

UNIVERSIDADE DO BRASIL

CURSOS DE PÓS-GRADUAÇÃO

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

"CONTRIBUIÇÃO À TEORIA DO  
ANTIFERROMAGNETISMO"

ERNESTO LÓPEZ CARRANZA

Tese apresentada à banca examinadora do C. B. P. F.,

para a obtenção do

GRÁU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (FÍSICA)

Orientador: Prof. A. M. de G R A A F

UNIVERSIDADE DO BRASIL

CURSOS DE PÓS - GRADUAÇÃO

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

"CONTRIBUIÇÃO À TEORIA DO  
ANTIFERROMAGNETISMO"

ERNESTO LÓPEZ CARRANZA

Tese apresentada à banca examinadora do  
C. B. P. F., para a obtenção do GRADO DE  
MESTRE EM CIÊNCIAS (FÍSICA)

Orientador: Prof. A. M. da G R A A F

CONTRIBUIÇÃO À TEORIA DO ANTIFERRO-MAGNETISMO

TESE DE MESTRADO

defendida por

ERNESTO LÓPEZ CARRANZA

no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

Orientador: A. M. de Graaf

em 25 de Agosto de 1965

perante a banca integrada pelos senhores professores:

A. M. de Graaf

John Sullivan

Richard Prange

Michel L. Savelli

## "CONTRIBUIÇÃO À TEORIA DO ANTIFERROMAGNETISMO"

### RÉSUMO

Overhauser considerou o problema das ondas estáticas da densidade de spin (ODS) em um gás de elétrons em interação. No presente trabalho aplica-se essa teoria à banda d dos isolantes antiferromagnéticos. Reformulamos a teoria de Overhauser utilizando as equações do movimento e, introduzindo a representação de Wannier, definimos três parâmetros: a energia de correlação U entre dois elétrons no mesmo íon; a integral b de transferência de elétrons entre íons vizinhos, e  $\Delta$ , a zona proibida no espectro das excitações. Quando  $\Delta$  é muito maior que a largura da banda d, obtém-se uma descrição dos isolantes antiferromagnéticos convencionais, como NiO, bem como dos óxidos de Vanádio e Titânio que sofrem uma transição térmica de um estado antiferromagnético, isolante, a um estado metálico, não-magnético. Dedicamos especial atenção à análise dessa transição. O cálculo da densidade de corrente e da constante dielétrica real, usando a teoria de perturbação de segunda ordem, mostra que o estado ODS abaixo de uma temperatura crítica  $T_c$  apresenta um isolante. Acima de  $T_c$ , o estado é metálico, caso  $\Delta$  seja da ordem de U; será isolante, se  $\Delta$  for menor que U. Calculamos, além disso, a temperatura crítica, o calor específico, a susceptibilidade de spin e a condutividade elétrica. Para valores razoáveis dos parâmetros, obtém-se concordância satisfatória com os dados experimentais existentes para o sesquióxido de Titânio.

## I. INTRODUÇÃO

O PROBLEMA da origem do intercâmbio em materiais magnéticos tem sido muito investigado desde a introdução da Hamiltoniana de spin de Heisenberg-Direc (1,2) na teoria do magnetismo em geral, e da ideia de supercâmbio (3) na teoria dos isolantes antiferromagnéticos, em particular. É costume distinguir entre substâncias magnéticas metálicas e isolantes, estas sendo consideradas mais acessíveis à teoria. Além disso, supõe-se, usualmente, que as propriedades magnéticas dos metais e isolantes devem ser descritas por mecanismos inteiramente diferentes.

Uma contribuição importante à teoria do supercâmbio em isolantes foi dada recentemente por Anderson, (4) ao introduzir o intercâmbio cinético, um mecanismo completamente diferente do supercâmbio original de Kramers. Este tipo de intercâmbio ocorre em baixos do metais de transição, nos quais os íons magnéticos estão separados por grupos diamagnéticos. Segundo Anderson, devemos primeiro resolver, pelo menos em princípio, o problema complexo do movimento de um único elétron d na rede diamagnética, eliminando desse modo a interação com os grupos diamagnéticos. O problema da interação entre esses elétrons d renormalizados torna-se então relativamente fácil. Usando a representação de Wannier e a teoria de perturbação de segunda ordem, Anderson mostrou que a ocupação virtual dos estados ionizados representa a contribuição mais importante à interação dependente do spin, entre os elétrons d pertencentes a íons vizinhos. Os dois parâmetros necessários à teoria são a integral b de transferência e a

(3)

repulsão Coulombiana  $U$  entre dois eletrons d, no mesmo fcn. A interação é antiferromagnética pois a transforemcia de eletrons d ocorre apenas entre vizinhos com spins antiparalelos. Além disso torna-se impossível a ocupação permanente dos estados ionizados pois  $U$  é usualmente muito maior que  $b$ . Deste modo óxidos sais de metais de transição são, em geral, isolantes. Esta fato é verificado experimentalmente. Para uma exposição mais completa dessa teoria indicamos o artigo de Anderson, (4) onde também se pode encontrar uma discussão da antiga e controvertida literatura existente sobre o assunto.

Algumas sais de metais de transição são altamente intercorrentes, do ponto de vista teórico, por que sofrem uma transição térmica entre um estado isolante antiferromagnético, à baixa temperatura, (5) e um estado metálico não-magnético. Queremos nos referir aos óxidos de Vanádio e Titânio. Se a integral  $b$  de transforemcia se torna compárável à energia de corrupção  $U$ , os eletrons d caminharão livremente por todo o cristal. Assim, pelo menos qualitativamente, óxidos podem ser descritos pela teoria de Anderson. Esse modo de encarar o problema é semelhante às considerações qualitativas feitas por Mott sobre o estado magnético isolante dos óxidos de metais de transição. (6) Recontento as idéias de Mott foram formuladas de um modo mais exato por Kohn. (7)

Uma teoria quantitativa e completa do antiferromagnetismo deveria, na nossa opinião, descrever simultaneamente:

- (i) O antiferromagnetismo em metais (como o Cr).
- (ii) A transição térmica entre um estado isolante antiferromagné-

(4)

tico e um estado metálico não-magnético (óxidos do V e Ti)  
(iii) O antiferromagnetismo dos óxidos isolantes de metais de  
transição, que permanecem isolantes acima da temperatura do  
Néel (como o NiO).

Neste trabalho tentaremos concretizar este objetivo. Para isso usaremos as idéias recentemente formuladas por Overhauser.<sup>(8)</sup> Começaremos com uma banda de Bloch de elétrons d em interação cuja degenerescência desprozamos, por simplicidade. Overhauser provou que em um gás de elétrons em interação, uma onda estática da densidade de spin (ODS) é mais estável que o estado paramagnético não polarizado. A essa onda de densidade de spin corresponde um desdobramento da banda de excitações em duas bandas, separadas por uma zona proibida  $2\Delta$  ("gap"). Precisamos introduzir agora a transformação de Wannier conservando apenas a correlação U entre elétrons na mesma íon e a integral de transferência b entre vizinhos mais próximos. Os parâmetros da nossa teoria são agora U, b e  $\Delta$ .

O próprio Overhauser aplicou sua teoria ao Cromo metálico. Nós mostraremos que variando as grandezas relativas dos três parâmetros, U, b e  $\Delta$ , podemos descrever também os casos (ii) e (iii). Em particular mostramos que se  $\Delta$  for grande comparado com a largura da banda o estado de Overhauser representa, na verdade, um estado isolante capaz de sofrer uma transição térmica a um estado metálico não-magnético.

No capítulo segundo reformulamos a teoria de Overhauser, usando as equações de movimento e a notação de segunda quantização. Mostramos

(5)

nos que no estado de Overhauser tanto as quantidades  $n_{k\sigma} = c_{k\sigma}^+ c_{k\sigma}$  e  $1 - n_{k\sigma} = c_{k\sigma} c_{k\sigma}^+$  quanto a quantidade  $c_{k+Q,\sigma}^+ c_{k,\sigma}$  possuem valores médios finitos que são essencialmente números-c. Aqui  $c_{k\sigma}^+$  é o operador de criação para elétrons de momento  $k$  e spin  $\sigma$  e  $Q$  é o número da onda da QDS. Deste modo o estado de Overhauser corresponde a um emparelhamento de elétrons e buracos com spins opostos, com uma diferença fixa de momentos, igual a  $Q$ .

No aproximação de Hartree-Fock, o estado QDS é mais estável que o estado não polarizado porque a atração coulombiana entre elétrons e buracos pode ser maior que as interações repulsivas existentes entre os elétrons e entre os buracos.

Continuando, estabeleceremos uma Hamiltoniana reduzida, que resulta semelhante à Hamiltoniana reduzida de Bardeen-Cooper-Schrieffer, (9) já bem conhecida. A partir desse ponto todos os métodos usados na teoria da supercondutividade podem ser aplicados para diagonalizar esta Hamiltoniana reduzida. Entretanto, não discutiremos esses métodos em detalhe.

No capítulo terceiro discutimos as propriedades térmicas e, a seguir, no capítulo quarto, as propriedades eletromagnéticas. Finalmente no capítulo quinto faz-se uma breve comparação com alguns dados experimentais.

## 2. ESTADO FUNDAMENTAL QDS

Comoçaremos com a Hamiltoniana de um sistema de elétrons de Bloch em interação, da forma

(6)

$$\mathcal{H} = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \epsilon_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma}^{\dagger} c_{\mathbf{k}\sigma} + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{k}_3 \mathbf{k}_4} \sum_{\sigma \sigma'} \langle \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 | V | \mathbf{k}_3 \mathbf{k}_4 \rangle c_{\mathbf{k}_1 \sigma}^{\dagger} c_{\mathbf{k}_2 \sigma'}^{\dagger} c_{\mathbf{k}_3 \sigma'} c_{\mathbf{k}_4 \sigma}, \quad (1)$$

onde  $\epsilon_{\mathbf{k}}$  é a energia de Bloch e  $\langle \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 | V | \mathbf{k}_3 \mathbf{k}_4 \rangle$  são os elementos da matriz do potencial inter-elettrônico.  $c_{\mathbf{k}\sigma}^{\dagger}$  e  $c_{\mathbf{k}\sigma}$  são os operadores de criação e destruição, respectivamente, para elétrons em estados de Bloch  $|\mathbf{k}\sigma\rangle$ . Desprezaremos a interação entre bandas de Bloch diferentes.

Consideremos, agora, as equações do movimento dos operadores  $c_{\mathbf{k}\uparrow}^{\dagger}$  e  $c_{\mathbf{k}+Q\downarrow}^{\dagger}$ , e, em seguida, procuremos torná-las lineares, definindo os números-ot:

$$\Delta_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}'} \tilde{V}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^0 c_{\mathbf{k}'\uparrow}^{\dagger} c_{\mathbf{k}'+Q\downarrow} = \sum_{\mathbf{k}'} \tilde{V}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^0 c_{\mathbf{k}'\uparrow+Q}^{\dagger} c_{\mathbf{k}'\uparrow} \quad (2)$$

onde  $\tilde{V}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^0 = \langle \mathbf{k}+Q \mathbf{k}' | V | \mathbf{k} \mathbf{k}' \rangle + 0$  resultado é

$$[\mathcal{H}, c_{\mathbf{k}\uparrow}^{\dagger}] = \tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}\uparrow} c_{\mathbf{k}\uparrow}^{\dagger} - \Delta_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}+Q\downarrow}^{\dagger} \quad (3a)$$

$$[\mathcal{H}, c_{\mathbf{k}+Q\downarrow}^{\dagger}] = \tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}+Q} c_{\mathbf{k}+Q\downarrow}^{\dagger} - \Delta_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\uparrow}^{\dagger} \quad (3b)$$

As energias de Bloch renormalizadas  $\tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}}$  e  $\tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}+Q}$  são

$$\tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}} = \epsilon_{\mathbf{k}} - \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} n_{\mathbf{k}'\uparrow} \quad (4a)$$

$$\tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}+Q} = \epsilon_{\mathbf{k}+Q} - \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^0 n_{\mathbf{k}'+Q\downarrow} \quad (4b)$$

com  $V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \langle \mathbf{k} \mathbf{k}' | V | \mathbf{k} \mathbf{k}' \rangle$  e  $V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^0 = \langle \mathbf{k}+Q \mathbf{k}'+Q | V | \mathbf{k}+Q \mathbf{k}'+Q \rangle =$

(7)

onde  $n_{k\uparrow}$  e  $n_{k+Q\downarrow}$  são os valores médios dos operadores  $c_{k\uparrow}^{\dagger}c_{k\uparrow}$  e  $c_{k+Q\downarrow}^{\dagger}c_{k+Q\downarrow}$  no estado fundamental. As energias  $\omega_k$  das excitações elementares são determinadas a partir da equação secular -

$$\begin{vmatrix} \tilde{\epsilon}_k - \omega_k & \Delta_k \\ \Delta_k & \tilde{\epsilon}_{k+Q} - \omega_k \end{vmatrix} = 0$$

que nos dá

$$\omega_k^{\pm} = \frac{1}{2} (\tilde{\epsilon}_k + \tilde{\epsilon}_{k+Q}) \pm [\frac{1}{4} (\tilde{\epsilon}_{k+Q} - \tilde{\epsilon}_k)^2 + \Delta_k^2]^{1/2} \quad (5)$$

Assim a banda das excitações se desdobra em duas bandas, separadas por uma zona proibida  $2\Delta_k$ .

Os operadores de quasi-partículas correspondentes,  $A_k$  e  $B_k$ , podem ser então determinados, de modo que satisfazem às equações linearizadas (3a,b), isto é

$$A_k = v_k c_{k\uparrow}^{\dagger} + n_k c_{k+Q\downarrow}^{\dagger} \quad (6a)$$

$$B_k = -n_k c_{k\uparrow} + v_k c_{k+Q\downarrow} \quad (6b)$$

onde  $v_k$  e  $n_k$  são reais. Esses operadores de quasi-partículas satisfazem às regras de comutação de fermions se  $v_k^2 + n_k^2 = 1$ , como é fácil verificar. Representando  $v_k$  e  $n_k$  por  $\cos \theta_k$  e  $\cos \theta_k$  respectivamente, obtém-se, substituindo (6) em (3) :

$$\tan 2\theta_k = 2\Delta_k / (\tilde{\epsilon}_{k+Q} - \tilde{\epsilon}_k) \quad (7)$$

(8)

A função de onda do estado fundamental  $|\psi_0\rangle$ , isto é, o vácuo das quasi-partículas, se define por:

$$A_k |\psi_0\rangle = B_k |\psi_0\rangle = 0$$

que nos leva à função de prova

$$|\psi_0\rangle = \prod_k A_k |\psi_{\text{vac}}\rangle = \prod_k (v_{kk} c_{k\uparrow}^+ + u_{kk} c_{k+Q\downarrow}^+) |\psi_{\text{vac}}\rangle. \quad (8)$$

Aqui  $k$  assume todos os valores possíveis na primeira zona de Brillouin. Calculando o valor médio do operador  $c_{k+Q\downarrow}^+ c_{k\uparrow}$  nesse estado e substituindo o resultado em (2), encontramos uma equação para a zona proibida no espectro das excitações:

$$\Delta_k = \sum_{k'} \tilde{V}_{kk'}^0 \sin \theta_{k'} \cos \theta_{k}, \quad (9)$$

Nesta equação  $\tilde{\epsilon}_k$  o  $\tilde{\epsilon}_{k+Q}$ , que entram implicitamente através do  $\theta_k$ , são dados por:

$$\tilde{\epsilon}_k = \epsilon_k - \sum_{k'} V_{kk'} \cos^2 \theta_{k'}, \quad (10a)$$

e

$$\tilde{\epsilon}_{k+Q} = \epsilon_{k+Q} - \sum_{k'} V_{kk'}^0 \sin^2 \theta_{k'}. \quad (10b)$$

A fim de calcular a energia do estado fundamental, introduziremos a Hamiltoniana reduzida

$$\begin{aligned} \hat{X}_{\text{red}} &= \sum_{k,\sigma} \epsilon_k c_{k\sigma}^+ c_{k\sigma} - \frac{1}{2} \sum_{k,k',\sigma} V_{kk'} c_{k\sigma}^+ c_{k\sigma} c_{k'\sigma}^+ c_{k'\sigma} \\ &= \sum_{k,k'} \tilde{V}_{kk'}^0 c_{k\uparrow}^+ c_{k+Q\downarrow}^+ c_{k'+Q\uparrow}^+ c_{k'\uparrow} \end{aligned} \quad (11)$$

(9)

Como é fácil verificar,  $\mathcal{H}_{\text{red}}$  nos conduz às mesmas equações do movimento que (3a,b). A energia do estado fundamental é definida agora por  $\langle \phi_0 | \mathcal{H}_{\text{red}} | \phi_0 \rangle$ . Obtemos

$$\begin{aligned} E = & \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} v_{\mathbf{k}}^2 + \sum_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}} u_{\mathbf{k}}^2 - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} v_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} v_{\mathbf{k}}^2 v_{\mathbf{k}'}^2 \\ & - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} v_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^2 u_{\mathbf{k}}^2 u_{\mathbf{k}'}^2 - \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \tilde{v}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^2 u_{\mathbf{k}} v_{\mathbf{k}} u_{\mathbf{k}'} v_{\mathbf{k}'} \end{aligned} \quad (12)$$

Minimizando  $E$  com respeito a  $v_{\mathbf{k}}$  e usando a equação (7) obtém-se novamente a equação para o "gap". Dessa modo (9) representa, de fato, a condição para que o estado  $|\psi_0\rangle$  seja estacionário.

Até agora não fizemos, realmente, nada de novo. As fórmulas (5), (7), (9), (10a,b) e (12) foram estabelecidas já por Overhauser,<sup>(8)</sup> que considerou elétrons em movimento em um potencial periódico, dependente do spin, com um período igual a  $a$ . Determinando em seguida este potencial, auto-consistentemente. Nossa procedimento demonstra claramente que uma onda de densidade de spin, auto-consistente, corresponde a um acoplamento de elétrons e buracos com spins opostos e com diferenças fixas em seus momentos. Overhauser também mostrou que o estado ODS é mais estável que o estado normal não-polarizado de Hartree-Fock, comparando a energia  $E$  do estado fundamental com a energia do estado normal.

Deve-se notar que o formalismo aqui utilizado é muito semelhante ao da teoria da supercondutividade.<sup>(9,10)</sup> Naquanto na teoria de BCS-Bogoliubov o produto  $a_{\mathbf{k}\uparrow}^+ a_{-\mathbf{k}\downarrow}^+$  tem valor finito, que é um número- $c$ ,

(10)

equi o producto  $c_{k+Q}^+ c_{k\uparrow}$  δ que é considerado um número-c.

É óbvio que a Hamiltoniana produzida (11) nos permite aplicar o método "spin-analog" de Anderson. Não vamos, entretanto, desenvolvê-lo, pois isso sómente nos conduziria a resultados já obtidos. No próximo capítulo vamos estudar as propriedades térmicas, discutindo os estados excitados e determinando a energia livre.

### 3. ESTADOS EXCITADOS

Primeramente, é conveniente distinguir entre excitações de uma partícula e excitações de pares. Para tornar clara esta distinção, escreveremos a função de onda do estado fundamental  $|\psi_0\rangle$  como

$$|\psi_0\rangle = \prod_k A_k^+ |\phi_{vac}\rangle = \prod_k (v_k + u_k c_{k\downarrow}^+ + Q v c_{k\uparrow}) c_{k\uparrow}^+ |\phi_{vac}\rangle, \quad (13)$$

onde os pares  $(k\uparrow, k+Q\downarrow)$  eletron-buraco não agora apresentados explicitamente. Consideremos então o produto  $B_{K\bar{K}}^+ |\psi_0\rangle$ , o qual se torna, por extenso, em

$$(-u_{\bar{k}} + v_{\bar{k}} c_{\bar{k}\downarrow}^+ + Q v c_{\bar{k}\uparrow}) c_{\bar{k}\uparrow}^+ \prod_k A_k^+ |\phi_{vac}\rangle \quad (14)$$

Aqui separamos o termo em  $\bar{k}$ , do produto  $\prod_k$ . A função  $B_{K\bar{K}}^+ |\psi_0\rangle$  é um estado excitado, ortogonal ao estado fundamental, com um par real excitado e um par virtual ausente da  $|\psi_0\rangle$ . A energia necessária à excitação de um par pode agora ser facilmente calculada à partir do  $E_{\text{rod}}$ , sendo dado por  $2[(1/4)(\tilde{\epsilon}_{k+Q} - \tilde{\epsilon}_k)^2 + \Delta_k^2]^{1/2}$ . A menor

(11)

energia de excitação do paros 6, consequentemente,  $2\Delta_k$ . Analogamente, um estado  $B_K^+ A_K^+ |\phi_0\rangle$ , com  $K \neq K'$ , corresponde à uma excitação de uma só partícula, com energia de excitação  $\omega_{K'}^+ - \omega_K^-$ . Portanto uma função de onda de um estado excitado típico poderia ser escrita como

$$|\psi_{exc}\rangle = \prod_{K'} B_{K'}^+ \prod_{K''} A_{K''}^+ |\phi_0\rangle \quad (15)$$

Energia Livre

Devemos agora definir as funções de distribuição

$$\tilde{x}_k^+ = \langle A_k^+ A_k^+ \rangle \quad \text{and} \quad \tilde{x}_k^- = \langle B_k^+ B_k^+ \rangle$$

em termos das quais a energia total E ficará

$$\begin{aligned} E = \langle \mathcal{H}_{red} \rangle &= \sum_k \epsilon_k (v_{k-k}^{2\tilde{x}_k^+} + v_{k-k}^{2\tilde{x}_k^-}) + \sum_{k,q} \epsilon_{k+q} (v_{k-k}^{2\tilde{x}_k^+} + v_{k-k}^{2\tilde{x}_k^-}) \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{k,k'} v_{kk'} (\tilde{x}_k^+ \tilde{x}_{k'}^+ + \tilde{x}_k^- \tilde{x}_{k'}^-) (\tilde{x}_{k'}^+ \tilde{x}_{k'}^+ + \tilde{x}_{k'}^- \tilde{x}_{k'}^-) \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{k,k'} v_{kk'}^Q (\tilde{x}_k^+ \tilde{x}_{k'}^+ + \tilde{x}_k^- \tilde{x}_{k'}^-) (\tilde{x}_{k'}^+ \tilde{x}_{k'}^+ + \tilde{x}_{k'}^- \tilde{x}_{k'}^-) \\ &\quad + \sum_{k,k'} \tilde{V}_{kk'}^Q v_k v_{k'} (\tilde{x}_k^- - \tilde{x}_k^+) (\tilde{x}_{k'}^- - \tilde{x}_{k'}^+) u_{k'} v_{k'} \quad (16) \end{aligned}$$

Considerando que as excitações elementares são fermions independentes, se tem imediatamente para a entropia

(32)

$$PS = -\frac{k_B T}{2} \sum_{k_1, k_2} \left[ \tilde{x}_{k_1}^L \ln \tilde{x}_{k_1}^L + (1 - \tilde{x}_{k_1}^L) \ln (1 - \tilde{x}_{k_1}^L) \right] + \text{similar para } k_2 \quad (17)$$

O "gap" termodinâmico:

Definindo:

$$\Delta_k^{(T)} = \sum_{k_1} \tilde{V}_{kk_1}^Q \cos \theta_{k_1}^{(T)} \cos \theta_{k_1}^{(T)} (\tilde{x}_{k_1}^- - \tilde{x}_{k_1}^+) \quad , \quad (18)$$

como o "gap" termodinâmico é obtido seguindo minimizando a energia. E com respeito a  $\theta_{k_1}^{(T)}$  obtém-se

$$\tan 2\theta_{k_1}^{(T)} = 2\Delta_k^{(T)} / \tilde{\varepsilon}_{k+Q}^{(T)} - \tilde{\varepsilon}_k^{(T)} \quad (19)$$

Aqui  $\tilde{\varepsilon}_k^{(T)}$  e  $\tilde{\varepsilon}_{k+Q}^{(T)}$  são dados por

$$\tilde{\varepsilon}_k^{(T)} = \varepsilon_k - \sum_{k_1} V_{kk_1}^Q \left[ \tilde{x}_{k_1}^- \cos^2 \theta_{k_1}^{(T)} + \tilde{x}_{k_1}^+ \sin^2 \theta_{k_1}^{(T)} \right] \quad (20a)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{k+Q}^{(T)} = \varepsilon_{k+Q} - \sum_{k_1} V_{kk_1}^Q \left[ \tilde{x}_{k_1}^- \cos^2 \theta_{k_1}^{(T)} + \tilde{x}_{k_1}^+ \cos^2 \theta_{k_1}^{(T)} \right] \quad (20b)$$

Além disto, minimizando a energia livre total com respeito a  $\tilde{x}_k^+$  e  $\tilde{x}_k^-$  e usando (18), (19) e (20) obtém-se corretamente para as funções de distribuição:

$$\tilde{x}_k^- = 1 / \exp [\beta \omega_k^{-(T)}] + 1 \quad (21a)$$

$$\tilde{x}_k^+ = 1 / \exp [\beta \omega_k^{+(T)}] + 1 \quad (21b)$$

(13)

onde agora

$$\omega_{\mathbf{k}}^{\pm}(T) = \frac{1}{2} [\tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}}^{(T)} + \tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}+Q}^{(T)}] \pm \left\{ \frac{1}{4} [\tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}+Q}^{(T)} - \tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}}^{(T)}]^2 + [\Delta_{\mathbf{k}}^{(T)}]^2 \right\}^{1/2} \quad (22)$$

Eqs. (18), (19), (20), (21) e (22) determinam a equação autoconsistente para o "gap" termodinâmico. Fazendo, nestas equações, o "gap" igual a zero, obtém-se a equação para a temperatura crítica.

Calor específico

O calor específico deduz-se da entropia (17):

$$C_m = T \frac{dS}{dT} = -\beta \frac{dS}{d\beta} = k_B \beta^2 \sum_{\mathbf{k}} \left\{ \tilde{x}_{\mathbf{k}}^+(1 - \tilde{x}_{\mathbf{k}}^+) [\omega_{\mathbf{k}}^{(+)}]^2 + \frac{\beta}{2} \frac{\omega_{\mathbf{k}}^{(+)} \cdot d\Delta_{\mathbf{k}}^2}{(\tilde{x}_{\mathbf{k}}^2 + \Delta_{\mathbf{k}}^2)^{1/2} \cdot \alpha \beta} \right\} + \tilde{x}_{\mathbf{k}}^-(1 - \tilde{x}_{\mathbf{k}}^-) [\omega_{\mathbf{k}}^{(-)}]^2 + \frac{\beta}{2} \frac{\omega_{\mathbf{k}}^{(-)} \cdot d\Delta_{\mathbf{k}}^2}{(\tilde{x}_{\mathbf{k}}^2 + \Delta_{\mathbf{k}}^2)^{1/2} \cdot \alpha \beta} \right\}, \quad (23)$$

onde  $\tilde{x}_{\mathbf{k}} \equiv x_{\mathbf{k}}^{(T)} \equiv \frac{1}{2} [\tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}+Q}^{(T)} - \tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}}^{(T)}]$ , o índice  $(T)$  foi omitido em  $\Delta$  e  $\omega^{\pm}$  para simplificar a notação. Vemos que o calor específico consta de contribuições dos dois tipos de quasi-partículas com os espectros  $\omega_{\mathbf{k}}^{(T)}$  e  $\omega_{\mathbf{k}}^{-(T)}$ , e da mudança com a temperatura da energia de "condensação".

Na temperatura de transição, onde o "gap" é zero, o salto no calor específico associado à transição de segunda ordem é dado por

$$(C_m - C_n)|_{T_c} = k_B \beta c^3 \sum_{\mathbf{k}} \left\{ \tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}+Q}^{(T)} [\tilde{x}_{\mathbf{k}}^+(1 - \tilde{x}_{\mathbf{k}}^+)]_{T_c} - \tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}}^{(T)} [\tilde{x}_{\mathbf{k}}^-(1 - \tilde{x}_{\mathbf{k}}^-)]_{T_c} \right\} \frac{1}{\tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}+Q}^{(T)} - \tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}}^{(T)}} \left( \frac{d\Delta_{\mathbf{k}}^2}{d\beta} \right)_{T_c} \quad ; \quad (24)$$

(14)

$$\text{onde } C_n = 2k_B \beta_c^2 \sum_k [f_k^-(1 - f_k^-)] \frac{\tilde{\epsilon}_k^{(T)}}{T_0} \quad \tilde{\epsilon}_k^{(T)} \text{ é o calor específico do}$$

estado normal. Em princípio todos estes fórmulas podem ser aplicadas aos metais (representação de Bloch) bem como aos isolantes (representação de Wannier).

Introduziremos agora a representação de Wannier, para descrever os sais e óxidos antiferromagnéticos.

Banda "d" estreita

Suponhamos que a largura da banda é pequena comparada com o "gap"  $\Delta_k$ . Como consequência temos  $|\tilde{\epsilon}_k| \ll \Delta_k$ . Além disto introduzimos a representação de Wannier e conservamos sómente a interação entre elétrons no mesmo íon magnético. Essa interação será denotada por  $U$  e é dada por

$$U = \int |v(r)|^2 \frac{e^2}{|r - r'|} |v(r')|^2 dr dr' \quad (25)$$

onde  $v(r)$  é a função de Wannier na posição  $r$ . Em consequência, o "gap" é independente de  $k$ . Podemos então desenvolver em série de potências em termos de  $|\tilde{\epsilon}_k|/\Delta$ . Expandido até segunda ordem em  $|\tilde{\epsilon}_k|/\Delta$  encontraremos a equação do "gap"

$$(2\Delta/U)^3 - (2\Delta/U)^2 = -2a(b/U)^2 \quad (26)$$

onde

$$ab^2 = (1/3) \sum_k (1/4)(\epsilon_{k+Q} - \epsilon_k)^2 \quad (27)$$

Aqui  $b$  é a integral de transferência de elétrons de um íon a outro.

(15)

Consideramos apenas a transferência a primeiros vizinhos, o dêsses modo obtem-se

$$b = \int w^*(r) \mathcal{W}_{\text{cin}} w(r - R) dr , \quad (28)$$

onde  $R$  é a posição de um vizinho mais proximo e  $\mathcal{W}_{\text{cin}}$  é o operador da energia cinética. Néssas condições  $a$  é dado por

$$a = \sum_i \sin^2 \left( \frac{Q \cdot R_i}{2} \right) , \quad (29)$$

onde a soma extende-se sómente sobre os primeiros vizinhos. Para obter (26) tivemos que supor que  $\tilde{\epsilon}_k$  é aproximadamente dada por  $\epsilon_k$ . Até o fim dêste trabalho faremos  $\tilde{\epsilon}_k = \epsilon_k$ .

Análogamente encontra-se a equação para a temperatura crítica  $T_c$

$$(4k_B T_c/U)^3 - (4k_B T_c/U)^2 = -(4/3)(g)(b/U)^2 , \quad (30)$$

onde

$$gb^2 = (1/N) \sum_k (\epsilon_k^2 + \epsilon_{k+Q}^2 + \epsilon_k \epsilon_{k+Q}) \quad (31)$$

Na figura 1 representamos as equações (26) e (30).

Da figura 1 conclui-se, antes de mais nada, que não há solução para valores de  $b$  e  $U$  tais que  $2a(b/U)^2 > 4/27$ . Assim para êsses valores não é possível estabilizar uma ODS, mesmo para  $T = 0$ . Para valôres menores do  $(b/U)^2$ , contudo, há duas soluções com temperaturas de transição correspondentes. Se  $b/U$  é muito pequeno,  $k_B T_c$  é aproximadamente dado por  $b(g/12)^{1/2}$  e  $U/4$ . Afim de obter uma expressão aproximada de  $T_c$  para valôres intermediários de  $(b/U)^2$

(16)

no ramo inferior da figura 1, representaremos a equação (30) pela reta que passa pelos pontos  $(0,0)$  e  $(4/27, 2/3)$ . Obtém-se para  $T_c$ ,

$$k_B T_c \approx (3/2)g(b^2/U) \quad (32)$$

Deseja-se notar que uma fórmula desse tipo for anteriormente obtida por Anderson.<sup>(4)</sup>

Interpretaremos o ramo inferior da figura 1 como correspondente a uma transição antiferromagnética do tipo convencional, tal como ocorre em NiO. Durante a transição os elétrons permanecem localizados em seus respectivos fôns. Isso é plausível pois a energia térmica por elétron é aproximadamente igual a  $k_B T_c \approx (3/2)g(b^2/U)$ , ou seja é muito menor que a energia de correlação  $U$ . Por outro lado, o ramo superior deve corresponder a uma transição do tipo das que ocorrem nos óxidos de V e Ti. Acima da temperatura da transição do estado antiferromagnético ao estado não-polarizado, os elétrons podem passar de um fôn a outro fôn, a energia térmica por elétron é, agora, comparável à energia de correlação  $U$ . Entretanto a priori não é evidente que as duas soluções representam estados isolantes abaixo da temperatura da Transição. Isto será provado no próximo capítulo, pelo cálculo direto da condutividade e da constante dielétrica real.

Antes de concluir esse capítulo, queremos chamar a atenção para um ponto. Dado um certo valor do  $(b/U)^2$ , pode-se perguntar qual das duas soluções é a escolhida pelo sistema: a que corresponde ao ramo inferior ou a correspondente ao ramo superior. Pelo cálculo direto

(17)

da segunda derivada da energia livre para  $T = 0$ , com respeito a  $\Delta$ , achamos que no ramo superior  $\partial^2 F / \partial \Delta^2$  é positivo, enquanto que no ramo inferior é negativo. Isso prova que, pelo menos no nosso modelo, a solução superior é mais estável e a inferior, apenas estacionária. Esta situação se reflete também no fato de que, para o ramo inferior, o "gap" aumenta com a temperatura, enquanto que para o ramo superior decresce, à baixa temperatura, como  $(U/2)[1 - 2 \exp(-\beta\Delta)]$  a temperaturas próximas a  $T_c$ ; como  $2(3)^{1/2}(k_B T_c)(1 - T/T_c)^{1/2}$ , como é fácil verificar a partir da equação (18). Dessa modo também temos aqui o problema fundamental bem conhecido e, ainda, sem solução, do estado fundamental antiferromagnético. Foi sugerido que essas complicações poderiam ser evitadas, tomando-se em conta a anisotropia. Em uma investigação futura estudaremos o efeito da anisotropia em nosso modelo.

#### 4. PROPRIEDADES ELETROMAGNÉTICAS

Condutividade elétrica.

Vamos agora calcular a parte imaginária  $\sigma''(\omega)$  da condutividade

$$\sigma(\omega) = \sigma'(\omega) + i\sigma''(\omega)$$

a temperatura zero no estado ODS. Aqui  $\omega$  é a freqüência do campo elétrico aplicado. Na teoria de perturbação de segunda ordem  $\omega\sigma''(\omega)$  é dado por (7)

$$\omega\sigma''(\omega) = -\frac{e^2}{m\Omega} \left[ H - \frac{1}{m} \sum_{\alpha} |\langle \alpha | x | 0 \rangle|^2 \left( \frac{1}{E_{\alpha} - E_0 + i\omega} + \frac{1}{E_{\alpha} - E_0 - i\omega} \right) \right], \quad (33)$$

(18)

onde  $P$  é o momento total na direção do campo aplicado,  $|0\rangle = |\phi_0\rangle$  e  $|\alpha\rangle$  são estados excitados  $|\phi_{exc}\rangle$ . A única contribuição aos elementos da matriz vem de estados excitados do tipo  $\sum_{k,k'}^+ |\phi_0\rangle$  que correspondem a uma energia de excitação  $E_\alpha - E_0 = \omega_k^+ + \omega_{k'}^-$ . Pelo cálculo direto, encontra-se imediatamente que

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \omega \sigma''(\omega) \approx - \left( \frac{Nc^2}{m\Omega} \right) \left[ 1 - T/2\Delta + (3/4)(T/\Delta^3)(ab^2) \right] \quad (34)$$

onde

$$T = \frac{m}{2\pi n^2} \sum_k \lambda_k^2 |\nabla_k (\varepsilon_{k+q} - \varepsilon_k)|^2$$

com  $\lambda_k$  igual ao cosseno do ângulo entre o campo aplicado e  $\nabla_k$ . Segundo Kohn, (7) o estado isolante é definido por  $\lim_{\omega \rightarrow 0} \omega \sigma''(\omega) = 0$ , o que nos leva a escrever (34) como

$$(2\Delta/T)^3 - (2\Delta/T)^2 \approx - 6a(b/T)^2 \quad (35)$$

A quantidade  $T$  é aproximadamente a energia cinética necessária para se formar um estado ODS. Além disso, no equilíbrio, temos certamente  $T < U$ . Assim, vê-se que (35) é compatível com a condição de estacionariedade (26).

Estas considerações constituem uma prova qualitativa de que o estado ODS representa um estado isolante, pelo menos sob as hipóteses restritivas que fizemos.

#### Constante dielétrica

Outro modo de provar que o estado ODS representa um estado isolante é o cálculo da constante dielétrica real  $\epsilon(\omega, q)$ , que, na teoria

(19).

da perturbação é dada por (11)

$$\frac{1}{\epsilon(\omega, q)} = 1 - \frac{4\pi e^2}{q^2} \sum_{\alpha} |(k\alpha) p_{\alpha}(0)|^2 \left( \frac{1}{E_{\alpha} - E_0 - \hbar\omega} + \frac{1}{E_{\alpha} - E_0 + \hbar\omega} \right) \quad (36)$$

Aqui os símbolos têm o mesmo significado que no caso da condutividade de  $\sigma$

$$p_{\alpha} = \sum_{k, \sigma} c_{k+q, \sigma}^{+} c_{k\sigma} \int u_{k+q}^{*}(x) u_k(x) dx = \sum_{k, \sigma} c_{k+q, \sigma}^{+} c_{k\sigma} I(k, q) \quad (37)$$

onde  $u_k(x)$  é a parte periódica das funções de Bloch. Usando as mesmas aproximações que conduziram à condutividade (34), encontra-se

$$\frac{1}{\epsilon(0, q)} = 1 - (\pi e^2/q^2 \Delta^3) \sum_k |I(k, q)|^2 (x_{k+q} - x_k)^2 \quad (38)$$

onde

$$x_k = (1/2)(\epsilon_{k+q} - \epsilon_k)$$

Este resultado mostra que  $\epsilon(0, q)$  é finito e prova, de um modo muito mais rigoroso, que o estado ODS representa, com as nossas aproximações, um estado isolante. Deve-se notar que no cálculo de  $\sigma$  e  $\epsilon(0, q)$  tem sido desprezados os processos Umklapp.

### Susceptibilidade de spin

Consideraremos agora a magnetização do estado ODS em um campo magnético homogêneo  $H$  na direção  $\hat{Q}$ . Para isso escrivemos a expressão da energia livre na presença de um campo magnético fraco. Isso

(20)

pode ser feito facilmente. Todos os resultados dos capítulos 2 e 3 permanecem os mesmos, exceto  $(1/2)[\tilde{\epsilon}_{k+Q}^{(T)} - \tilde{\epsilon}_k^{(T)}]$  que deve ser sempre substituído por  $(1/2)[\tilde{\epsilon}_{k+Q}^{(T)} - \tilde{\epsilon}_k^{(T)}] + \mu H$ . A magnetização  $M$  é definida por

$$M = \mu \sum_k (n_{k\uparrow} - n_{k+Q\downarrow}) \quad (39)$$

que se torna

$$M = \mu \sum_k \cos 2\theta_k^{(T)}(H) [\tilde{x}_k^+(H) - \tilde{x}_k^-(H)] \quad (40)$$

Próximo a  $T = 0$ , encontra-se para a susceptibilidade  $\chi(T)$ , após alguma álgebra

$$\chi(T) = H/B = (\mu^2 H/\Delta^2) [1 - 2 \exp(-\beta\Delta)] [1 - (3/2)\alpha(b/\Delta^2)^2] \quad (41)$$

Caso  $\Delta(T)$  permaneça praticamente constante com a temperatura, digamos até  $T = T_c$ , (41) ainda representa uma boa aproximação para  $\chi(T)$  até  $T_c$ .

Para  $T = T_c$ , tomemos

$$\chi(T_c) = (\mu^2 H/2\epsilon_B T_c) \left[ 1 - (1/8\epsilon_B^2 T_c^2) \sum_k (\epsilon_k^2 + \epsilon_{k+Q}^2) \right] \quad (42)$$

Desprezando completamente as integrais de transferência, as equações (41) e (42) acarretam  $\chi(0) = \chi(T_c)$ . Caso as integrais de transferência não sejam nulas,  $\chi(0)$  é menor ou maior que  $\chi(T_c)$ , conforme a forma particular de  $\epsilon_k$ . Deve-se assinalar que as fórmulas (41) e (42) são válidas sómente no ramo superior da figura 1. Resulta que tais expansões em  $\epsilon/\Delta$  não convergem rapidamente no ramo

(21)

inferior. Em consequência seria necessário resolver exatamente a equação do "gap".

### 5. COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Vamos agora aplicar, rapidamente, a teoria acima desenvolvida, ao caso do  $Ti_2O_3$ , para o qual existem dados experimentais suficientes.

A susceptibilidade de spin do  $Ti_2O_3$ <sup>(12)</sup> é aproximadamente constante para uma grande variação de temperatura e sobe, rapidamente, próximo à temperatura crítica. Supondo que, nesse caso,  $\Delta^{(n)}$  permanece aproximadamente constante até uma temperatura próxima a  $T_c$  e em seguida cai rapidamente a zero, vê-se que o comportamento da susceptibilidade está qualitativamente indicado por (41) e (42). A susceptibilidade subirá e cairá, próximo a  $T_c$ , em função da forma particular de  $\varepsilon_k$ , que não conhecemos no caso de  $Ti_2O_3$ . De  $T_c = 450^{\circ}K$  e  $\Delta_n \approx 2k_B T_c$ , acha-se que  $\Delta_n \approx 0.08$  eV e  $\chi(0) = (\mu^2/\Delta)_N \approx 2.8 \times 10^{-6}$  cgs/gr. Além disso  $U \approx 2\Delta_n \approx 0.15$  eV. Estamos tacitamente supondo que as integrais de transferência não mudam a ordem de grandeza desses valores. Experimentalmente  $\chi(0) \approx 0.8 \times 10^{-6}$  cgs/gr. A concordância é satisfatória, além disso também acreditamos que o valor de  $U$  seja razoável.

A condutividade elétrica  $\sigma$  varia exponencialmente, para temperaturas abaixo da temperatura crítica. Faremos a hipótese de que se po-

---

\*  $\chi(T)$  sobe abruptamente por debaixo dos  $20^{\circ}K$ , devido provavelmente às impurezas paramagnéticas da mostra. Obtem-se  $\chi(0)$  por extrapolação da parte aproximadamente constante da curva experimental.

(22)

do descrever o esse comportamento supondo que há dois tipos de elétrons, super-elétrons e elétrons normais portadores de corrente. O número de super-elétrons deveria variar, à baixas temperaturas, como  $[1 - \exp(-\beta\Delta_s)]$ . Portanto, propomos que  $\sigma'$  pode ser representado por

$$\sigma' = \sigma_{T_c}^0 \exp(-\beta\Delta_s) \quad (43)$$

A comparação com a curva experimental (13) indica que  $\Delta_s \approx 0,11$  eV. Considerando a natureza aproximada desse modelo,  $\Delta_s$  concorda bastante bem com o "gap" obtido a partir da susceptibilidade. Próximo a  $T_c$ , a susceptibilidade cai rapidamente. Esse fato dá um apoio adicional à nossa hipótese de que  $\Delta_s^{(r)}$  varia muito poco para uma grande variação de temperatura. Deve-se notar que há uma certa semelhança com o modelo dos "dois fluidos" da supercondutividade. Contudo não se deve emprestar muito significado a essa analogia.

Finalmente compararmos o salto no calor específico para  $T = T_c$ , dado por (24), com o valor experimental. Passando a uma banda unitária e supondo que as correções dvididas às integrais de transformação podem ser desprezadas, (24) se torna:

$$(C_n - C_n^0)|_{T_c} = 3k_B N \quad (44)$$

que nos dá  $0.04 \text{ cal}/^\circ\text{K}\cdot\text{gr}$ , enquanto, experimentalmente, (13) se encontra  $0.016 \text{ cal}/^\circ\text{K}\cdot\text{gr}$ . A concordância é boa.

## 6. CONCLUSÃO

O modelo que apresentamos nos capítulos precedentes representa uma tentativa de colocar o fenômeno do antiferromagnetismo em bases mais gerais. É aplicável a metais, como Cromo; a isolantes, como NiO e, em particular, às substâncias que sofrem uma transição de isolante a metal, como  $Ti_2O_3$ . Propomos que as substâncias que sofrem uma transição magneto-metálico sejam denominadas super-antiferromagnéticos. No caso de isolantes antiferromagnéticos e super-antiferromagnéticos, o modelo começa com uma banda  $\delta$ , na qual os elétrons já estão hibridizados com os grupos diamagnéticos, que separam os íons magnéticos. Dóisse nodo, subentende-se que a parte do problema referente ao campo cristalino, já foi resolvida. Assim podemos postular a existência de um estado ODS e determiná-lo auto-consistentemente, obtendo a equação do "gap". Os parâmetros da nossa teoria são a correlação  $U$  entre dois elétrons no mesmo íon magnético, a integral  $b$  da transformação eletrônica de um íon aos seus primeiros vizinhos e o "gap"  $\Delta$ . A concordância com os dados experimentais é satisfatória.

O modelo é, naturalmente, muito aproximado, pois, despreciamos a interação entre bandas, os efeitos da anisotropia e a correlação entre elétrons em íons diferentes. Embora acreditamos que a influência desses efeitos não é grande, seria necessário prová-lo.

Finalmente queremos acentuar que os super-antiferromagnéticos constituem o sistema ideal para o estudo das propriedades de um gás diluído de elétrons em interação. Saria portanto interessante procurar outros

supercondutores e obter mais dados experimentais.

#### AGRADECIMENTOS

Desejo expressar aqui meu sincero agradecimento ao Dr. A. M. do Graaf pela sugestão da presente tese e pela sua constante orientação e alerta.

Agradego também a meus colegas Roberto Luzzi por seus numerosos e úteis comentários, e Roberto M. Xavier pela ajuda na preparação do manusírito.

Quero igualmente exprimir meu reconhecimento no Centro Latinoamericano de Física pela bolsa que permitira a elaboração deste trabalho e no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas pela sua gentil acolhida.

#### REFERENCIAS

1. HEISENBERG W., Z. Phys. 38, 411 (1926).
2. VAN VLECK J. H., "Theory of Electric and Magnetic Susceptibilities", Chapt. XII, Oxford Univ. Press, London and New York (1932).
3. KRAMERS H. A., Physica 1, 182 (1934).
4. ANDERSON P. W., Phys. Rev. 115, 2 (1959); Solid State Physics, Vol. 14, p. 99, Academic Press, New York (1963),
5. ABRAMS S. C., Phys. Rev. 130, 2230 (1963).
6. MOTT N. F., Advances in Phys. 13, 325 (1964).
7. KOHN W., Phys. Rev. 133, A171 (1964).
8. OVERHAUSER A. W., Phys. Rev. 128, 1437 (1962).
9. BARDEEN J., COOPER L. N. & SCHRIEFFER J. R., Phys. Rev. 108,

(25)

1175 (1957).

10. BOGOLIUBOV N. N., J. Exptl. Theoret. Phys. 34, 58 (1958); Sov. Phys. J.E.T.P. 34, 41 (1958).
11. NOZIERES P. & PINES D., Nuovo Cim. 2, 470 (1958).
12. CARR P. H. & FONER S., J. Appl. Phys. 31, 3448 (1960).
13. MORIN P., J. Phys. Rev. Letters 3, 34 (1959).

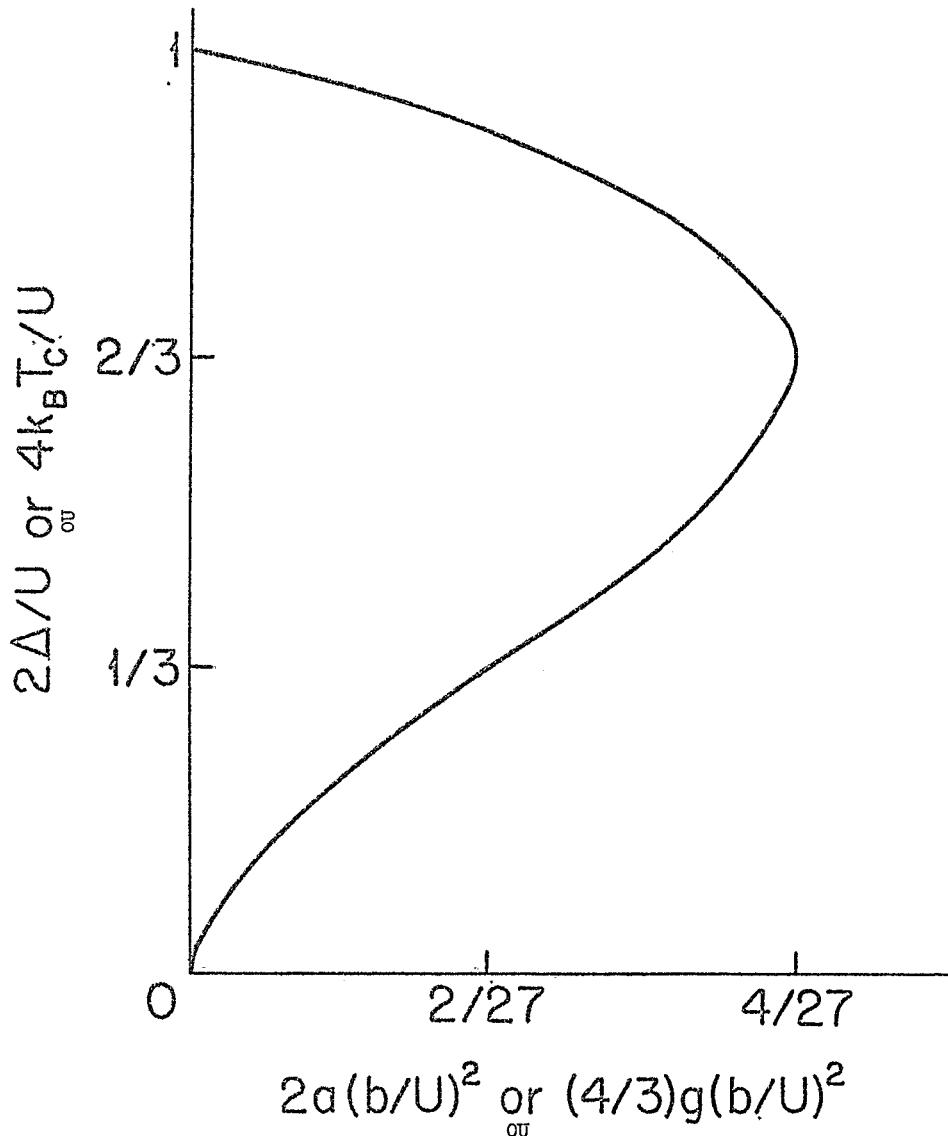


Fig. 1. Condição de estacionariedade para o estado antiferromagnético isolante com as temperaturas críticas correspondentes.