

Maria Nazareth Salles de Araujo

ESTUDO SEMI-EMPÍRICO DO EFEITO DE CAMADA,
NAS MASSAS NUCLEARES

MESTRADO

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

Rio de Janeiro

-1977-

AGRADECIMENTOS

- Ao Professor Takeshi Kodama, pelo incentivo e especial dedicação na orientação desta Tese.

- Aos Professores, Luiz Tauhata e Sergio M. Calzavara Alves, pela grande colaboração nas discussões e na revisão dos manuscritos.

- Aos Professores, Lea Jaccoud El-Jaick e Chung Kai Cheong, pela especial atenção nas diversas etapas deste trabalho.

- À equipe do Computador do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, pela valiosa contribuição.

- A Helena de Souza Ciccarino e Péricles Fernandes de Jesus, pelo magnífico desempenho no trabalho de datilografia e confecção de gráficos.

- Às Instituições, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelas facilidades a mim oferecidas para que fosse possível a realização desta pesquisa.

RESUMO

O efeito de camada é investigado a partir do modelo fenomenológico de Myers-Swiiatecki e, estudando o comportamento da massa nuclear é proposta uma nova fórmula para a função de camada.

A fórmula obtida, que se baseia na modificação da função de camada original, leva em conta os efeitos da estrutura nuclear no espectro de energia. Um dos efeitos considerados é o agrupamento incompleto de níveis de energia resultante do espectro não totalmente degenerado. Uma distribuição do tipo Fermi é então escolhida para definir o espectro discreto.

As intensidades das constantes de agrupamento são também generalizadas, através de uma expansão dos parâmetros do modelo da gotícula que descrevem a estrutura nuclear macroscópica.

Ao se ajustar os resultados da nova função de camada aos dados experimentais, verificou-se uma dependência relativamente forte das constantes de agrupamento com os parâmetros do modelo da gotícula.

A função de camada proposta apresenta resultados razoavelmente satisfatórios. No entanto, são discutidos alguns desvios sistemáticos que ainda permanecem.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
AGRADECIMENTOS	iii
RESUMO	iv
LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABELAS	vii
<u>CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO</u>	1
<u>CAPÍTULO II - MASSAS E DEFORMAÇÕES NUCLEARES</u>	9
1 - Massa e Energia de Ligação Nucleares.	9
2 - A Fórmula de Massa Macroscópica: Núcleos Esféricos	12
3 - A Energia de Deformação	18
4 - O Modelo da Gotícula	25
<u>CAPÍTULO III - AS CORREÇÕES DE CAMADAS: MODELO FENOMENOLÓGICO DE MYERS-SWIATECKI</u>	32
1 - A Função de Camada	33
2 - Efeito de Camada para um Núcleo Deformado	39
3 - Discrepâncias Sistemáticas	45
<u>CAPÍTULO IV - TENTATIVAS DE MELHORAMENTO DA FUNÇÃO DE CAMADA</u>	50
1 - Agrupamento Incompleto	50
2 - O Efeito da Estrutura Nuclear	57
<u>CAPÍTULO V - CONCLUSÃO</u>	63
REFERÊNCIAS	100

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
fig. 2.1.1	68
figs. 2.1.2 e 2.1.3	69
figs. 2.1.4 e 2.1.5	70
figs. 2.3.1 e 2.3.2	71
figs. 2.4.1 e 2.4.2	72
figs. 3.1.1 e 3.1.2	73
figs. 3.2.1 e 3.2.2	74
figs. 3.2.3 e 3.2.4	75
fig. 3.2.5	76
figs. 3.2.6 e 3.2.7	77
fig. 3.3.1	78
fig. 3.3.2	79
fig. 3.3.3	80
fig. 3.3.4	81
fig. 3.3.5	82
fig. 3.3.6	83
fig. 3.3.7	84
fig. 3.3.8	85
fig. 3.3.9	86
fig. 3.3.10	87
fig. 4.1.1	88
fig. 4.1.2	89
fig. 4.1.3	90
fig. 4.2.1	91
fig. 4.2.2	92
fig. 4.2.3	93
fig. 4.2.4	94
fig. 4.2.5	95
fig. 4.2.6	96
fig. 4.2.7	97
fig. 4.2.8	98
fig. 4.2.9	99

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
tab. 4.1.1	57
tab. 4.2.1	60

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

As massas nucleares são de grande importância na investigação das propriedades dos núcleos. São determinadas experimentalmente utilizando-se o espectrômetro de massa, além de outros métodos indiretos bem precisos baseados nas energias de reações nucleares, nas medidas de espectros moleculares por micro-ondas, nas energias de decaimento alfa e de decaimento beta.

A determinação de massas nucleares, por meio de técnicas modernas cada vez mais precisas, serve de objetivo principalmente para o desenvolvimento do estudo teórico das chamadas fórmulas de massa. Isso é importante devido a necessidade de se obter com uma maior precisão as energias de separação de neutrons e de prótons, as energias das reações nucleares, a energia liberada na fissão e os limites da tabela periódica.

Várias tentativas foram feitas para que fórmulas matemáticas semi-empíricas ou não, descrevessem as energias de ligação, a partir de um modelo teórico. Algumas do tipo semi-empíricas, reproduzem muito bem as massas nucleares e descrevem suas propriedades médias. O adjetivo semi-empírico significa aqui que a expressão se baseia numa teoria, mas contém parâmetros que são determinados por meio de um procedimento de ajuste a partir dos dados experimentais.

Em 1930, Gamow (1) desenvolveu uma fórmula de massa baseada no modelo da gota líquida. Posteriormente, Wigner e Heisenberg (2,3) a aperfeiçoaram.

Weizsäcker (4) analisando os trabalhos anteriores sobre a teoria da gota líquida e querendo representar alguns fatos físicos, resolveu reunir todas as idéias numa só fórmula. Esta equação, conhecida como fórmula de massa semi-empírica, dá uma razoável concordância com os dados experimentais.

Bethe e Bacher (5) observaram que a fórmula de massa poderia ser escrita somente em função de cinco parâmetros de energia: volume, superfície, Coulomb, simetria e emparelhamento. Esta fórmula deu origem à célebre equação de Bethe-Weizsäcker (5,4). Entretanto, os argumentos para justificar a forma do termo de simetria foram apresentados por Wigner (6).

A fórmula de massa para um núcleo com uma superfície difusa foi obtida por Gunter e Hubbs (7), que calcularam a energia de volume para todo o núcleo, incluindo a região de superfície. Feenberg (8) estudou a compressibilidade nuclear na equação de massa. Mais tarde, este efeito foi também considerado por Yamada (9) e Kodama-Yamada (10).

Kodama (11) determinou três fórmulas de massa tipo Bethe-Weizsäcker, para núcleos incompressíveis. Estas, entretanto, apresentam desvios sistemáticos na região mais pesada. Os núcleos estáveis sobre a linha de estabilidade beta nesta região, têm mais prótons previstos do que quando calculados pela fórmula semi-empírica de Bethe-Weizsäcker (5,4).

A maioria dessas fórmulas só leva em conta as propriedades nucleares médias, sem considerar as propriedades finas ca

racterísticas dos núcleons individuais, provenientes de efeitos microscópicos. Recentemente tem-se tentado incluir tais efeitos, dos quais o mais importante parece ser devido à estrutura de camadas dos núcleos (12-22).

O estudo dos efeitos de camadas surgiu por causa de dois fatores desconhecidos por Weizsäcker. O primeiro indicava um grande aumento nas energias de ligação, próximo aos números mágicos, devido à influência das camadas fechadas. O segundo fator, era que a deformação de um núcleo em relação à sua forma esférica entre as camadas fechadas também apresentava um acréscimo nas energias de ligação.

Eram necessários então, parâmetros apropriados para explicar a influência de cada camada nuclear. Assim, várias aproximações foram tentadas.

Levy (12) aplicou uma série de potência de segundo grau em Z e A , com coeficientes diferentes dentro de cada região entre as camadas fechadas de próton e de neutron. Em cada uma de suas vinte regiões precisou de seis parâmetros. Esta aproximação foi estendida por Zeldes (13) em 1965, que obteve um resultado melhor para as massas nucleares, deduzidas por interpolação. Os cálculos de Wapstra e colaboradores (14) apresentaram maior precisão do que os de Zeldes (13) para os núcleos bem afastados da linha de estabilidade beta.

Cameron (15) determinou empiricamente os efeitos combinados das interações de camada e emparelhamento para cada valor de Z e N . Sua fórmula envolve mais de duzentas constantes, mas ainda apresenta um grande desvio sistemático na região das terras raras.

Os efeitos de camadas de Seeger (16), foram expressos por uma série de Fourier, em função do número de neutrons e do número de prótons, a qual ele termina com os termos quadráticos. A desvantagem da fórmula resultante é a sua descontinuidade nos limites das camadas. Cerca de trinta constantes são utilizadas.

Devido ao tratamento inadequado das equações de massa de Levy (12), Cameron (15) e Seeger (16), os desvios sistemáticos tornam-se muito grandes para os núcleos distantes da linha de estabilidade beta.

O método de correção de camada de Wing e Fong (17), consiste numa série de funções de distribuição de Cauchy, em termos dos números de nucleons, com um máximo nas camadas fechadas. Tem trinta e quatro constantes ajustáveis.

Como os efeitos de camadas calculados por um tratamento puramente empírico não apresentavam uma relação com a estrutura nuclear, surgiu a necessidade de tratar esses efeitos em termos de um modelo microscópico.

A investigação das propriedades dos núcleos através das fórmulas de massa, combinando os métodos macroscópico e microscópico é muito promissora, pois as duas aproximações básicas são necessárias para se obter um bom conhecimento da estrutura nuclear.

O método macroscópico-microscópico foi introduzido por Swiatecki em 1963, na segunda Conferência Internacional de Viena sobre as Massas dos Nuclídeos. Ao calcular as flutuações microscópicas, seu método simplificado funcionou somente para pequenas deformações. Entretanto, ele apresenta bons resultados

nos cálculos de deformações e de alturas de barreiras de fissão, no estudo das massas nucleares no estado fundamental e existência de núcleos super-pesados.

Ao desenvolver este método, Strutinsky (18) deu uma valiosa contribuição à teoria, revolucionando os cálculos de barreira de fissão. O método combinado calcula a correção de camada como uma função do número de ocupação e da deformação.

O modelo da gota líquida é o tratamento macroscópico para o núcleo, considerando-o como uma assembléia de nucleons e não levando em conta a individualidade de seus componentes.

A correção de camada se baseia num tratamento microscópico. O modelo microscópico expressa as propriedades nucleares, partindo da estrutura das forças que atuam entre as partículas do sistema e investigando os núcleos a partir das propriedades de cada nucleon.

Embora a aproximação microscópica tenha feito um sucesso considerável, não existe ainda um método bem estabelecido para prever as massas nucleares com uma maior precisão, para os núcleos bem afastados da linha de estabilidade beta.

Os cálculos teóricos existentes para os efeitos de camadas são bastante trabalhosos, mas apresentam ainda alguns desvios sistemáticos.

Kümmel e colaboradores (14) construíram uma fórmula de massa baseada no modelo da gota líquida, contendo correções de camadas fenomenológicas e deformações nucleares. Inclui quarenta e três parâmetros. O desvio médio entre as massas experimentais e teóricas obtido foi somente de 300 KeV.

A equação de Seeger (19), que não pode ser confundida

com aquela apresentada anteriormente (16), é baseada no modelo da gota líquida. Os termos de camada são dados pelo modelo de Nilsson com a normalização de Strutinsky (18) e a energia de emparelhamento é também calculada.

Zeldes e colaboradores (20), numa versão posterior, apresentaram uma equação de massa baseada no modelo de partícula simples. A superfície da massa nuclear é dividida em seções ligadas pelos números mágicos. Dentro de cada seção, as energias de ligação dos núcleos são representadas essencialmente por uma equação quadrática em termos dos números de ocupação dos nucleons.

Uno-Yamada (21) construíram uma fórmula de massa somando a parte macroscópica tipo Kodama (11) com termos empíricos de camada baseados na sistemática das energias de separação dos nucleons. A parte macroscópica é ajustada de modo que todos os termos de camada permaneçam pequenos. A equação tem aproximadamente duzentas e cinquenta constantes. Mesmo assim, o resultado obtido para a região mais pesada não é satisfatório.

A fórmula de massa semi-empírica que utiliza o método macroscópico-microscópico explicitamente envolvendo somente sete parâmetros, foi desenvolvida por Myers-Swiiatecki (22). Este método permite a separação da gota líquida dos efeitos de camadas nas fórmulas de massas semi-empíricas, a fim de extrapolar a fórmula de massa e investigar núcleos pesados e super-pesados.

O método semi-empírico de Myers-Swiiatecki (22) para os efeitos de camadas nucleares é muito interessante. Além de apresentar uma visão física bem simples do problema, o método contém poucos parâmetros. A existência de discrepâncias sistemá

ticas entre as massas calculadas e as massas observadas, indica que o método ainda não é perfeito.

Com o desenvolvimento do tratamento macroscópico-microscópico, a parte macroscópica da massa nuclear ficou bem definida. Apesar dos inúmeros trabalhos existentes, os conhecimentos sobre as propriedades de uma gota finita que serve de modelo para o núcleo, não eram suficientes. Assim, uma cuidadosa re-investigação do modelo da gota líquida era necessária.

Myers-Swiatecki (23) introduziram então um refinamento no modelo da gota líquida. O novo modelo, chamado modelo da gotícula, estuda as mudanças das várias formas de energias em torno da densidade de equilíbrio para configurações esféricas. Recentemente, o modelo foi generalizado para formas arbitrarias (24). Entretanto, o termo de correção de camada utilizado é o mesmo da ref. (25).

Este trabalho objetiva particularmente investigar o método de Myers-Swiatecki (22) e analisar os efeitos de camadas em relação aos valores experimentais. Como a correção é calculada por um método muito simplificado, isto é, por um gás de Fermi, tenta-se introduzir na equação de camada; os possíveis melhoramentos.

No trabalho de Myers-Swiatecki sobre o modelo da gotícula (24), foram introduzidas quantidades macroscópicas que estão ligadas à estrutura do núcleo. Utilizando estas quantidades, nosso objetivo é procurar uma correlação de parâmetros entre os efeitos de camadas e as propriedades macroscópicas nucleares.

No capítulo II será feito um estudo sobre as massas nucleares e do comportamento macroscópico. O modelo da gota líquida e o modelo da gotícula serão então apresentados.

O capítulo III será dedicado aos efeitos de camadas. O método fenomenológico de Myers-Swiatecki será estudado mais detalhadamente. Será feita também uma análise desta função de camada com relação aos dados experimentais.

Partindo da análise do capítulo anterior, algumas tentativas são feitas para modificar a função de camada no capítulo IV.

As conclusões obtidas para o presente trabalho serão discutidas no capítulo V.

CAPÍTULO II

MASSAS E DEFORMAÇÕES NUCLEARES

1 - MASSA E ENERGIA DE LIGAÇÃO NUCLEARES

O modelo macroscópico, que trata das propriedades gerais dos núcleos, é utilizado para estudar as massas nucleares.

Foi observado experimentalmente que a energia de ligação por partícula mantém uma constância aproximada para todos os núcleos, exceto para os muito leves ($A < 10$). Esta pequena variação na energia de ligação média B/A , como mostra a fig. 2.1.1, indica o caráter saturante da força nuclear e o seu valor está compreendido entre 7.4 MeV e 8.8 MeV. Todos os nucleons do núcleo são mais ou menos igualmente ligados. Esta propriedade de saturação mostra uma semelhança entre um núcleo e uma gota líquida.

O decréscimo da energia de ligação por nucleon, nos núcleos leves pode ser explicado qualitativamente. Ele é provocado pelo efeito de superfície, onde os nucleons estão menos ligados que no interior do núcleo. Quanto menor o núcleo, maior é a percentagem de partículas na sua superfície. Como o termo de superfície é positivo, ele diminui a energia de ligação para valores baixos de A .

Nos núcleos pesados, a energia de ligação sofre uma pequena diminuição. Isto acontece porque os prótons dentro do núcleo se repelem eletromagneticamente. Em relação às forças nu

cleares esta repulsão é fraca, mas devido ao seu longo alcance, a energia eletrostática é acumulativa. Como ela cresce com Z^2 , torna-se de grande importância para valores maiores de Z , enquanto a energia de ligação da parte nuclear se mantém proporcional à primeira potência de A (26). Como a repulsão Coulombiana se opõe ao efeito das forças nucleares, ela diminui a energia de ligação nos núcleos onde Z é grande.

A energia de ligação pode ser usada para a análise da estabilidade nuclear em relação ao decaimento beta. A estabilidade nuclear está também ligada à competição entre a energia de simetria e a Coulombiana. Portanto, os desvios da linha de estabilidade beta para núcleos pesados em relação à linha $N=Z$, resultam da necessidade de mais neutrons para contrabalançar o efeito repulsivo da força Coulombiana dos Z prótons.

Um outro conceito significativo como limite da existência do estado ligado de um nucleon, é a energia de separação de um neutron S_N , ou a energia de separação de um próton S_p . A energia de separação de partícula simples é definida como sendo a energia necessária para remover a última partícula ligada ao núcleo ou

$$S_N(A, Z) \equiv B(A, Z) - B(A-1, Z) \quad (2.1.1)$$

$$S_p(A, Z) \equiv B(A, Z) - B(A-1, Z-1)$$

Desse modo, os núcleos que se situarem dentro das linhas com $S_N = 0$ e $S_p = 0$, aproximadamente paralelas à linha de estabilidade beta, podem existir com vida média razoavelmente longa (≥ 1 seg.).

A partir da energia de ligação nuclear $B(A, Z)$ podem-

-se investigar várias propriedades sistemáticas em função de N e Z (ou A e Z). Estas sistemáticas são utilizadas para estimar as massas dos núcleos desconhecidos e corrigir os dados experimentais incorretos. Elas fornecem também informações importantes sobre a estrutura nuclear. As quantidades de maior interesse no estudo dessas sistemáticas nucleares são as energias de decaimento beta, de decaimento alfa e as energias de separação de um neutron e de um próton. A fig. 2.1.2 ilustra de que modo os pares de núcleos são escolhidos para construir os vários tipos de sistemáticas. Como exemplo, as figs. 2.1.3, 2.1.4 e 2.1.5 apresentam as sistemáticas das energias de decaimento alfa, de separação de neutron e de próton, respectivamente, nas regiões de camadas fechadas. Observa-se então um comportamento diferente em torno dos números mágicos, o que mostra empiricamente a existência de camada fechada.

A sistemática da massa nuclear é muito útil para interpolar uma massa desconhecida, mas não é tão poderosa para extrapolare para uma região longe da linha de estabilidade beta, pois é apenas empírica. Então, para melhor compreender a propriedade das massas nucleares numa região mais ampla, as fórmulas de massa são muito utilizadas.

As massas nucleares, como já foi dito anteriormente, podem ser consideradas como compostas de duas partes: a primeira, representa uma função suave em Z e A (ou Z e N) e a segunda, uma função não suave também em Z e A , devido aos efeitos da estrutura individual dos núcleos. Por simplicidade, a primeira parte é chamada de macroscópica e a outra de microscópica. Uma boa fórmula de massa deve reproduzir essas duas características.

2 - A FÓRMULA DE MASSA MACROSCÓPICA: NÚCLEOS ESFÉRICOS

A parte macroscópica da energia de ligação dos núcleos na fórmula de massa semi-empírica de Myers-Swiatecki (22), baseada no modelo da gota líquida, contém sete componentes: as energias de repouso, as energias de volume, de superfície, de Coulomb, do termo de Wigner e de emparelhamento. Com relação ao número de nucleons A, os termos proporcionais a A^1 e $A^{2/3}$ são predominantes na equação de massa, que pode ser expressa por

$$M_{\text{macr}}(Z,A;\text{forma}) = M_N(A-Z) + M_H Z + E_V(Z,A) + E_S(Z,A;\text{forma}) + E_C(Z,A;\text{forma}) + E_W + E_{\text{emp}} \quad (2.2.1)$$

A expressão acima mostra uma dependência da forma nas energias de superfície e de Coulomb, a qual será introduzida na seção seguinte, com o modelo da gota líquida.

Para núcleos esféricos, a eq. (2.2.1) se reduz a

$$M_{\text{macr}}(Z,A) = M_N(A-Z) + M_H Z + E_V(Z,A) + E_S(Z,A) + E_C(Z,A) + E_W + E_{\text{emp}} \quad (2.2.2)$$

Em vez de se utilizar o valor da massa diretamente, por conveniência costuma-se usar o excesso de massa que é definido por:

$$M_{\text{exc}}(Z,A) = M(Z,A) - A \left[\frac{M(C^{12})}{12} \right] \quad (2.2.3)$$

Os termos relacionados com as energias de repouso, foram obtidos experimentalmente (27), sendo $M_{\text{exc}}(H) = 7.28899$ MeV para o átomo de Hidrogênio e $M_{\text{exc}}(N) = 8.07144$ MeV para o nêutron. Daqui por diante, todas as energias serão dadas em MeV.

Todos os componentes da fórmula de massa têm uma in -

interpretação física, que discutiremos a seguir.

Energia de Volume

O termo de energia de volume de ordem A^1 , representa uma aproximação na qual o tamanho do núcleo é infinito comparado com o alcance das forças nucleares. Esta energia pode ser identificada devido ao caráter saturante da força nuclear. A energia de ligação é proporcional ao número de massa do núcleo, logo ao seu volume e independe da forma do núcleo. Sua contribuição para a energia de ligação total é uma quantidade negativa. Para um núcleo em particular, a energia de volume é dada por:

$$E_V = - a_V A \quad (2.2.4)$$

O coeficiente a_V , isto é, a energia de ligação de volume por partícula ainda depende da composição nuclear

$$a_V = + a_1 \left[1 - k \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right] \quad (2.2.5)$$

A forma da dependência da eq. (2.2.5) é devido ao fato de que as forças nucleares são simétricas em relação ao excesso de neutrons $I = (N-Z)/A$, isto é, $E(A, I) = E(A, -I)$. Logo, as potências ímpares de I são eliminadas. Os núcleos conhecidos apresentam um valor pequeno para $\left(\frac{N-Z}{A} \right)$, assim apenas o termo $\left(\frac{N-Z}{A} \right)^2$ é mantido. Termos de ordem mais altas são considerados em alguns trabalhos, mas a evidência dos mesmos é muito difícil de se obter (28).

O valor de k é importante para os núcleos pesados, como por exemplo, nos cálculos de barreira de fissão, na posição

da linha de estabilidade e no decaimento alfa (11,29,30,31).

Energia de Superfície

Uma característica geral dos núcleos finitos é o fato que as partículas na superfície têm menos vizinhos do que no interior do núcleo. Este termo é então proporcional à área de superfície do núcleo (no caso esférico : $S \sim 4\pi R^2 \equiv 4\pi(r_0 A^{1/3})^2$) representando a perda de ligação dos nucleons próximo à superfície do núcleo. Ele é positivo e diminui a energia de ligação.

Assim, a energia de superfície que aparece como uma correção ao termo de volume é

$$E_s = a_s A^{2/3} f(\text{forma}) \quad (2.2.6)$$

onde $f(\text{forma})$ indica a dependência da energia de superfície com a forma em relação ao núcleo esférico.

Para núcleos esféricos, a eq. (2.2.6) se reduz a

$$E_s = a_s A^{2/3} \quad (2.2.7)$$

Para núcleos leves, o termo de superfície é responsável pelo acréscimo da energia de ligação por partícula, com o aumento do número de massa A ou, pelo decréscimo da razão entre a área de superfície e o volume, quando o volume aumenta. A constante a_s , avaliada a partir dos dados empíricos, poderia conter muitas contribuições tais como, uma dependência em A da densidade ou das correlações, que não precisam ser proporcionais à área de superfície do núcleo. Algumas investigações teóricas foram feitas baseadas no modelo estatístico (32,33).

Para núcleos pesados, a energia de superfície é um

fator importante nos cálculos de altura de barreira de fissão, através da razão entre a energia de superfície nuclear e a energia de Coulomb (22,30).

Levando em conta a dependência na composição nuclear, o coeficiente da energia de superfície é

$$a_s = a_2 \left[1 - k \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right] \quad (2.2.8)$$

Assim, os dois primeiros termos da energia de ligação da parte nuclear tornam-se

$$(a_1 A - a_2 A^{2/3}) \times \left[1 - k \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right] \quad (2.2.9)$$

Energia de Simetria

A eq. (2.2.9) contém o termo proporcional a $((N-Z)/A)^2$ que normalmente se refere à energia de simetria. O efeito de simetria contribui positivamente, favorecendo aos núcleos com $N = Z$, que fornecem um número maior de pares simétricos, resultando em maior estabilidade. Para núcleos com $N \neq Z$, um número maior de pares antissimétricos são formados, resultando numa energia de ligação pequena, devido ao Princípio de Pauli e ao potencial nuclear. Logo, quando $|N-Z|$ cresce, o núcleo torna-se gradualmente instável. A energia de simetria na fórmula de massa inclui um termo de simetria de volume e um de simetria de superfície.

Termo de Wigner

Termo de Wigner

Além da energia de simetria, existe um termo que depende de $|\frac{N-Z}{A}|$, especialmente para os núcleos leves, conhecido como termo de Wigner. Foi introduzido devido a um efeito sistemático presente nas tendências experimentais nas vizinhanças dos núcleos com $N = Z$. Este termo representa uma ligação extra e é expresso por conveniência como uma função exponencial (22) de curto alcance, isto é

$$E_W = - 7 \exp (-6 |\frac{N-Z}{A}|) \quad (2.2.10)$$

Em particular, a dependência desta ligação adicional com a forma do núcleo é desconhecida. Entretanto, a existência deste termo é clara, podendo então ser incorporado de modo satisfatório na fórmula de massa.

Energia de Coulomb

A energia de ligação, cujo termo é inversamente proporcional a $A^{1/3}$, é a de Coulomb, proveniente de uma força de longo alcance, devido a repulsão eletrostática entre os prótons. Ela cresce com Z^2 e, depende da forma do núcleo, considerando que a distribuição de carga elétrica é homogênea no núcleo. A energia de Coulomb é expressa por

$$E_c = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} \frac{Z^2}{A^{1/3}} g(\text{forma}) \quad (2.2.11)$$

onde o fator $g(\text{forma})$ indica a dependência da energia de Coulomb com a forma nuclear em relação aos núcleos esféricos, r_0 é a constante do raio do núcleo na sua forma esférica de equilíbrio -

bro e e, a carga eletrônica.

Para núcleos esféricos, a eq. (2.2.11) se reduz a

$$E_c = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad (2.2.12)$$

Nos núcleos pesados, a repulsão Coulombiana é muito grande e responsável pelo decréscimo da energia de ligação por partícula.

A introdução de uma correção de difusão para a energia de Coulomb na fórmula de massa é feita através da expressão

$$\Delta E_c = E_c^{\text{difusa}} - E_c^{\text{nítida}}$$

$$\Delta E_c = -4\pi Ze \int_{-\infty}^{\infty} dn n \delta\rho = -\frac{\pi^2}{2} \frac{e^2}{r_0} \left(\frac{d}{r_0}\right)^2 \frac{Z^2}{A} \quad (2.2.13)$$

onde n é a distância normal da superfície e $\delta\rho$ é a diferença entre as densidades de carga difusa e nítida ($\delta\rho = \rho_{\text{difusa}} - \rho_{\text{nítida}}$).

A expressão geral para E_c é então dada por

$$E_c = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} \frac{Z^2}{A^{1/3}} g(\text{forma}) - \frac{\pi^2}{2} \frac{e^2}{r_0} \left(\frac{d}{r_0}\right)^2 \frac{Z^2}{A} \quad (2.2.14)$$

O segundo termo de E_c corrige então a energia de uma gota formada arbitrariamente devido à difusão da distribuição da carga. O parâmetro de espessura d, numa distribuição do tipo de Fermi (ou Woods-Saxon), apresenta uma queda assintótica da densidade de carga sobre a superfície da gota. Esta queda da densidade é uma das principais conclusões obtidas por espalhamento

de elétrons devido ao fato do núcleo não possuir uma superfície bem definida. O valor encontrado para o parâmetro de espessura (em Stanford) foi de 0.5461 fm.

Energia de Emparelhamento

A energia de emparelhamento é o último termo na fórmula de massa para núcleos esféricos. Ela expressa a estabilidade extra dos núcleos com neutrons e prótons emparelhados. É um termo de correção pelo fato de se ter omitido o spin intrínseco dos nucleons. Convencionalmente, a energia de emparelhamento é considerada zero para núcleos com A ímpar e tem sido determinada empiricamente por Zeldes e colaboradores (20).

$$E_{\text{emp}} = \begin{cases} 12 A^{-1/2} & , \quad \text{núcleo ímpar-ímpar} \\ 0 & , \quad A \text{ ímpar} \\ -12 A^{-1/2} & , \quad \text{núcleo par-par} \end{cases} \quad (2.2.15)$$

Assim, a eq. (2.2.1) permite estudar a energia macroscópica dos núcleos. A dependência com a forma nuclear será vista na seção seguinte.

3 - A ENERGIA DE DEFORMAÇÃO

O modelo da gota líquida é o mais simples modelo nuclear introduzido para tentar compreender os fenômenos coletivos do núcleo. Este modelo considera o núcleo como uma gota un-

formemente carregada, de densidade constante, possuindo uma superfície bem definida. Supondo que o núcleo é incompressível, de densidade constante, impõe-se a condição de que o volume total de uma gota permaneça constante.

A gota líquida, em condições normais, possui uma forma esférica ou, em certos casos, uma pequena deformação intrínseca. Adquirindo energia (radiação eletromagnética ou outro agente externo) ela se deforma, mantendo um eixo de simetria. O eixo de simetria é escolhido como o eixo polar de um sistema de coordenadas esféricas.

Na fórmula de massa, vista anteriormente, a energia de superfície e a energia Coulombiana dependem da forma do núcleo. Esta forma pode ser descrita, para deformações próximas da forma esférica por uma expansão do tipo:

$$R(\theta, \phi) = R_0 \left[1 + \sum_{\lambda} \sum_{\mu} a_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \right] \quad (2.3.1)$$

onde R_0 é o raio do núcleo na sua forma esférica de equilíbrio e $a_{\lambda\mu}$ são coordenadas generalizadas que descrevem as deformações da superfície nuclear.

No caso de se considerar apenas as deformações axialmente simétricas, por meio da expansão do raio vetor R em polinômios de Legendre, tem-se que

$$R(\theta) = R_0 \left[1 + \sum_{\ell=0}^{\infty} a_{\ell} P_{\ell}(\cos \theta) \right] \quad (2.3.2)$$

onde os a_{ℓ} são parâmetros de deformação.

A constância do volume nuclear especifica que $a_0 = 0$.

Além disso, $a_1 = 0$ porque o centro de gravidade da gota permanece invariável, isto é, os centros da gota deformada e não deformada são os mesmos. Em geral, para a deformação do núcleo no estado fundamental, somente o segundo termo a_2 é mantido na expansão.

Em vez de usar os coeficientes da expansão em polinômios de Legendre para formas axialmente simétricas, a deformação elipsoidal é também utilizada. Para pequenas deformações em que se retém até o segundo termo na expansão de Legendre estes dois tipos de deformações são equivalentes.

A deformação elipsoidal que preserva o volume pode ser descrita como

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (2.3.3)$$

que representa a superfície do núcleo

A introdução de dois novos parâmetros para descrever as coordenadas polares é dado por σ (grandeza de deformação) e γ (parâmetro de forma). Estes estão relacionados com os semi-eixos a , b e c por:

$$\begin{aligned} a &= R_0 \exp \left[\sigma \cos(\gamma - 2\pi/3) \right] \\ b &= R_0 \exp \left[\sigma \cos(\gamma + 2\pi/3) \right] \\ c &= R_0 \exp \left[\sigma \cos \gamma \right] \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

que são necessários para satisfazer a condição de constância de volume,

$$abc = R_0^3 \quad (2.3.5)$$

Usando a referência (34), obtêm-se as seguintes expressões:

$$f = 1 + \frac{2}{5} \sigma^2 - \frac{2}{21} \sigma^3 \cos 3\gamma + \dots \quad (2.3.6)$$

$$g = 1 - \frac{1}{5} \sigma^2 - \frac{1}{105} \sigma^3 \cos 3\gamma + \dots \quad (2.3.7)$$

Além de f e g , introduz-se também uma medida de deformação para uso futuro no capítulo III. Esta medida é definida pela média quadrática do desvio do raio vetor $R(\theta, \phi)$ especificando a superfície nuclear com relação ao seu valor médio R_0 , isto é,

$$\begin{aligned} \overline{(\partial R)^2} &= \frac{\int d\Omega (R(\theta, \phi) - R_0)^2}{4\pi} \\ &= \frac{R_0^2}{4\pi} \beta^2 \\ &= R_0^2 \frac{1}{5} \sigma^2 \left(1 - \frac{1}{7} \sigma \cos 3\gamma\right) + \dots \quad (2.3.8) \end{aligned}$$

onde β é o parâmetro usual de deformação de quadrupolo.

As eqs. (2.3.6), (2.3.7) e (2.3.8) podem ser reescritas, introduzindo $\alpha^2 = (5/4\pi)\beta^2$ como uma nova variável

$$f = 1 + \frac{2}{5} \alpha^2 - \frac{4}{105} \alpha^3 \cos 3\gamma + \dots \quad (2.3.9)$$

$$g = 1 - \frac{1}{5} \alpha^2 - \frac{4}{105} \alpha^3 \cos 3\gamma + \dots \quad (2.3.10)$$

$$\overline{(\partial R)^2} = R_0^2 \frac{1}{5} \alpha^2 \quad (2.3.11)$$

Para pequenas deformações elipsoidais, as eqs. (2.3.9) e (2.3.10) foram introduzidas na fórmula de massa baseada no mo

delo da gota líquida (22), devido à dependência da forma, nas energias de superfície e de Coulomb. A eq. (2.3.11) entra somente em termos de correção de camada quando for estudada a função $S(N,Z; \text{forma})$ de Myers-Swiatecki.

Foi visto na seção anterior que apenas as energias de superfície e de Coulomb dependem da forma. Assim, as formas explícitas para essas energias são

$$E_s(Z,A; \text{forma}) = a_s A^{2/3} \left(1 + \frac{2}{5} \alpha^2 - \frac{4}{105} \alpha^3 \cos 3\gamma \right) \quad (2.3.12)$$

e

$$E_c(Z,A; \text{forma}) = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} \frac{Z^2}{A^{1/3}} \left[1 - \frac{1}{5} \alpha^2 - \frac{4}{105} \alpha^3 \cos 3\gamma \right] - \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{d}{r_0} \right)^2 \frac{e^2}{r_0} \frac{Z^2}{A} \quad (2.3.13)$$

O primeiro termo na expansão da energia de superfície e o da energia Coulombiana, referem-se à gota não deformada. A dependência da forma na correção de difusão é desprezada.

A energia total da gota deformada é dada então por

$$E_{\text{def}} = \left[E_s(Z,A; \text{forma}) - E_s(Z,A) \right] + \left[E_c(Z,A; \text{forma}) - E_c(Z,A) \right] \quad (2.3.14)$$

ou

$$E_{\text{def}} = \left[\frac{2}{5} a_s A^{2/3} - \frac{1}{5} c_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right] \alpha^2 - \frac{4}{105} \left[a_s A^{2/3} + c_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right] \alpha^3 \cos 3\gamma \quad (2.3.15)$$

onde $c_3 = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0}$.

Introduzindo uma variável adimensional $\theta = \frac{\alpha}{\alpha_0}$, pode-se mostrar mais claramente a dependência da energia com a deformação:

$$E_{def} = E\theta^2 - F\theta^3 \cos 3\gamma \quad (2.3.16)$$

O valor de $\cos 3\gamma$ na eq. (2.3.16) é um para um elipsoide prolato de revolução; menos um, para um oblato e zero para um esferoide com um semi-eixo de comprimento unitário.

O coeficiente E que especifica a rigidez da gota líquida contra pequenas deformações esferoidais e o coeficiente F que é o termo cúbico são expressos por:

$$\begin{aligned} E &= \left[\frac{2}{5} a_s A^{2/3} - \frac{1}{5} c_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right] \alpha_0^2 \\ &= \frac{2}{5} a_s A^{2/3} (1 - x) \alpha_0^2 \end{aligned} \quad (2.3.17)$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{4}{105} \left[a_s A^{2/3} + c_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right] \alpha_0^3 \\ &= \frac{4}{105} a_s A^{2/3} (1 + 2x) \alpha_0^3 \end{aligned} \quad (2.3.18)$$

onde $x = (c_3/2a_s) Z^2/A$ é o parâmetro de fissionabilidade. O valor de α_0 dado nas eqs. (2.3.17) e (2.3.18) é

$$\alpha_0 = \sqrt{5} \left(\frac{a}{R_0} \right) = \sqrt{5} \left(\frac{a}{r_0} \right) A^{-1/3} \quad (2.3.19)$$

A quantidade a que aparece na eq. (2.3.19) é um coefi

ciente ajustável que determina o amortecimento das camadas dos núcleos quando a forma nuclear varia (ver cap. III, seção 2).

A fórmula de massa semi-empírica para os núcleos de -
formados, sem levar em conta os efeitos de camadas é

$$M_{\text{macr}}(Z,A;\text{forma}) = M_{\text{macr}}(Z,A) + E_{\text{def}}(Z,A;\text{forma}) \quad (2.3.20)$$

onde $M_{\text{macr}}(Z,A)$, dada pela eq. (2.2.2), corresponde à massa de uma gota esférica e $E_{\text{def}}(Z,A;\text{forma})$ é dada pela eq. (2.3.16).

As configurações de equilíbrio são definidas pelas condições:

$$\frac{\partial M}{\partial \Theta} = 0 \quad (2.3.21)$$

e

$$\frac{\partial M}{\partial \gamma} = 0 \quad (2.3.22)$$

A eq. (2.3.22) é sempre satisfeita para $\gamma = 0$, $\pm \frac{1}{3} \pi$ ou $\pm \frac{2}{3} \pi$.

Fazendo uma restrição somente para a deformação prolata, isto é, para $\gamma = 0$, a curva da energia de deformação (eq. (2.3.16)) em relação à elongação se apresenta conforme as figs. 2.3.1 e 2.3.2. Assim, sem levar em conta o efeito de camada, os núcleos que têm $x < 1$, apresentam ponto de equilíbrio na sua configuração esférica e para os núcleos com $x \geq 1$, não existe ponto de equilíbrio. Por isso, a quantidade x é chamada de parâmetro de fissionabilidade.

4 - O MODELO DA GOTÍCULA

O modelo da gotícula para núcleos esféricos (23), foi introduzido como um refinamento sistemático do modelo da gota líquida. Recentemente (24) foi estendido de modo a incluir formas arbitrárias.

O modelo da gotícula considera as correções associadas ao tamanho finito dos núcleos, tais como a diferença das distribuições de prótons e neutrons e a curvatura da superfície nuclear. Ele leva em conta também o efeito da compressibilidade. Estes refinamentos podem ser analisados como termos adicionais numa expansão das quantidades nucleares médias em função de uma razão adimensional. No caso nuclear, a razão do espaçamento entre partículas para o raio nuclear é da ordem de $A^{-1/3}$ ($R = r_0 A^{1/3}$, $r_0/R = A^{-1/3}$) e é considerada como parâmetro de expansão.

Este modelo apresenta também uma descrição mais precisa da dependência da composição nuclear, incluindo um tratamento com termos de ordens mais altas no excesso de neutrons, ou assimetria nuclear I , definida por $I = (N-Z)/(N+Z)$. Além da energia de simetria do modelo da gota líquida, que é proporcional a $I^2 A$, ele inclui o próximo termo em $I^4 A$. Outro termo que também é adicionado além de $A^{1/3}$ e $I^4 A$, é o termo proporcional a $I^2 A^{2/3}$. Este termo é a energia de simetria da superfície que surge da dependência da tensão superficial na composição nuclear.

A característica que distingue o modelo da gotícula do modelo da gota líquida é que as distribuições das densidades de neutron e de próton podem variar de modo a minimizar a ener-

gia nuclear total. Esta liberdade adicional está diretamente ligada à estrutura nuclear macroscópica.

De acordo com a idéia do modelo da gotícula consideram-se as distribuições de neutron e de próton em torno da matéria nuclear, isto é

$$\rho_N(r) \approx \rho_Z(r) \approx \frac{1}{2} \rho_0 \quad (2.4.1)$$

onde $\rho_N(r)$ e $\rho_Z(r)$ são funções da distribuição da densidade de neutrons e de prótons e ρ_0 é a densidade de equilíbrio da matéria nuclear dada por $\rho_0 = \left(\frac{4}{3} \pi r_0^3\right)^{-1}$.

Assim, os parâmetros introduzidos pelas expressões

$$\epsilon(r) = -\frac{1}{3} \frac{(\rho_N(r) + \rho_Z(r) - \rho_0)}{\rho_0} \quad (2.4.2)$$

e

$$\delta(r) = \frac{\rho_N(r) - \rho_Z(r)}{\rho_N(r) + \rho_Z(r)} \quad (2.4.3)$$

são pequenos em relação à unidade, como mostram as figs. 2.4.1 e 2.4.2. O valor de $\delta(r)$, de um modo mais rigoroso, nem sempre é pequeno em relação à unidade pois, devido à difusão dos neutrons ("neutron skin"), ele tende para a unidade perto da superfície do núcleo.

Para tratar o efeito da difusão de neutrons ("neutron skin"), uma nova variável é introduzida. Trata-se da espessura da difusão do neutron τ , que dá a largura da região na qual δ toma um valor próximo da unidade.

A configuração que dá o mínimo da energia total do núcleo, para um determinado A, Z e sua deformação é

$$\begin{aligned}
 E(Z, A; \text{forma}) = & \left[-a_1 + J \bar{\delta}^2 - \frac{1}{2} K \bar{\epsilon}^2 + \frac{1}{2} M \bar{\delta}^4 \right] A \\
 & + \left[a_2 + \frac{9}{4} \left(\frac{J^2}{Q} \right) \bar{\delta}^2 \right] A^{2/3} B_s + a_3 A^{1/3} B_k \quad (2.4.4) \\
 & + c_1 Z^2 A^{-1/3} B_c - c_2 Z^2 A^{1/3} B_r - c_3 Z^2 A^{-1} - c_4 Z^{4/3} A^{-1/3} - c_5 Z^2 B_w
 \end{aligned}$$

onde

$$I = \frac{(N-Z)}{A} \quad (2.4.5)$$

$$\bar{\delta} = \frac{\left[I + \frac{3}{16} \left(\frac{c_1}{Q} \right) Z A^{-2/3} B_v \right]}{\left[1 + \frac{9}{4} \left(\frac{J}{Q} \right) A^{-1/3} B_s \right]} \quad (2.4.6)$$

$$\bar{\epsilon} = \left[-2a_2 A^{-1/3} B_s + L\bar{\delta}^2 + c_1 Z^2 A^{-4/3} B_c \right] / K \quad (2.4.7)$$

A espessura média da difusão do neutron ("neutron skin thickness") $\bar{\tau}$ é dada por:

$$\bar{\tau} = \frac{2A}{\rho_0 r_0 S} (I + \bar{\delta}) \quad (2.4.8)$$

onde S é a área de superfície nuclear.

Deve-se notar que o papel de I (excesso de neutrons) na fórmula da gota líquida é substituído por $\bar{\delta}$ que contém o efeito da configuração dos neutrons e dos prótons no meio nuclear.

Como os parâmetros τ e δ estão ligados mais diretamente à configuração nuclear do que I, é interessante então utili-

zã-los para descrever os fenômenos macroscópicos. De fato, uma verificação do comportamento destas quantidades em reação foto nuclear mostrou uma excelente consistência no modelo hidrodinâmico (32).

Na eq. (2.4.4) existem três componentes para a energia de ligação total: a energia de volume, de superfície e de Coulomb.

Energia de Volume

A energia de ligação de volume contribui com quatro termos, a saber: $-a_1$, a energia de ligação por partícula do modelo da gota líquida; $+j\bar{\delta}^2$, o termo de assimetria de volume que corrige a ligação para o excesso de neutrons; $-\frac{1}{2} k\bar{\epsilon}^2$, o termo que dá uma ligação extra resultante da competição entre várias forças de compressão e dilatação e, a compressibilidade do volume nuclear; e $+\frac{1}{2} M\bar{\delta}^4$, que é o termo de energia de simetria de ordem mais alta.

Energia de Superfície

A energia de ligação de superfície consiste de três termos. O primeiro é o coeficiente a_2 , que especifica a energia de superfície nuclear. A quantidade $\frac{9}{4} \left(\frac{j^2}{0}\right) \bar{\delta}^2$ corresponde a energia de simetria na superfície. Em contraste com o modelo da gota líquida, o coeficiente deste termo está relacionado com aquele da parte volumétrica, pois a assimetria de volume $\bar{\delta}$ está associada com a difusão de neutrons na superfície pela eq. (2.4.8). O termo em $A^{1/3}$ é a correção de curvatura para a energia de superfície.

Energia de Coulomb

A energia de ligação de Coulomb é constituída de cinco termos. O primeiro é a energia de Coulomb de uma esfera de superfície limitada de raio $R = r_0 A^{1/3}$, onde o coeficiente c_1 é dado por:

$$c_1 = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} \quad (2.4.9)$$

O segundo termo é uma correção para a redistribuição de partículas no volume nuclear devido à repulsão de Coulomb que produz uma depressão central. O coeficiente c_2 se expressa como:

$$c_2 = \frac{c_1^2}{168} \left(\frac{1}{2J} + \frac{9}{K} \right) \quad (2.4.10)$$

O termo seguinte é uma correção da difusão, onde c_3 é:

$$c_3 = \frac{5}{2} c_1 \left(\frac{b}{r_0} \right)^2 \quad (2.4.11)$$

e $b = 0.99$ fm. é uma medida da difusão na superfície nuclear.

O quarto termo é uma correção de troca e c_4 é definido por:

$$c_4 = \frac{5}{4} \left(\frac{3}{2\pi} \right)^{2/3} c_1 \quad (2.4.12)$$

O último termo é uma redistribuição da energia de superfície, associada com a não uniformidade da espessura da difusão do nêutron, causada pelas forças eletrostáticas. O seu coeficiente é:

$$c_5 = \frac{c_1^2}{64Q} \quad (2.4.13)$$

Os nove coeficientes para o cálculo da eq. (2.4.4) fo

ram escolhidos com os seguintes valores:

- $a_1 = 15.986$ MeV, coeficiente da energia de volume
 $a_2 = 20.76$ MeV, coeficiente da energia de superfície
 $a_3 = 0$ MeV, coeficiente da correção de curvatura
 $r_0 = 1.175$ fm, constante do raio nuclear
 $J = 36.5$ MeV, coeficiente da energia de simetria
 $Q = 17$ MeV, rigidez da superfície efetiva
 $K = 240$ MeV, coeficiente da compressibilidade
 $L = 100$ MeV, coeficiente da densidade de simetria
 $M = 0$ MeV, coeficiente que especifica o desvio da energia de simetria de uma dependência quadrática.

As seis energias relativas B_i são funções somente da forma nuclear e definidas de modo que tenham um valor unitário para os núcleos esféricos. As quantidades B_S e B_C são as energias de superfície e de Coulomb (modelo da gota líquida), B_K é a energia de curvatura, B_r é a energia de redistribuição de Coulomb no volume nuclear e B_W e B_V são dois tipos de energia de redistribuição de Coulomb na superfície nuclear (B_W é a energia de redistribuição de superfície; B_V é o efeito da difusão do neutron).

O primeiro termo do numerador na expressão de $\bar{\delta}$ é I, que é o excesso de neutron relativo; o segundo, é uma contribuição para a assimetria de volume de uma energia de Coulomb, que obriga os prótons a saírem da região central do núcleo. Os termos do denominador atuam como uma força restauradora, que tende a reduzir a assimetria do volume médio $\bar{\delta}$.

A expressão de $\bar{\epsilon}$ apresenta três termos: a compressão da superfície, a dilatação devido ao excesso de neutrons e a

dilatação de Coulomb. Para núcleos esféricos, estes termos quase se cancelam, predominando somente uma pequena compressão.

A eq. (2.4.4) refere-se somente à energia total minimizada. O modelo \bar{e} é então incorporado nas fórmulas de massa. Seus coeficientes são variados até se obter uma concordância possivelmente melhor entre os valores calculados e experimentais das massas nucleares no estado fundamental. Entretanto, os coeficientes que aparecem na fórmula original (antes da minimização) também podem ser analisados empiricamente aplicando o modelo para o fenômeno dinâmico (35).

O modelo da gotícula, por ser uma teoria refinada de grande importância, é muito utilizado nos estudos das massas nucleares no estado fundamental, nos cálculos de barreiras de fissão e nos de colisões de íons-pesados, onde formas altamente distorcidas são envolvidas.

CAPÍTULO III

AS CORREÇÕES DE CAMADAS:

MODELO FENOMENOLÓGICO DE MYERS-SWIATECKI

A importância de se adicionar termos de correções de camadas à energia macroscópica, foi reconhecida por muitos autores, que tentaram obter fórmulas de massas mais exatas.

Uma das teorias mais eficientes para introduzir o mecanismo dos efeitos de camadas sobre a massa nuclear é conhecida como método de Strutinsky (18). Este método consiste em representar a energia potencial em termos da energia da gota líquida mais um termo de correção de camada.

O método de Strutinsky é baseado no fato de que, numa aproximação razoável, a correção de camada pode ser relacionada com a flutuação da densidade de nível do espectro discreto e do espectro contínuo. Esta correção pode ser definida como uma diferença entre a soma total das energias de partículas simples e a soma das energias de nucleons simples numa distribuição uniforme. Para utilizar este método de cálculo, é preciso conhecer todos os níveis de partículas simples.

A localização dos níveis de partículas simples num poço de potencial nuclear é uma função da deformação. Deste modo, a deformação é construída naturalmente na correção de camada e nenhuma dependência extra com a deformação é necessária.

Nas aplicações do método de Strutinsky, as energias de partículas simples são normalmente geradas a partir de potenciais fenomenológicos do modelo de camadas (36,37,38). Estes potenciais devem ser relacionados com uma dada forma, de modo que a densidade real dos momentos de multipolo e a densidade da gotícula sejam iguais.

Uma vantagem do método de Strutinsky é que ele pode ser utilizado para distribuições arbitrárias das energias de partículas simples. Uma desvantagem, entretanto, é o fato de envolver uma grande quantidade de cálculo numérico.

Existe um método mais simples para se calcular as correções de camadas, conhecido como o método semi-empírico de Myers-Swiatecki (22). O método consiste também em calcular a diferença de energia dos sistemas que levam em conta dois espectros de energia: discreto e contínuo. Mas, em contraste com o método de Strutinsky (18), aquele parte de um sistema de espectro contínuo (gás de Fermi) e gera o espectro discreto pelo agrupamento fenomenológico do espectro contínuo. Deste modo, obtém-se uma fórmula analítica para o efeito de camada, que contém um ou dois parâmetros ajustáveis.

Neste capítulo, estuda-se este método e faz-se uma análise do resultado em relação ao efeito de camada experimental.

1 - A FUNÇÃO DE CAMADA

O método fenomenológico de Myers-Swiatecki (22) consiste num termo de correção simples, que se baseia numa descrição de movimento de partícula independente, num volume nuclear

esférico. Uma suposição qualitativa, apresentada para os efeitos de camadas, era que eles devem estar relacionados com o agrupamento dos níveis de partículas simples naquele volume nuclear, isto é,

$$S(N,Z) = \sum_i \epsilon_i(\text{discreto}) - \int \epsilon(\text{contínuo}) \quad (3.1.1)$$

A expressão acima é considerada como sendo a diferença entre uma soma sobre todas as contribuições das energias de partículas simples nos casos discreto e contínuo.

Para se obter um método bem simplificado, foi considerado o caso em que os níveis de energia do espectro contínuo correspondam aos níveis de um espectro de gás de Fermi degenerado, estando as bandas completamente agrupadas em níveis degenerados.

De acordo com o modelo do gás de Fermi, considera-se um poço de potencial nuclear para os N neutrons e outro para os Z prótons, para os núcleos com $A = N + Z$ partículas.

Supõe-se que o poço de potencial (poço do neutron igual ao do próton) para um gás de Fermi uniforme é preenchido até uma profundidade constante, independente de A e igual à energia de Fermi E_F .

Como a energia cinética, num gás de Fermi é proporcional a $A^{2/3}$ a energia máxima, no caso contínuo, para os prótons e neutrons será dada, respectivamente por:

$$E_Z = E_F \left(\frac{Z}{1/2A} \right)^{2/3} \quad (3.1.2)$$

$$E_N = \left(\frac{N}{1/2A} \right)^{2/3} \quad (3.1.3)$$

onde $E_F = \left(\frac{9}{8} \pi \right)^{2/3} \left(\frac{\hbar^2}{2mr_0^2} \right) \bar{\epsilon}$ é a energia de Fermi de um núcleo padrão, m é a massa do nucleon e r_0 , a constante do raio nuclear.

Levando em conta que a energia do enegésimo neutron, num poço de potencial nuclear com uma profundidade fixa (isto é, para um dado A) está relacionada com $N^{2/3}$ (eq. (3.1.3)), tem-se que

$$E_n = \frac{E_N}{N^{2/3}} n^{2/3} \quad (3.1.4)$$

Logo, a energia cinética total de N neutrons no caso contínuo é:

$$\begin{aligned} E_{\text{cin}}^c(N) &= \int_0^N E_n \, dn \\ &= \frac{E_N}{N^{2/3}} \int_0^N n^{2/3} \, dn \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

O espectro discreto, por sua vez, resulta do corte do espectro contínuo em grupos, com as partículas populando as camadas entre os números mágicos. Cada grupo é, então, comprimido para produzir uma série de bandas com "gaps" nos números mágicos de acordo com a fig. 3.1.1. Neste caso, a energia cinética total dos N neutrons é obtida a partir de uma função escada $q(n)$.

Por analogia com o caso contínuo

$$E_{\text{cin}}^d(N) = \frac{E_N}{N^{2/3}} \int_0^N q(n) \, dn \quad (3.1.6)$$

onde $q(n)$ é uma função escada adimensional definida em termos de $E_{\text{escada}}(n)$

$$E_{\text{escada}}(n) = \frac{E_N}{N^{2/3}} q(n)$$

e

$$q(n) = q_i = \frac{N^{2/3}}{E_N} E_i, \quad \text{para } M_{i-1} < n < M_i \quad (3.1.7)$$

Todos os níveis entre dois números mágicos consecutivos têm uma mesma energia E_i . Portanto, todos os nucleons entre esses números mágicos, quando integrados de 0 a N , contribuem com uma série de constantes E_i , uma para cada camada. Os E_i são os degraus de altura constante da função $E_{\text{escada}}(n)$, entre estes números consecutivos. Os números mágicos são dados pelos M_i , apresentando os seguintes valores:

2, 8, 14(20), 28; 50, 82, 126, 184, para neutrons

2, 8, 14(20), 28, 50, 82, 114, 164, para prótons

Assim, a diferença entre a energia cinética total para um gás de neutron nos casos discreto e contínuo é dado por

$$\Delta E_{\text{cin}}(N) = E_{\text{cin}}^d(N) - E_{\text{cin}}^c(N) \quad (3.1.8)$$

Substituindo as eqs. (3.1.5) e (3.1.6) na expressão acima, tem-se

$$\Delta E_{\text{cin}}(N) = \frac{E_N}{N^{2/3}} \int_0^N [q(n) - n^{2/3}] dn \quad (3.1.9)$$

ou

$$\Delta E_{\text{cin}}(N) = \frac{E_N}{N^{2/3}} F(N) \quad (3.1.10)$$

Para um gás de prótons, obtêm-se uma expressão análoga

$$\Delta E_{\text{cin}}(Z) = \frac{E_Z}{Z^{2/3}} \int_0^Z [q(n) - n^{2/3}] dn \quad (3.1.11)$$

ou

$$\Delta E_{\text{cin}}(Z) = \frac{E_Z}{Z^{2/3}} F(Z) \quad (3.1.12)$$

A diferença entre a função escada $q(n)$ e a função suave $n^{2/3}$ pode ser vista na fig. 3.1.2 e quando integrada até N ou Z , dá a função de camada $F(N)$ ou $F(Z)$ para núcleos esféricos.

Logo, para um gás de neutrons e de prótons a soma das diferenças das energias cinéticas nos casos discreto e contínuo é dado por:

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{cin}}^T(N, Z) &= \frac{E_N}{N^{2/3}} F(N) + \frac{E_Z}{Z^{2/3}} F(Z) \\ &= \frac{E_F}{(A/2)^{2/3}} [F(N) + F(Z)] \\ &= S_1(N, Z) \end{aligned} \quad (3.1.13)$$

ou seja, por definição,

$$S_1(N, Z) = S(N) + S(Z) \quad (3.1.14)$$

O valor de $S_1(N, Z)$ é sempre positivo, exceto nos núcleos duplamente mágicos (N e Z mágicos) onde $S_1(N, Z) = 0$.

É então necessário introduzir um parâmetro de ajuste para baixar a correção, fazendo-a algumas vezes positiva e ou - tras negativa, para que se obtenha uma concordância com os da- dos experimentais. Este parâmetro é dado por

$$\text{Parâmetro de Ajuste} = \frac{1}{2^{2/3}} \cdot \left[\frac{-\int_0^N c_1 dn - \int_0^Z c_1 dn}{(A/2)^{2/3}} \right]$$

$$= - c_1 A^{1/3} \quad (3.1.15)$$

O fator $2/3$ é introduzido por conveniência e $(A/2)^{2/3} = (N)^{2/3} = (Z)^{2/3}$.

A forma final da correção de camada para núcleos esfê- ricos é então dada por

$$S(N,Z) = C \left[S(N) + S(Z) - c_1 A^{1/3} \right] \quad (3.1.16)$$

onde C é o coeficiente da amplitude de oscilação de camada cal- culado por meio de um procedimento de ajuste, a partir dos da- dos experimentais.

A eq. (3.1.16) pode ser reescrita como

$$S(N,Z) = C \left[\frac{F(N) + F(Z)}{(A/2)^{2/3}} - c_1 A^{1/3} \right] \quad (3.1.17)$$

onde,

$$F(X) = \int_0^X \left[q(n) - n^{2/3} \right] dn \quad (3.1.18)$$

$$= q_i (X - X_{i-1}) - \frac{3}{5} (X^{5/3} - X_{i-1}^{5/3}), \quad \text{para } X_{i-1} < X < X_i$$

Supondo que cada valor de E_i seja colocado na posição média de uma banda contínua correspondente (isto é, no seu centro de gravidade) então q_i é o valor médio de $n^{2/3}$ entre dois números mágicos consecutivos

$$q_i = \frac{\int_{X_{i-1}}^{X_i} n^{2/3} dn}{\int_{X_{i-1}}^{X_i} dn} = \frac{3}{5} \frac{X_i^{5/3} - X_{i-1}^{5/3}}{X_i - X_{i-1}} \quad (3.1.19)$$

e os X_i e X_{i-1} são, portanto, dois números mágicos que limitam uma região de camada onde X está variando.

2 - EFEITO DE CAMADA PARA UM NÚCLEO DEFORMADO

O efeito de camada para um núcleo esférico, visto na seção anterior se expressa como:

$$S(N,Z) = C \left[S(N) + S(Z) - c_1 A^{1/3} \right] \quad (3.2.1)$$

Supõe-se que o efeito de camada, para uma deformação finita, decresce rapidamente, ou seja, como uma função gaussiana com relação à deformação. Myers e Swiatecki (22) multiplicam o termo de correção de camada dos núcleos esféricos por um fator de atenuação que depende da deformação, isto é, pelo amortecimento dos efeitos de camadas. Este fator apresenta uma forma relativamente simples: $e^{-\theta^2}$.

Com a escolha de uma função gaussiana de deformação para representar a variação do agrupamento dos níveis de ener -

gia, dentro de uma banda, obtêm-se a seguinte expressão para a correção de camada de um núcleo deformado:

$$S(N, Z; \text{forma}) = S(N, Z) e^{-\theta^2} \quad (3.2.2)$$

O parâmetro de deformação θ na eq. (3.2.2) é uma medida do desvio da forma nuclear em relação à esférica. Para pequenas deformações a quantidade θ é dada por

$$\theta = \frac{\alpha}{\alpha_0}$$

onde α é obtido por uma expansão do polinômio de Legendre (cap. II, seção 3):

$$\alpha = \sqrt{5} \times \sqrt{\frac{(\partial R)^2}{R_0^2}}$$

e

$$\alpha_0 = \sqrt{5} \times \left(\frac{a}{r_0}\right) A^{-1/3} \quad (3.2.3)$$

R_0 é o raio do núcleo; r_0 é a constante do raio nuclear; $\sqrt{\frac{(\partial R)^2}{R_0^2}}$ é a distorção do núcleo, especificando o desvio do raio vetor da superfície nuclear com relação ao seu valor médio R_0 . A quantidade a é um coeficiente que determina como os efeitos de camadas são amortecidos quanto a forma nuclear varia, sendo então o alcance da função gaussiana.

Qualitativamente, pode-se dar uma explicação para as correções de camadas nos núcleos esféricos e deformados.

Se a correção de camada é negativa, a forma de equilíbrio será esférica e estável conforme a fig. 3.2.1. Um exemplo deste caso é dado pela curva do Pb^{208} , que é um núcleo duplamente

te mágico, de acordo com a fig. 3.2.2. Quando o efeito de camada é positivo, o núcleo perde sua estabilidade, aparecendo então, uma configuração de equilíbrio estável não esférico como pode ser visto na fig. 3.2.3. Uma forma desta configuração deformada é apresentada na fig. 3.2.4 pela curva do Hf¹⁷⁴.

Uma das principais conseqüências qualitativas deste método provém do fato que o efeito de camada varia geralmente de valores negativos nas vizinhanças dos números mágicos, para valores positivos entre eles.

Como foi dito anteriormente, a fórmula de massa semi-empírica para os núcleos deformados, sem levar em conta os efeitos de camadas, apresenta duas contribuições: a energia de uma gota esférica e a energia de sua deformação, isto é, (cap. II, seção 3):

$$M(N, Z; \text{forma}) = M_{\text{macr}}(N, Z) + E_{\text{def}}(N, Z; \text{forma}) \quad (3.2.4)$$

onde

$$E_{\text{def}} = E\theta^2 - F\theta^3 \cos 3\gamma \quad (3.2.5)$$

e

$$E = \frac{2}{5} \left[a_s A^{2/3} (1-x) \right] \alpha_0^2 \quad (3.2.6)$$

Aqui, E é a energia relacionada com a tensão superficial da gota.

Introduzindo o termo de correção de camada dado pela eq. (3.2.2) na eq. (3.2.4) da fórmula de massa semi-empírica, tem-se:

$$M_{\text{total}}(N, Z; \text{forma}) = M_{\text{macr}}(N, Z) + E_{\text{def}}(N, Z; \text{forma}) + S(N, Z) e^{-\theta^2} \quad (3.2.7)$$

Para núcleos esféricos, a eq. (3.2.7) reduz-se a

$$M_{\text{total}}(N,Z) = M_{\text{macr}}(N,Z) + S(N,Z) \quad (3.2.8)$$

A expressão dada pela eq. (3.2.7) é a fórmula de massa semi-empírica de Myers-Swiatecki. Os dois primeiros termos correspondem à parte macroscópica e o terceiro termo é a correção de camada (efeito microscópico). Portanto, as massas nucleares apresentam duas características principais: propriedade macroscópica e estrutura de camada.

Um núcleo só será instável ou apresentará formas de equilíbrio não esféricas se a condição

$$\left. \frac{\partial^2 M(N,Z; \text{forma})}{\partial \theta^2} \right|_{\theta = 0} < 0 \quad (3.2.9)$$

for satisfeita. Isto ocorre quando a forma de equilíbrio de um núcleo esférico varia de estável para instável, com um aumento da função de camada S acima de um valor crítico S_{crit} , com o aparecimento de formas de equilíbrio deformadas

$$S > S_{\text{crit}}$$

O valor S_{crit} é simplesmente o coeficiente dado pela eq. (3.2.6), que especifica a rigidez da gota líquida para pequenas deformações

$$S_{\text{crit}} = E = 2 a_s \left(\frac{a}{r_0}\right)^2 (1 - x) \quad (3.2.10)$$

A deformação do estado fundamental \bar{e} é obtida minimizando a expressão resultante, dada pela eq. (3.2.7) com relação à deformação, logo,

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial M}{\partial \gamma} = 0 \quad (3.2.11)$$

A condição $\partial M / \partial \gamma$ é sempre satisfeita para $\gamma = 0, \pm \frac{1}{3} \pi$ ou $\pm \frac{2}{3} \pi$. Para simplificar, escolhe-se $\gamma = 0$ (forma esferoidal prolata axialmente simétrica). A configuração de equilíbrio para o estado fundamental do núcleo é então:

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[E_{\text{def}}(N, Z; \text{forma}) + S(N, Z) e^{-\theta^2} \right] = 0$$

ou

$$E\theta - \frac{3}{2} F\theta^2 - S\theta e^{-\theta^2} = 0 \quad (3.2.12)$$

O coeficiente F será desprezado no momento, a fim de que uma configuração mais simples possa ser obtida para as formas de equilíbrio.

A condição para que um núcleo seja esférico é que $\theta = 0$ na eq. (3.2.12), ou no caso de uma configuração não esférica que

$$\theta = \pm \left[\ln(S/S_{\text{crit}}) \right]^{1/2} \quad (3.2.13)$$

O sinal (+) corresponde a uma forma prolata enquanto que o sinal (-), a uma oblata.

As formas de equilíbrio deformadas ocorrem, primeiro, quando $\ln(S/S_{\text{crit}})$ é ligeiramente negativo, isto é, quando S é

um pouco menor que S_{crit} e a esfera é ainda estável. Logo, as deformações estáveis são, em princípio, proporcionais a $\pm (S - S_{crit})^{1/2}$.

A massa de um núcleo deformado com uma configuração estável é encontrada, substituindo-se na eq. (3.2.7) o valor θ dado pela eq. (3.2.13), E e $S(N,Z)$ por $S_{crit}(N,Z)$, dado pela eq. (3.2.10). A fórmula de massa para um núcleo com deformação estável considerando o termo cúbico F será:

$$M_{total}(N,Z;forma) = \quad (3.2.14)$$

$$= M_{macr}(N,Z) + S_{crit}(N,Z) + S_{crit}(N,Z) \ln(S/S_{crit}) - F\theta^3$$

Posteriormente (25), a função gaussiana $e^{-\theta^2}$ foi substituída por uma função de camada amortecida

$$(1 - 2\theta^2)e^{-\theta^2}$$

que é a derivada segunda de: $-\frac{1}{2} \left[e^{-\theta^2} \right]''$ conforme a fig. 3.2.5.

A nova correção de camada é:

$$S(N,Z;forma) = S(N,Z) (1-2\theta^2)e^{-\theta^2} \quad (3.2.15)$$

A massa total de um núcleo em função da deformação é obtida de modo análogo ao anterior. A expressão resultante é minimizada com relação à deformação e calcula-se, então, a massa no estado fundamental.

Faz-se uma análise para esta nova forma da correção

de camada. Se o núcleo apresenta uma configuração de equilíbrio deformada, a correção é positiva, ficando a sua energia abaixo do valor da gota líquida, para um determinado valor de θ , apresentando um mínimo negativo, que pode ser visto na fig. 3.2.6. No caso de um núcleo mágico, a correção de camada é negativa, mas uma forma de equilíbrio secundária é prevista, conforme a fig. 3.2.7.

Na seção 3, os efeitos de camadas serão analisados a partir dos dados empíricos.

3 - DISCREPÂNCIAS SISTEMÁTICAS

A função de camada investigada na seção anterior, junto com a parte macroscópica apropriada, reproduz muito bem as características principais das massas nucleares.

Aplicando-se o modelo da gotícula na parte macroscópica, o resultado obtido foi muito satisfatório. Entretanto, uma análise cuidadosa das massas nucleares mostra que existem, ainda, algumas discrepâncias sistemáticas. Estes desvios permanecem tanto para o modelo da gota líquida como para o modelo da gotícula. Isto significa que eles estão relacionados com a função de camada e não com a parte macroscópica. Em outras palavras, a maior fonte de erro é o efeito de camada que não pode ser incluído no tratamento macroscópico.

As principais discrepâncias observadas pelos próprios autores (25) para as regiões de camada positiva, estão relacionadas com o comportamento das massas nucleares deformadas e são:

- região de transição entre os núcleos esféricos e os núcleos deformados;
- região das terras raras ($N \approx 88$ a $N \approx 112$);
- região dos núcleos pesados ($N \geq 136$; $Z = 88$ a $Z = 102$).

No início das deformações, os efeitos de camadas calculados e os experimentais apresentam uma espécie de patamar sendo que os pontos experimentais tendem a se inclinar enquanto os calculados permanecem arqueados como a ilustração esquemática da fig. 3.3.1.

No caso das terras raras, há uma hipótese de que os desvios estejam, talvez, relacionados com os espaçamentos irregulares dos níveis de energia de partículas simples, característicos do potencial nuclear.

Na região dos núcleos pesados, os dados experimentais flutuam muito mais do que os calculados e apresentam uma energia de ligação maior, da ordem de 2 a 3 MeV em média. Este fato deve estar ligado com a posição anômala dos núcleos pesados em relação à linha de estabilidade beta.

Neste trabalho, faz-se uma análise detalhada sobre o comportamento do efeito de camada separando o efeito da função de camada, da massa nuclear no estado fundamental.

A informação que se tem para os núcleos deformados não é satisfatória, porque o efeito de camada positivo inclui o efeito de deformação. Portanto, estes núcleos apresentam um efeito mascarado para a função de camada e não um efeito puro, como seria necessário obter.

A idéia básica para este estudo foi tomar como ponto de partida a região da função de camada negativa, isto é, a dos núcleos esféricos, onde nenhum efeito é somado à função de camada. Assim, iniciou-se uma investigação para as diferentes regiões onde o efeito de camada experimental tivesse um valor negativo ou seja, $S_{exp} < 0$, de acordo com as figs. 3.3.2, 3.3.3, 3.3.4, 3.3.5 e 3.3.6, para as diferentes famílias de isótopos em função de N, onde $S_{exp} = M_{exp} - M_{macr}$ sendo M_{macr} calculado pelo modelo da gotícula. Nas figuras citadas acima, observa-se também os valores de $S_{cal}^{M-S} < 0$ e os desvios restantes entre S_{exp} e S_{cal}^{M-S} .

A introdução de duas quantidades é de grande utilidade para caracterizar o comportamento da função de camada.

A primeira quantidade é dada por uma curva onde a função de camada cruza com o plano N-Z ou, em outras palavras, pelas trajetórias de todos os pontos onde $S_{exp} = M_{exp} - M_{macr} = 0$. Os contornos da função de camada S_{cal}^{M-S} são também calculados e colocados sobre o mesmo plano de S_{exp} , para uma comparação das duas curvas. A existência de algumas discrepâncias aparentes foi então observada nas figs. 3.3.7 e 3.3.8. Estas figuras mostram que os efeitos de camadas experimentais não são simétricos em torno dos números mágicos, mas indicam uma simetria para os efeitos calculados.

Um outro fato importante é a discrepância qualitativa das duas curvas para $N \approx 115$. A curva experimental é suave e tem um pico contínuo em $Z = 81$, enquanto a curva calculada não é suave pela própria construção, mostrando um pico agudo em $Z = 82$. Este resultado foi totalmente inesperado, indicando que

o efeito de camada para $Z = 82$, apresentou um deslocamento suavizado em $Z = 81$.

A segunda quantidade introduzida é a inclinação de superfície da função de camada. Nas figs. 3.3.9 e 3.3.10, os ângulos de inclinação (α_1 à esquerda e α_2 à direita do número mágico) desta superfície são plotados tanto para S_{exp} como para S_{cal}^{M-S} . Estes ângulos foram calculados considerando a inclinação média de cada família de isótopos para duas regiões de camada negativa. Para outras regiões, esta inclinação apresenta uma ambiguidade muito grande, devido à falta de dados. Observou-se, ainda, que a curva de inclinação experimental das famílias de isótopos tem uma dependência mais forte em Z do que a curva calculada. Além disso, a inclinação experimental mostra flutuações possivelmente relacionadas com o efeito de núcleos par-ímpar. Este ângulo α_{exp} está relacionado com a derivada parcial em relação a N

$$\operatorname{tg} \alpha_{exp} \approx \left\langle \frac{\partial S(N, Z)}{\partial N} \right\rangle_Z \quad (3.3.1)$$

onde o efeito de camada calculado é dado por:

$$S(N, Z) = C \left[\frac{F(N) + F(Z)}{\left(\frac{1}{2} A\right)^{2/3}} - c_1 A^{1/3} \right] \quad (3.3.2)$$

Então, para uma família de isótopos, a inclinação de superfície da função de camada é uma função suave de A e não depende explicitamente de Z .

Estes desvios observados sugerem que a função de camada pode depender explicitamente tanto de Z como de N .

Além destas duas quantidades aqui analisadas, observou-se, ainda, uma pequena diferença entre S_{exp} e S_{cal}^{M-S} nas proximidades dos números mágicos. A curva de S_{exp} é mais suave nas vizinhanças destes números do que a curva de S_{cal}^{M-S} . Esta última é bem acentuada e aguda em torno do mínimo, porque o agrupamento de nível, no caso discreto, para um gás de Fermi degenerado, é calculado por uma função escada.

A partir da análise feita para estas quantidades, que caracterizam o comportamento do efeito de camada, tenta-se introduzir, no capítulo seguinte, um melhoramento na função de camada negativa.

CAPÍTULO IV

TENTATIVAS DE MELHORAMENTO DA FUNÇÃO DE CAMADA

Foi visto anteriormente que o método semi-empírico (22) para calcular a correção de camada, além de sua simplicidade, apresenta um bom resultado qualitativo. Entretanto, certas discrepâncias sistemáticas entre as massas calculadas e as massas experimentais foram observadas neste método.

A finalidade deste trabalho é procurar uma fórmula para a função de camada que minimize estes desvios, sem modificar a idéia fundamental de Myers-Swiatecki.

1 - Agrupamento Incompleto

Inicialmente, verificou-se que a função de camada negativa era não suave em torno dos números mágicos. Esta não suavidade pode ter várias contribuições, sendo que uma delas seria devido ao agrupamento não completo dos níveis de energia de partículas simples. A razão para este comportamento, contudo, não deve estar ligada ao fato do espectro não ser totalmente degerado para um único nível de camada principal, e sim com a interação spin-órbita e interação residual entre as partículas neste espectro.

Uma tentativa de agrupamento parcial de bandas discre

tas, para a função de camada foi feita por Myers - Swiatecki . Eles introduziram um grãu de agrupamento b na função escada do espectro discreto, resultando daí uma nova equação para S_{cal}^{M-S} :

$$S_{inc}^{M-S} = b S_{cal}^{M-S}$$

A expressão S_{inc}^{M-S} não apresentou nenhuma melhoria pa-
ra a correção de camada, porque o grãu de agrupamento b sã muda a escala da função de camada, atuando como um fator multi-
plicativo, sendo então absorvido no procedimento de ajuste dos parãmetros. Esta proporcionalidade veio do fato de se conside-
rar as bandas de energia comprimidas como sendo uniformes , de modo que a posição de cada nãvel no espectro de energia varias
se linearmente com b .

A origem do agrupamento incompleto estã relacionada com o espectro de nãveis de energia não totalmente degenerado. Como o grãu de degenerescência não total depende de cada cama-
da nuclear, ẽ necessãrio então, introduzir no espectro discreto uma função diferente daquela tipo escada. ẽ razoãvel que os nãveis não totalmente degenerados possam ser considerados como uma distribuição do tipo Fermi, em analogia com a difusão de superfãcie da energia de Fermi no caso em que a temperatura ẽ finita.

Com a escolha desta distribuição, o espectro discreto das energias de partãculas simples ẽ definido por:

$$q(n) = \sum_j \frac{\beta_j}{1 + e^{-\left(\frac{n - M_j}{\Delta_j}\right)}} \quad (4.1.1)$$

onde os M_j são os números mágicos; n , o número de nucleons do núcleo (N ou Z); β_j , as posições das camadas principais e Δ_j , as medidas de propagação das camadas, conforme a fig. 4.1.1.

A escolha da função escada suavizada dada pela eq. (4.1.1), baseou-se no fato de que era necessário obter um agrupamento incompleto de níveis tal que, em torno dos números mágicos ela apresentasse um mínimo suavizado para a massa nuclear.

Assim, a função de camada negativa modificada ou, a função de camada para os núcleos esféricos com n partículas pode ser calculada como:

$$F(n) = \int_0^n \left[q(n) - n^{2/3} \right] dn = \int_0^n \left[\sum_j \frac{\beta_j}{1 + e^{-\left(\frac{n - M_j}{\Delta_j}\right)}} - n^{2/3} \right] dn \quad (4.1.2)$$

onde o primeiro termo corresponde ao espectro discreto e o segundo, ao espectro contínuo.

Como agora, no caso discreto a função escada suavizada é dada por uma distribuição do tipo Fermi, pode-se dizer que cada nível tem uma energia diferente ou que, todos os níveis de energia estão variando de um modo suave entre dois números mágicos consecutivos.

Por analogia com o método de Myers-Swiatecki e, impondo a condição que a função de camada no caso contínuo é igual a função de camada no caso discreto entre dois números mágicos consecutivos, vem que

$$\int_0^{M_{i-1}} F^c(n) dn = \int_0^{M_{i-1}} F^d(n) dn$$

ou ainda, que a posição do patamar está localizada no centro de gravidade deste limite, tem-se que a função de camada para N neutrons \bar{e} :

$$F(N) = \int_{M_{i-1}}^N \sum_0^{i-1} \beta_j dn - \int_{M_{i-1}}^N \frac{\beta_{i-1}}{1 + e^{-\left(\frac{n-M_{i-1}}{\Delta_{i-1}}\right)}} dn$$

$$+ \int_{-\infty}^N \frac{\beta_i}{1 + e^{-\left(\frac{n-M_i}{\Delta_i}\right)}} dn - \int_{M_{i-1}}^N n^{2/3} dn$$

Além disso, supõe-se que a propagação de camada \bar{e} muito menor que a distância entre duas camadas principais, isto \bar{e}

$$\frac{M_i - M_{i-1}}{\Delta_{i-1}} \gg 1$$

Usando esta aproximação, vem que $F(N)$ será dado por:

$$F(N) = (N - M_{i-1}) \sum_0^{i-1} \beta_j - \beta_{i-1} \Delta_{i-1} \ln \left[2 / \left(1 + e^{-\left(\frac{N - M_{i-1}}{\Delta_{i-1}}\right)} \right) \right]$$

$$+ \beta_i \Delta_i \ln \left[1 + e^{-\left(\frac{N - M_i}{\Delta_i}\right)} \right] - \frac{3}{5} (N^{5/3} - M_{i-1}^{5/3}), \text{ para } M_{i-1} < N < M_i$$

(4.1.3)

Para um gás de prótons, obtêm-se uma expressão análoga \bar{a} eq. (4.1.3)

$$F(Z) = (Z - M_{i-1}) \sum_0^{i-1} \beta_j - \beta_{i-1} \Delta_{i-1} \ln \left[2 / \left(1 + e^{-\left(\frac{Z - M_{i-1}}{\Delta_{i-1}} \right)} \right) \right] \\ + \beta_i \Delta_i \ln \left[1 + e^{-\left(\frac{Z - M_i}{\Delta_i} \right)} \right] - \frac{3}{5} (Z^{5/3} - M_{i-1}^{5/3}) \quad (4.1.4)$$

A condição do "centro de gravidade" faz com que as constantes β_i satisfaçam a $F(M_i) = 0$, isto é:

$$(M_i - M_{i-1}) \sum_0^{i-1} \beta_j - \beta_{i-1} \Delta_{i-1} \ln 2 + \beta_i \Delta_i \ln 2 = \frac{3}{5} (M_i^{5/3} - M_{i-1}^{5/3})$$

e

$$\sum_0^{i-1} \beta_j = \frac{3}{5} \frac{M_i^{5/3} - M_{i-1}^{5/3}}{M_i - M_{i-1}} + \frac{\beta_{i-1} \Delta_{i-1}}{M_i - M_{i-1}} \ln 2 - \frac{\beta_i \Delta_i}{M_i - M_{i-1}} \ln 2 \quad (4.1.5)$$

Em vez dos parâmetros Δ_i , introduz-se por conveniência os parâmetros σ_i dados por:

$$\beta_i \Delta_i = \beta_i^0 \sigma_i \quad (4.1.6)$$

onde os β_i^0 são definidos por:

$$\beta_i^0 = q_{i+1} - q_i$$

e

$$q_i = \frac{3}{5} \frac{M_i^{5/3} - M_{i-1}^{5/3}}{M_i - M_{i-1}} \quad (4.1.7)$$

Substituindo as eqs. (4.1.6) e (4.1.7) na eq. (4.1.5) esta pode ser reescrita na forma

$$\sum_0^{i-1} \beta_j = q_i + A_{i-1} \sigma_{i-1} - B_{i-1} \sigma_i - C_{i-1} \sigma_{i-2} \quad (4.1.8)$$

onde

$$A_{i-1} = \ln 2 \beta_{i-1}^0 \left[\frac{1}{M_i - M_{i-1}} + \frac{1}{M_{i-1} - M_{i-2}} \right]$$

$$B_{i-1} = \ln \left[\frac{\beta_i^0}{M_i - M_{i-1}} \right]$$

$$C_{i-1} = \ln \left[\frac{\beta_{i-2}^0}{M_{i-1} - M_{i-2}} \right]$$

Usando a eq. (4.1.8), obtêm-se:

$$\begin{aligned} \beta_i &= \sum_0^i \beta_j - \sum_0^{i-1} \beta_j \\ &= q_{i+1} - q_i + (A_i + B_{i-1})\sigma_i - B_i \sigma_{i+1} \\ &\quad - (A_{i-1} + C_i)\sigma_{i-1} + C_{i-1} \sigma_{i-2} \end{aligned}$$

A eq. (4.1.6) define o parâmetro de propagação das camadas fechadas, como

$$\Delta_i = \frac{\beta_i^0}{\beta_i} \sigma_i \quad (4.1.9)$$

onde os Δ_i são os parâmetros de Fermi e os σ_i são tomados como parâmetros ajustáveis.

Logo, a função de camada para um gás de neutrons e de prótons numa distribuição do tipo Fermi, é dada pelas eqs. (4.1.3) e (4.1.4)

$$S(N,Z) = C \left[\frac{F(N) + F(Z)}{\left(\frac{1}{2} A\right)^{2/3}} - c_1 A^{1/3} \right] \quad (4.1.10)$$

A eq. (4.1.10) é obtida por analogia com $S^{M-S}(N,Z)$ (cap. III, seção 1, eq. (3.1.17)). As constantes C e c_1 são avaliadas por um procedimento de ajuste, a partir dos dados experimentais.

As figs. 4.1.2 e 4.1.3 mostram como a função de camada varia com σ . Para um valor maior de σ , nota-se que a função de camada fica suavizada, o que era esperado, ao se levar em consideração um agrupamento incompleto. Comparando o grau de suavização com a curva experimental, pode-se escolher então os σ_i .

Observou-se, ao comparar mais cuidadosamente a função $S_{exp}(N,Z)$ com a função $S_{ca1}^{MS}(N,Z)$, que os parâmetros σ_i deveriam apresentar valores diferentes para as diversas regiões de camada negativa. Por exemplo, considera-se que para os núcleos leves ($M_i = 2, 8, 14, 28$), a dependência de N (ou Z) é fraca e o valor de σ é grande. Em outras palavras, o mínimo da curva calculada assemelha-se mais com a curva experimental mostrando uma certa suavização. Entretanto, nos núcleos médios e pesados ($M_i(Z) = 50, 82, 114, 164$; $M_i(N) = 50, 82, 126, 184$) a dependência de N (ou Z) é forte, indicando a necessidade de se escolher valores menores, para os parâmetros σ_i , ou seja, o mínimo suavi

zado da curva experimental não se assemelha com o mínimo bem acentuado da curva calculada.

Partindo então das observações acima, foram escolhidos os valores finais dos σ_i de acordo com a tab. 4.1.1.

PROTONS		NEUTRONS	
M_i	σ_i	M_i	σ_i
0	0.01	0	0.01
2	0.01	2	0.01
8	0.1	8	0.1
14	0.5	14	0.5
28	0.3	28	0.4
50	0.1	50	0.2
82	0.01	82	0.01
114	0.1	126	0.2
164	0.2	184	0.2

Tab. 4.1.1 - Os M_i são os números mágicos e os σ_i , relacionados com os parâmetros de Fermi, são coeficientes ajustáveis.

2 - O Efeito da Estrutura Nuclear

Ao incluir o efeito de agrupamento incompleto na função de camada, chegou-se a seguinte expressão:

$$S(N,Z) = C \left[\frac{F(N) + F(Z)}{(2A)^{2/3}} - c_1 A^{1/3} \right] \quad (4.2.1)$$

e

$$F(x) = (X - M_{i-1}) \sum_0^{i-1} \beta_j - \beta_{i-1} \Delta_{i-1} \ln \left[\frac{2}{1 + e^{-\left(\frac{X - M_{i-1}}{\Delta_{i-1}}\right)}} \right] \\ + \beta_i \Delta_i \ln \left[1 + e^{-\left(\frac{X - M_i}{\Delta_i}\right)} \right] - \frac{3}{5} (X^{5/3} - M_{i-1}^{5/3})$$

onde C e c_1 são parâmetros de intensidade de camada, ajustados a partir dos dados experimentais.

Se o espectro do gás de Fermi fosse uma boa aproximação e o modo como os níveis de energia estão agrupados fosse invariante de núcleo para núcleo, então C e c_1 seriam constantes para todos os núcleos.

Entretanto, o espectro efetivo do gás de Fermi varia de núcleo para núcleo e o modo como os níveis estão agrupados deve ser afetado pela estrutura nuclear. Além disso, os coeficientes C e c_1 devem ser diferentes para os nêutrons e os prótons, pois o poço de potencial nuclear para os nêutrons não é igual ao poço de prótons. É natural, então, generalizar as constantes C e c_1 , tomando valores respectivamente diferentes para os nêutrons e para os prótons, de modo que apresentem uma dependência para cada núcleo.

Assim, a eq. (4.2.1) modifica-se de acordo com a expressão

$$S(N, Z) = C_N(A, Z) \left[\frac{F(N)}{\left(\frac{1}{2}A\right)^{2/3}} - c_{1N}(A, Z) A^{1/3} \right] \\ + C_Z(A, Z) \left[\frac{F(Z)}{\left(\frac{1}{2}A\right)^{2/3}} - c_{1Z}(A, Z) A^{1/3} \right] \quad (4.2.2)$$

A dependência das constantes C e c_1 em A e Z implica que o grão de agrupamento e a intensidade de camada são afetados pela estrutura nuclear. Supõe-se então que o efeito da estrutura nuclear sobre estas constantes é devido a parte macroscópica. Para introduzir o efeito macroscópico na função de camada utilizou-se o modelo da gotícula. É feita uma correção para as constantes C e c_1 expandindo-as em termos dos parâmetros deste modelo: $\bar{\delta}$ e $A^{-1/3}$. Toma-se então, a primeira ordem de expansão nestes parâmetros. A quantidade $\bar{\delta}$ é o valor médio do excesso de neutrons local no volume nuclear. Esta quantidade está também ligada com a espessura média da difusão de neutrons na superfície nuclear. Logo, as constantes C e c_1 devem ter uma dependência linear em $\bar{\delta}$. $A^{-1/3}$ é considerado como o parâmetro de expansão e representa a razão do espaçamento entre as partículas para o raio nuclear ($R = r_0 A^{1/3}$; $r_0/R = A^{-1/3}$) (cap. III, seção 4). Assim, a eq. (4.2.2) pode ser expressa por:

$$S(N,Z) = C_N(A^{-1/3}, \bar{\delta}) \left[\frac{F(N)}{(\frac{1}{2}A)^{2/3}} - c_{1N}(A^{-1/3}, \bar{\delta})A^{1/3} \right] + C_Z(A^{-1/3}, \bar{\delta}) \left[\frac{F(Z)}{(\frac{1}{2}A)^{2/3}} - c_{1Z}(A^{-1/3}, \bar{\delta})A^{1/3} \right] \quad (4.2.3)$$

e

$$C_Z(A^{-1/3}, \bar{\delta}) = \gamma_1 + \gamma_2 \bar{\delta} + \gamma_3 A^{-1/3}$$

$$C_N(A^{-1/3}, \bar{\delta}) = \gamma_4 + \gamma_5 \bar{\delta} + \gamma_6 A^{-1/3}$$

$$c_{1Z}(A^{-1/3}, \bar{\delta}) = \gamma_7 + \gamma_8 \bar{\delta} + \gamma_9 A^{-1/3}$$

$$c_{1N}(A^{-1/3}, \bar{\delta}) = \gamma_{10} + \gamma_{11} \bar{\delta} + \gamma_{12} A^{-1/3}$$

Para encontrar os melhores valores de γ , aplica-se o método dos mínimos quadrados. Definindo:

$$f(\gamma) = \sum_i \omega_i (M_i^{\text{exp}} - M_i^{\text{cal}}(\gamma))^2$$

Aqui o somatório em i é feito sobre todos os núcleos que têm efeito de camada negativo. Escolhe-se ω_i como peso da função $f(\gamma)$, tomando os seguintes valores: $\omega_i = 100$, para os núcleos com Z e/ou N mágicos; $\omega_i = 1$, para os outros núcleos. Minimiza-se então, $f(\gamma)$ para encontrar os valores de γ , que são dados pela tab. 4.2.1.

Os valores da tabela a seguir para C_Z , C_N , c_{1Z} e c_{1N} , mostram uma dependência razoavelmente forte dos parâmetros $A^{-1/3}$ e $\bar{\delta}$.

C_Z	$\gamma_1 = 13.80121$	c_{1Z}	$\gamma_7 = -0.39979$
	$\gamma_2 = 45.65999$		$\gamma_8 = 4.10944$
	$\gamma_3 = -39.41423$		$\gamma_9 = 2.20270$
C_N	$\gamma_4 = 11.67837$	c_{1N}	$\gamma_{10} = 0.44382$
	$\gamma_5 = 51.78981$		$\gamma_{11} = -4.22002$
	$\gamma_6 = -34.02005$		$\gamma_{12} = -1.73795$

Tab. 4.2.1 - Os coeficientes C_Z e C_N correspondem à amplitude de oscilação de camada; os c_{1Z} e c_{1N} são os parâmetros de ajuste de posição da função de camada e os γ são os parâmetros na expansão dos coeficientes C_Z , C_N , c_{1Z} e c_{1N} .

Nas figs. 4.2.1, 4.2.2, 4.2.3, 4.2.4 e 4.2.5, os resultados obtidos são apresentados junto com os dados experimentais e as diferenças $S_{exp} - S_{cal}$.

Na fig. 4.2.1, que corresponde ao número mágico $N=14$, o tratamento de agrupamento incompleto para o efeito de camada melhorou muito em relação ao efeito de camada original. O desvio restante pode ser atribuído ao efeito de emparelhamento.

A fig. 4.2.2 é a de número mágico $N=28$. Nesta região, devido a grande propagação de camada, os mínimos das curvas das famílias de isótopos estão localizados em $N=29$, concordando com os dados experimentais. Aqui, o resultado obtido para os efeitos de camadas foi muito satisfatório (ver fig. 3.3.3)

Na fig. 4.2.3, onde o número mágico é $N = 50$, existem poucos núcleos com efeito de camada negativo. Por isto, não se pode dizer que se obteve um resultado melhor do que aquele da função de camada original, porque o ajuste foi feito só para $Z \geq 36$. Aparentemente o resultado, em parte, foi melhorado, levando em conta que diminuiu o espaçamento entre as famílias de isótopos.

Na fig. 4.2.4, de número mágico $N = 82$, os dados experimentais são reproduzidos bem melhor do que nas outras regiões, tanto para este trabalho como para o de Myers-Swiatecki.

A fig. 4.2.5 corresponde ao número mágico $N = 126$. Nesta região, o comportamento das curvas (uma para cada família de isótopos) se assemelha mais com o comportamento das curvas experimentais do que o das curvas calculadas por Myers-Swiatecki. Entretanto, o espaçamento entre as curvas das famílias de isótopos, comparando com o de Myers-Swiatecki, quase não foi melhora

do. Isto pode estar relacionado com a anomalia de contorno de $S_{cal} = 0$ para $Z = 82$.

As figs. 4.2.6 e 4.2.7 mostram os contornos da função de camada para $S_{exp} = 0$ e $S_{cal} = 0$. Pode-se observar que a posição da curva calculada apresenta um melhoramento em relação à função de camada original. Entretanto, não se conseguiu reproduzir o pico suavizado da curva experimental em torno de $N \approx 115$. Além disso, o contorno calculado na fig. 4.2.7 apresenta uma curvatura contrária à do contorno experimental.

As figs. 4.2.8 e 4.2.9 mostram os ângulos de inclinação de superfície da função de camada plotados tanto para S_{exp} como para S_{cal} . Nestas regiões, observou-se que estas quantidades não foram muito melhoradas, especialmente com relação à queda da curva α_1 para $N = 82$, o que indica que a função de camada microscópica precisa ser reinvestigada.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

Este trabalho objetiva, principalmente, analisar o termo de correção de camada introduzido por Myers-Swiatecki (22). Embora este termo seja fisicamente muito simples, as características principais do efeito de camada sobre as massas nucleares no estado fundamental, são reproduzidas com uma boa precisão em comparação com outros cálculos mais complicados, como os baseados no método de Strutinsky (18).

Existem, entretanto, algumas discrepâncias qualitativas que não foram eliminadas pelo ajuste de parâmetros livres, de acordo com a análise feita no capítulo III, tais como:

- 1) o comportamento do contorno das regiões, para as quais a função de camada é negativa;
- 2) a inclinação isotópica de superfície da função de camada como uma função de Z ;
- 3) o mínimo suavizado da função de camada experimental dos números mágicos.

Para a execução da análise acima, foram consideradas somente as regiões negativas da função de camada, uma vez que nestas regiões não existe nenhum efeito da deformação nuclear podendo-se então, eliminar o efeito dos parâmetros de deformação.

Como a energia macroscópica é subtraída da energia nuclear total no estado fundamental, poder-se-ia pensar que mesmo a parte negativa da função de camada deveria conter uma ambiguidade. Entretanto, aquelas características antes mencionadas não foram influenciadas pelo modo que a energia macroscópica foi subtraída.

Quanto à propriedade do ítem (3), tentou-se fazer uma modificação na função de camada, devido ao agrupamento incompleto do espectro de energia. De fato, tal agrupamento incompleto poderia realmente existir no caso dos núcleos reais.

Como foi dito anteriormente, o agrupamento incompleto tentado por Myers-Swiatecki não teve sucesso ao reproduzir o mínimo suavizado da função de camada.

Uma distribuição do tipo Fermi foi introduzida para a densidade de nível, encontrando-se que tal agrupamento incompleto reproduz o comportamento do mínimo suavizado da função de camada, sem complicar demais a fórmula.

Todavia, tais efeitos suavizados poderiam também ser considerados advindos da energia de emparelhamento. Uma observação cuidadosa mostra que o termo simples da energia de emparelhamento $E_{\text{emp}} = \pm 12/A^{1/2}$, parece superestimar o efeito para os núcleos pesados, que apresentam o efeito de mínimo suavizado. Assim, um estudo mais detalhado para este termo pode ser necessário.

Outra tentativa que se fez, foi introduzir uma dependência no grau de agrupamento da configuração nuclear. Esta dependência foi considerada porque o mecanismo de agrupamento depende dos níveis de partículas simples de neutrons e prótons e,

consequentemente, das distribuições da densidade de neutrons e prótons nos núcleos. Neste caso, todas as constantes ajustáveis na função de camada são generalizadas como uma função dos parâmetros do modelo da gotícula, uma vez que se tenha o conhecimento de que os parâmetros deste modelo representem efetivamente bem as configurações nucleares (24).

Esta modificação funcionou parcialmente bem, mas o resultado obtido não foi muito satisfatório, comparado com a função de camada original que contém muito poucos parâmetros ajustáveis. O resultado de ajuste mostrou que a dependência destas constantes é relativamente forte, sendo talvez, necessário introduzir na expansão outros termos de ordens mais altas que $\bar{\delta}$ e $A^{-1/3}$. É interessante notar que as constantes C_N e C_Z se comportam de modo similar. Entretanto, as constantes c_{1N} e c_{1Z} apresentam sinais contrários mas a dependência em $\bar{\delta}$ e $A^{-1/3}$ é semelhante.

Um dos fatos mais surpreendentes encontrados é a propriedade do número mágico $Z = 82$ em torno de $N = 115$. Parece que esta camada é deslocada de modo suave para $Z = 81$, conforme a fig. 4.2.7. Entretanto, não se conseguiu reproduzir esta propriedade na modificação que se fez na função de camada. Além disto, a curvatura de contorno para a função de camada igual a zero não é satisfatória na região dos núcleos pesados.

Um dos principais motivos que se pode atribuir a este fato está relacionado com a simplicidade do tratamento feito para o gás de Fermi, pois foi desprezado o efeito da difusão de superfície do potencial ao se usar o agrupamento de nível deste gás. Pode-se também questionar a forma do espectro contínuo do

gás de Fermi, isto é, $\epsilon \propto n^{2/3}$.

Como a propriedade do potencial nuclear na região da superfície afeta em parte os níveis de partículas simples, é necessário introduzi-lo no procedimento do agrupamento. Pode-se observar que uma tal discrepância é também encontrada nos cálculos tipo Strutinsky baseados nos níveis de partículas simples e corretamente calculados a partir de um potencial de superfície difusa.

Seria interessante reinvestigar os níveis de partículas simples em torno de $Z = 82$ e $N = 115$, tanto quanto a realidade desta expressão permita:

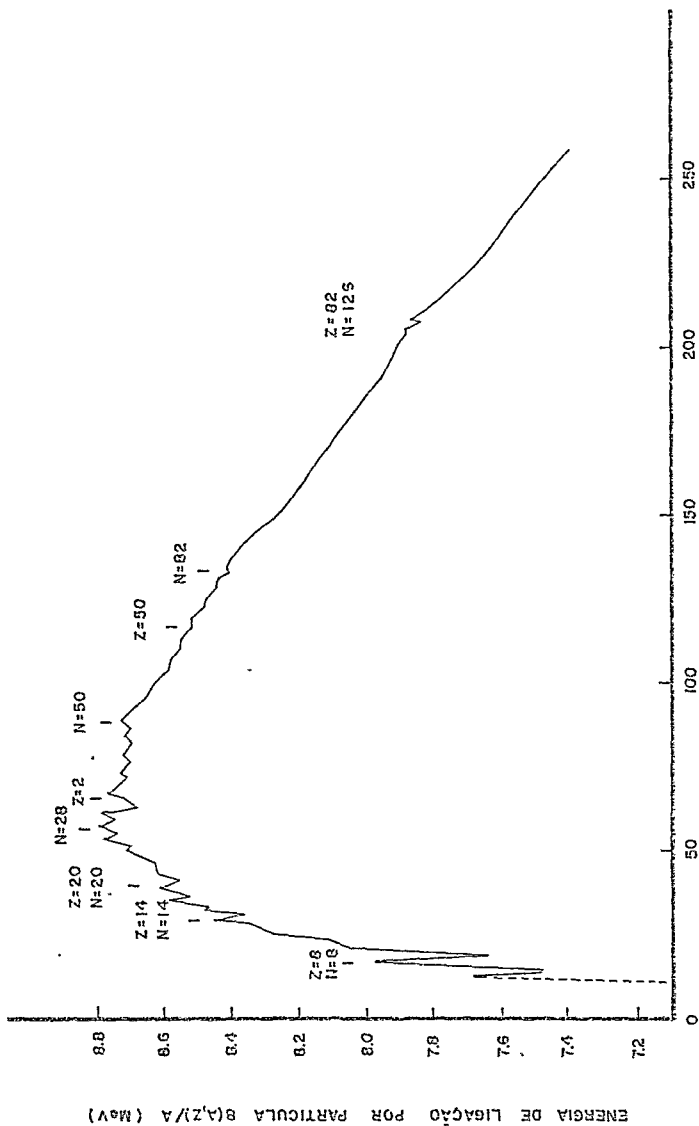
$$\Delta M_{\text{cam}}(N, Z) = \sum_i^d \epsilon_i^d - \int^c \epsilon \, dn.$$

Possivelmente, os termos de ordens mais altas das correlações de muitos corpos seriam maiores nesta região.

Neste trabalho, se discute somente a região negativa da função de camada. Nas regiões deformadas, precisa-se tanto da dependência da deformação no efeito de camada, quanto da energia de deformação macroscópica. Entretanto, é bem sabido que a dependência da deformação na função de camada é mais complicada do que a simples função gaussiana amortecida de Myers - Swiatecki.

Uma observação que também deve ser mencionada é que os valores experimentais das massas para os núcleos deformados são menores do que aqueles calculados pelo método Myers-Swiatecki, especialmente para os núcleos pesados. Este efeito está relacionado à anomalia da linha de estabilidade beta nesta região e nenhuma fórmula de massa teve sucesso em reproduzi-lo. Este

fato requer um estudo posterior da energia de deformação. Para se iniciar uma investigação sobre esta energia é necessário, primeiramente, que seja estabelecida uma boa função de camada para os núcleos esféricos.



NUMERO DE MASSA , A

Fig. 2.1.1 - As energias experimentais de ligação por partículas $B(A,Z)/A$ (26) são plotadas em função do número de massa A.

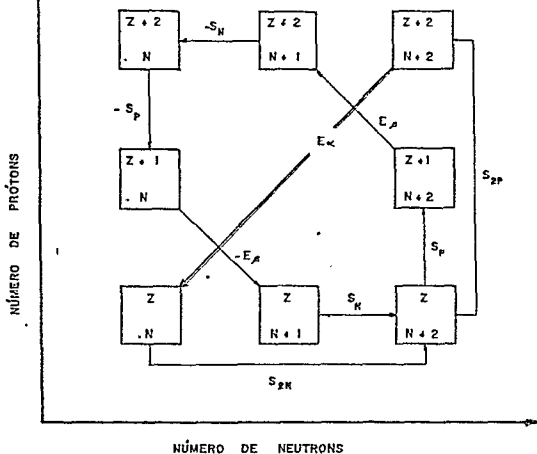


Fig. 2.1.2 - Ilustração esquemática das várias sistemáticas: energias de separação de um nêutron S_N , de um próton S_P , de dois nêutrons S_{2N} e de dois prótons S_{2P} ; energias de decaimento alfa E_{α} e de beta E_{β} .

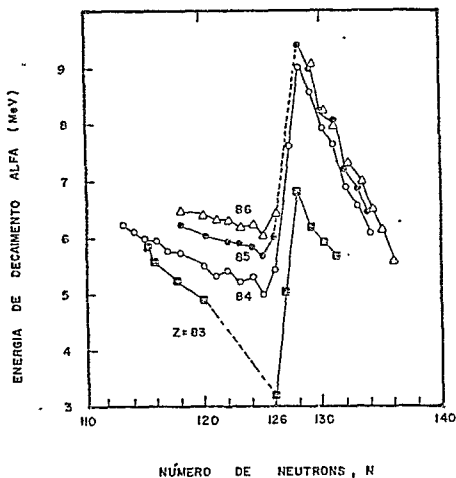


Fig. 2.1.3 - Energias de decaimento alfa em função do número de nêutrons N , reproduzidas do livro "Éléments de Physique Nucléaire", W. E. Meyerhof, DUNOD, Paris, 1970.

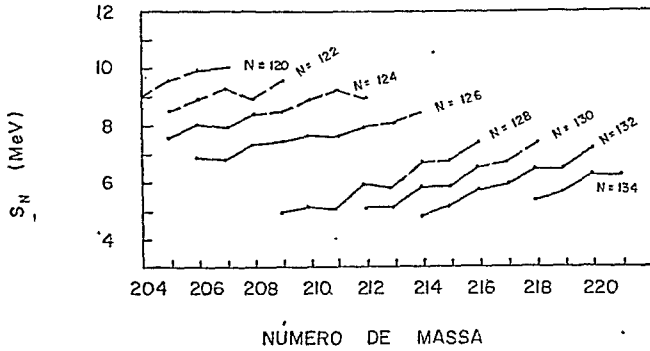


Fig. 2.1.4 - Energias de separação de um neutrón S_N em função do número de massa A , reproduzidas do artigo de N.B. Gove e M. Yamada, Nucl. Data A4 (1968), 237.

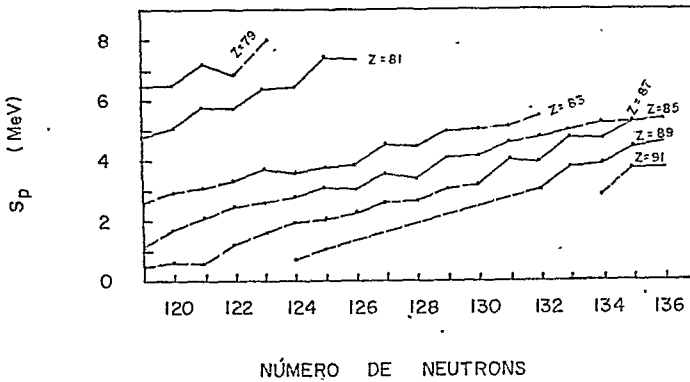


Fig. 2.1.5 - Energias de separação de um próton S_p em função do número de neutrões N , reproduzidas do artigo de N.B. Gove e M. Yamada, Nucl. Data A4 (1968), 237.

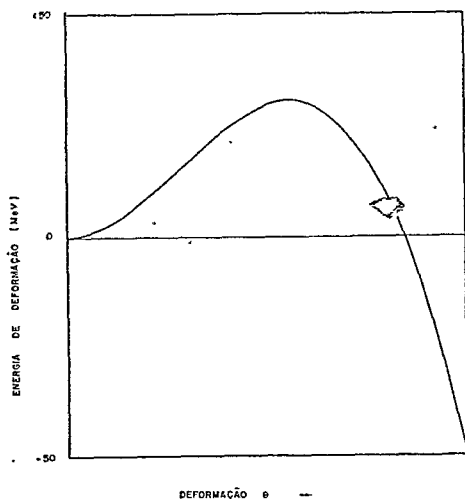


Fig. 2.3.1 - Energia de deformação da gota líquida em função do parâmetro de deformação θ , mostrando a existência de barreira de fissão quando o parâmetro de fissionabilidade $x < 1$.

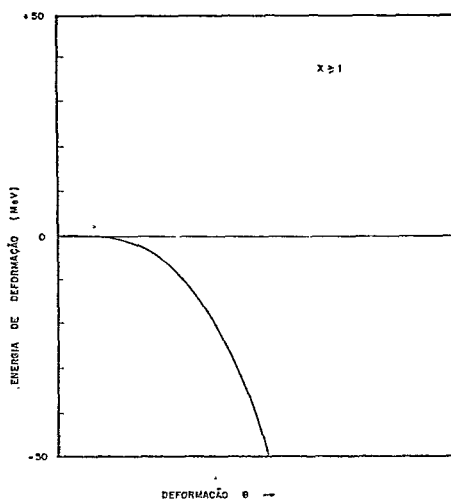


Fig. 2.3.2 - Energia de deformação da gota líquida em função do parâmetro de deformação θ , mostra que não existe ponto de equilíbrio quando o parâmetro de fissionabilidade $x \geq 1$.

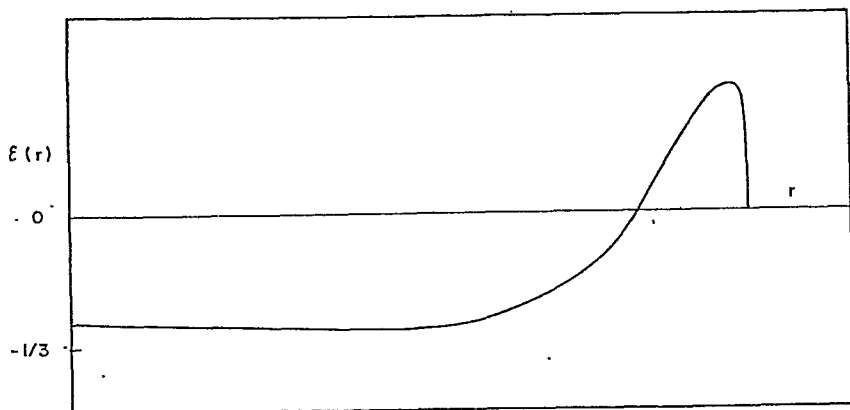


Fig. 2.4.1 - Ilustração esquemática de $\epsilon(r)$ que especifica o desvio da distribuição da densidade $\rho(r)$ de seu valor de equilíbrio ρ_0 .

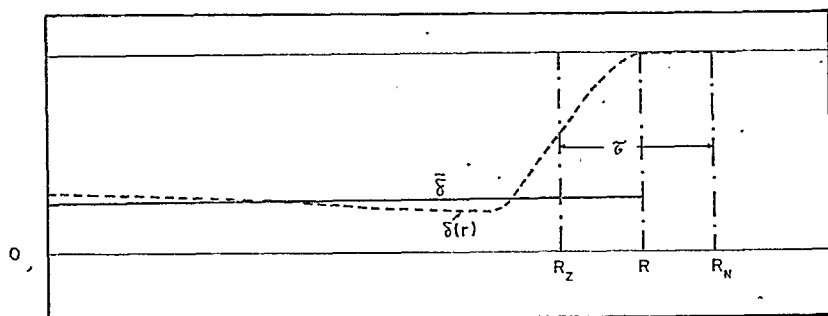


Fig. 2.4.2 - Ilustração esquemática do excesso de neutrons local $\delta(r)$ onde $\bar{\delta}(r)$ é a média de $\delta(r)$ no volume nuclear; $\tau(r)$ é a espessura da difusão de neutrons na região onde $\delta(r) \approx 1$.

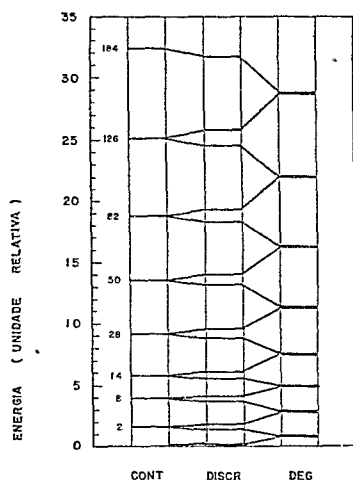


Fig. 3.1.1 - Ilustração esquemática do espectro de níveis do gás de Fermi com cortes nos números mágicos (à esquerda), o espectro discreto (ao centro) e o espectro degenerado (à direita) (22).

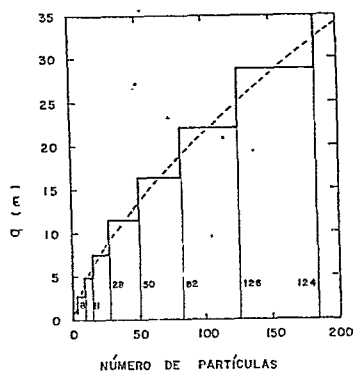


Fig. 3.1.2 - A função escada $q(n)$ (linha cheia) é comparada com a função suave $n^{2/3}$ (linha pontilhada). A diferença entre as duas funções, quando integradas até N ou Z , dá a função de camada $F(N)$ ou $F(Z)$ (22).

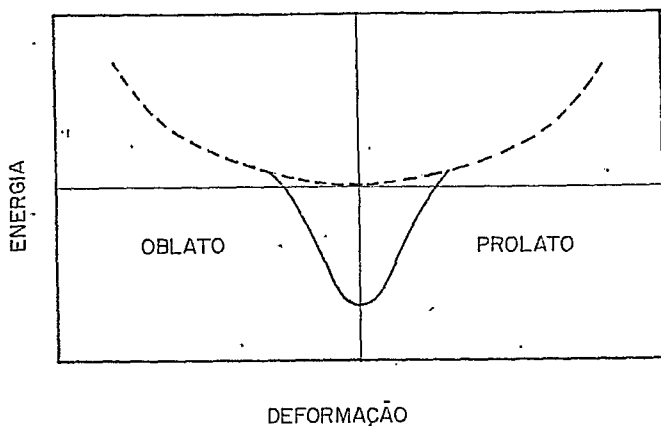


Fig. 3.2.1 - Ilustração esquemática da energia nuclear em função da deformação quando o efeito de camada é negativo (25).

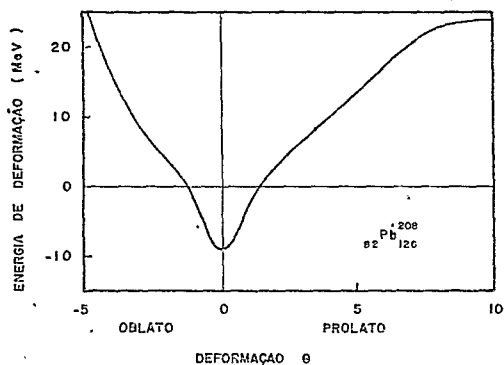


Fig. 3.2.2 - A curva do Pb^{208} (núcleo duplamente mágico), calculada pela fórmula de massa (22), mostra que o efeito de camada negativo apresenta uma configuração de equilíbrio esférica.

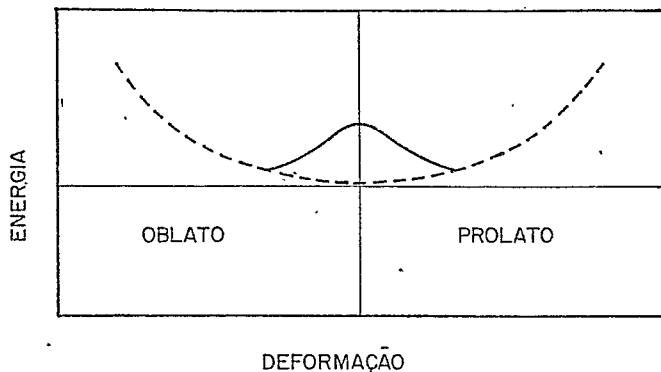


Fig. 3.2.3 - Ilustração esquemática da energia nuclear em função da deformação quando o efeito de camada é positivo (25).

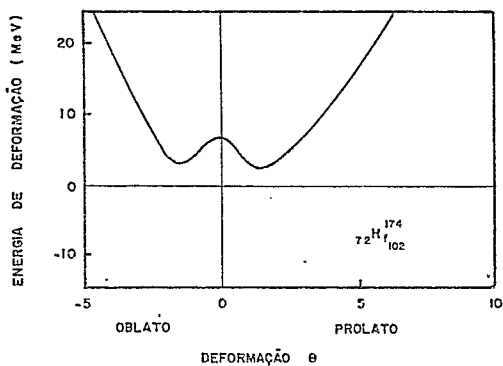


Fig. 3.2.4 - A curva H_f^{174} , calculada pela fórmula de massa (22), mostra que o efeito de camada positivo apresenta uma forma de equilíbrio estável não esférica (prolato).

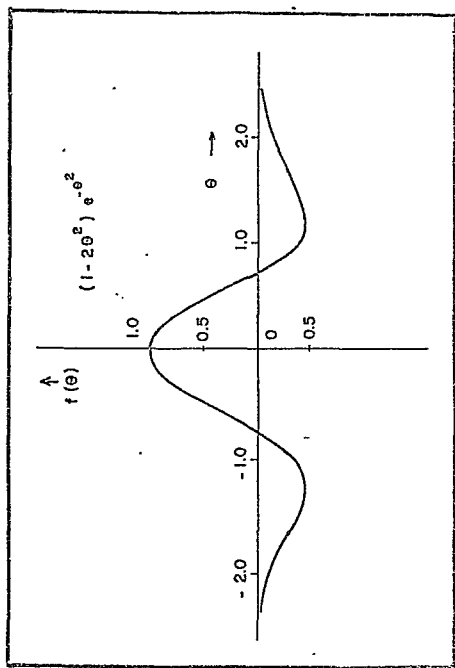


Fig. 3.2.5 - A função de camada amortecida (25): $F(\theta) = (1 - 2\theta^2) e^{-\theta^2}$, em função da variável de deformação substitue a função gaussiana da fórmula de massa original (22).

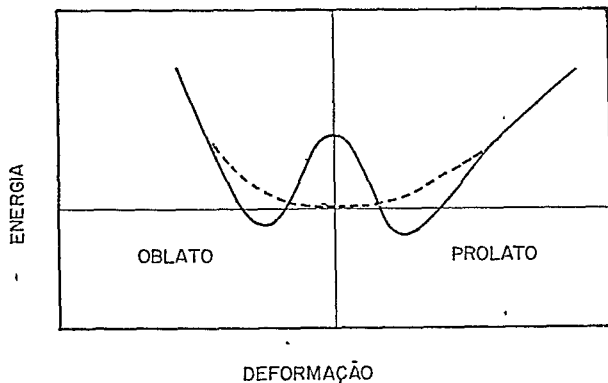


Fig. 3.2.6 - Ilustração esquemática da energia de deformação, de um núcleo deformado, em função da deformação mostra que o efeito de camada é positivo (25).

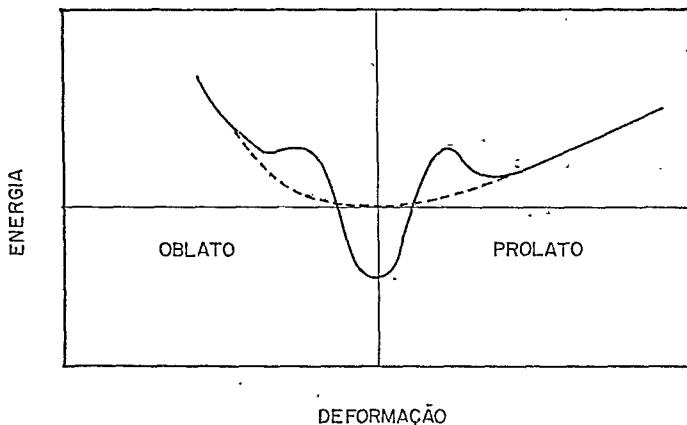


Fig. 3.2.7 - Ilustração esquemática da energia de deformação, de um núcleo mágico, em função da deformação mostra que o efeito de camada é negativo (25).

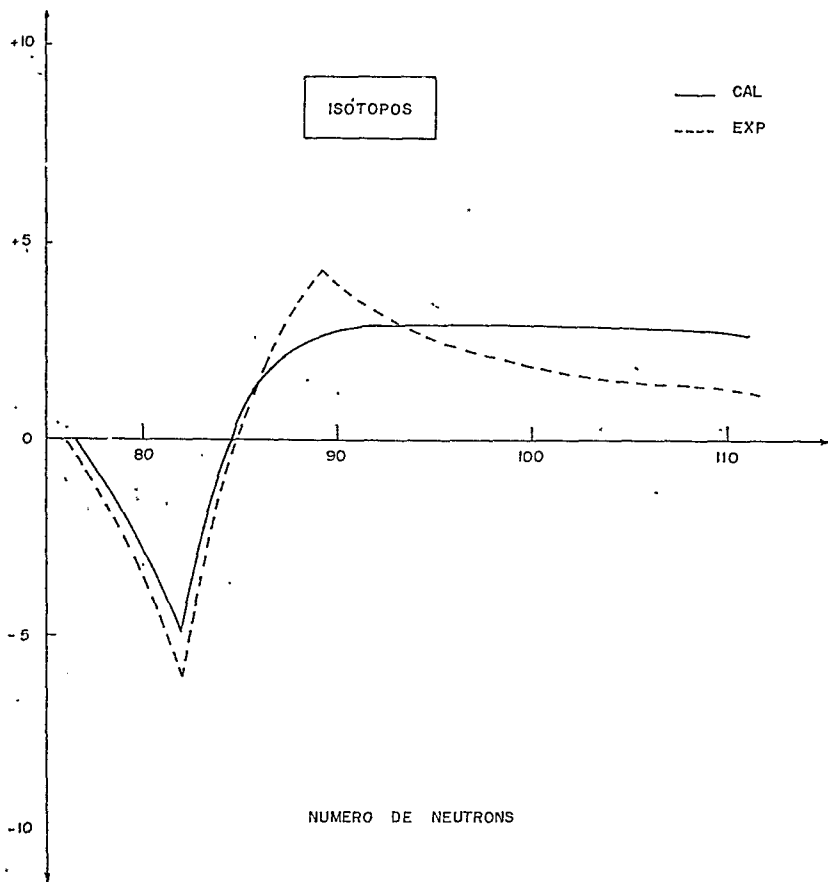


Fig. 3.3.1 - Ilustração esquemática do comportamento do efeito de camada experimental (linha tracejada) e calculado (linha cheia) em função do número de neutrons N , na região onde se inicia a de formação.

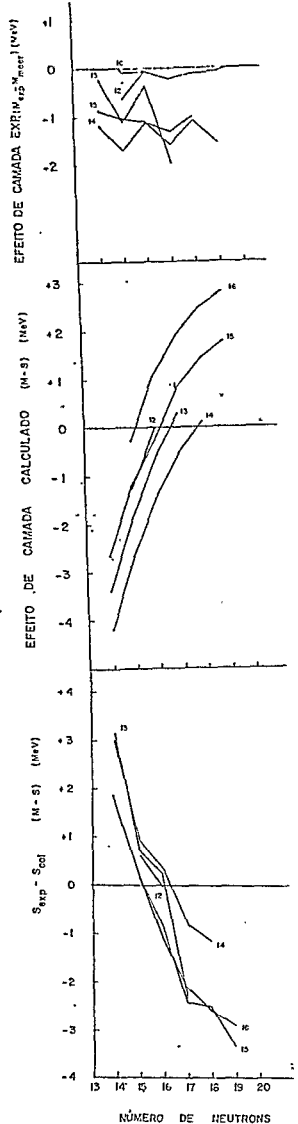


Fig. 3.3.2 - Os efeitos de camadas experimentais, calculados (M-S) e a diferença entre eles, para uma família de isótopos (Z = 12 a Z = 16), na região de número mágico N = 14.

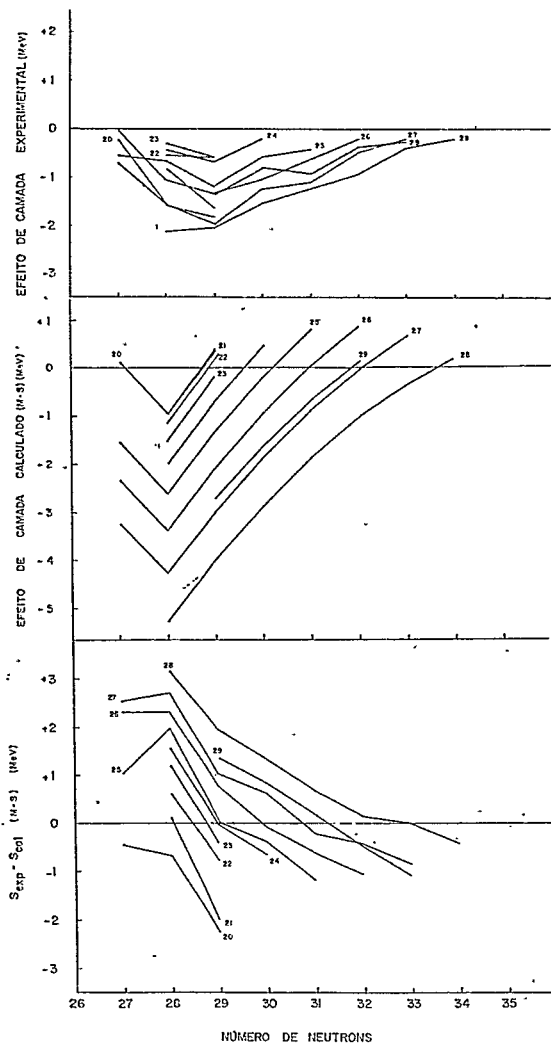


Fig. 3.3.3.- Os efeitos de camadas experimentais, calculados (M-S) e a diferença entre eles, para uma família de isótopos ($Z = 20$ a $Z = 29$), na região de número mágico $N = 28$.

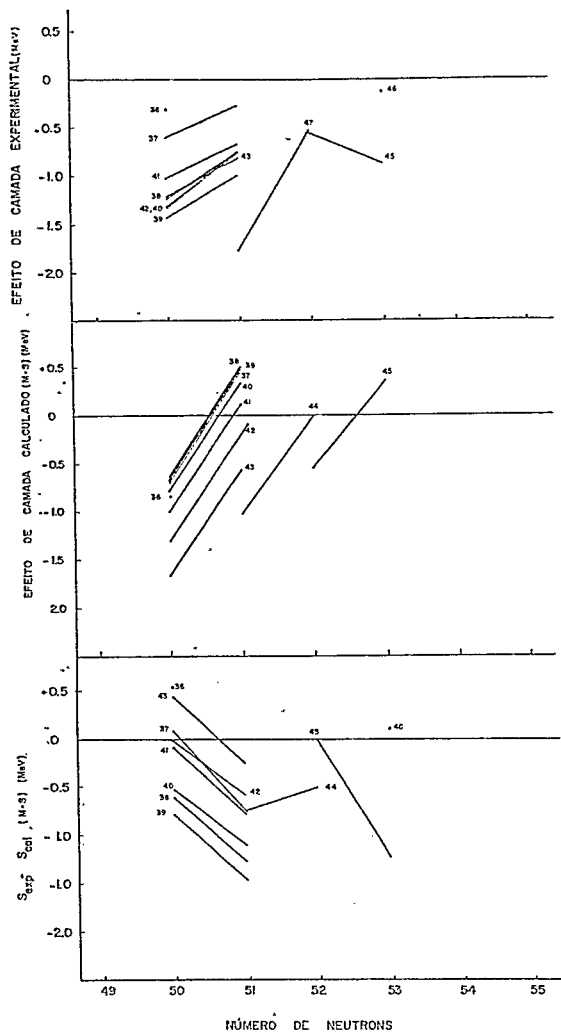


Fig. 3.3.4 - Os efeitos de camadas experimentais, calculados (M-S) e a diferença entre eles, para uma família de isótopos ($Z = 36$ a $Z = 47$), na região de número mágico $N = 50$.

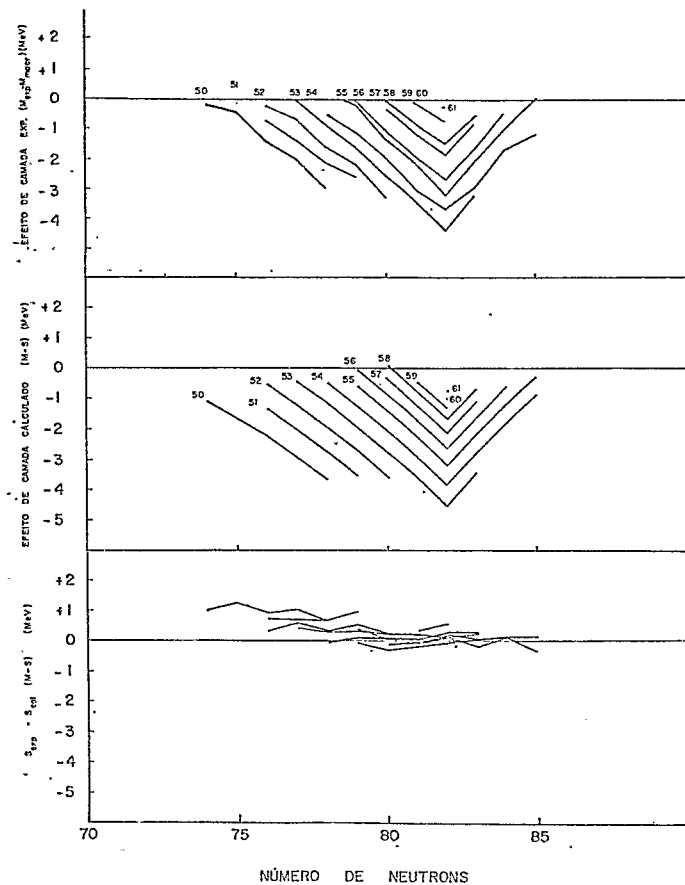


Fig. 3.3.5 - Os efeitos de camadas experimentais, calculados (M-S) e a diferença entre eles, para uma família de isótopos ($Z = 50$ a $Z = 61$), na região de número mágico $N = 82$.

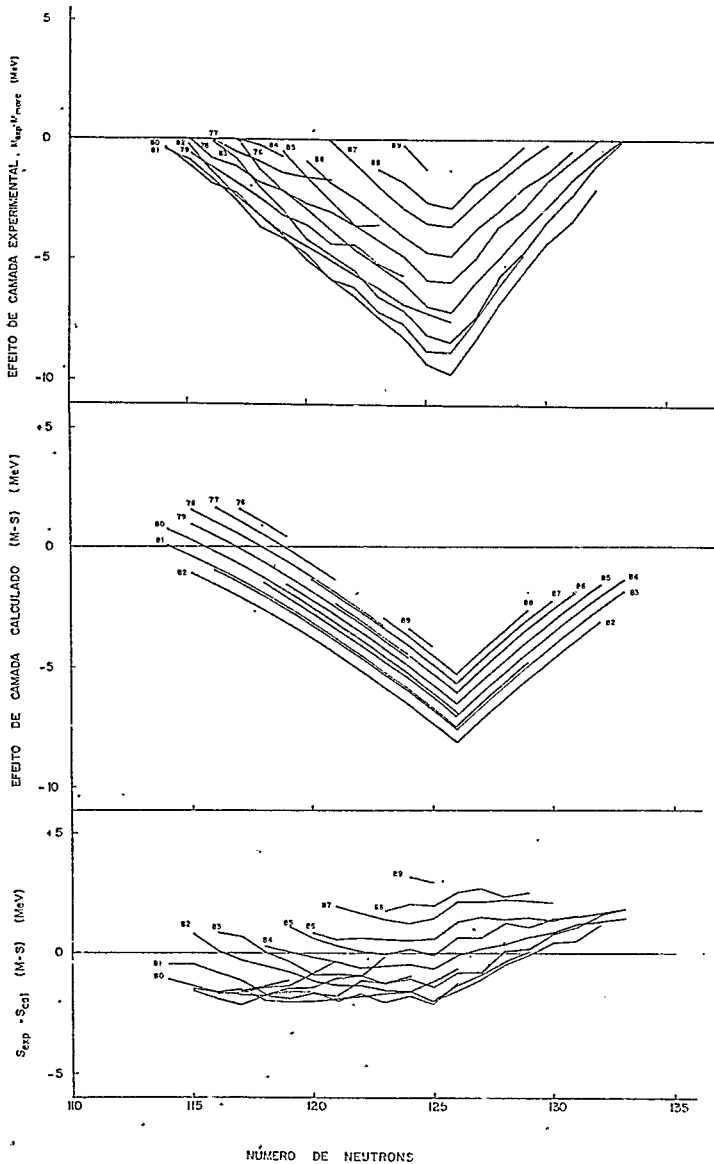


Fig. 3.3.6 - Os efeitos de camadas experimentais, calculados (M-S) é a diferença entre eles, para uma família de isótopos ($Z = 76$ a $Z = 89$), na região de número mágico $N = 126$.

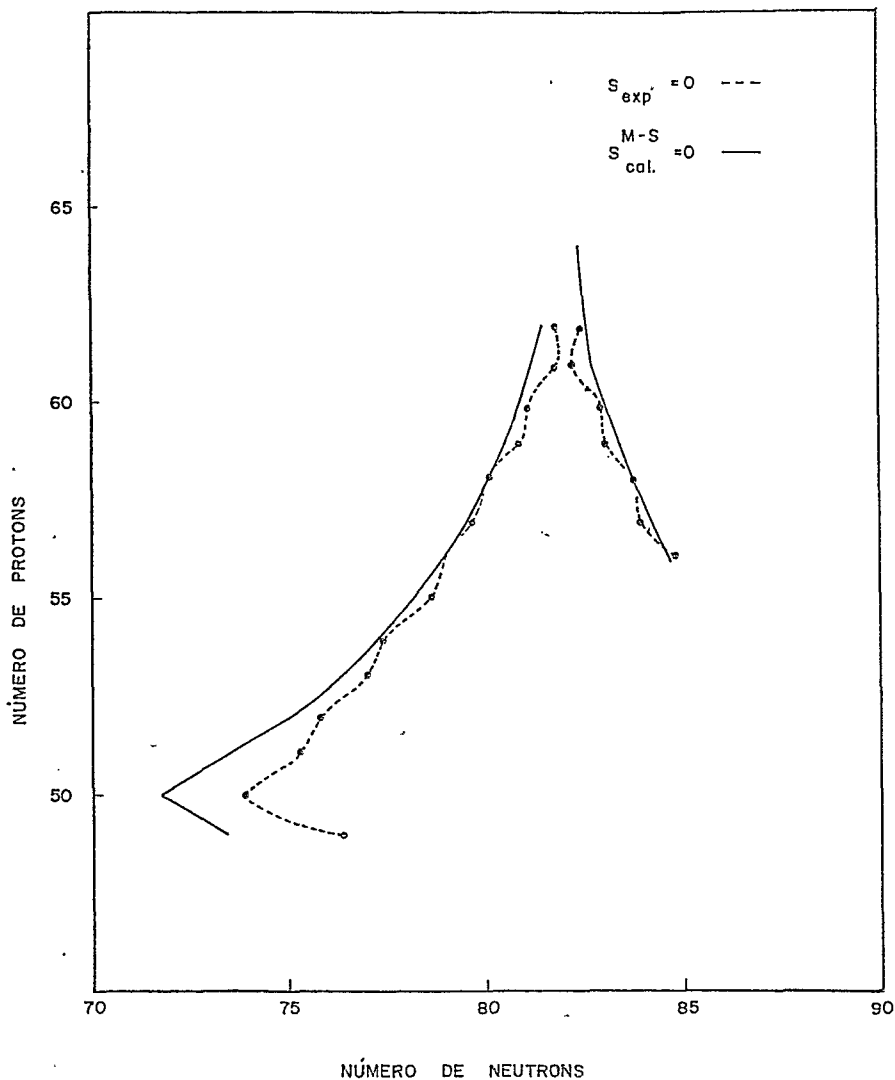


Fig. 3.3.7 - As curvas de contorno, no plano N-Z, do efeito de camada experimental (linha tracejada) e do efeito de camada calculado (M-S) (linha cheia) na região de números mágicos $Z = 50$ e $N = 82$.

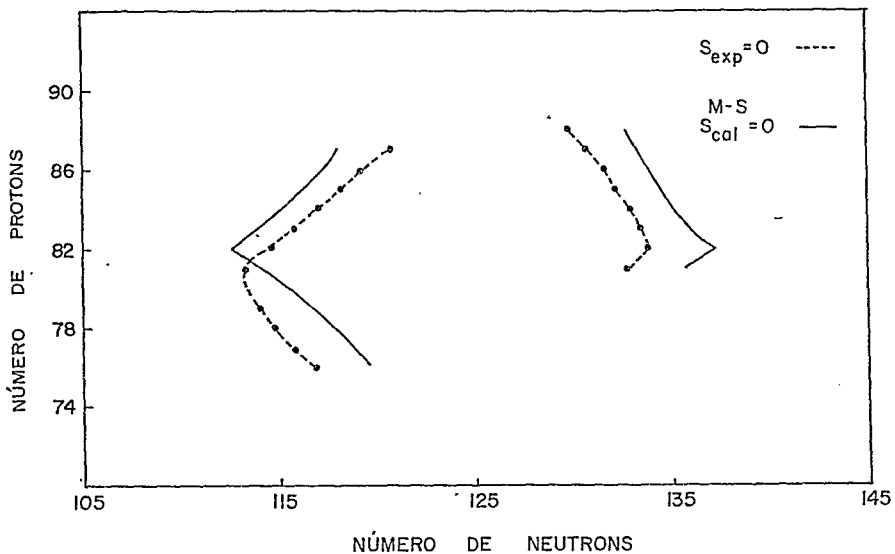


Fig. 3.3.8 - As curvas de contorno, no plano N-Z, do efeito de camada experimental (linha tracejada) e do efeito de camada calculado (M-S) (linha cheia) na região de números mágicos $Z = 82$ e $N = 126$.

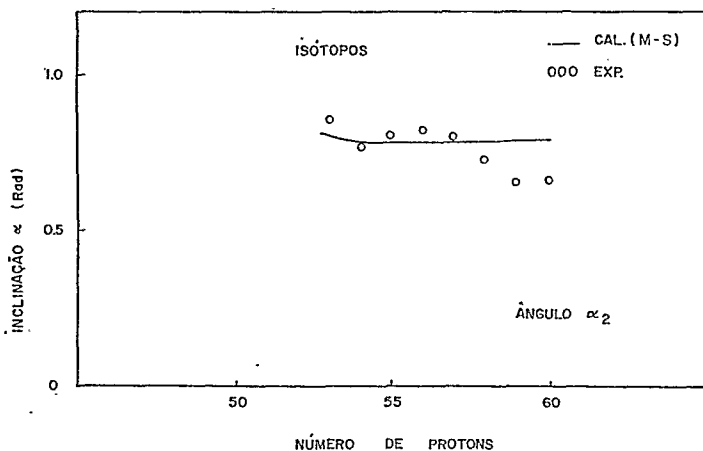
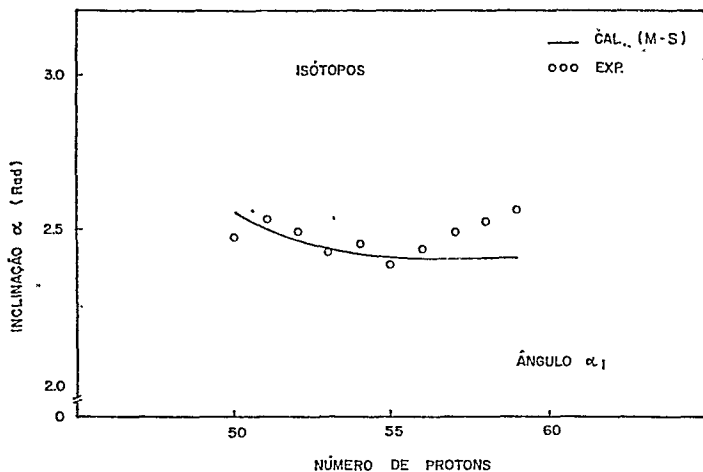


Fig. 3.3.9 - A curva do ângulo de inclinação, para uma família de isótopos, do efeito de camada experimental (círculos) e do efeito de camada calculado (M-S) (linha cheia) em função do número de prótons Z , na região de número mágico $Z = 50$ (α_1 à esquerda e α_2 à direita de $Z = 50$)

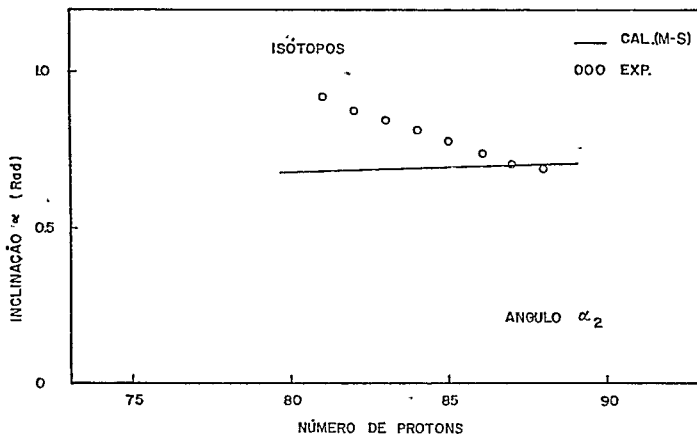
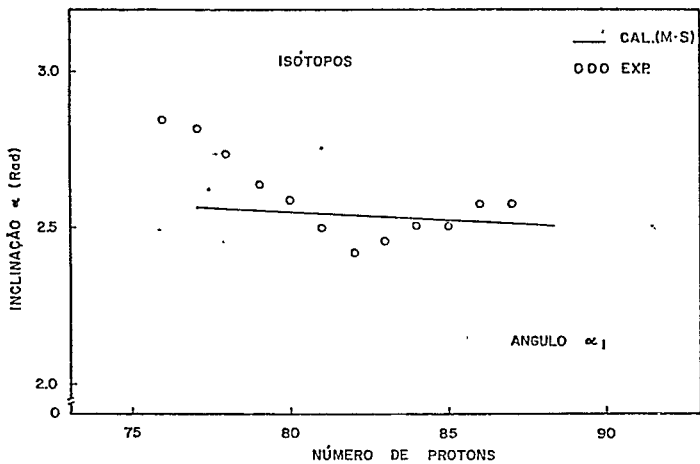


Fig. 3.3.10 - A curva do ângulo de inclinação, para uma família de isótopos, do efeito de camada experimental (círculos) e do efeito de camada calculado (M-S) (linha cheia) em função do número de prótons Z , na região de número mágico $Z = 82$ (α_1 à esquerda e α_2 à direita de $Z = 82$).

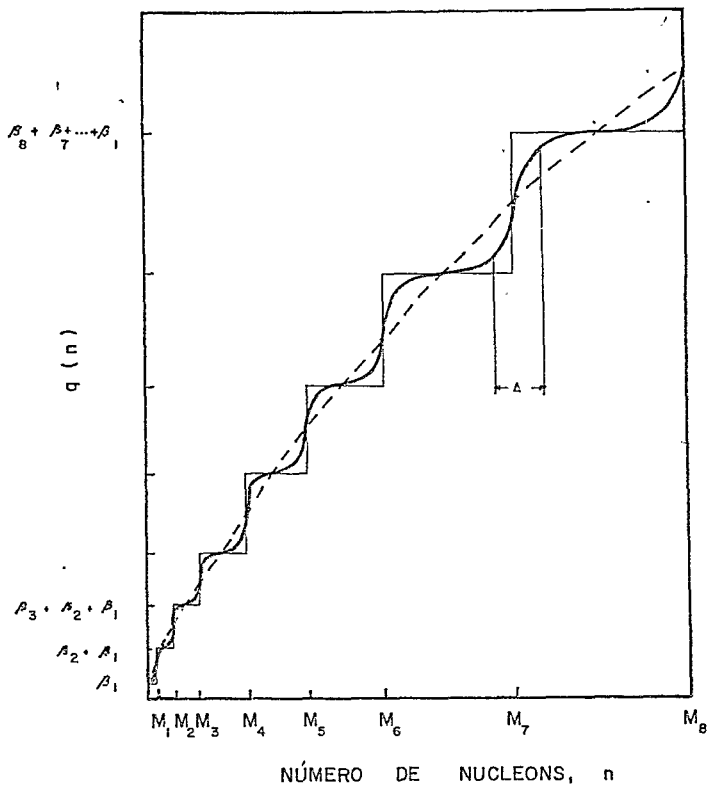


Fig. 4.1.1 - A função escada suavizada $q(n)$ (linha cheia mais forte) é comparada com a função escada (M-S) (linha cheia) e a função suave $n^{2/3}$ (linha tracejada). Os M são os números mágicos; os β , as posições das camadas principais; os Δ , as medidas de propagação de camada e n , o número de nucleons.

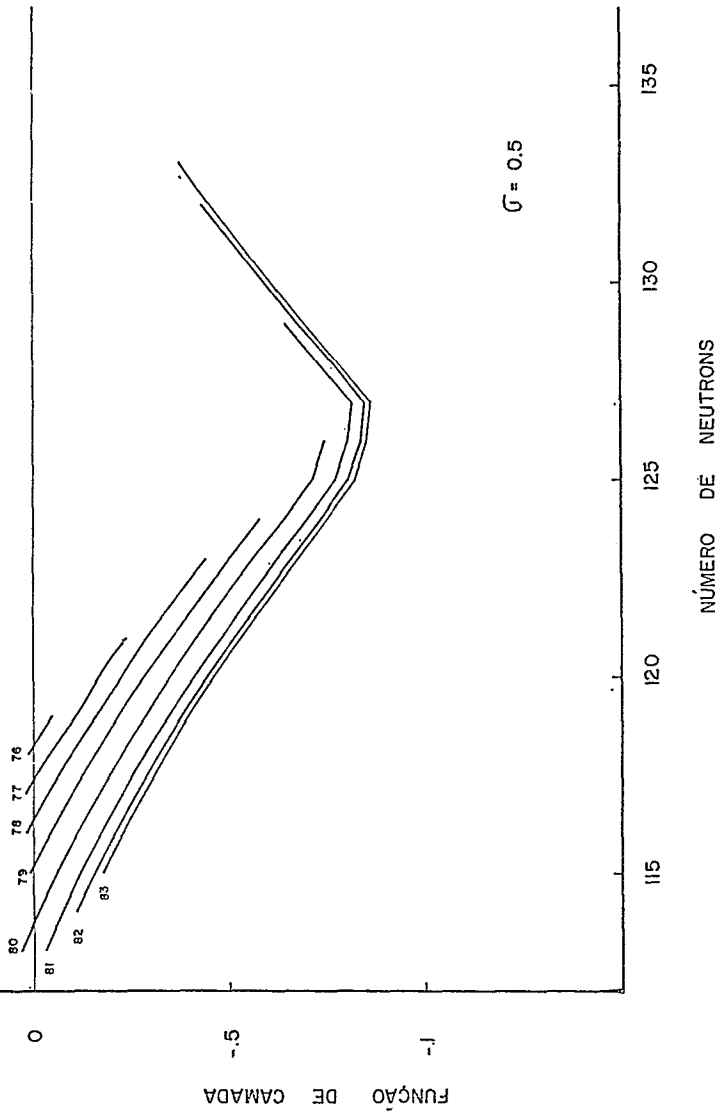


Fig. 4.1.2 - A função de camada suavizada, para uma família de isótopos ($Z = 76$ a $Z = 83$), em função do número de neutrons N , para o coeficiente $\sigma = 0.5$ (relacionado com o parâmetro de Fermi Δ).

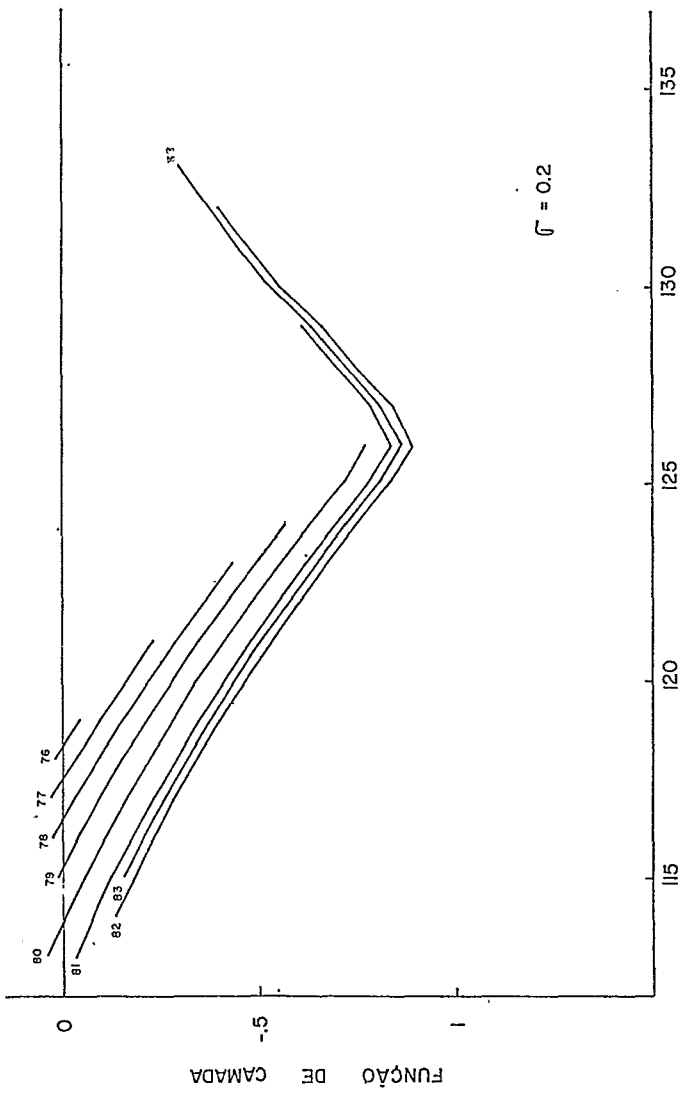


Fig. 4.1.3 - A função de camada suavizada, para uma família de isótopos ($Z = 76$ a $Z = 83$), em função do número de neutrons N , para o coeficiente $\sigma = 0.2$ (relacionado com o parâmetro de Fermi Δ).

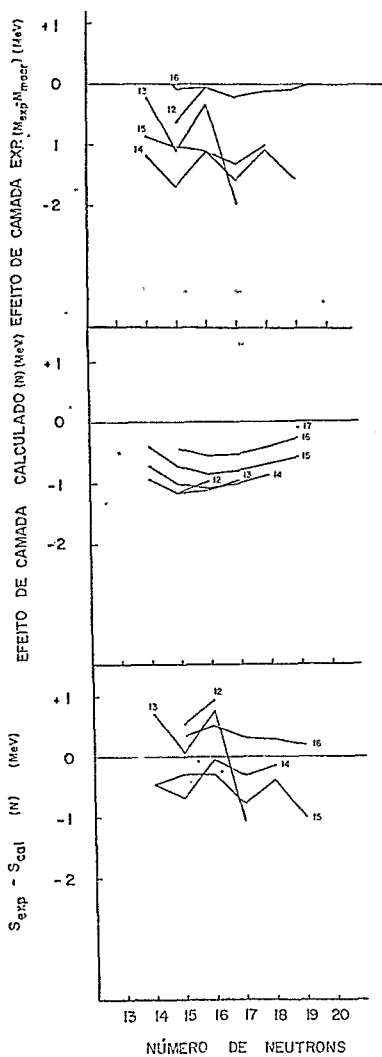


Fig. 4.2.1 - Os efeitos de camadas experimentais, calculados (presente trabalho) e a diferença entre eles, para uma família de isótopos ($Z = 12$ a $Z = 16$), na região de número mágico $N = 14$.

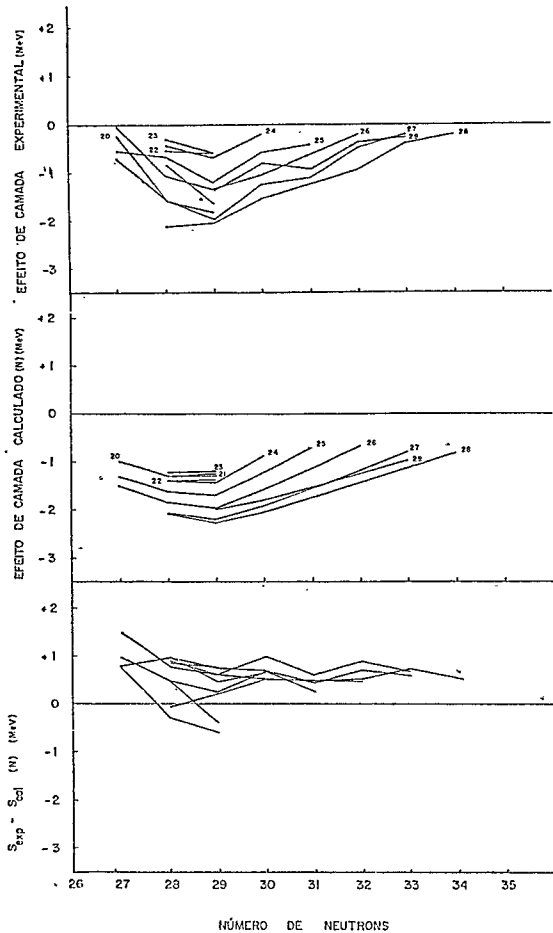


Fig. 4.2.2 - Os efeitos de camadas experimentais, calculados (presente trabalho) e a diferença entre eles, para uma família de isótopos ($Z = 20$ a $Z = 29$), na região de número mágico $N = 28$.

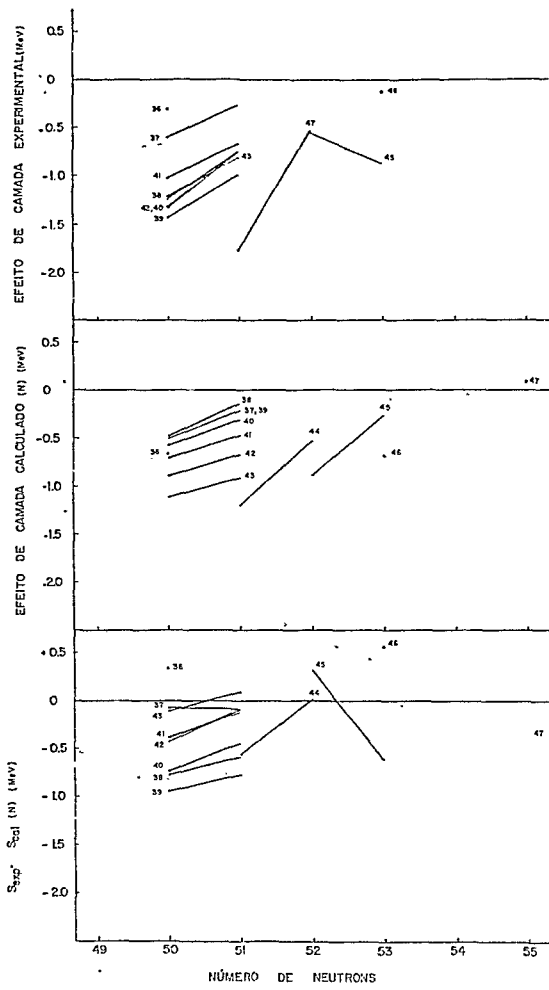


Fig. 4.2.3 - Os efeitos de camadas experimentais, calculados (presente trabalho) e a diferença entre eles, para uma família de isótopos ($Z = 36$ a $Z = 47$), na região de número mágico $N = 50$.

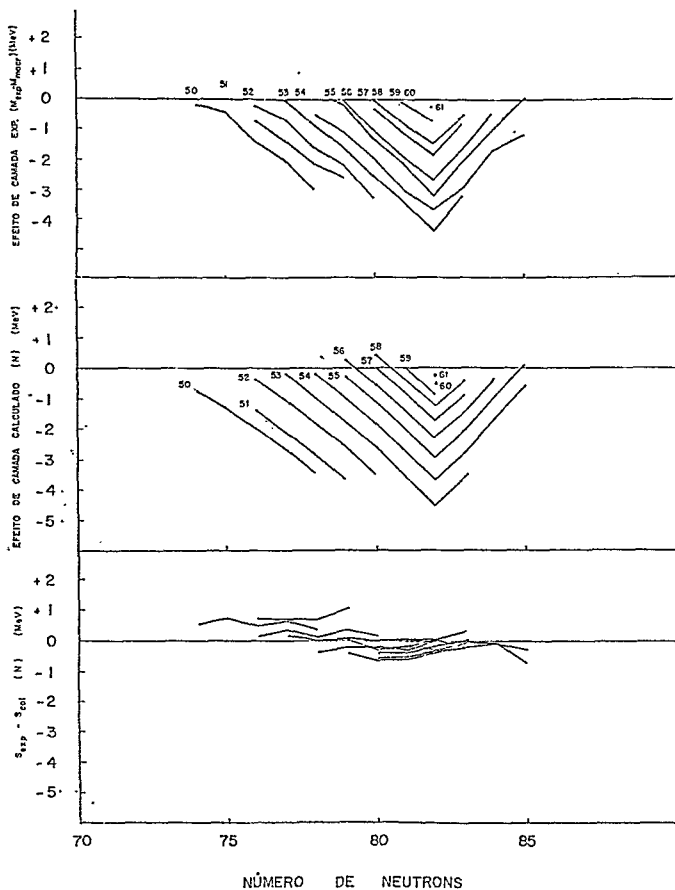


Fig. 4.2.4 - Os efeitos de camadas experimentais, calculados (presente trabalho) e a diferença entre eles, para uma família de isótopos ($Z = 50$ a $Z = 61$), na região de número mágico $N = 82$.

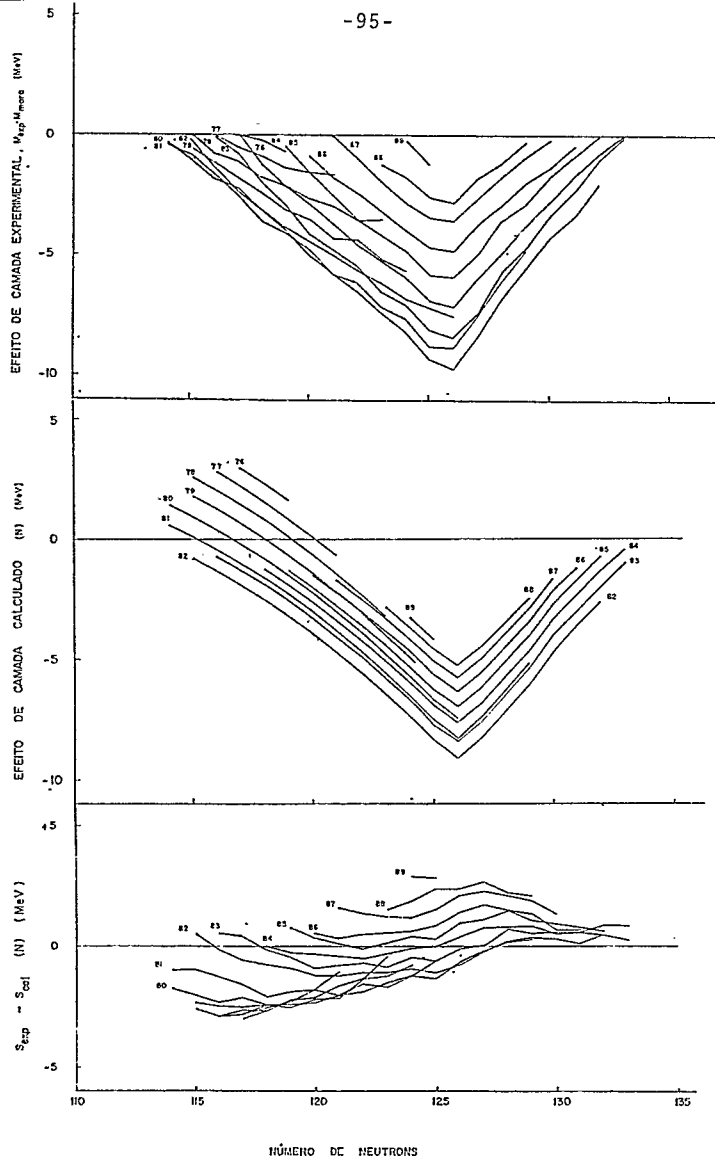


Fig. 4.2.5 - Os efeitos de camadas experimentais, calculados (presente trabalho) e a diferença entre eles, para uma família de isótopos ($Z = 76$ a $Z = 89$), na região de número mágico $N = 126$.

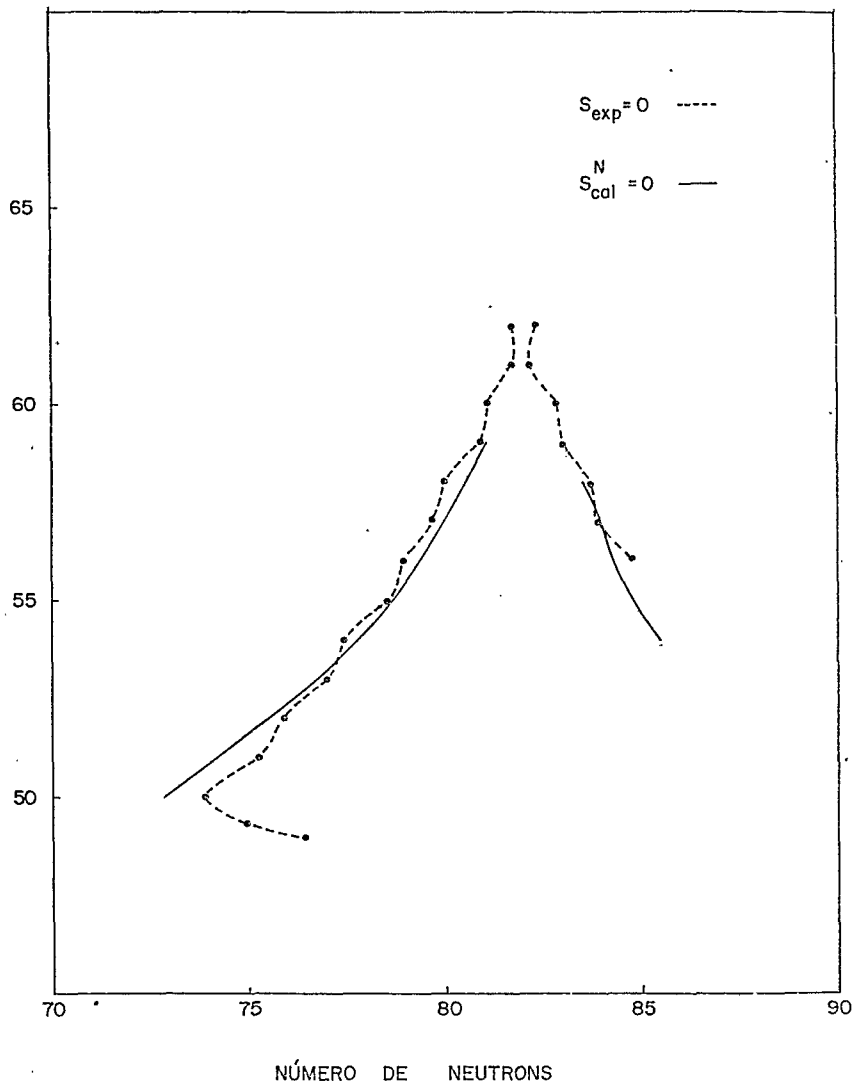


Fig. 4.2.6 - As curvas de contorno, no plano N-Z, do efeito de camada experimental (linha tracejada) e do efeito de camada calculado (presente trabalho) (linha cheia), na região de números mágicos $Z = 50$ e $N = 82$.

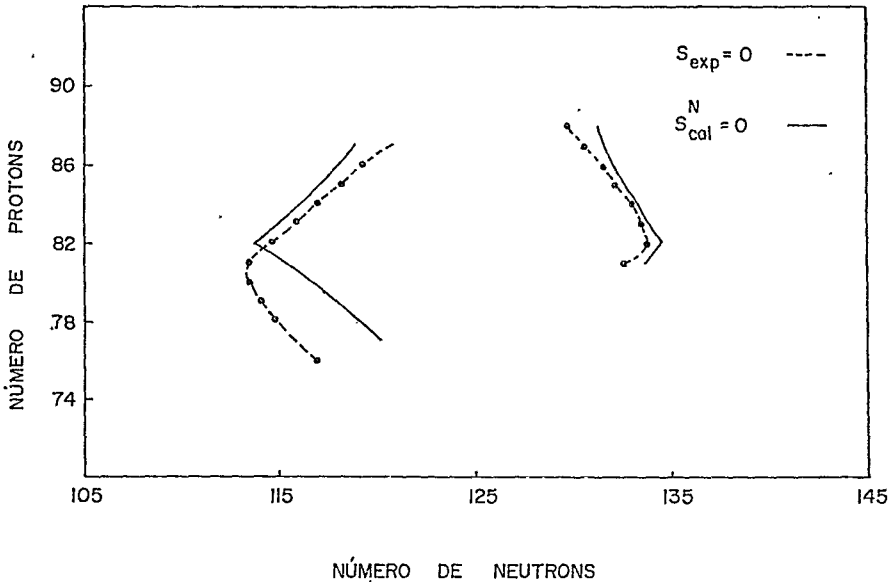


Fig. 4.2.7 - As curvas de contorno, no plano N-Z, do efeito de camada experimental (linha tracejada) e do efeito de camada calculado (presente trabalho) (linha cheia), na região de números mágicos $Z = 82$ e $N = 126$.

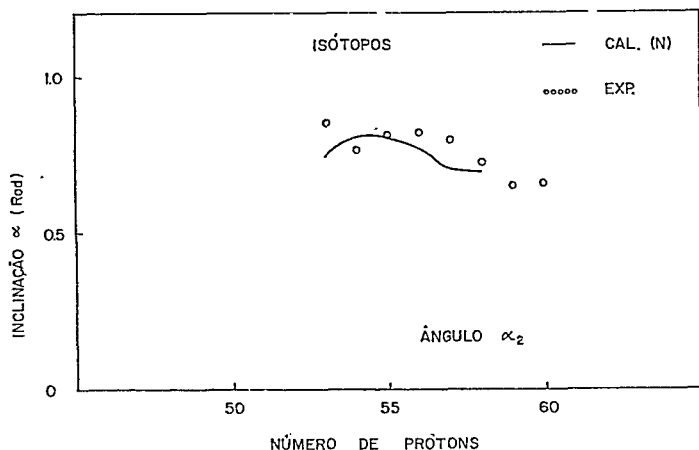
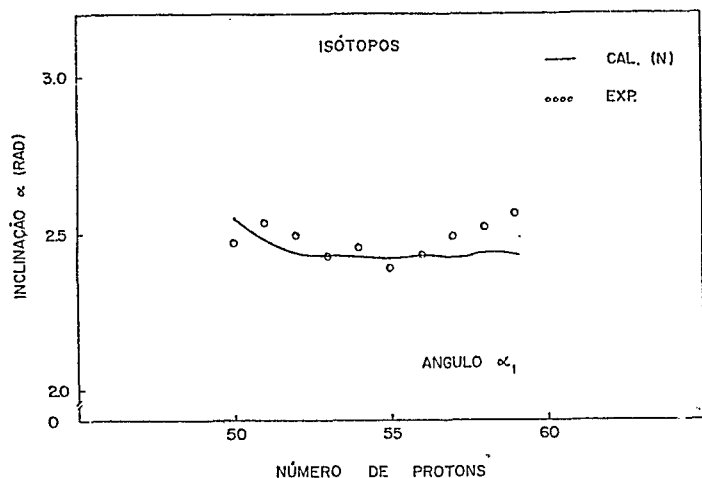


Fig. 4.2.8 - A curva do ângulo de inclinação, para uma família de isótopos, do efeito de camada experimental (círculos) e do efeito de camada calculado (presente trabalho) (linha cheia), em função do número de prótons, na região de número mágico $Z = 50$ (α_1 à esquerda e α_2 à direita de $Z = 50$).

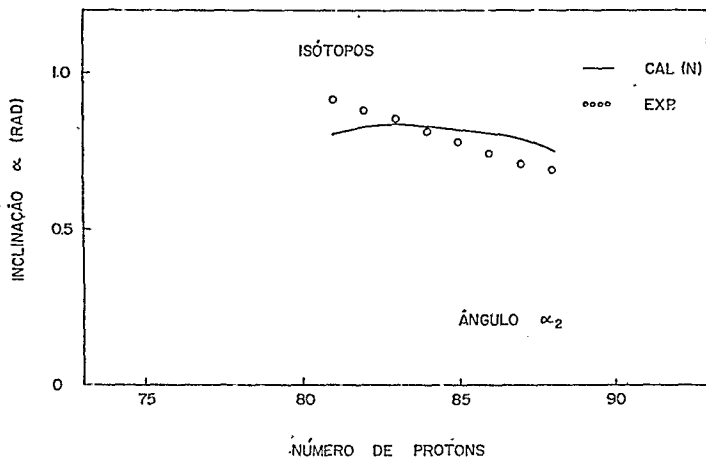
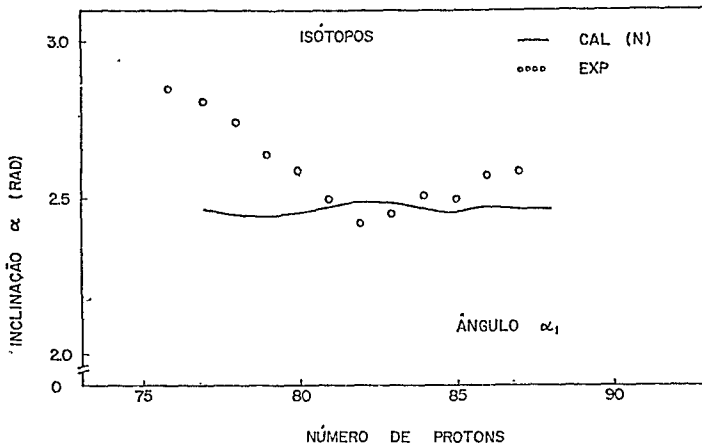


Fig. 4.2.9 - A curva do ângulo de inclinação, para uma família de isótopos, do efeito de camada experimental (círculos) e do efeito de camada calculado (presente trabalho) (linha cheia), em função do número de prótons na região de número mágico $Z = 82$ (α_1 à esquerda e α_2 à direita de $Z = 82$).

REFERÊNCIAS

- 1 - G. Gamow, Mass Defect Curve and Nuclear Constitution, Proc. Roy. Soc. 126 (1930) 632.
- 2 - E. Wigner, On the Mass Defect of Helium, Phys. Rev. 43(1933) 252.
- 3 - W. Heisenberg, Die Struktur der Lichten Atomkerne, Z. Phys. 96 (1935) 473.
- 4 - C.F. von Weizsäcker, Sur Theorie der Kernmassen, Z.Phys. 96 (1935) 431.
- 5 - H.A. Bethe and R.F. Bacher, A. Stationary States of Nuclei, Rev. Mod. Phys. 8 (1936) 82.
- 6 - E. Wigner, On the Structure of Nuclei Beyond Oxigen, Phys. Rev. 51 (1937) 947.
- 7 - W.D. Gunter and R.A. Hubbs, Revised Weizsäcker Semiempirical Formula for Diffuse Nuclear Surfaces, Phys.Rev. 113 (1959) 252, 1697 (E).
- 8 - E. Feenberg, Semi-Empirical Theory of the Nuclear Energy Surface, Rev. Mod. Phys. 19 (1947) 239.
- 9 - M. Yamada, Semi-Empirical Mass Formula for Compressible Nuclei, Prog. Theor. Phys. 32 (1964) 512.
- 10 - T. Kodama and M. Yamada, Nuclear Mass Formula on a Compressible Model, Prog. Theor. Phys. 45 (1971) 1763.
- 11 - T. Kodama, β -Stability and Liquid-Drop Mass Formulas, Prog. Theor. Phys. 45 (1971) 1112.
- 12 - H.B. Levy, New Empirical Equation for Atomic Mass, Phys.Rev. 106 (1957) 1265.
- 13 - N. Zeldes, M. Gronau and A. Lev, Shell-Model Semi-Empirical Nuclear Masses, Nucl. Phys. 63 (1965) 1.

- 14 - H. Kümme1, J.H.E. Mattauch, W. Thiele and A.H. Wapstra, A New Mass Law with Shell and Deformations Corrections, Nucl. Phys. 81 (1966) 129.
- 15 - A.G.W. Cameron, A Revised Semiempirical Atomic Mass Formula, Can. J. Phys. 35 (1957) 1021.
- 16 - P.A. Seeger, Semiempirical Atomic Mass Law, Nucl. Phys. 25 (1961) 1.
- 17 - J. Wing and P. Fong, Semi-Empirical Nuclidic Mass Equation, Phys. Rev. 136 (1964) B923.
- 18 - V.M. Strutinsky, Shell Effects in Nuclear Masses and Deformation Energies, Nucl. Phys. A95 (1967) 420.
- 19 - P.A. Seeger, A Mass Law with Model-Based Shape-Dependent Shell Terms, Proc. Int. Conf. Prop. Nucl. far from Reg. Beta-Stability, Leysin, 1 (1970) 217.
- 20 - N. Zeldes, A. Grill and A. Simievic, Shell-Model Semi-Empirical Nuclear Masses (II), Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk. 3 (1967) 1.
- 21 - M. Uno and M. Yamada, Atomic Mass Formula with Empirical Shell Terms, Prog. Theor. Phys. 53 (1975) 987.
- 22 - W.D. Myers and W.J. Swiatecki, Nuclear Masses and Deformations, Nucl. Phys. 81 (1966) 1.
- 23 - W.D. Myers and W.J. Swiatecki, Average Nuclear Properties, Ann. Phys. (N.Y.) 55 (1969) 395.
- 24 - W.D. Myers and W.J. Swiatecki, The Nuclear Droplet Model for Arbitrary Shapes, Ann. Phys. (N.Y.) 84 (1974) 186.
- 25 - W.D. Myers and W.J. Swiatecki, Anomalies in Nuclear Masses, Ark. Fys. 36 (1967) 343.
- 26 - J.M. Blatt and V.F. Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics, 52-6665, John Wiley & Sons, Inc. (1952) I,5.
- 27 - J.H.E. Mattauch, W. Thiele and A.H. Wapstra, 1964 Atomic Mass Table, Nucl. Phys. 67 (1965) 1.
- 28 - J.W. Truran, A.G. Cameron and E. Hilf, Construction of Mass Formulas Designed to be Valid for Neutron-Rich Nuclei, Proc.

- Int. Conf. Prop. Nucl. far from Reg. Beta-Stability, Ley -
sin, 1 (1970) 275.
- 29 - P. Müller and J.R. Nix, Calculation of Fission Barriers ,
Los Alamos Preprint IAEA-SM-174/202 (1973).
- 30 - J.R.Nix, Calculation of Fission Barriers for Heavy and Su-
perheavy Nuclei, Ann. Rev. Nucl. Sci. 22 (1972) 65. .
- 31 - K.A. Brueckner, J.H. Chirico, S. Jorna, H.W. Meldner, D.N.
Schramm and P.A. Seeger, Superheavy Elements from r-Process
Calculations with an Energy-Density Mass Formula, Phys.Rev.
C 7 (1973) 2123.
- 32 - L. Jaccoud El-Jaick and T. Kodama, Properties of Semi-Inf ∞
nite Nuclei, C.B.P.F. Preprint A0005/76 (1976).
- 33 - L. Wilets, Theories of the Nuclear Surface, Rev. Mod. Phys.
30 (1958) 542.
- 34 - B.C. Carlson, Ellipsoidal Distributions of Charge or Mass ,
J. Math. Phys. 2 (1961) 441.
- 35 - W.D. Myers, W.J. Swiatecki, T. Kodama, L.J. El-Jaick and E.
Hilf, The Droplet Model of the Giant Dipole Resonance, CBPF
Preprint A0031/76 (1976); Berkeley Preprint LBL-4390 (1976).
- 36 - V.M. Strutinsky and H.C. Pauli, Shell-Structure Effects in
the Fissioning Nucleus, in Physics and Chemistry of Fission
(Proc. Symp. Vienna, 1969), IAEA-SM-122/203 (1959) 155.
- 37 - J. Damgaard, H.C. Pauli, V.V. Pashkevich , V.M. Strutinsky,
A Method for Solving the Independent-Particle Schrödinger
Equation with a Deformed Average Field, Nucl. Phys. A135 ,
(1969) 432.
- 38 - S.G. Nilsson, C.F. Tsang, A. Sobiczewski, Z. Szymanski , S.
Wycech, C. Gustafson, I.L. Lamm, P.Müller and B. Nilsson ,
On the Nuclear Structure and Stability of Heavy and Super -
heavy Elements, Nucl.Phys. A131 (1969) 1.

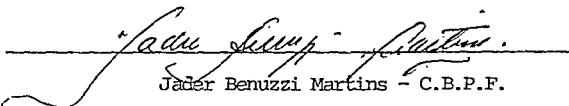
Tese apresentada ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas
do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tec-
nológico, fazendo parte da Banca Examinadora os seguintes
Professores:



Takeshi Kodama - C.B.P.F.
Presidente



Sergio Murilo Calzavara Alves - I.F. - U.F.R.J.



Jader Benuzzi Martins - C.B.P.F.

Rio de Janeiro, 19 de abril de 1977