

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

Tese de doutorado

**Grandes desvios e
independência assintótica em
sistemas fortemente
correlacionados**

Max Jáuregui

Rio de Janeiro, agosto de 2015

Orientador: Constantino Tsallis

À minha família
e
ao meu amor, Gabriela.

Resumo. Analisamos dois modelos probabilistas que envolvem variáveis aleatórias fortemente correlacionadas e que têm distribuições q -gaussianas como distribuições limite. O primeiro modelo baseia-se em um arranjo triangular de variáveis aleatórias onde a distribuição conjunta de cada linha é basicamente uma discretização de uma distribuição q -gaussiana que foi introduzida por Rodríguez et al. (2008). Para este modelo mostramos que quaisquer $m < n$ variáveis aleatórias da n -ésima linha, a qual contém n variáveis, do arranjo triangular tornam-se, paradoxalmente, independentes quando $n \rightarrow \infty$. Além disso, mencionamos uma possível verificação experimental deste resultado no contexto de uma transição de fase de segunda ordem. O segundo modelo lida com uma sequência de variáveis aleatórias, onde consideramos uma distribuição conjunta que foi introduzida por Hanel et al. (2009). Mostramos que a sequência de variáveis aleatórias não cumpre a lei dos grandes números. Mais ainda, a probabilidade de grandes desvios converge a um limite não-nulo em geral. Encontramos cotas para a diferença entre esta probabilidade e seu limite e mostramos que estas cotas aproximam-se de zero como leis de potência compatíveis com q -exponenciais. Nossos resultados para ambos os modelos ilustram que sistemas fortemente correlacionados podem apresentar comportamentos altamente não intuitivos.

Abstract. We analyse two probabilistic models that involve strongly correlated random variables which have q -Gaussian distributions as limiting distributions. The first model is based on a triangular array of random variables where the joint distribution of each line is basically a discretization of a q -Gaussian distribution which was introduced by Rodríguez et al. (2008). For this model we show that any $m < n$ random variables of the n th row, which contains n variables, of the triangular array turn out to be, paradoxically, independent when $n \rightarrow \infty$. Moreover, we mention a possible experimental verification of this result in the context of a second-order phase transition. The second model deals with a sequence of random variables, where we consider a joint distribution which was introduced by Hanel et al. (2009). We show that the sequence of random variables does not obey the law of large numbers. Moreover, the probability of large deviations converges to a usually non-null limit. We find bounds to the difference between this probability and its limit and we show that these bounds approach zero like power-laws which are compatible with q -exponentials. Our results for both models illustrate that strongly correlated systems can show non-intuitive behavior.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço a minha família que, mesmo estando longe, apoiou-me bastante durante estes $2 + 4 + \epsilon$ anos no Brasil. Além disso, é graças a eles que eu estou aqui. Eu sei que, ainda que sejam quase três anos que não nos vemos, sempre estou presente no seu pensamento, assim como eu os tenho presente nos meus.

Agradeço mais uma vez ao Prof. Constantino Tsallis pelo apreço e pela confiança que tem em mim.

Agradeço aos professores com os quais fiz matérias durante o doutorado: Fernando Nobre, Jean-Pierre Gazeau, José Espinar (IMPA), José Helayël, Maria Eulália Vares (UFRJ), Mucio Continentino, Nelson Pinto Neto, Roberto Imbuzeiro (IMPA), Sebastião Dias, Sílvio Queirós.

Agradeço aos meus amigos ex-moradores da Rua Santa Clara, ex-“meninos doutor”, ex-“Filhos da Caixa Preta”: Jefferson (Kelly, Kali e Lilith), Esley e Rodrigo.

Agradeço aos Profs. Ervin Lenzi e Rênio Mendes pela amizade e pelo apoio que me deram em alguns momentos. Aproveito para agradecer ao pessoal de Maringá: Fernando, Haroldo e Angel.

Agradeço aos meus amigos e companheiros de moradia: Henrique, Leonardo Ospedal e Marília.

Agradeço aos meus amigos: Ana Paula, Bruno, Carlos, Cynthia, Edward, Enrique, Erich, Erick, Felipe Ferreira, Felipe Tolentino, Gabriela Casas, Grecia, Guilherme, Ivana, José, Leonardo Cirto, Lucho, Luciana, Luisa, Martha, Maurício, Michelle, Mylena, Zochil.

Agradeço ao Célio, Fábio, à Denise e aos Profs. Sebastião Alves e Sérgio Duarte pela criação e implementação do auxílio alimentação, que me foi bastante útil nos meses finais do meu doutorado.

Agradeço ao Almério, a Bethe, a Cláudia, a Thamires e a Gabrielle.

Agradeço a Edileuza e Rosa da biblioteca por serem sempre muito atenciosas.

Agradeço ao Ricardo e a Bete por mostraram-se sempre eficientes.

Agradeço ao CNPq e a Faperj pelo apoio financeiro.

Não tem como fechar esta lista de agradecimentos sem agradecer ao meu amor, Gabriela Cerqueira, por todo o carinho e ajuda que me tem

dado durante estes 16 meses que estamos juntos. Aproveito para agradecer também ao senhor Valter e à senhora Célia, assim como às famílias Gomes e Cerqueira por terem-me acolhido da melhor forma.

Conteúdo

