

TESES

NÚMERO 01/71

ESPECTRO DE RÁDIAÇÃO DE FREIAMENTO DE
ELÉTRONS DE 22 MEV EM ALVOS GROSSOS

TESE DE MESTRADO

por

Luz Mária Moya Rodríguez

em

22 de janeiro de 1971

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

AV. WENCESLAU BRAZ, 71

RIO DE JANEIRO

BRASIL

ESPECTRO DE RADIAÇÃO DE FREIAMENTO DE
ELÉTRONS DE 22 MEV EM ALVOS GROSSOS

TESE DE MESTRADO

defendida por

LUZ MARIA MOYA RODRIGUEZ

no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

Orientador: Prof. Alfredo Marques de Oliveira

em 22 de janeiro de 1971

perante a banca integrada pelos senhores professores

Alfredo Marques de Oliveira

Anna Maria Freire Endler

Neusa Margem Amato

Ivan Cunha Nascimento

José de Lima Acioli

ERRATA

F g.	Linha	Onde se lê	Leia-se
9	13	(44)	(45-2)
11	9	Chaldwick	Chadwick
21	15	Rossi (19)	Rossi (24)
2	9	$(1 - e^{-R/\lambda})$	$(1 - e^{-R/\lambda})$
5	10	$\equiv \frac{E_0^2}{X_0}$	$\equiv \frac{E_0^2}{X_0}$
6	14	$n \approx 0.3$	$n \approx 3.0$ - com ajuda do gráfico nº 2 (27)
26	20	$0.6 * 1.30$	$0.6 * 1.67$
7	1	10	8
30	19	$(\hbar E_0' E)/(m_0 c^2 k)$	$(2\hbar E_0' E)/(m_0 c k)$
1	4	$(i/\hbar c q (\vec{r})) dr$	$(i/\hbar c (\vec{q} \vec{r})) d\tau$
11	13	$= E - p (E_0' - p_0)$	$= E - p - (E_0' - p_0)$
32	9	$\frac{2}{3} E_0' E$	$-\frac{2}{3} E_0' E$
12	9	$\ln (q)$	$\ln \left(\frac{q}{\delta} \right)$
35	14	$\exp (-N \sigma_t (E) x)$	$\exp (-N \sigma_t (E) x) dx$
6	4	medio	meio
36	11	Dividido, por	Dividido o alcance R, por
9	2	permittio-nos	permitted-nos
43	3	reductiveis	reduzíveis
34	título	Tabela n.4	Tabela n.5
6	6	22 MeV	22 MeV - μ
56	7. última	\int_0^{22}	$\int_0^{22} - \mu$

Pág.	Linha	Onde se Lê	Leia-se
57	2,4,9	\int_0^{22}	$\int_0^{22} - \mu$
59	6	saím	saem
65	6	residual..	residual ^(45 - 2) .
69	coluna(4)	(c/min) .	(c/min. mol)
70	19	4-	5-
72	9	$(\Delta N)^2 (-$	$(\Delta N)^2 + ($
73	11	$E = E_0 - E$	$E' = E_0 - E$
74	última	$\int_{k_{L1}}^{22}$	$\int_{k_{L1}}^{22} - \mu$
75	6	$\int_{k_{L2}}^{22}$	$\int_{k_{L2}}^{22} - \mu$
91	1	Chaldwick	Chadwick
41	7	Sigma (K)DK	\int Sigma (E, K)dK

I N D I C E

Dedicação	3
Agradecimentos	7
Resumo	9

INTRODUÇÃO

Aspectos Gerais	11
Aspectos Qualitativos	16

CAPÍTULO I

Determinação do Espectro de Radiação pelo Método de Monte Carlo -	19
---	----

Primeira Parte

Relações qualitativas entre perda de energia por colisão, por radiação e ângulo de espalhamento	20
(a) Perdas de energia por colisão	23
(b) O ângulo de espalhamento	24
(c) Formulação teórica de seção de choque para emissão de radiação de freiamento de eletrons	28

Segunda Parte

Estrutura do método de Monte Carlo utilizado	34
--	----

Terceira Parte

Diagrama de fluxo do programa utilizado	40
---	----

Quarta Parte

Resultados teóricos	46
---------------------	----

CAPÍTULO II

Aplicação dos resultados à determinação experimental de rendimento em reações (γ, n)	56
Equipamento utilizado	59
As amostras utilizadas	60
Análise de dados	67
Notas sobre o cálculo de erros	72
Conclusões	73

Apêndice A	78
Apêndice B	82
Apêndice C	88
Referências	91

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Professor Alfredo Marques de Oliveira pela oportunidade que me deu de trabalhar no seu laboratório, sugerindo e orientando o presente trabalho.

Meu especial reconhecimento às seguintes instituições:

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS, em particular à Divisão de Computador e à Divisão do Acelerador Linear.

CENTRO LATINO AMERICANO DE FÍSICA

COMISSÃO NACIONAL DE ENERGIA NUCLEAR

ORGANIZAÇÃO DOS ESTADOS AMERICANOS

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

pelas facilidades que, sob a forma de auxílio financeiro, de uso das instalações ou de intercâmbio técnico-científico, emprestaram para a realização desta tese.

Sou grata a meus colegas e amigos pela sua colaboração no laboratório, nas discursões teóricas, na revisão, elaboração e impressão deste trabalho.

RESUMO

O espectro de radiação de freiamento dos eletrons do acelerador linear do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, operado a 22 Mev, foi calculado com o fim de possibilitar usos mais quantitativos do feixe. Para isso um programa para o computador IBM 1620 foi desenvolvido, empregando o método de Monte Carlo, incluídas perdas por ionização. Os resultados foram limitados à faixa de energias de ftons que vai de 3 Mev até a energia máxima.

O espectro calculado, para alvo conversor de Tântalo de 0,3 cm de espessura, foi utilizado para a análise quantitativa de experiências de ativação, envolvendo as reações $Cs^{133}(\gamma, n)Cs^{132}$, $Cu^{63}(\gamma, n)Cu^{62}$, $I^{127}(\gamma, n)I^{126}$, cujas seções de choque foram cuidadosamente determinadas (veja referências (41), (43), (44)).

Obteve-se um excelente acôrdo entre as atividades medidas e as calculadas através do espectro numérico determinado e das funções de excitação.

ESPECTRO DE RADIAÇÃO DE FREIAMENTO DE ELETRONS
DE 22 MEV EM ALVOS GROSSOS

INTRODUÇÃO

ASPECTOS GERAIS

Um capítulo importante no estudo dos fenômenos nucleares é a excitação do núcleo pelo impacto da radiação gama, processo no qual forças eletromagnéticas, em vez de forças nucleares, estão envolvidas.

Os mecanismos destes processos têm dado importantes informações sobre a natureza fundamental do núcleo e através das numerosas experiências realizadas nestas últimas décadas, o conhecimento da estrutura e dinâmica nucleares, têm sido ampliados.

A primeira dessas experiências, realizada em 1934 por J. Chaldwick e M. Goldhaber⁽¹⁾, foi o estudo da reação $H^2(\gamma, n)H^1$, que permitiu pela primeira vez a determinação da massa do nêutron (= 1.0081 uma) e da energia de ligação do deuteron (2.1 Mev).

Até 1941, quando foi construído o primeiro Betatron, praticamente não existiam fontes de raios gama de alta energia a não ser a linha de 17.6 Mev do Be^8 , produzido artificialmente na reação $Li^7(p, \gamma)Be^8$.⁽²⁾

Posteriormente^{(3), (4)}, eram obtidas as curvas de excitação

de reações (γ, n) com núcleos mais pesados, sendo achadas as ressonâncias gigantes características destas seções de choque.

Além das medidas das seções de choque, a foto-desintegração de núcleos leves tem permitido a determinação da energia de ligação da partícula emitida e a diferença de massa dos isótopos vizinhos. Mas a maioria das investigações relacionadas com a radiação de freiamento dos elétrons, está ligada ao estudo da seção de choque como função da energia, $\sigma(k_\gamma)$, de reações (γ, X); onde normalmente a emissão de neutrons é mais favorecida por causa da inexistência de barreira coulombiana.

Devido ao fato de que o espectro de radiação de freiamento é contínuo, a seção de choque $\sigma(k_\gamma)$ não pode ser medida diretamente. Em vez disso, mede-se a intensidade do processo foto-nuclear por unidade de dose de raios gama que passa através da amostra, como função da energia máxima ($k_{0\gamma}$) do espectro; ou seja, a ativação ou rendimento da reação, $Y(k_{0\gamma})$;

$$Y(k_{0\gamma}) = C \int_0^{k_{0\gamma}} \sigma(k_\gamma) P(k_\gamma, k_{0\gamma}) dk_\gamma \quad (1)$$

onde $P(k_\gamma, k_{0\gamma})$ é o espectro de fons e C é uma constante que depende do número de átomos por centímetro-quadrado do alvo, da corrente das partículas irradiantes e da constante de normalização de $P(k_\gamma, k_{0\gamma})$.

Johns et al. (5) desenvolveram um método para a obtenção da curva da seção de choque a partir das curvas de distribuição absoluta de

fótons e de atividade de saturação como função da energia máxima.

Este tipo de experiências, nas quais é preciso medir a atividade residual, oferece a desvantagem de que em alguns casos o núcleo resultante da reação (γ, X) pode ser estável ou ter uma vida média muito grande ou seu esquema de decaimento não ser bem conhecido.

O estudo das reações foto-nucleares é também feito através da detecção dos neutrons emitidos pelas reações (6), (7), sendo possível a medida de seção de choque total, $\sigma = \sigma(\gamma, n) + \sigma(\gamma, np) + 2\sigma(\gamma, 2n)$

Um feixe monocromático de fotons é utilizado por Fultz et al. (8), (9), na medida de seção de choque (γ, n), ($\gamma, 2n$), (γ, np). Seu método consiste essencialmente no emprego de fotons monocromáticos de energia variável obtidos da aniquilação em vô de positrons acelerados num acelerador linear de eletrons. A seção de choque é determinada como função do número de neutrons detetados.

Em princípio uma descrição completa da radiação de freio emitida pelos elétrons num alvo grosso pode ser obtida da seção de choque dos processos elementares pertinentes. Por exemplo, a eficiência para produção deste tipo de radiação pode ser calculada se se conhece em detalhe o processo radiativo e os processos de espalhamento (elástico e inelástico) dos elétrons.

Esta análise é necessariamente complicada já que devem ser incluídas as perdas de energia, o espalhamento dos eletrons primários e a

absorção dos raios gama pelo alvo, além da informação da seção de choque para o processo radiativo.

As fórmulas que descrevem a radiação emitida pelo freiamento de elétrons em alvo finos, supõem que a partícula incidente tem uma energia bem definida; mas quando se trata de alvos grossos:

- (a) existe uma probabilidade finita de que o eletron perca uma quantidade apreciável de sua energia por ionização;
- (b) o espalhamento múltiplo do eletron dentro do radiador aumenta com a espessura ou com a redução da energia;
- (c) alguns eletrons podem irradiar no início da sua trajetória de tal forma que não possuem energia suficiente para emitir, mais adiante, fotons de energia considerável;
- (d) alguns dos gamas produzidos na primeira parte do radiador podem se perder ao interagir na parte posterior do radiador, produzindo pares eletron-positron ou espalhamento Compton do foton.

Vários autores têm estudado estes problemas:

Eyges⁽¹⁰⁾ desenvolve um método no qual não leva em conta as perdas por ionização.

O método dado por Wilson⁽¹¹⁾ inclui os quatro aspectos enunciados anteriormente.

Penfold⁽¹²⁾ e Hisdal⁽¹³⁾ desenvolveram métodos complementares para o cálculo do espectro em alvos grossos a altas energias, incluindo efeitos de espalhamento dos eletrons.

O cálculo de Penfold estima os efeitos de alvo grosso especialmente na região de alta energia e dá o espectro integrado sobre as direções do foton num ângulo máximo, com respeito à direção do feixe incidente de eletrons.

O método de Penfold é utilizado por Motz et al. ⁽¹⁴⁾ que calcularam o espectro de radiação para eletrons de 11 Mev em Tungstênio, levando em conta os efeitos de absorção no material, as perdas de energia e a distribuição angular dos eletrons no alvo como função da profundidade alcançada.

Hisdal ⁽¹³⁾ leva em conta o espalhamento múltiplo dos eletrons incidentes, utilizando a teoria de Molière ⁽¹⁵⁾ na determinação da distribuição angular do feixe no alvo, mas não leva em conta as perdas de energia, e seu método não pode ser aplicado na região de altas energias.

Neste trabalho adotamos uma solução pelo Método de Monte Carlo incluindo as perdas de energia por ionização.

ASPECTOS QUALITATIVOS .

Uma formulação bastante completa do processo de radiação por elétrons, levando em conta outras interações com o meio foi dado por L. Eyges⁽¹⁶⁾. O processo é descrito por uma função que mede a degradação da energia do feixe de elétrons com a profundidade alcançada, em consequência dos processos de transferência de energia para átomos do meio e para o campo eletromagnético. O problema é formulado e resolvido com técnicas de teoria dos chuveiros da radiação cósmica; as equações integro-diferenciais que descrevem os processos são reduzidas a equações algébricas nas transformadas funcionais das funções incógnitas, e estas têm, em geral, soluções simples. O problema da inversão das transformadas funcionais é, entretanto, intratável, a menos que simplificações drásticas sejam feitas nas formas funcionais das seções de choque descrevendo os processos elementares. Em seu trabalho Eyges oferece soluções correspondentes a três hipóteses independentes sobre a forma da seção de choque de freiamento em função da energia. Uma delas, mais flexível, depende de dois parâmetros arbitrários, cuja determinação foi objeto de nosso interesse numa primeira abordagem deste problema. Os resultados obtidos correspondendo aos espectros calculados da teoria de Eyges, para diferentes valores daqueles parâmetros, comparados com o espectro experimental medido a 11 Mev⁽¹⁴⁾, foram, entretanto, desencorajadores. Sendo assim parece-nos que as simplificações introduzidas para tornar o problema matematicamente tratável são demasiado drásticas para conduzirem a resultados razoáveis nestas regiões de energias.

Face a êsse resultado negativo renunciámos às soluções analíticas do problema e recorremos ao Método de Monte Carlo.

Algumas simplificações tiveram que ser impostas na solução de Monte Carlo adotada. Embora, em princípio o método admita o manejo das expressões exatas das secções de choque dos processos elementares pertinentes, sua manipulação simultânea conduz a programas sumamente elaborados e extensos, envolvendo um volume de cálculo acima das nossas possibilidades de computador (IBM-1620 com 60 K). Os processos pertinentes (radiação de freiamento, degradação de energia por processos de excitação e ionização e espalhamento múltiplo), estão de tal modo entrelaçados que a obtenção da solução do Monte Carlo com alguma significância só poderá ser pretendida a partir de um número de "lances" pelo menos duas ordens de grandeza acima do que foi atualmente empregado.

O cálculo tornou-se viável face a opções de caráter simplificador discutidas mais adiante. A comparação dos resultados experimentais com o espectro calculado justificou plenamente o emprego daquelas opções.

Este trabalho foi feito limitando o espectro resultante a valores acima de $k_{\gamma} = 3$ Mev, pois abaixo destas energias não encontramos interesse, especialmente se lembrarmos que os limiares das reações foto-nucleares estão, em geral, bem acima do dito valor. Também nos cálculos consideramos que os eletrons dentro do alvo têm uma energia que vai desde os 22 Mev iniciais até um mínimo de 5 Mev, agrupados em intervalos de $1/2$ Mev.

Assumimos que o meio é grosso para os eletrons, mas é fino para a radiação de freiamento de tal forma que o foton emergente não sofre alteração alguma desde o ponto onde foi emitido.

Básicamente o programa usado faz as considerações a seguir: O eletron incidente, de energia E_0 , viaja na direção da sua trajetória inicial, até que sua energia passa a ser E , devido às perdas por ionização.

Numa primeira jogada é determinada a posição $X_n(E)$ na qual se produzirá a emissão de um foton de energia k_γ . Na posição $X_n(E)$, com $n = 1, \dots, 50$; a partícula incidente perdeu por ionização uma energia E' que deverá ser tal que $E' \cong X_n(E)$. $\beta(E)$ onde $\beta(E)$ é o expoente da relação alcance - energia.

Uma segunda jogada nos indicará qual a energia k_γ do foton emitido: $3 \text{ Mev} \leq k_\gamma \leq E - 0,511 \text{ Mev}$.

Com os dados de frequência de ocorrência de cada valor k_γ construímos um gráfico que mostra a distribuição de intensidade de radiação.

Numa segunda parte, para testar a curva obtida fizemos medidas do rendimento de reações (γ, n) com elementos cuja seção de choque $\sigma(k_\gamma)$ em função de k_γ foi determinada utilizando ftons monocromáticos

Evitando o problema das constantes de proporcionalidade, a comparação entre o espectro calculado e a experiência foi feita com as razões dos rendimentos em elementos irradiados nas mesmas condições.

CAPÍTULO I

Este capítulo é uma análise detalhada das hipóteses e dos fundamentos que caracterizam o programa utilizado, oferecendo também os resultados obtidos.

Na Primeira Parte analisamos:

- (a) o problema das perdas de energia por ionização e excitação;
- (b) o problema do espalhamento múltiplo;
- (c) a seção de choque para emissão de radiação de freiamento dos eletrons.

Na Segunda Parte, com base nas hipóteses precedentes fazemos uma análise da estrutura do Monte Carlo empregado. Isto nos leva à esquematização do diagrama de fluxo do programa utilizado e que aparece na Terceira Parte, onde incluímos também as tabelas calculadas.

Finalmente, a Quarta Parte apresenta os resultados obtidos

Como apêndice aparece o programa que utilizamos escrito em Fortran II.

PRIMEIRA PARTE

RELAÇÕES QUALITATIVAS ENTRE PERDA DE ENERGIA POR COLISÃO, POR RADIAÇÃO E ÂNGULO DE ESPALHAMENTO

A transferência de energia em colisões individuais, entre partículas carregadas e átomos, foi estudada por Bohr (17), Bethe (18), Block (19), Landau (20), Fermi (21), Möller (22), Mott (23), e outros (24). A acumulação das transferências de energia através das sucessivas colisões, ao longo de qualquer extensão de trajetória, é facilmente avaliada, segundo o método introduzido por Bohr, no caso de partículas pesadas; nesse caso o desvio da direção de movimento da partícula incidente acompanhado de transferência de energia para elétrons atômicos pode ser desprezado e a trajetória é em primeira aproximação retilínea. Tal, porém, não se dá quando a partícula incidente é ela própria um elétron; nesse caso os desvios de direção são desprezíveis apenas para as colisões com grande parâmetro de impacto, as quais estão associadas com pequenas transferências de energia. O elétron incidente perde energia e muda apreciavelmente de direção em cada colisão individual acompanhada de razoável transferência de energia. Embora as colisões moles (transferência de energia abaixo do potencial de ionização dos elétrons de valência) sejam aproximadamente 50% do total das colisões, o erro que se comete desprezando as deflexões individuais dos elétrons é ainda mais grosseiro do que esse dado leva a conceber, tendo em vista o efeito drástico que umas poucas deflexões a ângulos grandes podem produzir no desenvolvimento da curvatura da trajetória (espalhamento múltiplo) (15). A

perda de energia por unidade de comprimento tomada na direção de incidência dos eletrons será certamente sub-estimada caso se desprezem aquelas deflexões.

De outro lado, o processo de acumulação das pequenas deflexões ao longo da trajetória está formulado apenas para o caso em que se podem desprezar as perdas de energia no intervalo considerado (Fermi (25), Williams (26), Molière (15)). Dado que o ângulo médio quadrático de desvio em colisões individuais é inversamente proporcional a $p\beta c$, a degradação de energia ao longo do percurso tende a fazer esse ângulo aumentar, crescendo consequentemente o número das colisões com transferências grandes de energia que, por sua vez, aumentam ainda mais os desvios, etc., numa ligação regenerativa que tende a acelerar ambos os processos. Não se dispõe até o presente, de qualquer formulação do problema de transporte dessas grandezas, energia e ângulo com a direção original, sobre a distância de penetração da partícula incidente; Rossi (19), entretanto, sugere um método apropriado para levar em conta os efeitos das perdas de energia sobre o ângulo de espalhamento múltiplo.

As perdas de energia por colisões e por espalhamento múltiplo, afetam o rendimento em radiação de freiamento de alvos grossos, de dois modos:

- 1) O comprimento de radiação é usualmente maior que o alcance dos eletrons, isto é, antes de ocorrer um evento radiativo, o eletrón já penetrou o suficiente no meio conversor para degradar apreciavelmente sua energia. Essa degradação afeta drasticamente a probabilidade de emissão de ra-

diacção de freiamento, dada a dependência forte da secção de choque com a energia.

- 2) A acumulação das numerosas deflexões ao longo da trajetória aumenta o percurso efetivo dentro do meio, aumentando dessa forma o valor esperado do número de eventos radiativos.

Os efeitos desses processos sobre a probabilidade de emissão de radiação de freiamento não podem ser avaliados conjuntamente por métodos analíticos, à falta de uma teoria do transporte das grandezas pertinentes já mencionada. Essa contingência leva a optar por considerar apenas um dos processos, desprezando o outro. A literatura registra um caso em que se pretende tomar em consideração analiticamente tanto o espalhamento múltiplo, como as perdas por colisões ⁽¹⁴⁾, mas uma análise mais cuidadosa da quale tratamento demonstrou a sua incorreção.

Já no âmbito do método de Monte Carlo a manipulação simultânea dos processos com seus laços de influência é possível em princípio mas inviável na prática, de modo que também nesse caso opções de carácter simplificador precisam ser feitas.

Neste trabalho decidimos levar em conta apenas as perdas de energia por colisões, representadas analiticamente pela função dE/dx , que pode ser extraída de tabelas existentes numa faixa muito ampla de energias. As implicações dessa opção sobre a exatidão dos resultados serão apresentados a seguir.

A) PERDAS DE ENERGIA POR COLISÕES

Quando uma partícula carregada atravessa um meio material, podemos distinguir duas formas diferentes de perdas de energia:

a) Radiativa:

a partícula é desviada no campo coulombiano do átomo, emitindo radiação γ

b) Não radiativas:

as colisões envolvem as perdas por ionização e excitação dos átomos do alvo.

As colisões radiativas tem importância crescente a medida que a energia aumenta.

No caso que nos interessa, para eletrons de 22 Mev. em alvos de Tântalo de espessuras da ordem do alcance, as perdas por ionização são bastantes consideráveis, sendo possível inclusive o freiamento do eletron sem se produzir sequer uma colisão radiativa. Isto nos levou a incluir nos cálculos as perdas por ionização e excitação.

Este efeito, da redução da energia do eletron na sua passagem através da matéria, nos permite considerar esta energia como função da profundidade alcançada.

Consideremos um eletron que incide sobre o alvo com energia E_0 , e depois de viajar uma distância X através do material se apresenta com uma energia E ($E = E_0 - \beta X$).

Consideramos a perda de energia por colisão não radiativa, β , como constante e usamos como primeira aproximação para a energia

(E) da partícula na profundidade X, a seguinte relação:

$$E(X) = E_0 - \beta X$$

Lembrando que $\beta (= dE/dx)$ é função tanto de E_0 como de E , consideramos os dois casos extremos: $\beta = \beta(E_0)$ e $\beta = \beta(E)$, conseguindo observar o efeito dessa hipótese nas distribuições finalmente obtidas.

Os valores de β foram lidos sobre a curva (dE/dx vs. E) do Pb, (Vide gráfico nº.1), publicadas pelo Radiation Laboratory da Universidade de Califórnia⁽²⁷⁾. Lembrando que quando R , alcance máximo, está em g/cm^2 as diferenças entre materiais diferentes são mínimas, o mesmo vale para dE/dx .

B) O ÂNGULO DE ESPALHAMENTO

O espalhamento elástico resulta da interação elétrica entre a partícula incidente e o campo coulombiano, acompanhado de deflexão com relação à trajetória original e sem transferência de energia para graus de liberdade internos do átomo ou do campo. Como produto da acumulação de espalhamentos deste tipo o elétron incidente é desviado de sua trajetória inicial.

Rossi e Greisen⁽²⁴⁾, sem levar em consideração os efeitos de blindagem (que influenciam a probabilidade de espalhamento a ângulos pequenos), e o tamanho do núcleo, (que influencia a probabilidade de espalhamento a ângulos grandes), acharam que o valor quadrático médio da deflexão $\langle \theta^2 \rangle$ em função da espessura x , é dado por

$$\frac{d \langle \theta^2 \rangle}{dx} = \frac{(E_S)^2}{(\beta c p)^2} \frac{1}{X_0} \quad (2)$$

onde $E_S = 21 \text{ Mev}$ e $\beta c p \cong E$: energia da partícula na espessura $x, x+dx$.
 X_0 = comprimento de radiação (unidade) e θ = ângulo com respeito a direção x original.

Se agora supomos que a variação da energia da partícula com a profundidade alcançada é dada pela aproximação

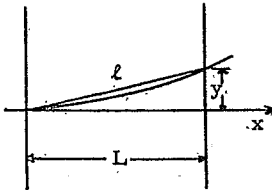
$$E = a x^{-n} \quad (3)$$

com a e n constantes, podemos integrar (2) de 0 a L , de acordo com a regra geral de superposição de pequenos desvios obtendo:

$$\langle \theta^2 \rangle \cong \frac{E_0^2}{X_0} \int_0^L \frac{dx}{(a x^{-n})^2} = \left(\frac{E_S}{a L^{-n}} \right)^2 \frac{L}{X_0 (2n+1)} \quad (4)$$

$a L^{-n} = E_0 - \Delta E$ = energia com que emerge o eletrón depois de atravessar a distancia L .

O valor de $\frac{d \langle \theta^2 \rangle}{dx}$ foi obtido supondo que a função de distribuição é uma gaussiana, e dentro desta hipótese teremos que:



$$\langle y^2 \rangle = \langle \theta^2 \rangle \cdot \frac{L^2}{6}$$

ou seja, usando (4),

$$\langle y^2 \rangle = \left(\frac{E_S}{E_0 - \Delta E} \right)^2 \frac{L^3}{6 X_0 (2n+1)} \quad (5)$$

Calcularemos agora a distância " ℓ ", que é uma primeira apro

ximação do caminho percorrido pela partícula.

Do gráfico nº 2 (18), alcance-energia, teremos:

L cm	ρ gr/cm ²	ΔE Mev	$E_0 - \Delta E$ Mev
0.1	1.66	2.4	19.6
0.3	4.98	7.5	14.5
0.6	9.96	19.0	3.0

Tabela nº 1 : Para cada espessura do alvo indica as perdas de energia da partícula, e a energia residual.

Para achar o valor de n observamos que dE/dx em função de E (gráfico nº 1) pode-se escrever como

$$dE/dx \cong c E^\beta \quad (c, \beta) \text{ constantes.} \quad (6)$$

Tomando um valor médio para β do mesmo gráfico:

$$\beta \cong 0.73, \text{ por tanto } n \cong 0.3$$

Fazendo uso da tabela nº 1 calculamos os valores de ℓ obtendo:

L cm	ℓ cm
0.1	≈ 0.1
0.3	$\approx 0.3 * 1.07$
0.6	$\approx 0.6 * 1.30$

A partir desta análise dos problemas de espalhamento e perdas de energia por ionização, optamos por introduzir no cálculo as perdas por ionização, passando a considerar a trajetória do elétron como retilínea e paralela ao feixe incidente.

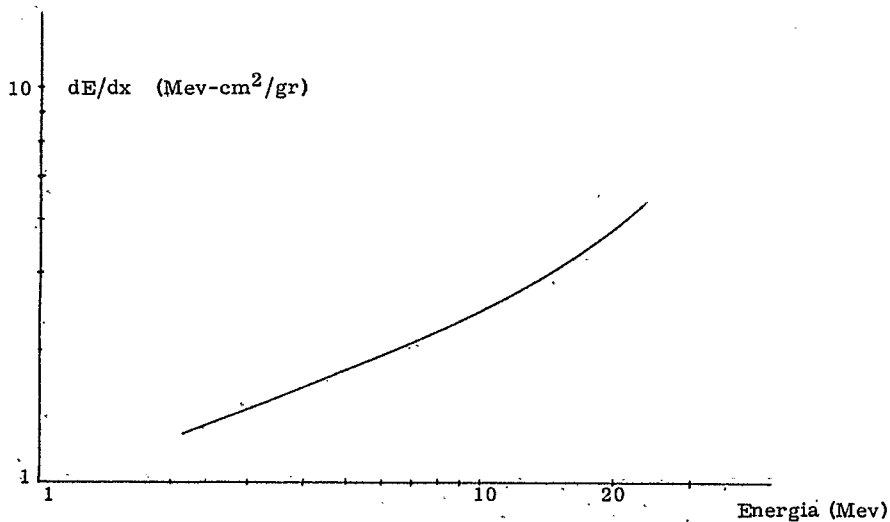


GRÁFICO Nº 1 - Perdas de energia por unidade de trajetória (em Pb) como função de energia do eletrón

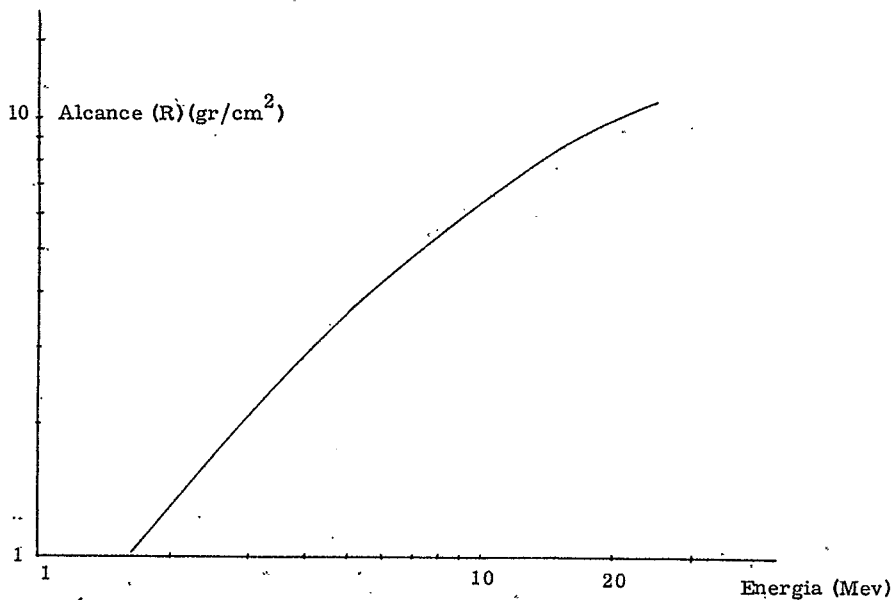


GRÁFICO Nº 2 - Alcance dos eletrons (em Pb) como função

C) A formulação teórica da seção de choque para emissão de radiação de freiamento.

Para esta formulação utilizamos o método de Schiff, que se mostra válido na faixa de energia de nosso interesse.

Neste cálculo não levamos em conta os processos radiativos envolvendo colisões dos eletrons incidentes com os eletrons atômicos. No caso de núcleos pesados tal contribuição pode ser incluída, aproximadamente, substituindo Z^2 por $Z(Z+1)$ na fórmula de seção de choque do caso eletrôn-núcleo.

O tratamento quântico deste processo indica que a seção de choque é dada por

$$d\sigma = \frac{2\pi}{h} \left| H_{if} \right|^2 \rho_{F/p_0 c/E_0'} \quad (7)$$

onde:

- (a) ρ_F é o número de estados finais por intervalo de energia final e pode ser escrito como o produto do número de estados quânticos por unidade de volume por unidade de ângulo sólido por intervalo de energia, para o eletrôn e o fóton no estado final. Isto é

$$\rho_F = \rho_E \rho_k \cdot dk_Y = \frac{p E d\Omega}{(2\pi\hbar c)^3} \cdot \frac{k_Y^2 d\Omega_k}{(2\pi\hbar c)^3} dk_Y \quad (8)$$

- (b) $p_0 c / E_0'$ é a velocidade do eletrôn incidente.

- (c) H_{if} são os elementos da matriz de transição dados por:

$$\left| H_{if} \right|^2 = c^2 Z^2 \frac{2\pi\hbar^2 c^2}{k} (4\pi\hbar^2 c^2)^2 \left| \sum \left[\frac{(U_0^* \alpha U') (U'^* U)}{E - E'} + \frac{(U_0^* U'') (U''^* \alpha U)}{E_0' - E''} \right] \right|^2 \quad (9)$$

onde α representa a componente de $\vec{\alpha}$ na direção de polarização de \vec{k} .
 Sendo $\vec{\alpha}$ a matriz de Dirac.

U_0, U, U', U'' denotam as amplitudes de elétron de momento
 $\vec{p}_0, \vec{p}, \vec{p}', \vec{p}''$.

\vec{p}_0 - momento inicial do elétron

\vec{p}', \vec{p}'' - momentos de estados intermediários

$$\vec{p}' = \vec{p} - \vec{k} \qquad \vec{p}'' = \vec{p} + \vec{k}$$

\vec{p} - momento final do elétron

$$E'_0 = E + k$$

$\vec{q} = \vec{p}_0 - \vec{p}'' = \vec{p}' - \vec{p} = \vec{p}_0 - \vec{p} - \vec{k}$ = momento transferido ao núcleo

e E', E'' são as energias nos estados intermediários.

Substituindo (8) e (9) em (7) teremos:

$$d\sigma = \frac{Z^2 e^4}{137\pi^2} \cdot \frac{p E E'_0 k}{p_0 q^4} d\Omega_{\vec{k}} d\Omega_{\vec{q}} d\Omega_{\vec{p}'} d\Omega_{\vec{p}''} \left| \sum \left(\frac{(U'_0 \alpha U') (U' \alpha U)}{E - E'} + \frac{(U'' \alpha U'') (U'' \alpha U)}{E'_0 - E''} \right) \right|^2 \quad (10)$$

Como não estamos interessados nas direções dos spins antes ou depois do processo, e a (10) refere-se a uma dada direção antes e depois, devemos somar sobre as direções do estado final e tomar uma média sobre as direções do spin no estado inicial.

Utilizando os métodos usuais para calcular os elementos de matriz em (10) ⁽²⁸⁾, a seção de choque diferencial pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
d\sigma &= \frac{Z^2 e^4}{2\pi \cdot 137} \frac{dk_\gamma}{k_\gamma} \frac{p \sin \theta d\theta \sin \theta_0 d\phi d\theta_0}{P_0 q^4} \left(\frac{p^2 \sin^2 \theta}{(E - p \cos \theta)^2} (4E_0'^2 - q^2) + \right. \\
&+ \frac{p_0^2 \sin^2 \theta_0}{(E_0 - p_0 \cos \theta_0)^2} (4E^2 - q^2) - \frac{2pp_0 \sin \theta \sin \theta_0 \cos \phi}{(E - p \cos \theta)(E_0' - p_0 \cos \theta_0)} (4E_0' E - q^2 + 2k^2) + \\
&\left. + 2k^2 \frac{p^2 \sin^2 \theta + p_0^2 \sin^2 \theta_0}{(E - p \cos \theta)(E_0' - p_0 \cos \theta_0)} \right) \quad (11)
\end{aligned}$$

onde θ , θ_0 são os ângulos entre \vec{k} e \vec{p} , \vec{p}_0 respectivamente e ϕ é o ângulo entre os planos (\vec{p}, \vec{k}) e (\vec{p}_0, \vec{k}) .

Também:

$$\begin{aligned}
E_0'^2 - E_0'^2 &= 2k(E - p \cos \theta) \\
E^2 - E'^2 &= -2k(E_0' - p_0 \cos \theta_0)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q^2 &= p_0^2 + p^2 + k^2 - 2p_0 k \cos \theta_0 + 2pk \cos \theta - 2p_0 p (\cos \theta_0 \cos \theta + \\
&+ \sin \theta \sin \theta_0 \cos \phi)
\end{aligned}$$

A equação (11) foi deduzida assumindo o campo dos núcleos como puramente coulombiano, mas este campo pode ser blindado pelos elétrons atômicos, especialmente quando Z é grande. Uma medida desta blindagem é dada pelo valor de $\gamma = 100k/E_0' E Z^{1/3}$ que é a razão entre o raio do átomo, $r_0 = 137 \hbar/m_0 c Z^{1/3}$, (segundo o modelo de Thomas-Fermi) e a máxima distância do núcleo na qual um elétron de energia E_0' tem uma probabilidade significativa de emitir um foton de energia k_γ ; esta distância pode ser calculada a partir da análise dos elementos da matriz de interação do elétron com o núcleo, e é aproximadamente igual $(\hbar E_0' E)/(m_0 c^2 k)$.

Se considerarmos estes efeitos de blindagem, em (11) devemos escrever⁽²⁹⁾ em lugar de Z^2 a expressão:

$$(Z - F(q))^2 \quad (12)$$

onde $F(q)$ é o chamado "fator de forma atômico" (modelo de Thomas-Fermi):

$$F(q) = \int \rho(r) \exp\left(\frac{i}{\hbar c} q \cdot \vec{r}\right) dr = Z \cdot \mathcal{F}(q Z^{-1/3})$$

sendo $\rho(r)$ a densidade de elétrons atômicos na distância r do núcleo e \mathcal{F} o fator de forma atômico geral, válido para todos os núcleos.

Se queremos levar em conta os efeitos de blindagem, o fator de forma atômico $F(q)$ deve ser comparável com Z , o que se dá quando

$$\frac{q}{\hbar c} \leq \frac{1}{r_0} \implies q \leq \frac{\mu Z^{1/3}}{137} \quad \mu = m_0 c^2 \quad (13)$$

Notemos que o valor mínimo de q , o momento transferido ao núcleo, acontece quando o momentum do elétron antes e depois da emissão é paralelo ao momentum do foton emitido, isto é

$$q_{\min} = p_0 - p - k = E - p (E'_0 - p_0)$$

$$\text{e se } E \text{ e } E'_0 \gg \mu \quad q_{\min} = \delta = \mu^2 k/2 E'_0 E \quad (14)$$

Então, a condição (13) será satisfeita quando

$$E'_0 E/k > \frac{1}{2} 137 \mu Z^{-1/3} \quad (15)$$

(15) é a condição para que a blindagem seja efetiva.

Podemos assim concluir que os efeitos de blindagem são serão importantes para energias grandes em comparação com μ . Então, em

nosso caso, em que E'_0 , E , k são muito maiores que μ , esta hipótese é perfeitamente válida. Um tratamento completo do problema de blindagem pode ser achado no artigo de Sirlin, "Spectrum of Target Bremsstrahlung at Small Angles". (Phys. Rev. 106, 637 (1957)).

A integração de (11), considerando (12) e (15), sobre os ângulos θ_0 , θ e ϕ , elementar mas engenhosa, pode ser achada em (30), sendo o resultado final dado por:

$$d\sigma_k = \frac{Z^2}{137} \left(\frac{c^2}{m_0 c^2} \right)^2 \frac{4}{E_0^2} \frac{dk_y}{k_y} \left((E_0^2 + E^2) \left[\int_0^\mu (q - \delta)^2 (1 - F(q))^2 \frac{dq}{q^3} + 1 \right] \right. \\ \left. \frac{2}{3} E'_0 E \left[\int_\delta^\mu (q^3 - 6 \delta^2 q \ln \frac{q}{\delta} + 3 \delta^2 q - 4 \delta^3) (1 - F(q))^2 \frac{dq}{q^4} + \frac{5}{6} \right] \right) \quad (16)$$

Os termos de ordem menor que μ/E_0 foram desprezados.

Schiff⁽³¹⁾ considera o potencial de espalhamento atômico como representado pela função: $(Z e/r) \exp(-r/a)$, onde a é escolhida como inversamente proporcional à raiz cúbica do número atômico. Em particular com $a = 111 \hbar/mc Z^{1/3}$, para este tipo de potencial, a função $F(q)$ tem a forma

$$F(q) = \left(1 + (q a / \hbar c)^2 \right)^{-1} \quad (17)$$

Substituindo (17) em (16) e integrando achamos a secção de choque, diferencial na energia do foton, (fórmula 3BS⁽³²⁾):

$$\sigma(k, E) dk_{\gamma} = \frac{2 Z^2 r_0^2}{137} \frac{dk_{\gamma}}{k_{\gamma}} \left[\left(\frac{E_0^2 + E^2}{E_0^2} = \frac{2E}{3E_0} \right) * \left(\ln M(o) + \right. \right. \\ \left. \left. + 1 - \frac{2}{b} \tan^{-1} b \right) + \frac{E}{E_0} \left(\frac{2}{b^2} \ln(1+b^2) + \frac{4(2-b^2)}{3b^3} \tan^{-1} b - \frac{8}{3b^2} + \frac{2}{9} \right) \right] \quad (18)$$

onde:

$$b = \frac{2 E_0 E Z^{1/3}}{111 k_{\gamma}}$$

$$\frac{1}{M(o)} = \left(\frac{k_{\gamma}}{2 E_0 E} \right)^2 + \left(\frac{Z^{1/3}}{111} \right)^2$$

$$E = E_0 - k_{\gamma}$$

Aquí E_0 , E , k_{γ} estão em unidades "mc²", e r_0 em cm.

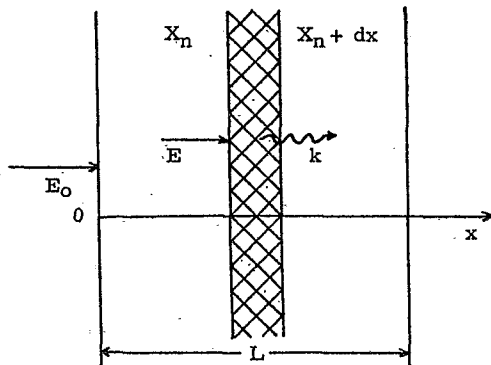
SEGUNDA PARTE

ESTRUTURA DO CÁLCULO

O jôgo consiste em injetar 1000 eletrons de energía inicial E_0 de 22 Mev incidindo normalmente sôbre o alvo e com energía E no momento da emissão. Consideramos que cada eletrôn se encontra ainda na mesma direção de incidencia no momento da emissão, e que sua energía passou de E_0 a E por perdas de ionização, segundo a relação

$$E = E_0 - \beta \cdot X_n(E) \quad (19)$$

onde $X_n(E)$ é a profundidade onde se encontra o eletrôn e β representa as perdas por ionização.



Sendô L a espessura do alvo e querendo achar a espessura na qual o rendimento seja máxímo, calculamos o espectro para $L = 0.1$ cm , 0.3 cm, 0.6 cm. O alcance-R dos eletrons no meio é igual a 0.7 cm⁽³³⁾.

CÁLCULO DE $X_n(E)$

Consideremos um elemento de volume no alvo de área A e espessura dx . Seja N o número de átomos por cm^3 no alvo e $\sigma_t(E)$ a seção de choque total dos eletrons de energia E . Então, a área total oferecida pelas partículas do alvo ao feixe incidente é: $\sigma_t N A dx$. A fração de partículas do feixe que sofrem uma colisão no volume $A dx$ será $\sigma_t N \cdot A \cdot dx / A$. Assim, teremos a lei de atenuação

$$dn = -n \cdot N \cdot \sigma_t \cdot dx$$

Se n_0 é o número de eletrons no feixe em $X = 0$, integrando teremos:

$$n = n_0 \cdot \exp(-N\sigma_t X)$$

que é o número de partículas do feixe na profundidade X do alvo.

É bom notar que estamos considerando que não existe nenhum outro processo competitivo.

Se agora supomos que $q(x, E) dx = N\sigma_t \exp(-N\sigma_t(E)x)$ é a probabilidade para uma primeira colisão entre x e $x+dx$, a distância media λ para a primeira colisão é definida como o primeiro momento de $q(x, E)$, isto é:

$$\lambda(E) = \int_0^{\infty} xq(x, E) dx = N\sigma_t(E) \int_0^{\infty} x \exp(-N\sigma_t x) dx = N\sigma_t(E) \frac{1}{(N\sigma_t)^2} = \frac{1}{N\sigma_t} \quad (20)$$

Para um dado $\lambda(E)$, a distância $X_n(E)$ que um eletron percorre através da matéria sem ser espalhado pode ser determinada conside-

rando a probabilidade,

$$q(x, E) = 1/\lambda(E) \exp(-x/\lambda) dx \quad (21)$$

normalizada de tal forma que pelo menos uma emissão tenha lugar numa espessura igual ao alcance, R, dos eletrons no medio. O fato de escolher o alcance como fator de normalização é justificável considerando que a distâncias maiores que R, o eletron não possui energia suficiente para emitir um foton de energia desejavel.

A constante de normalização será então:

$$\int_0^R q(x, E) dx = N_0 = (1 - e^{-R/\lambda}) \quad (22)$$

Podemos assim calcular $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{49}$, satisfazendo as relações: (Dividido, por conveniencia, em 50 partes)

$$\frac{1}{N_0} \int_0^{x_1} q dx = \frac{1}{N_0} \int_{x_1}^{x_2} q dx = \dots = \frac{1}{N_0} \int_{x_{49}}^R q dx = 0.02 \quad (23)$$

de tal forma que a probabilidade de que um eletron esteja em qualquer intervalo $(0, x_1), (x_2, x_3), \dots, (x_{49}, R)$ é sempre igual a 0.02.

Agrupando os eletrons em grupos de 50 dependendo do comprimento da sua trajetória, um cinquentavo deles viaja uma distância $X_1(E)$, que satisfaz a equação:

$$\frac{1}{N_0} \int_0^{X_1(E)} q(x, E) dx = 0.01 \quad (24)$$

o seguinte grupo de eletrons viaja $X_2(E)$ que satisfaz

$$\frac{1}{N_0} \int_0^{X_2(E)} q dx = 0.03 \quad (25)$$

Em geral, $X_n(E)$ deve satisfazer a relação

$$\frac{1}{50} (n - 0.5) = \frac{1}{N_0} \int_0^{X_n(E)} \exp(-x/\lambda) dx \quad (26)$$

onde \underline{n} é o número inteiro entre 1 e 50.

Integrando teremos:

$$X_n(E) = \frac{1}{N \sigma_t(E)} \ln \left(\frac{50}{50 - N_0(n - 0.5)} \right) \quad (27)$$

Um primeiro número ao acaso nos permitirá determinar a profundidade $X_n(E)$ na qual o eletron de energia E emitirá um foton de energia k_γ ($3 \text{ Mev} \leq k_\gamma \leq E - 0.5 \text{ Mev}$)

O $X_n(E)$ deverá ser compativel com a relação:

$$E' = E_0 - \beta X_n(E) \quad (19')$$

de tal forma que

$$E - 0.5 < E' \leq E \quad (28)$$

Sendo que o $X_n(E)$ será aceito se

$$0 \leq X_n(E) \leq L \quad (29)$$

Uma vez que o \underline{n} obtido é tal que o $X_n(E)$ satisfaz as condições exigidas, um segundo número, escolhido ao acaso nos dirá qual a ener

gia k_γ do foton emitido. Na hipótese de que a espessura do alvo é pequena comparada com o comprimento de radiação o espectro emergente não sofre alteração nenhuma desde o ponto onde foi emitido, até sair do alvo. É claro que esta é uma sobre estimacão da intensidade da radiaçãq.mas é, não obstante, uma boa representação do que acontece numa ampla faixa de espessuras.

CÁLCULO DA ENERGIA k_γ EMITIDA

Um eletron de energia E, tem disponivel uma energia desde zero até $(E-mc^2)$ para emitir um foton. Sendo de pouco interêsse a parte de baixas energias e do fato que os limiares das reações foto-nucleares são bem acima do nosso limite inferior, fixado em três Mev, como foi dito, consideramos que um eletron de energia E, será capaz de emitir foton com energias k_γ tais que $(k_{o,\gamma} = 3 \text{ Mev}) \leq k_\gamma \leq (E - 0.511) \text{ Mev}$

Como existe igual probabilidade para emissão de um foton com energia dentro dos limites estabelecidos, determinamos $\Delta k_1, \Delta k_2, \dots, \dots, \Delta k_{20}$ tais que

$$\frac{1}{20} \int_{k_0}^{E-1/2} \Gamma(E,k) dk = \int_{k_0}^{k_0 + \Delta k_1} = \int_{k_0 + \Delta k_1}^{k_0 + \Delta k_1 + \Delta k_2} = \dots = \int_{k_0 + \dots + \Delta k_{19}}^{k_0 + \dots + \Delta k_{20}} \Gamma(E,k) dk \quad (30)$$

Assim, a probabilidade de emitir um foton com energia k_γ nos intervalos $(k_0, k_0 + \Delta k_1), (k_0 + \Delta k_1, k_0 + \Delta k_1 + \Delta k_2), \dots, \dots, (k_0 + \Delta k_1 + \dots + \Delta k_{19}, k_0 + \Delta k_1 + \dots + \Delta k_{20})$, é a mesma em

todos os casos.

Isto permitio-nos construir tabelas segundo as quais, eletrons com energia E ($5 \text{ Mev} \leq E \leq 22 \text{ Mev}$) podem emitir com igual probabilidade, fotons de energia desde k_0 até $(k_0 + \Delta k_1)$, $(k_0 + \Delta k_1 + \Delta k_2)$, \dots , \dots , $(k_0 + \Delta k_1 + \dots + \Delta k_{20}) = E - mc^2$. (31)

TERCEIRA PARTE

DIAGRAMA DE FLUXO DO PROGRAMA UTILIZADO

No diagrama do fluxo abaixo esquematizado, N é um número inteiro que corresponde ao número de 1000 eletrons injetados um após o outro na lamina e E_i é a energia do eletron dentro do alvo. (Tempo necessário para completar o ciclo: 45 minutos).

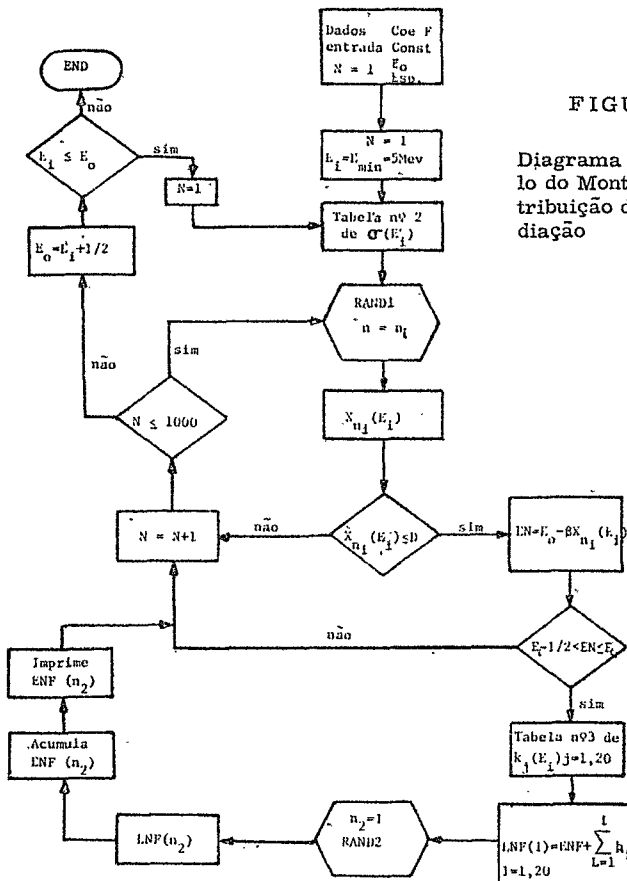


FIGURA Nº 1

Diagrama de fluxo do cálculo do Monte Carlo para distribuição de energia de radiação

Antes de começar os cálculos de acordo com o programa principal, preparamos três tabelas numéricas:

Tabela nº 2:

Seção de choque total para elétrons com energia E, desde 5 Mev até E_0 . Esta tabela foi calculada integrando a fórmula 18. (Tempo de cálculo para cada integral: 25 min.).

SIGMA	(K) DK	ENERGIA
	(CM*CM)	(MC2)
.607586E-23		9.784735
.887089E-23		10.763208
.117802E-22		11.741681
.147376E-22		12.720154
.176985E-22		13.698627
.206346E-22		14.677100
.235261E-22		15.655573
.263606E-22		16.634046
.291306E-22		17.612519
.318316E-22		18.590992
.344613E-22		19.569465
.370205E-22		20.547938
.395093E-22		21.526411
.419289E-22		22.504884
.442812E-22		23.483357
.465685E-22		24.461830
.487929E-22		25.440303
.509569E-22		26.418776
.530627E-22		27.397249
.551127E-22		28.375722
.571092E-22		29.354195
.590545E-22		30.332668
.609501E-22		31.311141
.627987E-22		32.289614
.646030E-22		33.268087
.663635E-22		34.246560
.680827E-22		35.225033
.697620E-22		36.203500
.714036E-22		37.181973
.730077E-22		38.160446
.745772E-22		39.138919
.761129E-22		40.117392
.776160E-22		41.095865
.790882E-22		42.074338
.805296E-22		43.052811

Tabela nº 3:

Energias (em unidades mc^2) dos fotons emitidos por eletrons com energia E, desde $5.8708 mc^2$ (= 3 Mev) até $E_0 - 1 mc^2$. Calculadas de acôrdo com as fórmulas (30), (31). (Tempo de cálculo 3 horas para cada valor de E). (Veja apêndice B)

Tabela nº 4:

O coeficiente β , que representa as perdas por ionização, depende tanto da energia inicial E_0 , como da energia E. Então, consideramos os casos extremos:

(a) $\beta = \beta(E_0)$ para todos os valores de E.

(b) $\beta = \beta(E)$ para cada valor de E.

e fizemos os cálculos para estas duas suposições.

A tabela foi obtida do gráfico nº 1.

$\beta(E)$ (mc^2/cm)	E (mc^2)	$\beta(E)$ (mc^2/cm)	E (mc^2)
57.82	9.784735	97.46	27.397249
60.10	10.763208	100.70	28.375722
62.36	11.741681	103.31	29.354195
64.97	12.720154	105.58	30.332668
67.57	13.698627	107.20	31.311141
69.84	14.677100	110.45	32.289614
71.47	15.655573	112.07	33.268087
74.72	16.634046	113.70	34.246560
76.34	17.612519	116.30	35.225033
78.94	18.590992	118.57	36.203500
80.57	19.569465	120.19	37.181973
81.86	20.547938	122.80	38.160446
84.46	21.526411	125.07	39.138919
86.41	22.504884	126.69	40.117392
89.33	23.483357	128.96	41.095865
91.60	24.461830	131.56	42.074338
94.21	25.440303	133.19	43.052811
95.83	26.418776		

PRODUÇÃO DE NÚMEROS AO ACASO:

Já que a probabilidade de ocorrência de cada evento foi equidistribuída em intervalos reductíveis ao intervalo (0, 1), utilizamos o programa "Random Numbers"⁽³⁴⁾ que gera números ao acaso com distribuição retangular nêsse intervalo. O programa foi incorporado como sub-rotina no computador IBM 1620 II do C. B. P. F.

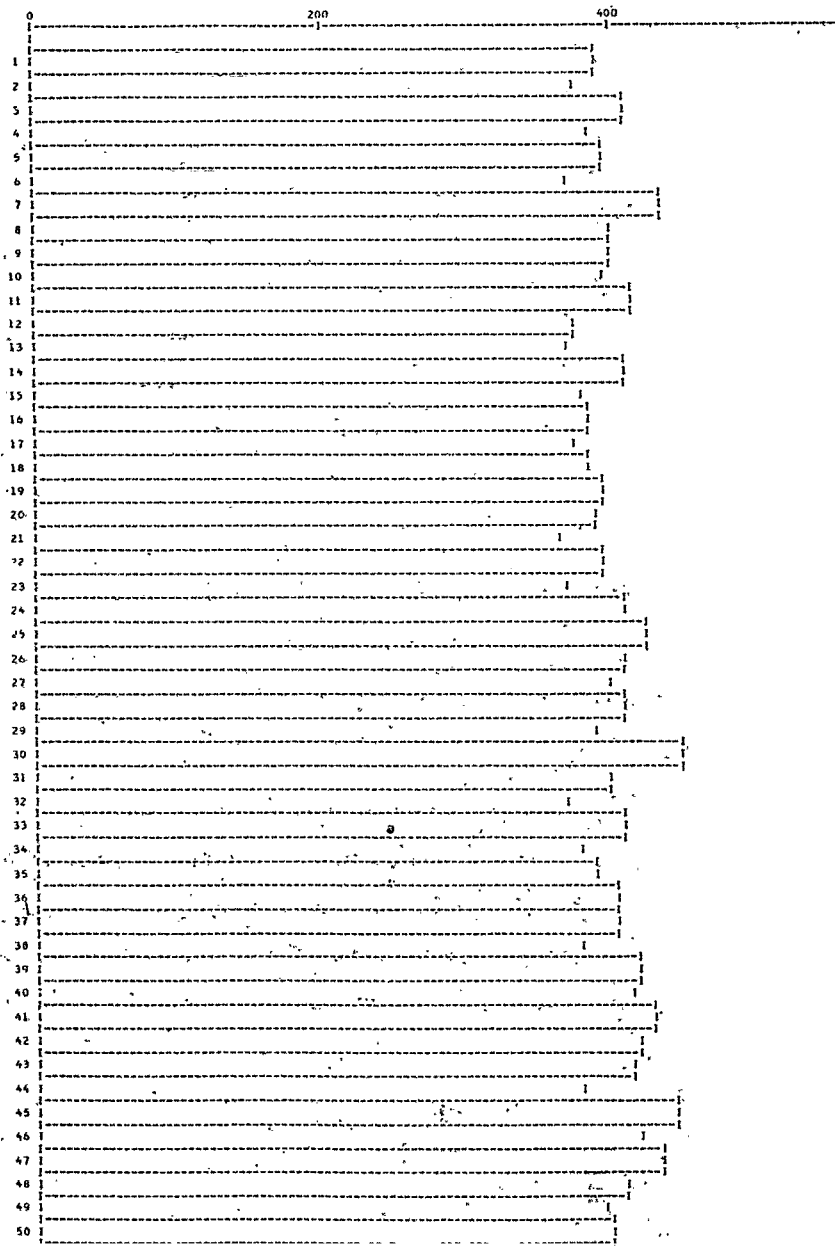
A técnica do programa é o método de potencia de resíduos. Cada número ao acaso serve como multiplicando para o próximo número. A fórmula é

$$R.N_n + 1 = K.R.N_n \quad (\text{mod } 10^{10})$$

onde K é uma constante multiplicativa de 10 dígitos definida na sub-rotina.

No diagrama da página 40 RAND1 é um número ao acaso, entre 0 e 50, que determinará o valor de $X_n(E)$ e RAND2, é um número ao acaso 0 e 20, que indica qual a energia do foton emitido.

Os histogramas dos gráficos 3 e 4 correspondem às distribuições retangulares dos 20000 eventos para 50 e 20 intervalos correspondendo a RAND1 e RAND2. Para reproduzir êstes histogramas utilizamos os mesmos argumentos (de entrada na sub-rotina) que foram utilizados para obter as distribuições em energia.



DISTRIBUCIÓN RECTANGULAR DE 20000 EVENTOS EN 20 INTERVALOS

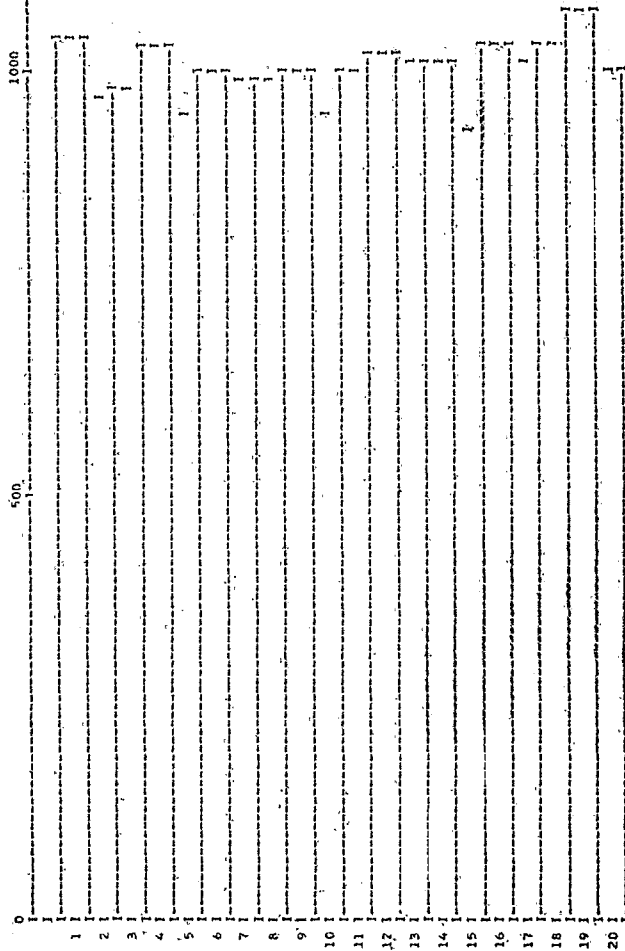


GRÁFICO Nº 4

QUARTA PARTERESULTADOS:

De acôrdo com o mencionado anteriormente, calculamos a distribuição de energia produzida por eletrons de 22 Mev de energia inicial, incidindo sôbre alvos de Tântalo de 0.1; 0.3; 0.6 cm., de espessura.

Com o fim de obter uma boa estatística, especialmente na região de altas energias, repetimos várias vêzes o processo e ao alcançar 20.000 eletrons pudemos notar que a razão do número de fotons emitidos para altas e baixas energias se mantinham praticamente a mesma, e por tanto usamos 20.000 como número estatisticamente suficiente para darmos a distribuição desejada.

Neste processo utilizamos diferentes distribuições retangulares de números ao acaso, com o propósito de corrigir possíveis irregularidades oferecidas pela sub-rotina utilizada.

Nos resultados, dados nos gráficos e tabelas a seguir, a probabilidade $P(k_{Yi})dk_Y$ foi normalizada, para todas as espessuras de modo que:

$$I = \int_3^{21} P(k_Y) dk_Y = 20.000$$

Os gráficos 5 mostram as distribuições obtidas para os alvos indicados acima.

O gráfico 6 mostra a intensidade relativa: $k_Y P(k_Y) dk_Y$,

como função da energia do foton, para os mesmos alvos.

Podemos concluir, da análise destes gráficos que a espessura de 0.3 cm oferece melhores condições, pois oferece praticamente a mesma contribuição que a espessura de 0.6 cm a partir de energias da ordem de 7 Mev, com a vantagem de dar menor contribuição na região de baixas energia, que não oferece qualquer interesse.

Com referência as hipóteses sobre β feitas na parte A (Perdas de Energia por Colisões, pag. 23), na qual analisamos as possibilidades de β ser função de E e E_0 , calculamos as distribuições de intensidade para espessura de 0.3 cm considerando os casos extremos: $\beta = \beta(E)$ e $\beta = \beta(E_0)$. O gráfico 7 mostra as distribuições obtidas. (a) refere-se a hipóteses $\beta = \beta(E)$ e (b) refere-se a hipóteses $\beta = \beta(E_0)$. Como podemos observar e comprovamos mas adiante, a hipóteses (a) representa melhor o fenômeno estudado.

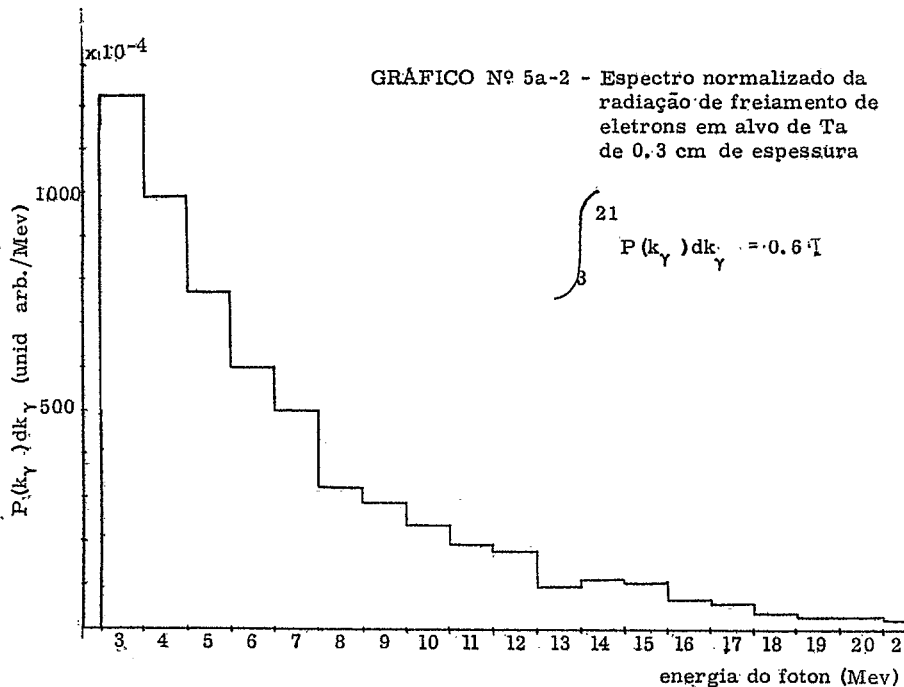
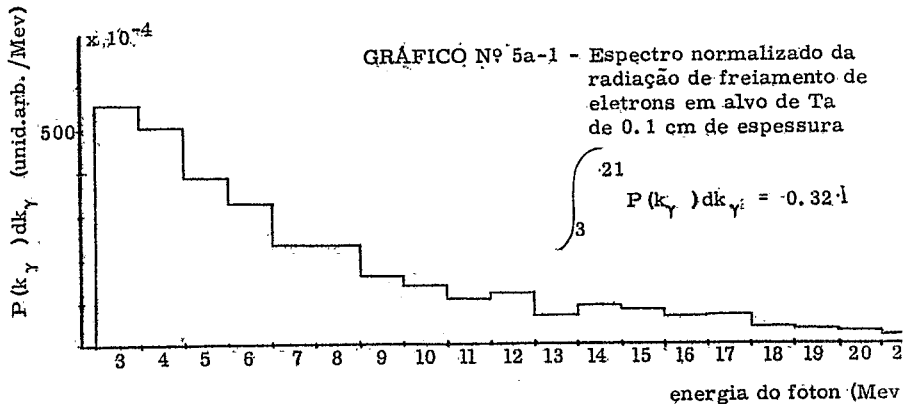


GRÁFICO Nº 5a-3 - Espectro normalizado da
 radiação de freiamento de
 eletrons em alvo de Ta de
 0.6 cm de espessura

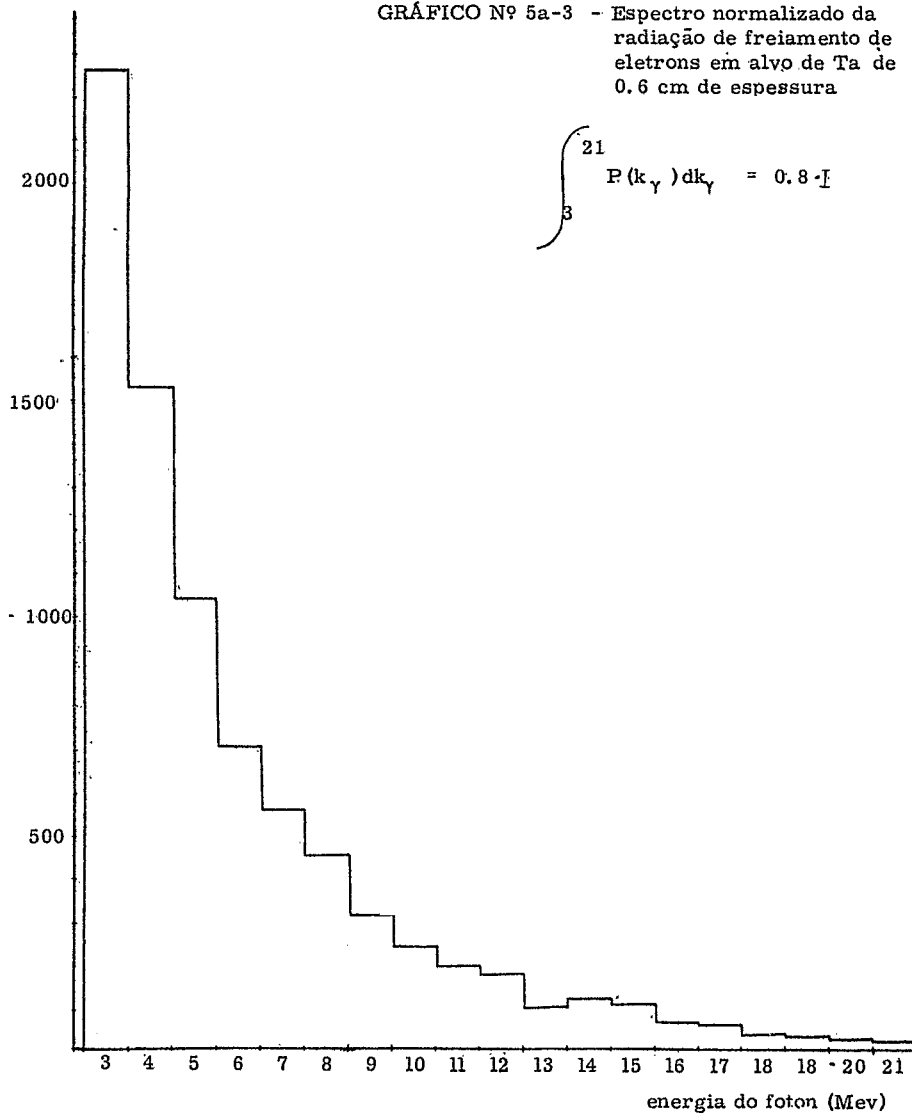


GRÁFICO Nº 5b-1 - Este gráfico apresenta os resultados do gráfico 5a-1 trazado sobre uma curva exponencial obtida pelo método de mínimos quadrados

$$P(k_{\gamma}) dk_{\gamma} = 0.093 e^{-0.171 k_{\gamma}}$$

(espessura = 0.1 cm)

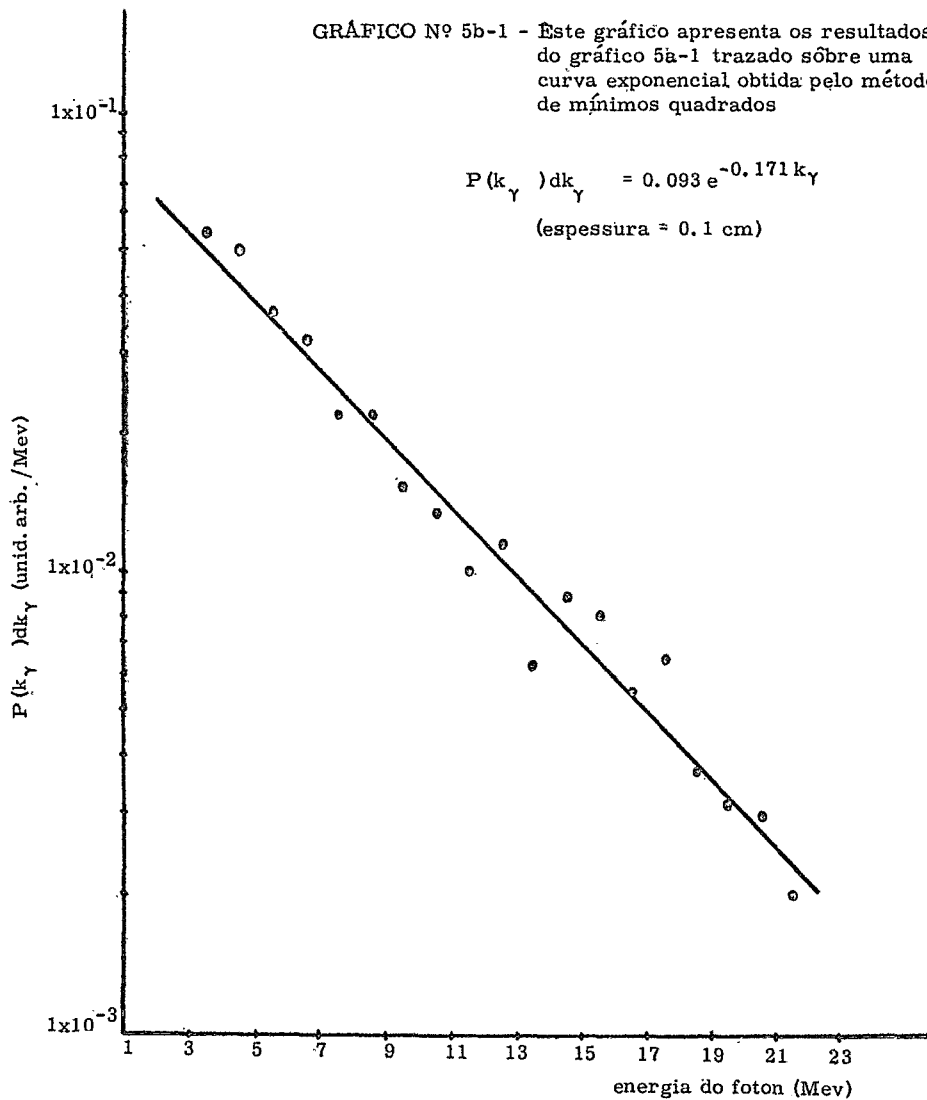
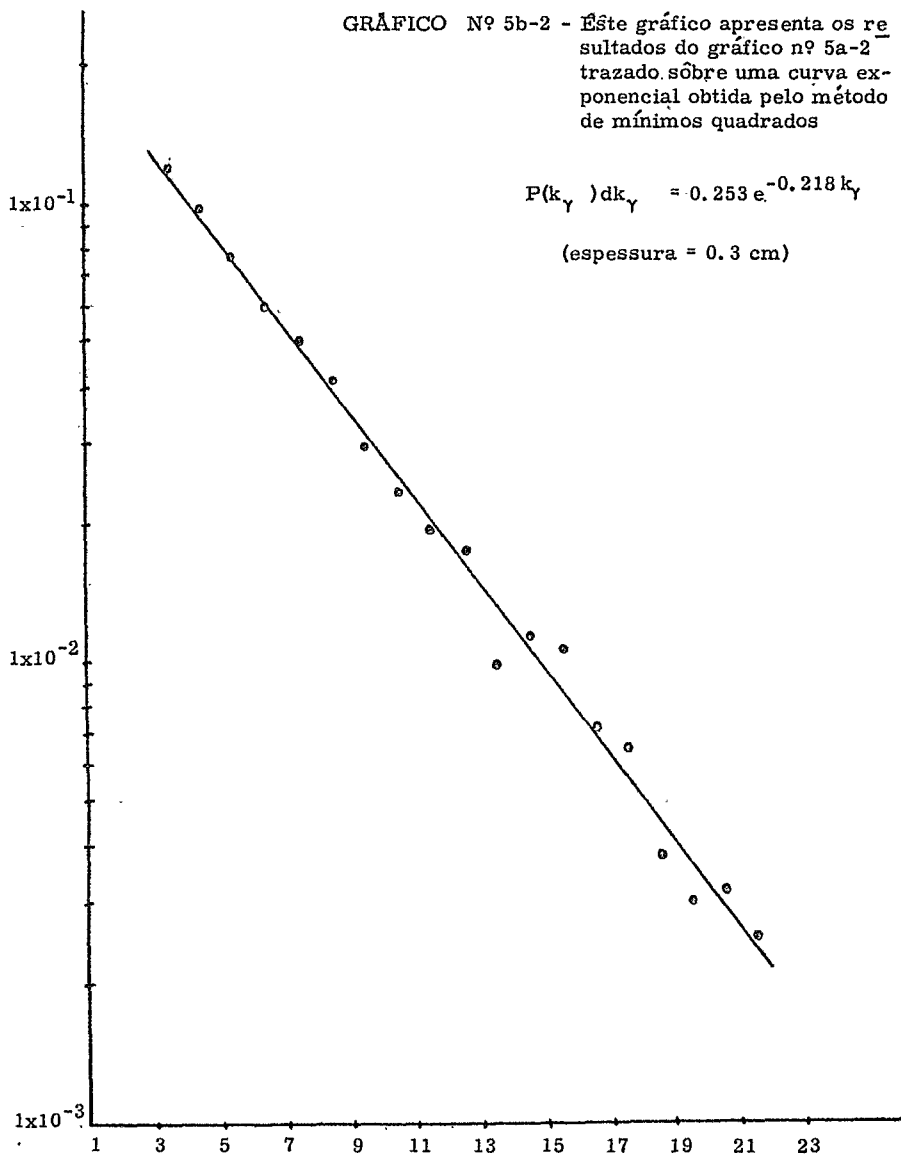


GRÁFICO Nº 5b-2 - Este gráfico apresenta os resultados do gráfico nº 5a-2 trazado sobre uma curva exponencial obtida pelo método de mínimos quadrados

$$P(k_{\gamma}) dk_{\gamma} = 0.253 e^{-0.218 k_{\gamma}}$$

(espessura = 0.3 cm)

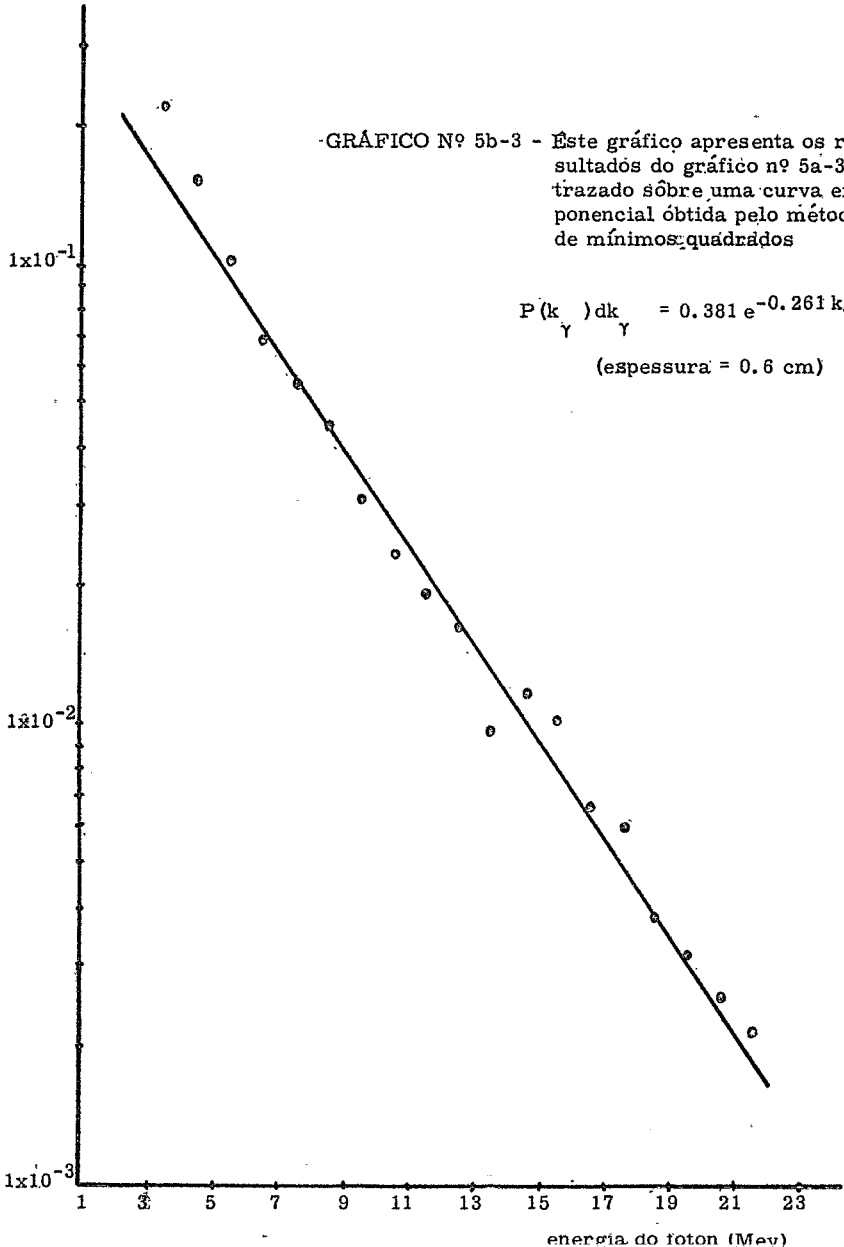


-GRÁFICO Nº 5b-3 - Este gráfico apresenta os resultados do gráfico nº 5a-3 trazado sobre uma curva exponencial obtida pelo método de mínimos quadrados

$$P(k_{\gamma}) dk_{\gamma} = 0.381 e^{-0.261 k_{\gamma}}$$

(espessura = 0.6 cm)

$P(k_{\gamma}) dk_{\gamma}$ (unid. arb. /Mev)



energia do foton (Mev)

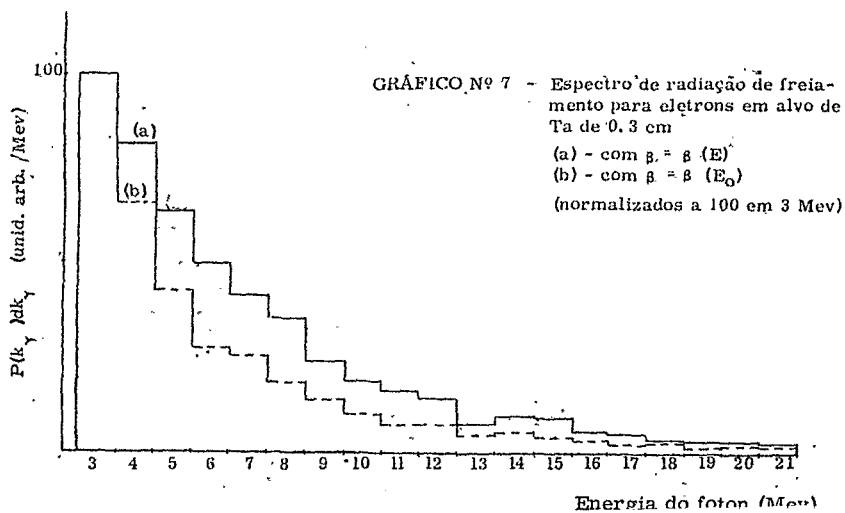
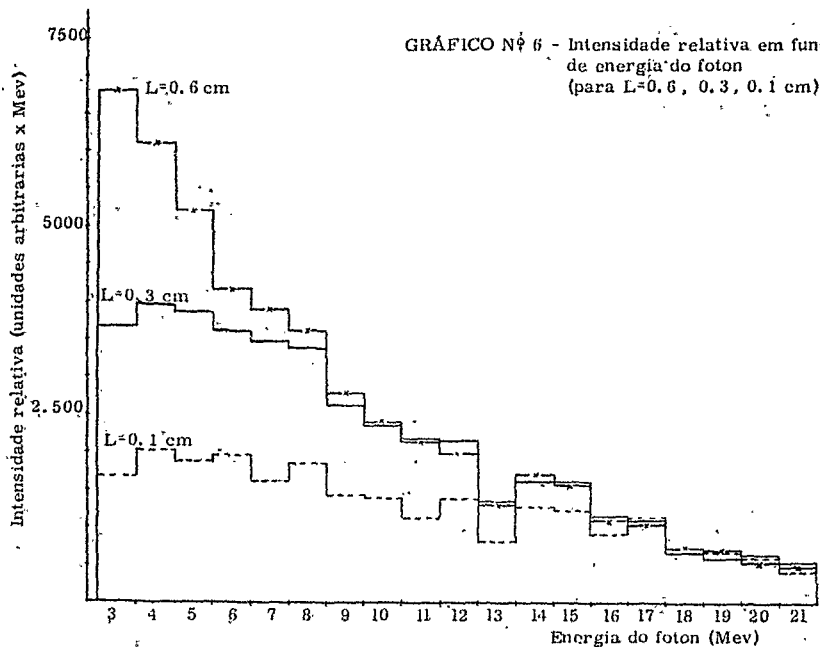


Tabla no 4: Resultados obtidos, pelo método de Monte Carlo, para a distribuição de energia emitida por elétrons de 22 Mev freados em alvos de 7a de diversas espessuras.

k	** P(k, y) dky p/0,3 cm	*** P(k, y) dky p/0,1 cm	*** P(k, y) dky p/0,3 cm	*** P(k, y) dky p/0,6 cm	**** P(k, y) dky p/0,1cm	**** P(k, y) dky p/0,3 cm	**** P(k, y) dky p/0,6 cm	***** k* P(k, y) dky p/0,1 cm	***** k* P(k, y) dky p/0,3 cm	***** k* P(k, y) dky p/0,6 cm
3	5632	1104	2456	4536	552 * 10 ⁻⁴	1228 * 10 ⁻⁴	2268 * 10 ⁻⁴	1656 * 10 ⁻⁴	3684 * 10 ⁻⁴	6804
4	2362	989	1982	3136	500	991	1528	2000	3964	6112
5	1536	745	1541	2081	373	771	1041	1865	3855	5205
6	1091	644	1202	1366	322	601	693	1932	3606	4158
7	930	457	1002	1109	229	501	555	1603	3507	3885
8	664	457	850	890	229	425	450	1832	3400	3600
9	494	318	581	619	156	291	310	1404	2619	2790
10	367	274	474	476	137	137	237	1370	2370	2380
11	283	203	392	387	102	197	194	1122	2167	2134
12	266	233	345	326	117	178	163	1404	2136	1956
13	185	128	197	195	64	99	98	832	1287	1274
14	206	180	231	239	90	115	120	1260	1610	1680
15	166	164	218	207	82	109	104	1230	1635	1560
16	112	112	143	134	56	72	67	896	1152	1072
17	75	133	129	121	67	65	61	1139	1105	1037
18	93	73	75	77	38	38	39	684	684	702
19	54	63	60	64	32	30	32	608	570	608
20	66	59	63	51	30	32	26	600	640	520
21	50	40	50	44	20	25	22	430	525	462

** contagens absolutas obtidas com $\beta = .8 (E_0)$

*** contagens absolutas obtidas com $\beta = \beta (E)$

**** contagens normalizadas

***** intensidade relativa para contagens normalizadas

CAPÍTULO II

Neste capítulo exporemos o método que nos permite comprovar experimentalmente a curva de distribuição obtida no capítulo anterior pelo método de Monte Carlo, desenvolvendo na primeira parte a teoria a ser utilizada. A seguir analisamos brevemente o equipamento utilizado.

Uma análise das amostras e as possibilidades de serem empregadas é feita levando em consideração diversos aspectos do nosso interesse.

Os dados experimentais são analisados a seguir, incluindo uma pequena nota sobre o cálculo dos erros.

Finalmente são apresentadas as conclusões.

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DO RENDIMENTO EM REAÇÕES (γ, n)

Lembramos que, ao falar nos aspectos gerais do nosso problema, fizemos menção ao fato de que a seção de choque ($\sigma(k_\gamma)$) pode ser medida comp-função da energia k_γ do feixe, através do rendimento da reação (γ, n) dado pela equação (1), que re-escrevemos agora para $k_{\alpha\gamma} = 22$ Mev, como

$$Q = NV \int_0^{22} \sigma(k_\gamma) \phi(k_\gamma) dk_\gamma \quad (1')$$

Na equação (1') Q representa o número de reações por unidade de tempo, após um tempo de radiação infinito, no volume V da amostra, $\sigma(k_\gamma)$ é a seção de choque da reação (em cm^2), N é o número de átomos por cm^3 na amostra, e $\phi(k_\gamma)$ é o número de fons por Mev de intervalo por cm^2 , por unidade de tempo.

Podemos escrever que

$$\phi(k_\gamma) = C P(k_\gamma)$$

sendo C uma constante de normalização do feixe e $P(k_\gamma)$ o espectro de energias.

Se ρ é a densidade do elemento, de massa atômica A e N_0 o número de Avogadro, então

$$N = \rho N_0 / A$$

Assim, a equação (1') poderá ser escrita

$$Q = \frac{\rho N_0 VC}{A} \int_0^{22} \sigma(k_\gamma) P(k_\gamma) dk$$

donde

$$N_0 C \int_0^{22} \sigma(k_\gamma) P(k_\gamma) dk_\gamma = \frac{A \cdot Q}{Q \cdot V}$$

a integral

$$= N_0 C \int_0^{22} \sigma(k_\gamma) P(k_\gamma) dk_\gamma = \frac{Q \cdot A}{m} \quad (32)$$

vira á representar assim, a atividade de saturação por mol induzida na amostra.

Logo, podemos aproveitar as curvas de $\sigma(k_\gamma)$ em função de k_γ já publicadas e calcular a integral:

$$\int_{k_L}^{22} \sigma_L(k_\gamma) P(k_\gamma) dk_\gamma \quad (33)$$

onde $\sigma_L(k_\gamma)$ é a seção de choque da reação (γ, n) de limiar k_L (MeV) e $P(k_\gamma) dk_\gamma$ a curva de distribuição da intensidade da radiação, obtida no capítulo anterior, para elétrons acelerados no acelerador linear operado a 22 MeV com alvo de Ta de .3cm (ver gráficos 5a-2, 5b-2)

Experimentalmente podemos medir a ativação em diferentes amostras irradiadas nas mesmas condições, o que nos garante que a constante de normalização C será a mesma para todos os casos.

Assim, se α_1, α_2 são as atividades de saturação de dois elementos diferentes e $\alpha_{L1}^i, \alpha_{L2}^i$ os correspondentes valores teóricos da integral (33), podemos escrever,

$$\alpha_1 = C N_0 \alpha_{L1}^i \quad (34)$$

$$\alpha_2 = C N_0 \alpha_{L2}^i$$

donde
$$\alpha_1/\alpha_2 = \alpha_{L_1}'/\alpha_{L_2}' \quad (35)$$

Eliminando assim o problema de normalização do feixe temos um método que nos permitirá a comprovação da forma da distribuição em energia obtida no capítulo anterior.

EQUIPAMENTO UTILIZADO

A aparelhagem utilizada na determinação da ativação das amostras, esquematizada na Fig. nº 2, é constituída por um sistema detector de radiação, gama, formado com um cristal de NaI ($2'' \times 2''$) acoplado a uma fotomultiplicadora (6555A/RCA) que se encontra ligada imediatamente a um pre-amplificador, o que permitirá a transmissão dos impulsos que saim da foto até o amplificador, de onde o sinal é levado para o discriminador e daí passa para o contador.

Com ajuda de um analisador multicanal (512 canais, Nuclear Data) ajustamos a janela do discriminador à energia da radiação gama escolhida dentro do esquema de decaimento do isótopo em observação.

Devemos também observar que o sistema utilizado não permite uma resolução menor que 30 kev.

Foram feitos alguns testes com o fim de determinar a distância apropriada a partir da qual não existia o problema de saturação do sistema.

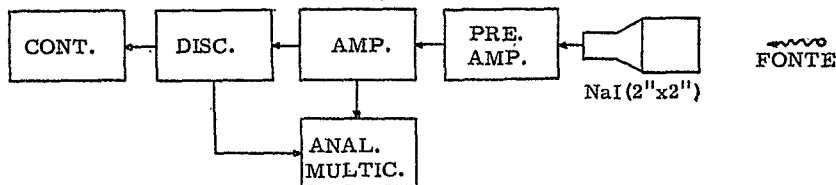


FIGURA nº 2. Esquema do sistema de detecção utilizado

AS AMOSTRAS UTILIZADAS

A escolha das amostras foi feita levando em consideração alguns aspectos importantes. Em especial, é necessário que a função de excitação do elemento utilizado seja previamente determinada oferecendo certo grau de confiança.

Mencionamos anteriormente o fato de que a seção de choque das reações (γ, X) é geralmente medida através do rendimento da reação. Como é sabido, esta medida é feita a partir da ativação obtida na amostra, resolvendo por métodos gráficos (em geral) a equação (1)^{(5), (35)}. Isto implica no conhecimento prévio da função $\phi(k_\gamma)$ dk_γ . É de se notar que este tipo de solução introduz erros progressivos à medida que a energía aumenta, levando inclusive a grandes discrepâncias entre resultados de diferentes laboratórios (36).

As medidas de seção de choque podem ser feitas também utilizando fons monocromáticos, detetando os neutrons emitidos. Este método foi empregado, entre outros, pelo grupo de Laurence Radiation Laboratory⁽⁸⁾ que utilizou um sistema seletor de energias por coincidências com o eIetron de recuo. Com este método não é preciso o conhecimento prévio da distribuição energética da radiação, sendo possível uma medida "mais direta" da seção de choque⁽³⁷⁾ das reações (γ, n), (γ, np), ($\gamma, 2n$).

Atendendo a estes fatos nos parece que os resultados obtidos por este grupo apresentam erros a priori menores que os encontrados pela técnica da ativação residual.

TABELA Nº 6 - ALGUNS DOS ELEMENTOS ESTUDADOS

Elemento	$T_{1/2}$	Principais radiações energia aprox. (Mev) intensidade	Abundância isotópico	Utilizável	Ref.
$Al^{27}(\gamma, n)Al^{26}$	$7,5 \times 10^5 a$	β^+ : 3.21 max. γ : Mg raios X. 0.511 (170% γ^+) 1.12 (4%), 1.81 (100%)	100 % 100%	não ($T_{1/2}$)	(38) (46)
$V^{51}(\gamma, n)V^{50}$	$6 \times 10^{15} a$	β : 0,783 (30%), 1.55 (70%)	99,57%	não ($T_{1/2}$)	(39) (46)
$In^{115}(\gamma, n)In^{114}$	72 s	β^- : 1,988 β^+ : 0.48 max. γ : Cd raios X 1.299 (.17%)	95,77%	não ($T_{1/2}$)	(40) (46)
$Fr^{141}(\gamma, n)Fr^{140}$	3.39 m	β^+ : 2.32 max e^- : 1.862 (0.07%) γ : Ce. raios X, .511 (100%, γ^\pm), 1.596 (0.3%)	100 %	não ($T_{1/2}$)	(41) (46)
$Hg^{164}(\gamma, n)Hg^{163}$	36.7 m	β^- : 0.99 max e^- : 0.019, 0.034, 0.065, 0.071, 0.083 0.089 γ : Dy, Er raios X, 0.073, 0.091	100 %	não (γ)	(42) (46)
$Sb^{124}(\gamma, n)Sb^{123}$	40 m	β^- : 1.26 max e^- : [0.130] γ : Sb raios X, .160 (84%)	5.98 %	não (E γ baixa)	(40) (46)

Elemento	$T_{1/2}$	Principais radiações energia aprox. (MeV) intensidade	Abundância isotópico	Utilizável	Ref.
$Ag^{107}(\gamma,n)Ag^{106}$	24 m	β^+ : 1.96 max γ : Pb raios x, .511 (140%, .512 $\gamma+\gamma^+$)	51.35 %	não (mistura)	(43) (46)
$I^{127}(\gamma;n)I^{126}$	13 d	β^- : 1.51 max β^+ : 1.31 max γ : Te raios X, 0.386 (34%) 0.667 (33%)	100 %	sim	(41) (46)
$Cs^{133}(\gamma,n)Cs^{132}$	6.54 d	β^+ : 0.40 max β^- : [0.70 max] γ : Xe raios X, 0.48(4% com- plexo), 0.668 (99%), 1.138 (0.5%), 1.320 (0.6%)	100 %	sim	(43) (46)
$Cu^{63}(\gamma,n)Cu^{62}$	9.8 m	β^+ : 2.92 (max) γ : .511(97.2% γ^+), .875(1.2%), 1.17(3.1%), 2.05 (1.5%)	69.1%	sim	(45) (44) (47)

A medida de ativação é feita observando o decaimento do isótopo resultante da reação (γ, n) através da detecção de uma radiação γ de intensidade conhecida.

Sendo assim, elementos de meia vida muito curta (≤ 5 m) ou muito longa (≥ 30 d) não eram convenientes. Alguns elementos não decaem por emissão γ , apresentam no seu esquema de decaimento linhas muito próximas ($\Delta E \leq 30$ kev) ou somente de muito baixa energia; razões pelas quais também foram suprimidos. As radiações de baixa energia apresentam a dificuldade de aparecerem superpostas à cauda Compton das radiações de energias mais altas.

Outro aspecto relevante é a abundância isotópica dos elementos que exclui aqueles cuja participação na composição do isótopo natural é muito pequena.

A tabela nº 6 mostra um resumo de alguns dos elementos estudados, indicando as principais características do nosso interesse. Na coluna "Utilizável" se indica também a principal razão no caso de negativa.

Foi preciso também observar o decaimento dos isótopos vizinhos que possivelmente se formaríam, pois não é conveniente escolher uma radiação que eventualmente apareça também em outros isótopos componentes do elemento irradiado.

Os esquemas de decaimento dos elementos escolhidos I, Cs, Cu, estão representados na Figuras nºs 3, 4 e 5, nas quais se indica com uma linha mais grossa o raio γ escolhido.

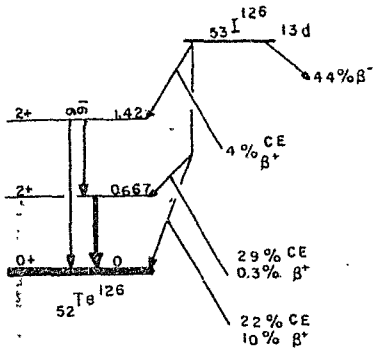


Fig. 3 - Esquema de decaimento do I^{126} (46)

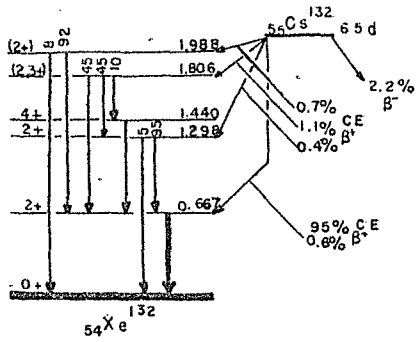


Fig. 4 - Esquema do decaimento do Cs^{132} (46)

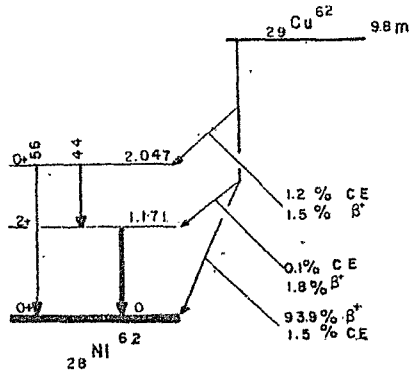


Fig. 5 - Esquema de decaimento do Cu^{62} (47)

Os gráficos nºs 8, 9 e 10, representam as funções $\sigma(k_\gamma)$ em função de k_γ para os elementos escolhidos.

Devemos esclarecer que a curva de função de excitação para o Cu^{63} , publicada pelo Laurence Radiation Laboratory⁽⁴⁴⁾ corresponde à soma $\sigma(\gamma, n) + \sigma(\gamma, np)$ motivo pelo qual não foi possível utilizá-la. Foi preciso recorrer às curvas determinadas por ativação residual.

No caso do I e do Cs utilizamos as funções de excitação publicadas pelo laboratório acima mencionado, mas devemos fazer notar que neste caso a contribuição à seção de choque devida à emissão de partículas carregadas é desprezível, comparada com a emissão de neutrons, já que se tratam de elementos pesados e a energia máxima do feixe é apenas moderada. Não há, por conseguinte problemas associados à possível ocorrência de reações (γ, p) .

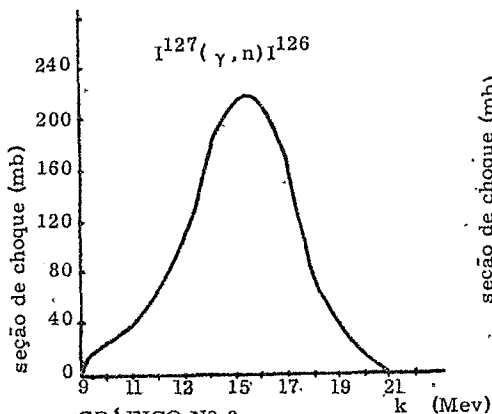


GRÁFICO Nº 8
Seção de choque de fotoneutrons
para $\text{I}^{127(41)}$

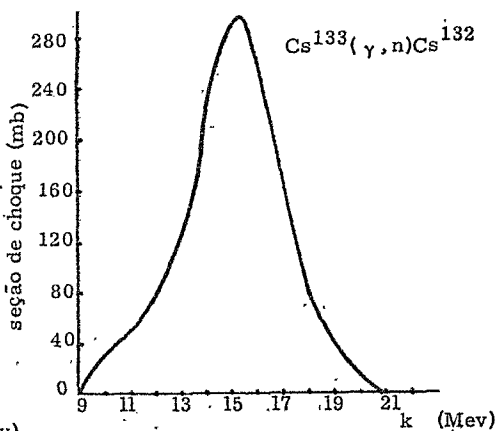


GRÁFICO Nº 9
Seção de choque de fotoneutrons
para $\text{Cs}^{133(43)}$

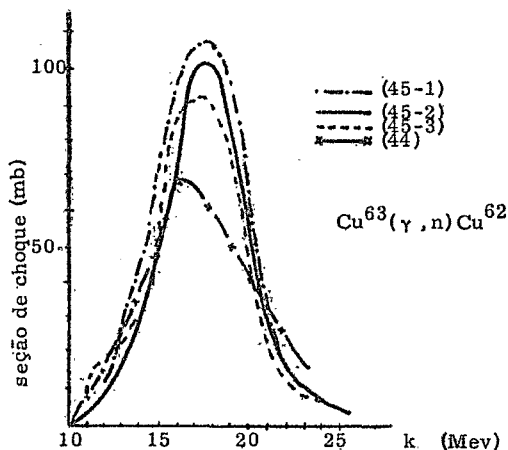


GRÁFICO N° 10

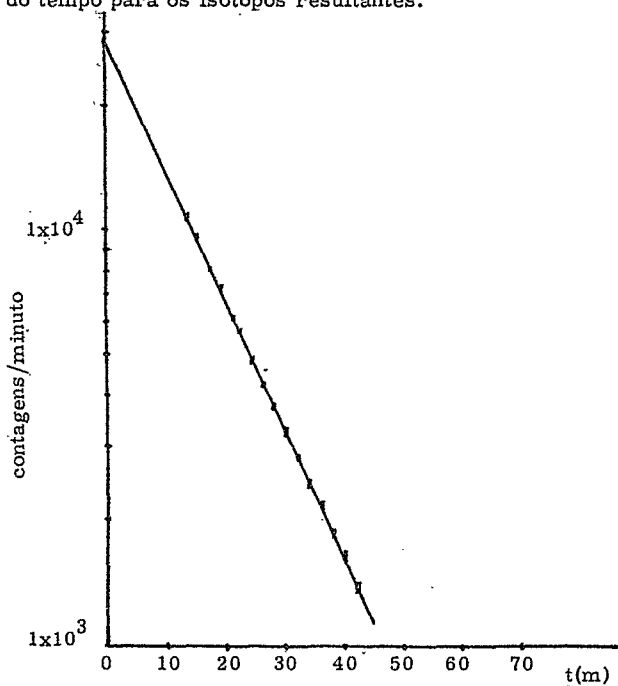
Seção de choque de fotoneutrons
para Cu^{63} .

No que diz respeito aos problemas geométricos das amostras e auto-absorção fizemos experiências com amostras de duas formas: uma cilíndrica (pó, d-4mm, h-1cm), contida num depósito de vidro, e outra uma pastilha (imprensada, d-1cm, h-1mm), fechada numa cápsula de alumínio. As amostras, colocadas o mais perto possível, foram irradiadas numa mesma ocasião. A seguir observamos qual a ativação obtida em cada caso e encontramos que uma amostra com o dobro do peso da outra e com diferente forma, adquire o dobro de ativação.

Tendo em vista este fato, já esperado devido ao pequeno tamanho das amostras empregadas, nenhuma correção geométrica de auto-absorção foi feita sobre os dados obtidos.

ANÁLISE DE DADOS

Para determinar a atividade de saturação de cada amostra, medimos a ativação alcançada no fim da irradiação extrapolando a curva de decaimento obtida através da detecção de uma radiação gama específica. O número total de núcleos radiativos da espécie formada pela reação (γ, n) de interesse, foi determinado através da razão da contagem da radiação selecionada, num isótopo filho, da qual se conhece a intensidade relativa ao número de desintegrações do nuclídeo pai. Foram feitas correções sobre o peso da amostra, pelo fato de não termos irradiado um mol da substância 100% pura. Os gráficos nºs 11, 12 e 13 mostram o comportamento típico da ativação em função do tempo para os isótopos resultantes.

GRÁFICO Nº 11 - Atividade do Cu^{62}

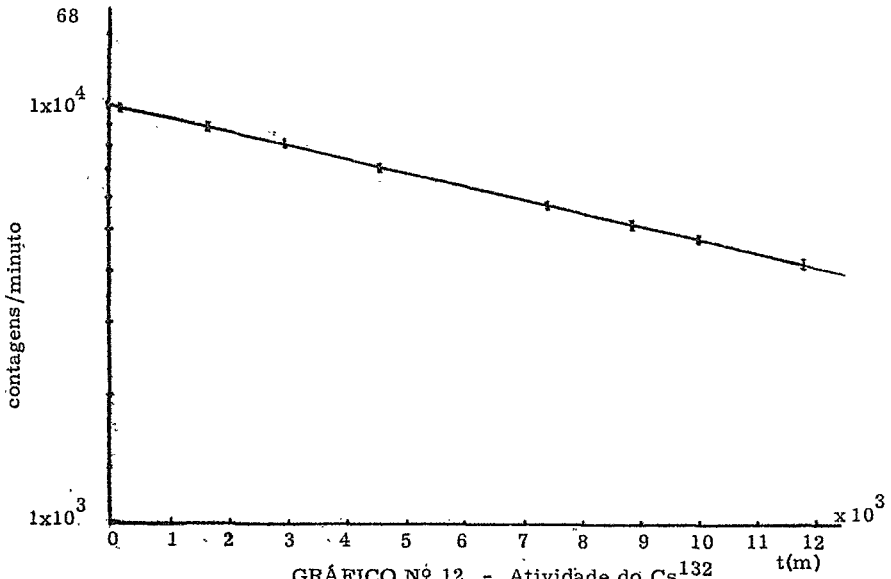


GRÁFICO Nº 12 - Atividade do Cs¹³²
($T_{1/2} = 6.5$ d , $E_{\gamma} = 0.668$ Mev)

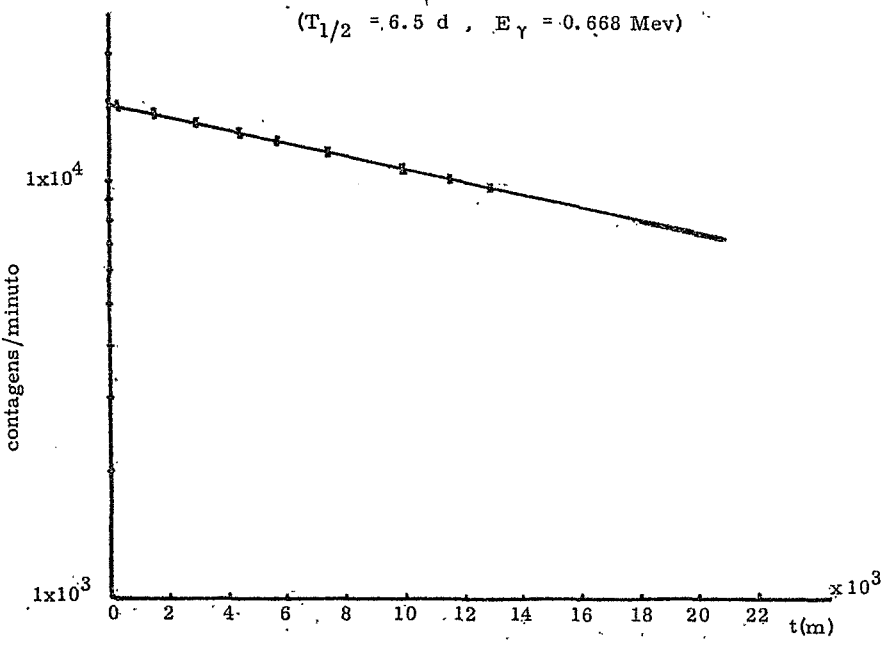


GRÁFICO Nº 13 - Atividade do I¹²⁶

elemento	tempo de irradiação (min)	ativação no fim da irradiação (c/min)	dist. fonte detectada (cm)	intensidade fonte detectada **	peso da amostra (gr.)	abundância isotópica	atividade de saturação (c/min)	$\frac{Q \cdot A}{m}$ (f/min)	$\int P(k_{\lambda}) \sigma^{-1} (k_{\lambda}) dk_{\lambda}$ (cálculo teórico) mb x (unidades arbitrárias) (5)
* (1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
I	(a) 80 (b) 40 (c) 70 (d) 70 (e) 150	4059±44 3026±46 15617±52 1363±37 3745±56	12,5 10 10 40 40	** 33%	0,230 0,122 0,721 0,5745 0,720	100%	(5,540±0,060)x10 ⁶ (6,196±0,033)x10 ⁶ (1,829±0,003)x10 ⁷ (1,565±0,007)x10 ⁶ (2,049±0,001)x10 ⁶	(3,035±0,011)x10 ⁹ (6,449±0,034)x10 ⁹ (5,247±0,006)x10 ⁹ (3,526±0,016)x10 ⁸ (3,912±0,018)x10 ⁸	12,154
Cs	(a) 60 (b) 40 (c) 70 (d) 70 (e) 150	28990±104 10050±75 60533±166 7356±80 8414±107	12,5 29 10 40 40	97,7%	0,270 0,253 0,445 0,491 0,444	*** 79,1% (do CsC4) (Cs ¹³³ 100%)	(6,688±0,024)x10 ⁶ (3,478±0,026)x10 ⁶ (1,208±0,005)x10 ⁷ (1,456±0,015)x10 ⁶ (1,263±0,001)x10 ⁶	(3,272±0,012)x10 ⁸ (7,312±0,013)x10 ⁹ (3,629±0,010)x10 ⁸ (4,941±0,042)x10 ⁸ (3,772±0,029)x10 ⁸	14,742
Cu	(d) 70 (e) 150	28309±280 27914±253	40 40	3,1%	0,469 0,437	69,1%	(9,501±0,020)x10 ⁵ (9,304±0,002)x10 ⁵	(1,275±0,003)x10 ⁸ (1,342±0,003)x10 ⁸	5,211

* As linhas qualificadas com a mesma letra (-) correspondem a irradiações simultâneas

** Percentagem sobre 100 decaimentos do elemento formado

*** A amostra irradiada foi CsCl

TABELA nº 7 - RESULTADOS OBTIDOS

A tabela nº 7 mostra o resumo dos resultados experimentais.

Explicação de cada coluna.

- 1 - Os pares (a), (a), (b), (b)... etc, identificam irradiações simultâneas.
- 2 - A ativação no fim da irradiação é calculada pela extração dos dados experimentais, utilizando o método de mínimos quadrados. Para isso foi preparado um programa em Fortan II que também fornecia os erros tanto nas contagens como na meia vida.
(Veja programa no Apêndice C).
- 3 - Para evitar problemas de saturação, a distância entre a fotomultiplicadora e as fontes de I e Cs deve ser maior de 10 cm., mais no caso do Cu tem que ser maior de 30 cm.
- 4 - Nos resultados desta coluna foram feitas correções de distância necessárias para efeitos de comparação dos pares de medidas. Estas correções são equivalentes às de ângulo sólido.
- 4 - Esta coluna apresenta os resultados do cálculo teórico do valor da integral: $\int T(k_\gamma) P(k_\gamma) dk_\gamma$.
Este cálculo foi feito utilizando a curva de distribuição $P(k_\gamma)$ obtida no cap. anterior (na aproximação exponencial, gráfico nº 5b-2), e as funções de excitação apresentadas nos gráficos nºs 8, 9 e 10. No cálculo desta integral utilizamos a regra de Simpson.

A tabela nº 8 corresponde às razões entre ativações de saturação por mol. (coluna (4) da tabela nº 7). As colunas estão identificadas com a notação empregada na fórmula (35).

elementos	$\alpha'_{L1}/\alpha'_{L2}$	α_1/α_2				
		I/Cs	0.82	0.8820 \pm 4.9×10^{-3}	0.9276 \pm 4.7×10^{-3}	0.8947 \pm 2.8×10^{-3}
I/Cu	2.83				2.7655 \pm 5.3×10^{-3}	2.6907 \pm $6. \dot{x} 10^{-4}$
Cs/Cu	2.33				3.091 \pm 1.1×10^{-2}	2.8104 \pm 7.7×10^{-3}

TABELA nº 8 - RAZÕES DAS ATIVAÇÕES OBTIDAS NAS
DIVERSAS IRRADIAÇÕES

NOTAS SOBRE O CÁLCULO DE ERROS

1) Os erros na coluna (2) da tabela nº 7 foram calculados dentro do programa de mínimos quadrados (Apêndice C) a partir do erro nas contagens (N) estimado com $\pm \sqrt{N}$, descontado o "background".

2) O cálculo da atividade de saturação, foi feito com a fórmula:

$$Q = \frac{N}{1 - e^{-\lambda t}}$$

N sendo contagens por minuto no tempo t (final da irradiação) e $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$

Assim o erro sobre Q será:

$$\Delta Q = \sqrt{\left(\frac{\partial Q}{\partial N}\right)^2 (\Delta N)^2 + \left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)^2 (\Delta t)^2}$$

3) Os erros na coluna (4) foram calculados como $\frac{\Delta Q \cdot A}{m}$

4) Os erros nas razões da coluna α_1/α_2 da tabela nº 8 foram calculados a partir dos erros $\frac{\Delta Q \cdot A}{m}$ segundo a lei geral: (48)

$$\frac{A \pm \Delta A}{B \pm \Delta B} = \frac{A}{B} \pm \frac{\Delta A}{B} \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2}$$

CONCLUSOES

Recapitulemos as hipóteses feitas no cálculo, pelo método de Monte Carlo, da distribuição de energia de radiação:

- a - Consideramos que a trajetória do eletrôn no alvo é retilí neae paralela ao feixe incidente.
- b - Estabelecemos que o eletrôn emite radiação só uma vez antes de perder-se.
- c - Não foram incluídos efeitos secundários do foton formado, tais como produção de pares.
- d - As perdas de energia por ionização foram estimadas pela relação $E = E_0 - E = X \cdot \beta (E)$

A hipótese (a) evidentemente faz com que a trajetória dos eletrons resulte menor que a trajetória real; com isto, o número de eventos radiativos diminui.

Cada eletrôn tem possibilidade de emitir mais de um foton antes de degradar sua energia abaixo de um valor crítico, e tendo energia suficiente, poderá se materializar, dando um par eletrôn-positrôn, possibilitando a emissão de novas radiações. Portanto, as hipóteses (b) e (c) diminuem também o número de eventos radiativos.

A hipótese (d), possivelmente afetou a região de alta energia, sobre-estimando as perdas por ionização. Com isto o número de eventos nessa região veio a ser menor do que o esperado; a literatura consultada mostra que esse efeito é importante (49), (50)

Nestas condições, o espectro calculado que, por simplicidade de manejo computacional, não levou em conta aqueles efeitos, sub-estima a frequência de foton na região de energias mais altas. Os valores experimen-

tais (tabela nº 8) resultam, conseqüentemente, acima dos valores teóricos, em aproximadamente 10%. A discrepância é maior no caso do Cu por razões ligadas à incertezas na função de excitação, provavelmente.

Não obstante, consideramos que o espectro assim calculado é uma boa aproximação para o espectro atual de ftons do acelerador e pode ser empregado com vantagem na fase de dimensionamento de experiências que envolvam a ativação de amostras.

Os cálculos podem ser facilmente estendidos a outras energias e espessuras do alvo conversor.

O método que sugerimos para estimativa dos parâmetros concernentes a experiências de ativação é o seguinte:

Considerando que o acelerador se encontra funcionando com apreciável estabilidade, é possível irradiar um elemento, de preferência de meia vida curta, por exemplo o Cu^{63} , é calcular a constante C de normalização do feixe, tirada da equação (32).

$$C = CN_o = \frac{\frac{N_1}{1 - e^{-\lambda t}} \cdot \frac{A_1}{M_1}}{22 \int_{k_{L1}} \sigma(k_\gamma) P(k_\gamma) dk_\gamma} (\text{mb. min})^{-1} \quad (36)$$

Uma vez feito isto, poderemos calcular o tempo necessário para obter, no final da irradiação de qualquer outra amostra, a ativação N_2 desejada, fazendo uso da relação:

$$t_2 = \frac{1}{\lambda_2} \ln \left[\frac{C m_2 I_2}{C m_2 I_2 - N_2 A_2} \right] \quad (37)$$

onde C é dado pela fórmula (36) e

$$I_2 = \int_{k_{L2}}^{22} \sigma(k_\gamma) P(k_\gamma) dk_\gamma$$

A título de curiosidade, (já que sempre que necessário deverá ser calculada), calculamos o valor da constante C para as duas ultimas irradiações ((d) e (e) na tabela nº 7).

Tomando os dados obtidos para o Cs na irradiação (d) o valor da constante foi

$$C = 2,673 \times 10^7 \text{ (mb. min)}^{-1}$$

Dado que obtivemos para o I, nas mesmas condições de irradiação

$N_2 = 1363 \text{ c/min}$, calculamos o tempo que seria necessário para obter essa ativação, resultando $t_2 = 76$ minutos, ou seja 10% a mais do que foi na realidade, o qual confirma uma vez mais o nível de aproximação das estimativas.

Para a irradiação (e), o valor da constante foi

$$C = 2,981 \times 10^7 \text{ (mb. min)}^{-1}$$

Dando para o Cu^{63} , $t_2 = 28 \text{ min.}$, fazendo evidente a saturação muito antes do fim da irradiação.

É importante notar a estabilidade de operação do acelerador,

refletida na reprodutibilidade do valor da constante C, correspondendo às duas últimas irradiações. Ambas as irradiações foram feitas a 50 mA, com energia máxima de 22 Mev como foi estabelecido desde o início.

APÊNDICE A

O programa em Fortran II, utilizado para a obtenção dos dados indicados na tabela nº 4 e corresponde ao diagrama de fluxo da Figura nº 1.

APÊNDICE B

Corresponde à tabela nº 3, na qual são indicados os valores estipulados da energia E (mc^2) do eletrôn na profundidade $X_n(E)$, mostrando a continuação os 20 valores das energias k_γ (mc^2) dos fotons possíveis de serem emitidos para cada valor de E e calculados de acôrdo com as fórmula (30, (31).

APÊNDICE C

Programa (Fortran II) de mínimos quadrados para cálculo de meia vida e erros.

```

C   CALCULO DO ESPECTRO DE BREMSSTRAUHLUNG PELO METODO DE MONTE CARLO
C   PRIMERA PARTE
*
C   INTEGRACAO DA SECAO DE CHOQUE DE BREMSSTRAUHLUNG * SIGMA(F,K)DK
C   INTEGRAL DE SIGMA(F,K)= SECTO = SF(K)
C   LIMITE INFERIOR = 3 MEV
C   LIMITE SUPERIOR = E-1/2 MEV
C   E COM VALORES DESDE 5 MEV ATÉ 22.0 MEV EM INTERVALOS DE .5 MEV
*
  DIMENSION SIG(4011)
  M=1
  TYPE 12
12  FORMAT(12HN, ATOMICO = )
  ACCEPT 14,2
14  FORMAT(F10.0)
  Z=Z**(1./3.)/11.00
  5  TYPE 101
101  FORMAT(5HENE = )
  ACCEPT -11,ENF
  11  FORMAT(F20.0)
  TYPE 141,
141  FORMAT(5HENF = )
  ACCEPT 15,ENF
15  FORMAT(F20.0)
  SECP=0.
  SECI=0.
  H=(ENE-ENF-0.9784735)/4010.00
  N=10
  PRINT 400
400  FORMAT(//6X,6HSIG(K),7X,1HK,10X,3HENF/)
  DO 10 K=1,4011
  E=ENE-ENF
  B=2.*ENE*E*Z/ENF
  B2=B**2
  B3=B2*B
  ATB=ATAN(B)
  ARG=(ENF/(2.*ENE*E))**2+Z**2
  ARG=1./ARG
  SIG1=1.+(F/ENF)**2-2.*E/(3.*ENE)
  SIG2=LOG(ARG)+1.-2.*ATB/B
  SIG3=E*(2.*LOG(1.+B2)/B2+4.*(2.-B2)*ATB/(3.*B3)-
  18./((3.*B2)+2./9.)/ENF
  SIG(K)=(SIG1*SIG2+SIG3)/ENF
  IF (K-N)10,7,10
  7  PRINT 77,SIG(K),K,ENF
77  FORMAT(1H ,E12.6,5X,I5,5X,F12.6)
  N=N+400
10  ENF=H+ENF
  SEC=SIG(1)+SIG(4011)
  DO 20 K=2,4010,2
  SECP=SECP+SIG(K)
  L=K+1
20  SECI=SECI+SIG(L)
  SECI=SECI-SIG(4011)
  SECTO=H*(4.*SECP+2.*SECI+SEC)/3.
  PRINT 2,SECTO,ENF
  2  FORMAT(1H ,7HSFCTO =,E12.6,5X,5HENF =,F12.6)
  IF (M-12)5,5,29
29  CALL EXIT

```

SEGUNDA PARTE

SUBDIVISAO DE CADA UMA DAS INTEGRAIS *SECTO* EM 20 INTEGRAIS F
 IGUAL VALOR
 CALCULA SUCESSIVAMENTE , A PARTIR DO LIMITE INFERIOR, O LIMITE
 SUPERIOR DE TAL FORMA QUE ABS(DA INTEGRAL - SECTO/20) = 0.002

```

DIMENSION SIM(601)
M=1
Z=73.
Z=Z**(.1./3.)/111.00
5 READ 1,SECTO,ENE
1 FORMAT(2F12.6)
AREA=SECTO/20.0000
TYPE 4
4 FORMAT(17HINTEGRAL NUMERO =)
ACCEPT 6,1
6 FORMAT(13)
DO 11 J=1,20
TYPE 90
90 FORMAT(7HDELTA =)
ACCEPT 91,DELTA
91 FORMAT(F20.0)
15 H1=DELTA/600.000
TYPE 522
522 FORMAT(5HENE =)
ACCEPT 80,ENF
80 FORMAT(F25.0)
SECP1=0.
SEC11=0.
DO 110 K=1,601
E=ENE-ENF
B=2.*ENE*E*Z/FNF
B2=B**2
B3=B2*B
ATB=ATAN(B)
ARG=(ENF/(2.*ENF*E))**2+Z**2
ARG=1./ARG
SIGM1=1.+(E/ENE)**2-2.*E/(3.*ENE)
SIGM2=LOG(ARG)+1.-2.*ATB/B
SIGM3=E*(2.*LOG(1.+B2)/B2+4.*(2.-B2)*ATB/(3.*B3)-
18./((3.*B2)+2./9.)/ENF
SIM(K)=(SIGM1*SIGM2+SIGM3)/ENF
110 ENF=ENF+H1
ENF=ENF-H1
SEC1=SIM(1)+SIM(601)
DO 220 K=2,600,2
SECP1=SECP1+SIM(K)
L=K+1
220 SEC11=SEC11+SIM(L)
SEC11=SEC11-SIM(601)
SECTO1=H1*(4.*SECP1+2.*SEC11+SFC1)/3.
TYPE 128,SECTO1
128 FORMAT(1H ,8HSECTO1 =,F12.5)
DIF=SECTO1-AREA
TYPE 13,DIF
13 FORMAT(5HDIF =,F12.5)
ABDIF=ABS(DIF)
IF(ABDIF-0.002)11,11,18

```

```

18 IF(DIF)14,11,28
28 TYPE 281
281 FORMAT(13HDELTA MENOS =)
ACCEPT 81,DELTA
81 FORMAT(F35.0)
GO TO 15
14 TYPE 141
141 FORMAT(11HDELTA MAS =)
ACCEPT 810,DELTA
810 FORMAT(F35.0)
GO TO 15
11 TYPE 17,DELTA,J,ENF
17 FORMAT(15HENERGIA FOTON =,F12.6,3X,I3,3X,5HENF =,F12.6)
TYPE 9,SECTO,ENF
9 FORMAT(7HSECTO =,F12.6,5HENE =,F12.6)
M=M+1
IF(M-2)5,5,29
29 CALL EXIT
END

```

```

*
*
C TERCEIRA PARTE
*
C CALCULA, USANDO UM NUMERO AO ACASO ENTRF O F 50 , A DISTANCIA
C PERCORRIDA POR UM ELECTRON DE ENERGIA E ANTES DA EMISAO DE UM
C FOTON DE ENERGIA K= ENF(K) , ESCOLHIDA AO ACASO ENTRE OS 20
C VALORES DISPONIVFIS
C FOTON DE ENRGIA K = ENF(K)
*

```

```

DIMENSION ENF(20),EM(50),ENE(35),SF(35)
DIMENSION NF(219),BET(36)
M=0
EO=43.052811
COEF=6.16E-24
ATOPV=5.527E+22
ESP=0.7
TYPE 35
35 FORMAT(7HANCHO =)
ACCEPT 5,ANCHO
5 FORMAT(F12.8)
READ 13,(BET(K),K=1,36)
13 FORMAT(9F7.2)
300 READ 1,(SE(K),ENF(K),K=1,35)
1 FORMAT(2F12.6)
330 TYPE 22
22 FORMAT(12HRAND(.XXX) =)
ACCEPT 5,XX
DD 94 JJ=34,219,5
94 NE(JJ)=0
K=1
7 SECTO=SE(K)*COEF
BETA=BET(K)
READ 2,(ENF(I),I=1,20)
2 FORMAT(5F10.6)
A=1./(ATOPV*SECTO)
CO=ESP/A
CN=1.-1./EXP(CO)
6 RAN1=RAND(XX)
N=RAN1*50.+1.
RN=N

```

```

      IF (M-1000) 11, 11, 200 ,
11  CONTINUE
      XNE=A*LOG(50./ (50.-CN*(BN-0.5)))
      DIF=ANCHO-XNE
      IF (DIF) 6, 3, 3
3    N=BN
      EN(N)=EO-BETA*XNE
      COMP1=EN(N)-ENE(K)
      IF (COMP1) 60, 4, 6
60   L=K-1
      IF (L) 61, 61, 62
61   COM2=EN(N)-8.806251
      IF (COM2) 6, 6, 4
62   COM2=EN(N)-ENE(L)
      IF (COM2) 6, 6, 4
4    RAN2=RAND(XX)
      J=RAN2*20.+1.
      ENFO=ENF(J)
      EM=ENFO*0.511
      ME=EM*10.
      DO 91 JJ=34, 219, 5
      IF (ME-JJ) 90, 90, 91
90   NE(JJ)=NE(JJ)+1
      GO TO 6
91  CONTINUE
      GO TO 6
200  IF (SENSE SWITCH 3) 84, 220
84   DO 85 JJ=34, 219, 5
85   PRINT 86, JJ, NE(JJ)
86   FORMAT (10X, 3HNE(, I3, 3H) =, I5)
220  M=0
      K=K+1
      IF (K-35) 7, 7, 400
400  DO 95 JJ=34, 219, 5
95   PRINT 96, JJ, NE(JJ)
96   FORMAT (//10X, 3HNE(, I3, 3H) =, I5)
404  IF (SENSE SWITCH 2) 330, 440
440  CALL EXIT
      END

```

A P E N D I C E B.

F = 9.784735

5.9528	6.0356	6.1228	6.2112	6.3048
6.4002	6.5002	6.6032	6.7122	6.8252
6.9472	7.0762	7.2122	7.3562	7.5112
7.6812	7.8712	8.0832	8.3612	8.8062

F = 10.763208

5.9728	6.0808	6.1898	6.3054	6.4238
6.5488	6.6778	6.8138	6.9538	7.1052
7.2592	7.4282	7.6042	7.7972	8.0012
8.2292	8.4802	8.7762	9.1502	9.7762

F = 11.741681

5.9908	6.1208	6.2518	6.3908	6.5348
6.6868	6.8448	7.0108	7.1848	7.3688
7.5628	7.7698	7.9878	8.2308	8.4908
8.7808	9.1058	9.4728	9.9708	10.7528

E = 12.720154

6.0128	6.1608	6.3148	6.4758	6.6428
6.8178	7.0028	7.1998	7.4048	7.6228
7.8548	8.1028	8.3648	8.6508	8.9648
9.3128	9.6948	10.1548	10.7748	11.7348

F = 13.698627

6.0288	6.1943	6.3683	6.5496	6.7436
6.9412	7.1556	7.3766	7.6126	7.8651
8.1301	8.4231	8.7281	9.0641	9.4281
9.8381	10.2931	10.8261	11.5331	12.7221

F = 14.677100

6.0458	6.2288	6.4208	6.6228	6.8358
7.0604	7.2974	7.8124	7.8124	8.0954
8.3994	8.7254	9.0794	9.4614	9.8794
10.3504	10.8804	11.4904	12.2804	13.4884

E = 15.655573

6.0606	6.2608	6.4708	6.6908	6.9278
--------	--------	--------	--------	--------

7.1708	7.4378	7.7138	8.0138	8.3288
8.6688	9.0368.	9.4288	9.8638	10.3438
10.8638	11.4538	12.1618	13.1238	14.6638

E = 16.634046

6.0758	6.2908	6.5208	6.7608	7.0158
7.2848	7.5708	7.8768	8.2008	8.5518
8.9318	9.3348	9.7818	10.2548	10.7918
11.3788	12.0518	12.8408	13.9008	15.6568

E = 17.612519

6.0888	6.3228	6.5638	6.8248	7.0948
7.3898	7.6998	8.0298	8.3798	8.7648
9.1798	9.6198	10.1098	10.6378	11.2180
11.8778	12.6278	13.4938	14.5738	16.6348

E = 18.590992

6.1018	6.3488	6.6068	6.8858	7.1758
7.4898	7.8258	8.1808	8.5658	8.9748
9.4248	9.9048	10.4348	11.0128	11.6498
12.3738	13.1998	14.1538	15.4198	17.6138

E = 19.569465

6.1198	6.3748	6.6498	6.9418	7.3548
7.5878	7.9448	8.3258	8.7348	9.1788
9.6598	10.1928	10.7448	11.3888	12.0648
12.8688	13.7548	14.8188	16.1348	18.6048

E = 20.547938

6.1297	6.4028	6.6898	7.0028	7.3298
7.6858	8.0598	8.4698	8.9098	9.3818
9.8948	10.4608	11.0648	11.7508	12.5048
13.3518	14.3248	15.4618	16.9548	19.5698

E = 21.526411

6.1418	6.4268	6.7268	7.0578	7.3978
7.7778	8.1678	8.6118	9.0698	9.5828
10.1298	10.7298	11.3898	12.1168	12.9268
13.8418	14.8918	16.1268	17.7618	20.5458

E = 22.504884

6.1518	6.4498	6.7618	7.1088	7.4618
7.8673	8.2818	8.7448	9.2448	9.7718
10.3618	10.9928	11.7128	12.4728	13.3528
14.3228	15.4528	16.7748	18.6028	21.5255

E = 23.483357

6.1618	6.4734	6.8028	7.1611	7.5328
7.9551	8.3828	8.8671	9.3828	9.9471
10.5628	11.2391	11.9828	12.8071	13.7428
14.7751	16.0328	17.4001	19.3928	22.4998

E = 24.461830

6.1733	6.4958	6.8333	7.2138	7.6038
8.0408	8.5028	9.0068	9.5528	10.1458
10.7778	11.5098	12.2778	13.1212	14.1378
15.2718	16.5578	18.0618	20.0618	23.4840

E = 25.440303

6.1828	6.5188	6.8728	7.2628	7.6728
8.1238	8.6028	9.1328	9.7028	10.3258
11.0028	11.7578	12.5728	13.5138	14.5428
15.7348	17.0928	18.7068	20.8528	24.4632

E = 26.418776

6.1928	6.5398	6.9128	7.3098	7.7328
8.2048	8.7028	9.2548	9.8328	10.5018
11.2028	12.0048	12.8648	13.8608	14.9648
16.2148	17.6548	19.3648	21.7048	25.4448

E = 27.397249

6.2028	6.5583	6.9328	7.3543	7.7928
8.2803	8.4928	9.3743	9.9743	10.6723
11.4143	12.2493	13.1593	14.1953	15.3353
16.6653	18.9153	19.9953	22.2953	26.4197

E = 28.375722

6.2128	6.5808	6.9808	7.4038	7.8708
8.3638	8.9038	9.4958	10.1458	10.8488
11.6288	12.4918	13.4418	14.5318	15.7418
17.1418	18.7418	20.6418	23.0418	27.4049

E = 29.354195

6.2208	6.5978	7.0108	7.4443	7.9303
8.4333	9.0003	9.6086	10.2886	11.0186
11.8386	12.7306	13.7306	14.8606	16.1406
17.5906	19.2406	21.2706	23.8906	28.3761

E = 30.332668

6.2318	6.6158	7.0368	7.4868	7.9868
8.5078	9.0978	9.7236	10.4236	11.1856
12.0256	12.9656	14.0056	15.1926	16.5226
18.0456	19.8326	21.9066	24.8366	29.3573

E = 31.311141

6.2393	6.6360	7.0693	7.5297	8.0293
8.5807	9.1693	9.8307	10.5293	11.3407
12.2093	13.1907	14.2793	15.5077	16.9377
18.4957	20.3277	22.5457	25.3457	30.3337

E = 32.289614

6.2468	6.6528	7.0868	7.5684	8.0768
8.6494	9.2568	9.9424	10.6768	11.5024
12.4068	13.4224	14.5668	15.8304	17.2868
18.9464	20.8468	23.1764	26.1668	31.3116

E = 33.268087

6.2568	6.6698	7.1068	7.6068	8.1268
8.7162	9.3468	10.0462	10.8068	11.6592
12.5868	13.6568	14.7868	16.1628	17.6468
19.4038	21.3468	23.8238	27.0468	32.2991

E = 34.246560

6.2633	6.6878	7.1433	7.6498	8.1833
8.7898	9.4333	10.1558	10.9333	11.8158
12.7833	13.8678	15.0833	16.4648	18.0133
19.8348	21.8533	24.4448	27.8533	33.2694

E = 35.225033

6.2708	6.7058	7.1708	7.6878	8.2458
--------	--------	--------	--------	--------

8.8544	9.5258	10.2594	11.0558	11.9694
12.9308	14.0894	15.3126	16.7795	18.3877
20.2865	22.4877	25.0865	28.7377	34.2472

E = 36.203500

6.2798	6.7208	7.1998	7.7238	8.2998
8.9191	9.6098	10.3681	11.2088	12.1219
13.1438	14.3099	15.6198	17.0919	18.7948
20.7229	22.8699	25.6999	29.2195	35.2263

E = 37.181973

6.2858	6.7358	7.2158	7.7608	8.3408
8.9858	9.6708	10.4628	11.2958	12.2718
13.2958	14.5258	15.8458	17.3978	19.1458
21.1588	23.4938	26.3449	30.2738	36.2050

E = 38.160446

6.2938	6.7533	7.2538	7.7988	8.4038
9.0508	9.7638	10.5558	11.4338	12.4158
13.5138	14.7373	16.0938	17.7023	19.5938
21.5923	24.0438	26.9623	31.0438	37.1783

E = 39.138919

6.3016	6.7688	7.2716	7.8358	8.4216
9.1118	9.8216	10.6618	11.5416	12.5658
13.6516	14.9478	16.3016	17.9978	16.8016
22.0238	24.5016	29.5838	31.5016	38.1568

E = 40.117392

6.3058	6.7828	7.2958	7.8738	8.4758
9.1778	9.9108	10.7648	11.6758	12.7104
13.8858	15.1584	16.6108	18.2984	20.1860
22.4544	27.9360	28.2144	32.4360	39.1375

E = 41.095865

6.3128	6.7978	7.3128	7.9038	8.5128
9.2338	9.9928	10.8558	11.8428	12.8558
14.0928	15.3758	16.8928	18.6098	20.5027
22.8028	25.4028	28.7488	33.2528	40.0319

$$E = . 42.074338$$

6.3218	6.8108	7.3418	7.9108	8.5418
9.2658	10.0218	10.9198	11.8918	12.9698
14.1918	15.5498	17.1318	18.4748	20.9318
23.2848	26.1318	29.4348	34.1318	41.0748

$$E = 43.052811 .$$

6.3275	6.8255	7.3704	7.9684	8.6242
9.3792	10.1481	11.0379	12.0249	13.1319
14.3715	15.7753	17.3653	19.1929	21.2929
23.7325	26.6023	30.0723	34.5023	42.0647

```

C   PROGRAMA DE MINIMOS QUADRADOS PARA MEIA VIDA E ERRO
C   FORMA UTILIZADA Y=AX+B
DIMENSION C(30), ER(30),Y(30),X(30),SIG(30),W(30),YC(30),CC(30)
DIMENSION SCC(30)
2   TYPE 3
3   FORMAT(30HSE SWITCH 1 ON,VOLTA AO INICIO)
4   TYPE 4
5   FORMAT(53HENTRAR COM O NUMERO DE PONTOS EM 12 E OS DADOS DEPOIS
ACCEPT 5,N
6   FORMAT(12)
TYPE 21
7.   FORMAT(27HENTRAR.COM BACKGROUND F20.0)
ACCEPT 20,BACK
20  FORMAT(F20.0)
333 TYPE 111
111 FORMAT(6HTITULO)
ACCEPT 28
28  FORMAT(5X,40H
PRINT 28
SX=0.
SY=0.
SXY=0.
SX2=0.
SDI2=0.
SDX2=0.
DIF=0.
SSIG=0.
READ 6,(C(K),X(K),K=1,N)
6   FORMAT(F20.0,F10.0)
DO 7 K=1,N
ER(K)=SQRT(C(K)+BACK)
C(K)=C(K)-BACK
Y(K)=LOG(C(K))
SIG(K)=ER(K)/C(K)
7   SSIG=SSIG+1./SIG(K)**2
DO 8 K=1,N
W(K)=1./(SSIG*SIG(K)**2)
SX=SX+W(K)*X(K)
SY=SY+W(K)*Y(K)
SXY=SXY+W(K)*Y(K)*X(K)
8   SX2=SX2+W(K)*X(K)**2
DO 9 K=1,N
SDI2=SDI2+W(K)*(X(K)-SX)**2
9   SDX2=SDX2+W(K)*(SX2-X(K)*SX)**2
DELTA=SX2-SX**2
DFTAA=SXY-SX*SY
DELTAB=SX2*SY-SX*SXY
A=DELTA/DELTA
B=DELTAB/DELTA
V=SQRT(1./SSIG)/DELTA
SIGMAA=V*SQRT(SDI2)
SIGMAB=V*SQRT(SDX2)
SIGCO=SIGMAB*EXP(B)
CO=EXP(B)
VIDA=-LOG(2.)/A
SIGVI=LOG(2.)*SIGMAA/(A*A)
DO 10 K=1,N
YC(K)=A*X(K)+B

```

```

      CC(K)=EXP(YC(K))
10   DIF=DIF+(YC(K)-Y(K))**2
      Z=N.
      SIGMAY=SQRT(DIF/(Z-2.))
      N=Z
      DO 16,K=1,N
16   SCC(K)=CC(K)*SIGMAY
      PRINT 22
22   FORMAT(/2X,5HTEMPQ,6X,10HCONT. MED.,6X,4HERRO,7X,9HLOG(CON),5X,
19HERRO/CONT/)
      PRINT 11,(X(K),C(K),FR(K),Y(K),SIG(K),K=1,N)
11   FORMAT(5(E10.4,3X))
      PRINT 13
13   FORMAT(/1X,10HCONT. CAL.,4X,9HERRO CAL.,3X,12HLOG(CONT.C.)/)
      PRINT 12,(CC(K),SCC(K),YC(K),K=1,N)
12   FORMAT(3(E10.4,3X))
      PRINT 24
24   FORMAT(7X,1HA,14X,1HB,11X,8HSIGMA(A),8X,8HSIGMA(B),8X,5HSIGCO,8X
1,7HAO=COEF,8X,9HMEIA VIDA,8X,6HSIG(Y),8X,10HSIG(T 1/2)/)
      PRINT 14,A,B,SIGMAA,SIGMAB,SIGCO,CO,VIDA,SIGMAY,SIGVI
14   FORMAT(9E15.9)
      IF(SENSE SWITCH 1)1,15
15   CALL EXIT
      END

```

REFERÊNCIAS

- (1) - J. Chaldwick and M. Goldhaber, Nature 134, 237 (1934)
- (2) - W. Bothe and W. Genter, Z Physik, 106, 236 (1937)
- (3) - G. C. Baldwin and G. S. Klaiber, Phys. Rev. 73, 1156 (1948)
- (4) - M. L. Perlman and G. Friedlander, Phys. Rev. 72, 1272 (1947)
- (5) - H. E. Johns, L. Katz, R. A. Douglas, R. N. H. Haslam, Phys. Rev. 80, 1062, (1950)
- (6) - R. Montalbetti, L. Katz and J. Goldemberg, Phys. Rev. 91, 659 (1953)
- (7) - J. Goldemberg and L. Katz, Phys. Rev. 89, 1300 (1953)
- (8) - S. C. Fultz, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, N. A. Kerr, Phys. Rev. 127, 1273, (1962) (veja referências posteriores do mesmo grupo)
- (9) - S. C. Fultz, R. P. Harvey, J. T. Caldwell, R. L. Bramblett, Phys. Rev. 136, B126 (1964)
- (10) - L. Eyges, Phys. Rev. 81, 981 (1951)
- (11) - R. Wilson, Proc. Phys. Soc. (London) A 66, 638 (1953)
- (12) - A. Penfold, University of Illinois Report (unpublished)
Vide H. W. Kock and J. W. Motz, Revs. Modern Phys. 31, 952 (1959)
- (13) - E. Hisdal, Phys. Rev. 105, 1821 (1957)
- (14) - J. W. Motz, Miller, H. O. Wycoff, Phys. Rev. 89, 968 (1953)
- (15) - G. Molière, Z. Naturforsch 3a, 78 (1948)
- (16) - L. Eyges, Phys. Rev. 76, 264 (1949)
- (17) - N. Bohr, Phil. Mag. 30, 581 (1915)
- (18) - H. A. Bethe, Am. Physik 5, 325 (1930), Z. Physik 76, 293 (1932)
- (19) - F. Bloch, Am. Physik 16, 285 (1933), Z. Physik 81, 363 (1933)
- (20) - L. Landau, J. Phys. (U. R. S. S.) 8, 201 (1944)
- (21) - E. Fermi, Phys. Rev. 56, 1242 (1939)
- (22) - C. Müller, Am. Physick 14, 531 (1932)
- (23) - N. F. Mött, Proc. Roy. Soc. (London) A124, 425 (1929),
Proc. Roy. Soc. (London) A135, 429 (1932)
- (24) - B. Rossi and K. Greisen, Rev. Mod. Phys. 13, 240 (1941)
- (25) - E. Fermi, Phys. Rev., 57, 485 (1940)
- (26) - E. J. Williams, Rev. Mod. Phys. 17, 217 (1945)

- (27) - E.O. Laurence, "High Energy Particle Data", Vol. II, UCRL - 2424 (1966)
- (28) - Ver por ex. Cap. III, § 6-3, Quantum Theory of Radiation, Heitler
- (29) - Bethe, Heitler, Proc. Roy. Soc. London, 143, 83, (1934)
- (30) - Bethe, Proc. of Camb. Phil. Soc., 30, 524, (1934)
- (31) - L. I. Schiff, Phys. Rev. 83, 253, (1951)
- (32) - H. W. Koch, J. W. Motz, Rev. of Mod. Phys., 31, 920, (1959)
- (33) - L. Katz, A. S. Penfold; Rev. of Mod. Phys. 24, 28 (1952)
- (34) - D. Fink, Random Number Subroutine for IBM 1960, 7. 0. 057, (1964)
- (35) - L. Katz and A. G. W. Cameron, Can. J. Phys, 29, 518 (1951)
- (36) - B. I. Goryachev, Atomic Energy Rev. vol. 2, n° 3, 71, (1964)
- (37) - S. C. Fultz, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, N. A. Kerr, Phys. Rev. 127, 1273, (1962)
- (38) - S. C. Fultz, J. I. Caldwell, B. L. Berman, R. L. Bramblett, and R. R. Harvey, Phys. Rev. 143, 790 (1966)
- (39) - S. C. Fultz, J. T. Caldwell, N. E. Hansen, and C. P. Jupiter, Phys. Rev. 128, 2345 (1962)
- (40) - S. C. Fultz; B. L. Berman, J. T. Caldwell, R. L. Bramblett and M. A. Kelly, Phys. Rev. 186, 1255 (1969)
- (41) - R. L. Bramblett, J. T. Caldwell; B. L. Berman, R. R. Harvey and S. C. Fultz, Phys. Rev. 148, 1198 (1966)
- (42) - R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, G. F. Auchampaugh, and S. C. Fultz, Phys. Rev. 129, 2723 (1963)
- (43) - B. L. Berman, J. T. Caldwell, R. L. Bramblett, H. S. Davis; M. A. Kelly and S. C. Fultz, Phys. Rev. 177, 1745 (1969)
- (44) - S. C. Fultz, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, and R. R. Harvey, Phys. Rev. 133, B 1149 (1964).
- (45) - H. E. Johns, L. Katz, R. A. Douglas and R. N. H. Haslam, Phys. Rev. 80, 1062 (1950)
- (2) P. R. Byerly and W. Esphens, Phys. Rev. 83, 54 (1951)
B. C. Diven and G. W. Almy, Phys. Rev. 80, 407, (1950)
A. I. Bermann and K. L. Brown, Phys. Rev. 96, 83, (1954)
- (3) V. F. Krohn and E. F. Shrader, Phys. Rev. 87, 685, (1952)
- (46) - C. M. Lederer, J. M. Hollander, I. Perlman, Tables of Isotopes, Sixth Edition (John Wiley & Sons, Inc., New York, 1967)
- (47) - Nuclear Data Sheets B2-3-2 (1967)
- (48) - D. Moreno: Am. J. of Phys., Vol. 28 n° 9, 786 (1960)
- (49) - E. V. Weinstock, J. Halpern, Phys. Rev. 100, 1293 (1955)
- (50) - O. V. Bogdankevich and F. A. Nicolaev, Methods in Bremsstrahlung Research, Academic Press, New York and London (1966).