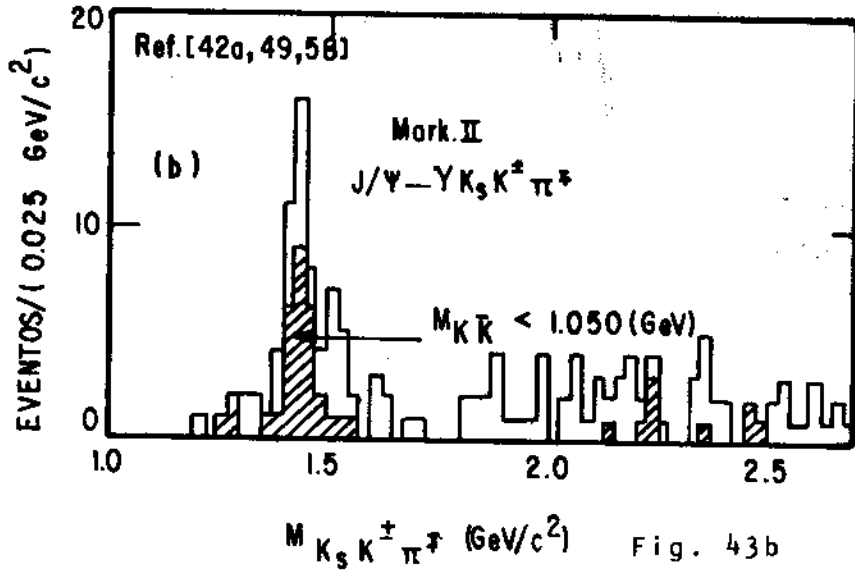


Fig. 43b

Fig. 43 - Distribuição de massa invariante para o decaimento do J/ψ conforme referências indicadas.

- 2) $J/\psi \rightarrow \gamma G \rightarrow k \bar{k} \pi$
- 3) $M_G = 1440 \pm \frac{10}{15} \text{ Mev.}$
- 4) $\Gamma_G = 50 \pm \frac{30}{20} \text{ Mev.}$
- 5) $J^{PC} = 0^{-+} ; 1^G_{0^+}$

Existem na verdade duas opções para o J^P deste estado segundo os resultados experimentais: 1^+ e 0^- . O fato de a determinação 0^- ser favorecida dá mais um argumento na direção de uma interpretação como B.G. Se fosse um 1^+ não poderia se acoplar à 2 gluons pelo teorema de Yang⁵². Ao mesmo tempo, isto exclue o $E(1420)$ que tem $J^P = 1^+$ como candidato à B.G. Este fato explica ainda, porque o $D(1285)$ não é visto junto com o $G(1440)$, pois o $D(1285)$ só poderia aparecer via 3 gluons como ilustramos na figura 44.

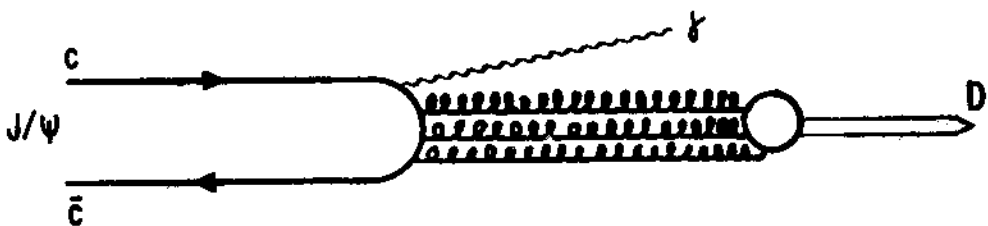


Fig. 44 - Decaimento radiativo do J/ψ via 3 gluons.

Um outro argumento favorecendo a interpretação de B.G. para o $G(1440) \equiv i(1440)$ é uma estimativa de seu (B.R.). Como vimos na ta bela anterior $BR(J/\psi \rightarrow \gamma G) BR(G \rightarrow k\bar{k}\pi) = (3.6 \pm 1.4) \times 10^{-3}$ (ref. 48, 41a.). Vamos então, seguir a ref. 61:

$$\frac{BR(J/\psi \rightarrow \gamma G)}{BR(J/\psi \rightarrow \gamma \eta_c)} \simeq 1.9 - 3.7$$

Usando os valores dos dados disponíveis⁵³, $B.R.(J/\psi \rightarrow \gamma \eta_c) \simeq (0.7 - 1.5)\%$ obtém-se $BR(J/\psi \rightarrow \gamma G(1440)) \simeq (1.3 - 5.6)\%$ que é bastante grande e dá para $BR(G \rightarrow k\bar{k}\pi) \simeq (0.39 - 3.85) \times 10^{-3}$. É preciso dizer que todos estes resultados e considerações tem o sentido, até o presente, de indicar uma direção na qual possamos encontrar uma interpretação clara destes estados supostos candidatos à B.G. Mas se as considerações teóricas, modelos e esquemas de determinação das B.G. são ainda pouco precisas, no sentido de uma derivação simples à partir dos "grandes princípios" da física, os resultados experimentais não são livres de barras de erro significativos mudando os valores algumas vezes drasticamente de uma conferência para outra. Se tomarmos a posição otimista, nós diremos que isto é normal e saudável em um começo de pesquisa por regiões até então desconhecidas. Nós indicamos abaixo alguns pontos que consideramos "fracos" para uma descrição sobre estes estados como B.G.

1. ausência de regras bem estabelecidas.
2. resultados ainda pouco confiáveis e algumas vezes contraditórios.
3. a confusão de nomes ou a forma de apresentação reflete a falta de segurança sobre os resultados obtidos.
4. a condição de independência de sabor não tem sido verificada. Independentemente de fatores de espaço de fase, o que pode ser visto, é que os estados encontrados tem sempre um canal preferencial, o que não é esperado para uma B.G. No caso do $G(1440)$ a ausência de $\eta\pi\pi$ comparável ao $k\bar{k}\pi$. Se $x = \text{Bola de Grude}$ então o decaimento $(x \rightarrow k\bar{k}\pi) \simeq (x \rightarrow \eta\pi\pi)$. Mas via a (R.O.Z.I.) se espera que $(x \rightarrow k\bar{k}\pi) \gg (x \rightarrow \eta\pi\pi)$ se $x \equiv G \equiv E_R \equiv i \equiv (s\bar{s})$.

Resumindo agora os principais pontos acima descritos sobre esses "candidatos" temos:

1. Pontos comuns. As dificuldades encontradas para preencher o no neto de $SU(3) J^{PC} = 1^{++}$ com respeito ao isoescalar ($I = 0$), com panheiro do $D(1285)$, o D' , e o advento da possibilidade de exis

tência de novos hadrons constituídos somente de gluons fizeram do estudo dos objetos $E(1420)$, $E_R(1440)$, $G(1440)$ $i(1440)$ e $D'(1530)$ um único assunto de pesquisa.

- II. O $D'(1530)$ é o melhor e o mais recente candidato ao isoescalar do $J^{PC} = 1^{++}$.
- III. O $E_R(1440)$, o $G(1440)$ e o $i(1440)$ são um único objeto, os dois primeiros assim chamados em interações $p\bar{p}$ e o último em decaimentos radiativos do J/ψ . Ele é um bom candidato à B.G.
- IV. O $E(1420)$ visto em πN e KN é confirmado como uma boa ressonância ($s\bar{s}$), $l = 0$, $J^{PC} = 1^{++}$. Este objeto apontado como candidato ao isosinglete do $J^{PC} = 1^{++}$, $l = 0$, ainda conta com um grande número de ambiguidades.

III) $e(1640)$

Este objeto foi descoberto recentemente no "Cristal Ball"⁵⁴ no decaimento radiativo do $J/\psi \rightarrow \gamma \eta \eta$ e cujos parâmetros encontrados para sua definição, são:

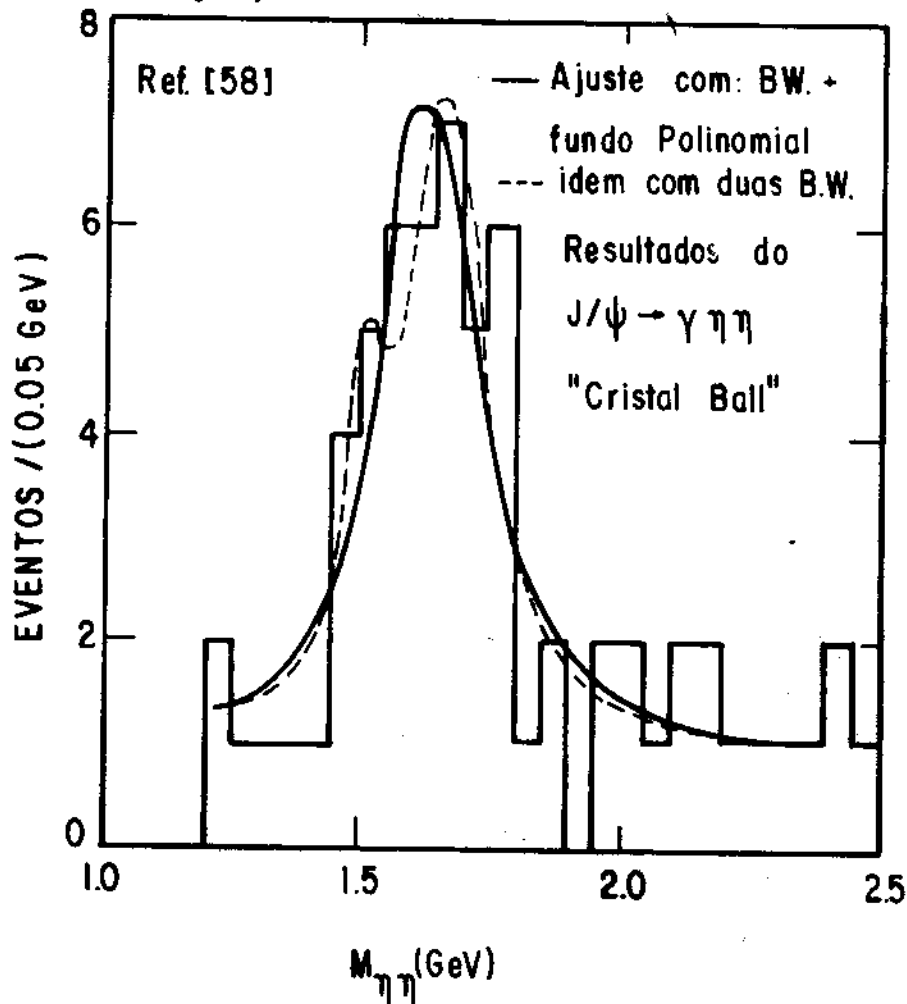


Fig. 45 - Distribuição de massa invariante para $(\eta\eta)$ do decaimento do J/ψ conforme referência indicada.

1. $M_\theta = 1640 \pm 50 \text{ Mev.}$

2. $\Gamma_\theta = 220 \pm \frac{100}{70} \text{ Mev.}$

3. $J^{PC} = 2^{++}$ é preferido sobre 0^{++}

4. Decaimento dominante $\theta \rightarrow \eta\eta$

5. "Branching Ratios":

$$\text{B.R.}(J/\psi \rightarrow \gamma\theta) \text{BR}(\theta \rightarrow \eta\eta) = (4.9 \pm 1.9 \pm 1.0) \times 10^{-4}$$

$$\text{B.R.}(J/\psi \rightarrow \gamma\theta) \text{BR}(\theta \rightarrow \pi\pi) < 6. \times 10^{-4}$$

6. Distribuição angular compatível com os dados na hipótese de spin 2.: $W = 1 + \cos^2\theta_\gamma$.

Modelos de quarkonium tomando o $\theta = \frac{u\bar{u} + d\bar{d}}{\sqrt{2}}$ encontram uma grande compatibilidade para este objeto. O mais sério problema para interpretação deste objeto como B.G. é a não observação do decaimento em $\pi\pi$. Se postularmos ser ele um singlete, espera-se que $\text{BR}(\theta \rightarrow \pi\pi) = 3 \times \text{BR}(\theta \rightarrow \eta\eta)$ sem correções do espaço de fase.

Um quadro mais recente de medidas dos parâmetros acima⁵¹ é:

PARÂMETROS MEDIDOS	"Cristal Ball"	Mark-II
M_θ (Mev)	1670 ± 50 ($\eta\eta$)	1700 ± 20 (k^+k^-)
Γ_θ (Mev)	160 ± 80	156 ± 30
$\text{BR}(J/\psi \rightarrow \gamma\theta) \text{BR}(\theta \rightarrow \eta\eta)$	$(3.8 \pm 1.6) \times 10^{-4}$	-
$\text{BR}(J/\psi \rightarrow \gamma\theta) \text{BR}(\theta \rightarrow k\bar{k})$	-	$(12.4 \pm 1.8 \pm 5.0) \times 10^{-4}$
$\text{BR}(J/\psi \rightarrow \gamma\theta) \text{BR}(\theta \rightarrow \pi\pi)$	$< 6. \times 10^{-4}$	$< 3.6 \times 10^{-4}$

Tomando a hipótese de B.G. para este objeto, alguns modelos tem predito a sua existência⁵⁵. Vejamos agora na tabela abaixo alguns valores para razões entre B.R. segundo diferentes enfoques:

Valores Calculados	Via B.G. $J^{PC} = 2^{++}$ Ref. 56	Via Excitação Radial $q\bar{q} - J^{PC} = 2^{++}$ ref. 57	Via Exótico $J^{PC} = 2^{++}$ 4 Quarks ref. 58	Valores Experimentais
$\frac{BR(\theta \rightarrow \eta\eta)}{BR(\theta \rightarrow k\bar{k})}$	< 0.2	~ 0.25	0.5	0.33 ± 0.2
$\frac{BR(\theta \rightarrow \pi\pi)}{BR(\theta \rightarrow k\bar{k})}$	$< 1.$	< 1	$BR(\theta \rightarrow \pi\pi) = 0$ $BR(\theta \rightarrow \rho\rho) = 0$	$< 1.$

Podemos então tirar algumas conclusões:

- I. A hipótese de B.G. para o θ é consistente com os dados disponíveis.
- II. A hipótese de excitação radial é pelo menos incompatível com os dados existentes.
- III. A hipótese de estado exótico à 4 quarks exclue completamente a associação do θ com outros picos encontrados em $p\bar{p}$ como comentaremos mais adiante.

Mesmo se formos otimistas quanto as possibilidades atuais de uma interpretação positiva do θ como uma B.G., com os dados atuais não é possível dizer nada sequer comparável à situação dos objetos estudados anteriormente (E,G,...). A única esperança é que se confirme os resultados dos modelos teóricos^{32g,m'} que predizem a existência do θ como uma B.G. Por enquanto, a pergunta que se coloca pode ser ilustrada pelo gráfico da fig. 46:

Quem é o θ ? Um (gg), um (q \bar{q} g) ou um (q \bar{q} q \bar{q})?

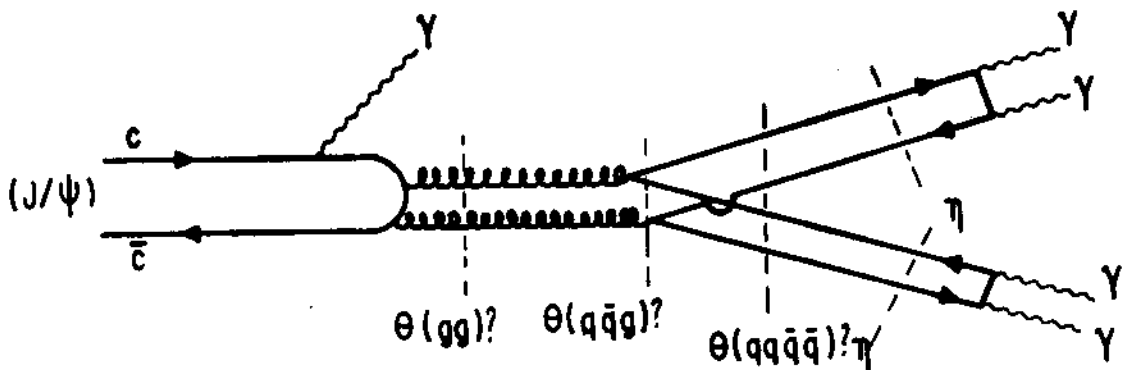


Fig. 46 - Diagrama indicando diferentes interpretações para o $\theta(1650)$, à partir do decaimento do J/ψ .

iv) $s^*(980)^{59}$

O $s^*(980)$ é um méson escalar com as seguintes propriedades:

1) Pertence ao noneto de $SU(3)$, $J^{PC} = 0^{++}$, sendo o isosinglete ($s\bar{s}$) ($I^G = 0^+$).

2) $M_{s^*} = 975. \pm 4. (\text{Mev})$, $\Gamma_{s^*} = 33. \pm 6. (\text{Mev})$.

3) Decaimentos observados:

$$s^* \longrightarrow \begin{cases} \pi\pi & 78. \pm 3. \% \\ k\bar{k} & 22 \pm 3. \% \end{cases}$$

4) Aparece particularmente com um forte pico em $\pi^+\pi^-$ no decaimento do J/ψ .

Como vemos e como hoje estão de acordo a maioria dos autores²⁵ é um bom méson de $SU(3)$ tipo $(q\bar{q})$. Então surge a pergunta porque o indicamos aqui na lista de candidato à B.G.⁶⁰, Existem na verdade duas boas razões para não considerá-lo como um bom candidato à B.G.:

1) Se ajusta perfeitamente ao isosinglete de $SU(3)$ $J^{PC} = 0^{++}$.

2) Não é sequer observado nos decaimentos radiativos do J/ψ .

Em conclusão: Nós excluimos da lista de candidatos à B.G. pelo menos no estágio atual das observações experimentais sobre este objeto. Nós estamos convencidos que este foi indicado como candidato no passado recente⁶⁰ unicamente pelas dificuldades que

se teve nos ajustes para bem determiná-lo como o isosinglete ($s\bar{s}$). Aproveitamos aqui para chamar a atenção de que, não basta ter difícil interpretação para avançar argumentos de que um objeto pode ser candidato natural à B.G. Este procedimento confunde a situação e não contribue em nada para esclarecer o quadro de evidências experimentais.

v) $\gamma\gamma \rightarrow \rho\rho$

Recentemente⁶¹ foi descoberto um forte pico na massa invariante $\rho\rho$ centrado à 1.6 Gev. e confirmado posteriormente por outros experimentos⁶². Este pico tem sido interpretado⁶³ como uma B.G. já que um dos acoplamentos possíveis entre fótons e quarks são gluons. Este esquema leva em consideração efeitos de limiar das ressonâncias e obtém uma largura da ordem de

$$\Gamma_{\gamma\gamma} \simeq 8 \text{ Kev.}$$

Este valor é muito grande para uma B.G. já que os decaimentos comparáveis são de ordem de grandeza bem menor ($\Gamma_{\rho \rightarrow e^+e^-} \simeq 6 \text{ kev}$; $\Gamma_{J/\psi \rightarrow e^+e^-} \simeq 1.94 \text{ kev}$, $\Gamma_{f \rightarrow \gamma\gamma} \simeq 2.88 \text{ kev}$). Além desse fato, este pico em $\rho\rho$ não é produzido em decaimentos radiativos do J/ψ na mesma proporção que o $G(1440)$.

Os valores encontrados recentemente⁶⁴ para este decaimento, $J/\psi \rightarrow \gamma\rho\rho$, onde $\rho\rho \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\mp}\pi^{\mp}$, são interpretados via uma Breit-Wigner com parâmetros:

$$M = 1650 \pm 50 \text{ (Mev.)}$$

$$\Gamma = 200 \pm 100 \text{ (Mev.)}$$

Mas estes valores são comparáveis àqueles encontrados para o $\theta(1650)$ (descrito anteriormente) permitindo assim a existência de uma forte ambiguidade. Este tipo de física, que envolve espalhamentos de $\gamma\gamma$ encontra-se em pleno desenvolvimento e é certamente um dos excitantes setores da fenomenologia e onde certamente aparece uma boa fonte para B.G. devido suas possibilidades de acoplamento variado, e sua característica de ser independente de "sabor". No estágio atual dos resultados existem ainda muitas ambiguidades.

Apesar das possibilidades otimistas mencionadas acima, não existem ainda condições para considerar $(\gamma\gamma \rightarrow \rho\rho)$, o pico em $\rho\rho$ observado, como um bom candidato à B.G.

v1) $(\phi\phi)$, $G_T(2160)$, $G_T(2320)$.

Devido a condição de grande (B.R.) para os decaimentos radiativos do J/ψ , até o presente a maioria dos casos que temos estudado tem sido em torno dos processos de decaimentos para procurar B.G.. Vamos agora investigar a situação de um dos mais interessantes processos no qual as B.G. podem ser produzidas. Trata-se da reação $\pi^- p + \phi n$ via o estado final de $4k$ ($k^+ k^- k^+ k^-$). A energia do π^- incidente é de 22. Gev/c. A reação tem sido estudada em 3 etapas sucessivas:

- 1) $\pi^- p \rightarrow k^+ k^- k^+ k^- n$
- 2) $\pi^- p \rightarrow \phi k^+ k^- n$
- 3) $\pi^- p \rightarrow \phi\phi n$

A primeira questão que nós colocamos é se a reação é permitida pela (R.O.Z.I.) nas três etapas acima. Examinemos então o gráfico da figura 47 corresponde a reação da etapa (1),

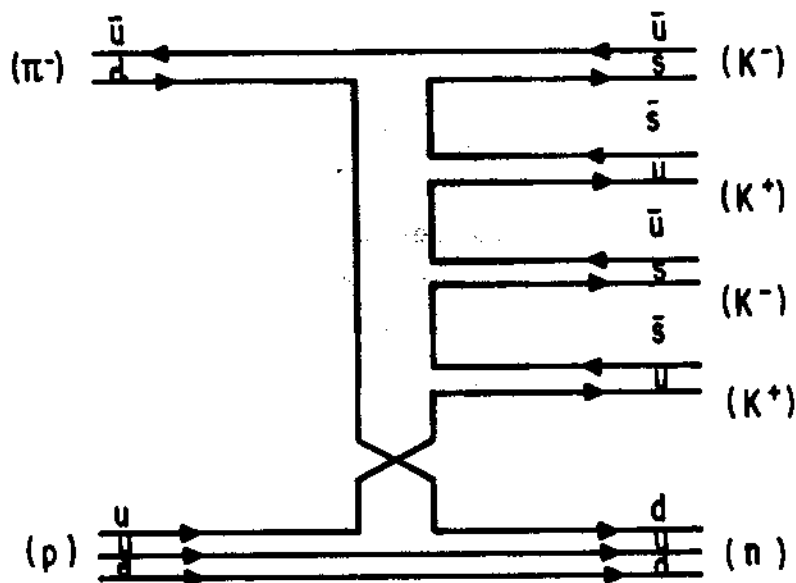


Fig. 47 - Diagrama de Quarks para a reação $\pi^- p \rightarrow k^+ k^- k^+ k^- n$.

Como pode ser visto o gráfico é completamente conectado e portanto a reação da etapa (1) é perfeitamente possível segundo a (R.O.Z.I.). Este gráfico tem 3 trocas do tipo "fase" e uma do tipo "real" na via t , mostrando a possibilidade, via dualidade, da existência de ressonâncias na via s correspondente.

Verifica-se agora pelo diagrama de Dalitz ("Dalitz-Plot") (ver fig. 48) dos pares de $k^+ k^-$ se os mésons ϕ são produzidos.

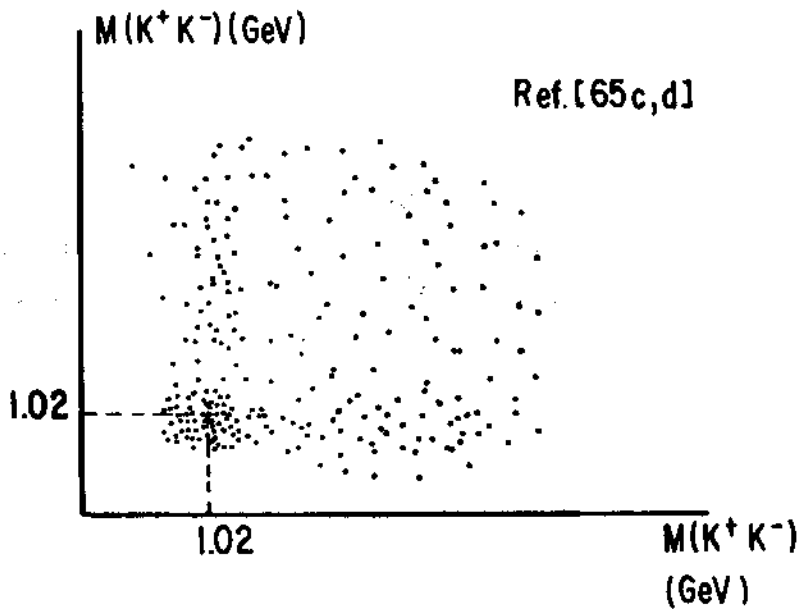


Fig. 48 - Diagrama de Dalitz para os pares de k^+k^- conforme referências indicadas.

O que é observado experimentalmente, como mostra a figura 48, é uma grande concentração de eventos centrados na massa do méson ϕ tanto para um par quanto para o outro. Faz-se evidentemente distinção entre os pares k^+k^- colocados na abcissa, daqueles da ordenada.

Projeta-se agora os pares referente a um dos conjuntos de k^+k^- observados conforme a figura 48, tomando-se cuidado em eliminar os eventos do tipo $\phi\phi$. Então, a reação da etapa (1): $\pi^-p \rightarrow k^+k^-k^+k^-n$ é perfeitamente possível e certamente os pares k^+k^- produzem mésons ϕ como mostra a figura 49.

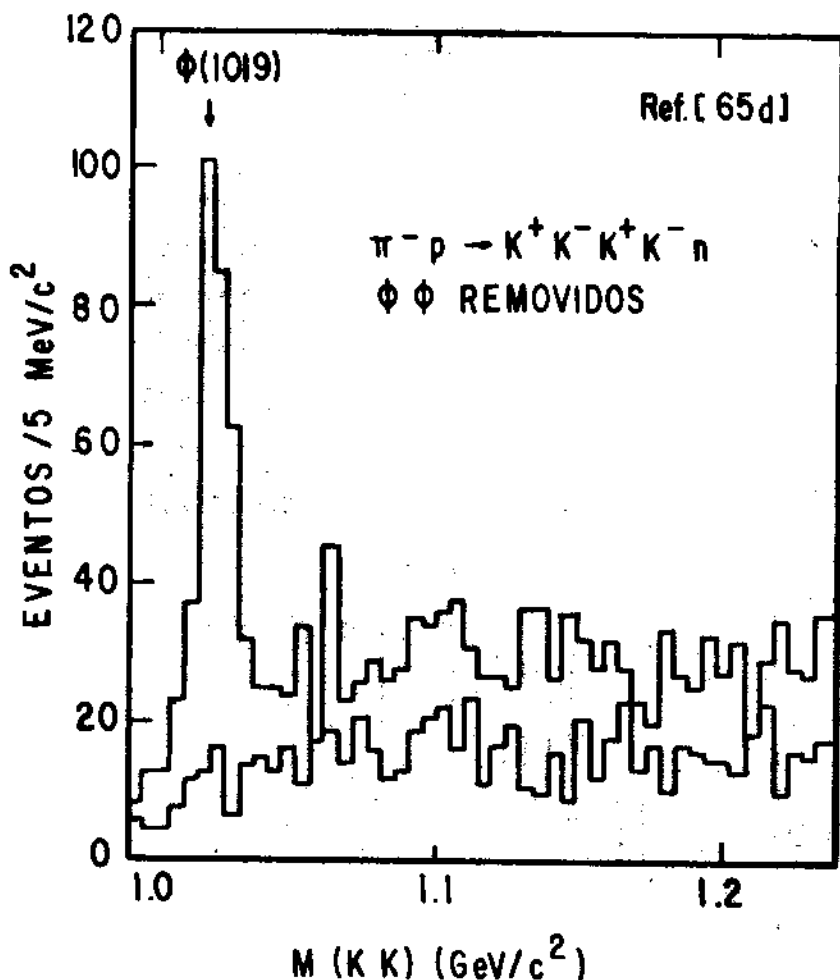


Fig. 49 - Distribuição de massa invariante do par (k^+k^-) indicando a produção do menor ϕ (1.02).

A segunda reação (2): $\pi^-p \rightarrow \phi k^+k^-n$ também é permitida pela (R.O.Z.I.) como pode ser visto pelo diagrama de quarks abaixo.

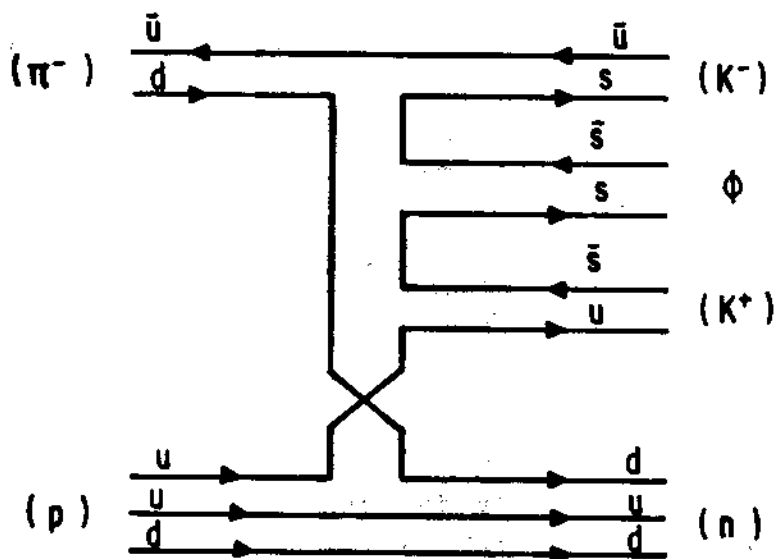


Fig. 50 - Diagrama de Quarks para a reação $\pi^-p \rightarrow k^+k^-\phi n$.

O gráfico tem duas trocas do tipo "fase" e uma "real". E portanto também é possível mostrar via Dualidade a existência de ressonâncias na via s correspondente. O espectro de massa de $(\phi k^+ k^-)$ i.e, de $4k$, $(k^+ k^- k^+ k^-)$ com a presença de pelo menos um ϕ produzido por pares de $k^+ k^-$, é mostrado na figura 51. Nós vemos que apesar dos erros bastante grandes há estruturas não bem definidas e o que é importante, a seção de choque calculável também é grande. Para ver isto basta olhar a área delimitada pelos pontos experimentais.

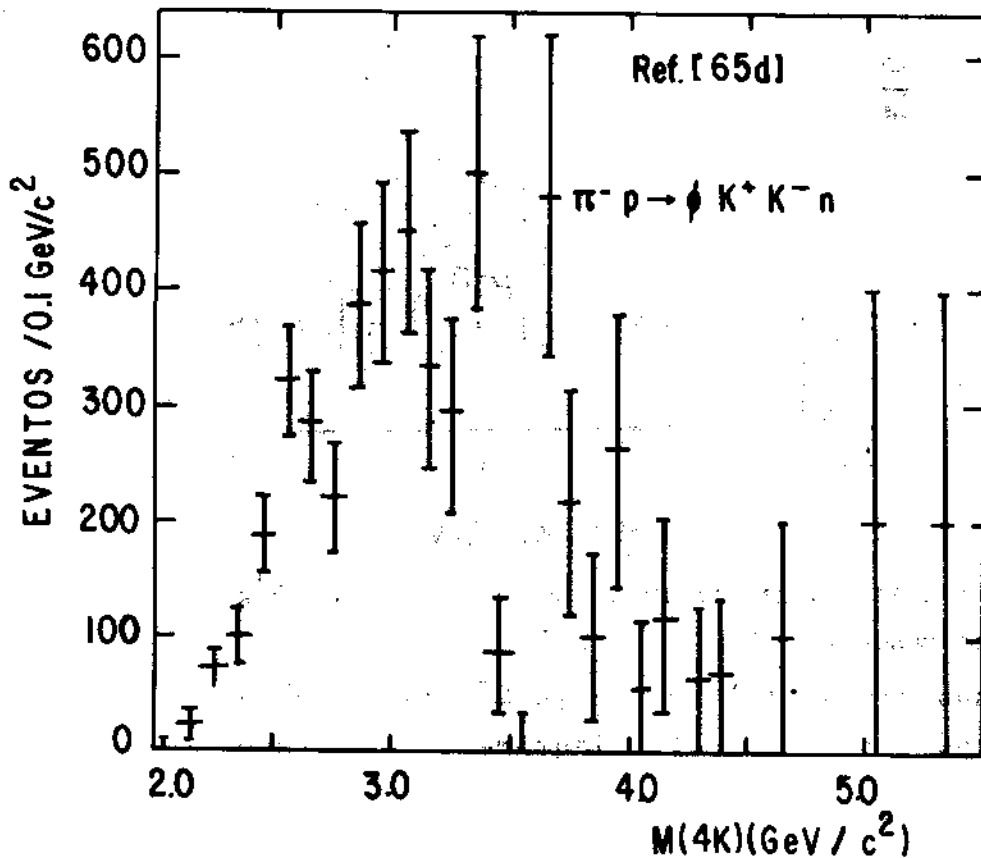


Fig. 51 - Distribuição de massa $4k$ para a reação $\pi^- p \rightarrow \phi k^+ k^- n$ onde pelo menos um ϕ é fixado.

Passemos então para a etapa (3), isto é, para a reação $\pi^- p \rightarrow \phi \phi n$. Isto significa que experimentalmente, vincula-se o outro par de $k^+ k^-$ também à ressonância ϕ e agora então estuda-se a massa invariante dos pares de $\phi\phi$ produzidos. Mas vamos fazer como nos outros casos, primeiro verifica-se o diagrama de quarks é possível como na figura 52. Então como pode ser visto pela fig. 52, a reação $\pi^- p \rightarrow \phi\phi n$ é proibida pela (R.O.Z.I.) e deve ser esperada bastante suprimida.

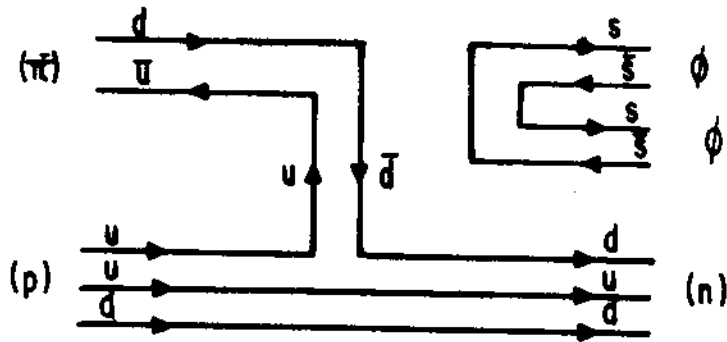


Fig. 52 - Diagrama de Quarks mostrando que o processo $\pi^- p \rightarrow (\phi\phi)n$ é proibido pela (R.O.Z.I.)

Mas os resultados experimentais tem mostrado uma forte violação da (R.O.Z.I.) como mostra a figura 53. Os primeiros resultados contavam apenas 170 eventos^{65b,c,d}, e os novos resultados já são apontados com 1203 eventos como na figura 53.

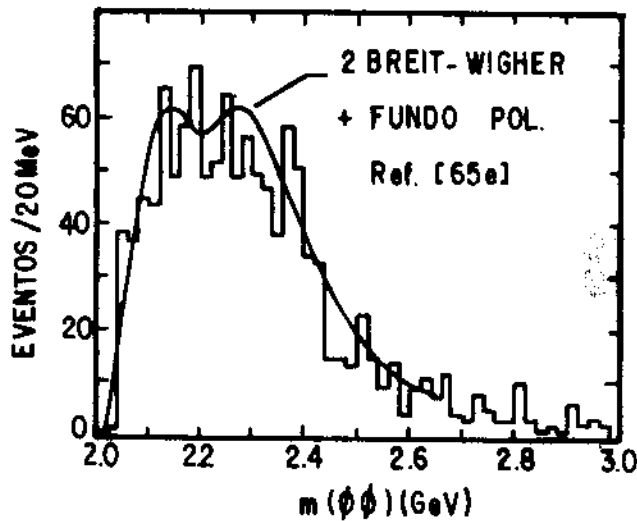


Fig. 53 - Distribuição de massa invariante do par $(\phi\phi)$ para a reação $\pi^- p \rightarrow (\phi\phi)n$.

Espera-se aumentar bem a estatística para que os resultados sejam confirmados sem ambiguidades. Independente das grandes barras de erro sugeridas pelo histograma que representa a distribuição de massa invariante $\phi\phi$ vemos a formação de estruturas. A parte picada do diagrama é bastante larga e isto sugere a existência de dois estados. Esta distribuição sugere ainda uma grande reação de choque mostrando uma forte violação da (R.O.Z.I.). Este é um forte ar

gumento à favor da existência de estados formados somente por glúons produzidos nesta reação e decaindo em $\phi\phi$. Estes resultados foram ajustados por um fundo incoerente e duas ondas parciais com números quânticos:

$$J^P_{SLM}^{\eta} = \begin{cases} 2^+200^- & - \text{onda S} \\ 2^+220^- & - \text{onda D.} \end{cases}$$

O ajuste feito pelas duas "Breit-Wigner" levou em consideração e feitos de limiar segundo o procedimento dos autores da ref. 66, assegurando um melhor ajuste.

A figura 54 mostra a distribuição de massa invariante para cada onda parcial e a variação de fase correspondente. Os parâmetros usados para estes ajustes foram:

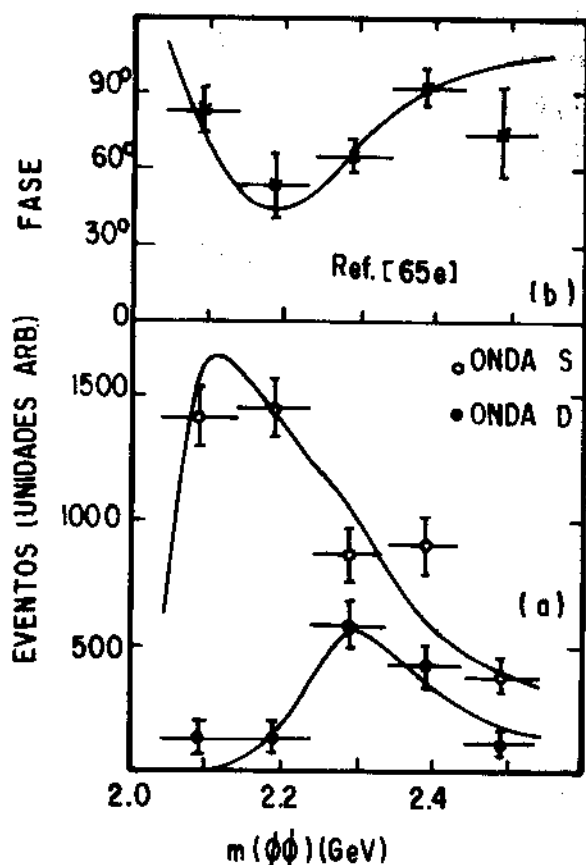


Fig. 54 - Distribuição de massa invariante para o par $(\phi\phi)$ da seção $\pi^-p \rightarrow (\phi\phi)n$ em suas ondas parciais respectivas (a). Variação de fase correspondente as ressonâncias usadas para ajustar os dados experimentais como indicam as referências citadas.

$$G_T(2160): \quad I^G = 0^+, \quad J^{PC} = 2^{++}$$

$$M_{G_T} = 2.16 \pm 0.05 \quad (\text{Gev})$$

$$\Gamma_{\text{tot}} = 0.31 \pm 0.07 \quad (\text{Gev})$$

$$G_{T'}(2320): \quad I^G = 0^+, \quad J^{PC} = 2^{++}$$

$$M_{G_{T'}} = 2.32 \pm 0.04 \quad (\text{Gev})$$

$$\Gamma_{G_{T'}} = 0.22 \pm 0.07 \quad (\text{Gev})$$

Todos estes resultados podem ser assim resumidos:

- 1) Estes resultados favorecem bastante a existência de duas ressonâncias.
- 2) A(R.O.Z.I.) é certamente violada e isto é um forte argumento à favor da interpretação de B.G.
- 3) Tanto $G_T(2160)$ quanto $G_{T'}(2320)$ não tem o valor esperado para uma largura de uma B.G. Os valores encontrados pelo ajuste são valores comuns de uma boa ressonância hadrônica. Mas ainda é cedo para considerar estes valores como definitivos.
- 4) A variação de fase observada não é bastante significativa para se tirar conclusões definitivas.
- 5) Estes estados dentro do contexto da QCD seriam ressonâncias ou estados ligados compostos somente de gluons e não estão sujeitos a supressão da (R.O.Z.I.). Isto é, ambos são bons candidatos à B.G. como mostra a figura 55.

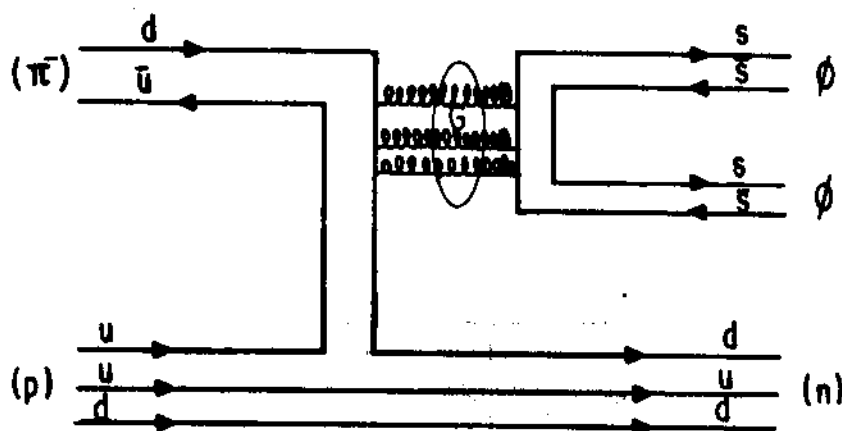


Fig. 55 - Diagrama de Quarks interligados por gluons intermediários.

Existem outras experiências^{65a} que procuram resultados análogos como por exemplo com nucleons: π^- Be à 100 e à 175 GeV/c. Eles encontram um pico estreito na massa $\phi\phi$ à 2100 MeV, praticamente com as mesmas características da $G_T(2160)$ acima descrita. No entanto este resultado parece não ter sido confirmado pelos próprios autores em uma comunicação posterior^{65c}. (ver referência 5 da ref. 65e.).

É possível também que nesta busca bastante "agitada" por B.G., comparada ao início da época das "caças as ressonâncias", sejam encontrados outros candidatos como por exemplo o espectro de pares de $(J/\psi, J/\psi)$ ⁶⁷ cujos resultados começam a aparecer. É pelo menos certo que, ou encontramos B.G. ou a QCD estará em sérios apuros. O quadro abaixo resume a situação experimental descrita acima:

ESTADO	ISOSINGLETO	CANDIDATO À BOLAS DE GRUDE	OUTROS
$D'(1530)$	SIM 1^{++}	NÃO	-
$E(1420)$	1^{++}	NÃO TEO. YANG.	?
$G = i = E_R(1440)$	NÃO 0^{++}	SIM	-
$\theta(1640)$	-	SIM	EXÓTICO $4q?$ EXCITAÇÃO RADIAL
$S^*(980)$	SIM 0^{++}	NÃO	-
$(\rho\rho)(\theta ?)$	-	POUCOS DADOS (?)	(?) EFEITOS DE LIMIAR
$(\phi\phi)G_T(2160)$ $G_T(2320)$	-	SIM 2^{++}	-

E. Como e Onde Procurar Bolas de Grude

Baseado no conjunto de informações e dados obtidos até o presente, e tentando manter a coerência dentro do estado atual da QCD e particularmente a respeito das B.G. é que sugerimos as regras abaixo como guia para encontrar B.G. Nada impede no entanto, que outras regras adicionais apareçam e sejam mais importantes para a pesquisa de B.G.

- i) Deve-se procurar processos que sejam proibidos pela (R.O.Z.I.) mas não suprimidos. Isto é, com seção de choque nula!
- ii) Uma fonte razoável espera-se que seja os decaimentos radiativos do tipo:
$$J/\psi \rightarrow \gamma x$$
onde: Se $x \equiv$ gluonium o processo deve ser menos suprimido que se $x \equiv$ Quarkonium, já que a QCD prediz um grande B.R. para $x = gg$.
- iii) Estados cujos decaimentos são independentes de sabor. Isto quer dizer: se nada proíbe que um estado decaia, (por exemplo $x \rightarrow \{a\}$ e/ou $\{b\}$ onde a e b são partículas) em hadrons bem conhecidos de diferentes "sabores" então, deve-se esperar que, a menos de fatores de espaço de fase, o B.R. ($x \rightarrow \{a\}$) \simeq B.R. ($x \rightarrow \{b\}$). Bolas de grude são em princípio independentes de sabor.

- iv) Processos de números quânticos exóticos são preferidos para que não haja competição com nenhum singlete de algum noneto de SU(3). Estes são chamados de "oddballs" ou "Bolas de Grude" puras. Exemplos de números quânticos exóticos com respeito à ($q\bar{q}$):

$$\text{à } (2g) : J^{PC} \equiv 1^{-+}, 3^{-+}, \text{ etc...}$$

$$\text{à } (3g) : J^{PC} \equiv 0^{+-}, 0^{--}, 1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}, \text{ etc...}$$

- v) Objetos com larguras não habituais para uma largura hadrônica, se acreditamos nas regras encontradas via expansão de $1/N$. A nosso ver exemplos e contra exemplos existem para a regra da "média geométrica" entre os Γ proibidos e Permitidos e também para:

$$\Gamma_G \simeq \frac{1}{10} \langle \Gamma_h \rangle.$$

III. CONCLUSÃO

Certamente não menos importantes dos que aqui tratados, outros enfoques⁶⁸ existem com resultados similares. No entanto nós precisávamos decidir uma "ordem" para colocar o problema, a escolhida aqui, para nós, é certamente a que poderá introduzir mais rapidamente o leitor no assunto.

De um lado o modelo de Regge e de outro as Bolas de grude, o primeiro ainda é até hoje o melhor - e único - modelo para as interações fortes "Moles" e o segundo (B.G.) o único hadron "novo" de QCD. "Novo" no sentido de que até então construía-se qualquer hadron somente com Quarks.

O assunto (B.G.) é certamente um programa de pesquisa excitante pela multiplicidade de problemas que ele envolve tanto do ponto de vista teórico quanto experimental. Longe de uma simplificação, nós estamos em fase de plena "ebulição" das interações fortes. Conseguiu-se identificar à partir do modelo à Partons uma outra componente: o espalhamento "duro". E certamente ainda é uma tarefa dos teóricos harmonizar na QCD - ou em outra teoria?! - estes dois aspectos dos espalhamentos "mole" e "duro".

A literatura mostra que o assunto está aberto à imaginação e esperamos que sejam encontrados sem ambiguidades os "oddballs" para que possamos realmente falar de Bolas de grude. Mãos à obra!

REFERÊNCIAS

Nós daremos aqui apenas algumas referências, outras poderão ser encontradas a partir delas.

1. a) P.D.B.Collins - "An Introduction to Regge Theory & High energy Physics" - Cambridge University Press - London - N.Y. (1977) - É um livro bastante completo sobre o assunto.
 - b) G.Cohen-Tannoudji, G.Girardi, F.Hayot, R.Lacaze, A.Morel e R.Peschanski - "Peripheralisme, Absorption et Dualité" École D'Eté de Physique des Particules - Gif-sur-Yvette - França (1972).
 - c) A.Giovanini e E.Predazzi - "Strong Interactions - General properties" - Ecole Internationale de la Physique des particules Elementaires - Basko Polje - Makarska - Iugoslávia (1972).
 - d) B.E.Svenson - "Strong Interactions" - International School of Elementary Particles Physics - Basko-Polje - Iugoslávia (1972)
 - e) E.Predazzi - "Duality in Strong Interaction Physics" III-Simpósio Brasileiro de Física Teórica. Rio de Janeiro - Brasil (1970).
 - f) A.Santoro, J.Anjos e M.Souza - "Phenomenologie - Poles de Regge - Dualité" - Rapport de Stage CEN-Saclay - França (1970)
 - g) G.Cohen-Tannoudji - "Introduction aux poles de Regge" École d'Eté de Gif-sur-Yvette (1969).
 - h) Em particular sobre Relações de Dispersão pode ser encontrado na bibliografia acima um número razoável de referências. Por razões históricas nós damos: h₁) M.L.Goldberger - "Fifteen years in the life of Dispersion theory; h₂) J.Tiomno e W.Schutzer - Phys.Rev. 83, 249 (1951) e "Proceedings Symp. on New Research Techniques in Physics" Rio de Janeiro-Brasil (1954).
2. R.C.Brower, C.E. de Tar and J.H.Weis - Phys.Report, 14C, 257 (1974).
 3. T.Regge, N.Cim, 14, 951, (1959) e N.Cim. 18, 947, (1960).
 4. a) L.Sertorio e M.Toller - N.Cim, 33, 413 (1964).
b) M.Toller - N.Cim. 37, 631 (1965).
c) A.Sciarrino e M.Toller - Journal of Math.Phys. 8, 1252 (1967)
d) M.Toller - N.Cim. 54A, 295 (1968).

- e) M.Toller - Proceed. of the 8th Nobel Symp. on Elem. Part. Theory pag.15 (1968).
- f) M.Toller - Rivista N.Cim. I, 403 (1969).
- g) M.Toller - N.Cim. 62A, 341 (1969).
5. E.Byckling e K.Kajantie, "Particle Kinematics" (Wiley ed.) (1973).
6. M.Froissart - La Jolla Conference on weak and Strong Interactions (1961) e Phys.Rev. 123, 1053 (1961).
7. Existem muitos artigos e livros que discutem o teo. de Pomeranchuk, entre eles: a) I.Ya.Pomeranchuk, Sov.Phys.JETP 7, 499 (1958)
b) R.J.Eden, High Energy Collisions of elem. Particles (Cambridge U.P.)(1967).
8. E.C.Titchmarsh - "The theory of functions" - 2^a edição Oxford U.P. - pag.186 (1939).
9. A.F.S.Santoro - "Calcul des Complages du ρ et A_2 à partir de la factorisation des résidus dans le Modèle de Regge - DPh- 73 / 43 Saclay - França (1973)
10. a) Ver referência (1a) cap.II. e (1b) cap.II. pag.37
b) K.Igi Phys.Rev.Lett. 9, 76 (1962).
c) K.Igi, S.Matsuda Phys.Rev.Lett. 18, 625 (1967).
d) R.Dolen, D.Horn and C.Schmid, Phys.Rev. 166, 1768 (1968).
e) V. de Alfaro, S.Fubini, G.Furlan e G.Rossetti, Phys.Lett. 21, 576 (1966).
f) A.Logunov, L.D.Soloviev, A.N.Tavkhelidze, Phys.Lett. 24B,181, (1967).
11. a) Veja ref.(1a) pag.14 e referências dadas, assim como ref.(1b).
b) Y.Lin and S.Okubo Phys.Rev.Lett. 9, 190 (1967).
c) P. Di Vecchia et al. Phys.Lett. 27B, 296 (1968).
d) M.G.Olsson, Phys.Lett. 26B, 310, (1968).
e) V.Barger and R.J.N.Phillips, Phys.Lett.26B, 12-730 (1968).
12. R.A.Bertlmann - Acta Physica Austríaca - 53, 305 (1981).
13. V.Barger e D.Cline, Phys.Rev.Lett. 16, 913 (1966).
14. V.Barger e D.Cline, Phys.Rev.155, 1792 (1967).
15. P.D.B.Collins e F.D.Gault - Nucl.Phys. B112, 483 (1976).
16. a) D.B.Lichtenberg - "Unitary Symmetry and Elementary Particles" - 2^a edição - Academic Press, Inc. N.Y. (1978).
b) M.Hammermesh - "Group theory and its Application to Physical Problems" - Addison-Wesley Publishing Co.Inc.London (1962)
c) H.Bacry - "Lectures on group theory and Particles theory" - Gordon and Breach Science Publishers - N.Y. (1977).

- d) F.E. Low - "Symmetries and Elementary Particles" Gordon and Breach, Science Publishers N.Y. (1967).
- e) E.Ferreira - "Partículas Elementares" - Nota Didática 2/77 PUC-R.J. - (1977).
17. a) G.Veneziano, N.Cim. 57A, 190 (1968).
b) Ver referência (1).
18. a) H. Harari - Phys.Rev.Lett. 22, 562 (1969).
b) J. L.Rosner - Phys.Rev.Lett. 22, 689 (1969).
19. a) G.Cohen-Tannoudji, Ph.Salin e A.Morel - N.Cim.55A, 412 (1968)
b) Veja também ref. (1a) acima.
20. a) A.F.S.Santoro - Rev.Bras. de Fís. Vol. Especial - Física Energia Intermediária, pag.236 (1979).
b) Para outros enfoques veja ref.(2) acima.
21. J.H.Weis - Phys.Lett. 43B, 487 (1973).
22. a) Ver ref.(5) acima.
b) G.Cohen-Tannoudji, A.F.S.Santoro e M.Souza - Nucl.Phys. B95, 445 (1975).
23. a) S.Okubo - Phys.Lett. 5, 165 (1963).
b) G.Zweig - CERN-TH. Rep. 412 (1964).
c) I.Iizuka - Prog.theo.Phys.Suppl.37-38, 21 (1966).
d) Ver também: G.Girardi - "Dual Dynamics and the Okubo Zweig - Iizuka rule" - École d'Été de Physique des Particules-Gif-sur-Yvette (1976): E referência (1) deste.
24. H.J.Lipkin - "Who understands the Zweig-Iizuka rule? 11th Rencontre de Moriond pag.169 - França (1976).
25. Particle Data Group - "Review of Particles Properties" - Phys.Lett.111B, abril (1982) - LBL-100-Revised-UE34d (1982).
26. R.Shellard - "Introdução à QCD" - Escola J.A.Swieca (1983).
27. a) J.D.Bjorken - "Elements of Quantum Chromodynamics" Proc. of the SLAC-Summer Inst. on Part.Phys. - Stanford - USA (1979) e SLAC-REP-224, 219 (1980).
b) C.Quigg - "Models for hadrons" - Fermilab-Conf. 81/78-THY - Lectures given at "L'École d'Été de Physique Théorique - Les Houches - "gauge theories" (1981).
c) W.Marciano e H.Pagels - Phys.Rep. 36, 137 (1978).
d) C.H.Llewellyn Smith - "The theoretical Status of QCD" - Dept of theo.Phys. - Univ. of Oxford-63/81 - Inglaterra (1981) - "Invited paper at the Royal Society Discussion Meeting on gauge theo. of the Fundamental Interactions - Londres - abril 29-30 (1981) - Proc. of R. Society".

- e) A.J.Buras - "A tour of Perturbative QCD" - Fermilab-Conf. 81/69-
-THY -(1981) - "Proceed. of Lepton - Photon Conf. Bonn-
-Alemanha (1981)
 - f) V.Zakharov - "Hadron Dynamics" (com enfase à QCD - Não per-
turbativa) - Madison Conference (1980).
 - g) E.Reya - "Perturbative QCD" - Desy 79/88 - D0-TH-79/20 (1979).
 - h) V.A.Novikov, M.A.Shifman, A.I.Vainshtein e V.I.Zakharov -
-Nucl. Phys. B191, 301 (1981).
 - i) G.Cohen-Tannoudji - "The correspondence Between QCD and DTU"
Proceedings of the Int.Conf.H.Energy Physics, Lisboa pag. 960
(1981).
28. G.L.Kane - "Pedagogical Introduction to Color Calculations" 12th,
Rencontre de Moriond - França pag.9 vol.III (1977).
29. a) J.Steinberg - Phys.Rev. 76, 1180 (1949).
b) J.Tiomno, N.Cim. 6, 255 (1957).
c) M.Spinetti - Proc.Int.Symp. on Lepton Photon Int. H.E. pag.
506 (1979).
d) R.D.Schamberger - Bonn - Proc.Int.Symp. on Lept. Photon Int.
H.E. (1981).
e) Ver também ref.(25) acima e conf. de Paris (1982).
30. D.Sivers - "What can we cannot on?" ANL-HEP-PR-82-02 (1982).
31. a) S.Coleman - "There are no classical glueballs" - Comm.Math.
Phys. 55, 113 (1977).
b) C.Itzikson e J.B.Zuber "Quantum Field Theory" MacGraw -
-Hill Int.Book Company - pag.569 - 12-1-3 - (1980).
c) H.Pagels - Phys.Lett. 68B, 466 (1977).
32. a) Ver ref.(24) acima.
b) H.J.Lipkin - Phys.Lett. 60B, 371 (1976).
c) H.Fritzsch e P.Minkowski, N.Cim. 30A, 393 (1975).
d) S.Minami - N.Cim.Lett. 33, 421 (1982).
e) V.Visujic - Triantafillon - Nucl.Phys. B164, 495 (1980).
f) S.J.Lindenbaum - "The OZI rule and glueballs" - BNL - 28823
(1980).
g) A.Etkin et al. Phys.Lett. 41, 784 (1978).
h) F.E.Close - "QCD and the Search for glueballs" - RL-82-041-
T306 - (1982).
i) T.Barnes - "Muon Resonances and glueballs: theoretical Re-
view and Relevance to $p\bar{p}$ at Lear" - RL-82-047-T307 (1982).
j) P.Roy - "The glueball trail" - R.L. -80-007-T-259 - (1980)

- k) P.M.Fishbane - "Glueballs, A little Review" "The 1981 Orbis Scientiae" (1981).
- l) H.J.Lipkin - "High Energy Spectroscopy" - Fermilab Conf. 77/66 - THY - (1977) "Prospects of Strong Int.Phys. at Isabelle - N.Y." (1977).
- m) C.E.Carlson, J.J.Coyne, P.M.Fishbane, F.Gross e S.Meshkov - Phys.Rev. D23, 2765 (1981).
- n) P.G.O.Freund e Y.Nambu, Phys.Rev.Lett. 34, 1645 (1975).
- o) M.Tanimoto - BI-TP-82/9 (1982) Univ. Bielefeld Alemanha - "Decay patterns of $q\bar{q}g$ Hybrid Mesons".
- p) F.Cohen, N.Isgur, H.J.Lipkin - ANL-HEP - 81-45 (1981) "Coherence mixing, and Interference Phenomena in Radiative J/ψ decays".
- q) F.E.Close - "Glueballs, Hermaphrodits and QCD problems for Baryon Spectroscopy" - RL-81-066 (1981).
33. a) E.Witten - Nucl.Phys. B160, 57 (1979).
- b) G.'tHooft - Nucl.Phys. B75, 461 (1974).
- c) G.'tHooft - Nucl.Phys. B72, 461 (1974).
- d) S.Coleman - SLAC-PUB-2484 e "The 1979 Int. School of Sub-nuclear Physics" Erice-Itália (1979).
34. C.O.Escobar - "Regras de Soma na QCD" - IIª Escola J.A.Swieca (1983).
35. J.J.Coyne, P.M.Fishbane, S.Meshkov, Phys.Lett. 97B, 259 (1980).
36. I.Bediaga, J.M.Pires e A.F.S.Santoro - Rev.Bras.Fís. 11, 997 (1981).
37. Ph.Gavillet, Armenteros, R; Aguilar-Benitez, M; Mazzucato, M; Dionisi, C. - CERN/EP-82-98 (1982) e Z. für Phys. C16, 119 (1982).
38. a) P.Baillon et al. N.Cim. A50, 393 (1967).
- b) N.Barash et al. Phys.Rev. 156, 1399 (1967).
- c) A descoberta original desta ressonância $E_R(1440)$ foi feita pela colaboração CERN-College de France - R.Armenteros et al. Proc. of Sienna Int. Conf. on Elem.Part. I-287 (1963).
39. P.Baillon - CERN-EP-82-127 (1982) "Clarifications about the $E(1425)$ Meson Quantum Numbers" "21st International Conference on High Energy Physics" - pg.C3-86 (1982) e ainda, Journal de Physique - Colloque C3, Supp. n° 12 Tome 43 (1982).
40. J.Donoghne et al. Phys.Lett. 99B, 416 (1981).
41. E.Bloom - Proceedings SLAC Summer Inst. (1980).
42. a) D.L.Scharre et al. Phys.Lett. 97B, 329 (1980).
- b) C.Defoix et al. Phys.Rev. 156, 1399 (1967).

43. C. Defoix et al. Nucl. Phys. B44, 125 (1972).
44. a) R. Nacash et al. Nucl. Phys. B135, 203 (1978).
 b) T. Handler et al. Nucl. Phys. B110, 173 (1976).
 c) V. Vaitllemín et al. N. Cim. A33, 133 (1976).
 d) J. Duboc et al. Nucl. Phys. B46, 429 (1972).
 e) Para uma discussão sobre a possível "signature" do E como Bola de Grude ver:
- e₁) H. J. Lipkin - "The E is not a glueball: but flavour Symmetry shows How to find them" ANL-HEP-PR-81-23 (1981).
e₂) S. Meshkov - "E(1440): glueball or Quarkonium?" Conf. Madison (1980).
e₃) K. Senva, M. Tamimoto - EHU-82-05 (1982) "The decay mode of a glueball i(1440)".
45. C. Dionisi et al. Nucl. Phys. B169, 1 (1980).
46. C. E. Carlson, J. J. Coyne, P. M. Fishbane, F. Gross e S. Meshkov - Phys. Lett. 98B, 110 (1981).
47. a) M. S. Chanowitz - "A review of meson spectroscopy quarks States and glueballs" - Proceedings SLAC Summer Institute (1981) - LBL-13593.
 b) R. Cahn e M. Chanowitz - Phys. Lett. 59B, 277 (1975).
48. K. Ishikawa - Phys. Rev. Lett. 46, 978 (1978) e suas referências.
49. D. L. Scharre et al. SLAC-PUB-2514, 2538 (1980).
50. a) W. Bartel et al. Phys. Lett. 66B, 489 (1977) e Phys. Lett. 64B, 483 (1976).
 b) W. Braunschweig et al. Phys. Lett. 67B, 243 (1977).
 c) G. Alexander et al. Phys. Lett. 72B, 493 (1978).
 d) R. Brandelik et al. Phys. Lett. 74B, 292 (1978).
51. E. D. Bloom - Slac-Pub-2976 (1982) - "Gluonium and QCD in the J/ψ region".
52. C. N. Yang - Phys. Rev. 77, 242 (1950). É importante que o leitor consulte esta referência para melhor refletir sobre o assunto. Um enunciado aproximado poderia ser: "Mesons neutros, decaindo em $\gamma\gamma$ não podem ser um vetor ou um pseudovetor". i.e., "Meson ($Q=0, J^P=1^-, 1^+$) $\not\rightarrow \gamma\gamma$ ". A base da demonstração é a invariância por rotação e a inversão temporal. Um quadro dado pelo autor é interessante citar:

$$\begin{array}{l}
 J^P = 0^+ \rightarrow \psi_{RR} + \psi_{LL} \\
 J^P = 0^- \rightarrow \psi_{RR} - \psi_{LL} \\
 J^P = 2^+, 4^+, 6^+ \dots \rightarrow \begin{cases} \psi_{RR} + \psi_{LL} \\ \psi_{RL} + \psi_{LR} \end{cases} \\
 J^P = 2^-, 4^-, 6^- \rightarrow \psi_{RR} - \psi_{LL}
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{l}
 J^P = 1^+ \rightarrow \text{Proibido} \\
 J^P = 1^- \rightarrow \text{Proibido} \\
 J^P = 3^+, 5^+, 7^+ \rightarrow \psi_{RL}, \psi_{LR} \\
 J^P = 3^-, 5^-, 7^- \rightarrow \text{Proibido}
 \end{array}
 \right.$$

Onde ψ_{ij} indica o estado de dois fôtons. O índice R indica polarização circular à direita (movendo na direção de $+\hat{z}$) e o índice L, polarização circular à esquerda (movendo-se na direção $-\hat{z}$).

53. D.Scamberger - Int.Symp. on Lepton and Photon interactions at high energies - Bonn - Alemanha (1981).
54. a) C.Edwards et al. "Observation of an $\eta\eta$ resonance in J/ψ radiative decays" - SLAC-PUB-2822 (1981) - Phys.Rev. Lett. 48, 458 (1982).
 b) D.L.Scharre - Proceed. of the 1981 - Int.Symposium on Lepton and Photon Interactions at N.E. pag.163 (1981).
55. a) Via "Bag Model":
a₁) K.Babu, Joseph e M.N.Sreedharen Nair Cochin Quinemitz - Rep. CUTP-81-1 (1981).
a₂) T.Barnes, Z.f.Phys. C10, 275 (1981);
a₃) F.E.Close, S.Monaghan - RL-81-090, T298 (1981) - "The MIT Bag Can Accomodate the $\theta(1640)$ and $1(1440)$ as glueballs".
 b) Via "Regras de Soma de QCD". Ver ref.(27h) acima.
 c) Via "teorias de gauge na Rede".
 I.Ishikawa et al. Phys.Lett. 110B, 399 (1982).
 d) Via "Exóticos" (excluindo a hipótese de B.G.), $\theta \equiv s\bar{s}(u\bar{u}+d\bar{d})$
 R.L.Jaffe, Phys.Rev.D15, 267 (1977).
 e) K.Senba, M.Tanimoto "Search for the glueball identification of $\theta(1640)$ " - EHU-82-06 (1982) Univ.Bielefeld-Alemanha.
 f) Via "híbridos" ($gq\bar{q}$) referências acima (32m,n).
 g) S.Ono, O.Pêne - Phys.Lett. 109B, 101 (1982).
56. H.J.Schnitzer - "preprint" da Brandeis University (1981).
57. J.Cohen et al. Phys.Rev.Lett. 48, 1074 (1982).
58. D.L.Scharre - SLAC-PUB-2880 (1982) "glueballs - a status report".

59. a) Para uma mini-revisão sobre este estado (S^* (980) veja na ref.(25) juntamente com os "mini-reviews" de seus compaheiros de noneto: ϵ (1300), κ (1350) e δ (980). O número de referências é muito grande e o leitor interessado no assunto encontrará aí uma relação completa.
- b) Uma interpretação como exótico: N.N.Achasov, S.A.Denganim, G.N.Shestakov - ITEP-TP-121 (1981) "On 4-Quark nature of scalar S^* (980) and δ (980) resonances".
60. a) D.Robson, Nucl.Phys. B130, 328 (1977).
- b) Y.Cho, J.Cortes e X.Pham - PAR/LPTHE/81-08, 7/81 (1981) "Search for glueballs".
- c) Ver também ref.(46a).
61. R.Brandelik et al. ("Tasso Collaboration" - grupo Petra) Phys. Lett. 97B, 448 (1980).
62. a) E.Hilger - (Petra) - Int.Colloquium on $\gamma\gamma$ interaction (1981).
- b) D.L.Burke (Spear) - Int.Colloquium on $\gamma\gamma$ interaction (1981).
63. a) Como (B.G.):
J.Layssac e F.M.Renard - "Threshold enhancements and resonant effects in exclusive $\gamma\gamma$ reactions". Dept.Phys. Math.-Univ. Sciences et Langues an Languedoc - Montpellier-França.
- b) Como estado exótico à 4 quarks: N.N.Achasov et al. ITEP - TP-124 (1981) "Two photon production, of 4-quarks states".
- c) Pequena revisão: Ch.Berger - "Two-Photon Physics" - CERN - EP-81-154 pag.181 (1981) Proc.EPS-Int.Conf. on H.E. Phys. -Lisboa (1981).
64. D.L.Burke et al. - Mark-II, Phys.Rev.Lett. 49, 632 (1982).
65. a) ACCMOR-Collab.C.Daum et al., Phys.Lett. 104B, 246 (1981).
- b) S.J.Lindenbaum - BNL-28498 (1980) "Lecture presented in XVIII course: the H.E. Limit (1980)" - The International School of Subnuclear Physics - "Ettore Majorana" Center for Scientific Culture - Erice - Itália (1980) "Hadronic Physics of $q\bar{q}$ light Quarks mesons Quark molecules and glueballs".
- c) S.J.Lindenbaum - BLN 29551 (1981) "OZI suppressed Channels and glueballs" e ver ref.(32f).
- d) S.J.Lindenbaum - BLN 29768 (1981) "QCD, OZI and evidence for glueballs" - XVI - Rencontre de Moriond Elementary Particle Physics Meetings - França.
- e) A.Etkin et al. Phys.Rev.Lett. 49, 1620 (1982) - ver também S.J.Lindenbaum et al. Proceedings of the XXI-International Conference on H.E. Physics - Paris-França (1982) e também B.N.L. 31996 (1982)

- f) S.J.Lindenbaum - B.N.L. 32096 (1982) - "Evidence for explicit glueballs from the reaction $\pi^- p \rightarrow \phi \phi n$ ". Ver também Escola de Erice - Itália - (1982).
- g) S.J.Lindenbaum - B.N.L. 32188 (1982) "Evidence for glueballs". A ser publicado nos proceedings do "AIP - conference".
- h) A.Etkin et al. Phys.Rev.Lett. 41, 784 (1978).
- i) A.Etkin et al. Phys.Rev. D25, 2446 (1982).
- j) T.A.Amstrong et al. Nucl.Phys. B196, 176 (1982).
- k) A.Etkin et al. Phys.Rev.Lett. 40, 442 (1978).
- l) T.Amstrong et al. CERN/EP-103 (1982) "Evidence for double ϕ production in the reaction $k^- p \rightarrow \phi \phi \Lambda / \Sigma^0$ at 18.5 GeV/c".
66. R.S.Longacre, Phys.Rev. D26, 82 (1982).
67. J.Badier et al NA3-Collab. - CERN-EP/82-67 (1982). "Evidence for ψ production in π^- interaction at 150 and 280 GeV/c".
68. a) Com gluons massivos:
 J.M.Cornwall e A.Soni - UCLA-82-TEP-3 Univ.California USA- (1982) "Glueballs as bound states of massive gluons".
- b) Condensado de gluons:
 b₁) D.Gromes - "Space time of the gluon Condensate Correlation function and Quarkonium spectra" - HD-THEP-82-5 (1982) Univ. Heidelberg-Alemanha.
 b₂) R.Anishetty - "Color Singlet ensemble" - Brandeis University -USA (1981).
 b₃) T.H.Hansson, K.Johnson e C.Peterson -NSF-ITP-82-01-Univ. of Calif. - USA (1982).
 b₄) A.Soni, M.O.Tran - UCLA-81/TEP/81 (1981) "Gluon Condensate and the Inter quark potential in QCD".
- c) Mixings -
 c₁) N.Aigawa, Z.Maki e I.Unemura, RIFP-482 (1982) "A New Scheme for η' - η glueball Mixing".
 c₂) H.J.Schnitzer - "Spin-Dependence and glueballs mixing with $\theta(1640)$ in Ordinary meson spectroscopy" Brandeis Univ. preprint dezembro (1981).
 c₃) A.K.A.Maciel and S.Monaghan - "On the $(q\bar{q})$ glueball mixing and η and η' masses" - Univ. of Oxf. 25/82 (1982)
 c₄) C.Rosenzweig, A.Salomone and J.Schechter, Phys.Rev.D24, 2545 (1981).
 c₅) T.Teshina e S.Oneda - "The mass and mixing of pseudoscalar glueball" - Univ. of Maryland-USA-82-178 (1982).

d) Teoria de "gauge" na rede:

- d₁) J.Engels, F.Karsch, H.Satz and I.Montvay - BI-TP-81/05 (1981).
- d₂) K.Ishikawa, M.Teper and G.Schierholz - Desy 81-089 (1981) - "The glueball mass spectrum in QCD: finit results of a lattice Montecarlo calculation".
- d₃) B.Berg and A.Billoire - Phys.Lett. 113B, 65 (1982).
- d₄) B.Berg - "Glueball Cancelation in 4d-lattice gauge theories" - CERN-TH-3327 (1982).
- d₅) B.J.Skagerstam e A.Stern - Phys.Lett. 97B, 405 (1980).
- d₆) B.Berg - Phys.Lett. 97B, 401 (1980).
- d₇) C.Bernard - "Monte Carlo evaluation of the effective Gluon Mass" UCLA-81-TEP-23 (1981).

e) Dualidade Pomeron - Glueball:

- e₁) Ver ref.(328) acima.
- e₂) J.W.Dash - "Glueballs, Quarks and the Pomeron-f" - "13^{ème} Rencontre de Moriond, pag.437 - França (1978).
- e₃) G.Veneziano - "The Colour and Flavor 1/N Expansions - "12^{ème} Rencontre de Moriond Vol.III, pag.113 (1977) França.
- e₄) G.Veneziano - Nucl.Phys. B117, 519 (1976).