

Artur Batista Vilar

*Instrumentação para observação de
fluorescência de raios cósmicos com
fotomultiplicadora multianódica*

Rio de Janeiro – RJ

Dezembro / 2009

Artur Batista Vilar

*Instrumentação para observação de
fluorescência de raios cósmicos com
fotomultiplicadora multianódica*

Dissertação apresentada à Coordenação de
Formação Científica do Centro Brasileiro de
Pesquisas Físicas para a obtenção do título
de Mestre em Física com ênfase em Instru-
mentação Científica.

Orientador:

Ademarlaudo França Barbosa

Co-orientador:

Herman Pessoa Lima Junior

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM FÍSICA

Rio de Janeiro – RJ

Dezembro / 2009

Dissertação de mestrado em Física sob o título “*Instrumentação para observação de fluorescência de raios cósmicos com fotomultiplicadora multianódica*”, defendida por Artur Batista Vilar e aprovada em 11 de dezembro de 2009, no Rio de Janeiro, pela banca examinadora constituída pelos professores:

Dr. Ademarlaudo França Barbosa
Coordenação de Física Aplicada - CBPF
Orientador - Presidente da banca

Dr. Herman Pessoa Lima Junior
Coordenação de Física Aplicada - CBPF
Co-Orientador

Dr. Marcelo Augusto Leigui de Oliveira
Centro de Ciências Naturais e Humanas - UFABC
Membro externo

Dr. André Massafferri Rodrigues
Coordenação de Física Experimental de Altas Energias - CBPF
Membro Interno

Dr. Luís Fernando de Oliveira
Departamento de Física Aplicada e Termodinâmica - UERJ
Membro suplente externo

Dr. Geraldo Roberto Carvalho Cernicchiaro
Coordenação de Física Aplicada - CBPF
Membro suplente interno

Agradecimentos

Agradecimentos incomensuráveis a Deus, ao Mestre Jesus e aos bons espíritos que sempre me apoiaram neste trabalho.

A minha família. Minha mãe, meu pai e minha irmã. Obrigado pelo incentivo educacional, pelo amor e por estarmos sempre juntos. Obrigado aos meus avós, tios e primos.

Amanda, minha doce princesa, obrigado por ser minha melhor amiga e minha companheira nos momentos mais difíceis dos últimos anos. Hoje, indissociáveis, vamos escrevendo nossa história de felicidade com muito amor.

Aos meus orientadores, Laudo e Herman, por terem me ensinado a Instrumentação Científica que não encontraria nos livros. Obrigado pela paciência, confiança, companheirismo e exemplo de profissionalismo e seriedade.

Ao professor, da UFABC, Marcelo Leigui pela ajuda no texto e pela parceria no projeto MonRAt.

A todos os companheiros da colaboração do experimento de detecção de antineutrinos de Angra.

Ao companheiro Aridio Schiappacassa pelas ajudas em eletrônica, pelas discussões sobre a vida, pelas caronas e pela grande amizade construída.

Ao grande Luciano Manhães pela ajuda com o ROOT. Valeu!

Ao grande Rogério. Valeu pelos ensinamentos, dicas, caronas e amizade.

Aos amigos do mestrado do CBPF: Mahonzinho, Gustavo Canal, Victor Ferraz, Rafael Gama, Maia, Ricardo Herbert, Luiz Roberto e Wallace.

Aos companheiros do LSD: Paulo Renato, Rodolfo (obrigado pela ajuda nos desenhos técnicos), Fernando França e Leandro (obrigado pela ajuda no processo de medição).

Aos amigos e professores da UERJ: Anibal Leonardo Pereira, Luis Fernando de Oliveira, Márcia Begalli, André Pereira de Almeida, Conceição Barbosa Lima, Glória Queiroz, Pedro Zille, Luciana Maria Azevedo, Alan Oliveira e ao mestre Carlinhos.

Obrigado a todos os meus professores e professoras que muito me ensinaram nesta caminhada. Obrigado a família Curumim pela oportunidade de minha bolsa de estudos. Agradeço aos que me ensinaram a cobrir o pontilhado, pintar, ler, escrever, as operações fundamentais, as equações, leis, integrais, circuitos, etc.

A todos os professores e funcionários do CBPF agradeço pelo abrigo e boa recepção nesta agradável e respeitosa instituição.

Ao atual governo de meu país e ao povo brasileiro agradeço pelo financiamento deste trabalho e pelos perceptíveis esforços para uma nação melhor.

*“... queremos saber
o que vão fazer com as novas invenções
queremos notícia mais séria
sobre a descoberta da antimatéria
e suas implicações
na emancipação do homem
das grandes populações
homens pobres das cidades
das estepes, dos sertões ...”*

Gilberto Gil

“- Não sei ... só sei que foi assim.”

Chicó

Auto da Compadecida (Ariano Suassuna)

Resumo

Neste trabalho é apresentado um conjunto de dispositivos físicos e computacionais que compõem parte do sistema de instrumentação científica que será utilizado no experimento denominado Monitor de Radiação Atmosférica (MonRAAt), desenvolvido em uma parceria do CBPF com a Universidade Federal do ABC (UFABC). O MonRAAt consiste em um telescópio compacto com o objetivo de medir a radiação de fluorescência atmosférica gerada por raios cósmicos de energias entre $10^{17}eV$ e $10^{20}eV$. O conjunto inclui os seguintes elementos: espelho esférico, filtro ultravioleta, uma fotomultiplicadora multianódica (MAPMT), *software* e módulos de eletrônica analógica e digital para aquisição de dados.

Os fenômenos físicos relacionados com a detecção de raios cósmicos de altas energias através de fluorescência atmosférica são apresentados. É realizada a caracterização de cada um dos 64 *pixels* da MAPMT através de duas metodologias distintas para estimativa de ganho. A primeira consiste na realização do experimento de detecção de fóton único e a segunda na utilização de um processo estatístico em que variando-se o número de fótons incidentes em um determinado *pixel* pode-se determinar seu ganho através de uma relação entre a carga média convertida e a respectiva variância.

Também são apresentados os testes e processos de caracterização de outros subsistemas como o *software* de aquisição de dados desenvolvido na plataforma ROOT, o conjunto de pré-amplificadores e a eletrônica de aquisição composta por um Módulo de Processamento de Dados (MPD) desenvolvido no Laboratório de Sistemas de Detecção do CBPF.

Abstract

This work presents a set of physical and computational devices that are part of the instrumentation system that will be used in the experiment called Atmospheric Radiation Monitor (MonRA_t), developed in a cooperation joining the CBPF and the Federal University of ABC (UFABC). The MonRA_t consists in a compact telescope with the aim of measuring the atmospheric fluorescence radiation generated by cosmic rays of energies ranging from $10^{17}eV$ and $10^{20}eV$. The set includes the following elements: spherical mirror, UV filter, multianodic photomultiplier (MAPMT), software and electronic modules for analog and digital data acquisition.

The physical phenomena related to the high-energy cosmic rays detection with the atmospheric fluorescence technique are presented. The characterization of each of the 64 MAPMT pixels was performed by using two different methodologies for estimating the gain. The first consists of an experiment to detect single photoelectrons and the second makes use of a statistical process in which by varying the number of photons in a given pixel it is possible determine the gain from a relationship between the average converted charge and its variance.

The tests and procedures for the characterization of other subsystems such as the data acquisition software developed on the ROOT framework, the set of pre-amplifiers and the data acquisition electronics composed by a Data Processing Module (DPM) developed in the Detection Systems Laboratory of CBPF are also described.

Siglas e símbolos

- MonRAAt - Monitor de Radiação Atmosférica
- CBPF - Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas
- UFABC - Universidade Federal do ABC
- MAPMT - Fotomultiplicadora multianódica
- MPD - Módulo de Processamento de Dados
- LHC - *Large Hadron Collider*
- CERN - *European Organization for Nuclear Research*
- D0 - Experimento D \emptyset
- FERMILAB - *Fermi National Accelerator Laboratory*
- LSD - Laboratório de Sistemas de Detecção
- PMT - Tubo fotomultiplicador
- USB - *Universal Serial Bus*
- AGN - Núcleos Ativos de Galáxias
- CAE - Chuveiro Aéreo Extenso
- FIY - *Fluorescence Light Yield*
- HIRES - *High Resolution Fly Eyes*
- FPGA - *Field Programable Gate Array*

- NIM - *Nuclear Instrumentation Module*
- ADC - *Analog to Digital Converter*
- PLL - *Phase-locked Loop*
- TDC - *Time to Digital converter*
- FIFO - *First In First Out*

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xvi
1 Introdução	1
2 O experimento MonRAat: detecção de radiação cósmica ultra-energética por fluorescência atmosférica	3
2.1 Raios cósmicos	3
2.1.1 Chuveiros aéreos extensos	5
2.2 Detecção por fluorescência atmosférica	6
2.3 O experimento MonRAat	10
3 Descrição e caracterização do sistema de detecção com fotomultiplicadora multianódica	15
3.1 Subsistema de detecção	16
3.1.1 Fotomultiplicadoras multianódicas	16
3.1.2 Especificações técnicas da MAPMT Hamamatsu H7546B	18
3.1.3 Estudo do ganho de uma fotomultiplicadora - Experimento de detecção de fotoelétron único	21
3.1.4 Estudo do ganho de uma fotomultiplicadora - Método estatístico	22
3.1.4.1 Distribuição do número de fotoelétrons detectados	23
3.1.4.2 Distribuição de carga para o fotoelétron	24
3.1.4.3 Distribuição de probabilidade para a carga observada na PMT	26

3.1.4.4	Estimativa do ganho	28
3.1.5	Câmara escura para caracterização da MAPMT	33
3.1.6	LED	35
3.1.7	Fonte de alta tensão	36
3.2	Subsistema de tratamento e aquisição de sinais eletrônicos	36
3.2.1	Módulo de Processamento de Dados	36
3.2.2	Pré-amplificação	39
3.3	Subsistema de controle	41
4	Resultados	43
4.1	Câmara escura	43
4.2	Caracterização da banda de condução do LED	44
4.3	Calibração do MPD	45
4.4	Calibração dos pré-amplificadores	48
4.5	Ganho dos pixels da MAPMT	50
5	Conclusão	54
	Apêndice A – Gráficos para o método estatístico	56
	Apêndice B – Gráficos para o método do fotoelétron único	70
	Apêndice C – Nota 1	81
	Apêndice D – Nota 2	83
	Referências	86

Lista de Figuras

1	Espectro de energia da radiação cósmica	4
2	Composição de um chuveiro aéreo extenso	5
3	Emissão de radiação de fluorescência atmosférica	6
4	Espectro de emissão de fluorescência da banda 2P do hidrogênio molecular e da banda 1N do cátion N_2^+ (1)	7
5	Dependência da energia na fluorescência do nitrogênio entre 300 e 400 nm .	10
6	Esquema experimental do MonRAt	11
7	Telescópios de fluorescência do experimento HIRES	11
8	Espelho e haste de apoio do telescópio MonRAt	13
9	Possíveis trajetórias de fótons de fluorescência no espelho esférico	13
10	Fotomultiplicadora multianódica H7546B	14
11	Módulo de processamento de dados	14
12	Organização do sistema de detecção de fótons de fluorescência cósmica . .	16
13	Estrutura de uma fotomultiplicadora multianódica	17
14	Sistema de aquisição com utilização de MAPMT para estudos oncológicos. (2)	18
15	Fotomultiplicadora multianódica H7546B	18
16	Eficiência quântica nominal da MAPMT H7546B em função do compri- mento e onda	19
17	Ganho nominal da MAPMT H7546B em função da alta tensão fornecida .	20
18	Saída relativa típica dos anodos da MAPMT H7546B	20
19	Composição do espectro de fotoelétron	21

20	Distribuição de probabilidade $p_1(q)$	25
21	Convolução de duas distribuições de probabilidade	25
22	Distribuição gaussiana para μ_n fotoelétrons	31
23	Fator $1 + \left(\frac{\sigma_n}{q}\right)^2$ para valores crescentes de μ_n	32
24	Câmaras escuras inicialmente construídas para caracterização da MAPMT	33
25	Projeto da câmara escura para caracterização de fotomultiplicadoras	33
26	Seções horizontais e verticais da câmara escura projetada	34
27	Estrutura básica de um LED	35
28	Fonte de alta tensão ORTEC 456	36
29	Diagrama em blocos do MPD	37
30	Pré-amplificador utilizado no experimento do fotoelétron único	39
31	Pré-amplificador utilizado na determinação do ganho pelo método estatístico	40
32	Esquema do circuito pré-amplificador com amplificador operacional OPA657	40
33	<i>Software</i> de aquisição desenvolvido em ROOT	41
34	Câmara escura para caracterização da MAPMT	43
35	Esquema de caracterização da banda de condução do LED	44
36	Determinação do limiar de condução para o LED	44
37	Arranjo experimental para caracterização do MPD	45
38	Excursão positiva para calibração do MPD (barras de erro multiplicadas por 10)	46
39	Excursão negativa para calibração do MPD (barras de erro multiplicadas por 10)	47
40	Arranjo experimental para caracterização dos pré-amplificadores	48
41	Gráfico de caracterização de 0 a 1 V do pré-amplificador 01	48
42	Gráfico de caracterização de 0 a 80 mV do pré-amplificador 02	49
43	Arranjo experimental para caracterização da MAPMT H7546B	50
44	Ganho dos 64 <i>pixels</i> da MAPMT	51

45	Histograma do ganho dos 64 <i>pixels</i> da MAPMT	51
46	Ganho dos 64 <i>pixels</i> da MAPMT	52
47	Método estatístico e espectro de fotoelétron para o <i>pixel</i> 37	52
48	Método estatístico e espectro de fotoelétron para o <i>pixel</i> 13	53
49	Método estatístico e espectro de fotoelétron para o <i>pixel</i> 47	53
50	Método estatístico para os <i>pixels</i> 1 e 2	59
51	Método estatístico para os <i>pixels</i> 3 e 4	59
52	Método estatístico para os <i>pixels</i> 5 e 6	59
53	Método estatístico para os <i>pixels</i> 7 e 8	60
54	Método estatístico para os <i>pixels</i> 9 e 10	60
55	Método estatístico para os <i>pixels</i> 11 e 12	60
56	Método estatístico para os <i>pixels</i> 13 e 14	61
57	Método estatístico para os <i>pixels</i> 15 e 16	61
58	Método estatístico para os <i>pixels</i> 17 e 18	61
59	Método estatístico para os <i>pixels</i> 19 e 20	62
60	Método estatístico para os <i>pixels</i> 21 e 22	62
61	Método estatístico para os <i>pixels</i> 23 e 24	62
62	Método estatístico para os <i>pixels</i> 25 e 26	63
63	Método estatístico para os <i>pixels</i> 27 e 28	63
64	Método estatístico para os <i>pixels</i> 29 e 30	63
65	Método estatístico para os <i>pixels</i> 31 e 32	64
66	Método estatístico para os <i>pixels</i> 33 e 34	64
67	Método estatístico para os <i>pixels</i> 35 e 36	64
68	Método estatístico para os <i>pixels</i> 37 e 38	65
69	Método estatístico para os <i>pixels</i> 39 e 40	65
70	Método estatístico para os <i>pixels</i> 41 e 42	65

71	Método estatístico para os <i>pixels</i> 43 e 44	66
72	Método estatístico para os <i>pixels</i> 45 e 46	66
73	Método estatístico para os <i>pixels</i> 47 e 48	66
74	Método estatístico para os <i>pixels</i> 49 e 50	67
75	Método estatístico para os <i>pixels</i> 51 e 52	67
76	Método estatístico para os <i>pixels</i> 53 e 54	67
77	Método estatístico para os <i>pixels</i> 55 e 56	68
78	Método estatístico para os <i>pixels</i> 57 e 58	68
79	Método estatístico para os <i>pixels</i> 59 e 60	68
80	Método estatístico para os <i>pixels</i> 61 e 62	69
81	Método estatístico para os <i>pixels</i> 63 e 64	69
82	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 1 e 2	70
83	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 3 e 4	70
84	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 5 e 6	71
85	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 7 e 8	71
86	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 9 e 10	71
87	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 11 e 12	72
88	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 13 e 14	72
89	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 15 e 16	72
90	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 17 e 18	73
91	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 19 e 20	73
92	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 21 e 22	73
93	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 23 e 24	74
94	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 25 e 26	74
95	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 27 e 28	74
96	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 29 e 30	75

97	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 31 e 32	75
98	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 33 e 34	75
99	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 35 e 36	76
100	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 37 e 38	76
101	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 39 e 40	76
102	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 41 e 42	77
103	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 43 e 44	77
104	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 45 e 46	77
105	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 47 e 48	78
106	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 49 e 50	78
107	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 51 E 52	78
108	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 53 e 54	79
109	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 55 e 56	79
110	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 57 e 58	79
111	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 59 E 60	80
112	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 61 e 62	80
113	Espectro de fotoelétron único para os <i>pixels</i> 63 e 64	80

Lista de Tabelas

1	<i>Parâmetros da excursão positiva para calibração do MPD</i>	46
2	<i>Parâmetros da excursão negativa para calibração do MPD</i>	47
3	<i>Parâmetros finais da calibração do MPD</i>	47
4	<i>Calibração do pré-amplificador 01</i>	49
5	<i>Calibração do pré-amplificador 02</i>	49
6	<i>Coefficientes e ganhos determinados através do método estatístico</i>	56

1 *Introdução*

Desde o fim da década de 1940 o Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF) vem desenvolvendo uma importante tradição em pesquisa teórica e experimental de raios cósmicos. Os conhecimentos adquiridos nesta área têm permitido a participação de grupos de pesquisa da instituição em grandes experimentos de física de altas energias desenvolvidos nas últimas décadas. Como destaque pode-se citar a participação no Observatório Pierre Auger para estudos de raios cósmicos ultra-energéticos, as colaborações com os experimentos LHC do CERN, D0 do FERMILAB, Double Chooz e a futura realização do experimento de detecção de antineutrinos oriundos do reator nuclear da usina Angra II.

Em particular, o Laboratório de Sistemas de Detecção (LSD) do CBPF tem experiência na construção e utilização de detectores de partículas ionizantes, sobretudo em atividades envolvendo detectores a gás sensíveis à posição e tubos fotomultiplicadores (PMTs).

Tradicionalmente, as PMTs utilizadas em experimentos científicos dispõem de apenas um anodo. Neste trabalho, é apresentado um detector, denominado fotomultiplicadora multianódica (MAPMT), caracterizado pela presença de mais de um anodo em uma organização matricial ou linear. Cada anodo da MAPMT está associado a um *pixel* e a um setor multiplicativo independente.

O objetivo geral do trabalho é desenvolver e caracterizar um sistema de instrumentação científica que utiliza uma MAPMT de 64 anodos na construção de um telescópio, denominado MonRA_t (3) (4) (5), que está sendo desenvolvido em parceria com a Universidade Federal do ABC (UFABC), para detecção de fótons de fluorescência atmosférica originados por raios cósmicos ultra-energéticos.

As principais metas do trabalho são:

- Contribuir com informações sobre a estrutura e o funcionamento de MAPMTs, com processos de caracterização e com um entendimento das vantagens e desvantagens deste tipo de detector em relação às PMTs com um só anodo;
- Colaborar, indiretamente, no desenvolvimento do sistema de veto de múons do detector de antineutrinos oriundos do reator Angra II (6) que utiliza o mesmo tipo de MAPMT do telescópio de fluorescência;
- Contribuir com a migração para uma política de utilização de sistema operacional e ferramentas de programação livres, como o ROOT (7), nas atividades de pesquisa e desenvolvimento do LSD.

Em síntese, foi desenvolvido um sistema de detecção, tratamento de sinais eletrônicos, aquisição, processamento e armazenamento de dados que, em um futuro próximo, será utilizado no experimento MonRAat.

Realizou-se um estudo sobre física de altas energias focalizado na questão da detecção dos raios cósmicos ultra-energéticos através da fluorescência do nitrogênio da atmosfera e no funcionamento do experimento citado.

O componente principal do sistema de detecção, a fotomultiplicadora de múltiplos anodos, teve todos os seus canais testados e caracterizados por dois métodos distintos, determinando-se o ganho de cada um dos 64 *pixels*.

Montou-se um sistema de pré-amplificadores para o tratamento dos pulsos oriundos da MAPMT utilizada, já que os sinais correspondentes a poucos fotoelétrons apresentam baixa amplitude, curta duração e rápido tempo de subida.

O sistema de aquisição de dados montado, envolvendo um módulo de processamento de dados (MPD), foi testado e caracterizado juntamente com o *software* desenvolvido em ROOT, para controle da leitura de dados via USB.

2 *O experimento MonRAat: detecção de radiação cósmica ultra-energética por fluorescência atmosférica*

2.1 Raios cósmicos

Raios cósmicos são partículas de elevada energia que viajam pelo espaço quase à velocidade da luz e podem se apresentar como prótons, partículas α , Li, Be, B, núcleos de elementos mais pesados (até o Fe), elétrons e prótons, dentre outras possibilidades.

O espectro de energia, observado na Terra, para a radiação cósmica cobre uma faixa de 10^9 eV a 10^{21} eV. Os raios cósmicos classificados como muito energéticos encontram-se no intervalo de $2 \cdot 10^{15}$ eV a 10^{18} eV. Raios cósmicos ultra-energéticos possuem energia maior do que 10^{18} eV. Já os raios cósmicos ultra-energéticos que possuem energia acima de 10^{19} eV são denominados de extrema alta energia (EHE). Estas faixas energéticas são muito superiores às encontradas em aceleradores de partículas como o LHC (*Large Hadron Collider*), que funciona com dois feixes de prótons de $7 \cdot 10^{12}$ eV cada. O elétron-Volt ¹ (eV) é uma unidade de medida de energia. É interessante notar que, apesar de a energia de um RCUE ser muito elevada para uma partícula, esta energia não é suficiente para manter um aparelho eletrônico de 5 W, como um pequeno rádio relógio, funcionando por poucos segundos.

Partículas cósmicas atingem constantemente a superfície terrestre. Experimentos mostram que quanto mais energéticos são os raios cósmicos menor é o fluxo observado. O gráfico da figura 1 apresenta esta relação. Da região de energia em torno de 10^9 eV, cerca

¹ 1 eV equivale a $1,602 \cdot 10^{-19}$ J e representa a energia necessária para mover um elétron por uma distância de 1 m quando submetido a uma diferença de potencial de 1 V

de 10 mil partículas por segundo atingem uma área de $1m^2$ na superfície terrestre. Para a região de 10^{11} eV este número decresce para apenas uma partícula. O fluxo para energia de 10^{16} eV é de uma partícula por m^2 a cada ano. O fluxo de raios cósmicos com energia acima de 10^{21} eV, também denominados zévatrons, é de uma partícula a cada século por km^2 .

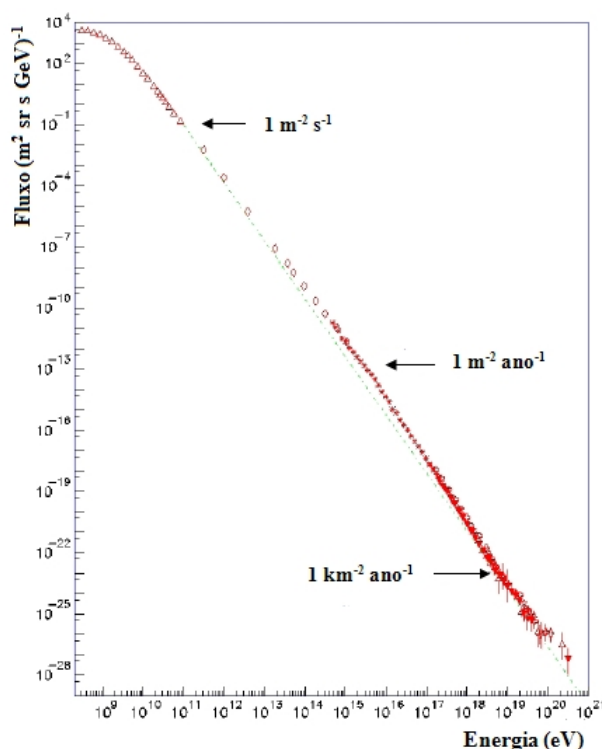


Figura 1: Espectro de energia da radiação cósmica

De onde vêm essas partículas? Através de qual processo elas adquirem tamanha energia? A compreensão sobre a origem dos raios cósmicos tem sido por décadas um dos principais objetivos de estudo da física de altas energias. Dentre as hipóteses já lançadas podem-se citar como fontes de RCUE as estrelas de nêutrons, buracos negros e o choque de galáxias.

Resultados experimentais divulgados em 2007 pela colaboração do projeto Pierre Auger (8) anunciaram uma forte evidência de correlação entre RCUE e núcleos ativos de galáxias (AGNs), que são núcleos de galáxias alimentados por buracos negros supermassivos que devoram grandes quantidades de matéria ao seu redor. Tais resultados confirmaram antigas suposições de que os AGNs eram uma das possíveis fontes de aceleração de raios cósmicos ultra-energéticos. Com os dados experimentais obtidos com os detectores instalados no sítio do experimento Pierre Auger foram efetuadas estimativas de correlações entre a direção de chegada dos eventos medidos e a direção de objetos

astronômicos conhecidos, em particular com as posições já catalogadas de AGNs. Esta correlação implica um comportamento não isotrópico dos raios cósmicos no céu. Entretanto, o exato mecanismo de aceleração de partículas ainda não é conhecido.

2.1.1 Chuveiros aéreos extensos

Quando um raio cósmico colide com moléculas da atmosfera terrestre é iniciado um processo de produção de partículas secundárias (ver figura 2), gerando-se uma cascata denominada chuvaire aéreo extenso (CAE).

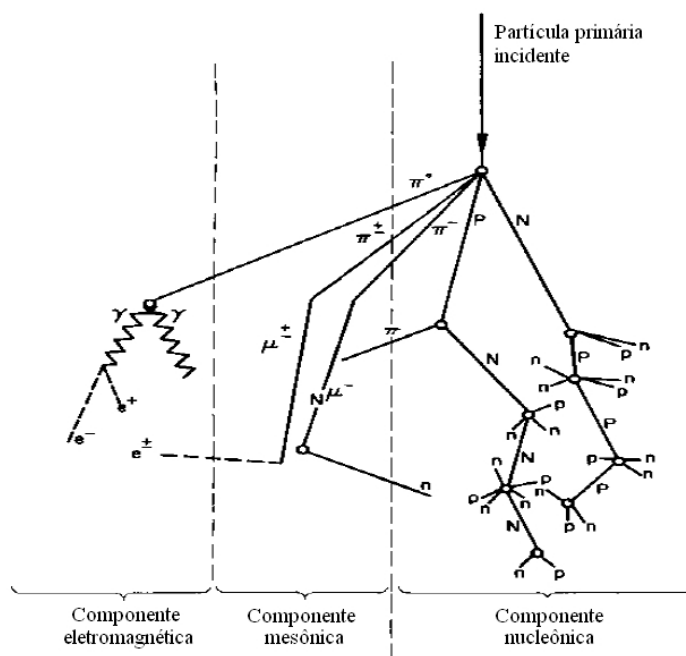


Figura 2: Composição de um chuvaire aéreo extenso

A maior parte das partículas do CAE (90 %) é representada pela componente eletromagnética, composta por elétrons (e^-), pósitrons (e^+) e fótons (γ). Cerca de 9 % do CAE corresponde à componente mesônica, formada por píons (π^+ , π^- , π^0) e múons (μ^+ , μ^-). O restante (1 %) é representado pela componente nucleônica, composta por prótons (p) e nêutrons (n).

No processo de formação do CAE, a partícula primária colide com as moléculas da atmosfera gerando, através de interações hadrônicas, píons neutros (π^0) ou carregados (π^+ , π^-) com igual probabilidade. Em processos posteriores novos nucleons são formados.

Os píons neutros originam a cascata eletromagnética decaindo, na maioria das vezes, em fótons. Também pode haver o decaimento dos π^0 em elétrons e pósitrons.

Os píons carregados respondem pela formação da componente muônica do CAE, gerando outros píons que podem decair rapidamente em múons acompanhados de neutrinos. Os mesmos múons podem decair em elétrons e pósitrons acompanhados de antineutrinos do elétron e neutrinos do múon.

Fótons também interagem na atmosfera gerando elétrons e pósitrons que também podem gerar fótons pelo processo de Brehmsstrahlung. Tais mecanismos são responsáveis pela cascata eletromagnética do CAE.

2.2 Detecção por fluorescência atmosférica

Cerca de 78 % da atmosfera terrestre é composta por nitrogênio. Quando os elétrons da componente eletromagnética do CAE interagem com moléculas de N_2 ocorre liberação isotrópica de radiação luminosa através do processo de fluorescência. Este fenômeno é consequência do mecanismo de excitação e des-excitação em que elétrons componentes do gás absorvem energia, passando do estado fundamental para um estado excitado, e no processo de retorno ao estado inicial há liberação de energia através da emissão de fótons.

A figura 3 representa a emissão de fluorescência devido à passagem de um raio cósmico primário através de um trecho da atmosfera. Fótons de radiação Čerenkov também podem surgir neste processo.

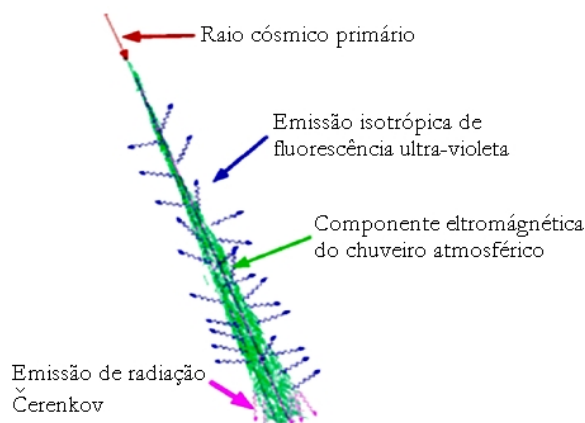


Figura 3: Emissão de radiação de fluorescência atmosférica

A radiação luminosa resultante da fluorescência atmosférica tem comprimento de onda na região do ultravioleta. A figura 4 apresenta o espectro de emissão de fluorescência do nitrogênio atmosférico evidenciando-se maior eficiência relativa entre 300 e 450 nm (1).

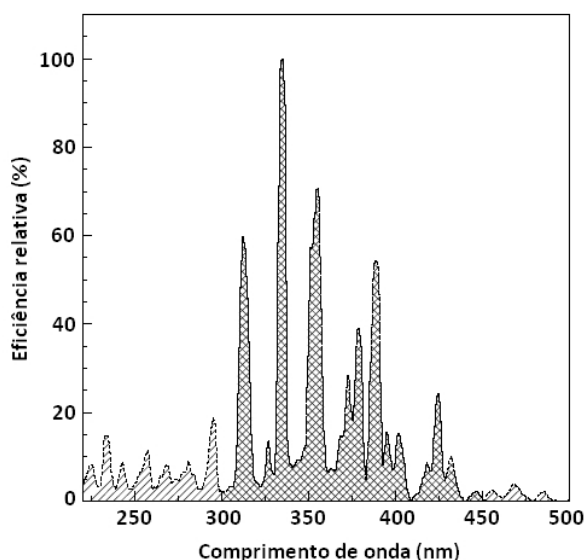


Figura 4: Espectro de emissão de fluorescência da banda 2P do hidrogênio molecular e da banda 1N do cátion N_2^+ (1)

A técnica de detecção de RCUE por fluorescência atmosférica permite a obtenção de informações como o desenvolvimento longitudinal, a composição e a energia da partícula primária. A estimativa da energia depositada E_{dep} pelo raio cósmico primário a uma determinada altitude h pode ser considerada diretamente proporcional ao número de elétrons N_e que compõem o CAE, já que a componente eletromagnética é a de maior predominância no processo de formação da cascata de partículas. Com isso:

$$E_{dep}(h) \propto N_e(h) \quad (2.1)$$

Para uma boa faixa de energia e de comprimento da atmosfera percorrida é possível supor que o chuvaire é composto por elétrons e pósitrons que perdem energia por irradiação (Bremsstrahlung) segundo a relação linear 2.2:

$$\frac{dE}{dx} \sim N_e(x) \frac{E_c}{\lambda_r} \quad (2.2)$$

Onde:

- $E_c = 84,2 MeV$ é a energia crítica do elétron no ar. Abaixo deste valor o processo de perda de energia por ionização é mais atuante do que o efeito Bremsstrahlung;

- $\lambda_r = 37,7g/cm^2$ é o comprimento de radiação do elétron no ar (distância média percorrida pelo elétron até perder $\frac{1}{e}$ de sua energia original pelo processo de Bremsstrahlung);
- x é a profundidade da atmosfera em g/cm^2 , ou espessura de massa.

Integrando-se o número de elétrons ao longo do caminho do chuvaire obtém-se uma estimativa da energia eletromagnética total E_{EM} .

$$E_{EM} \sim \frac{E_c}{\lambda_r} \int N_e(x) dx \quad (2.3)$$

Entretanto, um detector de fluorescência atmosférica não mede diretamente o número de elétrons do chuvaire. O que tais aparatos detectam são os fótons de fluorescência, e é através desta informação que se pode estimar a energia do primário.

O número de fótons de fluorescência (N_γ) detectados por um detector como um telescópio de raios cósmicos é dado pela relação da equação 2.4 (1) (9) (3).

$$N_\gamma = FLY \cdot \Delta x \cdot T^m \cdot T^a \cdot \frac{d\Omega}{4\pi} \quad (2.4)$$

Em (2.4) estão identificados os principais fatores que contribuem para N_γ . FLY é o rendimento de luz de fluorescência (*Fluorescence light yield*), Δx refere-se à porção de atmosfera utilizada, $d\Omega$ é o ângulo sólido do telescópio e T^m e T^a são, respectivamente, os coeficientes de transmissão molecular e de aerossóis.

Os coeficientes de transmissão T^m e T^a , respectivamente relacionados com os espalhamentos Rayleigh e Mie, fazem-se necessários pois o espalhamento de luz e sua absorção na atmosfera alteram a transmissão da radiação de fluorescência até os detectores em solo.

O espalhamento Rayleigh ocorre em partículas menores que $0,05 \mu m$ que compõem a atmosfera, quando a radiação interage com as moléculas atmosféricas e outras partículas minúsculas que são muito menores em diâmetro do que o comprimento de onda da radiação. O efeito do espalhamento Rayleigh é inversamente proporcional à quarta potência do comprimento de onda (10).

Já o espalhamento Mie ocorre para partículas e moléculas entre $0,05$ e $100 \mu m$. Vapor de água e poeira são as maiores causas do espalhamento Mie, que tende a influenciar comprimentos de onda maiores do que o espalhamento Rayleigh.

O decaimento exponencial devido aos fatores de atenuação T^m e T^a é expresso pela equação 2.5 (1):

$$T(z, \alpha, \lambda) = e^{-\int_0^z \frac{\rho(z)}{\text{sen}(\alpha \cdot \Lambda(\lambda))} dz} \quad (2.5)$$

Onde ρ é a densidade à altura z e $\Lambda(\lambda)$ é o comprimento de extinção em função da quarta potência do comprimento de onda, tendo valor praticamente constante no caso de aerossóis.

O ângulo sólido apresentado na equação 2.4 corresponde à abertura angular necessária para observar uma superfície distante a partir de um ponto do espaço. Em uma observação astronômica, o ângulo de visão relacionado com a área do céu observada corresponde ao ângulo sólido.

O princípio de detecção pela des-excitação do N_2 está relacionado com o rendimento FIY, que corresponde ao número de fótons de fluorescência (N_γ) gerados por uma única partícula carregada por unidade de comprimento percorrido L . Segundo esta definição, um determinado número de partículas carregadas N_e , que percorre um elemento de comprimento dl gera uma quantidade de fótons de fluorescência dN_γ proporcional ao valor de FIY:

$$\frac{dN_\gamma}{dl} = FIY \cdot N_e \quad (2.6)$$

Integrando-se (2.6) obtém-se:

$$FIY = \frac{N_\gamma}{N_e \cdot L} \quad (2.7)$$

FIY depende, não fortemente, de fatores como pressão, temperatura e comprimento de onda (11). Do ponto de vista experimental, FIY é praticamente uma constante para a maioria das situações observacionais. Essa relativa constância do rendimento FIY traz facilidades na utilização da técnica de determinação do número de partículas em uma dada profundidade da atmosfera.

Alguns experimentos foram realizados com o objetivo de caracterizar o rendimento FIY do ar em função da energia, pressão e temperatura, dentre outros fatores. Os experimentos de Kakimoto e Nagano (11) apresentam a dependência proporcional do valor de FIY com a perda de energia dos elétrons $\frac{dE}{dx}$. Na figura 5, é representada a dependência da energia na fluorescência do nitrogênio entre 300 e 400 nm em ar seco a uma pressão de 760 mm Hg. A curva $\frac{dE}{dx}$, em linha sólida, está ajustada para a energia de 1,4 MeV.

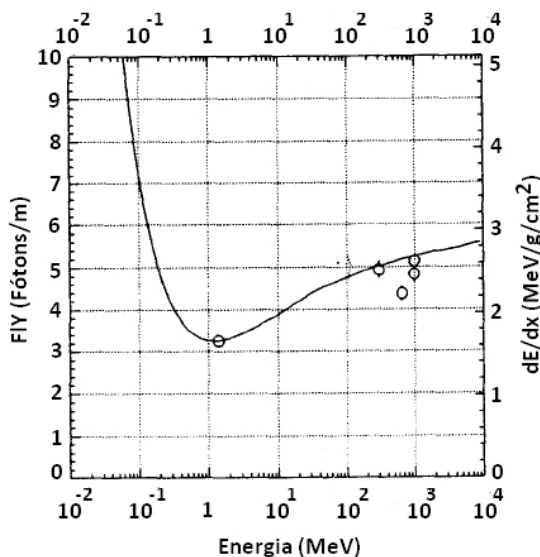


Figura 5: Dependência da energia na fluorescência do nitrogênio entre 300 e 400 nm

2.3 O experimento MonRat

O telescópio monitor de radiação atmosférica, MonRat, tem o objetivo de realizar medições de radiação de fluorescência atmosférica gerada por raios cósmicos de energias entre 10^{17} eV e 10^{20} eV. Com os resultados obtidos será possível estudar problemas em aberto na astrofísica, e também a relação entre o rendimento da radiação de fluorescência e parâmetros como pressão, temperatura e umidade relativa da atmosfera.

Por ser um experimento compacto, o MonRat poderá ser utilizado em diferentes localidades do país e do exterior. Existe também a possibilidade de o telescópio poder coletar dados juntamente com outros experimentos, realizando-se o confronto direto das reconstruções do raio cósmico primário.

A figura 6 apresenta uma possibilidade de montagem do telescópio MonRAt. Os indicadores de (i) até (viii) correspondem a:

- (i) Espelho;
- (ii) Fotomultiplicadora multianódica (MAPMT);
- (iii) Filtro seletor para radiação ultravioleta;
- (iv) Hastes de fixação;
- (v) Fonte de alta tensão;
- (vi) Sistema de aquisição de dados;
- (vii) Microcomputador.

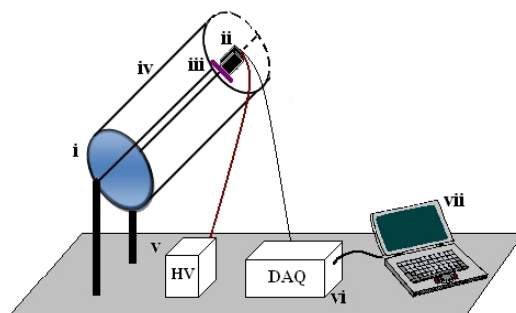


Figura 6: Esquema experimental do MonRAt

A escolha da montagem proposta é baseada em detectores de fluorescência atmosférica como os telescópios do experimento *High Resolution Fly's Eye* (HIRES) (12), apresentados na figura 7, desenvolvidos no início da década de 80 e operados até 1993 pelo grupo de raios cósmicos da Universidade Utah.



Figura 7: Telescópios de fluorescência do experimento HIRES

O MonRAat tem como originalidade o fato de funcionar com os mesmos princípios dos telescópios dos grandes experimentos de fluorescência atmosférica, porém de forma muito mais compacta e com utilização da recente tecnologia de fotomultiplicadoras multianódicas.

Quando, em um arranjo como o proposto, os fótons de fluorescência atingirem o espelho do telescópio a radiação refletida atingirá, no foco do espelho, o sistema composto pelo filtro de seleção de radiação UV entre 300 e 450 nm e pela MAPMT. Os fótons com comprimento de onda no intervalo de seleção do filtro atingirão um ou mais *pixels* da fotomultiplicadora indicando o deslocamento do raio cósmico em um determinado trecho da atmosfera. Em cada um dos *pixels* da MAPMT a luz é convertida em carga elétrica e esta informação analógica é levada a um sistema de aquisição de dados composto por pré-amplificadores e módulos de processamento de dados (MPDs). Nesta etapa, o sinal, já amplificado, passa por um processo de conversão analógico-digital e através de um *software* que realiza a comunicação entre os MPDs e o microcomputador os dados são adquiridos e armazenados no disco rígido do computador.

O atual espelho do telescópio MonRAat tem 13,8 cm de diâmetro, raio de curvatura de 39,2 cm e um ângulo de abertura de $2,04^\circ$, que permitirá a observação de fótons com ângulo de incidência $\alpha \leq 2^\circ$ (3) (4). A abertura do espelho deve levar em conta a possibilidade de formação de aberrações ópticas que não podem ser maiores do que um *pixel* da MAPMT. A principal destas aberrações, a coma, ocorre quando raios luminosos atingem uma lente ou espelho de forma oblíqua ao eixo óptico principal e a imagem não é totalmente formada no plano focal, observando-se um borrão semelhante à figura cônica de um cometa. Uma possível solução para este problema é a utilização de um diafragma com o objetivo de eliminar os raios de luz afastados do eixo óptico do espelho. Na figura 8 estão mostrados o espelho e as hastes de apoio já disponíveis para o início da montagem do MonRAat.



Figura 8: Espelho e haste de apoio do telescópio MonRAat

Quando a luz de fluorescência atinge o espelho do telescópio ocorre reflexão regular, podendo existir diversas trajetórias de reflexão distintas. A figura 9 mostra algumas trajetórias possíveis obtidas com um *software* de traço de raios desenvolvido pelo grupo de raios cósmicos da UFABC. Quando um feixe luminoso for refletido no espelho existirão duas possibilidades: se o ângulo de reflexão for maior do que 2° , a MAPMT não será atingida. Caso $\alpha \leq 2^\circ$ os fótons refletidos poderão atingir um dos 64 *pixels* da fotomultiplicadora. Há ainda a possibilidade de, dependendo da inclinação do telescópio em relação ao solo, os fótons de fluorescência atingirem a MAPMT antes de atingirem o espelho.

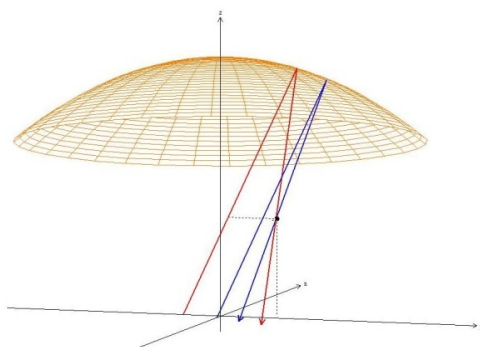


Figura 9: Possíveis trajetórias de fótons de fluorescência no espelho esférico

A fotomultiplicadora (modelo H7546B da Hamamatsu) utilizada no telescópio é composta por uma matriz 8×8 de 64 *pixels* de 4 mm^2 de área cada. Ao contrário dos tradicionais tubos fotomultiplicadores que possuem apenas um anodo, este tipo de PMT funciona, em uma aproximação simplificada, como um detector composto por 64 PMTs independentes do qual podem-se obter 64 sinais de saída distintos e, ainda, uma saída que representa a soma do sinal de todos os anodos. Esta MAPMT necessita de alta tensão em torno de -950 V , podendo ser utilizada para radiações no intervalo espectral eletromagnético de 300 a 650 nm, com melhor resposta em torno dos 400 nm, correspondente à radiação ultravioleta (ver figura 16 na seção 3.1.2 do capítulo 3).



Figura 10: Fotomultiplicadora multianódica H7546B

O Módulo de Processamento de Dados (MPD), desenvolvido no Laboratório e Sistemas de Detecção (LSD) do CBPF, é um sistema de aquisição de dados composto por um *hardware* portátil e por um *software* de controle. O MPD tem 28 canais de medidas, sendo 4 canais de entrada, independentes, para medidas de amplitude de sinais analógicos, 8 canais de entrada digitais para medida de intervalo de tempo e mais 16 canais de entrada e saída digitais de uso configurável.

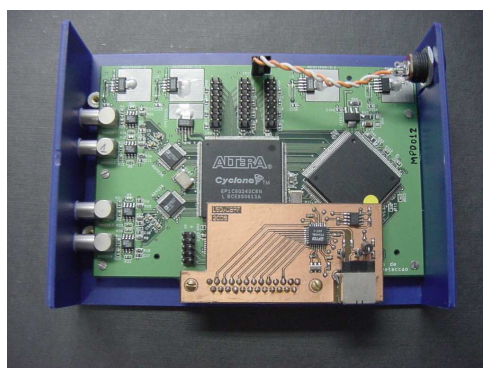


Figura 11: Módulo de processamento de dados

Para aquisição dos dados do telescópio MonRat são realizadas medidas de amplitude do sinal através de conversores analógico-digitais para sinais com amplitude entre -1 V e 1 V. O componente responsável pelo controle e processamento digital dos dados é um dispositivo lógico programável do tipo FPGA (*Field Programmable Gate Array*). O módulo é conectado a um computador e operado pelos sistemas operacionais Linux ou Windows, via porta USB.

3 Descrição e caracterização do sistema de detecção com fotomultiplicadora multianódica

O sistema de detecção de fótons que será utilizado no experimento MonRAAt é composto por três estruturas principais: subsistema de detecção, subsistema de tratamento e aquisição de sinais eletrônicos e subsistema de controle.

O subsistema de detecção, cuja caracterização é aqui apresentada, inclui fonte de alta tensão, câmara escura, diodo emissor de luz (LED) e uma fotomultiplicadora multianódica (MAPMT) de 64 *pixels*.

O subsistema de tratamento e aquisição de sinais eletrônicos, composto por pré-amplificadores, discriminadores e um módulo de processamento de dados (MPD), é responsável pela amplificação, modelagem, aquisição e tratamento dos sinais oriundos do subsistema de detecção.

O subsistema de controle é composto por um computador pessoal e pelo *software* que implementa a comunicação com o MPD, a aquisição, o controle e o armazenamento de dados.

Cada um destes elementos controla uma parte essencial do processo de detecção de fótons. A organização completa está representada na figura 12. Os sinais disponibilizados pelo subsistema de detecção são adquiridos pelo subsistema de tratamento e aquisição de sinais eletrônicos que é acessado pelo subsistema de controle em processos de leitura de dados e escrita através de configurações de parâmetros do MPD.

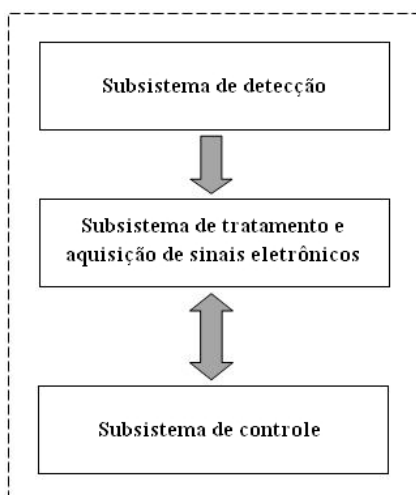


Figura 12: Organização do sistema de detecção de fótons de fluorescência cósmica

3.1 Subsistema de detecção

3.1.1 Fotomultiplicadoras multianódicas

Telescópios para detecção de fótons de fluorescência de raios cósmicos ultra energéticos (RCUE) utilizam, em geral, um conjunto de PMTs dispostas lado a lado com o objetivo de formar uma superfície de detecção em que é possível a observação da movimentação de partículas do chuveiro através de um trecho da atmosfera. Entretanto este arranjo pode tornar-se mais simplificado, compacto e vantajoso com a utilização de uma MAPMT em que cada um dos *pixels* funciona como uma PMT independente.

Uma MAPMT, como a utilizada no MonRAt, dispõe de uma janela de vidro anterior a um fotocatodo, uma rede de focalização elétrica, uma estrutura de multiplicação de elétrons composta por dinodos e um conjunto de anodos. O fato de uma MAPMT possuir, por exemplo, 12 estágios multiplicativos significa que, para cada *pixel*, existem 12 estruturas como a destacada na figura 13. Esta disposição de dinodos é conhecida como *metal channel dynode*.

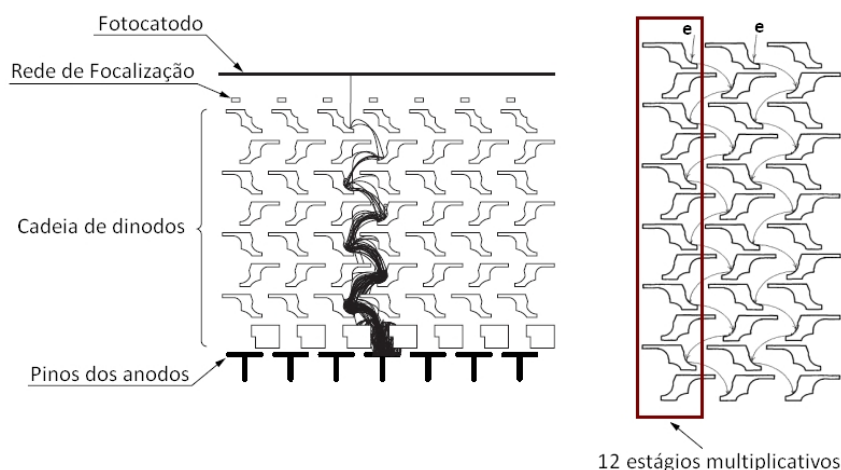


Figura 13: Estrutura de uma fotomultiplicadora multianódica

O princípio de funcionamento de uma MAPMT é similar ao de uma PMT com um único anodo. Um ou mais fótons atravessam a janela de vidro da MAPMT e atingem o seu fotocatodo. Através de efeito fotoelétrico é gerado um ou mais fotoelétrons que, devido à presença de focalizadores eletrostáticos, são levados para o primeiro dinodo de uma *pixel* próximo à região onde foi gerado o fotoelétron. Já no primeiro dinodo é iniciada a multiplicação de elétrons através do processo de emissão secundária. Esses dinodos são revestidos com bons emissores secundários, como BeO ou MgOCs, que proporcionam um rendimento de 2 a 5 elétrons por elétron incidente. A multiplicação prossegue em uma série de dinodos posteriores incrementados com diferenças de potencial em torno de 100 V de dinodo a dinodo. A quantidade de fotoelétrons gerada no fim deste processo é levada até o anodo referente ao *pixel* onde iniciou-se o processo de multiplicação. Este sinal pode ser observado em um osciloscópio que monitore o pino de saída do anodo.

Fotomultiplicadoras de múltiplos anodos têm sido utilizadas em projetos científicos de áreas como física de altas energias (13) e física médica (2). A figura 14 apresenta uma gama câmara que utiliza uma MAPMT e um cristal cintilador como parte de um sistema de aquisição de dados voltado para estudos de evolução de câncer de mama (2). Também é mostrado um conjunto de imagens, realizadas com esta gama câmara, de quatro cortes de cérebro de rato injetados com 150 MBq de $^{99m}\text{TcO}_4$.



Figura 14: Sistema de aquisição com utilização de MAPMT para estudos oncológicos. (2)

3.1.2 Especificações técnicas da MAPMT Hamamatsu H7546B

A MAPMT H7546B, mostrada na figura 15, tem 60 g de massa e volume 31 mm x 31 mm x 51 mm. A janela de vidro tem área de 30 mm x 30 mm e é feita de borossilicato, um material com características físicas favoráveis à penetração de radiação luminosa com comprimento de onda em torno do ultravioleta. O fotocátodo tem área efetiva de 18,1 mm x 18,1 mm e é feito de bialkali, um metal com baixa função trabalho que favorece a ocorrência de efeito fotoelétrico.



Figura 15: Fotomultiplicadora multianódica H7546B

Esta fotomultiplicadora pode ser operada no intervalo de temperatura entre -30°C a 50°C . A alta tensão necessária para seu funcionamento tem polaridade negativa e não deve exceder -1000 V . A corrente máxima de saída é $0,023\text{ mA}$ e sua corrente máxima total de escuro é 2 nA .

O modelo H7546B pode ser utilizado para radiações que se incluam no intervalo espectral eletromagnético de 300 a 650 nm. Entretanto, sua melhor resposta ocorre em torno dos 400 nm, correspondente à radiação ultravioleta. A figura 16 apresenta a eficiência quântica desta fotomultiplicadora para radiações luminosas entre 200 e 700 nm (14).

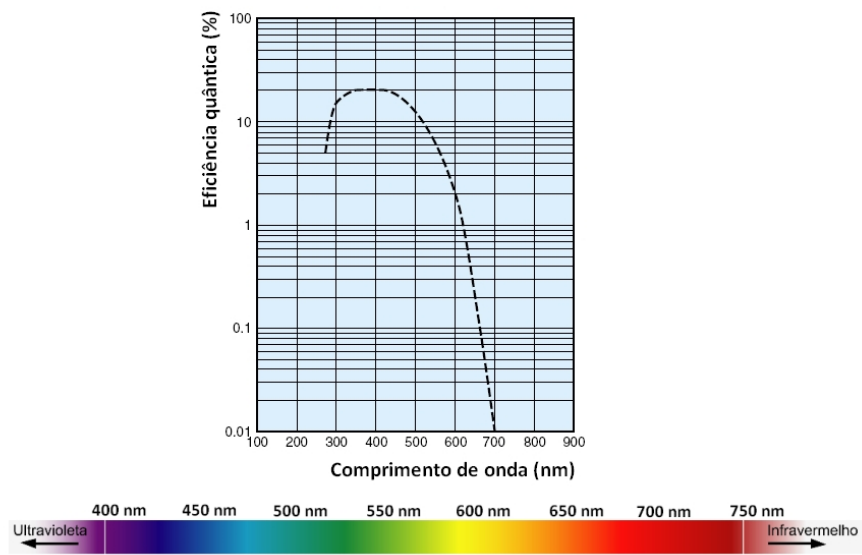


Figura 16: Eficiência quântica nominal da MAPMT H7546B em função do comprimento e onda

Esta MAPMT apresenta ganho nominal da ordem de 10^6 a -900 V. Isto significa que, do primeiro ao décimo segundo dinodo ocorre um processo de multiplicação eletrônica gerando no anodo uma carga elétrica final (Q_{final}) igual ao produto do ganho pela carga fundamental ($e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$). Para o caso de um fotoelétron e de uma fotomultiplicadora com ganho de $G = 10^6$ tem-se:

$$Q_{final} = 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 0,16 pC \quad (3.1)$$

Este valor está sujeito a um processo de flutuações estatísticas ao qual está submetido o princípio de multiplicação eletrônica de um detector como uma fotomultiplicadora.

O ganho da MAPMT H7546B varia de acordo com a alta tensão aplicada de acordo com o gráfico (14) apresentado na figura 17:

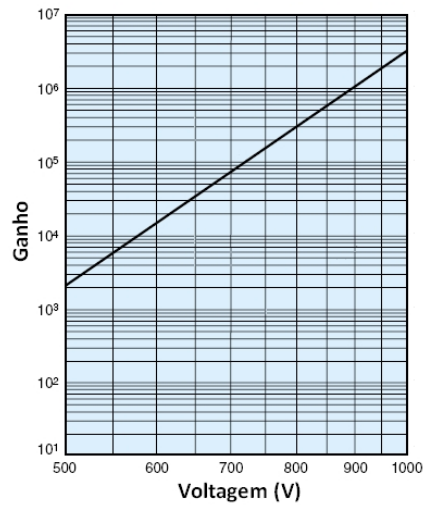


Figura 17: Ganho nominal da MAPMT H7546B em função da alta tensão fornecida

A figura 18 apresenta a comparação relativa das respostas dos anodos obtida, pela fabricante Hamamatsu (14), com a MAPMT a -800 V e com o catodo uniformemente iluminado.

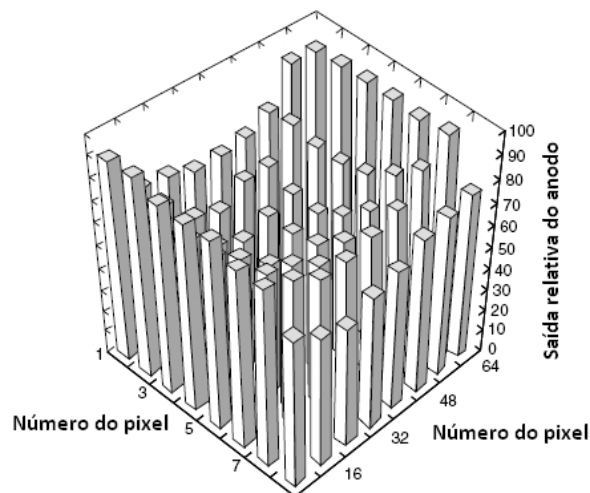


Figura 18: Saída relativa típica dos anodos da MAPMT H7546B

3.1.3 Estudo do ganho de uma fotomultiplicadora - Experimento de detecção de fotoelétron único

A detecção de um único fotoelétron pode ser utilizada na determinação do ganho de fotomultiplicadoras. O experimento consiste em fornecer, com um gerador de funções, pulsos rápidos para um LED posicionado frente uma PMT. O objetivo é fazer com que apenas um fóton seja convertido em fotoelétron no fotocatodo, para que se conheça a amplitude ou a carga do sinal adquirido no anodo da fotomultiplicadora como consequência deste evento. Entretanto, ocorrem flutuações devido à geração de elétrons secundários no processo multiplicativo. O fator multiplicativo de um dinodo para o outro não é constante. A forma de um espectro típico de fotoelétron, apresentado na figura 19, é devida a essas flutuações.

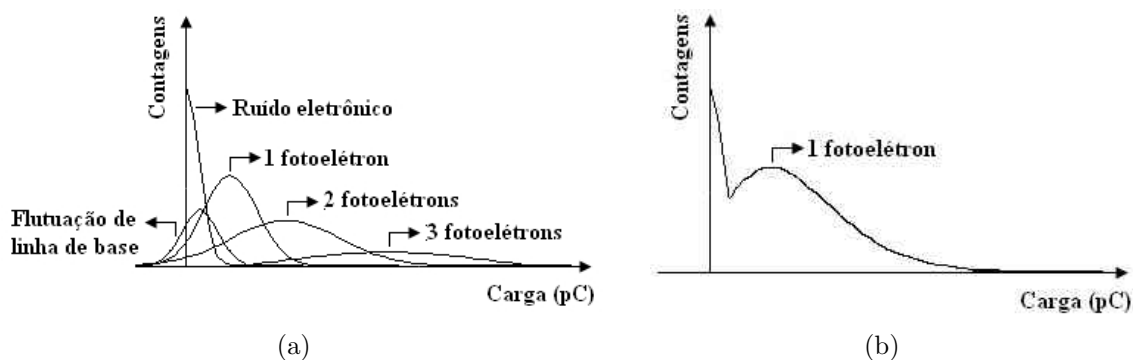


Figura 19: Composição do espectro de fotoelétron

Na figura 19 (b), o pico de maior contagem, à esquerda, corresponde aos sinais de ruído eletrônico e da flutuação de linha de base. O segundo pico, à direita, é formado pela sobreposição das distribuições para um ou mais fotoelétrons.

Supondo que a intensidade do pulso de luz em frente à PMT é suficientemente baixa, a probabilidade de conversão de um fóton em carga elétrica é muito maior do que a probabilidade de conversão para dois fotoelétrons que, por sua vez, é muito maior do que a probabilidade de conversão de três fotoelétrons. Neste caso, a sobreposição das distribuições para um, dois, três ou mais fotoelétrons tem o pico praticamente sobre a distribuição para um fotoelétron.

Conhecendo-se a carga referente ao pico de um fotoelétron e, admitindo-se que esta é a carga obtida como consequência da conversão de um fóton na PMT e posterior multiplicação do fotoelétron gerado, pode-se determinar o ganho da fotomultiplicadora através da relação:

$$G = \frac{Q_{Sinal}}{Q_{fe}} \quad (3.2)$$

Onde Q_{Sinal} é a carga coletada no anodo da PMT e $Q_{fe} = 1,6 \cdot 10^{-19}C$ é a carga de um fotoelétron.

Alguns fatores podem contribuir para a não observação do pico de fotoelétron ou para a obtenção de resultados não-confiáveis. Como exemplos podem-se citar: a entrada de luz ambiente no dispositivo que abriga a fotomultiplicadora, insuficiência de ganho na PMT e ruído devido a interferências, cabeamento ou mau aterramento.

3.1.4 Estudo do ganho de uma fotomultiplicadora - Método estatístico

Determinar o ganho de uma PMT através do experimento de detecção de fotoelétron único pode não ser simples ou possível em situações onde o pico do fotoelétron não é claro, quando a PMT apresenta baixo ganho ou existe dificuldade de pré-amplificação. Para estas situações pode ser utilizado o método estatístico de determinação do ganho.

O processo de observação de fotoelétrons em uma fotomultiplicadora envolve duas distribuições de probabilidade distintas, que devem ser bem compreendidas separadamente. A primeira refere-se à probabilidade para que um certo número, inteiro, de fotoelétrons seja detectado. A segunda refere-se à probabilidade para que este número de fotoelétrons gere uma carga q , devido ao processo de multiplicação eletrônica. A estimativa do ganho da PMT pelo método estatístico requer a combinação destas duas distribuições. Além destas, há também a contribuição da distribuição de flutuações da linha de base, que representa uma carga que é medida juntamente com o sinal de fotoelétrons. Entretanto, será visto a seguir que esta última contribuição não afeta a medida de ganho pela metodologia estatística.

3.1.4.1 Distribuição do número de fotoelétrons detectados

Dada uma fonte que emite fótons em várias direções, admite-se que a probabilidade para que um desses fótons atinja o fotocatodo de uma fotomultiplicadora e se converta em fotoelétron segue uma distribuição de Poisson. Esta hipótese se justifica por atender aos seguintes requisitos deste tipo de distribuição:

- O número N de tentativas é muito grande, já que muitos fótons são emitidos pela fonte luminosa;
- A probabilidade de sucesso (um fóton chegar à PMT e ser convertido em fotoelétron) é pequena;
- Durante um intervalo de tempo pequeno, Δt , a probabilidade de sucesso é linearmente proporcional a este intervalo (contribuições de segunda ordem em Δt podem ser desprezadas) [Ver apêndice C].

Desta maneira, a probabilidade para que ocorram k sucessos, ou seja, para que sejam detectados k fotoelétrons, é dada por:

$$P_k(\mu) = \frac{e^{-\mu} \mu^k}{k!} \quad (3.3)$$

Onde μ é o número médio de sucessos em N tentativas. O número de tentativas N não aparece na distribuição P_k . Porém, como dito anteriormente, está suposto que para a equação 3.3, N é muito grande e a probabilidade de sucesso é pequena.

Utilizando-se a equação 3.3 pode-se calcular:

$$\bar{k} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} k P_k(\mu)}{\sum_{k=0}^{\infty} P_k(\mu)} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} k P_k(\mu)}{1} = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{e^{-\mu} \mu^k}{k!} \quad (3.4)$$

Logo:

$$\bar{k} = \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{e^{-\mu} \mu^k}{k!} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \mu^k}{(k-1)!} = \mu \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \mu^{(k-1)}}{(k-1)!} \quad (3.5)$$

Fazendo $m = k - 1$:

$$\bar{k} = \mu \sum_{m=0}^{\infty} \frac{e^{-\mu} \mu^m}{m!} = \mu \times 1 = \mu \quad (3.6)$$

Igualmente, pode-se calcular o segundo momento da distribuição:

$$\overline{k^2} = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{e^{-\mu} \mu^k}{k!} = \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{e^{-\mu} \mu^k}{(k-1)!} = \mu \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{e^{-\mu} \mu^{(k-1)}}{(k-1)!} \quad (3.7)$$

Fazendo $m = k - 1$:

$$\overline{k^2} = \mu \sum_{m=0}^{\infty} (m+1) \frac{e^{-\mu} \mu^m}{m!} = \mu \times \overline{(m+1)} = \mu(\mu + 1) \quad (3.8)$$

Para qualquer que seja distribuição de probabilidade, define-se a variância como:

$$\overline{\sigma^2} = \overline{(k - \bar{k})^2} = \overline{k^2} + \overline{(\bar{k})^2} - 2\overline{k\bar{k}} = \overline{k^2} + \overline{(\bar{k})^2} - 2(\bar{k})^2 = \overline{k^2} - (\bar{k})^2 \quad (3.9)$$

Portanto, para a distribuição de Poisson tem-se que:

$$\overline{\sigma^2} = \overline{k^2} - (\bar{k})^2 = \mu(\mu + 1) - \mu^2 = \mu \quad (3.10)$$

3.1.4.2 Distribuição de carga para o fotoelétron

Uma outra distribuição deve ser considerada para estudarmos a carga gerada por um fotoelétron. Admite-se que, quando um único fotoelétron é detectado, a probabilidade para que a carga observada seja q segue uma distribuição de probabilidade $p_1(q)$. Note-se que a variável aleatória q é contínua e que, embora não se saiba, *a priori*, qual é a forma analítica para $p_1(q)$ (que pode ser gaussiana, lorentziana, Landau, etc), é certo que esta deve ser normalizada:

$$\int_0^{\infty} p_1(q) dq = 1 \quad (3.11)$$

É, também, certo que a distribuição de probabilidade $p_1(q)$ apresenta um valor médio Q_0 e uma variância σ_q^2 , conforme ilustrado na figura 20:

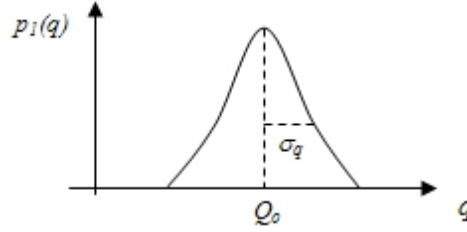


Figura 20: Distribuição de probabilidade $p_1(q)$

Supondo-se que, em vez de um único, são detectados dois fotoelétrons pela fotomultiplicadora, a estimativa da probabilidade para que a carga observada seja q deve levar em consideração a distribuição de probabilidade para dois fotoelétrons individuais. O primeiro fotoelétron é detectado com carga q' , que segue a distribuição $p_1(q')$. O segundo pode ter qualquer valor de carga q permitido pela distribuição $p_1(q)$. O resultado final é, claramente, uma convolução de duas distribuições de probabilidade. Na figura 21 estão mostradas algumas possibilidades para $p_1(q)$ e $p_1(q')$.

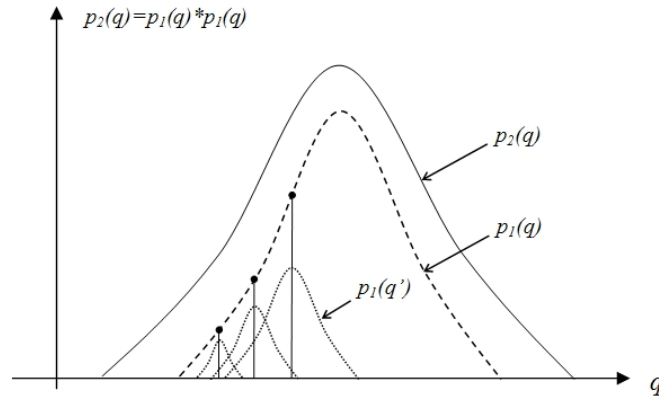


Figura 21: Convolução de duas distribuições de probabilidade

Portanto, independentemente de qual seja a forma analítica para a distribuição de probabilidade $p_1(q)$, pode-se afirmar que:

$$p_2(q) = \int_0^{\infty} p_1(q')p_1(q - q')dq' \equiv p_1 * p_1 \quad (3.12)$$

O mesmo raciocínio é adotado para se obter a distribuição de probabilidade para que um número n de fotoelétrons seja detectado com carga q :

$$p_n(q) = \underbrace{p_1 * p_1 * \dots * p_1}_{n \text{ convoluções}} \quad (3.13)$$

Naturalmente, espera-se que o valor médio para $p_n(q)$ seja próximo a $n \times Q_o$, onde Q_o é a carga média observada para um único fotoelétron:

$$Q_0 \equiv [\bar{q}]_{p_1} \quad (3.14)$$

3.1.4.3 Distribuição de probabilidade para a carga observada na PMT

Quando pulsos de luz são gerados com um LED frente a uma fotomultiplicadora, poderá ser observado, a cada pulso, um número k de fotoelétrons seguindo uma distribuição de Poisson. Dado este número k , a carga q no anodo da PMT segue a distribuição de probabilidade fornecida pela convolução de $p_1(q)$ realizada k vezes.

É possível, portanto, concluir que a probabilidade $P(q)$ para que a carga observada na PMT seja igual a q é dada por:

$$P(q) = \sum_{k=0}^{\infty} P_k(\mu) \times p_k(q) \quad (3.15)$$

A expressão 3.15 representa o cômputo de todas as possibilidades. Em cada pulso do LED poderá ser observado um número k de fotoelétrons com média μ . A carga detectada q , com média $k \times Q_o$, segue a distribuição de probabilidade $p_k(q)$.

$P(q)$ é, também, uma distribuição de probabilidade normalizada. Com isso, é possível calcular o valor médio da distribuição $P(q)$, ou seja, a carga média observada nos pulsos do LED:

$$\bar{q} = \int_0^{\infty} qP(q) dq = \int_0^{\infty} q \sum_{k=0}^{\infty} P_k(\mu) \times p_k(q) dq = \sum_{k=0}^{\infty} P_k(\mu) \times \int_0^{\infty} qp_k(q) dq \quad (3.16)$$

$$\bar{q} = \sum_{k=0}^{\infty} P_k(\mu) \times \bar{q}_k = \sum_{k=0}^{\infty} P_k(\mu) \times kQ_0 = \left(\sum_{k=0}^{\infty} P_k(\mu) \times k \right) Q_0 = \mu Q_0 \quad (3.17)$$

Para o segundo momento de $P(q)$ tem-se:

$$\bar{q}^2 = \int_0^\infty q^2 P(q) dq = \int_0^\infty q^2 \left(\sum_{k=0}^\infty P_k(\mu) \times p_k(q) \right) dq = \sum_{k=0}^\infty P_k(\mu) \times \left(\int_0^\infty q^2 p_k(q) dq \right) \quad (3.18)$$

O último termo entre parênteses corresponde ao segundo momento da distribuição $p_k(q)$. Este termo está relacionado com a variância de $p_k(q)$:

$$[\sigma^2]_{p_k} = [q^2 - (\bar{q})^2]_{p_k} = [q^2]_{p_k} - [(\bar{q})^2]_{p_k} \quad (3.19)$$

Logo:

$$[q^2]_{p_k} = [\sigma^2]_{p_k} + [(\bar{q})^2]_{p_k} \quad (3.20)$$

Então pode-se escrever:

$$\bar{q}^2 = \sum_{k=0}^\infty P_k(\mu) \times \left\{ [\sigma^2]_{p_k} + [(\bar{q})^2]_{p_k} \right\} = \sum_{k=0}^\infty P_k(\mu) \times \left\{ k [\sigma^2]_{p_1} + k^2 [(\bar{q})^2]_{p_1} \right\} \quad (3.21)$$

$$\bar{q}^2 = [\sigma^2]_{p_1} \sum_{k=0}^\infty k P_k(\mu) + [(\bar{q})^2]_{p_1} \sum_{k=0}^\infty k^2 P_k(\mu) \quad (3.22)$$

Utilizando-se as equações 3.6 e 3.8:

$$\bar{q}^2 = [\sigma^2]_{p_1} \mu + [(\bar{q})^2]_{p_1} \mu(\mu + 1) \quad (3.23)$$

Com isto podemos calcular a variância para a distribuição $P(q)$:

$$\sigma^2 = \bar{q}^2 - (\bar{q})^2 = \left\{ \mu [\sigma^2]_{p_1} + \mu(\mu + 1) [(\bar{q})^2]_{p_1} \right\} - (\bar{q})^2 \quad (3.24)$$

$$\sigma^2 = \left\{ \mu [\sigma^2]_{p_1} + \mu(\mu + 1)(Q_0)^2 \right\} - (\mu Q_0)^2 \quad (3.25)$$

$$\sigma^2 = \mu [\sigma^2]_{p_1} + \mu(Q_0)^2 = \mu \left\{ [\sigma^2]_{p_1} + (Q_0)^2 \right\} \quad (3.26)$$

O último termo entre chaves está relacionado com o segundo momento da distribuição $p_1(q)$:

$$[\overline{\sigma^2}]_{p_1} = [\overline{q^2} - (\overline{q})^2]_{p_1} = [\overline{q^2}]_{p_1} - [(\overline{q})^2]_{p_1} \quad (3.27)$$

$$[\overline{q^2}]_{p_1} = [\overline{\sigma^2}]_{p_1} + [(\overline{q})^2]_{p_1} = [\overline{\sigma^2}]_{p_1} + (Q_0)^2 \quad (3.28)$$

Substituindo-se 3.28 em 3.26 obtém-se:

$$\sigma^2 = \mu [\overline{q^2}]_{p_1} \quad (3.29)$$

3.1.4.4 Estimativa do ganho

A carga q resultante da multiplicação de fotoelétrons em uma PMT geralmente é medida através de um amplificador e/ou um conversor analógico-digital. O valor efetivamente medido neste estágio inclui o fator de multiplicação, ou ganho G , da PMT e também uma flutuação devida a variações na linha de base, ou pedestal, do amplificador e/ou ADC. A origem destas flutuações encontra-se no circuito utilizado para aquisição de dados da PMT e, também, nas variações do nível de tensão do sinal no anodo da fotomultiplicadora, impostas pelo circuito divisor de tensão usado para polarizar os eletrodos. Por esta razão, a distribuição de probabilidade $p_p(q)$ também deve ser levada em conta para que o valor de carga seja registrado com um *offset* p . A expressão para $P(q)$ da equação 3.15 deve, portanto, ser modificada para:

$$P(q) = \sum_{k=0}^{\infty} P_k(\mu) \times [p_k(q) * p_p(q)] \quad (3.30)$$

O valor médio para q efetivamente medido é, então, dado por:

$$\bar{q} = \int_0^{\infty} qP(q) dq = \int_0^{\infty} q \sum_{k=0}^{\infty} P_k(\mu) \times [p_k(q) * p_p(q)] dq = \sum_{k=0}^{\infty} P_k(\mu) \times \int_0^{\infty} q [p_k(q) * p_p(q)] dq \quad (3.31)$$

$$\bar{q} = \sum_{k=0}^{\infty} P_k(\mu) \times [\bar{q}_k + \mu_p] = \sum_{k=0}^{\infty} P_k(\mu) \times [kQ_0 + \mu_p] \quad (3.32)$$

$$\bar{q} = \left(\sum_{k=0}^{\infty} P_k(\mu) \times k \right) Q_0 + \left(\sum_{k=0}^{\infty} P_k(\mu) \right) \mu_p = \mu Q_0 + \mu_p \quad (3.33)$$

Na expressão 3.33, μ_p é o valor médio de $p_p(q)$. Utilizou-se o fato de o primeiro momento de uma distribuição dada pela convolução de duas outras distribuições ser a soma dos primeiros momentos das distribuições individuais. O mesmo vale para a variância [Ver apêndice D]. Portanto, o cálculo da variância efetivamente observada, levando em conta a distribuição $p_p(q)$, conduz a:

$$\overline{\sigma^2} = [\overline{\sigma^2}]_p + [\overline{\sigma^2}]_{p_p} = \mu [\overline{q^2}]_{p_1} + [\overline{\sigma^2}]_{p_p} = \mu [\overline{q^2}]_{p_1} + \overline{\sigma_p^2} \quad (3.34)$$

Onde σ_p se refere à variância da distribuição $p_p(q)$.

Tem-se, finalmente, as expressões para dois parâmetros estatísticos que podem ser medidos e que dependem do ganho:

$$\bar{q} = \mu Q_0 + \mu_p = \mu [\bar{q}]_{p_1} + \mu_p \quad (3.35)$$

$$\overline{\sigma^2} = \mu [\overline{q^2}]_{p_1} + \sigma_p^2 \quad (3.36)$$

Pode-se, então, escrever:

$$\mu = \frac{\bar{q} - \mu_p}{[\bar{q}]_{p_1}} \quad (3.37)$$

$$\overline{\sigma^2} = \left\{ \frac{\bar{q} - \mu_p}{[\bar{q}]_{p_1}} \right\} [\overline{q^2}]_{p_1} + \sigma_p^2 \quad (3.38)$$

Encontra-se assim que a variância é uma função linear do valor médio de carga observado:

$$\overline{\sigma^2} = \frac{[\overline{q^2}]_{p_1}}{[\bar{q}]_{p_1}} \bar{q} - \frac{\mu_p [\overline{q^2}]_{p_1}}{[\bar{q}]_{p_1}} + \overline{\sigma_p^2} \quad (3.39)$$

O coeficiente angular da reta definida pela função $\overline{\sigma^2(q)}$ da equação 3.39 é dado por:

$$\frac{d\overline{\sigma^2}}{d\bar{q}} = \frac{[\overline{q^2}]_{p_1}}{[\bar{q}]_{p_1}} \quad (3.40)$$

O valor do ganho para a PMT está implícito na expressão 3.40. De fato, a variável q refere-se à carga observada, ou seja, já multiplicada pelo fator de ganho G . Denominando-se q_o como a carga gerada no fotocatodo ($q = G \times q_o$), teremos:

$$\frac{d\overline{\sigma^2}}{d\bar{q}} = \frac{[(G \times q_o)^2]_{p_1}}{[(G \times q_o)]_{p_1}} = \frac{G^2 [\overline{q_o^2}]_{p_1}}{G [\bar{q}_o]_{p_1}} = G \frac{[\overline{q_o^2}]_{p_1}}{[\bar{q}_o]_{p_1}} \quad (3.41)$$

O resultado de 3.41 é válido para uma distribuição de probabilidade genérica para um único fotoelétron, $p_1(q)$. Observa-se que os termos associados às flutuações da linha de base foram eliminados pela operação de derivação da variância em função da média. Pode-se introduzir a contribuição da forma particular de $p_1(q)$ como um termo sem dimensão na equação anterior:

$$\frac{d\overline{\sigma^2}}{d\bar{q}} = \alpha G [\bar{q}_o]_{p_1} \quad (3.42)$$

Onde:

$$\alpha = \frac{[\overline{q_o^2}]_{p_1}}{[\bar{q}_o]_{p_1}^2} \quad (3.43)$$

Para uma distribuição gaussiana centrada em q_0 tem-se que:

$$p_1(q_0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(q_0-e)^2}{2\sigma^2}} \quad (3.44)$$

Onde $e = 1,6 \times 10^{-19}C$ é a carga de um elétron.

Neste caso particular pode-se calcular:

$$[\bar{q}_o]_{p_1} = e = Q_0 \quad (3.45)$$

$$[q_o^2]_{p_1} = \sigma^2 + e \quad (3.46)$$

Neste caso, o fator de forma é dado por:

$$\alpha = \frac{[q_o^2]_{p_1}}{[\bar{q}_o]_{p_1}^2} = \frac{\sigma^2 + e^2}{e^2} = 1 + \left(\frac{\sigma}{e}\right)^2 \quad (3.47)$$

O termo $\frac{\sigma}{e}$ é tipicamente um número muito menor que a unidade, e as distribuições de fotoelétrons medidas experimentalmente se aproximam muito da distribuição gaussiana, como mostra a figura 22, para o caso de um número médio de μ_n fotoelétrons com carga média \bar{q} :

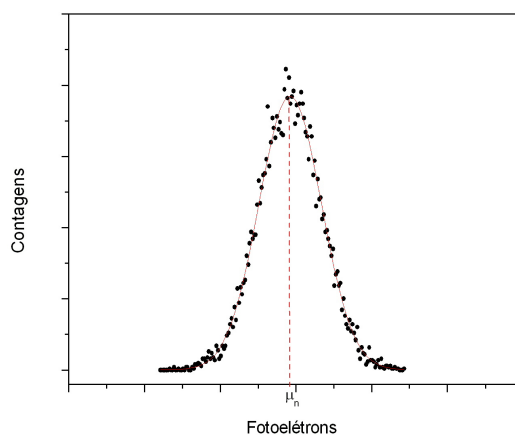


Figura 22: Distribuição gaussiana para μ_n fotoelétrons

O fator de forma α está associado à distribuição para um fotoelétron e deve ser estimado. Para tal, pode-se considerar que o valor da razão $\frac{\sigma}{e}$, para um fotoelétron, é mantida para o termo $\frac{\sigma_n}{\bar{q}}$ que representa a razão entre o desvio e o valor central (ambos em unidade de carga elétrica) de uma distribuição gaussiana para o caso de μ_n fotoelétrons ($n > 1$). Com isso, entende-se que, dentro da região linear da relação $\sigma^2 \times \bar{q}$, o fator $\alpha_n = 1 + \left(\frac{\sigma_n}{\bar{q}}\right)^2$ se manterá praticamente constante. De fato, este é o caso efetivamente observado, como apresentado no gráfico da figura 23:

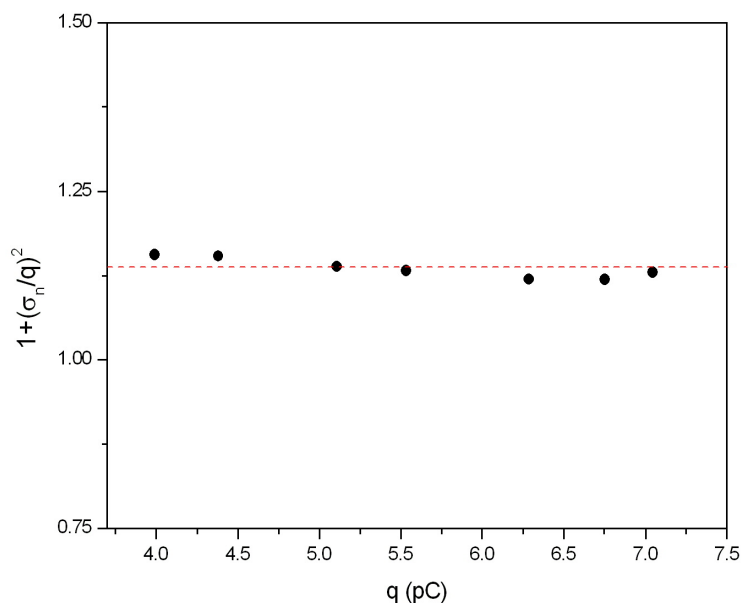


Figura 23: Fator $1 + \left(\frac{\sigma_n}{q}\right)^2$ para valores crescentes de μ_n

Desta maneira, admite-se que, para uma PMT ou para um *pixel* de uma MAPMT, o fator de forma α pode ser dado pela média dos valores de $\alpha_n = 1 + \left(\frac{\sigma_n}{q}\right)^2$ obtidos para cada distribuição ao variar-se a intensidade luminosa à frente do detector.

A medida do ganho pelo método estatístico consiste, portanto, no seguinte procedimento:

- Dispor uma fonte de luz diante da PMT (no caso presente um LED);
- Emitir pulsos da fonte de luz, de modo que em cada pulso um número médio μ_n de fotoelétrons sejam capturados;
- Para cada valor médio μ_n são emitidos muitos pulsos, de modo que seja possível calcular o valor médio da carga coletada, \bar{q} , e a variância $\overline{\sigma^2}$;
- Repete-se o processo para outros valores de μ (o que significa simplesmente variar a corrente que passa através do LED), de modo a construir um gráfico de $\overline{\sigma^2}$ por \bar{q} .
- O gráfico deve exibir uma reta, cujo coeficiente angular está diretamente relacionado ao ganho, a menos de um fator de forma α .

3.1.5 Câmara escura para caracterização da MAPMT

Durante o processo de caracterização, uma fotomultiplicadora deve ser mantida em um compartimento ao abrigo de luz externa para que seja possível a realização de testes de contagem de eventos em escuro e experimentos de detecção de poucos fótons.

Inicialmente, para a MAPMT H7546B, foram construídas as duas câmaras escuras apresentadas na figura 24. A câmara à esquerda é feita de madeira e a câmara à direita é composta por um tubo de PVC fechado nas suas partes superior e inferior e envolto por uma capa de couro preta. As duas câmaras mostraram-se eficazes quanto à proteção contra luz externa. Entretanto, o sinal observado nos anodos da fotomultiplicadora eram ruidosos devido às interferências externas que atravessavam a câmara, afetando a eletrônica de aquisição e a própria PMT.

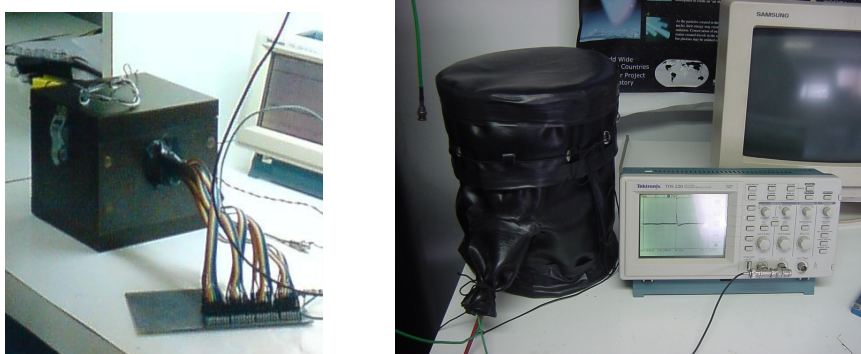


Figura 24: Câmaras escuras inicialmente construídas para caracterização da MAPMT

Foi desenvolvido um projeto de uma nova câmara escura, apresentado na figura 25. Utilizou-se como ferramenta o *software* SolidWorks que possibilita o planejamento e a simulação computacional de dispositivos mecânicos e estruturais.

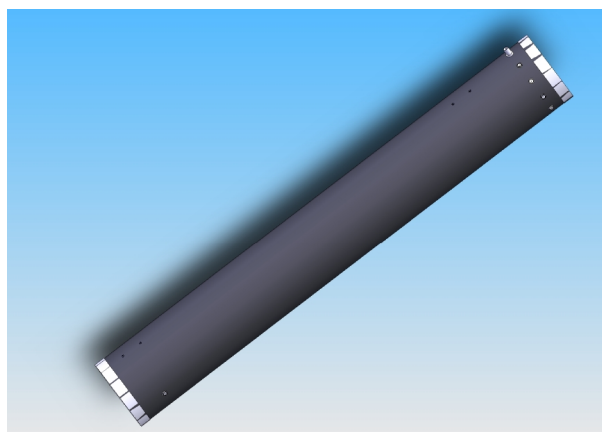


Figura 25: Projeto da câmara escura para caracterização de fotomultiplicadoras

Os requisitos propostos para esta nova câmara são:

- Estrutura composta de ferro galvanizado, tendo como objetivo a redução de interferências eletromagnéticas;
- Dimensões que permitam abrigar parte da eletrônica de aquisição em seu interior;
- Distanciamento mínimo de 30 cm entre a MAPMT e o LED, para que os fótons liberados não tenham uma direção privilegiada em relação a um dado conjunto de *pixels* do detector;
- Estrutura robusta, mecanicamente resistente e que possa ser facilmente modificada para a inserção de peças e conectores;

Internamente, a nova câmara pode ser descrita em termos de duas regiões opostas, como representado na figura 26. A região, que abriga o LED, é composta por um conector LEMO para entrada dos pulsos de excitação do LED e por um suporte fixado às laterais do tubo para instalação do LED.

A região que abriga a fotomultiplicadora é composta por um suporte, um conector tipo SHV para fornecimento de alta tensão e conectores LEMO para saída dos sinais da fotomultiplicadora.

O projeto ainda propõe que as as duas saídas do tubo sejam móveis, com o objetivo de facilitar a manutenção.

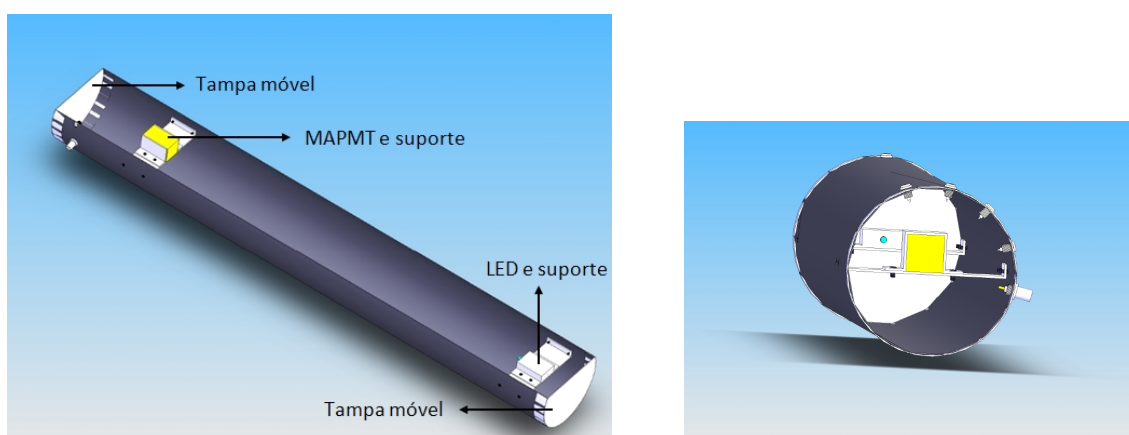


Figura 26: Seções horizontais e verticais da câmara escura projetada

3.1.6 LED

O LED (*light emitting diode*) é um dispositivo formado por uma junção *pn* que, quando diretamente polarizada, permite que elétrons originados da banda de condução superem a barreira de potencial de energia (ΔE), ocorrendo um processo de recombinação com as lacunas da banda de valência e a conseqüente emissão de energia em forma de calor e luz composta por fótons com energia em torno de ΔE .

A figura 27 representa a estrutura de um LED usual.

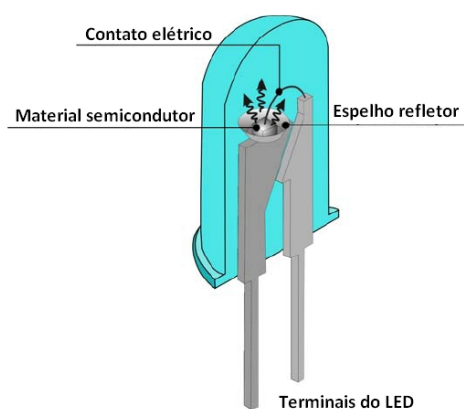


Figura 27: Estrutura básica de um LED

O lado *n* da junção está preso a um contato metálico que também serve como um espelho refletor para direcionamento da luz emitida. No lado *p* há apenas um fio estabelecendo o contato elétrico entre o semicondutor e o outro terminal do LED. O comprimento de onda e, portanto, a cor da luz emitida estão relacionados com o valor da barreira de potencial ΔE . Este valor, por sua vez, está associado ao tipo de material com que é dopado o semicondutor.

O LED que compõe o subsistema de detecção é fabricado pela empresa MARL (15), com identificação E1L53-AB1A-04, emitindo luz azul com comprimento de onda entre 465 nm e 470 nm com um ângulo de emissão de 30° . Sua voltagem típica de funcionamento é 3,4 V, com o máximo sugerido de 3,9 V. Sua potência máxima de dissipação é de 120 mW com uma intensidade luminosa de 1,5 a 1,95 mcd ¹.

¹A candela, com símbolo cd, é a unidade de medida básica do Sistema Internacional de Unidades para a intensidade luminosa. 1cd é definida como a intensidade luminosa emitida por uma fonte, em uma dada direção, de luz monocromática de frequência $540 \cdot 10^{12}$ Hz e cuja intensidade de radiação em tal direção é de $1/683$ W por esferorradiano.

3.1.7 Fonte de alta tensão

A fonte de alta tensão utilizada, modelo 456 do fabricante ORTEC, apresenta duas saídas de 0 V a 3000 V com polaridade ajustável e *ripple* inferior a 15 mV de pico a pico. A corrente de saída pode variar de 0 a 10 mA. As dimensões são compatíveis com o padrão NIM, porém não utiliza alimentação direta do *crate*.



Figura 28: Fonte de alta tensão ORTEC 456

3.2 Subsistema de tratamento e aquisição de sinais eletrônicos

3.2.1 Módulo de Processamento de Dados

O Módulo de Processamento de Dados (MPD), desenvolvido no LSD, é um *hardware* portátil que realiza a aquisição e conversão de sinais analógicos em sinais digitais que, posteriormente, são processados pelo próprio dispositivo. O módulo é capaz de realizar medidas de amplitude e de intervalo de tempo entre pulsos. Estas medições podem ser feitas de forma independente ou de forma correlacionada, em tempo real.

O dispositivo tem quatro canais de entrada de sinais analógicos, oito canais de entrada para medidas de intervalo de tempo entre pulsos e dezesseis canais, de uso configurável, para entrada e saída de sinais digitais. Os canais de entrada analógicos têm impedância de 50 Ω .

O MPD é alimentado com +6 V DC e pode receber sinais analógicos com amplitudes de -1 V a +1 V, consumindo aproximadamente 500 mA.

Como pode ser observado na figura 29, o módulo é composto, de maneira simplificada, pelos seguintes blocos: bloco digitalizador, dispositivo lógico programável do tipo FPGA (*Field Programmable Gate Array*), bloco TDC (*Time to Digital Converter*) e interface de comunicação.

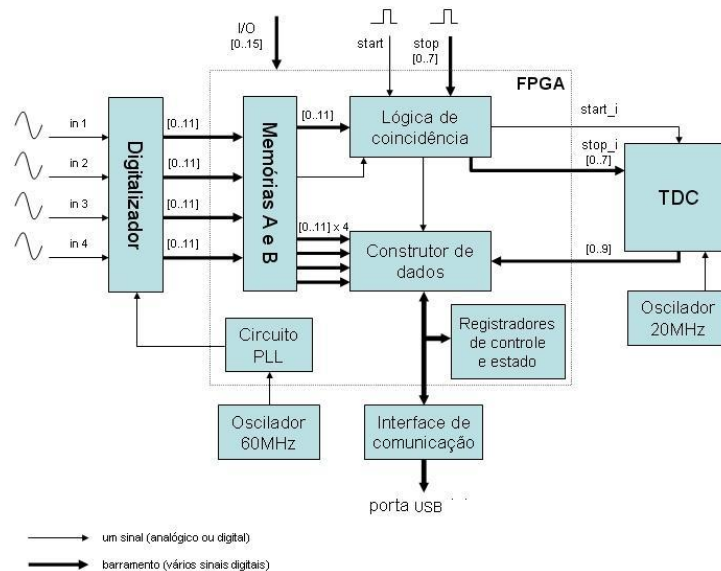


Figura 29: Diagrama em blocos do MPD

Ao realizar medições de amplitude, de 1 a 4 sinais analógicos são levados ao bloco digitalizador, convertidos e enviados para a FPGA. A mesma FPGA pode enviar um sinal de controle que desativa a conversão analógico-digital.

O bloco digitalizador é composto por 4 amplificadores diferenciais e 2 ADCs duplos. Os amplificadores diferenciais são utilizados para transformar os sinais analógicos em sinais diferenciais, com o objetivo principal de se obter melhor desempenho dos ADCs.

A conversão analógico-digital é realizada por um ADC, modelo AD9238BSTZ-65 da *Analog Devices*, de dois canais com arquitetura *pipeline*, funcionando em modo contínuo (*free-running*), com resolução de conversão de 12 bits. Os ADCs operam com um sinal de sincronismo (*clock*) gerado pela FPGA através do uso de um oscilador externo de 60 MHz e um circuito PLL (*Phase Locked Loop*) interno.

A FPGA é composta por duas memórias (A e B), um bloco de lógica de coincidência, um bloco construtor de dados, pelo circuito PLL e por registradores de controle e estado. É na FPGA que ocorre o processamento digital dos sinais.

O bloco PLL permite que o sinal de sincronismo gerado pelo oscilador seja enviado ao digitalizador com frequência menor, permitindo uma redução na taxa de amostragem do

sinal analógico de entrada e uma conseqüente redução do consumo de potência do MPD.

O bloco construtor de dados recebe das memórias a representação digitalizada das medidas de amplitude e de intervalo de tempo. Tem a função de formatar e armazenar a informação em um bloco contínuo de dados para posterior leitura pelo computador. A organização das informações para cada canal é realizada da seguinte maneira: no modo osciloscópio todas as amostras de uma forma de onda são lidas. Os dados com medidas de amplitude são organizados em 1024 bytes por canal totalizando-se 4096 bytes. Os dados com medidas de intervalo de tempo ocupam 4 bytes por canal, totalizando 32 bytes. Operando como osciloscópio e também realizando medidas de intervalos de tempo, totalizam-se 4128 bytes. Um mecanismo de multiplexação de barramentos no bloco construtor permite que cada canal seja lido separadamente, um de cada vez.

O bloco de lógica de coincidência recebe os sinais digitalizados vindos da memória FIFO e os pulsos de tensão correspondentes aos sinais de *start* e *stop* do TDC.

O bloco de interface de comunicação é constituído por um circuito integrado comercial que implementa a comunicação assíncrona bidirecional entre o barramento de saída da FPGA e a porta USB do computador. A relação de desempenho entre a velocidade de digitalização e a velocidade de leitura da memória FIFO (*First In First Out*) depende de fatores como o modelo do processador e a utilização de programas durante a leitura via USB.

Os registradores de controle e estado da FPGA são:

- Registrador de controle de aquisição: habilita e desabilita os ADCs indicando o início e o fim de cada aquisição e aplica um *reset* global nas máquinas de estado;
- Registrador de janela de coincidência: Define o tamanho da janela de coincidência, atribuindo valores entre 5 ns e 7 μ s;
- Registrador de controle do TDC: Define o modo de operação do TDC e outros sinais de controle do circuito integrado;
- Registrador de *status*: Inclui informações de operação sobre o TDC.

3.2.2 Pré-amplificação

Quando ocorre conversão de fótons no fotocátodo de uma PMT, o sinal gerado apresenta pequena duração (em torno de nanosegundos) e baixa amplitude (poucas dezenas de mV). Sinais com essas características oferecem dificuldades ao processo de aquisição e processamento. Como solução podem-se usar circuitos pré-amplificadores para transformar o sinal oriundo dos detectores em sinais analógicos com maior amplitude e/ou largura.

Ao se projetar um circuito, fatores como a relação sinal/ruído, amplitude, tempo de resposta e consumo de potência devem ser levados em consideração. É importante que o sinal na saída do pré-amplificador mantenha relação de proporcionalidade com o sinal original, e que ruídos devido a oscilação e mau aterramento, muito comuns nesses circuitos, sejam evitados.

Para as atividades de caracterização da fotomultiplicadora multianódica foram utilizados dois pré-amplificadores com circuitos semelhantes, porém com ganhos diferentes. Para o experimento de detecção do fotoelétron único utilizou-se o pré amplificador apresentado na figura 30 e para a determinação do ganho da MAPMT através do método estatístico utilizou-se o pré-amplificador apresentado na figura 31. O objetivo de dispor-se dos dois circuitos foi obter resultados compatíveis com metodologias e parte da eletrônica de processamento diferentes.

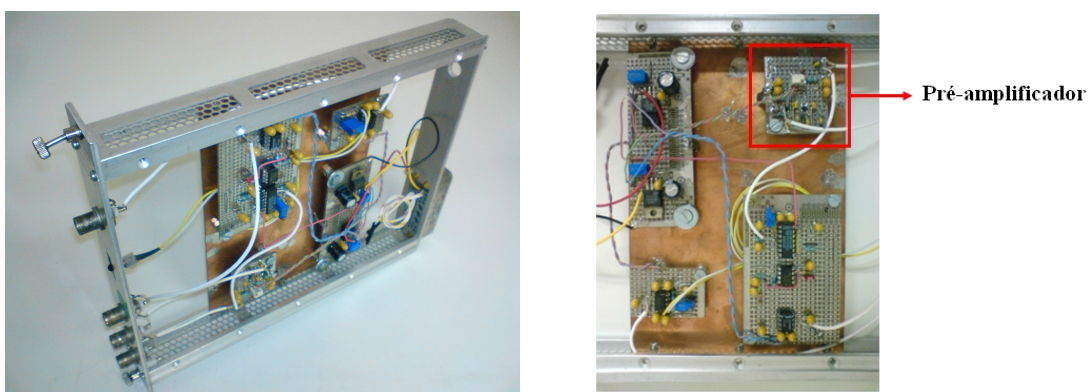


Figura 30: Pré-amplificador utilizado no experimento do fotoelétron único



Figura 31: Pré-amplificador utilizado na determinação do ganho pelo método estatístico

Para o tratamento do sinal oriundo da MAPMT que, posteriormente é levado ao módulo de conversão analógico-digital, é necessário um circuito de baixo ruído, banda larga e que desempenhe as funções de integrador, amplificador, modelador e filtro.

Nos dois circuitos apresentados utilizou-se o amplificador operacional FET OPA657 (16). O esquemático do circuito base está apresentado na figura 32. A diferença entre os dois pré-amplificadores encontra-se nos valores dos componentes dos circuitos.

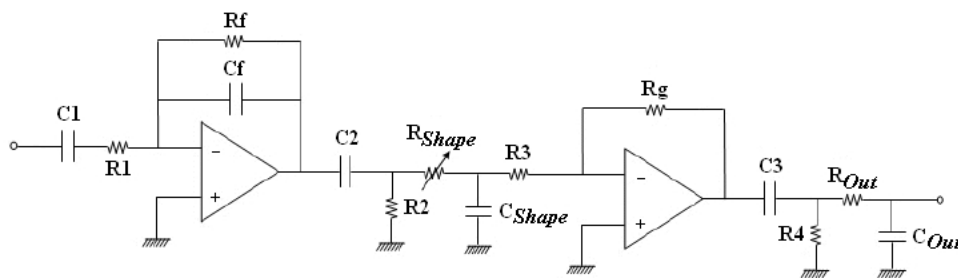


Figura 32: Esquema do circuito pré-amplificador com amplificador operacional OPA657

O efeito de *shaping* pode ser obtido por diferenciação (filtro passa-alta) e por integração (filtro passa-baixa). O resistor variável R_{Shape} permite o ajuste fino da forma de onda pré-amplificada.

A filtragem extra adicionada na saída é obtida com o produto $R_{out} \cdot C_{out} \approx 20MHz$ com o objetivo de reduzir o ruído através da limitação da banda passante.

3.3 Subsistema de controle

O programa de aquisição de dados DAQ (17) utilizado no subsistema de controle foi desenvolvido em sistema ROOT (7), em linguagem de programação *C++* orientada a objeto e em sistema operacional Linux. A combinação ROOT e Linux foi escolhida pelo fato de serem livres do pagamento de licenças para suas utilizações.

O sistema ROOT foi desenvolvido no Centro Europeu de Pesquisas Nucleares (CERN) e é amplamente utilizado pela comunidade científica em experimentos de altas energias em tarefas de análise de dados, geração de gráficos e desenvolvimento de *software*.

O objetivo principal do programa desenvolvido é implementar a aquisição de dados oriundos do Módulo de Processamento de Dados através da porta USB do microcomputador.

A figura 33 apresenta a captura de tela onde é possível ver o *software* em execução na distribuição *Scientific Linux*.

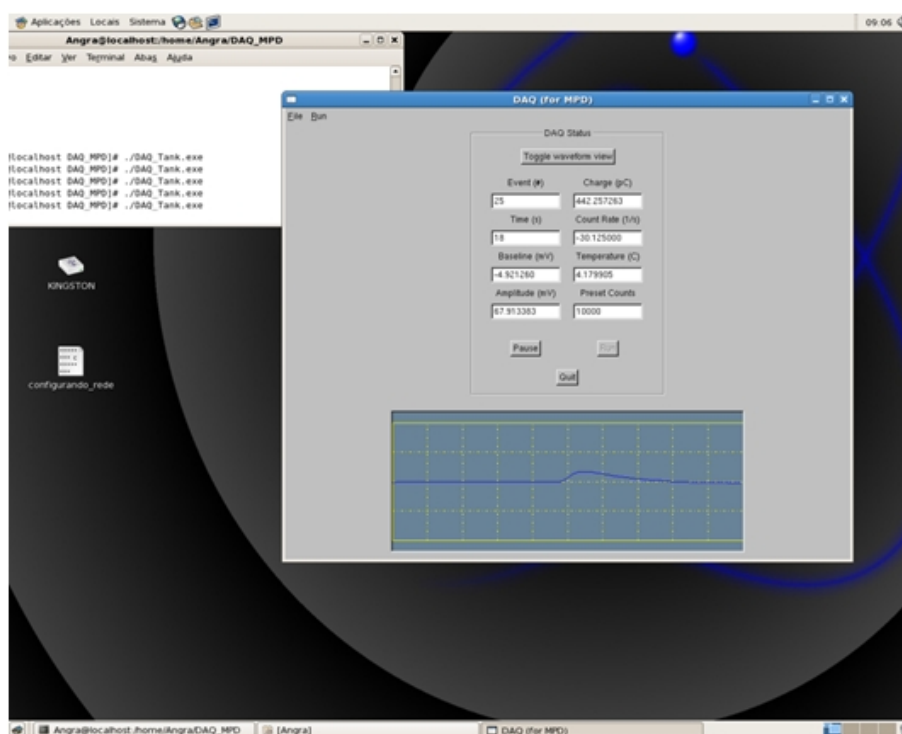


Figura 33: *Software* de aquisição desenvolvido em ROOT

Através do menu do programa é possível implementar a comunicação com o *hardware* e iniciar o processo de configuração do MPD definindo o canal que será utilizado, informando se o sinal de *trigger* será interno ou externo, se o sinal adquirido tem amplitude positiva ou

negativa e ajustando o valor de *threshold* a partir do qual serão realizadas as aquisições.

Como observado na figura 33, é possível, se desejado, visualizar a forma de onda do sinal adquirido.

Após a conversão do formato analógico para digital o programa apresenta na tela informações sobre o número de eventos adquiridos, o tempo de aquisição, a amplitude em mV, a carga em pC, a linha de base em mV e da taxa de contagem de eventos.

É possível optar por salvar ou não salvar os dados. Estão disponíveis três opções de armazenamento: arquivo salvo em formato de tabela com extensão txt, arquivo salvo em forma de gráfico (colunas x e y) na extensão dat e arquivo em formato completo (gráfico e dados) com extensão root.

4 *Resultados*

Neste capítulo são apresentados os resultados de montagem, calibração e caracterização dos subsistemas que compõem o sistema de detecção com fotomultiplicadora multianódica descrito no capítulo 3.

4.1 *Câmara escura*

A câmara escura para testes com a MAPMT foi construída no Laboratório de Sistemas de Detecção, de acordo com o projeto apresentado na seção 3.1.5. A figura 34 mostra a câmara montada, já abrigando a fotomultiplicadora e o LED em seu interior.

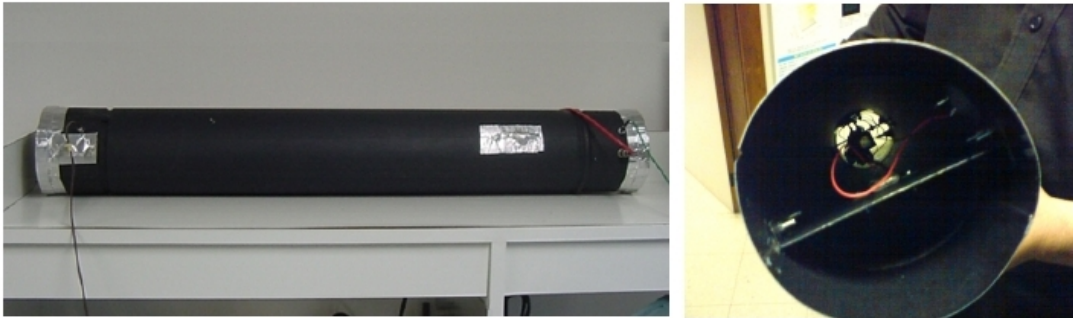


Figura 34: Câmara escura para caracterização da MAPMT

Os testes de luminosidade garantiram a não existência de vazamento de luz para o interior da câmara. Verificou-se uma significativa melhora na relação sinal/ruído dos pulsos da MAPMT observados no osciloscópio.

4.2 Caracterização da banda de condução do LED

Sabe-se que a luminosidade do LED é diretamente proporcional à corrente direta que o percorre. É interessante conhecer a tensão mínima aplicada ao LED em torno da qual é iniciado o processo de condução e a consequente emissão de fótons. Para a determinação da banda de condução do LED azul montou-se o arranjo experimental representado no esquema da figura 35.

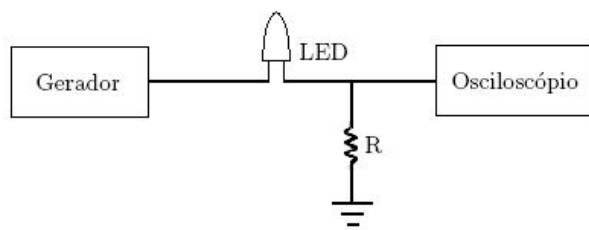


Figura 35: Esquema de caracterização da banda de condução do LED

Para pulsar o LED utilizou-se um gerador de funções fornecendo pulsos de duração ajustável de 25 ns e 1 μ s com amplitude variável de 800 mV a 1700 mV. É possível verificar na figura 36 que ocorre condução quando é enviado ao LED um pulso com amplitude \geq a 1200 mV. Portanto, para a caracterização da MAPMT só foram enviados ao LED pulsos com amplitude a partir deste limiar de condução, de modo que a quantidade de fótons emitidos não tenha muita flutuação.

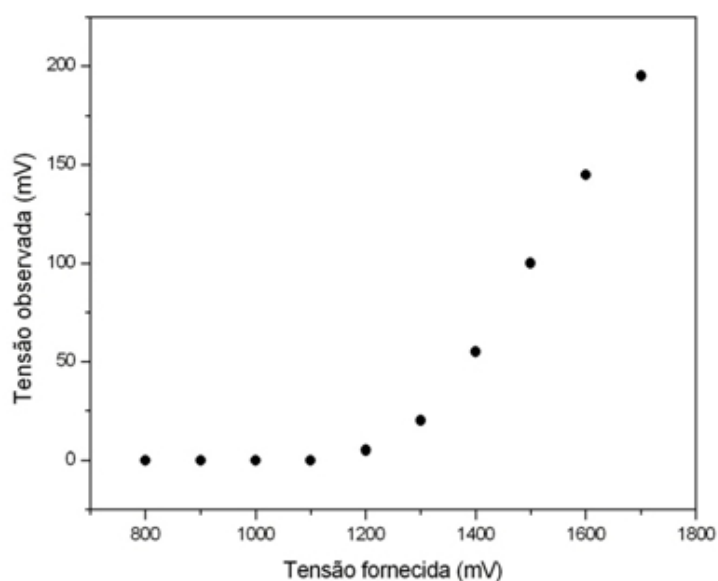


Figura 36: Determinação do limiar de condução para o LED

4.3 Calibração do MPD

A figura 37 apresenta o esquema de caracterização do Módulo de Processamento de Dados. Foram fornecidos pulsos de amplitude e largura conhecida para o MPD. Os sinais convertidos eram levados ao microcomputador via porta USB.

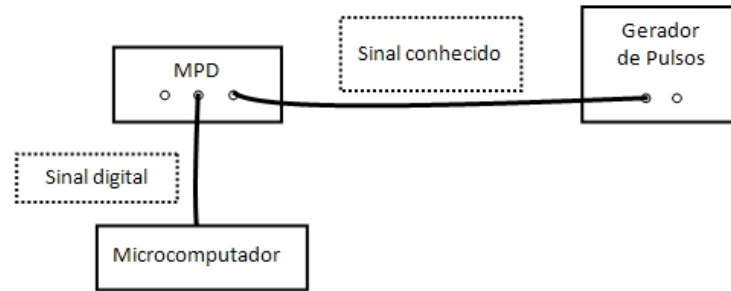


Figura 37: Arranjo experimental para caracterização do MPD

Foram feitos dois ajustes lineares para a calibração do MPD. Para o primeiro relacionaram-se os valores convertidos pelo módulo (*ADC counts*) com os valores, em mV, da excursão de sinais de amplitude positiva levados à entrada do dispositivo. Para o segundo ajuste foram utilizados dados da excursão com amplitudes negativas. Como se trata de uma relação linear, a função $y = b \cdot x + a$ foi utilizada como *fitting* nos dois casos.

O gráfico da figura 38 apresenta o ajuste linear para a excursão positiva. As barras de erro estão multiplicadas por 10 para permitir uma melhor visualização:

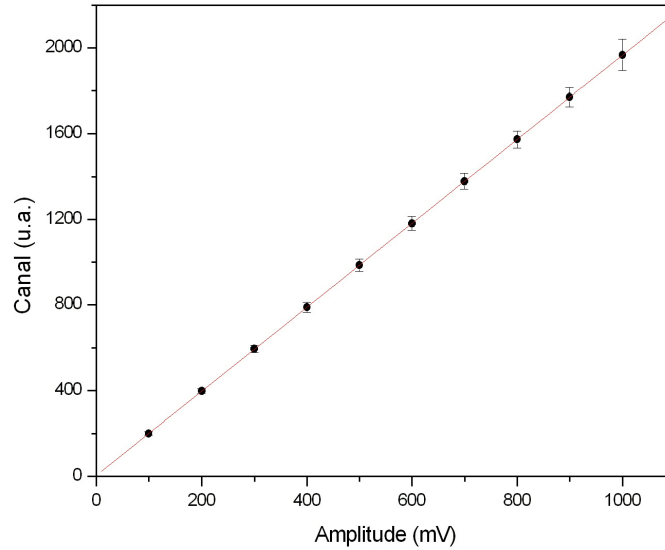


Figura 38: Excursão positiva para calibração do MPD (barras de erro multiplicadas por 10)

A tabela 1 contém os parâmetros que compõem a reta ajustada. Os valores σ_b e σ_a são, respectivamente, os desvios dos parâmetros b e a. R é o coeficiente de correlação de Pearson, que mede o grau da correlação entre as variáveis x e y:

Tabela 1: *Parâmetros da excursão positiva para calibração do MPD*

$b \pm \sigma_b$	$a \pm \sigma_a$	R	Função ajustada
$1,96183 \pm 0,00082$	$4,8535 \pm 0,2692$	1	$y = (1,96183 \cdot x) + 4,8535$

A figura 39 e a tabela 2 apresentam a calibração do MPD para a excursão de amplitudes negativas de -100 mV a -1000 mV. No gráfico 39 as barras de erro estão multiplicadas por 10.

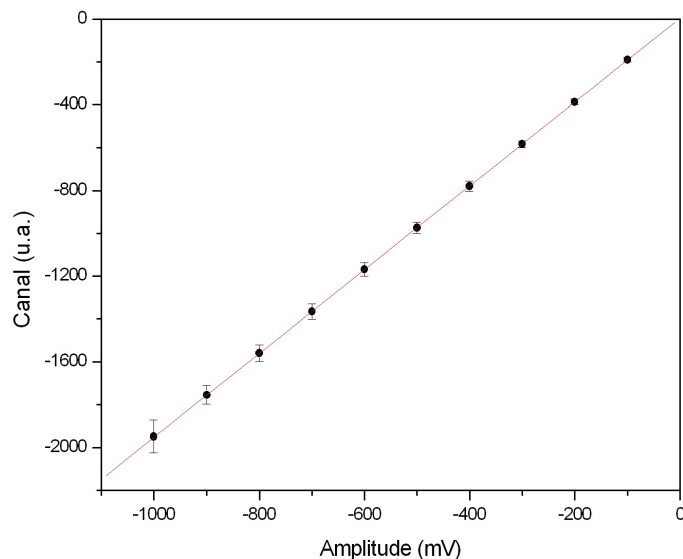


Figura 39: Excursão negativa para calibração do MPD (barras de erro multiplicadas por 10)

Tabela 2: *Parâmetros da excursão negativa para calibração do MPD*

$b \pm \sigma_b$	$a \pm \sigma_a$	R	Função ajustada
$1,9569 \pm 0,0011$	$4,88144 \pm 0,36612$	1	$y = (1,9569 \cdot x) + 4,88144$

Os parâmetros finais da equação de calibração do MPD foram obtidos com a média dos coeficientes angulares e lineares dos ajustes para amplitudes positivas e negativas. A tabela 3 apresenta a equação utilizada para converter em amplitude os valores de saída do ADC:

Tabela 3: *Parâmetros finais da calibração do MPD*

$\bar{b} \pm \sigma_{\bar{b}}$	$\bar{a} \pm \sigma_{\bar{a}}$	Função ajustada
$1,959365 \pm 0,001920$	$4,86747 \pm 0,63532$	$y = (1,959365 \cdot x) + 4,86747$

4.4 Calibração dos pré-amplificadores

Nesta seção é apresentada a calibração dos dois pré-amplificadores utilizados no sub-sistema de aquisição e tratamento de dados. Como descrito em 3.2.2, o pré-amplificador com identificação 01 foi utilizado no método de determinação estatística do ganho dos anodos da MAPMT, enquanto o circuito com identificação 02 foi utilizado no experimento de detecção de fotoelétron único.

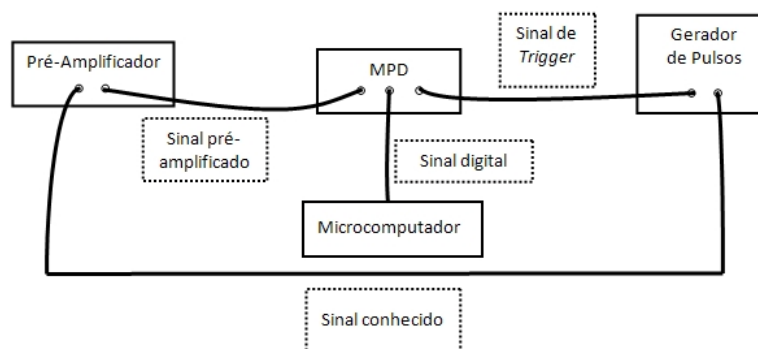


Figura 40: Arranjo experimental para caracterização dos pré-amplificadores

A figura 41 apresenta a reta ajustada para relacionar a amplitude do sinal de entrada com a carga do sinal de saída pré-amplificado através de uma função linear do tipo $y = b \cdot x + a$.

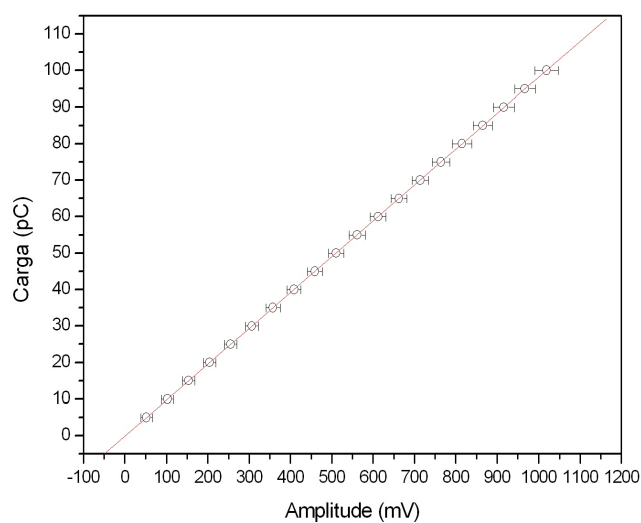


Figura 41: Gráfico de caracterização de 0 a 1 V do pré-amplificador 01

Os valores dos parâmetros b , a e R (coeficiente de Pearson) da reta ajustada estão dispostos na tabela 4.

Tabela 4: Calibração do pré-amplificador 01

$(b \pm \sigma_b)pC/mV$	$(a \pm \sigma_a)pC$	R	Função ajustada
$(0,09827 \pm 0,00003)$	$(-0,11182 \pm 0,02183)$	1	$y = (0,09827 \cdot x) - 0,11182$

O gráfico da figura 42 apresenta a reta ajustada para o pré-amplificador 02. Os valores dos parâmetros b , a e R (coeficiente de Pearson) da reta $y = b \cdot x + a$ ajustada estão dispostos na tabela 5.

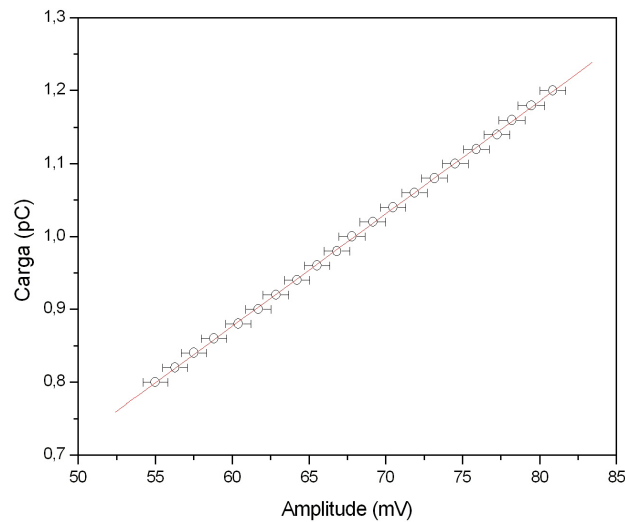


Figura 42: Gráfico de caracterização de 0 a 80 mV do pré-amplificador 02

Tabela 5: Calibração do pré-amplificador 02

$(b \pm \sigma_b)pC/mV$	$(a \pm \sigma_a)pC$	R	Função ajustada
$(0,01535 \pm 0,01559)$	$(-0,05973 \pm -0,04340)$	0,99987	$y = (0,01535 \cdot x) - 0,05973$

4.5 Ganho dos pixels da MAPMT

No processo de caracterização da fotomultiplicadora multianódica é montado um arranjo experimental como o apresentado na figura 43.

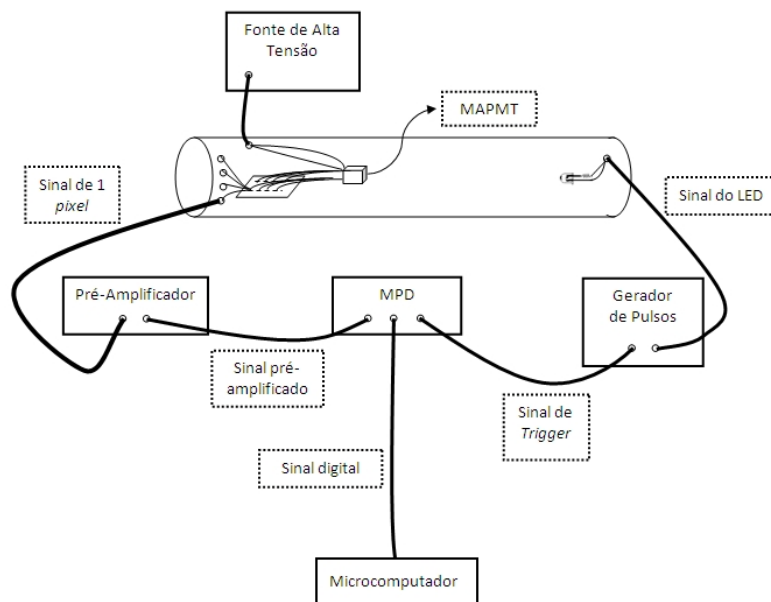


Figura 43: Arranjo experimental para caracterização da MAPMT H7546B

Utiliza-se o gerador para enviar pulsos para o LED. Os fótons emitidos são detectados pela MAPMT e o sinal gerado no anodo referente ao *pixel* que está sendo caracterizado é pré-amplificado e levado à entrada do MPD onde ocorre a conversão analógica-digital. O sinal convertido é adquirido pelo sistema de controle e enviado ao microcomputador via porta USB.

O ganho para cada um dos *pixels* da MAPMT foi determinado pelo método estatístico descrito na seção 3.1.4. O método de determinação do ganho através do experimento de detecção de fotoelétron único, descrito na seção 3.1.3, foi utilizado para comparação e validação dos resultados encontrados pelo método estatístico. Esta decisão deve-se ao fato de os espectros de fotoelétron obtidos com a MAPMT não serem claros e gerados por um baixo número de eventos. Nos dois métodos foi utilizado o arranjo experimental da figura 43.

A tabela 6 do apêndice A apresenta os ganhos, os respectivos erros e as equações das retas ajustadas para cada um dos *pixels* da MAPMT. A figura 44 apresenta um panorama dos ganhos determinados no processo de caracterização da MAPMT.

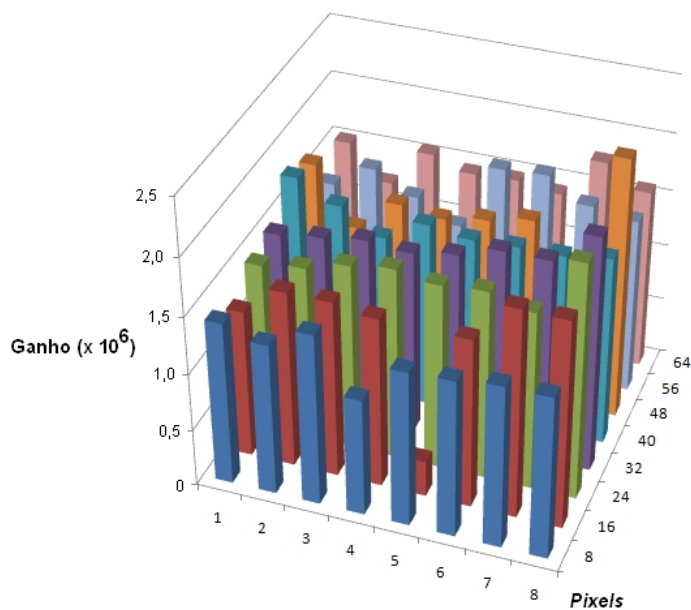


Figura 44: Ganho dos 64 pixels da MAPMT

De acordo com o histograma da figura 45, verifica-se que o ganho médio dos pixels foi $1,56 \cdot 10^6$.

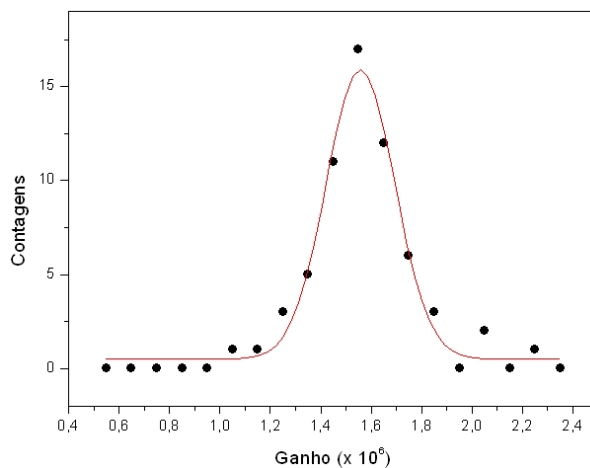


Figura 45: Histograma do ganho dos 64 pixels da MAPMT

O mapeamento bidimensional do ganho dos anodos da MAPMT, apresentado na figura 46, indica as regiões de uniformidade e de significativa variação de ganho, como entre os pixels 47 e 48.

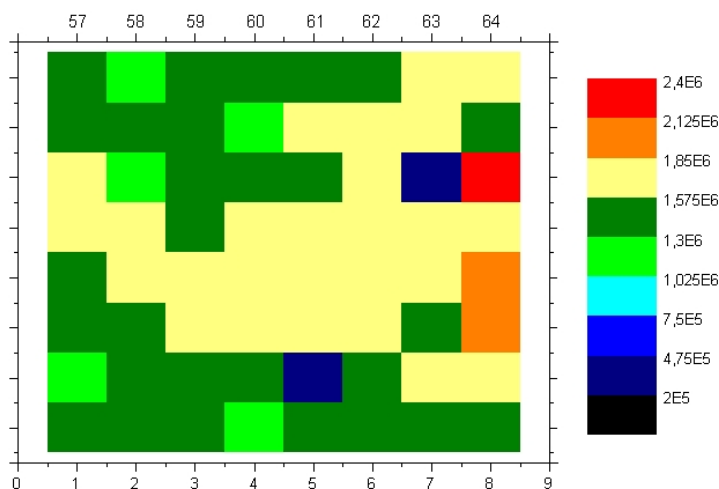


Figura 46: Ganho dos 64 pixels da MAPMT

A título de exemplo, a figura 47 apresenta dois gráficos de determinação do ganho para o *pixel* 37. O gráfico à esquerda, obtido pelo método estatístico, apresenta as regiões de linearidade e saturação esperadas por este método. O gráfico à direita apresenta um espectro de fotoelétrons único. As indicações q_{EST} e q_{SPE} representam a carga de um fotoelétron obtida, respectivamente, pelo método estatístico e pelo experimento de detecção de fotoelétron único.

Pelo gráfico é possível inferir que tais valores estão separados por um desvio de 0,04 pC.

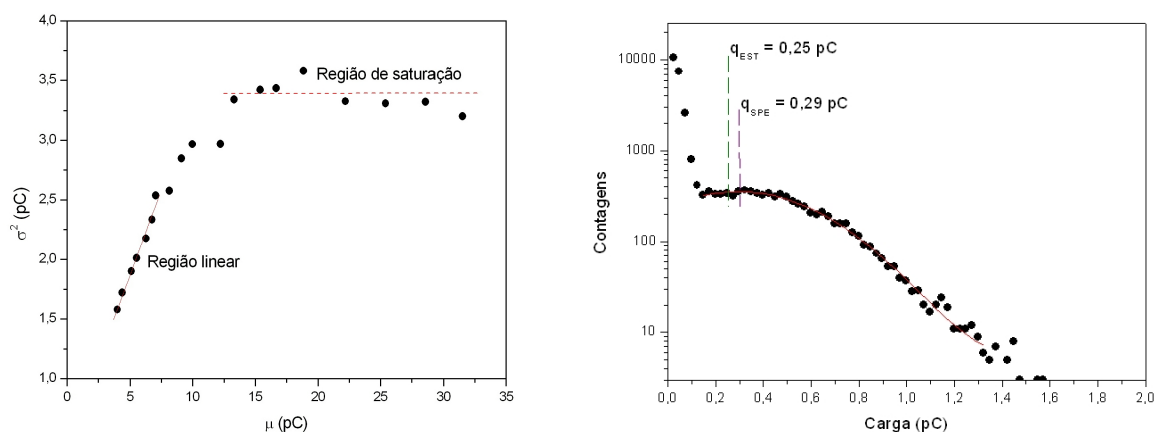


Figura 47: Método estatístico e espectro de fotoelétrons para o *pixel* 37

Os *pixels* 13 e 47 foram os dois únicos a apresentarem ganhos abaixo de 10^6 . É interessante notar que este resultado é perceptível nos dois métodos utilizados. Nas figuras 48 e 49 a região de linearidade do método estatístico encontra-se entre as ordenadas 0,5 e 1, enquanto para o *pixel* 37, a região de linearidade encontra-se entre as ordenadas 1,5 e 2,5 (ver figura 47). Já para o método do fotoelétron único, o espectro adquirido para o *pixel* 37 se estende entre as abscissas 0,1 e 1,4. Para os *pixels* 13 e 47 o espectro encontra-se no intervalo entre as abscissas 0 e 0,2.

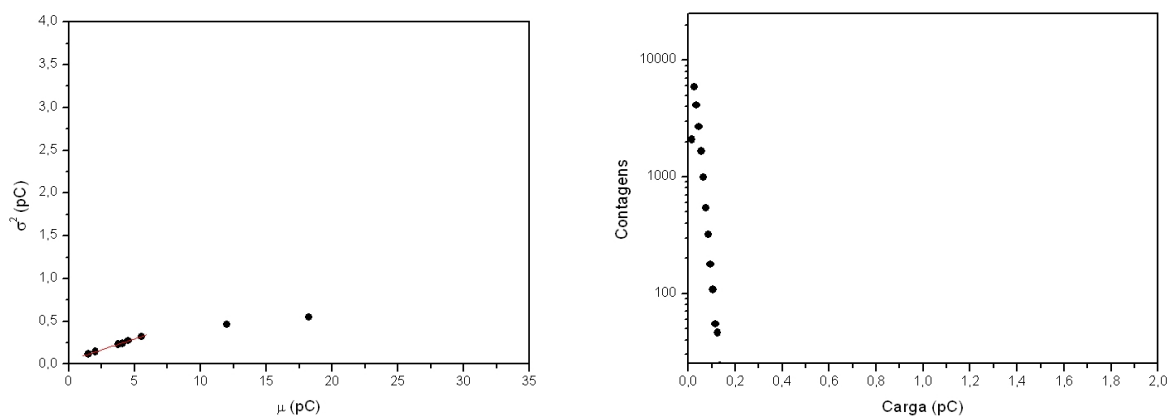


Figura 48: Método estatístico e espectro de fotoelétron para o *pixel* 13

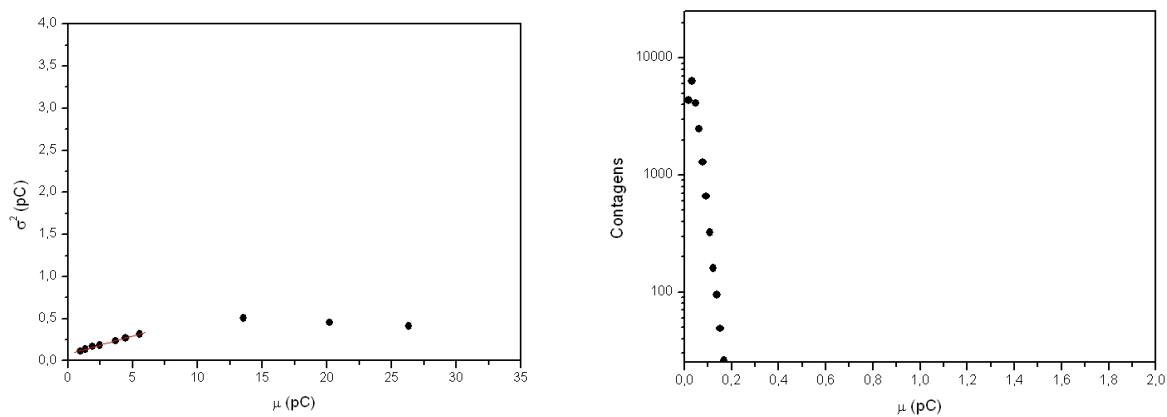


Figura 49: Método estatístico e espectro de fotoelétron para o *pixel* 47

5 Conclusão

Foi desenvolvido e caracterizado um sistema de instrumentação científica para a calibração da fotomultiplicadora de múltiplos anodos, que será utilizada no experimento MonRAat para detecção de raios cósmicos ultra-energéticos.

A MAPMT modelo H7546B teve todos os seus *pixels* caracterizados por duas metodologias distintas: o experimento de detecção de fotoelétron único e o método estatístico. O ganho para cada um dos anodos da MAPMT é apresentado na tabela 6 do apêndice A. O ganho médio, obtido experimentalmente com alta tensão em -950 V, foi $1,56 \cdot 10^6$. Este valor condiz com o esperado quando comparado com o valor em torno de $1,8 \cdot 10^6$ informado pelo fabricante (14) e apresentado no gráfico da figura 17.

O método estatístico utilizado para a determinação do ganho de uma PMT representa uma significativa contribuição para o estudo deste tipo de detector, principalmente em situações em que não é simples obter o ganho através do experimento de detecção de fotoelétron único.

O sistema de controle de aquisição de dados desenvolvido em sistema ROOT para Linux foi apresentado-se estável e confiável. Uma grande vantagem deste conjunto é o fato de utilizar linguagem de programação, sistema de análise de dados e sistema operacional gratuitos. Isso contribuiu para a eliminação dos gastos com licenças de *software* e sistemas operacionais.

Todos os componentes do sistema apresentados foram caracterizados. Os resultados dos testes com a câmara escura, LED, pré-amplificadores e módulo de aquisição e processamento de dados estão apresentados nos capítulo 4.

Como extensão do trabalho apresentado, sugere-se a continuidade dos estudos e atividades com fotomultiplicadoras multianódicas para a utilização no experimentos MonRAt, Angra e outros futuros detectores. Sugere-se, em especial, estudos para a aplicação da tecnologia de fotomultiplicadoras multianódicas para fins médicos, sobretudo em aplicações oncológicas.

Sugere-se, também, um estudo mais aprofundado da metodologia estatística para determinação do ganho de uma PMT, com a aplicação do método para diferentes fotomultiplicadoras em diferentes situações de alta tensão e de eletrônica de aquisição, por exemplo.

APÊNDICE A – Gráficos para o método estatístico

A tabela 6 apresenta o ganho (G) para cada um dos *pixels* e o erro associado a cada medição (σ_G). Para cada um dos *pixels* ajustou-se uma reta $y = b \cdot x + a$, como descrito em 3.1.4. Na tabela, $\bar{\alpha}$ é o fator de correção gaussiano do método estatístico, R é o coeficiente de Pearson, a , σ_a , b e σ_b são os parâmetros e os respectivos desvios da reta ajustada.

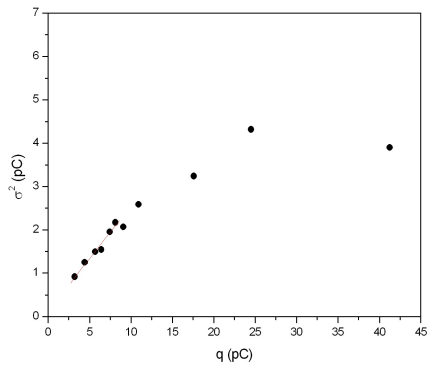
Tabela 6: *Coefficientes e ganhos determinados através do método estatístico*

<i>Pixel</i>	$(b \pm \sigma_b)pC$	$(a \pm \sigma_a)pC$	$\bar{\alpha}$	R	$(G \pm \sigma_G) \cdot 10^6$
1	(0, 24562 \pm 0, 02048)	(0, 11060 \pm 0, 12510)	1,07141	0,98638	(1, 433 \pm 0, 120)
2	(0, 22850 \pm 0, 01443)	(0, 28935 \pm 0, 11932)	1,07334	0,99212	(1, 331 \pm 0, 085)
3	(0, 26926 \pm 0, 01013)	(0, 40486 \pm 0, 07137)	1,11648	0,99648	(1, 507 \pm 0, 063)
4	(0, 17488 \pm 0, 00879)	(0, 57519 \pm 0, 08370)	1,06159	0,99374	(1, 030 \pm 0, 053)
5	(0, 24027 \pm 0, 02288)	(0, 35407 \pm 0, 12917)	1,10059	0,98667	(1, 364 \pm 0, 133)
6	(0, 25022 \pm 0, 00644)	(0, 35538 \pm 0, 02828)	1,13415	0,99835	(1, 379 \pm 0, 071)
7	(0, 24954 \pm 0, 01176)	(0, 25959 \pm 0, 07179)	1,10059	0,99449	(1, 425 \pm 0, 071)
8	(0, 25681 \pm 0, 01590)	(0, 48452 \pm 0, 10140)	1,12745	0,99055	(1, 424 \pm 0, 098)
9	(0, 21925 \pm 0, 01024)	(0, 07839 \pm 0, 05307)	1,0569	0,99459	(1, 197 \pm 0, 061)
10	(0, 26519 \pm 0, 01262)	(-0, 01401 \pm 0, 06546)	1,06917	0,9955	(1, 550 \pm 0, 074)
11	(0, 27793 \pm 0, 01102)	(0, 30563 \pm 0, 05882)	1,12073	0,99609	(1, 550 \pm 0, 066)
12	(0, 2589 \pm 0, 01437)	(0, 25890 \pm 0, 01437)	1,08408	0,99238	(1, 493 \pm 0, 084)
13	(0, 05058 \pm 0, 00139)	(0, 04099 \pm 0, 00532)	1,01106	0,99849	(0, 312 \pm 0, 009)
14	(0, 26136 \pm 0, 00828)	(0, 21993 \pm 0, 04174)	1,09801	0,99750	(1, 488 \pm 0, 049)
15	(0, 32911 \pm 0, 00901)	(0, 11299 \pm 0, 05628)	1,1232	0,9985	(1, 831 \pm 0, 522)
16	(0, 32915 \pm 0, 01990)	(0, 15946 \pm 0, 11977)	1,1296	0,99456	(1, 821 \pm 0, 112)

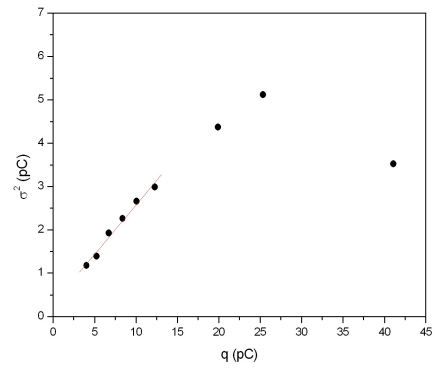
17	(0, 25758 ± 0, 01066)	(0, 12523 ± 0, 04667)	1,08842	0,99575	(1, 479 ± 0, 066)
18	(0, 26830 ± 0, 01078)	(0, 15202 ± 0, 05277)	1,09455	0,99599	(1, 532 ± 0, 638)
19	(0, 29359 ± 0, 01305)	(0, 17007 ± 0, 05123)	1,12197	0,99509	(1, 635 ± 0, 081)
20	(0, 29319 ± 0, 01188)	(-0, 00018 ± 0, 06419)	1,08647	0,99673	(1, 687 ± 0, 069)
21	(0, 29182 ± 0, 00861)	(0, 25708 ± 0, 05347)	1,11678	0,99827	(1, 633 ± 0, 052)
22	(0, 31371 ± 0, 01251)	(0, 38833 ± 0, 06099)	1,18027	0,99605	(1, 661 ± 0, 103)
23	(0, 27846 ± 0, 01205)	(0, 26170 ± 0, 07811)	1,10969	0,99535	(1, 568 ± 0, 073)
24	(0, 39207 ± 0, 01469)	(0, 22409 ± 0, 09741)	1,18692	0,99721	(2, 065 ± 0, 082)
25	(0, 26894 ± 0, 00582)	(0, 16427 ± 0, 02797)	1,09869	0,98667	(1, 530 ± 0, 040)
26	(0, 27634 ± 0, 01166)	(0, 13189 ± 0, 06222)	1,09597	0,99558	(1, 576 ± 0, 070)
27	(0, 29184 ± 0, 00877)	(0, 18606 ± 0, 04152)	1,11721	0,9982	(1, 633 ± 0, 054)
28	(0, 28434 ± 0, 00851)	(0, 22345 ± 0, 05476)	1,1076	0,99777	(1, 604 ± 0, 051)
29	(0, 30158 ± 0, 01933)	(0, 31926 ± 0, 13171)	1,13082	0,98989	(1, 667 ± 0, 112)
30	(0, 32956 ± 0, 00925)	(0, 23096 ± 0, 04222)	1,15786	0,99804	(1, 779 ± 0, 065)
31	(0, 32191 ± 0, 01586)	(0, 18031 ± 0, 09854)	1,13045	0,99398	(1, 780 ± 0, 093)
32	(0, 39488 ± 0, 01691)	(0, 25294 ± 0, 11218)	1,19782	0,99545	(2, 060 ± 0, 099)
33	(0, 33828 ± 0, 00647)	(0, 24309 ± 0, 03052)	1,16504	0,99927	(1, 815 ± 0, 054)
34	(0, 29683 ± 0, 01738)	(0, 38356 ± 0, 13099)	1,12862	0,99154	(1, 644 ± 0, 030)
35	(0, 25132 ± 0, 01196)	(0, 32416 ± 0, 09171)	1,09118	0,99439	(1, 439 ± 0, 070)
36	(0, 29074 ± 0, 00706)	(0, 24391 ± 0, 04792)	1,11333	0,99853	(1, 632 ± 0, 046)
37	(0, 27952 ± 0, 00879)	(0, 24168 ± 0, 00879)	1,10669	0,99754	(1, 579 ± 0, 054)
38	(0, 28269 ± 0, 01254)	(0, 27093 ± 0, 08716)	1,10876	0,99512	(1, 594 ± 0, 072)
39	(0, 29611 ± 0, 01325)	(0, 64670 ± 0, 10263)	1,15727	0,99503	(1, 599 ± 0, 082)
40	(0, 28993 ± 0, 01315)	(0, 10183 ± 0, 08146)	1,09628	0,99490	(1, 653 ± 0, 077)
41	(0, 30650 ± 0, 01485)	(0, 10080 ± 0, 08043)	1,10899	0,99419	(1, 727 ± 0, 086)
42	(0, 21198 ± 0, 011020)	(0, 25722 ± 0, 06410)	1,07087	0,99331	(1, 237 ± 0, 066)
43	(0, 26480 ± 0, 01222)	(0, 14621 ± 0, 06827)	1,08792	0,99577	(1, 521 ± 0, 072)
44	(0, 25608 ± 0, 01442)	(0, 26879 ± 0, 11679)	1,08769	0,99217	(1, 471 ± 0, 084)
45	(0, 27216 ± 0, 01147)	(0, 29748 ± 0, 07486)	1,10747	0,99559	(1, 536 ± 0, 068)
46	(0, 29796 ± 0, 01488)	(0, 36704 ± 0, 08341)	1,15507	0,99383	(1, 612 ± 0, 089)
47	(0, 04310 ± 0, 00128)	(0, 07863 ± 0, 00422)	1,00697	0,99780	(0, 267 ± 0, 008)
48	(0, 44743 ± 0, 02247)	(0, 10613 ± 0, 11265)	1,22348	0,99499	(2, 286 ± 0, 120)
49	(0, 23065 ± 0, 02037)	(0, 14731 ± 0, 12951)	1,06677	0,98105	(1, 351 ± 0, 120)
50	(0, 26987 ± 0, 01413)	(0, 08803 ± 0, 09443)	1,08219	0,99321	(1, 559 ± 0, 082)
51	(0, 24156 ± 0, 01975)	(0, 31166 ± 0, 13206)	1,09343	0,98370	(1, 381 ± 0, 120)
52	(0, 20432 ± 0, 00913)	(0, 29990 ± 0, 06742)	1,06681	0,99505	(1, 197 ± 0, 057)

53	$(0,30948 \pm 0,02243)$	$(-0,07848 \pm 0,16805)$	1,0888	0,99221	$(1,776 \pm 0,129)$
54	$(0,32658 \pm 0,02243)$	$(0,16190 \pm 0,10478)$	1,13592	0,9907	$(1,797 \pm 0,126)$
55	$(0,28468 \pm 0,01678)$	$(0,29510 \pm 0,13102)$	1,10876	0,99143	$(1,605 \pm 0,096)$
56	$(0,27635 \pm 0,00994)$	$(0,46391 \pm 0,08374)$	1,11844	0,99678	$(1,544 \pm 0,061)$
57	$(0,26565 \pm 0,01421)$	$(0,13778 \pm 0,08952)$	1,08566	0,99293	$(1,529 \pm 0,082)$
58	$(0,21064 \pm 0,00744)$	$(0,26491 \pm 0,04628)$	1,06983	0,99689	$(1,231 \pm 0,045)$
59	$(0,28489 \pm 0,00761)$	$(0,37675 \pm 0,04564)$	1,13670	0,99822	$(1,566 \pm 0,062)$
60	$(0,25271 \pm 0,01155)$	$(0,20513 \pm 0,08031)$	1,08031	0,99585	$(1,462 \pm 0,073)$
61	$(0,25557 \pm 0,01001)$	$(0,18339 \pm 0,07356)$	1,0804	0,99771	$(1,478 \pm 0,059)$
62	$(0,25848 \pm 0,01169)$	$(0,44586 \pm 0,06591)$	1,12999	0,99492	$(1,430 \pm 0,079)$
63	$(0,31980 \pm 0,01649)$	$(0,23245 \pm 0,10160)$	1,12137	0,99604	$(1,782 \pm 0,010)$
64	$(0,28646 \pm 0,01232)$	$(0,36116 \pm 0,01232)$	1,12430	0,99541	$(1,592 \pm 0,075)$

As figuras 50 a 81 apresentam os gráficos da determinação do ganho pelo método estatístico para os 64 *pixels* da MAPMT.

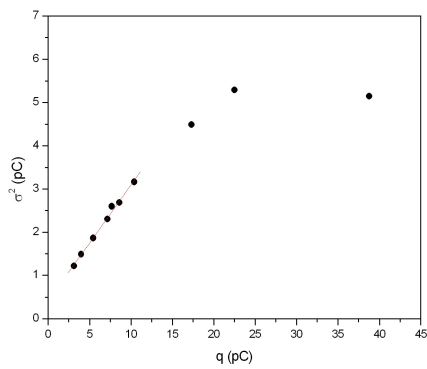


(a) *Pixel 1*

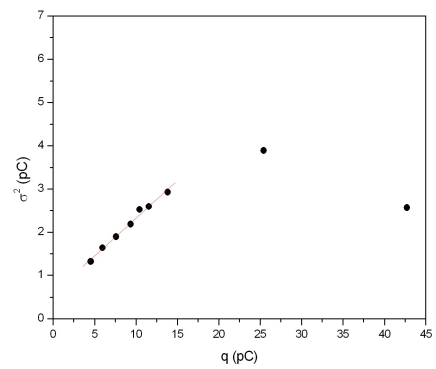


(b) *Pixel 2*

Figura 50: Método estatístico para os *pixels* 1 e 2

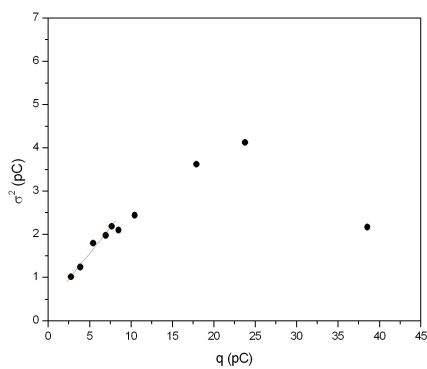


(a) *Pixel 3*

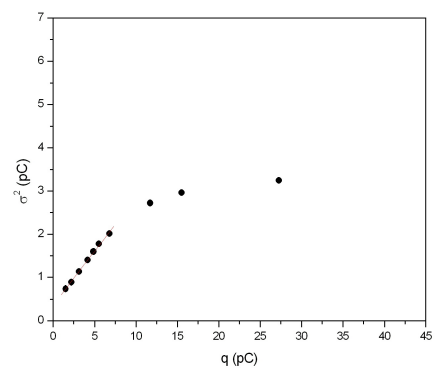


(b) *Pixel 4*

Figura 51: Método estatístico para os *pixels* 3 e 4

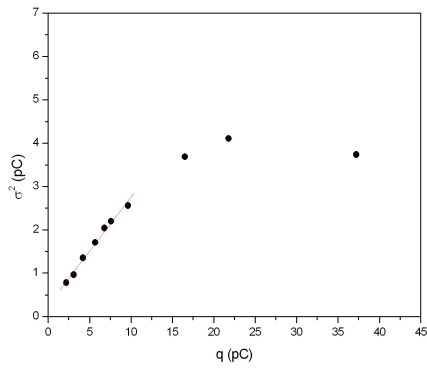


(a) *Pixel 5*

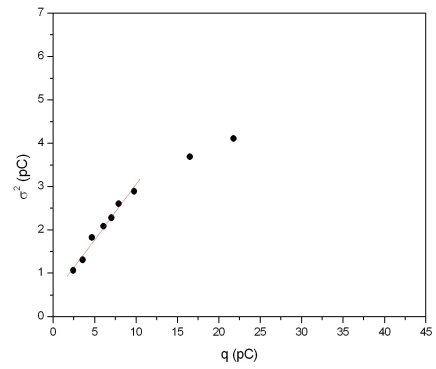


(b) *Pixel 6*

Figura 52: Método estatístico para os *pixels* 5 e 6

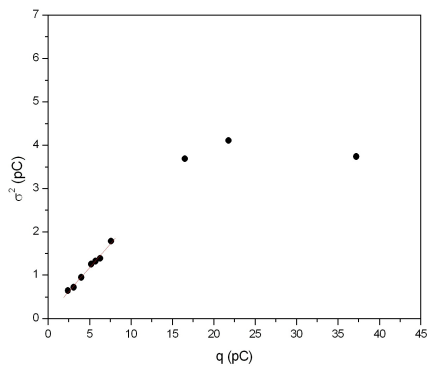


(a) *Pixel 7*

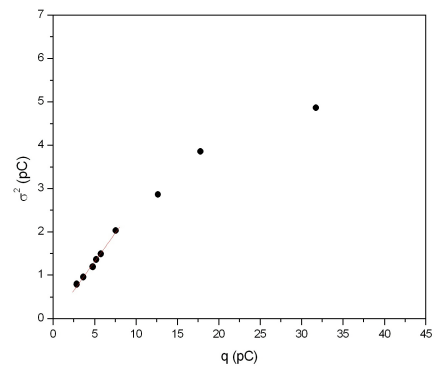


(b) *Pixel 8*

Figura 53: Método estatístico para os *pixels* 7 e 8

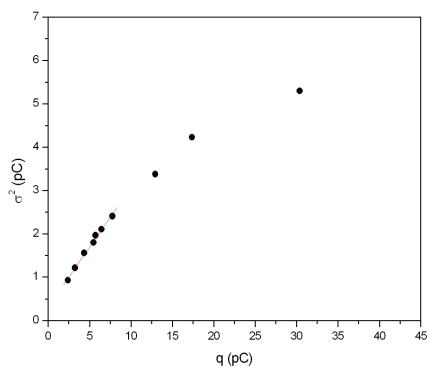


(a) *Pixel 9*

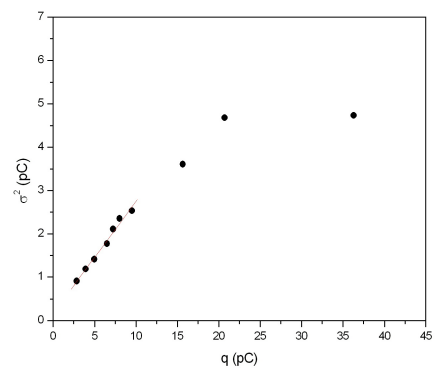


(b) *Pixel 10*

Figura 54: Método estatístico para os *pixels* 9 e 10

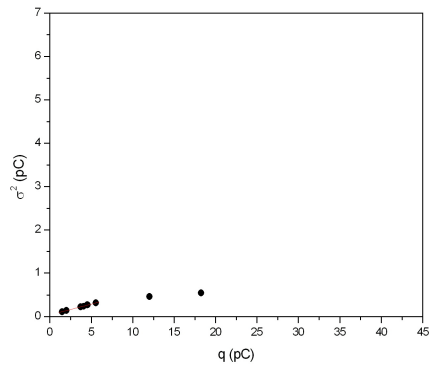


(a) *Pixel 11*

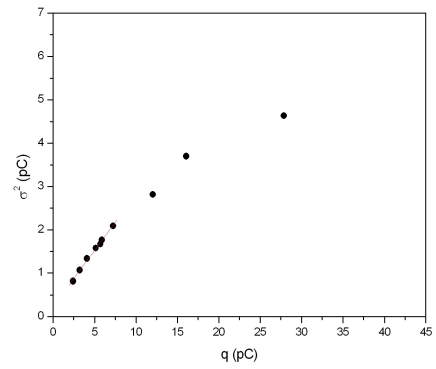


(b) *Pixel 12*

Figura 55: Método estatístico para os *pixels* 11 e 12

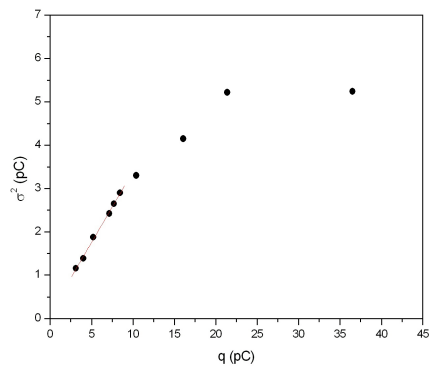


(a) *Pixel 13*

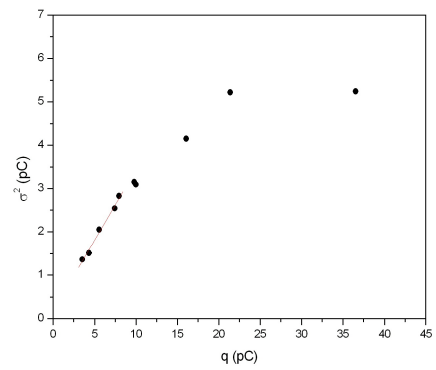


(b) *Pixel 14*

Figura 56: Método estatístico para os *pixels* 13 e 14

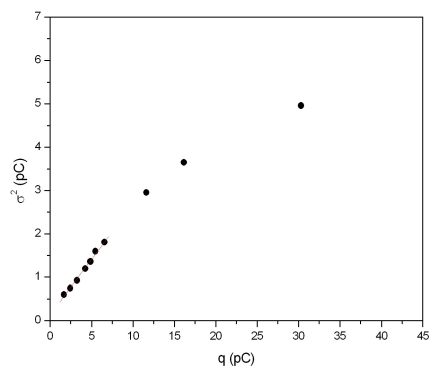


(a) *Pixel 15*

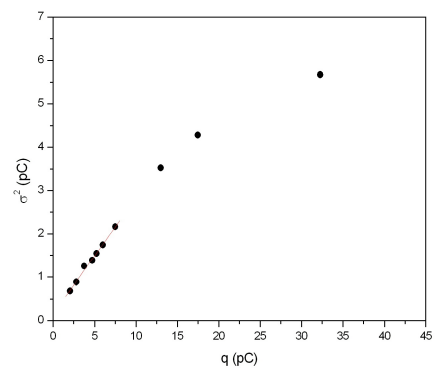


(b) *Pixel 16*

Figura 57: Método estatístico para os *pixels* 15 e 16

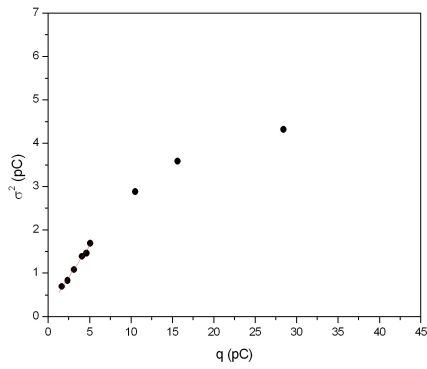


(a) *Pixel 17*

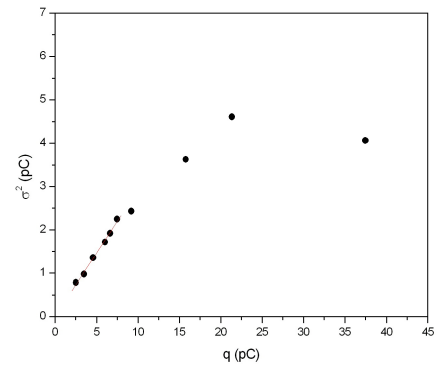


(b) *Pixel 18*

Figura 58: Método estatístico para os *pixels* 17 e 18

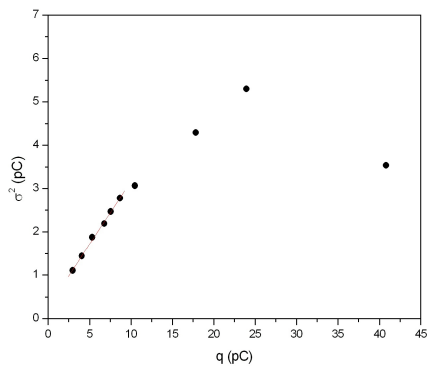


(a) *Pixel 19*

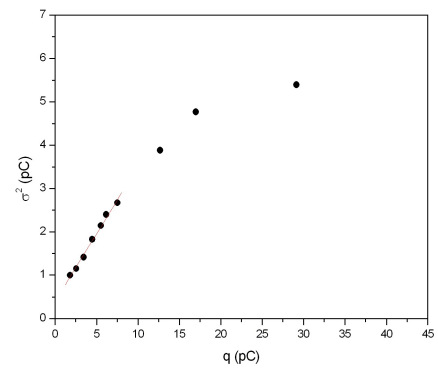


(b) *Pixel 20*

Figura 59: Método estatístico para os *pixels* 19 e 20

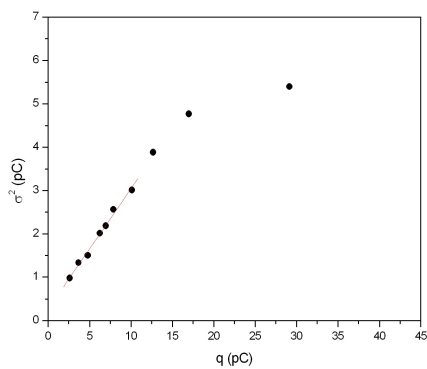


(a) *Pixel 21*

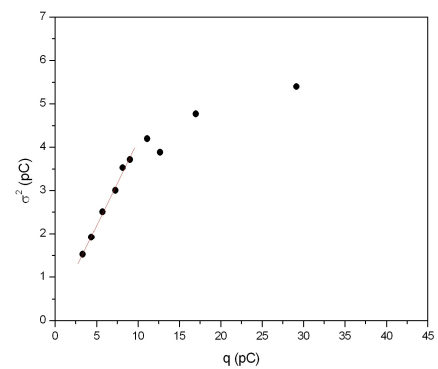


(b) *Pixel 22*

Figura 60: Método estatístico para os *pixels* 21 e 22

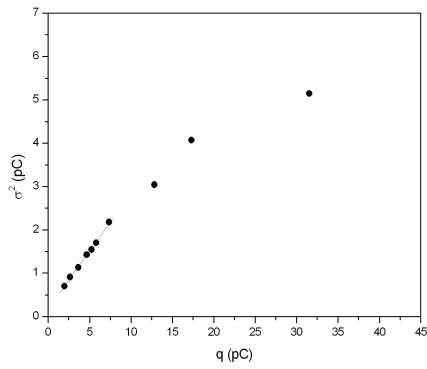


(a) *Pixel 23*

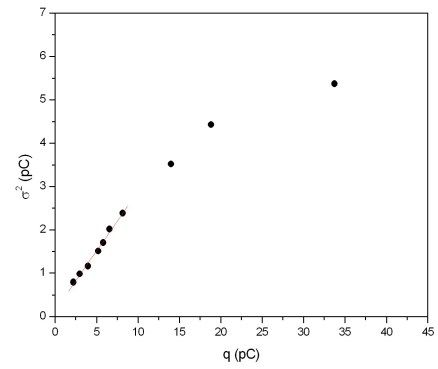


(b) *Pixel 24*

Figura 61: Método estatístico para os *pixels* 23 e 24

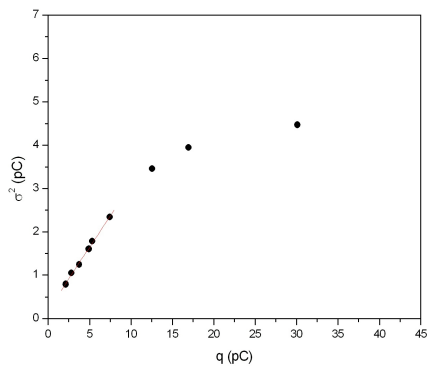


(a) *Pixel 25*

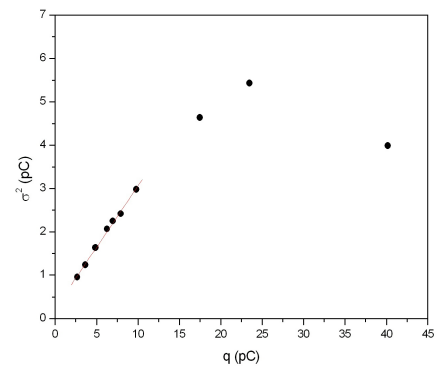


(b) *Pixel 26*

Figura 62: Método estatístico para os *pixels* 25 e 26

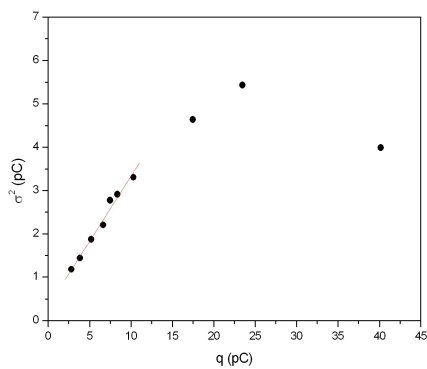


(a) *Pixel 27*

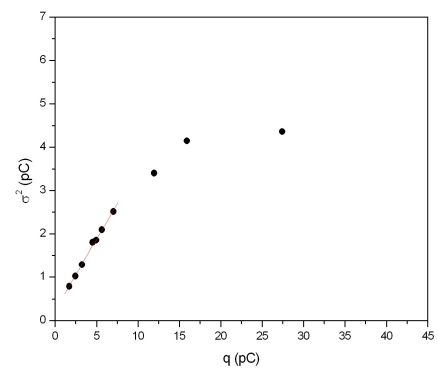


(b) *Pixel 28*

Figura 63: Método estatístico para os *pixels* 27 e 28

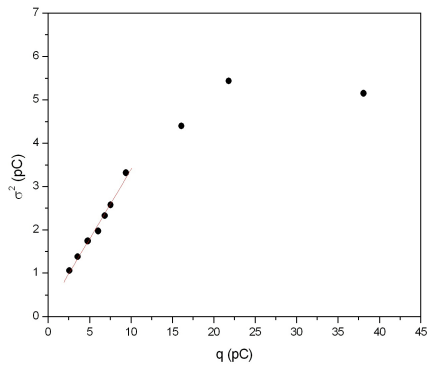


(a) *Pixel 29*

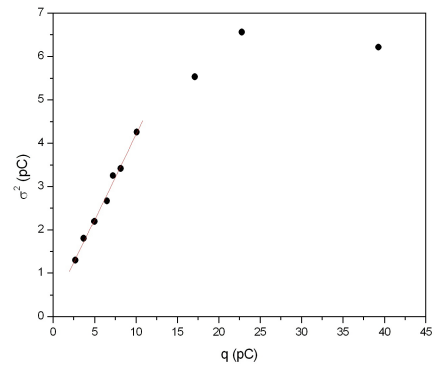


(b) *Pixel 30*

Figura 64: Método estatístico para os *pixels* 29 e 30

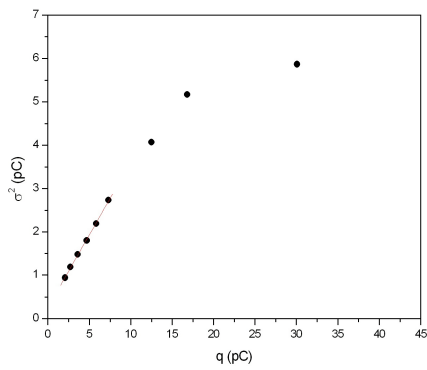


(a) *Pixel 31*

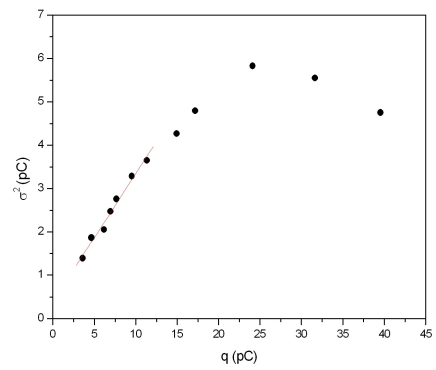


(b) *Pixel 32*

Figura 65: Método estatístico para os *pixels* 31 e 32

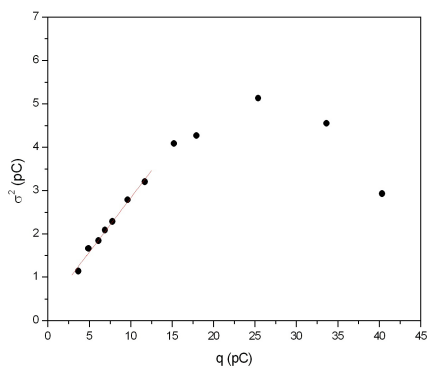


(a) *Pixel 33*

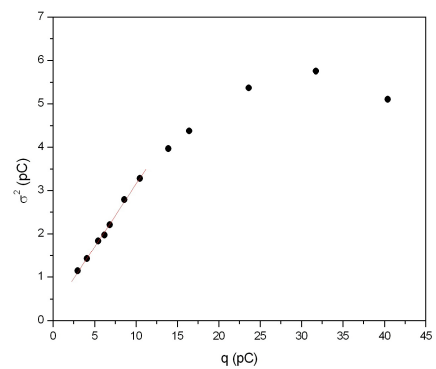


(b) *Pixel 34*

Figura 66: Método estatístico para os *pixels* 33 e 34

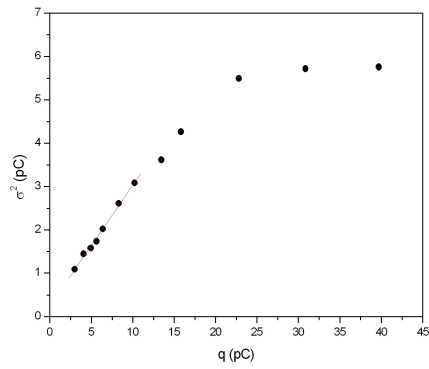


(a) *Pixel 35*

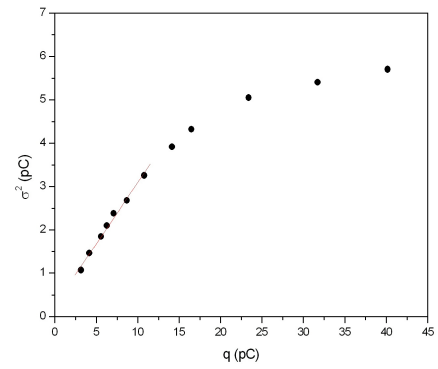


(b) *Pixel 36*

Figura 67: Método estatístico para os *pixels* 35 e 36

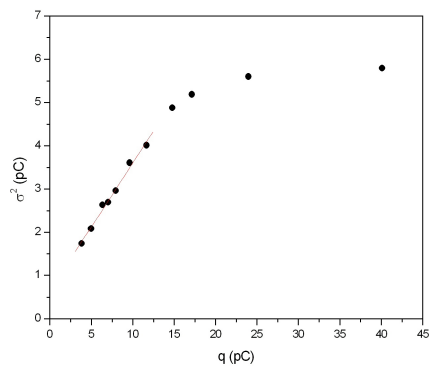


(a) *Pixel 37*

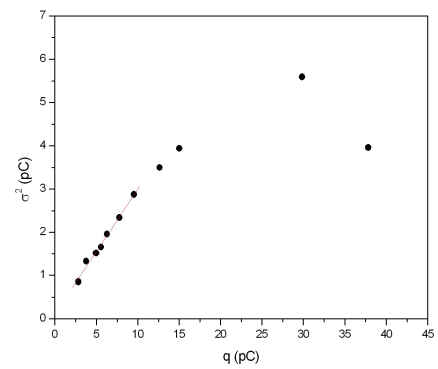


(b) *Pixel 38*

Figura 68: Método estatístico para os *pixels* 37 e 38

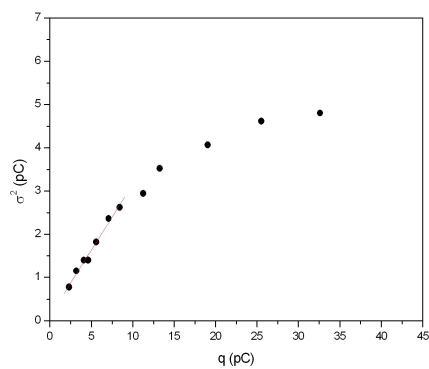


(a) *Pixel 39*

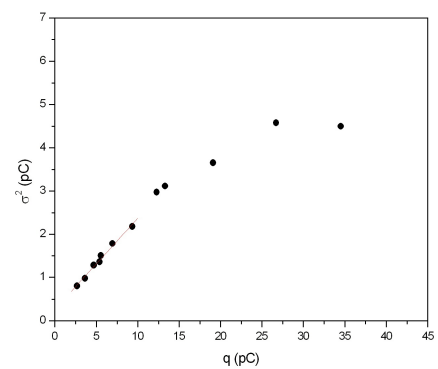


(b) *Pixel 40*

Figura 69: Método estatístico para os *pixels* 39 e 40

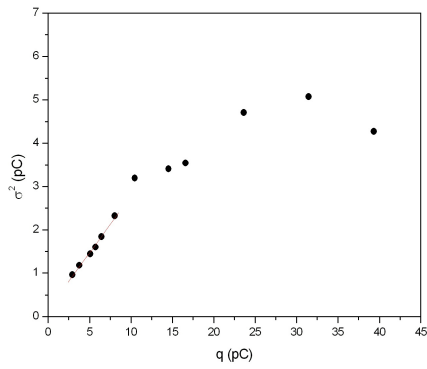


(a) *Pixel 41*

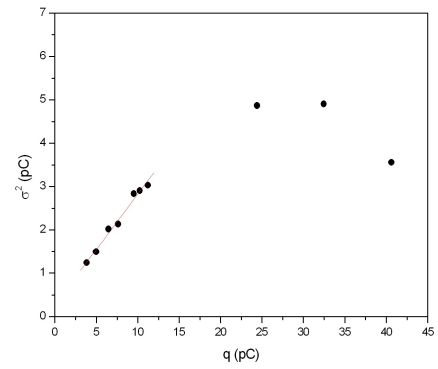


(b) *Pixel 42*

Figura 70: Método estatístico para os *pixels* 41 e 42

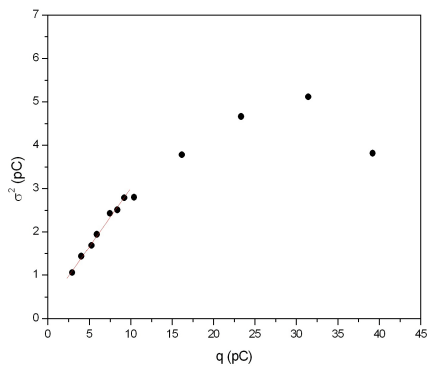


(a) *Pixel 43*

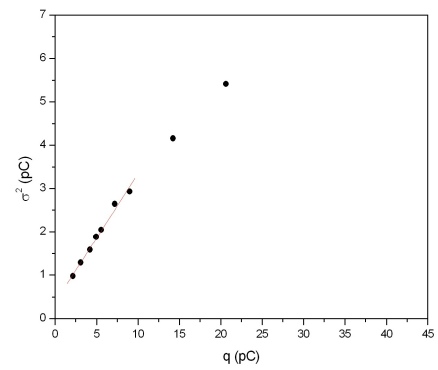


(b) *Pixel 44*

Figura 71: Método estatístico para os *pixels* 43 e 44

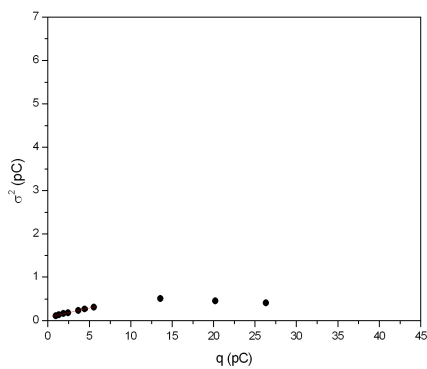


(a) *Pixel 45*

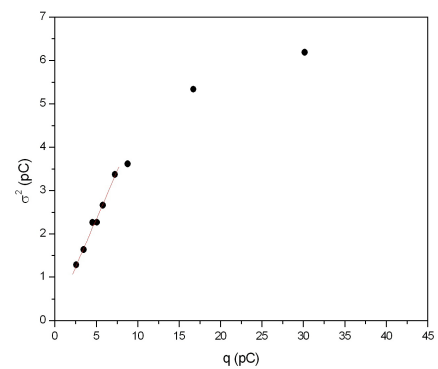


(b) *Pixel 46*

Figura 72: Método estatístico para os *pixels* 45 e 46

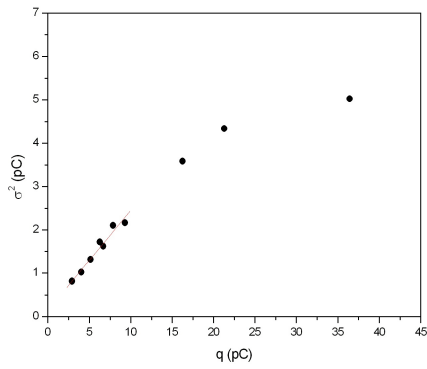


(a) *Pixel 47*

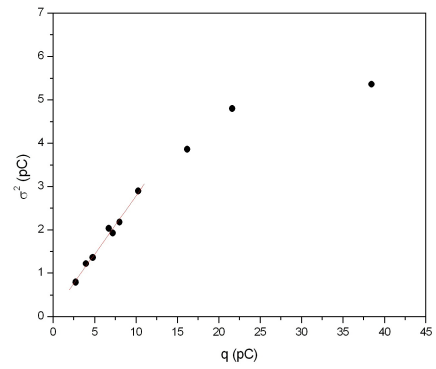


(b) *Pixel 48*

Figura 73: Método estatístico para os *pixels* 47 e 48

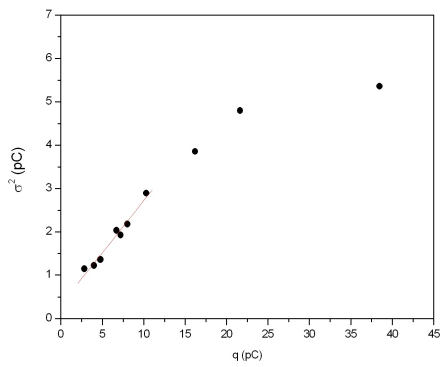


(a) *Pixel 49*

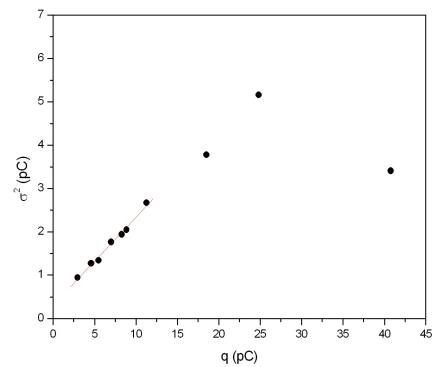


(b) *Pixel 50*

Figura 74: Método estatístico para os *pixels* 49 e 50

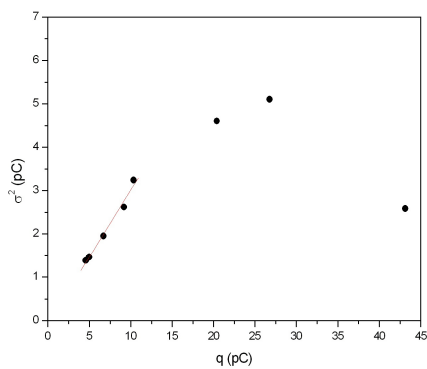


(a) *Pixel 51*

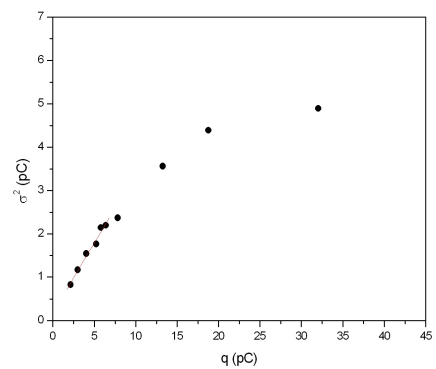


(b) *Pixel 52*

Figura 75: Método estatístico para os *pixels* 51 e 52

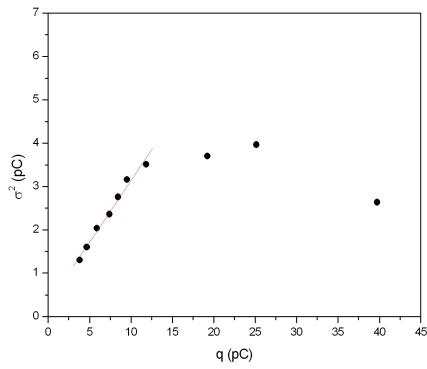


(a) *Pixel 53*

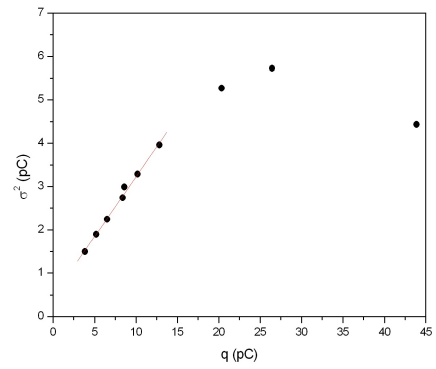


(b) *Pixel 54*

Figura 76: Método estatístico para os *pixels* 53 e 54

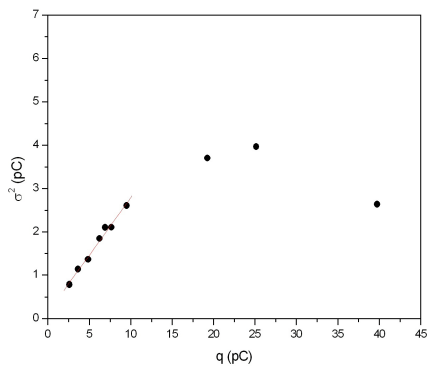


(a) *Pixel 55*

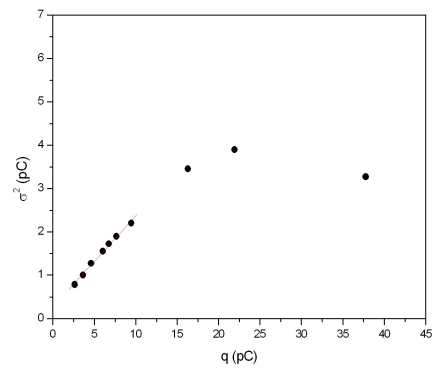


(b) *Pixel 56*

Figura 77: Método estatístico para os *pixels* 55 e 56

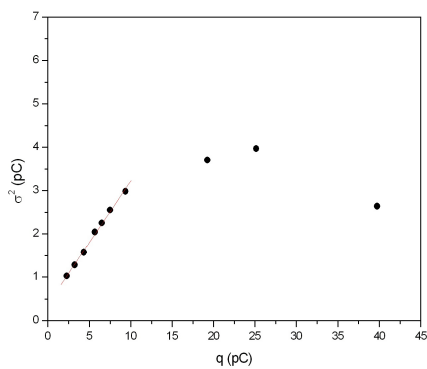


(a) *Pixel 57*

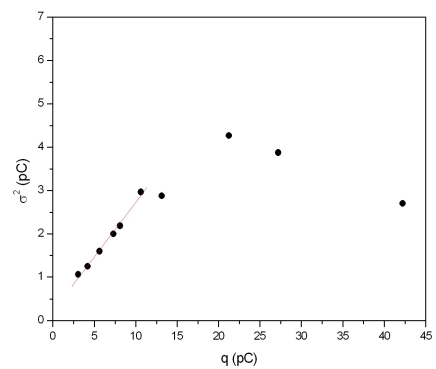


(b) *Pixel 58*

Figura 78: Método estatístico para os *pixels* 57 e 58

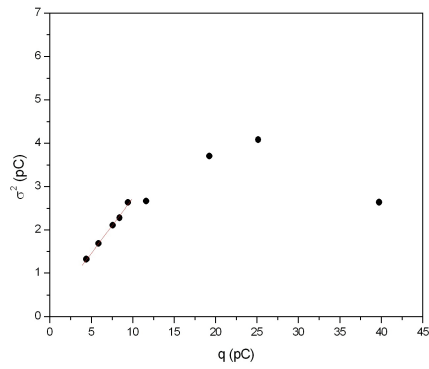


(a) *Pixel 59*

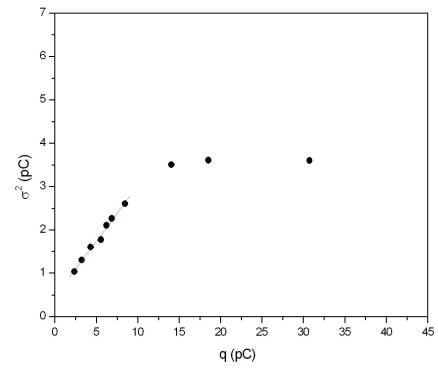


(b) *Pixel 60*

Figura 79: Método estatístico para os *pixels* 59 e 60

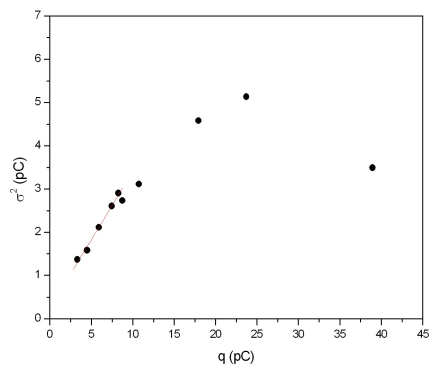


(a) *Pixel 61*

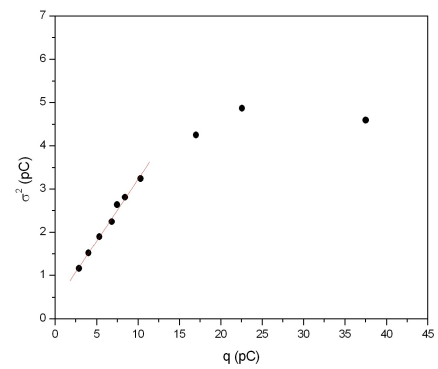


(b) *Pixel 62*

Figura 80: Método estatístico para os *pixels* 61 e 62



(a) *Pixel 63*

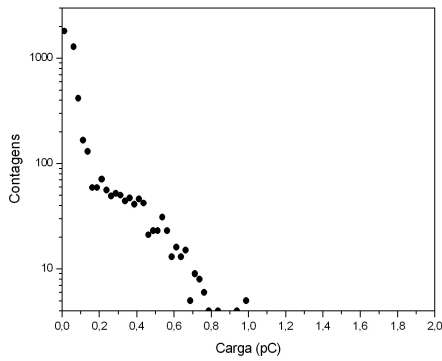


(b) *Pixel 64*

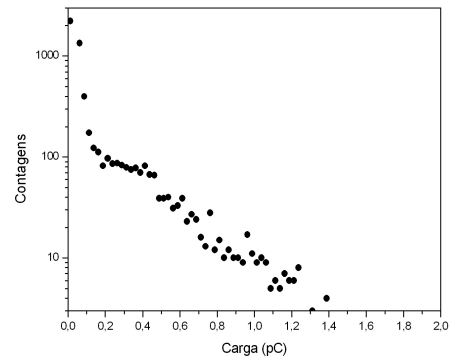
Figura 81: Método estatístico para os *pixels* 63 e 64

APÊNDICE B – Gráficos para o método do fotoelétron único

As figuras 82 a 113 apresentam os espectros obtidos através do experimento de detecção de fotoelétron único para os 64 *pixels* da MAPMT.

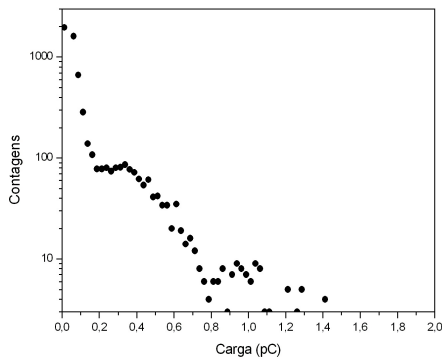


(a) *Pixel 1*

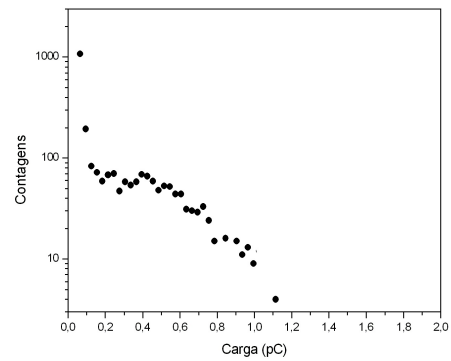


(b) *Pixel 2*

Figura 82: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 1 e 2

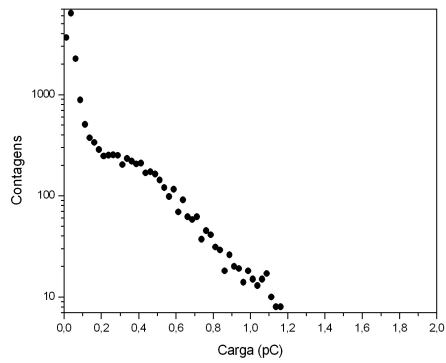


(a) *Pixel 3*

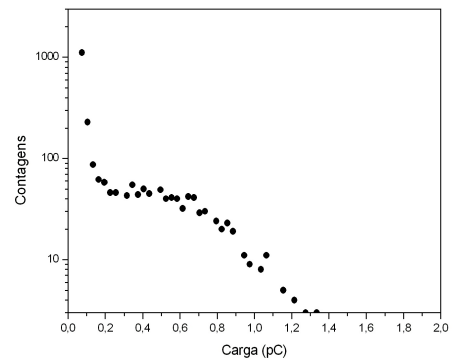


(b) *Pixel 4*

Figura 83: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 3 e 4

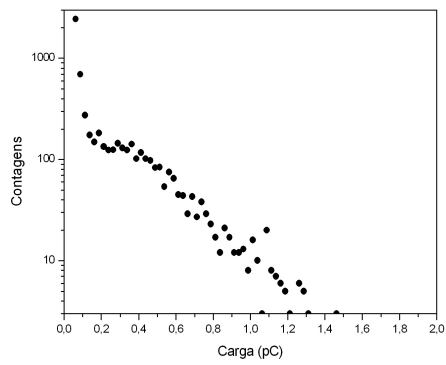


(a) *Pixel 5*

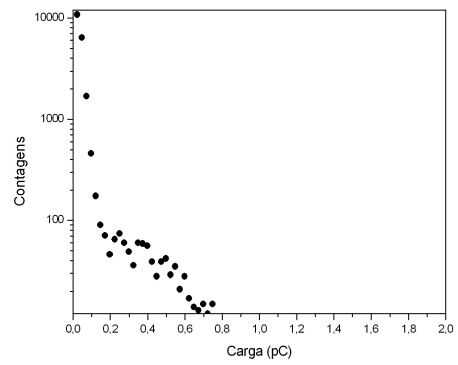


(b) *Pixel 6*

Figura 84: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 5 e 6

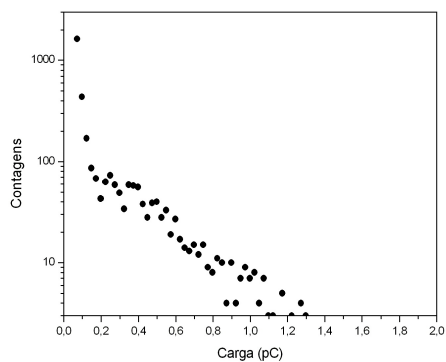


(a) *Pixel 7*

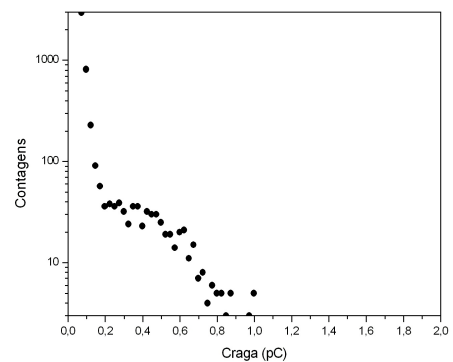


(b) *Pixel 8*

Figura 85: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 7 e 8

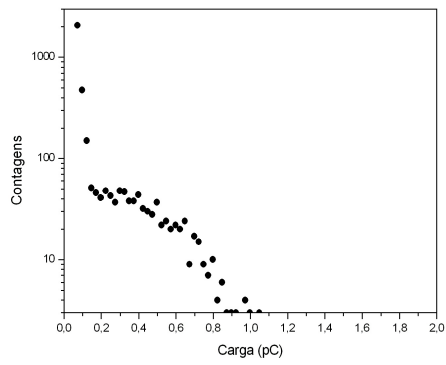


(a) *Pixel 9*

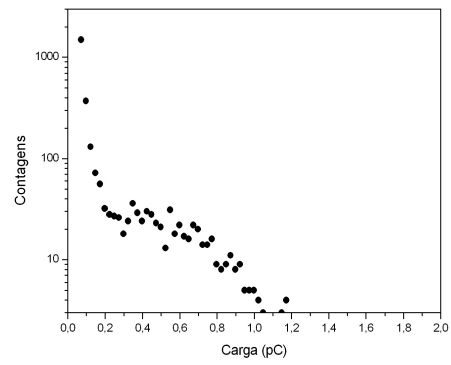


(b) *Pixel 10*

Figura 86: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 9 e 10

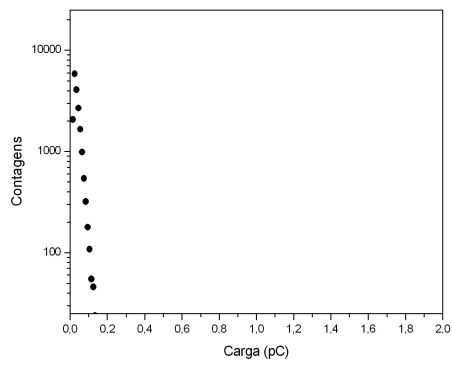


(a) *Pixel 11*

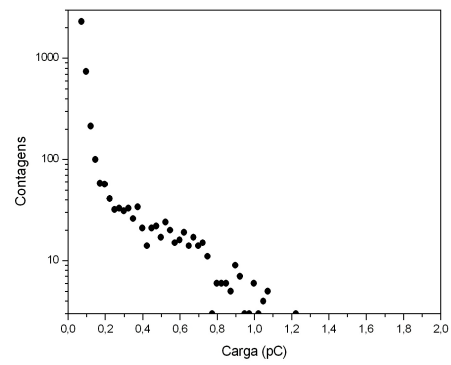


(b) *Pixel 12*

Figura 87: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 11 e 12

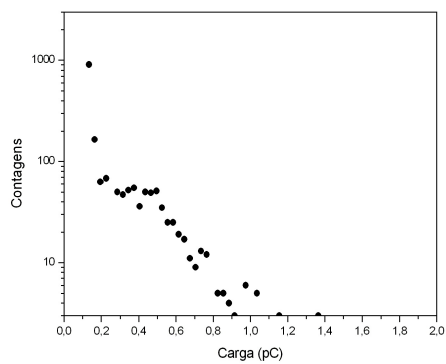


(a) *Pixel 13*

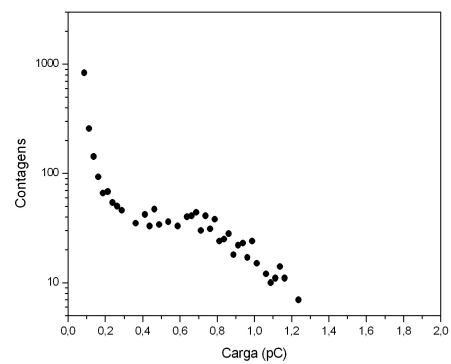


(b) *Pixel 14*

Figura 88: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 13 e 14

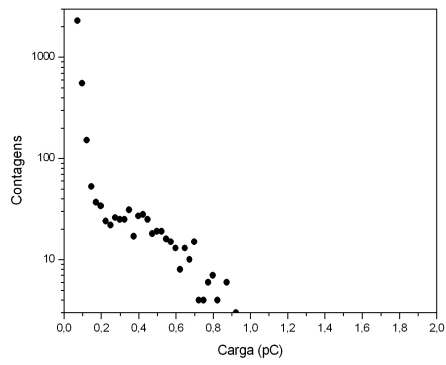


(a) *Pixel 15*

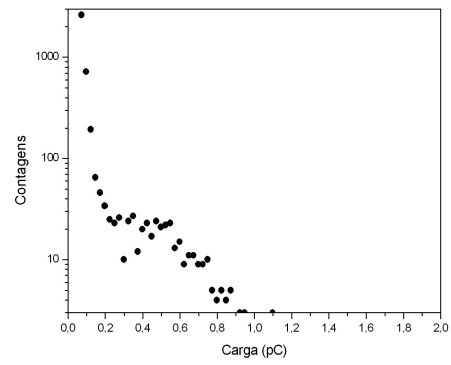


(b) *Pixel 16*

Figura 89: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 15 e 16

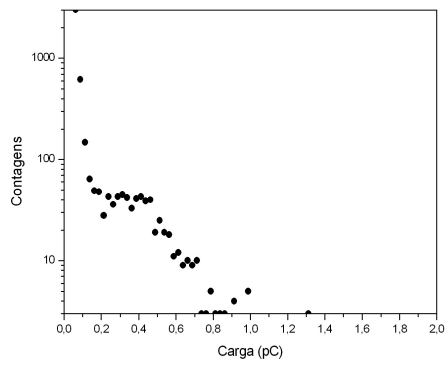


(a) *Pixel 17*

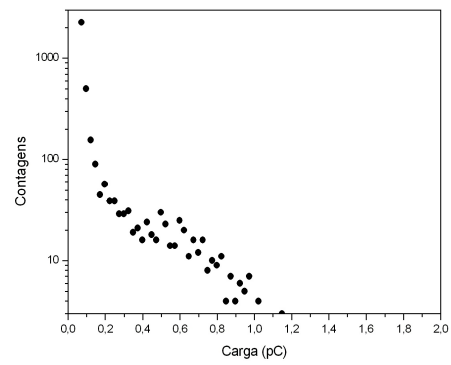


(b) *Pixel 18*

Figura 90: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 17 e 18

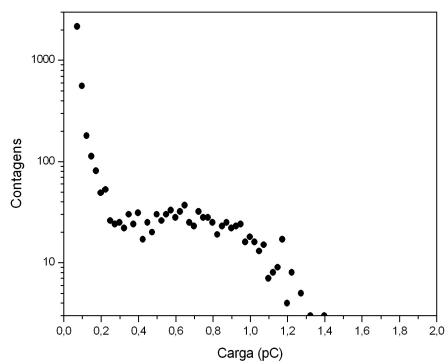


(a) *Pixel 19*

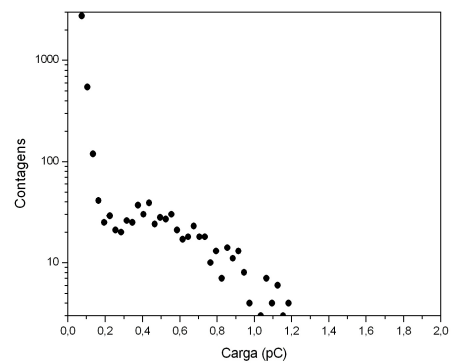


(b) *Pixel 20*

Figura 91: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 19 e 20

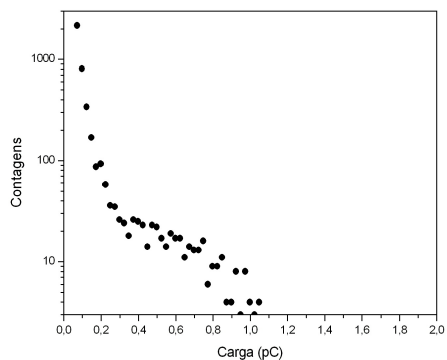


(a) *Pixel 21*

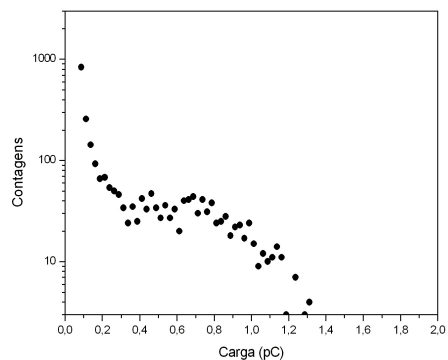


(b) *Pixel 22*

Figura 92: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 21 e 22

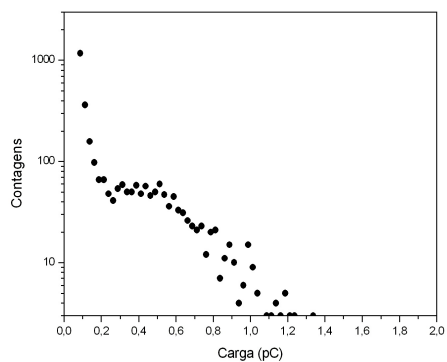


(a) *Pixel 23*

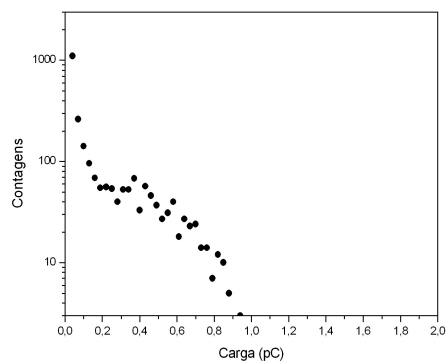


(b) *Pixel 24*

Figura 93: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 23 e 24

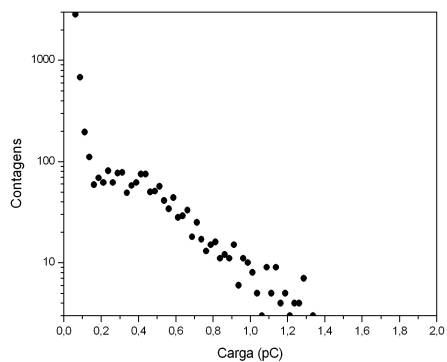


(a) *Pixel 25*

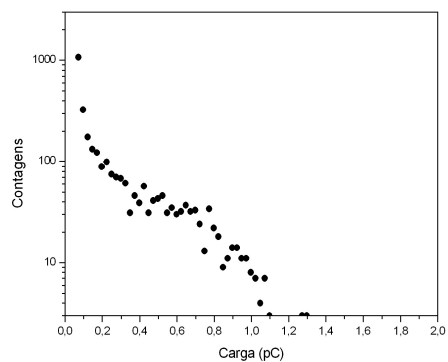


(b) *Pixel 26*

Figura 94: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 25 e 26

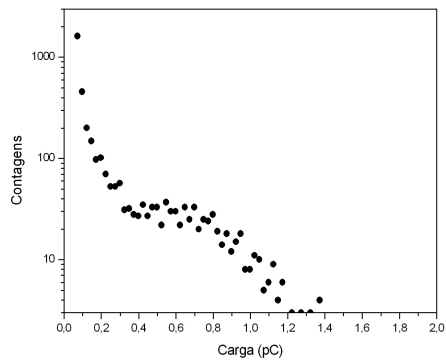


(a) *Pixel 27*

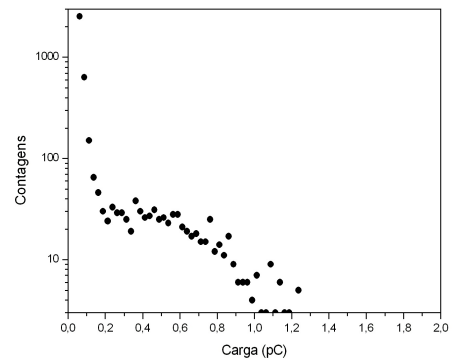


(b) *Pixel 28*

Figura 95: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 27 e 28

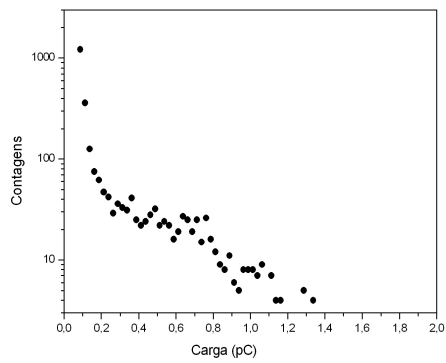


(a) *Pixel 29*

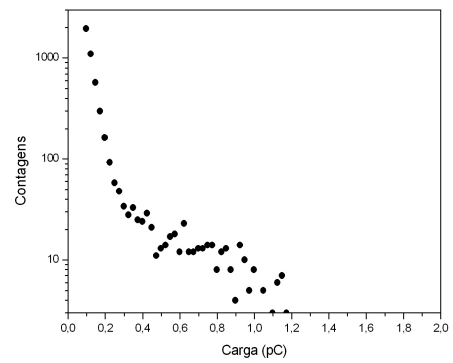


(b) *Pixel 30*

Figura 96: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 29 e 30

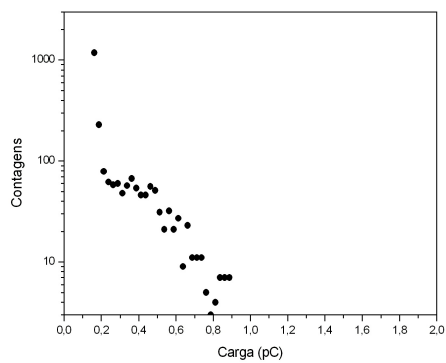


(a) *Pixel 31*

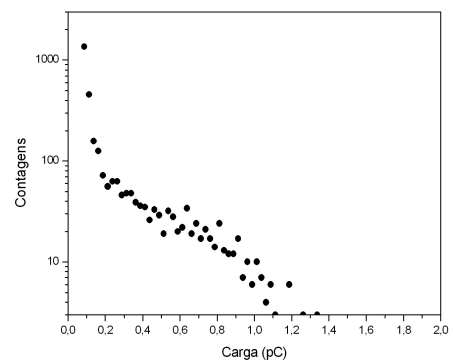


(b) *Pixel 32*

Figura 97: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 31 e 32

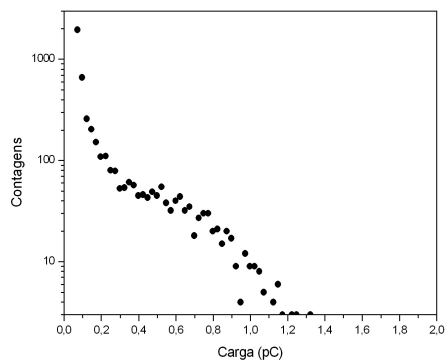


(a) *Pixel 33*

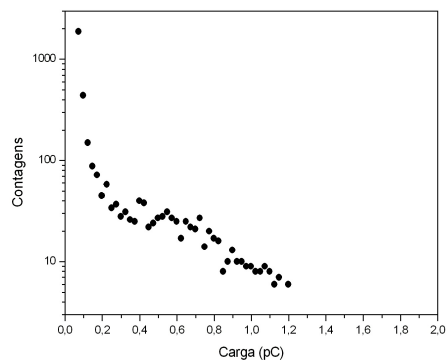


(b) *Pixel 34*

Figura 98: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 33 e 34

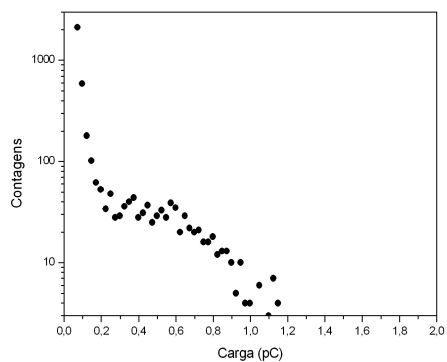


(a) *Pixel 35*

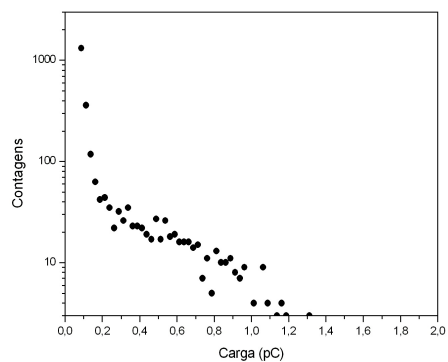


(b) *Pixel 36*

Figura 99: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 35 e 36

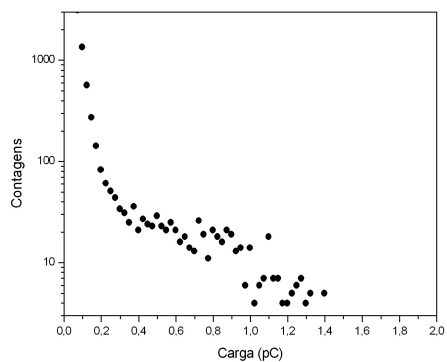


(a) *Pixel 37*

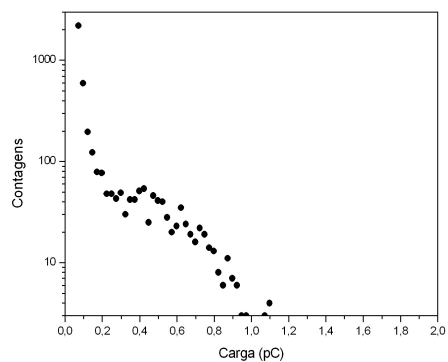


(b) *Pixel 38*

Figura 100: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 37 e 38

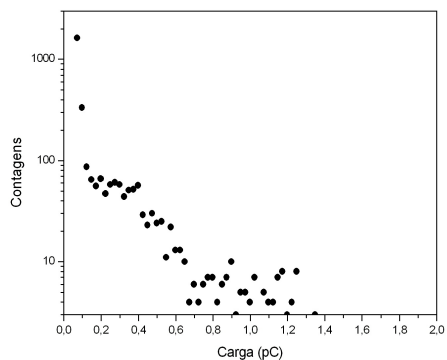


(a) *Pixel 39*

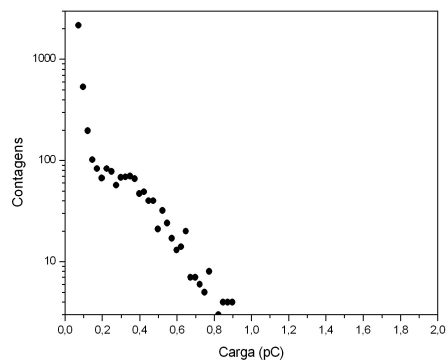


(b) *Pixel 40*

Figura 101: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 39 e 40

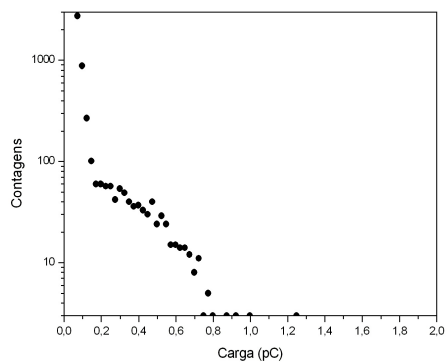


(a) *Pixel 41*

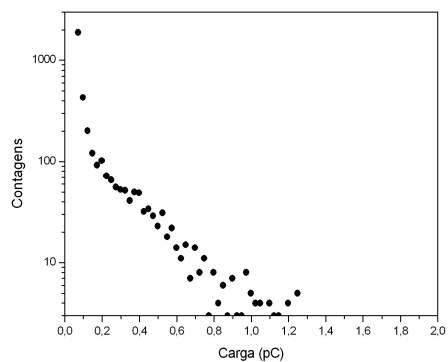


(b) *Pixel 42*

Figura 102: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 41 e 42

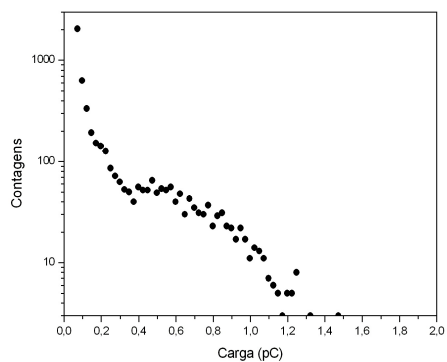


(a) *Pixel 43*

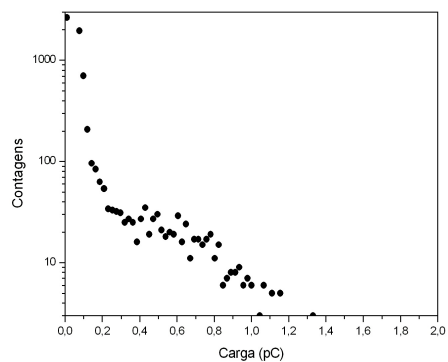


(b) *Pixel 44*

Figura 103: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 43 e 44

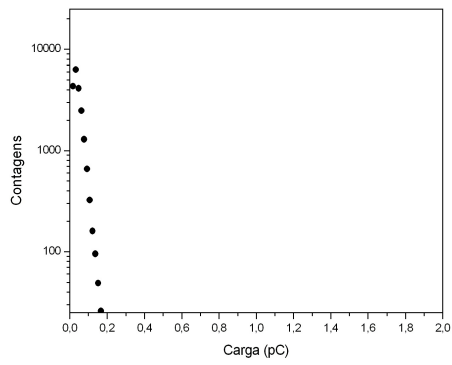


(a) *Pixel 45*

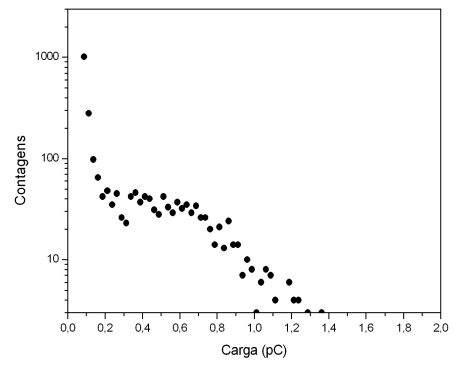


(b) *Pixel 46*

Figura 104: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 45 e 46

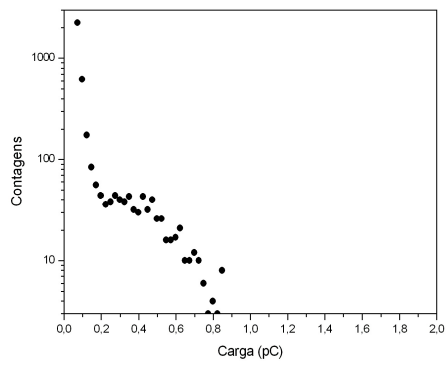


(a) *Pixel 47*

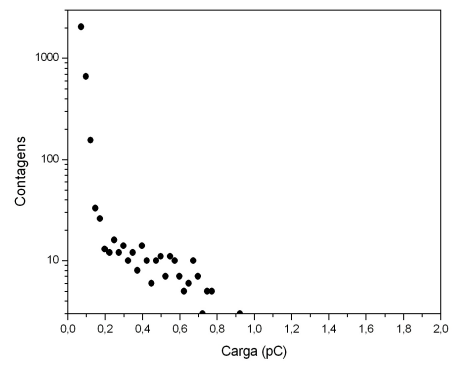


(b) *Pixel 48*

Figura 105: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 47 e 48

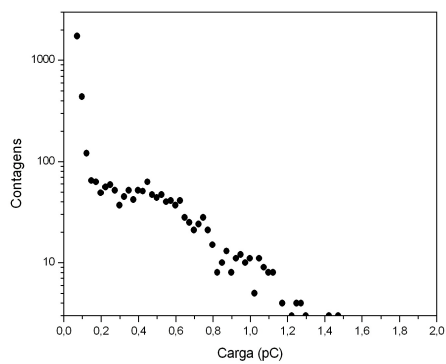


(a) *Pixel 49*

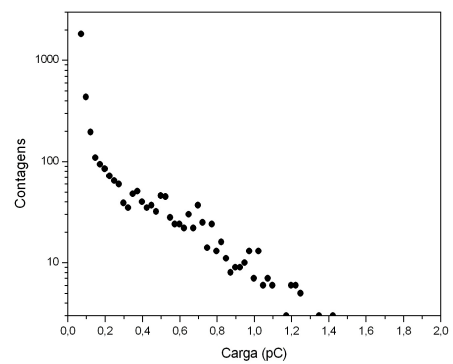


(b) *Pixel 50*

Figura 106: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 49 e 50

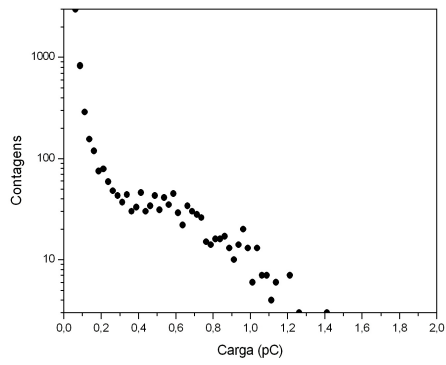


(a) *Pixel 51*

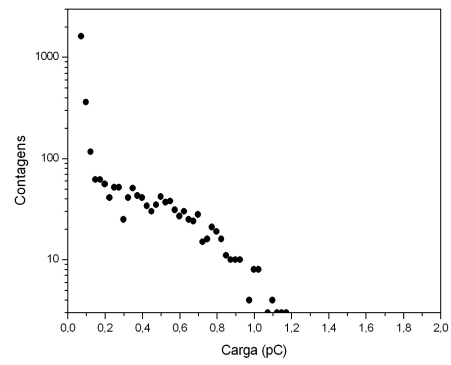


(b) *Pixel 52*

Figura 107: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 51 E 52

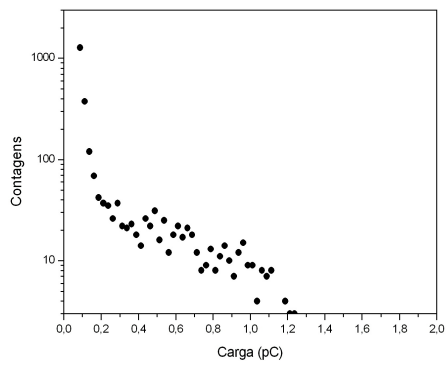


(a) *Pixel 53*

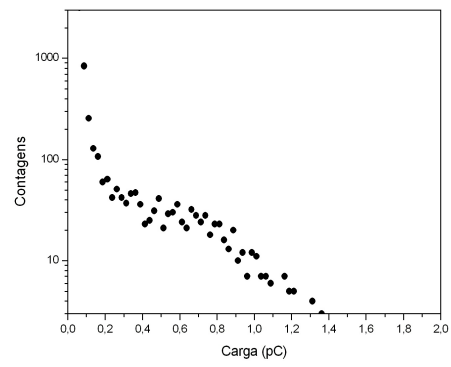


(b) *Pixel 54*

Figura 108: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 53 e 54

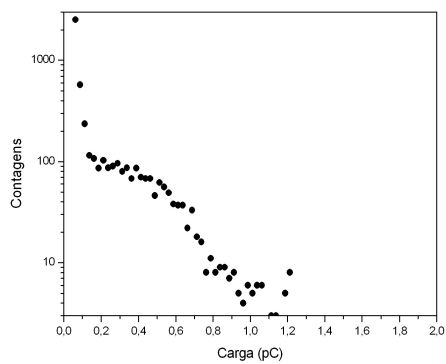


(a) *Pixel 55*

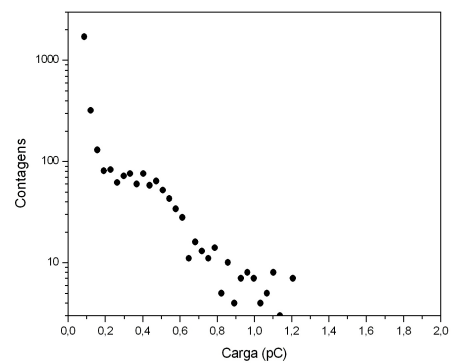


(b) *Pixel 56*

Figura 109: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 55 e 56

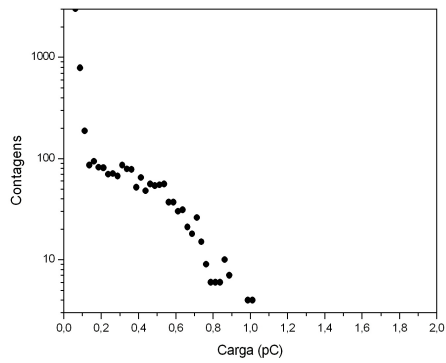


(a) *Pixel 57*

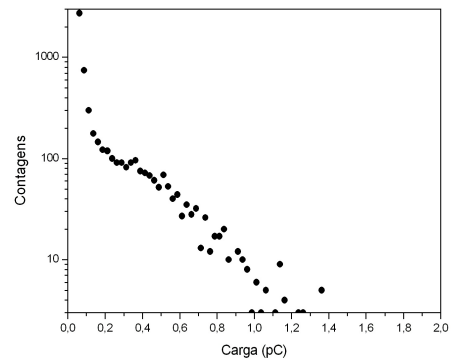


(b) *Pixel 58*

Figura 110: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 57 e 58

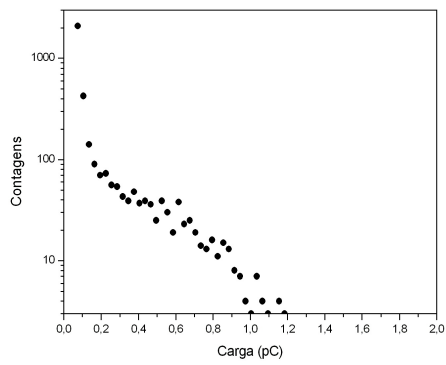


(a) *Pixel 59*

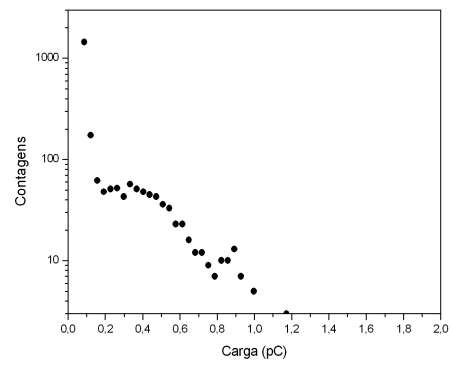


(b) *Pixel 60*

Figura 111: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 59 E 60

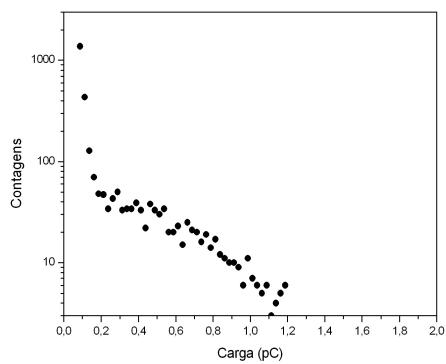


(a) *Pixel 61*

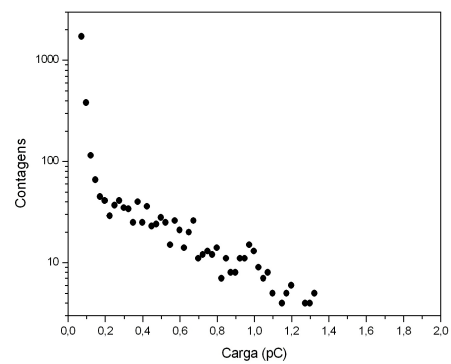


(b) *Pixel 62*

Figura 112: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 61 e 62



(a) *Pixel 63*



(b) *Pixel 64*

Figura 113: Espectro de fotoelétron único para os *pixels* 63 e 64

APÊNDICE C – Nota 1

Tomemos uma variável aleatória contínua como, por exemplo, o intervalo de tempo que decorre até que um fotoelétron seja observado. Seja $P(t)$ a probabilidade para que decorra um intervalo de tempo t , sem que haja sucesso. Mais precisamente, no caso de um LED que emite fótons a uma taxa média (N fótons/s) em frente à PMT, $P(t)$ é a probabilidade para que decorra o intervalo de tempo t até que um fotoelétron seja capturado. Então, $P(t + \Delta t)$ é dada por:

$$P(t + \Delta t) = P(t)[1 - P(\Delta t)] \quad (\text{C.1})$$

Ou seja, $P(t + \Delta t)$ é o produto de duas probabilidades: probabilidade para que decorra intervalo t sem que haja sucesso *versus* a probabilidade para que haja sucesso em Δt .

No processo de Poisson, para um valor pequeno (infinitesimal) da variável aleatória, a probabilidade é proporcional ao valor da própria variável:

$$P(t) \approx \lambda \Delta t \quad (\text{C.2})$$

Por outro lado se Δt é um valor infinitesimal, pode-se afirmar que:

$$P(t + \Delta t) = P(t) + \frac{dP}{dt} \Delta t \quad (\text{C.3})$$

Na equação acima foi feita uma expansão em série de potências de Δt e foram desprezados termos de segunda ordem. Então pode-se escrever:

$$P(t) + \frac{dP}{dt} \Delta t = P(t)[1 - \lambda \Delta t] \quad (\text{C.4})$$

$$\frac{dP}{P} = -\lambda dt \quad (\text{C.5})$$

$$P(t) = P(0)e^{-\lambda t} \quad (\text{C.6})$$

Para que $P(t)$ seja assimilável a uma distribuição de probabilidade, é exigido que seja normalizada:

$$\int_0^{\infty} P(t) dt = 1 \quad (\text{C.7})$$

$$P(t) = \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \quad (\text{C.8})$$

A expressão obtida acima exprime uma característica comum aos processos que seguem a distribuição de Poisson. Foi usada a variável contínua t , mas poderia ser também a distância x (profundidade até onde penetra um fóton quando encontra um meio material).

APÊNDICE D – Nota 2

Por definição, o valor esperado para uma variável aleatória que segue a distribuição de probabilidade $f(x)$ é dado por:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (\text{D.1})$$

A distribuição de probabilidade é necessariamente normalizada:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (\text{D.2})$$

Segundo estas definições, podemos afirmar que (fazendo $x + \Delta = 1$):

$$\int_{-\infty}^{\infty} x f(x + \Delta) dx = \int_{-\infty}^{\infty} (u - \Delta) f(u) du = \int_{-\infty}^{\infty} u f(u) du - \Delta \int_{-\infty}^{\infty} f(u) du = \int_{-\infty}^{\infty} u f(u) du - \Delta \quad (\text{D.3})$$

A integral que restou na última igualdade acima corresponde ao próprio valor esperado (foi apenas mudado símbolo para a variável de integração). Portanto:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x f(x + \Delta) dx = \bar{x} - \Delta \quad (\text{D.4})$$

Suponha-se que agora a distribuição $f(x)$ é dada pela convolução entre duas outras distribuições de probabilidade (também normalizadas):

$$f(x) = g * h = \int_{-\infty}^{\infty} g(x') h(x - x') dx' \quad (\text{D.5})$$

Deseja-se calcular o valor esperado para a variável aleatória neste caso. Logo:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} g(x') h(x - x') dx' \right\} dx \quad (\text{D.6})$$

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} xg(x')h(x-x')dx' \right\} dx = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} xh(x-x')dx \right\} g(x')dx' \quad (D.7)$$

Utilizando-se a equação D.7:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} \{ [\bar{x}_h] + x' \} g(x')dx' = \int_{-\infty}^{\infty} [\bar{x}_h]g(x')dx' + \int_{-\infty}^{\infty} x'g(x')dx' \quad (D.8)$$

$$\bar{x} = [\bar{x}]_h \int_{-\infty}^{\infty} g(x')dx' + [\bar{x}]_g = [\bar{x}]_h + [\bar{x}]_g \quad (D.9)$$

Na expressão acima foram definidos:

$$[\bar{x}]_g = \int_{-\infty}^{\infty} xg(x)dx \quad (D.10)$$

$$[\bar{x}]_h = \int_{-\infty}^{\infty} xh(x)dx \quad (D.11)$$

A conclusão se resume a:

$$f = g * h \Rightarrow [\bar{x}]_f = [\bar{x}]_g + [\bar{x}]_h \quad (D.12)$$

Para o segundo momento da distribuição a definição é:

$$\overline{x^2} = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx \quad (D.13)$$

Pelo mesmo procedimento vê-se que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x + \Delta)dx = \int_{-\infty}^{\infty} (u - \Delta)^2 f(u)du \quad (D.14)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x + \Delta)dx = \int_{-\infty}^{\infty} u^2 f(u)du + \Delta^2 \int_{-\infty}^{\infty} f(u)du - 2\Delta \int_{-\infty}^{\infty} uf(u)du = \overline{x^2} + \Delta^2 - 2\bar{x}\Delta \quad (D.15)$$

Se $f = g * h$, tem-se:

$$\overline{x^2} = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} g(x')h(x-x')dx' \right\} dx = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x^2 g(x')h(x-x')dx' \right\} dx \quad (D.16)$$

$$\overline{x^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x^2 h(x-x') dx \right\} g(x') dx' \quad (D.17)$$

Utilizando-se a equação D.17:

$$\overline{x^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ [\overline{x^2}]_h + x'^2 + 2 [\overline{x}]_h x' \right\} g(x') dx' \quad (D.18)$$

$$\overline{x^2} = [\overline{x^2}]_h \int_{-\infty}^{\infty} g(x') dx' + \int_{-\infty}^{\infty} x'^2 g(x') dx' + 2 [\overline{x}]_h \int_{-\infty}^{\infty} x' g(x') dx' \quad (D.19)$$

$$\overline{x^2} = [\overline{x^2}]_h + [\overline{x^2}]_g + 2 [\overline{x}]_h [\overline{x}]_g \quad (D.20)$$

Com os resultados para os dois primeiros momentos, podemos calcular a variância para a distribuição f quando $f = g * h$:

$$[\overline{\sigma^2}]_f = [\overline{x^2}]_f - ([\overline{x}]_f)^2 = \left\{ [\overline{x^2}]_g + [\overline{x^2}]_h + 2 [\overline{x}]_g [\overline{x}]_h \right\} - \left\{ [\overline{x}]_g + [\overline{x}]_h \right\}^2 \quad (D.21)$$

$$[\overline{\sigma^2}]_f = \left\{ [\overline{x^2}]_g + [\overline{x^2}]_h + 2 [\overline{x}]_g [\overline{x}]_h \right\} - \left\{ ([\overline{x}]_g)^2 + ([\overline{x}]_h)^2 + 2 [\overline{x}]_g [\overline{x}]_h \right\} \quad (D.22)$$

$$[\overline{\sigma^2}]_f = [\overline{x^2}]_g + [\overline{x^2}]_h - ([\overline{x}]_g)^2 - ([\overline{x}]_h)^2 \quad (D.23)$$

$$[\overline{\sigma^2}]_f = [\overline{x^2}]_g - ([\overline{x}]_g)^2 + [\overline{x^2}]_h - ([\overline{x}]_h)^2 \quad (D.24)$$

$$[\overline{\sigma^2}]_f = [\overline{\sigma^2}]_g + [\overline{\sigma^2}]_h \quad (D.25)$$

Conclusão geral:

Se $f = g * h$:

$$[\overline{x}]_f = [\overline{x}]_g + [\overline{x}]_h \quad (D.26)$$

$$[\overline{\sigma^2}]_f = [\overline{\sigma^2}]_g + [\overline{\sigma^2}]_h \quad (D.27)$$

Referências

- 1 COLLABORATION, A. The pierre auger observatory design report. Segunda edição. 1997.
- 2 BARD, P. et al. Electronics dedicated to multi-anode photomultiplier tubes for imaging scintigraphic devices. *IEEE Xplore*, v. 10, n. 10, p. 413–416, Junho 2005.
- 3 OLIVEIRA, M. A. L. de. Monitor de radiação atmosférica. Projeto de Pesquisa Científica para o Edital Universal MCT/CNPq 014/2008. 2008.
- 4 OLIVEIRA, M. A. L. de et al. Atmospheric radiation monitor. *Proceedings of the 31 ICRC Conference*, 2009.
- 5 LEÃO, M. S. A. B. Estudo das medidas da componente de fluorescência de raios cósmicos de ultra-alta energia na determinação de parâmetros dos chuveis atmosféricos extensos. Dissertação de mestrado em Física - UFABC. 2009.
- 6 ANJOS, J. et al. Angra dos reis reactor neutrino oscillation experiment. *Brazilian Journal of Physics*, n. 4A, p. 1118–1123, Dezembro 2006.
- 7 ROOT. *Root User's Guide*. Disponível em <http://root.cern.ch/drupal/content/users-guide>, Junho 2009.
- 8 SHELLARD, R. C. What are the high energy cosmic rays telling us? *Brazilian Journal of Physics*, v. 3B, p. 407–415, Setembro 2008.
- 9 NAGANO, M.; WATSON, A. A. Observations and implications of the ultrahigh-energy cosmic rays. *Reviews of Modern Physics*, v. 72, n. 3, p. 689–732, Julho 2000.
- 10 CLAY, R. et al. Fluorescence detector optical calibration and atmospheric monitoring for the pierre auger experiment. *Pierre Auger Project Note*, n. 33, Junho 2000.
- 11 KAKIMOTO, F. et al. A measurement of the air fluorescence yield. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, v. 372, p. 527–533, Novembro 1996.
- 12 HIGH Resolution Fly's Eye. Disponível em www.cosmic-ray.org/index.html. 2009.
- 13 AJALTOUNI, Z. et al. Study of multianode photomultipliers for the electromagnetic calorimeter preshower read out of the lhc experiment. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*, v. 504, p. 9–13, 2003.
- 14 HAMAMATSU PHOTONICS. *Multianode photomultiplier tube assembly H7546B*. Japão, Novembro 2003.
- 15 MARL INTERNATIONAL LIMITED. *LED E1L53-AB1A-04 - Mono Color Lamps - 05 Series*. Reino Unido, Setembro 2008.
- 16 TEXA INSTRUMENTS. *OPA657 - 1.6GHz, Low-Noise, FET-Input Operational Amplifier*. Texas, Dezembro 2008.

- 17 BARBOSA, A. F. Water cerenkov muon detector near the angra-ii reactor core: the software. *Angra Note*, n. 10, p. 1–11, Setembro 2009.
- 18 BARD, P. et al. Electronics dedicated to multi-anode photomultiplier tubes for imaging scintigraphic devices. *IEEE Xplore*, v. 10, n. 10, p. 413–416, Junho 2005.
- 19 LANE, C. E. Statistical pmt gain determination. Private communication. 2008.
- 20 LANE, C. E. Gain determination for r1408 pmts. Private communication. 2007.
- 21 REECE, R. D. Air fluorescence photon yield in cosmic ray showers. 2005 REU Summer Program. 2005.