

REAÇÕES ( $\gamma$ ,n) EM NÚCLEOS NO INTERVALO  $12 \leq A \leq 238$ , NA REGIÃO DE  
ENERGIAS INTERMEDIÁRIAS (300 MeV - 1000 MeV)

TESE DE DOUTORADO

a ser defendida

por

95896

JADER BENUZZI MARTINS

no

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

Rio de Janeiro  
- 1974 -

53  
M 386

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS  
BIBLIOTECA

REAÇÕES ( $\gamma$ ,n) EM NÚCLEOS NO INTERVALO  $12 \leq A \leq 238$ , NA REGIÃO DE  
ENERGIAS INTERMEDIÁRIAS (300 MeV - 1000 MeV)

TESE DE DOUTORADO

a ser defendida

por

95826

JADER BENUZZI MARTINS

no

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

533  
M 386

Rio de Janeiro

- 1974 -

### AGRADECIMENTOS

Agradecemos:

- Ao professor Hervasio Guimarães de Carvalho, nosso orientador na realização do presente trabalho, e nosso grande incentivador nos caminhos da pesquisa científica.
- Ao professor Vito di Napoli, companheiro da Universidade de Roma, que muito contribuiu e colaborou nas nossas incursões no campo das reações fotonucleares.
- Ao professor Franco Salvetti, da Universidade de Roma, pelo incentivo que tem apresentado aos nossos trabalhos de colaboração em reações fotonucleares.
- Ao pesquisador Odilon Antonio Paula Tavares, excelente figura humana, companheiro e grande colaborador em nossos trabalhos na Divisão de Física da Fissão e Radioatividade.
- Aos pesquisadores Helio Schechter, Iraci O. de Souza, Monica M. de Araujo Penna, Rui A.M.S. Nazareth e à bolsista Marta Monteiro Teles, da Divisão de Física da Fissão e Radioatividade, pelos proveitosos debates em diversas partes da nossa Tese.
- À pesquisadora Mioco Foshina, colaboradora na execução do Método de Monte Carlo, pela paciência oriental na preparação de programas.

- À datilógrafa Helena de Souza Ciccarino, o nosso agradecimento, pelo muito que realizou com paciência e dedicação na confeção gráfica do presente trabalho.

- Ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, baluarte da Ciência Básica no Brasil, pelo que nos proporcionou no terreno das pesquisas científicas.

- À Comissão Nacional de Energia Nuclear e ao Conselho Nacional de Pesquisas, pelos auxílios financeiros que nos têm concedido para a execução de nossas pesquisas científicas.

- A todos os que, direta ou indiretamente, contribuiram para a realização desse trabalho.

## I N D I C E

	<u>Pág.</u>
<u>AGRADECIMENTOS</u> .....	-i-
<u>RESUMO</u> .....	I
<u>INTRODUÇÃO</u> .....	II
 <u>CAPÍTULO I</u>	
I - Considerações Teóricas e Estimativas das Seções de Choque .....	1
I.1 - Introdução .....	1
I.2 - Estimativa das Seções de Choque .....	3
I.2.1 - Estimativa das Seções de Choque pelo Método de Monte Carlo .....	4
I.2.1.a - A Adequação e "Desenvolvimento" do Método.....	5
I.2.1.b - Determinação da Probabilidade de Reações ( $\gamma, n$ ) pelo Método de Monte Carlo .....	8
I.2.1.c - Estimativa das Seções de Choque Absolutas ( $\gamma, n$ ).....	8
I.2.2 - Considerações Sobre a Probabilidade de Reações ( $\gamma, n$ ) no Caso de Núcleos Leves.	12
I.2.3 - Aplicação das Transparências Nucleares na Estimativa das Seções de Choque( $\gamma, n$ )	26
 <u>CAPÍTULO II</u>	
II - Procedimentos Experimentais - Métodos Utilizados - Determinação da Seção de Choque Absoluta .....	37

II.1 - Introdução .....	37
II.2 - Resultados Experimentais .....	38
II.3 - Seções de Choque Absolutas .....	61
II.3.1 - Método para a Resolução da Equação de Volterra de 1 <sup>a</sup> Espécie .....	65
II.3.2 - A Aproximação Quadrada do Espectro.	68
II.3.3 - Determinação das Seções de Choque Absolutas Utilizando a Aproximação Quadrada do Espectro .....	70

### CAPÍTULO III

III - Análise dos Resultados - Discussões e Conclusões ...	73
III.1 - Análise dos Resultados .....	73
III.2 - Discussão dos Resultados .....	75
III.2.1 - Comparação dos Valores das Seções de Choque Obtidas pelo Método de Monte Carlo e os Valores Experi- mentais .....	75
III.2.2 - Dependência da Seção de Choque ( $\gamma, n$ ) com o Número de Massa .....	77
III.2.3 - Comparação entre $\bar{\sigma}_{\min}(E_{\gamma})$ e $\bar{\sigma}_{MC}(E_{\gamma})$	82
III.3 - Conclusões .....	85

APÊNDICE A : Método de Monte Carlo .....	87
A.1 - Coordenada do Ponto de Interacão do Fóton .....	87
A.1.a - Zona de Interacão .....	87
A.1.b - Rotina para Escolha do Ponto onde se Peali- za a Primeira Interacão .....	88
A.2 - Escolha do Nucleon ou dos Nucleons do Núcleo Alvo na 1 <sup>a</sup> Interacão .....	90
A.3 - Energia e Momento das Partículas Resultantes das Diversas Interacões .....	92
A.4 - Verificação de uma Nova Colisão .....	93
A.5 - Cálculo da Distância Percorrida pelas Partículas na Matéria Nuclear .....	94
A.6 - Escolha do Nucleon Alvo na Colisão Nucleon-Nucleon	94

A.7 - Escolha do Nucleon Alvo nas Reações do Tipo Meson+ + Nucleon $\rightarrow$ Meson+Nucleon .....	95
A.7.a - $\pi^+$ é o Meson Incidente .....	95
A.7.b - $\pi^-$ é o Meson Incidente .....	96
A.8 - Reações do Tipo Nucleon+Nucleon $\rightarrow$ Nucleon+Nucleon +Meson .....	98
A.9 - Verificação de que a Partícula Saiu ou Está Contida no Contorno Geométrico do Núcleo .....	99
A.10- Erros .....	99
 <u>APÊNDICE B : Transparências .....</u>	100
 <u>APÊNDICE C : Método para a Resolução da Equação de Volterra de Primeira Espécie .....</u>	110
 <u>APÊNDICE D : Tratamento de Dados .....</u>	116
D.1 - Introdução .....	116
D.1.1 - Seleção de Dados .....	118
D.2 - Aplicações .....	118
D.2.1 - Cálculo da Seção de Choque Média Absoluta $\bar{\sigma}_k$ , Utilizando a Aproximação Quadrada do Espectro .....	118
D.2.2 - Determinação da Dependência da Seção de Choque Média Absoluta $\bar{\sigma}(E)$ com o Número de Massa A.....	119
D.2.3 - Coeficiente de Correlação .....	120
 <u>REFERÉNCIAS .....</u>	121

R E S U M O

As seções de choque absolutas das reações  $^{12}\text{C}(\gamma, n)^{11}\text{C}$ ,  $^{19}\text{F}(\gamma, n)^{18}\text{F}$ ,  $^{23}\text{Na}(\gamma, n)^{22}\text{Na}$ ,  $^{31}\text{P}(\gamma, n)^{30}\text{P}$ ,  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$ ,  $^{55}\text{Mn}(\gamma, n)^{54}\text{Mn}$ ,  $^{59}\text{Co}(\gamma, n)^{58}\text{Co}$ ,  $^{75}\text{As}(\gamma, n)^{74}\text{As}$ ,  $^{103}\text{Rh}(\gamma, n)^{102}\text{Rh}$ ,  $^{127}\text{I}(\gamma, n)^{126}\text{I}$ ,  $^{197}\text{Au}(\gamma, n)^{196}\text{Au}$  e  $^{238}\text{U}(\gamma, n)^{237}\text{U}$  determinadas experimentalmente por nós no intervalo de energia de 300MeV a 1000MeV, utilizando fôtons de bremsstrahlung são comparadas com os resultados estimados pelo Método de Monte Carlo aplicado a cascatas intranucleares iniciadas por fôtons, no intervalo de energia considerado.

É estabelecida uma dependência funcional entre o valor médio da seção de choque absoluta ( $\gamma, n$ ) e o número de massa, no intervalo de energia considerado. No caso dos resultados estimados pelo Método de Monte Carlo a seção de choque média absoluta é proporcional a  $A^{0.86}$  e no caso dos valores experimentais a seção de choque média absoluta é proporcional a  $A^{0.88}$ . São determinadas também, as seções de choque absolutas ( $\gamma, n$ ) a partir de relações simples nas quais são utilizadas as transparências de núcleos complexos para mésons e nucleons fotoproduzidos nos seus interiores. Os resultados obtidos para as seções de choque ( $\gamma, n$ ), através dessa última estimativa são comparados com os resultados do Método de Monte Carlo.

## INTRODUÇÃO

O estudo das reações fotonucleares teve seu início em 1933 com Maurice Goldhaber e Chadwick que obtiveram a fotodesintegração do déuteron utilizando raios gama do  $\text{ThC}^*(^{209}\text{Tl})$ . Em 1946, Baldwin e Klaiber<sup>1</sup>, com o Betatron de 100 MeV do laboratório de Pesquisas da "General Electric", foram os pioneiros na utilização de um espectro de "bremsstrahlung" para o estudo de reações fotonucleares no samário, tântalo, ouro, bismuto, chumbo, tungstênio, tório e urânio. Goldhaber e Teller<sup>2</sup>, formularam em 1947 um modelo para as reações fotonucleares em baixa energia, isto é, na região de "Ressonância Gigante", no qual após a absorção da radiação eletromagnética incidente o conjunto dos prótons deve apresentar um movimento harmônico em relação ao conjunto dos neutrons. O Modelo Hidrodinâmico de Steinwedel e Jensen<sup>3</sup>, em 1950, explicou a absorção da radiação eletromagnética por núcleos esféricos. Devemos destacar também, em 1956, a teoria de Wilkinson<sup>4</sup>, que interpretou a interação de radiações eletromagnéticas com núcleos por intermédio de um Modelo de Partículas Independentes. A conexão entre esses diferentes pontos de vista, isto é, entre o Modelo Hidrodinâmico (coletivo) e o Modelo de Partículas Independentes foi realizada em 1957 por Brink<sup>5</sup>. O Modelo Hidrodinâmico foi estendido em 1956 por Okamoto<sup>6</sup> e em 1958 por Danos<sup>7</sup>, a núcleos deformados. Do resultado pioneiro de 1933

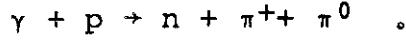
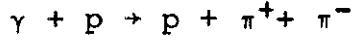
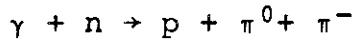
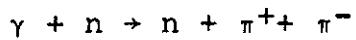
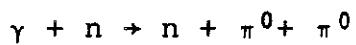
até 1974, inúmeros foram os trabalhos realizados com feixes de bremsstrahlung e fôtons monoenergéticos na região de baixa energia. Os resultados se acham compilados por B. Bülow e B. Forkman no catálogo "Photonuclear Cross Sections"<sup>8</sup> e por B.L. Berman no "Atlas of Photoneutron Cross Sections Obtained with Monoenergetic Photons"<sup>9</sup>. Nesta última publicação são apresentadas as seções de choque de fotoprodução de neutrons [ $\sigma(\gamma, n)$ ,  $\sigma(\gamma, 2n)$  etc] de 65 núcleos (49 trabalhos do laboratório de Livermore, 25 do laboratório de Saclay e 2 do laboratório da "General Atomic").

Acima de 30 MeV, o fôton passa predominantemente a interagir com pares de nucleons (neutron-próton) denominados de "Quasi-dêuterons". O Modelo do Quasi-dêuteron foi proposto por Levinger<sup>10</sup> em 1951 e até hoje vem sendo utilizado para a interpretação da interação de radiações eletromagnéticas com núcleos complexos na região de energia que vai do final da Ressonância Gigante até 450 MeV. É pequeno, na literatura científica, o número de trabalhos relativos a fotoprodução de neutrons no intervalo de energia entre o final da Ressonância Gigante e o Limiar Fotomônico. Nos trabalhos publicados em 1957 e 1960 Roos e Peterson<sup>11-12</sup> verificaram o aparecimento de "estrelas" produzidas por fôtons de bremsstrahlung em núcleos complexos no intervalo de energia de 250 MeV à 1150 MeV, utilizando emulsões nucleares como detector. Essas "foto-estrelas" são processos de fotodesintegração nos quais há a emissão de mais de duas partículas carregadas. Não é possível utilizar o modelo do Quasi-dêuteron para

explicar o aparecimento dessas foto-estrelas. Elas apresentam um maior número de ramificações com o aumento da energia do fóton incidente, enquanto que a seção de choque de fotodesintegração do deuteron livre diminui consideravelmente com o crescimento da energia, no intervalo de energia considerado. Um "Modelo Ótico" que incluía como interação primária do fóton com o nucleon individual, a fotoprodução de mésons e nucleons de recuo no interior do núcleo, permitiu a Roos e Peterson uma explicação natural dos fenômenos observados. Acima do limiar fotomesônico (150 MeV), o fóton interage com nucleons individuais através das seguintes reações primárias:



Acima de 350 MeV, inicia-se a dupla produção de mésons, com as seguintes reações primárias:



O espalhamento ou absorção dos pions produzidos e dos nucleons de recuo, nessas reações primárias realizadas no interior

do núcleo, ocasionam também o aparecimento de foto-estrelas.

Em relação a fotoprodução de neutrons, em núcleos complexos, nessa região de energia, temos a assinalar até 1967, apenas os trabalhos de Barber et al.<sup>13</sup>, em 1955, com o acelerador MARK III de 630 MeV, que estudou a reação  $^{12}\text{C}(\gamma, n)^{11}\text{C}$  utilizando feixes de bremsstrahlung e o de Masaike<sup>14</sup>, em 1964, que utilizou os feixes de bremsstrahlung do sincrotron do Instituto de Estudos Nucleares da Universidade de Tóquio, no intervalo de energia de 150 MeV à 720 MeV, para o estudo de reações do tipo  $^{12}\text{C}(\gamma, n)^{11}\text{C}$ .

Em 1967, o Professor H.G. de Carvalho iniciou uma linha de trabalhos relacionados com a fotoprodução de neutrons em núcleos complexos no intervalo de energia de 300 MeV a 1000 MeV, utilizando os aceleradores do Laboratório Nacional de Frascati (Itália) e do Laboratório de Orsay (França) e de 1 GeV à 5,5 GeV do Acelerador de DESY (Alemanha). Nesses trabalhos houve a participação de pesquisadores de nosso grupo e as colaborações de pesquisadores do Instituto de Química Geral e Inorgânica da Universidade de Roma e do Laboratório de DESY, (Hamburgo). Nos intervalos de energia anteriormente descritos foram estudadas de 1967 até 1974 reações do tipo ( $\gamma, n$ ), ( $\gamma, 2n$ ) e ( $\gamma, xn$ ) nos seguintes núcleos:  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{19}\text{F}$ ,  $^{23}\text{Na}$ ,  $^{31}\text{P}$ ,  $^{52}\text{Cr}$ ,  $^{55}\text{Mn}$ ,  $^{59}\text{Co}$ ,  $^{75}\text{As}$ ,  $^{103}\text{Rh}$ ,  $^{127}\text{I}$ ,  $^{197}\text{Au}$  e  $^{238}\text{U}$  15-27.

A esse conjunto de pesquisas poderemos também acrescentar os trabalhos teóricos e experimentais realizados no campo da foto - produção de neutrons, por pesquisadores do Instituto de Tecnologia de Lund<sup>28-39</sup> (Suécia) que utilizaram feixes de bremsstrahlung produzidos pelo Eletro Sincrotron de Lund, de 1,2 GeV.

A finalidade do presente trabalho é estabelecer por processos diferentes a primeira estimativa precisa para os valores das seções de choque de reações ( $\gamma, n$ ) de núcleos complexos, em todo intervalo de massa e no intervalo de energia do limiar fotomésico até 1 GeV. Em virtude da não existência de teorias que permitam o cálculo preciso dessas seções de choque, no intervalo de energia estudado, utilizamos para a estimativa acima mencionada dois processos distintos. No primeiro, aplicamos o método de Monte Carlo a cascatas iniciadas por fôtons no interior do núcleo. No segundo, o grande número de resultados experimentais das seções de choque, obtido no trabalho sistemático que estamos realizando sobre reações ( $\gamma, n$ ), onde foram estudadas as reações  $^{12}\text{C}(\gamma, n)^{11}\text{C}$ ,  $^{19}\text{F}(\gamma, n)^{18}\text{F}$ ,  $^{23}\text{Na}(\gamma, n)^{22}\text{Na}$ ,  $^{31}\text{P}(\gamma, n)^{30}\text{P}$ ,  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$ ,  $^{55}\text{Mn}(\gamma, n)^{54}\text{Mn}$ ,  $^{59}\text{Co}(\gamma, n)^{58}\text{Co}$ ,  $^{75}\text{As}(\gamma, n)^{74}\text{As}$ ,  $^{103}\text{Rh}(\gamma, n)^{102}\text{Rh}$ ,  $^{127}\text{I}(\gamma, n)^{126}\text{I}$ ,  $^{197}\text{Au}(\gamma, n)^{196}\text{Au}$  e  $^{238}\text{U}(\gamma, n)^{237}\text{U}$ , permitiu um tratamento estatístico dos dados com alto grau de confiabilidade. A comparação dos valores obtidos para as seções de choque ( $\gamma, n$ ), por esses dois processos, é de fundamental importância para a avaliação de parâmetros experimentais que aparecem nos métodos de determinação das seções de choque e possibilita uma interpretação da interação de fôtons com núcleos complexos na região de energia estudada. Além dessas estimativas das seções de choque estudamos, através de relações simples, a probabilidade de reações ( $\gamma, n$ ) levando-se em consideração as transparências de núcleos para mésons e nucleons fotoproduzidos nos seus interiores. Na última interpretação

consideramos a saída do neutron, ou a saída simultânea do méson e do nucleon, sem nenhuma interação com outras partículas do núcleo.

No 1º Capítulo do nosso trabalho para a estimativa das probabilidades de reações ( $\gamma$ ,<sup>V</sup> $xnyp$ ), ocasionadas a partir de cascatas iniciadas por fótons no interior da matéria nuclear, apresentamos o método de Monte Carlo ou das tentativas estatísticas.

Particularizamos os resultados obtidos para o caso de reações nas quais há a fotoprodução de um único neutron, sendo o intervalo de energia de 200 MeV a 1000 MeV.

Fizemos ainda, no primeiro Capítulo, uma estimativa das seções de choque ( $\gamma, n$ ), utilizando-se fórmulas baseadas em considerações simples nas quais aparecem como fatores importantes as transparências de núcleos complexos para mésons e nucleons fotoproduzidos no seu interior. Nessas estimativas consideramos que 1 neutron, ou os pares neutron- $\pi^0$  e próton- $\pi^-$ , abandonam o núcleo sem nenhuma interação posterior, após serem fotoproduzidos na reação inicial. Nessa interpretação das reações ( $\gamma, n$ ) utilizamos os nossos trabalhos <sup>40-41</sup>sobre transparências de núcleos complexos para mésons e nucleons.

No Capítulo II apresentamos, de maneira sumária, os métodos experimentais utilizados nos nossos trabalhos sobre reações ( $\gamma, n$ )<sup>15-27</sup>; os resultados experimentais dos valores das seções de choque por quantum equivalente e utilizando a aproximação quadrada do espectro determinamos os valores médios das seções de choque absolutas no intervalo de energia de 300 MeV à 1000 MeV.

No Capítulo III são comparados os resultados das seções

de choque ( $\gamma, n$ ) obtidas por via experimental e os estabelecidos através do método de Monte Carlo. São discutidos, na análise comparativa dos resultados, os mecanismos de interação de fótons com núcleos complexos na região de energia situada entre o limiar fotomônico e 1000 MeV e interpretamos a dependência da seção de choque ( $\gamma, n$ ) com o número de massa.

Com a finalidade de tornar mais didático o presente trabalho, apresentamos 4 Apêndices. No Apêndice A é desenvolvido o método de Monte Carlo por nós empregado, para a estimativa da determinação da probabilidade de fotoprodução de neutrons em núcleos complexos. No Apêndice B desenvolvemos o estudo sobre a transparência de núcleos complexos para pions e nucleons. fotoproduzidos no interior do núcleo. No Apêndice C é apresentado um método para a resolução da Equação de Volterra de 1<sup>a</sup> espécie que foi utilizado pelo Dr. K. Tesch<sup>42</sup> para a determinação das seções de choque absolutas de reações fotonucleares e, finalmente, no Apêndice D apresentamos o tratamento estatístico dos dados.

## CAPÍTULO I

### I - Considerações Teóricas e Estimativas das Seções de Choque

#### I.1 - Introdução

Poderemos classificar as reações fotonucleares em função da energia ou do comprimento de onda racionalizado<sup>12</sup> do fóton incidente em três regiões:

- ( i) Região de "ressonância gigante" na qual o fóton incidente apresenta um comprimento de onda racionalizado da ordem de grandeza do diâmetro nuclear (10 a 20 fermis aproximadamente). A interação depende, fundamentalmente, do momento de dipolo induzido no núcleo como um todo.
- ( ii) Região do "Quasi-dêuteron". Após a região de ressonância gigante, acima de 30 MeV aproximadamente, o comprimento de onda racionalizado do fóton é da ordem de grandeza de sub-unidades nucleares, havendo particularmente uma interação com o par neutron-próton que foi denominado de Quasi-dêuteron no modelo de Levinger<sup>10</sup>. A contribuição por intermédio da interação Quasi-dêuteron para as reações fotonucleares se estende do final da ressonância gigante até 450 MeV aproximadamente.
- ( iii) Região "fotomesônica". Nessa região, acima de 150 MeV, o com-

primento de onda racionalizado do fóton é da ordem de grandeza do diâmetro do nucleon, havendo, portanto, uma interação dos fótons com os nucleons individuais. O livre caminho médio dos fótons é grande na matéria nuclear e o núcleo pode ser considerado como um aglomerado de nucleons livres. A interação primária ocorre entre o fóton e um único nucleon, havendo a produção de um ou mais mésons reais. O limiar para a produção de 1 méson é de aproximadamente 150 MeV e para a dupla produção de mésons é de aproximadamente 350 MeV.

O mecanismo de interação de partículas ou fótons de altas energias com núcleos complexos, proposto por Serber<sup>43</sup>, e desenvolvido por Reff<sup>44</sup>, divide a reação nuclear em dois estágios:

( i) Estágio de "cascata". No 1º estágio, fase rápida a partícula ou fóton inicia uma cascata no interior do núcleo. Neste estágio as interações ocorrem com nucleons individuais e as partículas que sofrem espalhamento devem apresentar trajetórias clássicas<sup>45</sup>. Na fase de cascata algumas partículas saem do núcleo havendo uma variação do número de neutrons e de prótons do núcleo inicial. Além da emissão de nucleons poderá, na fase rápida, haver a emissão de aglomerados de partículas ("clusters"), o que constitui o fenômeno da fragmentação<sup>46</sup>.

( ii) Estágio de "evaporação". Após a fase de cascata teremos um núcleo residual que apresentará ou não uma certa energia de excitação. O núcleo residual excitado dará início ao 2º está-

gio, fase lenta ou de "evaporação" no qual haverá a emissão de partículas que serão evaporadas do núcleo, podendo esse fenômeno ser interpretado pela teoria da "evaporação" de Weisskopf<sup>47</sup>. Competindo com evaporação poderá haver a fissão nuclear<sup>48</sup>.

### I.2 - Estimativas das Seções de Choque

Estabelecemos estimativas semi-empíricas para os valores das seções de choque ( $\gamma, n$ ) em núcleos complexos no intervalo de energia de 300 MeV a 1000 MeV. As estimativas dessas seções de choque permitem uma interpretação quantitativa dos resultados experimentais apresentados nos trabalhos por nós realizados<sup>15-27</sup> em reações foto nucleares, nos quais foram estudadas a fotoprodução de neutrons nos núcleos de  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{19}\text{F}$ ,  $^{23}\text{Na}$ ,  $^{31}\text{P}$ ,  $^{52}\text{Cr}$ ,  $^{55}\text{Mn}$ ,  $^{59}\text{Co}$ ,  $^{75}\text{As}$ ,  $^{103}\text{Rh}$ ,  $^{127}\text{I}$ ,  $^{197}\text{Au}$  e  $^{238}\text{U}$ .

Inicialmente para a estimativa dos valores das seções de choque de fotoprodução de neutrons utilizamos o Método de Monte Carlo, no estudo de cascatas iniciadas por fótons no interior da matéria nuclear e consideramos como interações primárias as realizadas via Quasi-dêuteron e via fotomesônica. Excluimos a dupla produção de mésons já que a excitação produzida no núcleo (residual) levando-se em consideração tais reações, deverá ser relativamente grande, originando na fase lenta a evaporação de um grande número de partículas, sendo pouco provável as reações do tipo ( $\gamma, n$ ), ( $\gamma, 2n$ ), ( $\gamma, 3n$ ), nas quais ocorre a emissão de um pequeno número de neutrons. As reações ( $\gamma, n$ ) devem ocorrer apenas na fase rápida ou de cascata haven-

do a saída do neutron e do méson do núcleo transportando uma grande quantidade de energia, do que resulta um núcleo residual praticamente frio, isto é, com uma pequena energia de excitação que torne impossível a emissão de novas partículas.

Além do método, anteriormente utilizado, podemos fazer uma estimativa das seções de choque ( $\gamma, n$ ) baseados na hipótese de que nas regiões do Quasi-déuteron e fotomesônica, o neutron ou o par méson-nucleon produzidos na interação primária devem abandonar o núcleo sem qualquer interação posterior sendo, portanto, fundamentalmente importante o estudo das transparências<sup>40-41</sup> de núcleos complexos para mésons e nucleons. Num trabalho sobre a contribuição fotomesônica para as reações do tipo ( $\gamma, n$ ), G. Anderson et al.<sup>36</sup> estimaram que 80% das reações ( $\gamma, n$ ) em núcleos leves, ocorrem a partir das reações



havendo a saída do nucleon de recuo e do méson produzidos nos eventos primários sem nenhuma interação posterior com outros nucleons do núcleo.

#### I.2-1 - Estimativa das Seções de Choque pelo Método de Monte Carlo

Em virtude da não existência de fórmulas baseadas nos modelos nucleares que permitam a determinação das seções de choque ( $\gamma, n$ ) na região de energia por nós estudada, utilizamos o método

de Monte Carlo<sup>49-51</sup> ou das tentativas estatísticas.

Existem numerosos trabalhos aplicando o método de Monte Carlo, no estudo de cascatas intranucleares iniciadas por prótons<sup>52,53</sup>. Todavia no caso de cascatas intranucleares iniciadas por fótons, dispomos unicamente do trabalho de Gabriel e Alsmiller<sup>54</sup> que permite a determinação de parâmetros importantes em reações fotonucleares até 0.4 GeV. Acima de 0.4 GeV aproximadamente, já se torna significativa a dupla produção de mésons na interação primária do fóton com o nucleon, o que dificulta a determinação da distribuição de energia e momento entre as três partículas resultantes da interação inicial (os dois mésons e o nucleon de recuo). No caso particular de uma reação ( $\gamma, n$ ) as cascatas que se iniciam com uma dupla produção de mésons, não devem contribuir consideravelmente já que a excitação nuclear que se origina produzirá a emissão de um grande número de partículas.

#### I.2-1.a - A Adequação e "Desenvolvimento" do Método

O método de Monte Carlo ou de tentativas estatísticas aplicado a cascatas iniciadas no interior do núcleo consiste no acompanhamento das trajetórias e das interações das partículas originadas nos eventos primários, secundários, terciários, etc. No estudo de reações fotonucleares, esse método é perfeitamente aplicável porque são conhecidas todas as probabilidades de interações individuais das partículas envolvidas no processo. Como todo método estatístico é necessário analisar um grande número de "histó-

rias" para que a precisão possa ser considerada satisfatória. Em nosso trabalho realizamos o acompanhamento de 10000 histórias.

Denominamos "história" na fase rápida de uma reação nuclear induzida por fótons de alta energia ao desenvolvimento total de uma cascata, desde a interação primária do fóton com um nucleon até que o núcleo residual resultante, após a emissão de partículas, inicie a segunda fase do processo que é a fase lenta ou de evaporação. Todas as partículas envolvidas na cascata (fase rápida) devem satisfazer a uma das condições preestabelecidas.

- i) a partícula é absorvida pelo núcleo, ou
- ii) a partícula sai do contorno geométrico do núcleo.

As etapas seguidas no desenvolvimento do problema podem ser esquematizadas pelo fluxograma (Fig. I.1).

As diversas etapas apresentadas no fluxograma (Fig. I.1) estão descritas no Apêndice A.

No método das tentativas estatísticas do presente trabalho, aplicado a cascatas iniciadas por fótons, nós consideramos histórias favoráveis aquelas, nas quais, o núcleo residual (final) apresenta um neutron a menos que o núcleo alvo. Foram levadas em consideração reações do tipo



Para que esta reação se processe é necessário que o núcleo residual final após a cascata, durante a qual houve a emissão de um neutron, apresente uma energia de excitação abaixo da

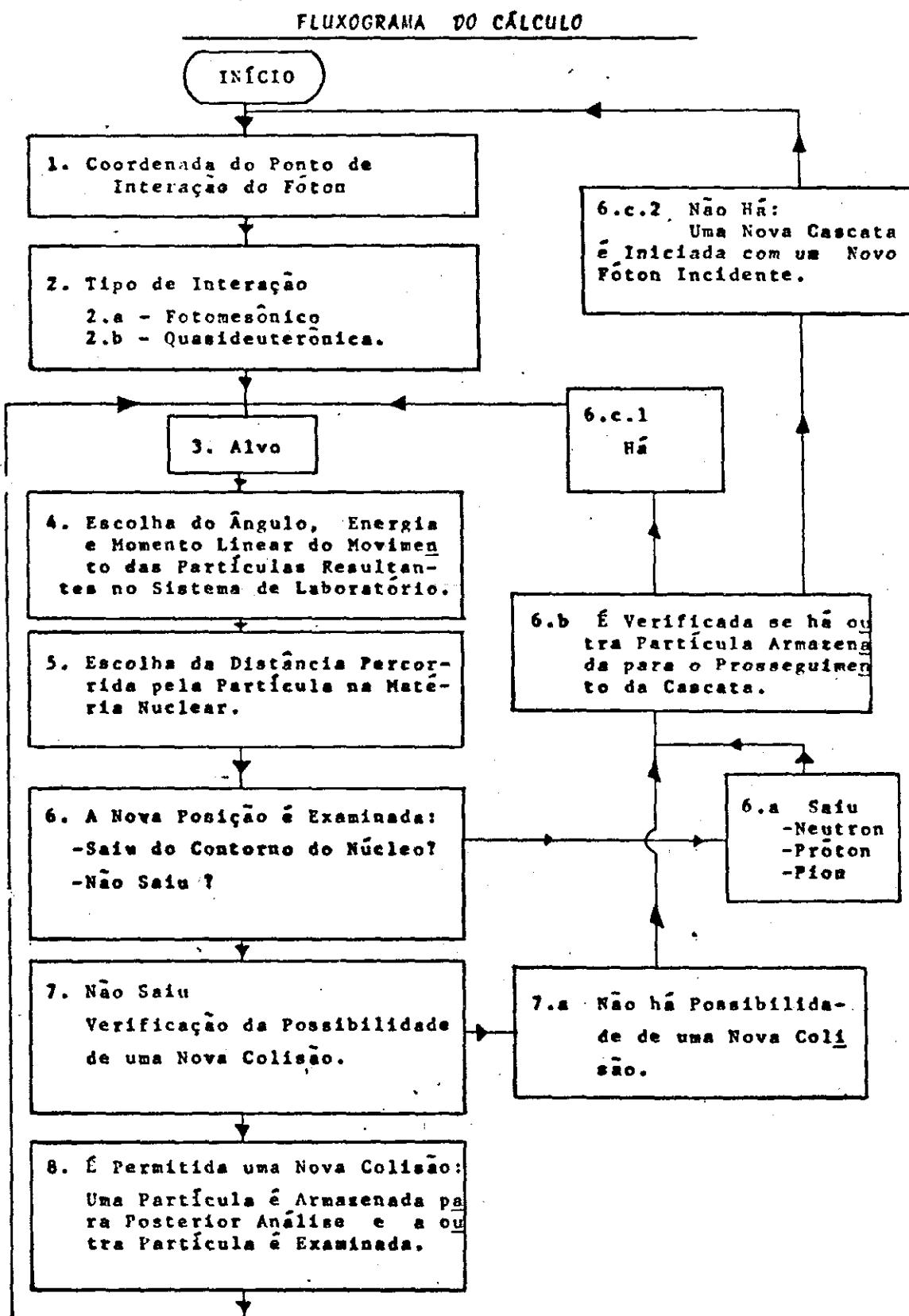


Fig. I.1

energia de corte  $52,53$ , isto é, uma energia de excitação que não permita mais a emissão de outras partículas após a fase rápida da reação nuclear.

I.2-1.b - Determinação da Probabilidade de Reações ( $\gamma, n$ ) pelo Método de Monte Carlo

Com a finalidade de determinar a seção de choque de uma reação ( $\gamma, n$ ) estabelecemos, pelo método das tentativas estatísticas, a probabilidade de que a referida reação ocorra. Essa probabilidade  $\phi_n(E_\gamma, A)$ , que é função da energia do fóton incidente e do núcleo considerado, corresponde a relação entre o número de histórias favoráveis para cada energia do fóton incidente e o número total de histórias. Na Tabela (I.1) apresentamos os valores das probabilidades  $\phi_n(E_\gamma, A)$  para os núcleos de  $^{12}C$ ,  $^{19}F$ ,  $^{23}Na$ ,  $^{55}Mn$ ,  $^{103}Rh$ ,  $^{197}Au$  e  $^{238}U$ .

I.2-1.c - Estimativas das Seções de Choque Absolutas ( $\gamma, n$ )

Para energias do fóton acima do limiar de fotoprodução de mésons (aproximadamente 150 MeV) a seção de choque  $\sigma(E_\gamma)$  das reações ( $\gamma, n$ ) pode ser escrita do seguinte modo

$$\sigma(E_\gamma) = \left[ A \sigma_0(E_\gamma) \delta + L \frac{N Z}{A} \sigma_D(E_\gamma) \delta' \right] \phi_n(E_\gamma, A) \quad (I.2)$$

onde a expressão entre colchetes corresponde a seção de choque total inelástica.

Na equação (I.2), A, Z e N representam o número de mas

TABELA (I.1)  
 $\phi_n(E_\gamma, A)$

E (MeV)	$^{12}\text{C}$	$^{19}\text{F}$	$^{23}\text{Na}$	$^{55}\text{Mn}$	$^{103}\text{Rh}$	$^{197}\text{Au}$	$^{238}\text{U}$
200	$0.007 \pm 0.002$	$0.012 \pm 0.003$	$0.012 \pm 0.003$	$0.019 \pm 0.004$	$0.025 \pm 0.005$	$0.034 \pm 0.005$	$0.038 \pm 0.006$
250	$0.092 \pm 0.009$	$0.076 \pm 0.008$	$0.077 \pm 0.008$	$0.062 \pm 0.007$	$0.027 \pm 0.005$	$0.052 \pm 0.007$	$0.053 \pm 0.007$
300	$0.152 \pm 0.011$	$0.134 \pm 0.010$	$0.130 \pm 0.010$	$0.110 \pm 0.009$	$0.096 \pm 0.009$	$0.085 \pm 0.008$	$0.085 \pm 0.008$
320	$0.169 \pm 0.011$	$0.147 \pm 0.010$	$0.147 \pm 0.010$	$0.116 \pm 0.010$	$0.108 \pm 0.009$	$0.091 \pm 0.009$	$0.087 \pm 0.008$
350	$0.152 \pm 0.011$	$0.147 \pm 0.010$	$0.149 \pm 0.011$	$0.133 \pm 0.010$	$0.116 \pm 0.010$	$0.104 \pm 0.009$	$0.101 \pm 0.009$
400	$0.161 \pm 0.011$	$0.141 \pm 0.010$	$0.143 \pm 0.010$	$0.154 \pm 0.010$	$0.119 \pm 0.010$	$0.106 \pm 0.009$	$0.108 \pm 0.009$
450	$0.139 \pm 0.012$	$0.178 \pm 0.011$	$0.178 \pm 0.011$	$0.160 \pm 0.011$	$0.142 \pm 0.010$	$0.144 \pm 0.010$	$0.146 \pm 0.010$
500	$0.198 \pm 0.012$	$0.179 \pm 0.011$	$0.157 \pm 0.011$	$0.165 \pm 0.011$	$0.150 \pm 0.010$	$0.139 \pm 0.010$	$0.138 \pm 0.010$
550	$0.239 \pm 0.013$	$0.228 \pm 0.012$	$0.229 \pm 0.013$	$0.210 \pm 0.012$	$0.200 \pm 0.012$	$0.184 \pm 0.012$	$0.178 \pm 0.011$
600	$0.253 \pm 0.013$	$0.247 \pm 0.012$	$0.240 \pm 0.013$	$0.211 \pm 0.012$	$0.204 \pm 0.012$	$0.180 \pm 0.011$	$0.176 \pm 0.011$
650	$0.257 \pm 0.013$	$0.250 \pm 0.013$	$0.243 \pm 0.013$	$0.209 \pm 0.012$	$0.200 \pm 0.012$	$0.175 \pm 0.011$	$0.174 \pm 0.011$
700	$0.253 \pm 0.013$	$0.251 \pm 0.013$	$0.245 \pm 0.013$	$0.214 \pm 0.012$	$0.205 \pm 0.012$	$0.176 \pm 0.011$	$0.169 \pm 0.011$
800	$0.255 \pm 0.013$	$0.253 \pm 0.013$	$0.250 \pm 0.013$	$0.213 \pm 0.012$	$0.191 \pm 0.012$	$0.169 \pm 0.011$	$0.163 \pm 0.011$
900	$0.255 \pm 0.013$	$0.243 \pm 0.013$	$0.233 \pm 0.013$	$0.203 \pm 0.012$	$0.185 \pm 0.012$	$0.151 \pm 0.011$	$0.148 \pm 0.011$
1000	$0.251 \pm 0.013$	$0.228 \pm 0.012$	$0.229 \pm 0.013$	$0.193 \pm 0.012$	$0.182 \pm 0.011$	$0.144 \pm 0.010$	$0.139 \pm 0.010$

sa, o número atômico e o número de neutrons, respectivamente;  $\delta$  e  $\delta'$  são fatores relacionados a excitação nuclear segundo a interação primária do fóton seja via Quasi-déuteron ou via fotomesônica<sup>40,41</sup>, sendo seus valores aproximadamente iguais a unidade;  $\sigma_o(E_\gamma)$  é a seção de choque total inelástica de interação do fóton com um nucleon individual, corrigida para o movimento dos nucleons. Os valores de  $\sigma_o(E_\gamma)$  foram retirados da referência 55 e podem ser vistos na Figura (I.2) versus a energia do fóton incidente; a linha tracejada corresponde a correção levando-se em conta o movimento dos nucleons; L é o fator de Levinger cujos valores estão relacionados na Tabela (A.2) do Apêndice A;  $\sigma_D(E_\gamma)$  é a seção de choque de fotodesintegração do déuteron. Os valores de  $\sigma_D(E_\gamma)$  foram retirados da referência 56 e podem ser vistos na Figura (I.3) versus a energia do fóton incidente.

Na equação (I.2) são levadas em consideração as contribuições dos modelos do Quasi-déuteron e fotomesônico.

Na Tabela (I.2) apresentamos os resultados dessas seções de choque ( $\gamma, n$ ) nos núcleos de  $^{12}\text{C}$ ,  $^{19}\text{F}$ ,  $^{23}\text{Na}$ ,  $^{55}\text{Mn}$ ,  $^{103}\text{Rh}$ ,  $^{197}\text{Au}$  e  $^{238}\text{U}$  em função das energias dos fótons. Na última linha da Tabela estão representados os valores médios das seções de choque no intervalo de energia de 300 MeV à 1000 MeV, em milibarn. Os resultados encontrados para as seções de choque ( $\gamma, n$ ) dos núcleos de  $^{12}\text{C}$ ,  $^{19}\text{F}$ ,  $^{23}\text{Na}$ ,  $^{55}\text{Mn}$ ,  $^{103}\text{Rh}$ ,  $^{197}\text{Au}$  e  $^{238}\text{U}$  estão representados nas Figuras de (I.4) à (I.10). As linhas retas das figuras representam os valores médios obtidos no intervalo de energia de 300 MeV à 1000 MeV.

TABELA (I.2)

-11-

Energia(MeV)	SECÃO DE CHOQUE DE PEÇÕES ( $\gamma, n$ ) mb					
	12 C	19 F	23 Na	55 Mn	103 Rh	197 Au
200	0.02±0.01	0.05±0.01	0.07±0.04	0.11±0.03	0.75±0.15	2.08±0.30
250	0.43±0.04	0.62±0.06	0.73±0.07	1.07±0.12	1.33±0.24	5.00±0.67
300	0.94±0.07	1.34±0.10	1.61±0.12	2.73±0.22	5.77±0.54	10.09±0.94
320	1.04±0.07	1.49±0.10	1.79±0.12	2.87±0.25	6.34±0.52	10.50±1.03
350	0.89±0.06	1.32±0.08	1.62±0.11	3.07±0.23	5.99±0.51	10.51±0.90
400	0.62±0.04	0.88±0.06	1.06±0.07	2.53±0.16	4.25±0.35	7.42±0.63
450	0.53±0.03	0.80±0.05	0.97±0.06	1.97±0.13	3.61±0.25	7.15±0.49
500	0.48±0.03	0.68±0.04	0.73±0.05	1.77±0.11	3.25±0.22	5.86±0.42
550	0.61±0.03	0.93±0.05	1.14±0.06	2.20±0.14	4.53±0.27	8.07±0.52
600	0.71±0.04	1.06±0.05	1.30±0.06	2.41±0.15	5.06±0.30	8.59±0.52
650	0.74±0.04	1.14±0.05	1.34±0.07	2.55±0.16	4.96±0.29	8.29±0.52
700	0.79±0.04	1.19±0.06	1.41±0.07	2.64±0.16	5.28±0.31	8.67±0.54
800	0.76±0.04	1.19±0.06	1.43±0.07	2.58±0.16	4.88±0.31	8.27±0.54
1000	0.66±0.03	0.95±0.05	1.16±0.06	2.14±0.14	4.13±0.25	8.26±0.43
$\bar{\sigma}_{\text{CALC}}$	0.71±0.04	1.06±0.05	1.27±0.07	2.60±0.15	4.36±0.31	8.04±0.54
						9.37±0.66

Na Figura (I.11) representamos o logarítmico do valor médio da seção de choque determinado pelo método de Monte Carlo, no intervalo de energia 300 MeV - 1000 MeV, versus o logarítmico dos números de massa dos núcleos estudados.

I.2-2 - Considerações Sobre a Probabilidade de Reações ( $\gamma$ ,n) no Caso de Núcleos Leves

Como já foi apresentado anteriormente, a Fig. (I.11) representa os logarítmicos dos valores médio da seção de choque ( $\gamma$ ,n) estimada pelo método de Monte Carlo  $\bar{\sigma}_{MC}(E_{\gamma})$ , no intervalo de energia de 300 MeV à 1000 MeV, versus os logarítmicos do número de massa A, dos núcleos estudados. A reta da Fig. (I.11) constitue o melhor ajuste dos pontos obtidos por intermédio do método das mínimos quadrados. O tratamento dos dados se acha desenvolvido no Apêndice D. Poderemos, utilizando o referido ajustamento, estabelecer uma dependência funcional entre o valor médio da seção de choque estimada e o número de massa, sendo a sua expressão analítica a seguinte

$$\bar{\sigma}_{MC}(E_{\gamma}) = (0.084 \pm 0.001)A^{0.859 \pm 0.003} \quad (I.3)$$

Pela fórmula (I.2), o valor da seção de choque estimada média será

$$\bar{\sigma}_{MC}(E_{\gamma}) = \overline{[A \sigma_0(E_{\gamma}) \delta + L \frac{N}{A} \sum_{D=1}^N \sigma_D(E_{\gamma}) \delta']} \phi_n(E_{\gamma}, A) \quad (I.4)$$

No caso de núcleos leves

$$N = Z = \frac{A}{2} , \text{ teremos}$$

$$\bar{\sigma}_{MC}(E_\gamma) = A \left[ \sigma_o(E_\gamma) \delta + \frac{L}{4} \sigma_D(E_\gamma) \delta^3 \right] \phi_n(E_\gamma, A) \quad (I.5)$$

Fazendo-se

$$\phi_n(E_\gamma, A) = k A^\alpha \beta(E_\gamma) \quad (I.6)$$

em (I.5), teremos

$$\bar{\sigma}_{MC}(E_\gamma) = A^{\alpha+1} \left[ \sigma_o(E_\gamma) \delta + \frac{L}{4} \sigma_D(E_\gamma) \delta^3 \right] k \beta(E_\gamma) \quad (I.7)$$

A função  $\phi_n(E_\gamma, A)$  é o produto de uma função do número de massa por uma função da energia do fóton incidente,  $\beta(E_\gamma)$ , sendo  $k$  uma constante. Pondo-se em (I.7)

$$k \beta(E_\gamma) = n(E_\gamma) \quad (I.8)$$

teremos

$$\bar{\sigma}_{MC}(E_\gamma) = A^{\alpha+1} \left[ \sigma_o(E_\gamma) \delta + \frac{L}{4} \sigma_D(E_\gamma) \delta^3 \right] n(E_\gamma) \quad (I.9)$$

Comparando-se a última expressão com a relação (I.3) obtemos para  $\alpha$  o valor -0.14.

Logo:

$$\phi_n(E_\gamma, A) = A^{-0.14} n(E_\gamma) \quad (I.10)$$

Na Tabela (I.3) estão os valores da função  $n(E_\gamma)$  para vários valo -

res da energia do fóton incidente no intervalo de energia de 250MeV à 1000 MeV. Os valores de  $n(E_\gamma)$  poderão ser utilizados para núcleos com número de massa no intervalo 12 a 55, isto é, do  $^{12}\text{C}$  ao  $^{55}\text{Mn}$ .

TABELA I.3

Energia	$n(E_\gamma)$
250	0.119
300	0.203
320	0.221
350	0.229
400	0.233
450	0.273
500	0.264
550	0.351
600	0.368
650	0.371
700	0.377
800	0.376
900	0.361
1000	0.348

Na Fig. (I.12) estão representados os valores de  $n(E_\gamma)$  em função da energia do fóton incidente. A função  $n(E_\gamma)$  apresenta um máximo em 700 MeV.

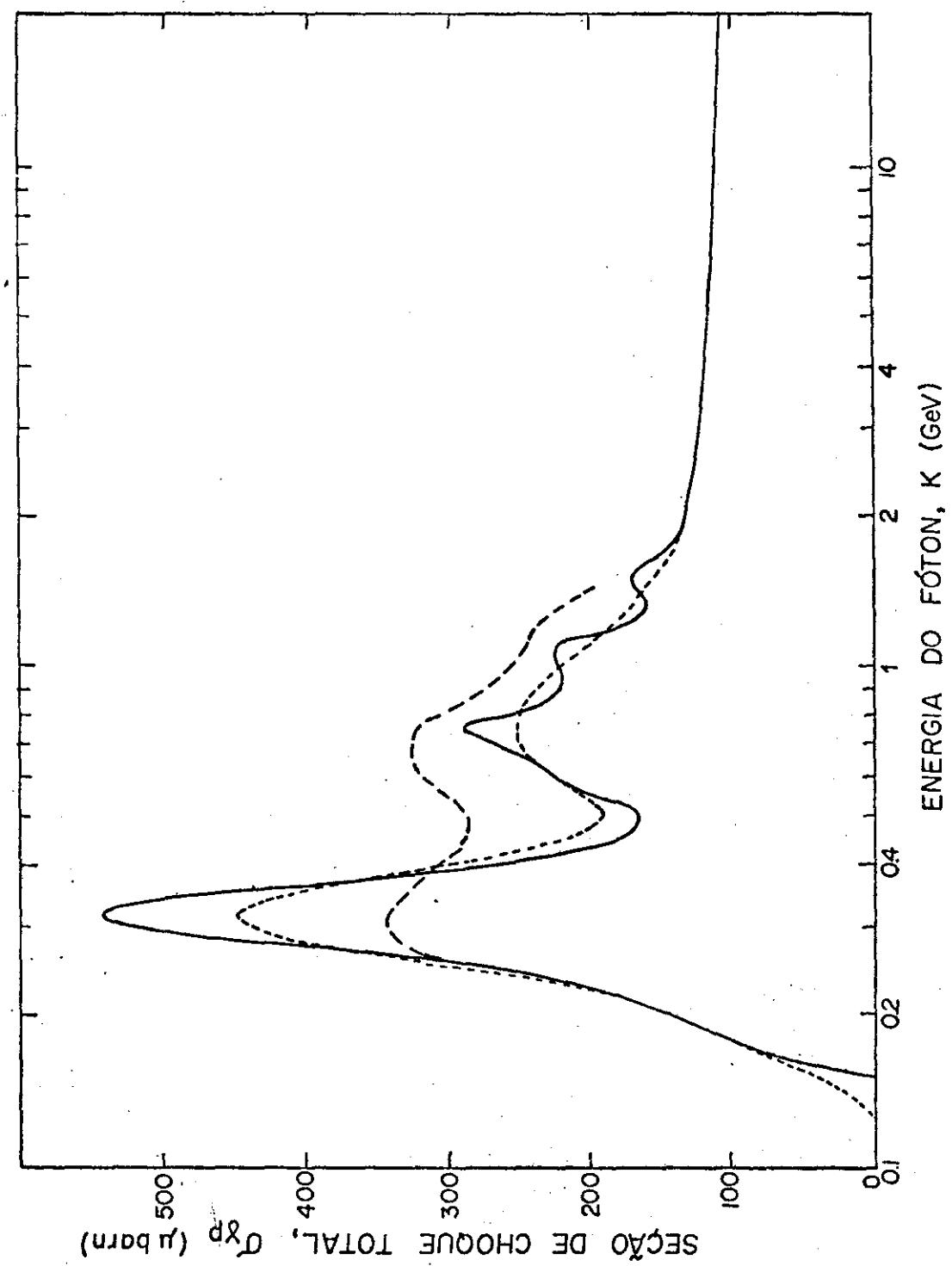


FIG. I. 2

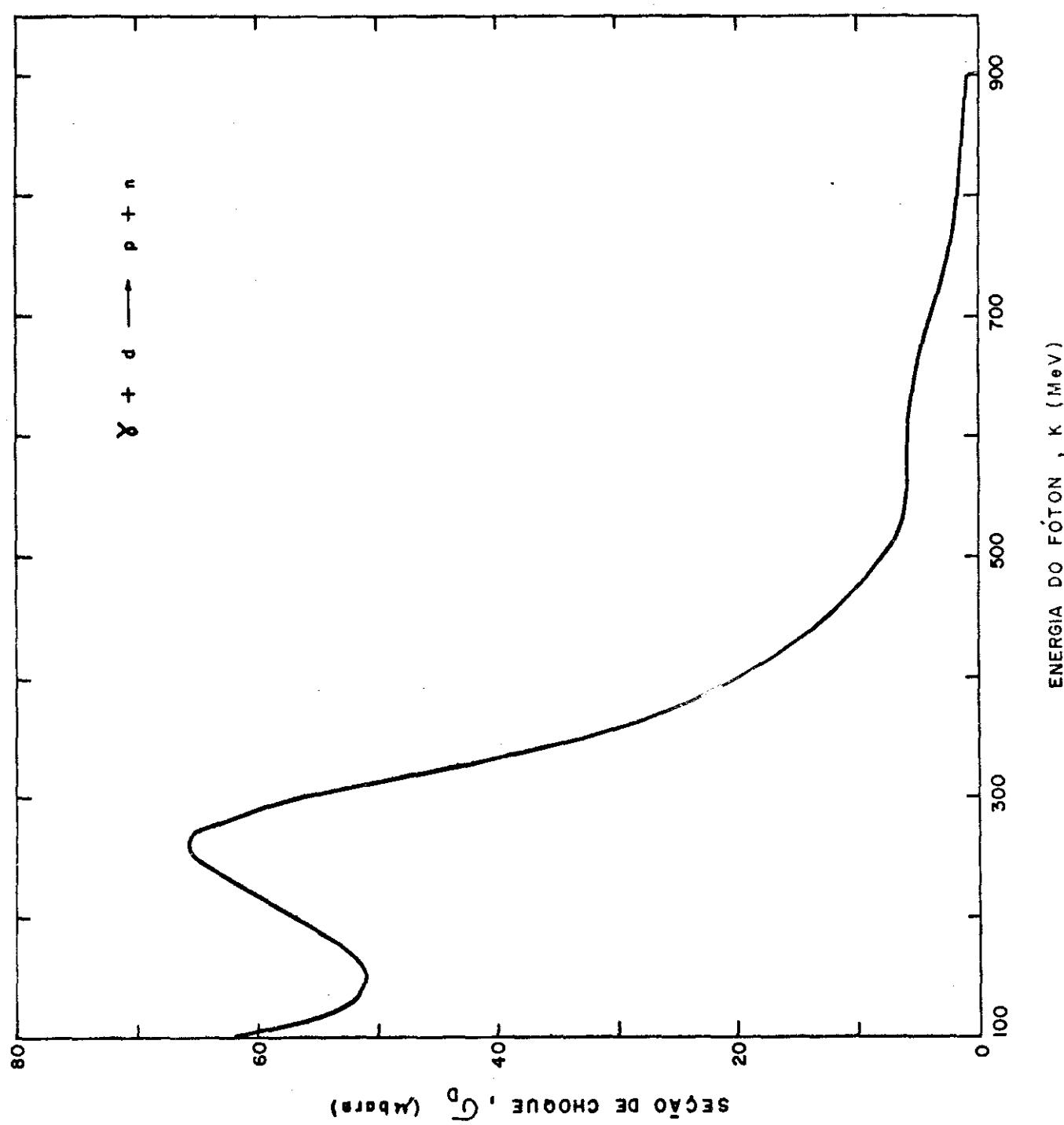


Fig. (I.3)

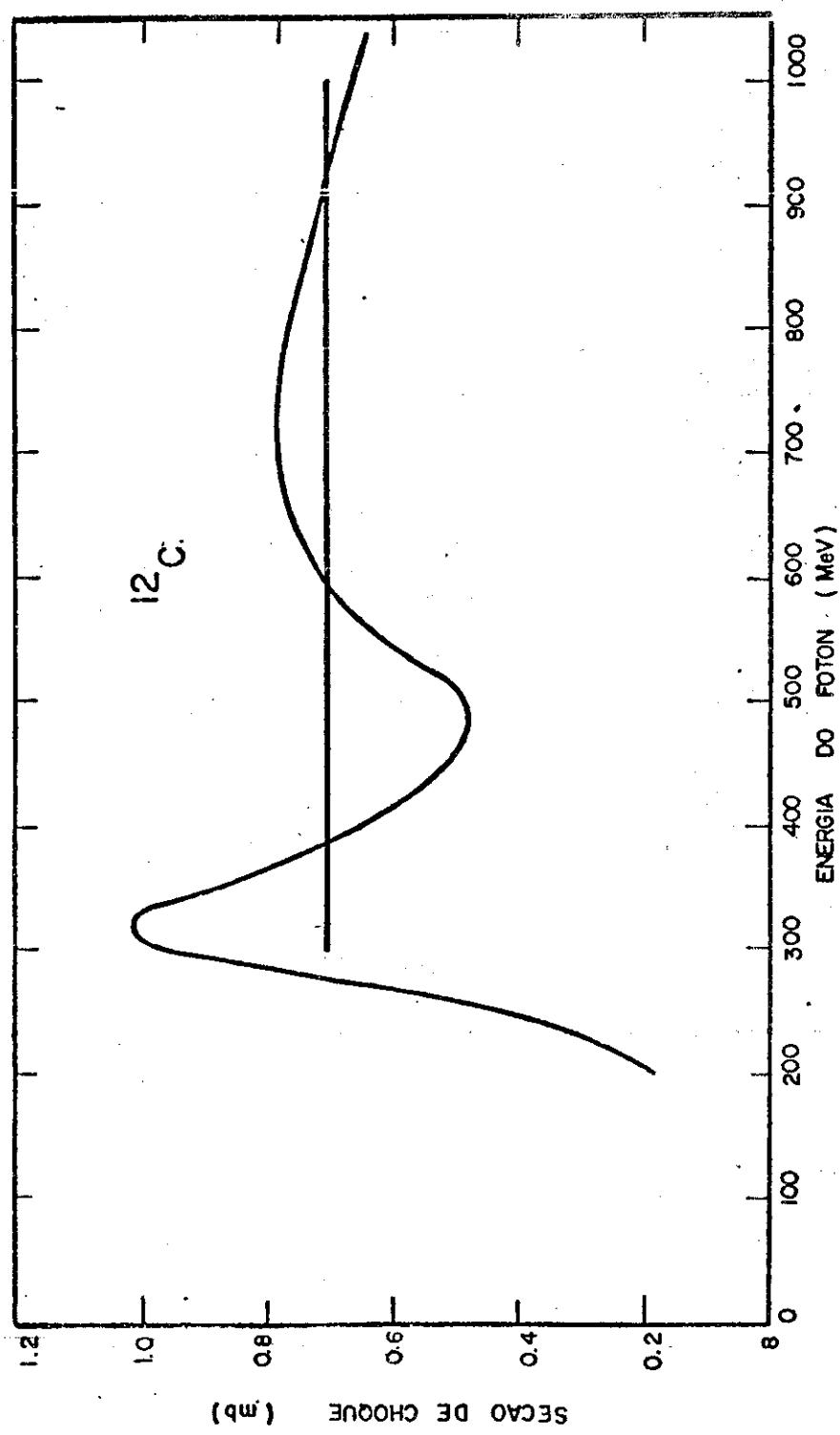


Fig. (T. 4)

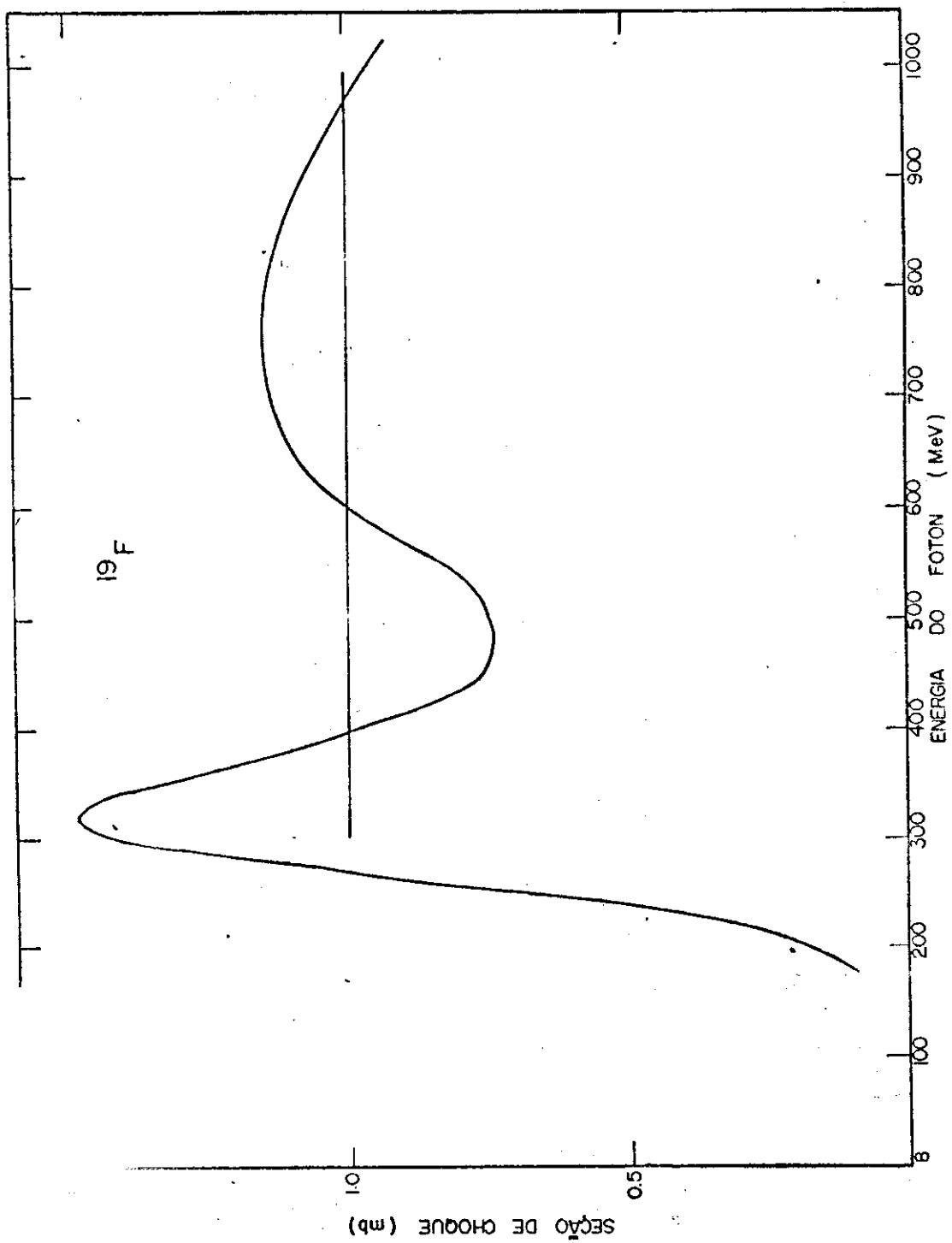


Fig. (I.5)

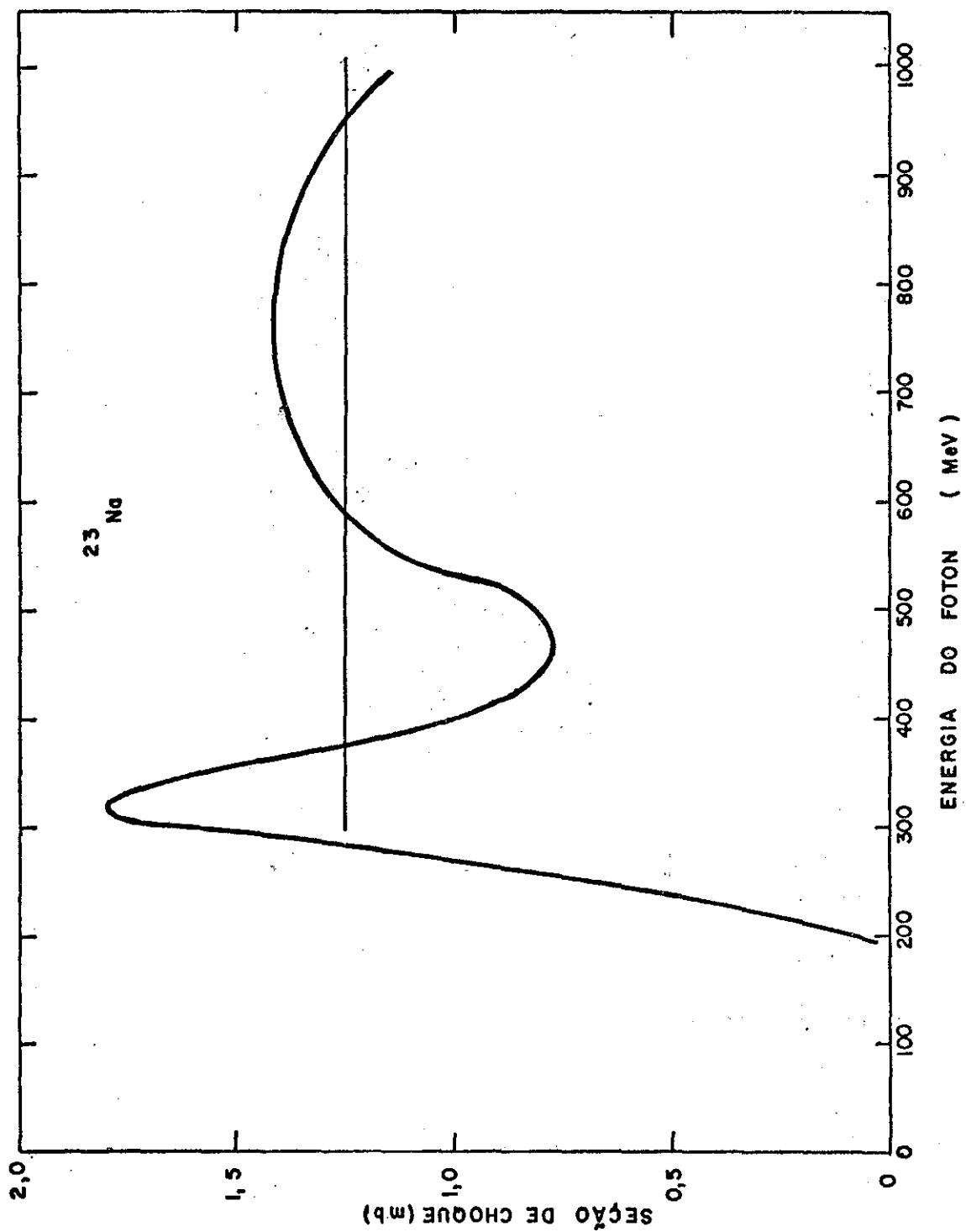


Fig. (I.6)

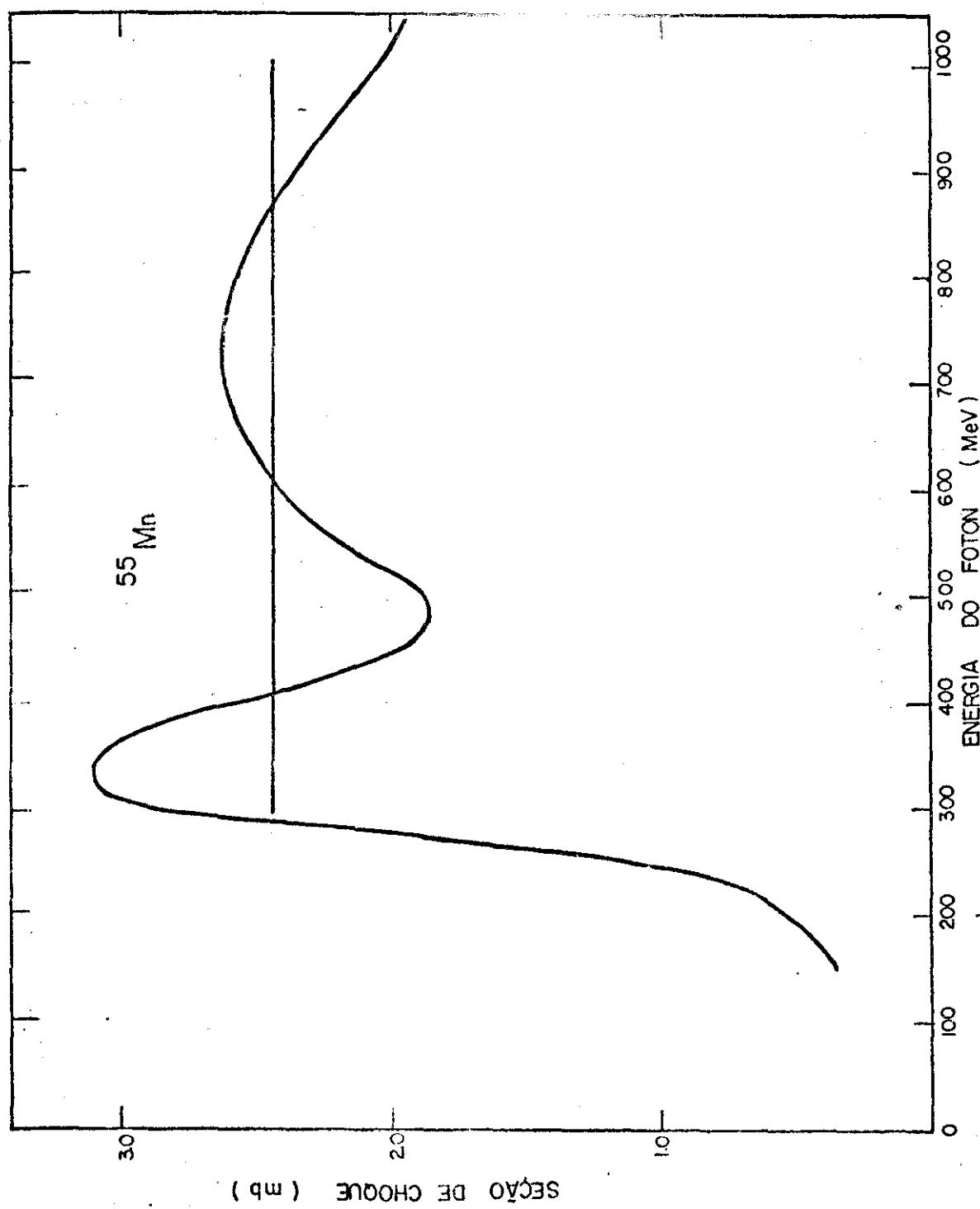


Fig. (I.7)

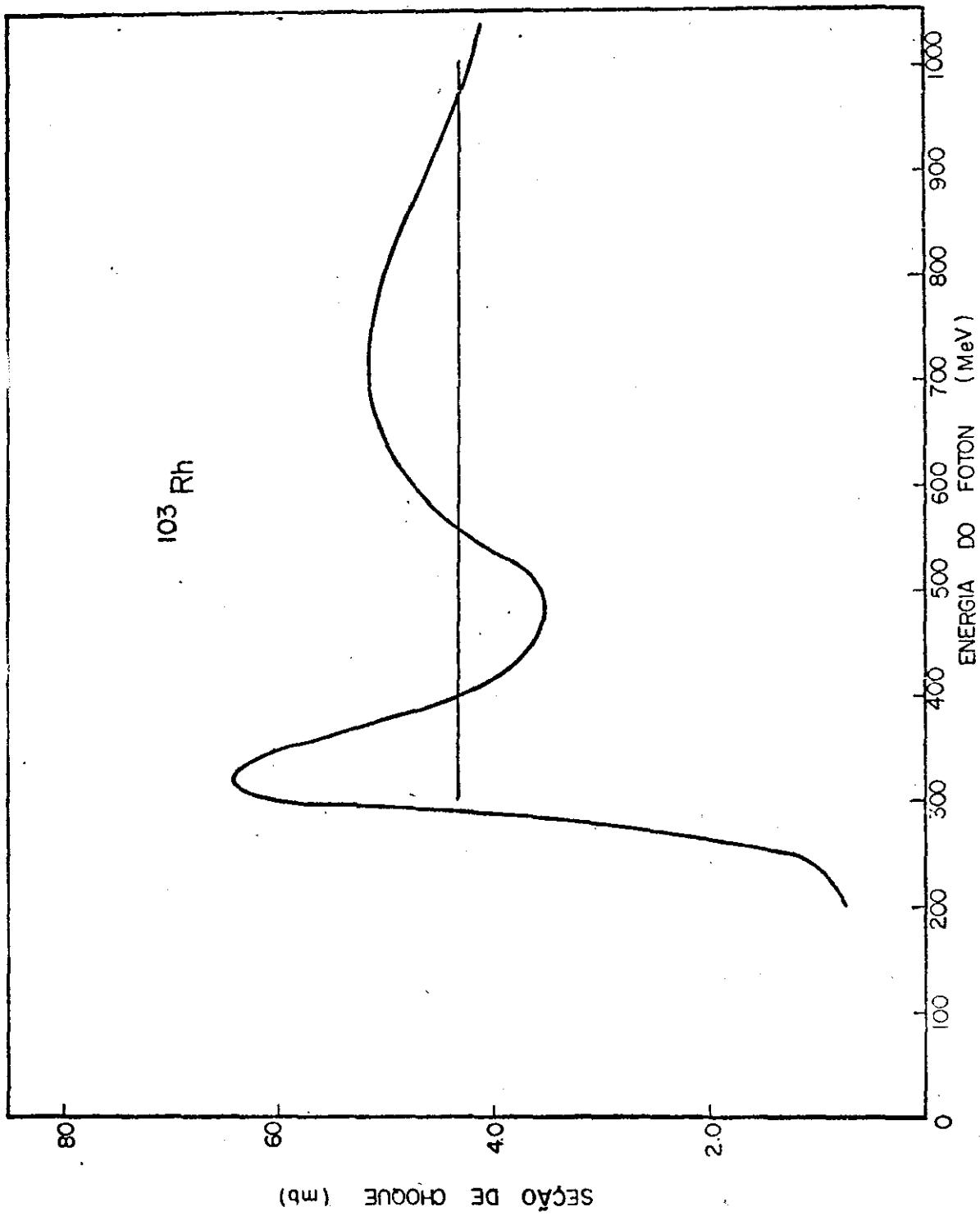


Fig. (I.8)

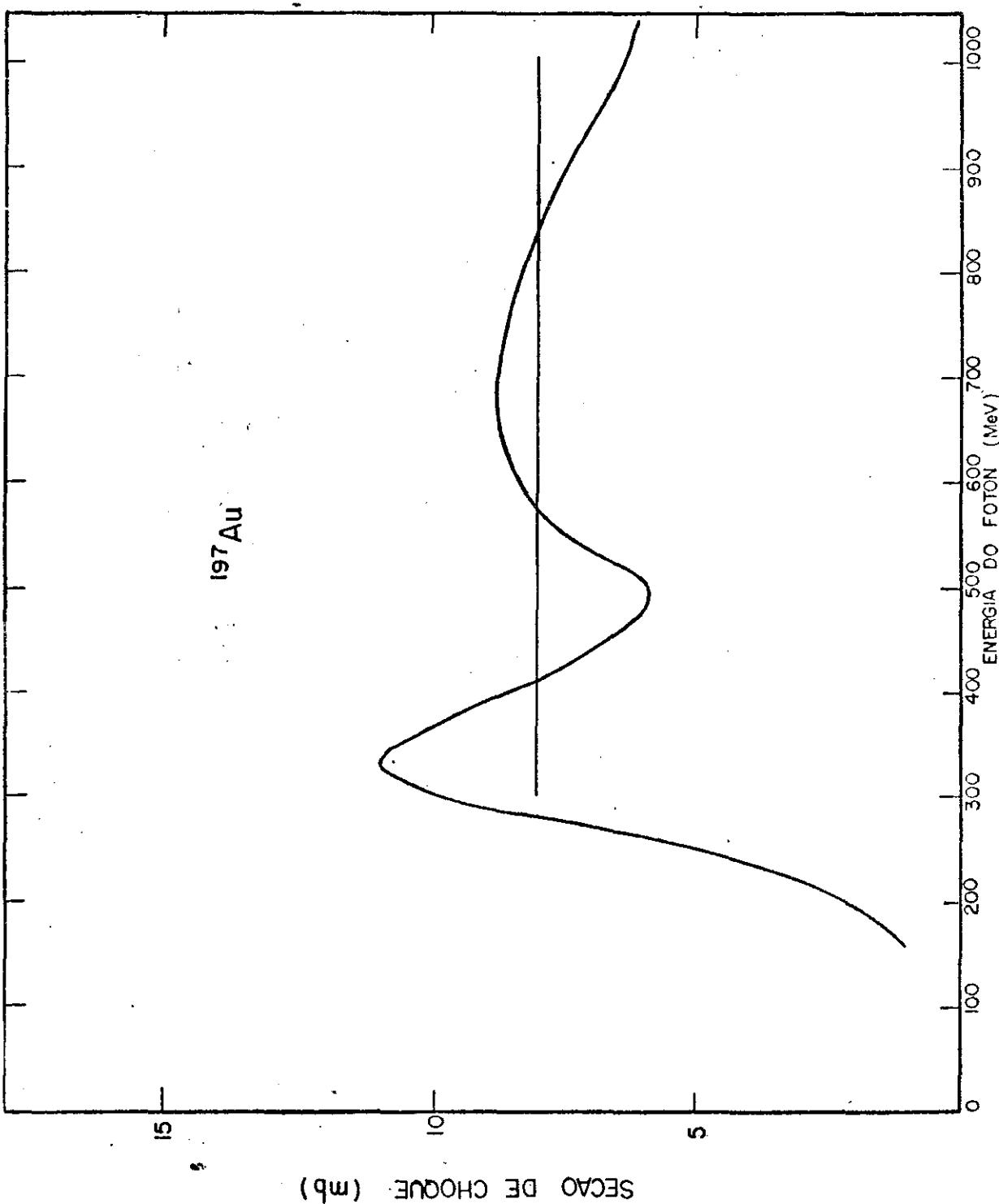


Fig. (I.9)

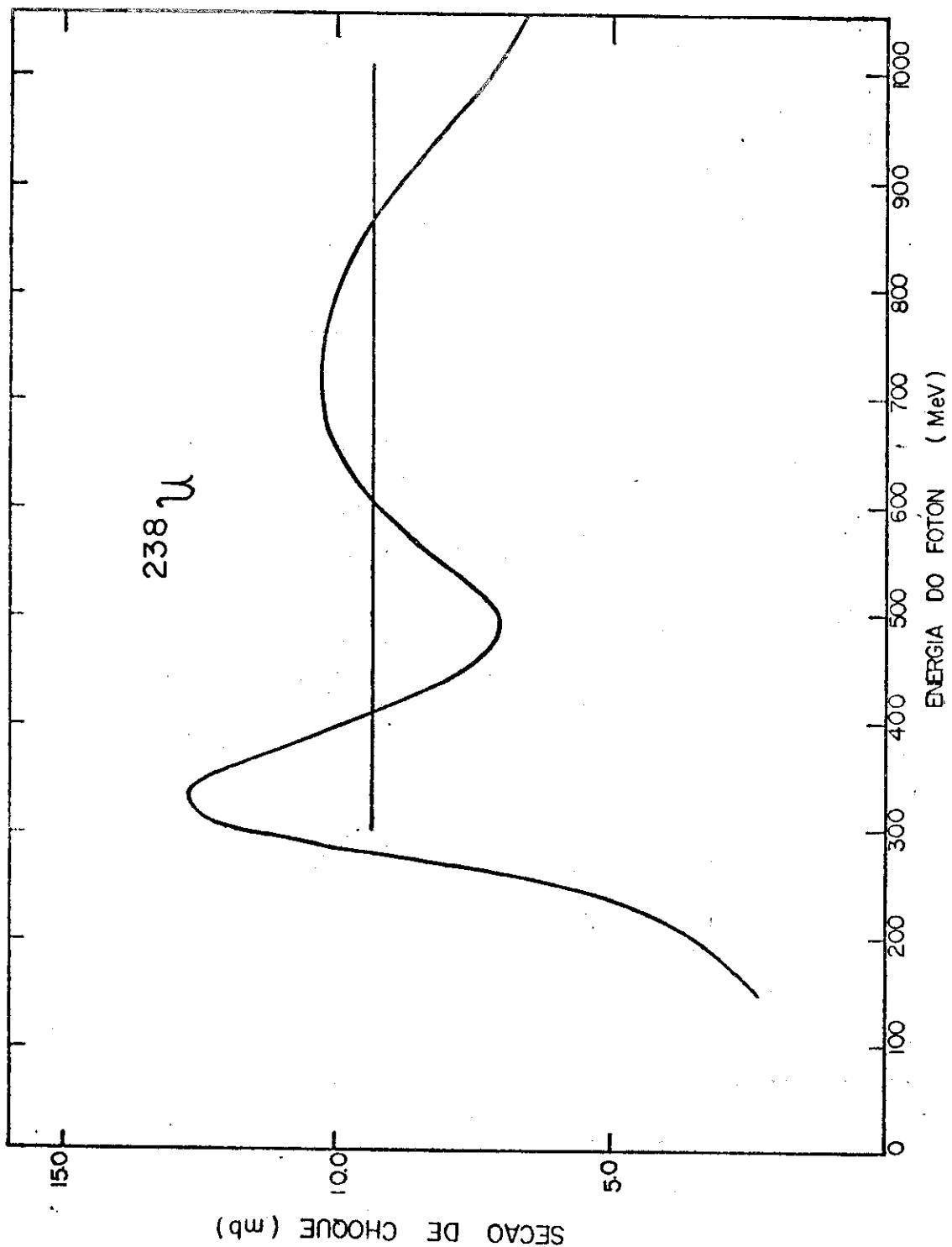


Fig. (I.10)

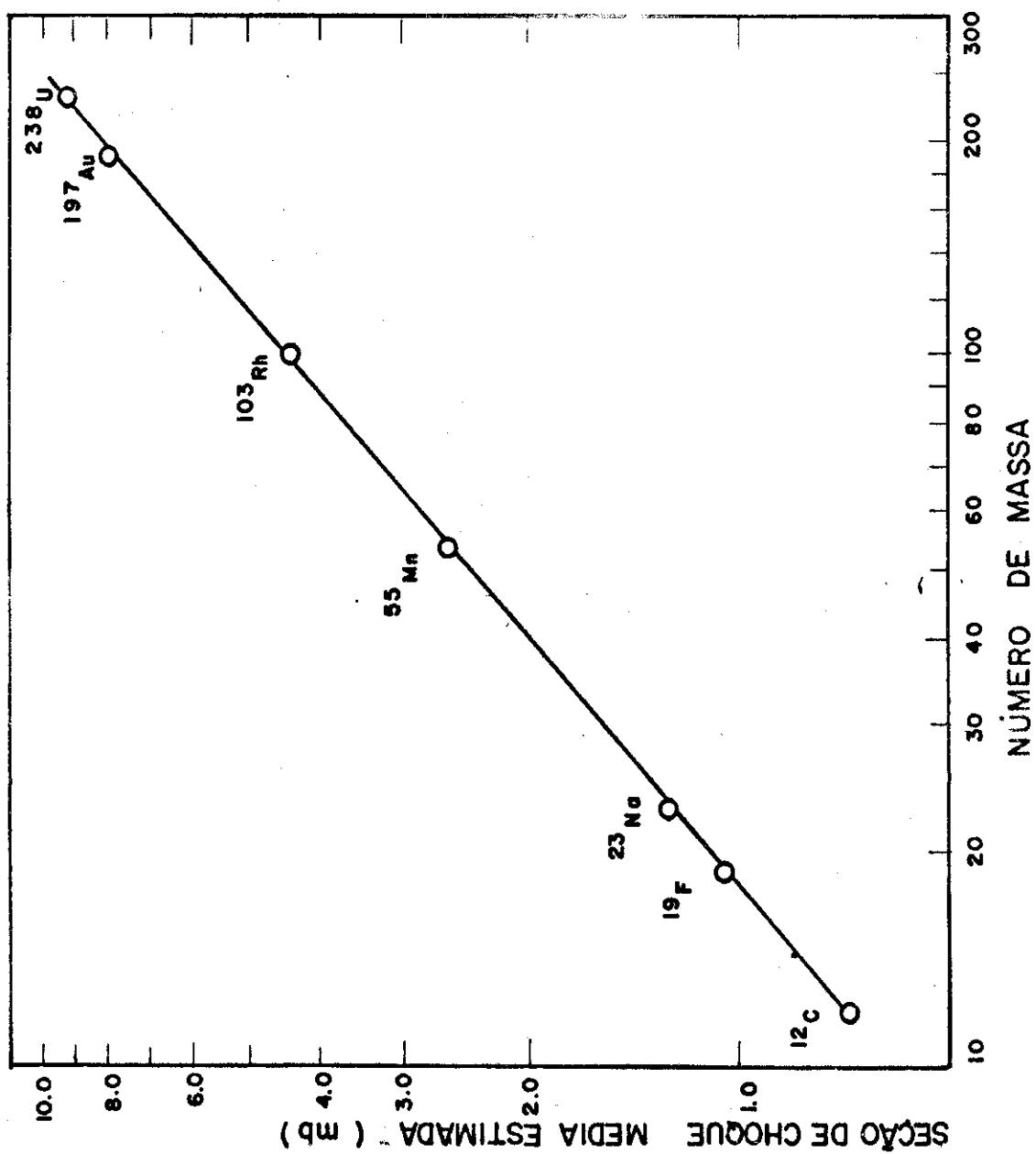


Fig. (I.11)

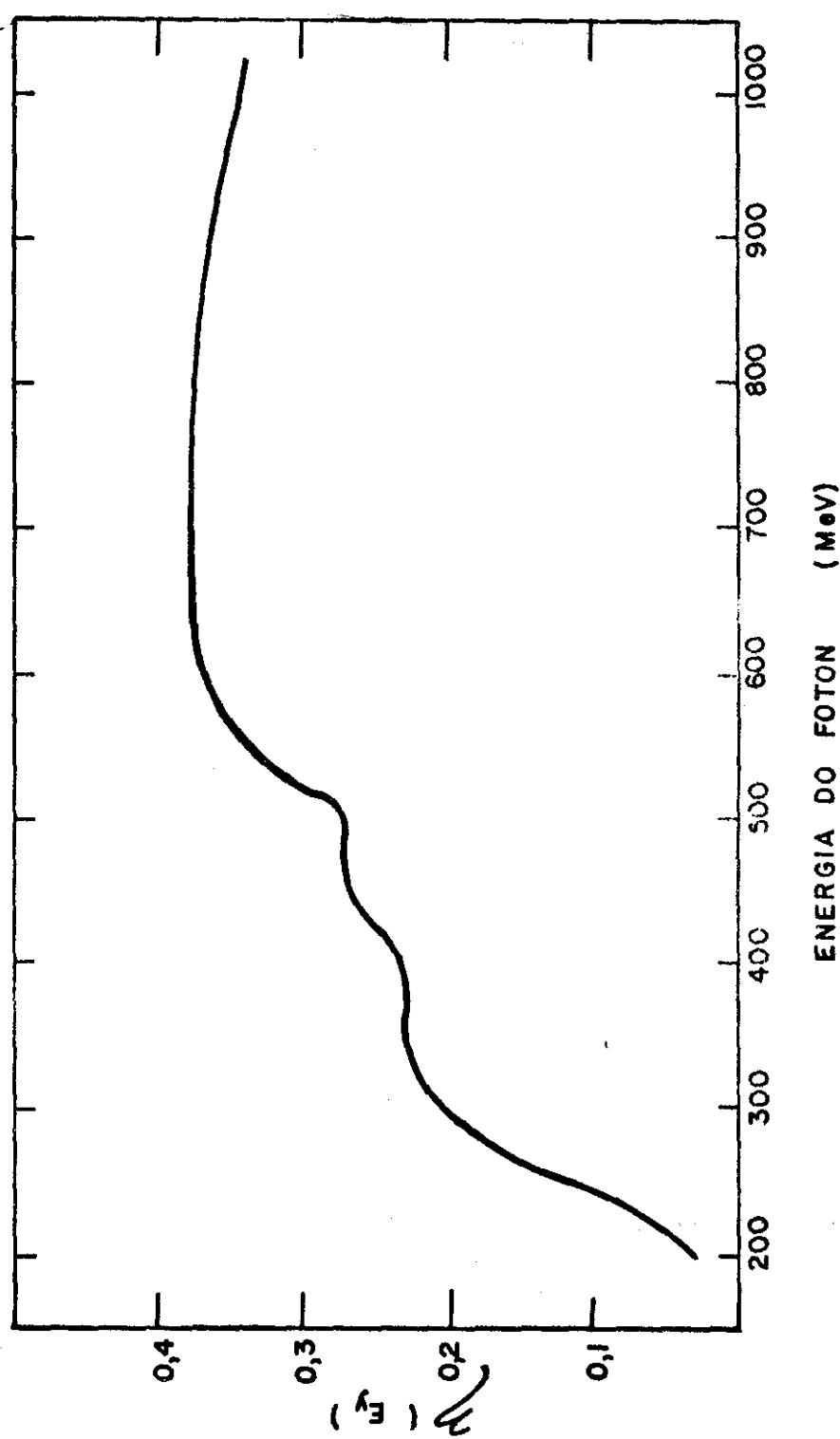


Fig. (I.12)

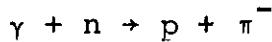
I.2-3 - Aplicação das Transparências Nucleares na Estimativa das Seções de Choque ( $\gamma, n$ )

Na estimativa dos valores mínimos que devem apresentar as seções de choque ( $\gamma, n$ ), poderemos utilizar fórmulas simples baseadas nas seguintes hipóteses fundamentais:

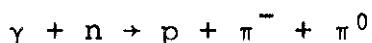
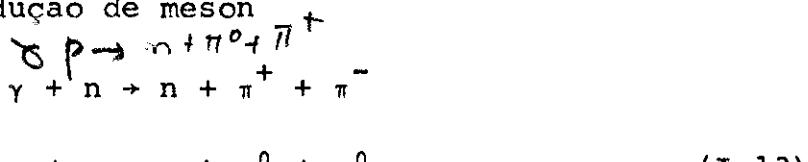
- i) - As interações primárias do fóton podem se realizar via Quasi-dêuteron através da reação



com a fotoprodução de um único méson por intermédio das reações



ou com dupla produção de méson



- ii) - Na reação (I.11) o próton será absorvido pelo núcleo e neutron abandonará o núcleo sem nenhuma interação posterior com os nucleons. Nas reações (I.12) e (I.13) o nucleon e o méson ou mésons fotoproduzidos deverão sair do núcleo sem nenhuma interação posterior com os nucleons.

- iii) - Os mésons e os nucleons fotoproduzidos descrevem trajetórias clássicas<sup>45</sup>.

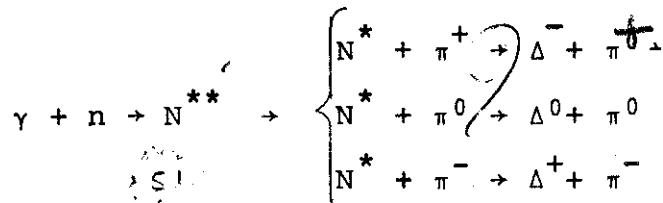
iv) - Utilizaremos as hipóteses usuais de simetria de carga nas quais as seções de choque das reações (I.12) satisfazem as identidades

$$\sigma(\gamma + n \rightarrow n + \pi^0) \equiv \sigma(\gamma + p \rightarrow p + \pi^0)$$

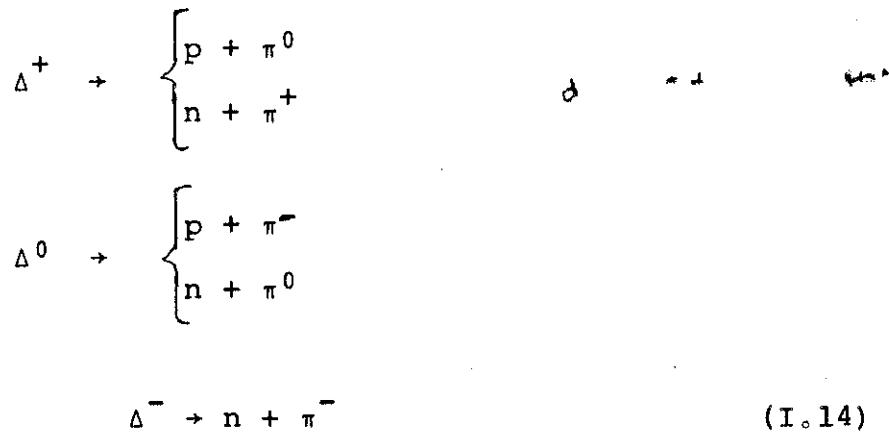
e

$$\sigma(\gamma + n \rightarrow p + \pi^-) \equiv \sigma(\gamma + p \rightarrow n + \pi^+)$$

v) - No caso das reações (I.13), teremos o aparecimento dos estados intermediários  $N^{**}$  ( $T=1/2$ ) e  $N^*$  ( $T=3/2$ ) isto é:



nas quais o isobar  $N^*$  (1236) produz as seguintes reações:



que nos levam ao conjunto de reações (I.13). Considerações relativas a problemas de conservação do spin isotópico nos mostra que a produção das reações (I.13) é na proporção 5:2:2<sup>57</sup>.

vi) - Como o isobar formado na fase intermediária decai rapidamente<sup>36</sup>, não levamos em conta as suas interações e o livre

caminho médio por ele percorrido.

Com as hipóteses acima formuladas, poderemos estabelecer que os limites inferiores para a estimativa das seções de choque  $(\gamma, n)$  podem ser obtidas através da expressão:

$$\sigma_{\min}(\gamma, n) = (A-Z) \left[ \sigma_{\pi^0}(E_\gamma) T_{\pi^0} T_n + \sigma_{\pi^-}(E_\gamma) T_{\pi^-} T_p + \right. \\ \left. + \sigma_{\pi^0 \pi^0}(E_\gamma) T_{\pi^0} T_{\pi^0} T_n + \sigma_{\pi^+ \pi^-}(E_\gamma) T_{\pi^+} T_{\pi^-} + \right. \\ \left. + \sigma_{\pi^- \pi^0}(E_\gamma) T_{\pi^-} T_{\pi^0} T_n \right] + \frac{L(A-Z)Z}{A} T_n (1-T_p) \sigma_D(E_\gamma) \quad (I.15)$$

onde  $T_{\pi^0} T_{\pi^-}$ ,  $T_{\pi^+}$ ,  $T_n$  e  $T_p$  são as transparências de núcleos complexos para méson ( $\pi^0$ ,  $\pi^-$  e  $\pi^+$ ) e nucleons (n, p). No Apêndice B estão apresentados os métodos de obtenção e os valores das transparências de núcleos complexos para mésons e nucleons;  $\sigma_{\pi^0}$ ,  $\sigma_{\pi^-}$ ,  $\sigma_{\pi^0 \pi^0}$ ,  $\sigma_{\pi^- \pi^+}$  e  $\sigma_{\pi^- \pi^0}$  são as seções de choque da interação do fóton com nucleons livres nas reações (I.12) e (I.13), corrigidas para o movimento dos nucleons, sendo levadas em consideração as hipóteses iv e v.  $\sigma_D$  é a seção de choque do deuteron livre. Os valores das seções de choque  $\sigma_{\pi^0}$  e  $\sigma_{\pi^-}$  foram retirados das referências 58,59 e estão representadas nas Figuras (I.13) e (I.14). Os valores de  $\sigma_{\pi^0 \pi^0}$ ,  $\sigma_{\pi^- \pi^+}$  e  $\sigma_{\pi^- \pi^0}$  foram retirados da referência 60 levando-se em consideração a hipótese v. A seção de choque da reação  $\gamma + p \rightarrow p + \pi^+ + \pi^-$  está representada na Figura (I.15). Nas Figuras as linhas tracejadas correspondem às correções para o movimento dos nucleons.

Na Tabela (I.4) são apresentados os resultados para os valores de  $\sigma_{\min}(\gamma, n)$  utilizando a fórmula (I.15). Nas Figuras de (I.16) à (I.19) representamos as seções de choque  $(\gamma, n)$  da Tabe-

la (I.4) versus a energia dos fótons incidentes.

TABELA I.4

$\sigma_{\min}(\gamma, n)$  (mb)

Energia ( MeV )	$^{12}\text{C}$	$^{55}\text{Mn}$	$^{103}\text{Rh}$	$^{238}\text{U}$
150	0.12	0.42	0.65	1.00
200	0.29	0.81	1.20	2.00
250	0.54	1.28	1.80	3.20
280	0.59	1.35	1.91	3.42
300	0.58	1.25	1.82	3.26
350	0.39	0.82	1.25	2.30
400	0.25	0.52	0.79	1.56
500	0.18	0.30	0.30	0.73
600	0.22	0.31	0.15	0.28
650	0.24	0.35	0.20	0.20
700	0.23	0.35	0.25	0.18
800	0.18	0.26	0.24	0.28
900	0.13	0.18	0.19	0.18
1000	0.12	0.14	0.17	0.14

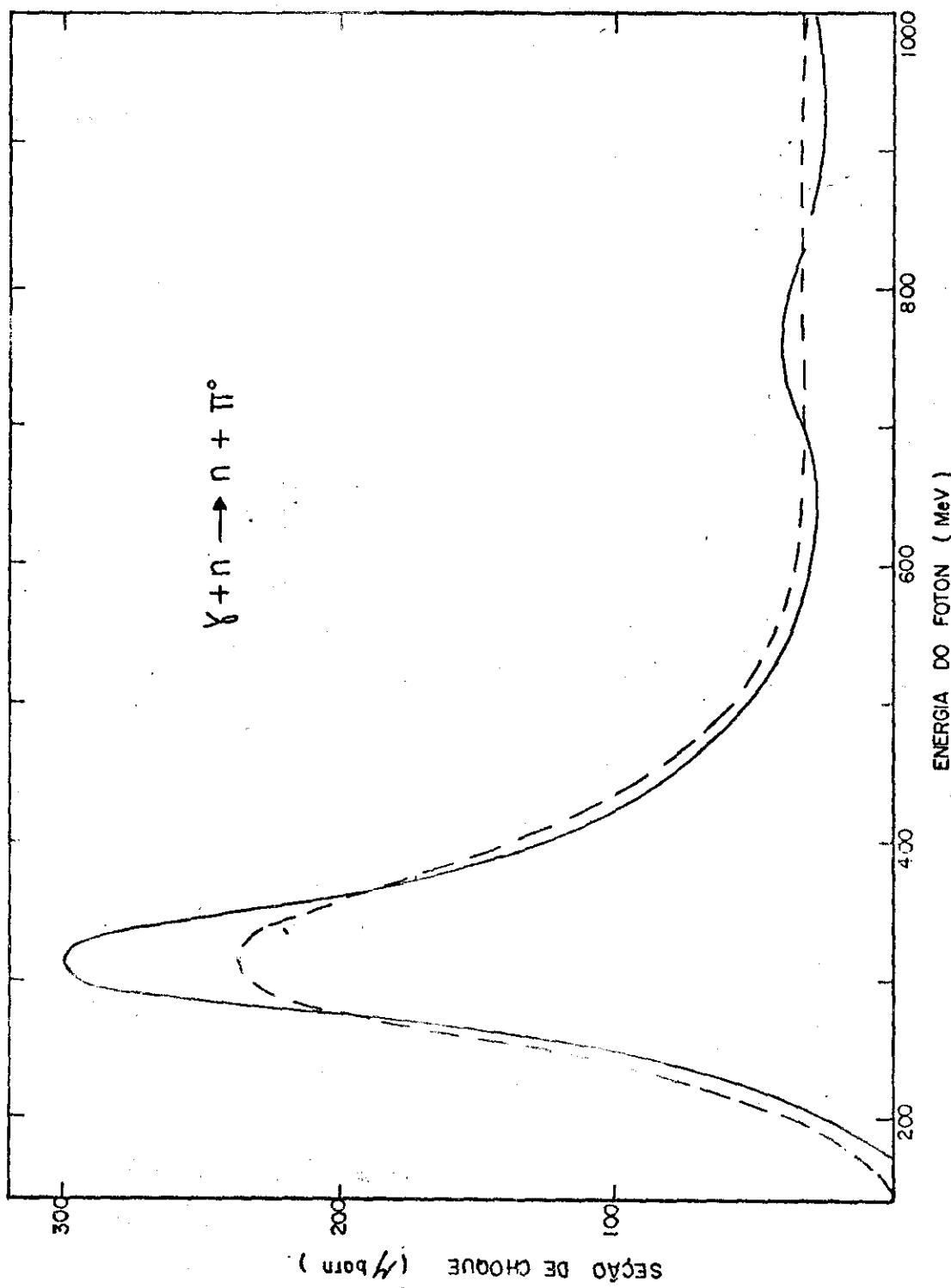


Fig. (I.13)

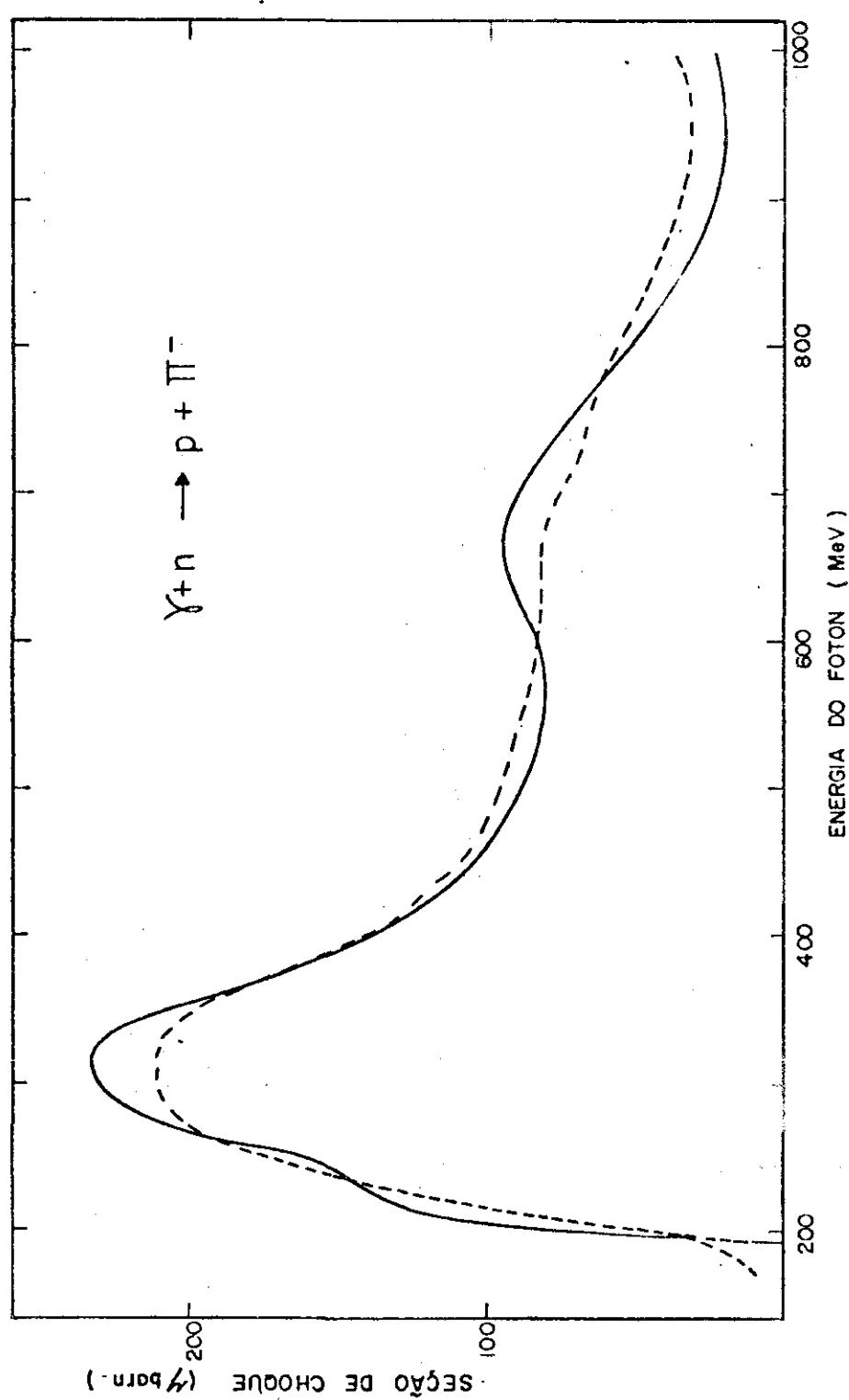


Fig. (I.14)

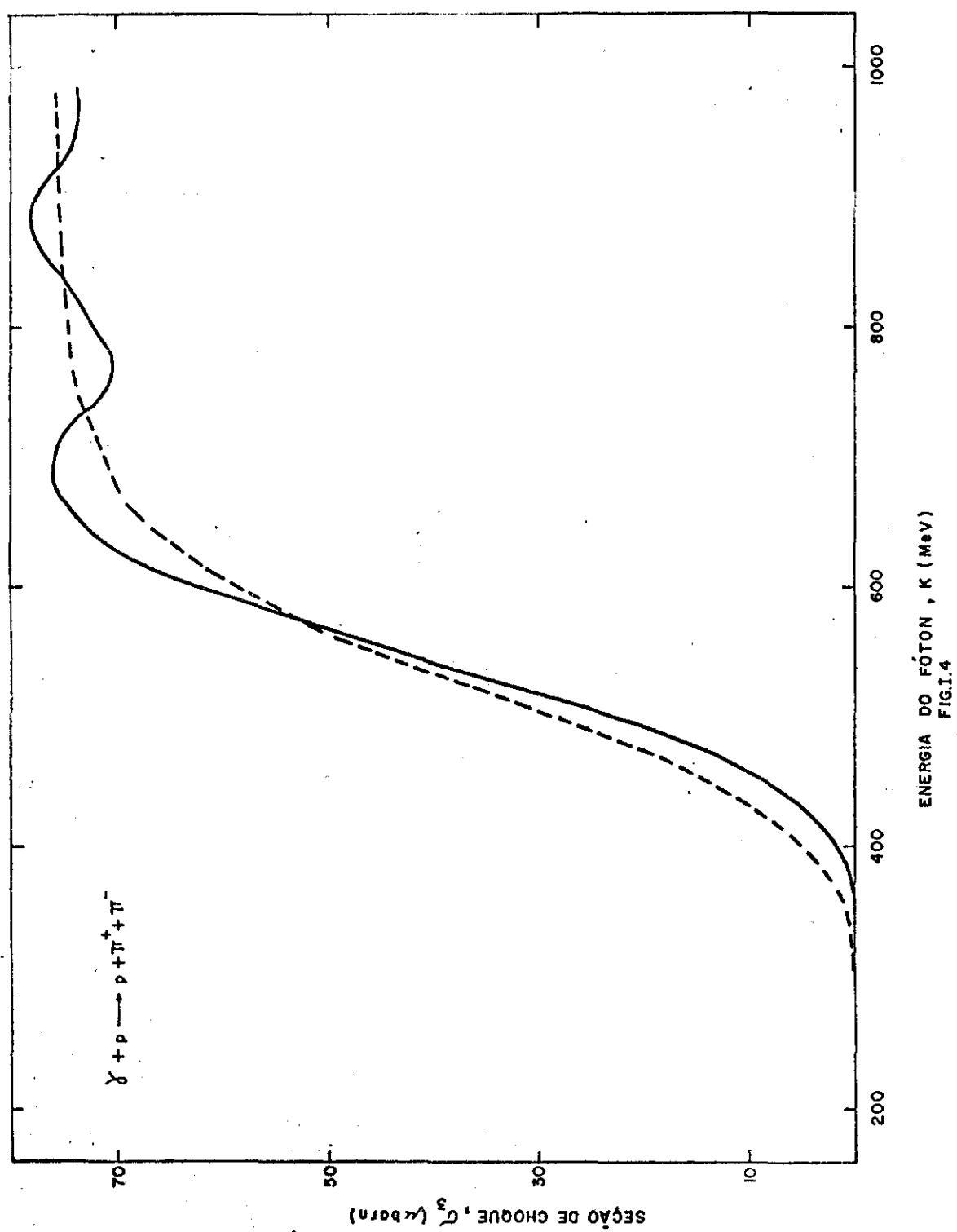


Fig. (I.15)

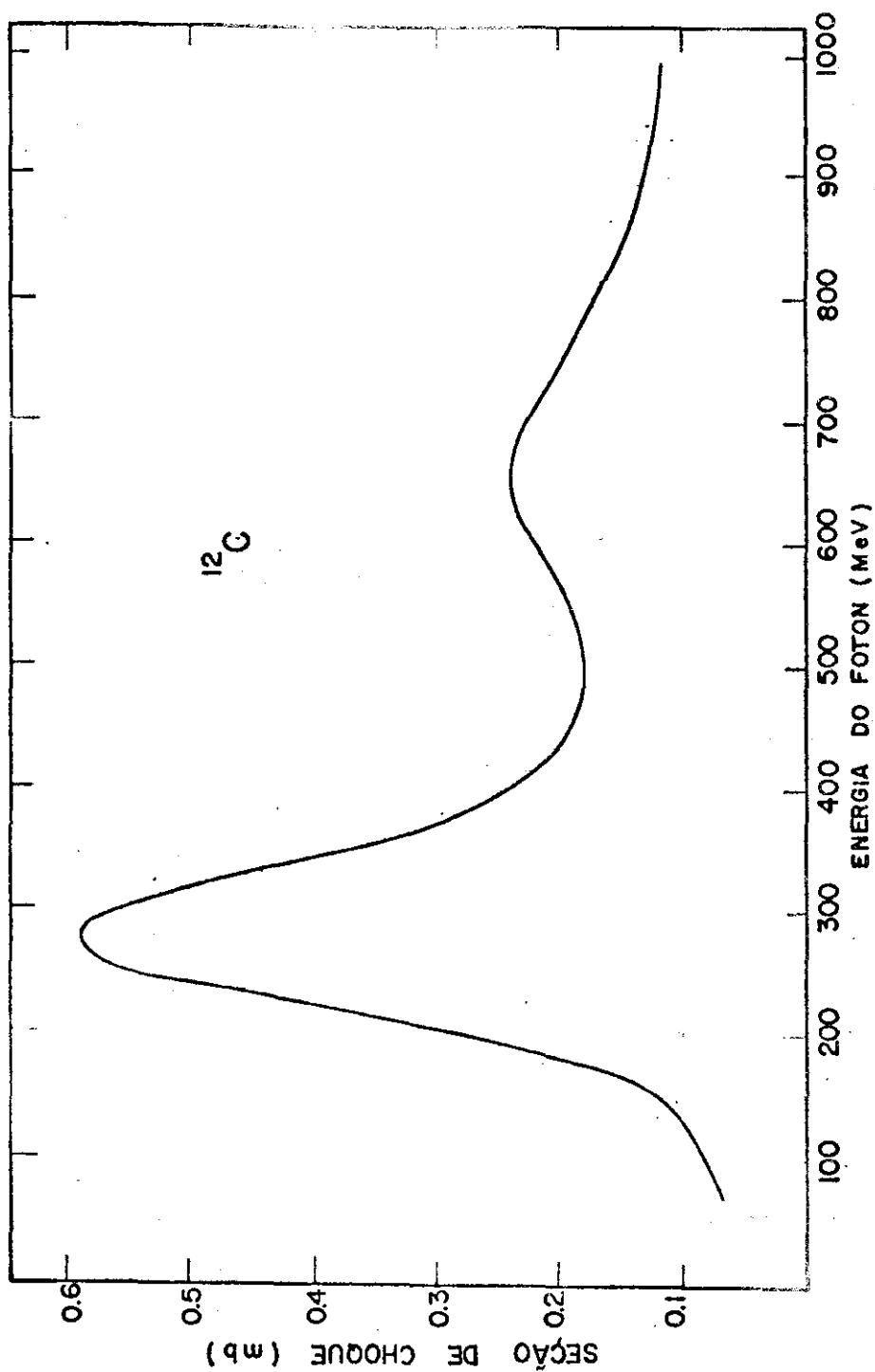


Fig. (I.16)

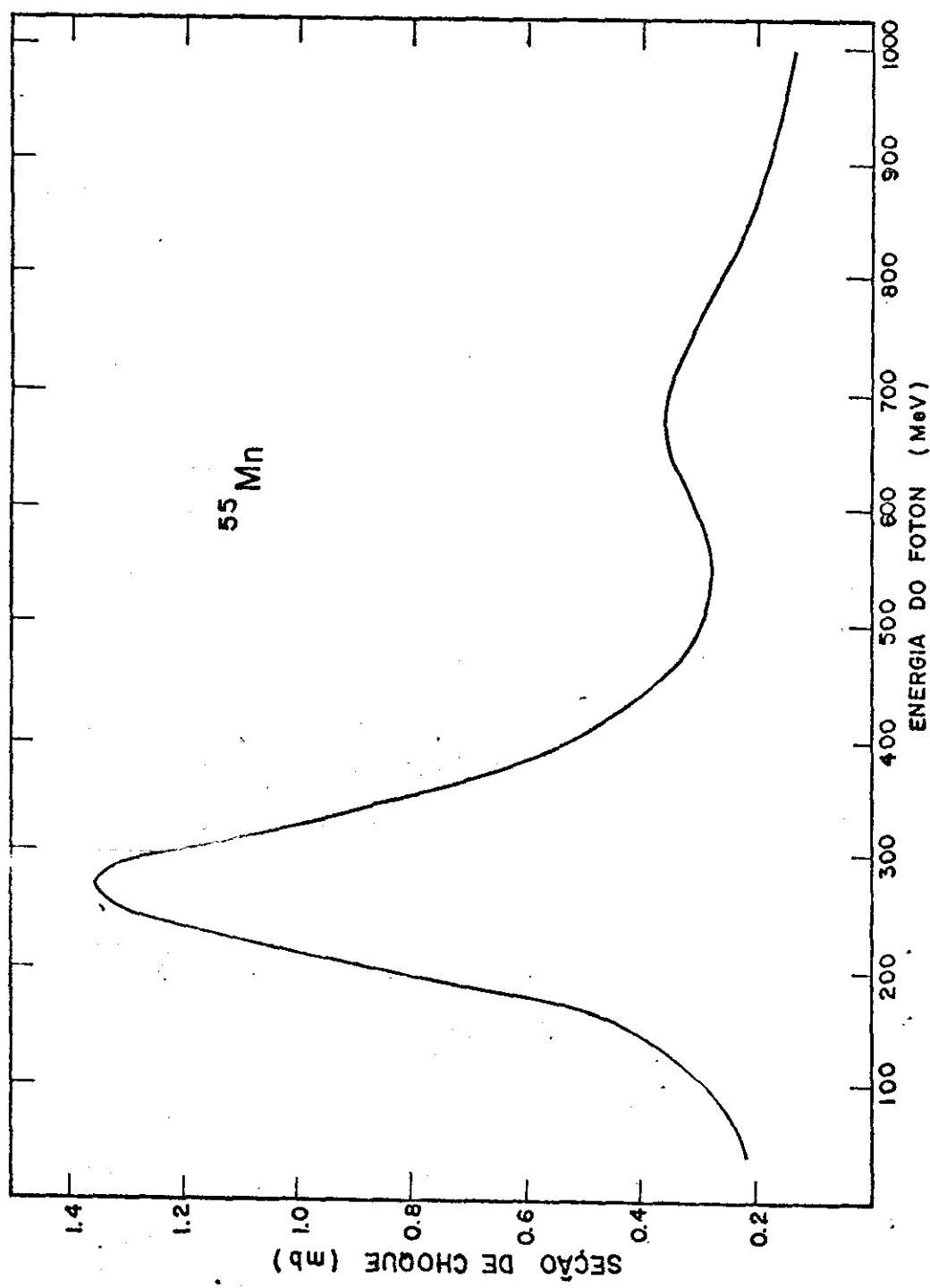


Fig. (I.17)

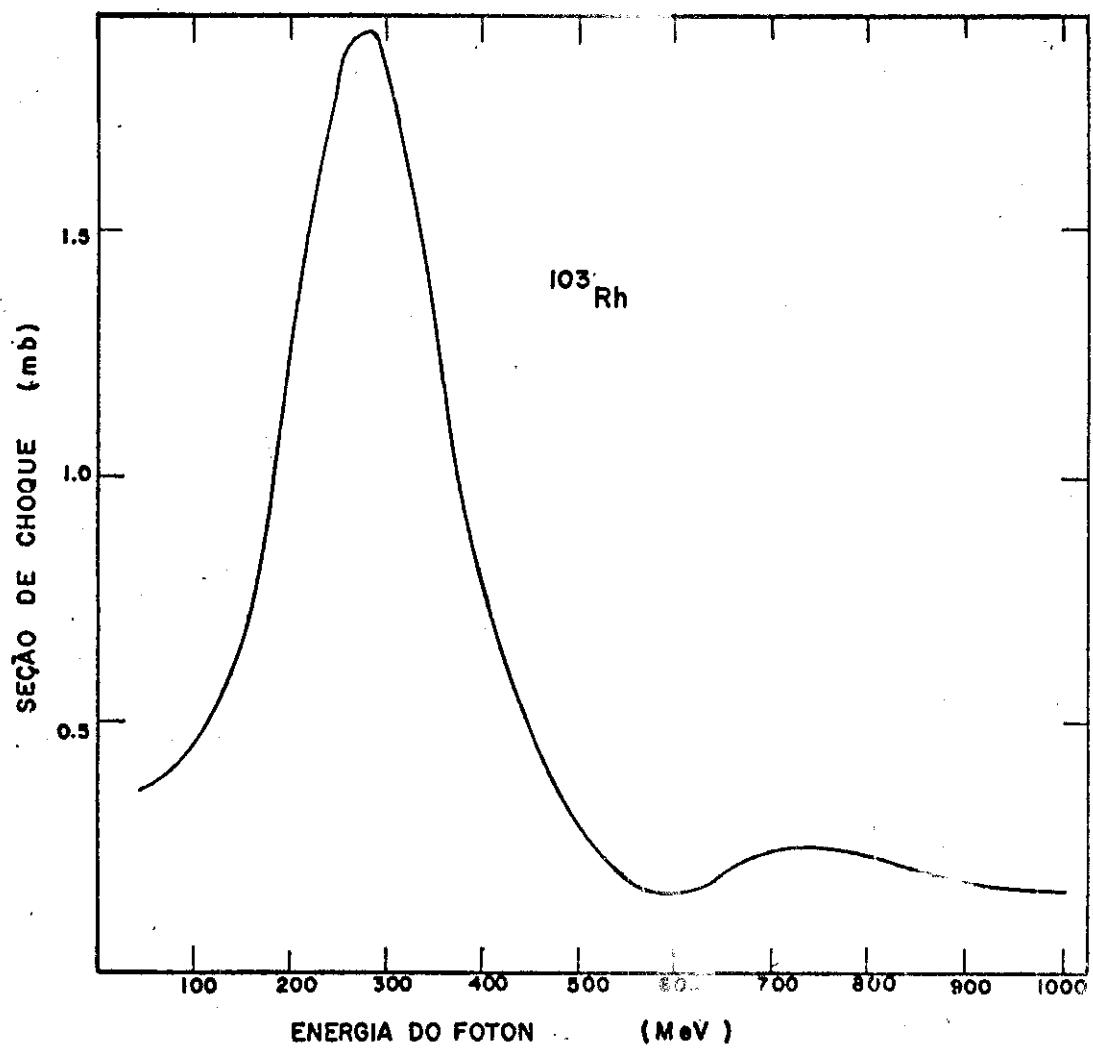


Fig. (I.18)

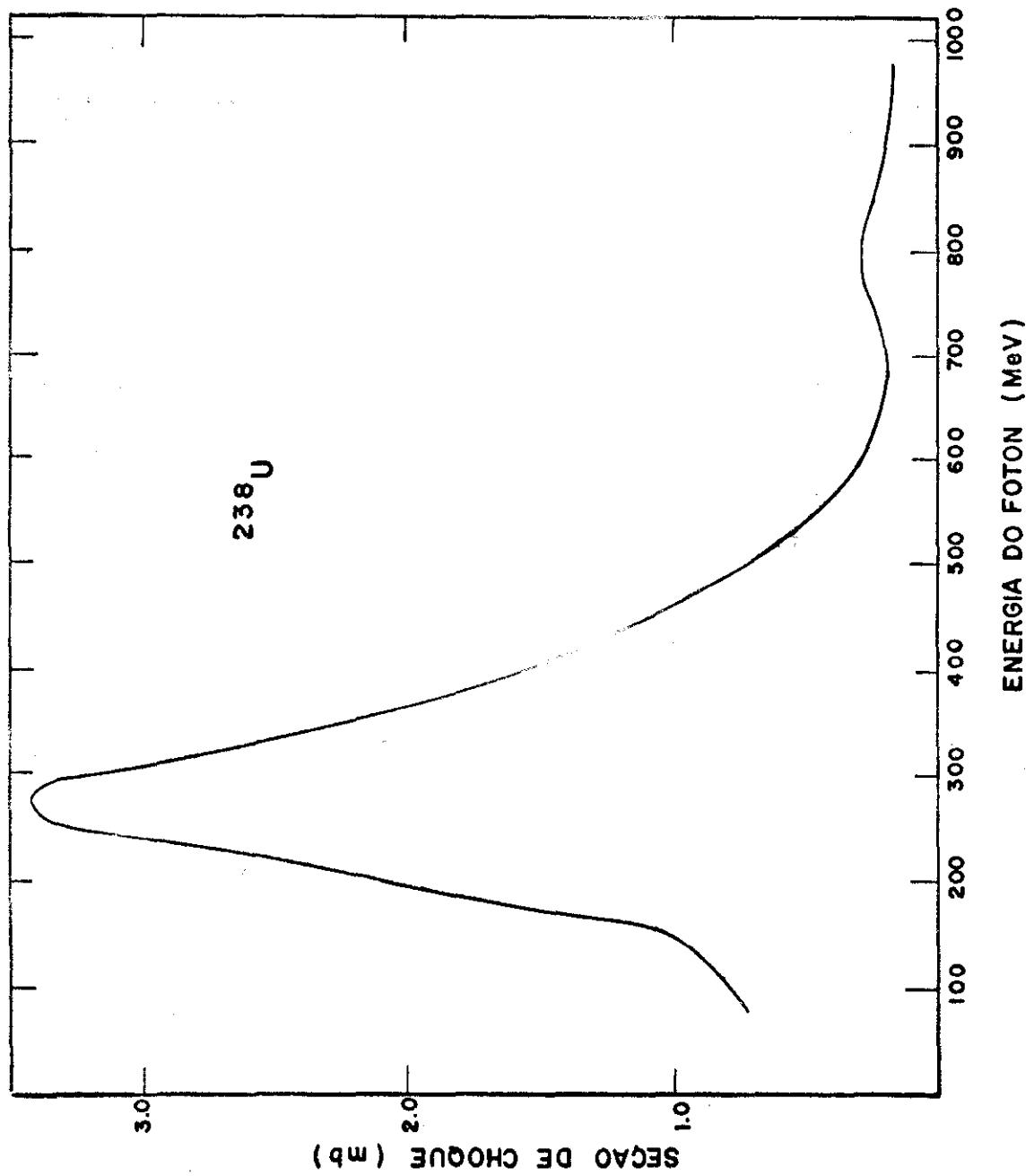


Fig. (I.19)

## CAPÍTULO II

### II - Procedimentos Experimentais - Métodos Utilizados

#### - Determinação da Seção de Choque Absoluta

##### II.1 - Introdução

Os resultados experimentais estão apresentados nos trabalhos por nós realizados em reações fotonucleares no intervalo de energia de 300 MeV a 1000 MeV e podem ser encontrados nas referências de 15 à 27. Daremos neste Capítulo uma síntese desses resultados e em linhas gerais os métodos e processos utilizados para as suas obtenções. Em nossas experiências para a irradiação dos alvos, utilizamos os feixes de bremsstrahlung produzidos no sincro-sincrotron de Frascati (Itália) e no Acelerador de Orsay (França).

A grandeza por nós determinada a partir de resultados experimentais foi a seção de choque por quantum equivalente  $\sigma_Q(E_0)$  que é obtida através da seguinte expressão:

$$\sigma_Q(E_0) = \frac{N_e}{N_a \times Q}$$

sendo  $N_e$  o número total de eventos da reação em estudo,  $N_a$  o número de átomos por unidade de superfície do alvo  $Q$  a dose total incidente no alvo durante a irradiação. A determinação do número de eventos  $N_e$  da reação estudada foi obtida por intermédio do método de ativação, isto é, pela atividade gama do núcleo residual na amostra, utilizando os processos usuais de espectrometria gama. A dose  $Q$  foi de

terminada quer por intermédio do Quantômetro do tipo Wilson, por gaiolas de Faraday ou através dos nossos próprios monitores<sup>21</sup>.

## II.2 - Resultados Experimentais

### a) - Reação $^{12}\text{C}(\gamma, n)^{11}\text{C}$

Folhas de polietileno contendo  $8.4 \times 10^{21}$  átomos de carbono por centímetro quadrado foram expostas a incidência normal do feixe de bremsstrahlung do sincro-sincrotron de Frascati, sendo os radiadores de tântalo de 0.05cm de espessura. O feixe foi finamente colimado e a seção geométrica sobre o alvo apresentava 1cm de diâmetro. Os valores da energia apresentaram erros de  $\pm 5$  MeV a 1000 MeV e  $\pm 15$  MeV a 300 MeV.

A medida da dose foi realizada num quantômetro de tipo Wilson, sendo  $4.79 \times 10^{18}$  MeV/c a constante do quantômetro. A atividade gama dos núcleos de carbono  $^{11}\text{C}$  produzidas no alvo foi determinada utilizando detectores de NaI de 3" x 3", dentro dos processos usuais da espectrometria gama. A Tabela (II.1) apresenta os resultados da seção de choque por quantum equivalente da reação  $^{12}\text{C}(\gamma, n)^{11}\text{C}$  em vários valores máximos das energias dos espectros de bremsstrahlung.

Na Figura (II.1) nós apresentamos os resultados das seções de choque por quantum equivalente versus o logarítmico natural da energia máxima do espectro de bremsstrahlung. Para comparação com os nossos resultados apresentamos também os valores obtidos por Masaike<sup>14</sup>.

Na Figura (II.1) os nossos resultados estão representa-

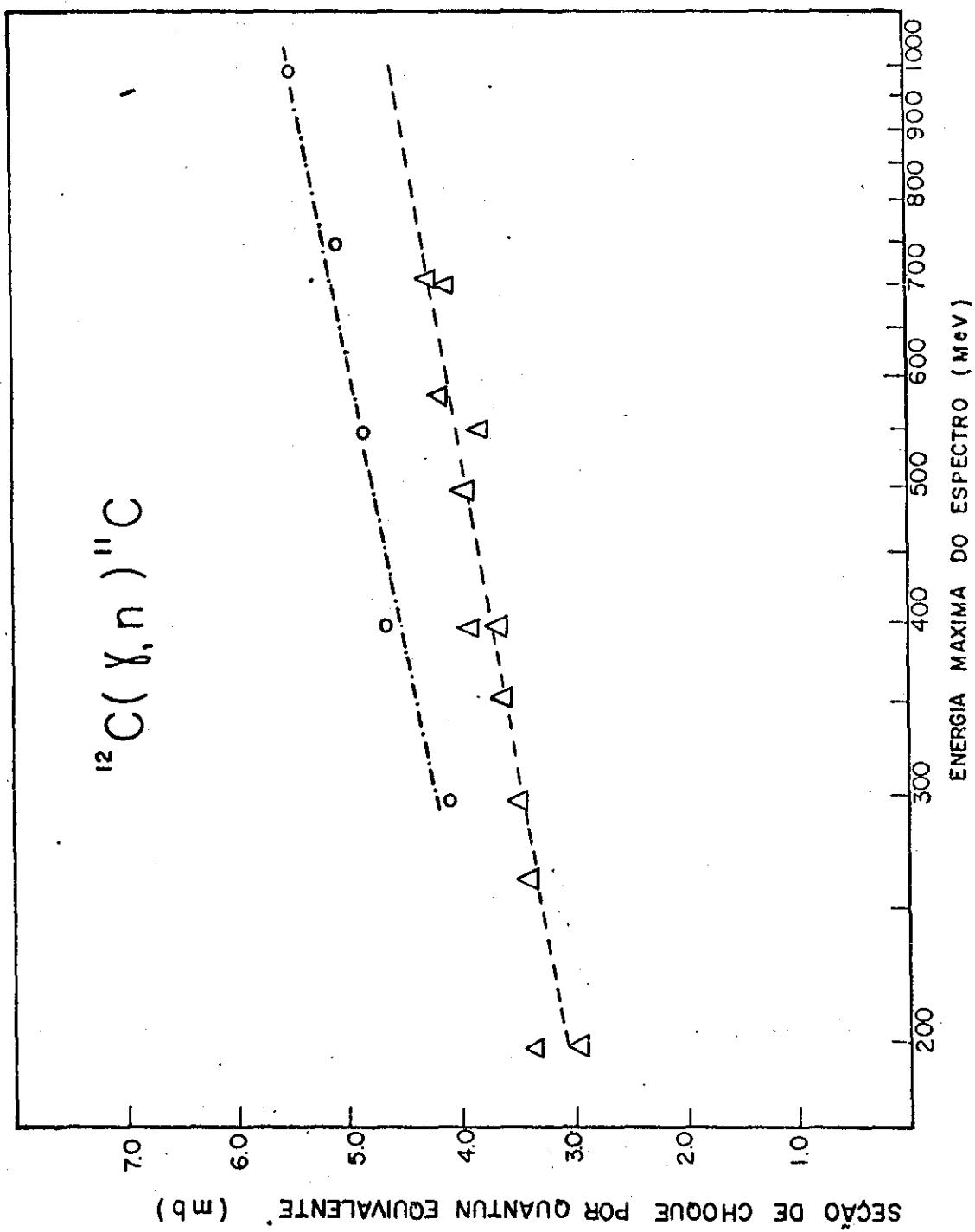
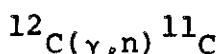


Fig. (II.1)

TABELA II.1



Energia (MeV)	$\sigma_Q(E_0)$ Seção de Choque por Quan- tum Equivalente (mb)
300	4.12 ± 0.2
400	4.67 ± 0.2
550	4.87 ± 0.2
750	5.05 ± 0.2
1000	5.50 ± 0.2

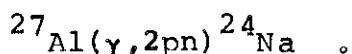
dos por círculos e os de Masaike<sup>14</sup> por triângulos. A linha traço-ponto (---·---·---) representa o ajuste realizado pelo método dos mínimos quadrados para os nossos pontos experimentais e a linha traceljada (— — — — —) o ajuste pelo método dos mínimos quadrados dos valores experimentais de Masaike.

b) - Reação  $^{19}\text{F}(\gamma, n)^{18}\text{F}$

b.1 - Primeiro Conjunto de Resultados Experimentais<sup>21</sup>

Folhas de teflon (76% de  $^{19}\text{F}$ ) de 2.5mm de espessura foram expostas à incidência normal do feixe de bremsstrahlung do eletrosincrotron de Frascati, sendo os radiadores de tântalo de 0.5mm de espessura. O feixe não sofreu colimação. Para assegurar que o feixe incidia dentro dos limites geométricos do alvo nos dois valores limites da energia (300 MeV e 1000 MeV), a sua seção geométrica foi determinada utilizando filmes polaroides e a ativação de folhas de

ouro, colocadas normalmente à direção de propagação do feixe. A medida da dose foi realizada por um quantômetro de Wilson, sendo a constante do quantômetro  $4.79 \times 10^{18}$  MeV/c. Foram utilizados também, na medida da dose folhas de alumínio como monitores<sup>21</sup> levando-se em consideração a reação



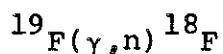
Um detetor 3" x 3" de NaI(Tl) foi usado para medir as atividades do <sup>18</sup>F no alvo irradiado. O detetor está associado a um analisador de 400 canais (Laben). Os alvos foram colocados a 3cm do detetor e correções para o caso de fontes geometricamente extensas foram feitas, utilizando as tabelas de Grossjean e Bossaert<sup>61</sup>. A eficiência do detetor para fôtons de diferentes energias da amostra foi determinada utilizando fontes calibradas e o desvio padrão efectivo não foi maior do que 1%.

Os valores da seção de choque por quantum equivalente podem ser vistos na Tabela (II.2), em função das energias máximas dos espectros de bremsstrahlung e foram obtidos utilizando-se o quantômetro de Wilson para medir as doses.

Na Figura (II.2) estão representados os valores das seções de choque por quantum equivalente versus o logarítmico natural da energia máxima do espectro de bremsstrahlung. Os círculos representam os valores de  $\sigma_Q(E_0)$  medindo-se a dose pelo quantômetro de Wilson e os triângulos os valores de  $\sigma_Q(E_0)$  quando a dose foi medida por monitores de alumínio<sup>21</sup>. A reta cheia representa o ajuste realizado por intermédio do método dos mínimos quadrados, levando-

se em consideração os pontos representados por círculos.

TABELA II.2



Energia (MeV)	Seção de Choque por Quantum Equivalente (mb)
300	5.90 ± 0.20
350	5.90 ± 0.20
380	5.95 ± 0.20
450	5.95 ± 0.20
500	6.65 ± 0.20
550	6.65 ± 0.20
600	6.80 ± 0.20
700	7.20 ± 0.30
850	7.60 ± 0.30
1000	7.10 ± 0.30

b.2 - Segundo Conjunto de Resultados Experimentais<sup>24</sup>

Os alvos foram constituidos de fluoreto de lítio ( $73\% ^{19}\text{F}$ ) em pó, uniformemente colocado entre discos de lucite de 5cm de diâmetro e 0.05cm de espessura. A espessura do alvo era de  $0.29\text{g/cm}^2$  de fluoreto de lítio, o que corresponde a cerca de  $6 \times 10^{21}$  núcleos de  $^{19}\text{F}$  por centímetro quadrado. Os alvos foram irradiados a 1m do radiador que era constituído de finas lâminas de tântalo de 0.05cm de espessura, não havendo colimação do feixe de bremsstrahlung. O

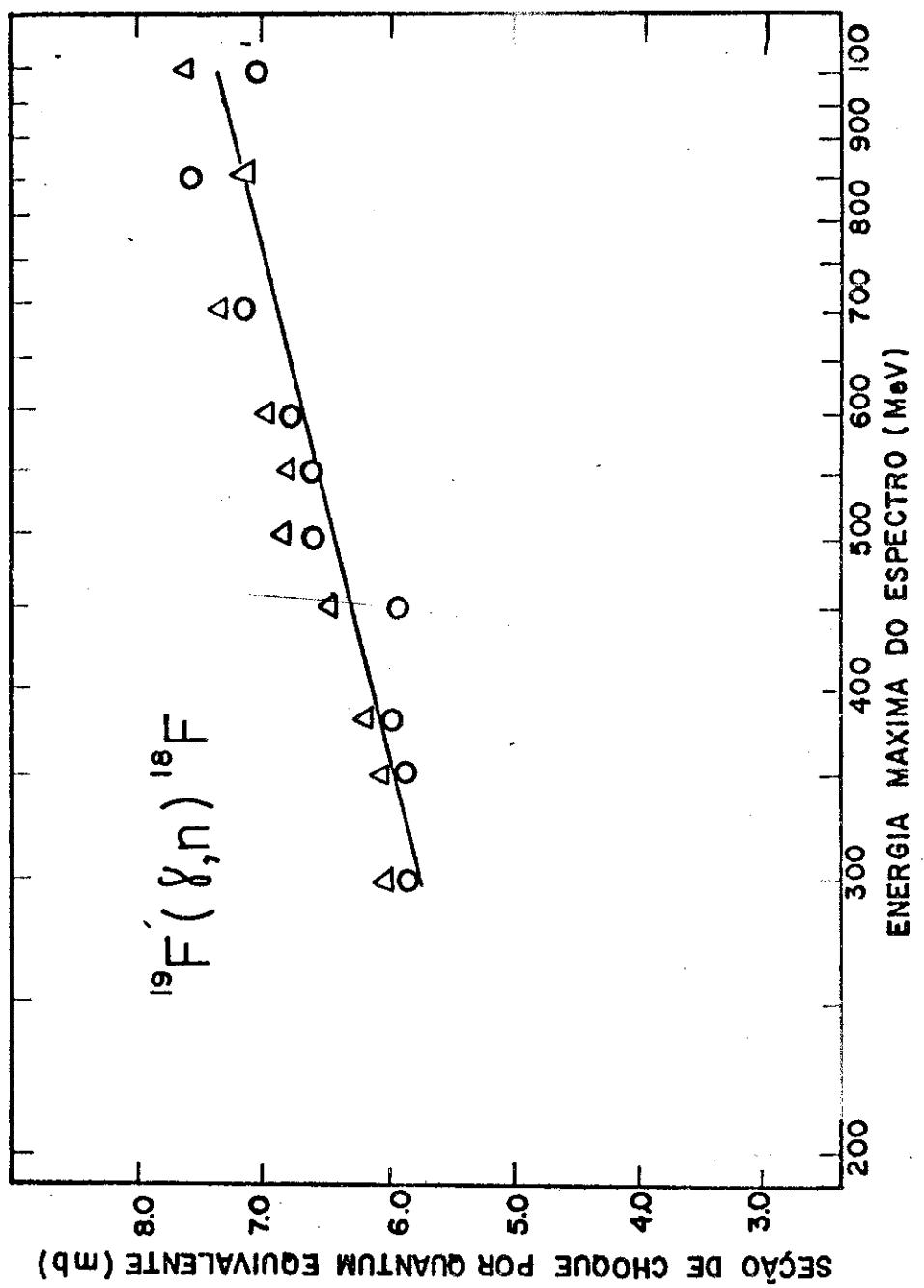
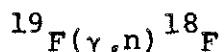


Fig. (II.2)

acelerador de Frascati apresentou uma intensidade de  $5 \times 10^{11}$  quanta equivalentes por minuto em 300 MeV e  $1.5 \times 10^{12}$  quanta equivalentes por minuto em 1000 MeV. Com tais intensidades (aproximadamente 100 vezes superior às anteriores), foi possível reduzir a duração de cada irradiação a menos de 30% da meia vida do núcleo final investigado ( $^{18}\text{F}$ ). Além do detetor de NaI(Tl) empregamos nessas experiências um detetor de  $30\text{cm}^3$  de Ge(Li). O material irradiado foi colocado em recipientes não irradiados com geometria bem definida em relação à eficiência de deteção. A dose foi medida por intermédio de monitores de alumínio<sup>21</sup>, colocados antes e próximos do alvo. A Tabela (II.3) nos mostra os resultados experimentais da seção de

TABELA II.3



Energia (MeV)	Seção de Choque por Quantum Equivalente (mb)
300	4.52 ± 0.20
320	4.66 ± 0.20
380	4.86 ± 0.20
400	5.02 ± 0.20
450	5.21 ± 0.20
500	5.30 ± 0.20
550	5.43 ± 0.20
600	5.50 ± 0.20
700	5.87 ± 0.20
800	5.87 ± 0.20
900	6.00 ± 0.20
1000	6.16 ± 0.20

choque por quantum equivalente em função das energias máximas dos

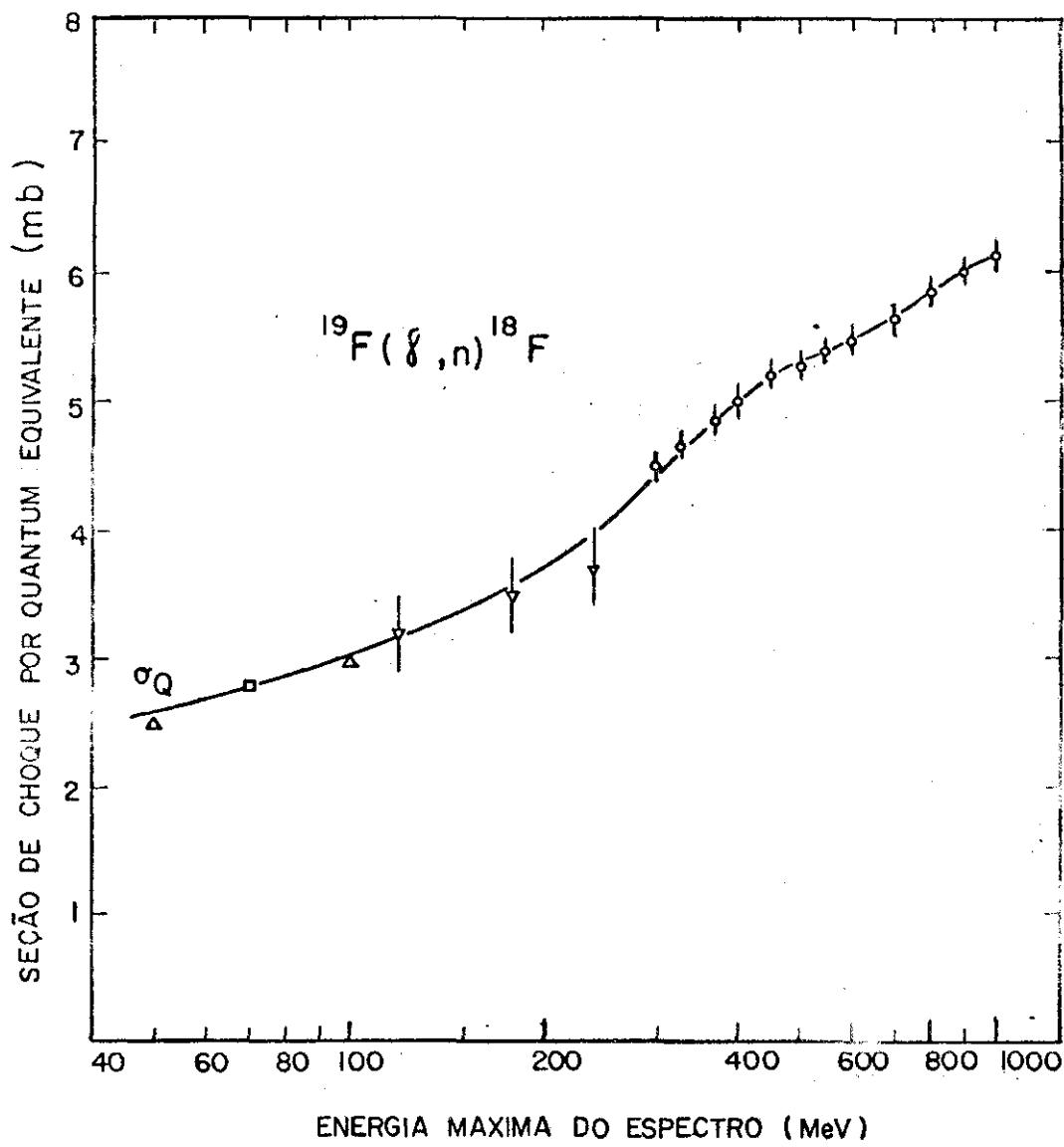


Fig. (II.3)

espectros de bremsstrahlung.

A Figura (II.3) nos mostra os nossos resultados (círculos) e o de outros pesquisadores em energias mais baixas. A curva cheia corresponde a uma concordância visual dos nossos resultados com o de outros laboratórios; triângulo normal - Perlman e Friedlander<sup>62</sup>; quadrado - Shupp e Martin<sup>63</sup>; triângulo invertido Walker e Morton<sup>64</sup>.

c) - Reação  $^{23}\text{Na}(\gamma, n)^{22}\text{Na}^{24}$

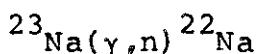
Os alvos foram constituidos de placas de oxalato de sódio (34%  $^{23}\text{Na}$ ) pró-análise. A espessura equivalente das placas de oxalato de sódio é de  $0.34\text{g/cm}^2$  que corresponde a  $3 \times 10^{21}$  núcleos de  $^{23}\text{Na}$  por centímetro quadrado. A irradiação foi realizada de maneira idêntica a da experiência anterior. O tempo de irradiação foi de 10h a 300 MeV com uma dose média integrada de  $3 \times 10^{14}$  quanta equivalentes e de 8 h a 1000 MeV com uma dose média integrada de  $7 \times 10^{14}$  quanta equivalentes. A dose foi determinada com monitores finos de polietileno<sup>21</sup>. A determinação da atividade gama do  $^{22}\text{Na}$  foi realizada de maneira análoga a da experiência anterior.

Os resultados obtidos para a seção de choque por quantum equivalente em função da energia máxima do espectro de bremsstrahlung estão apresentados na Tabela (II.4).

TABELA (II.4)

(vide página seguinte)

TABELA II.4



Energia (MeV)	Seção de Choque por Quantum Equivalente (mb)
300	5.59 ± 0.30
350	5.69 ± 0.30
380	5.91 ± 0.30
400	5.81 ± 0.30
450	6.19 ± 0.30
500	6.39 ± 0.20
550	6.48 ± 0.20
600	6.88 ± 0.20
680	6.89 ± 0.20
750	7.07 ± 0.20
900	7.18 ± 0.20
1000	7.44 ± 0.20

A Figura (II.4) mostra os nossos resultados experimentais da seção de choque por quantum equivalente em função do logarítmico natural da energia máxima do espectro de bremsstrahlung. A linha reta corresponde ao ajuste de nossos pontos experimentais pelo método dos mínimos quadrados.

d) - Reação  $^{55}\text{Mn}(\gamma, n)^{54}\text{Mn}^{23}$

Os alvos foram constituídos de manganes em pó, colocado

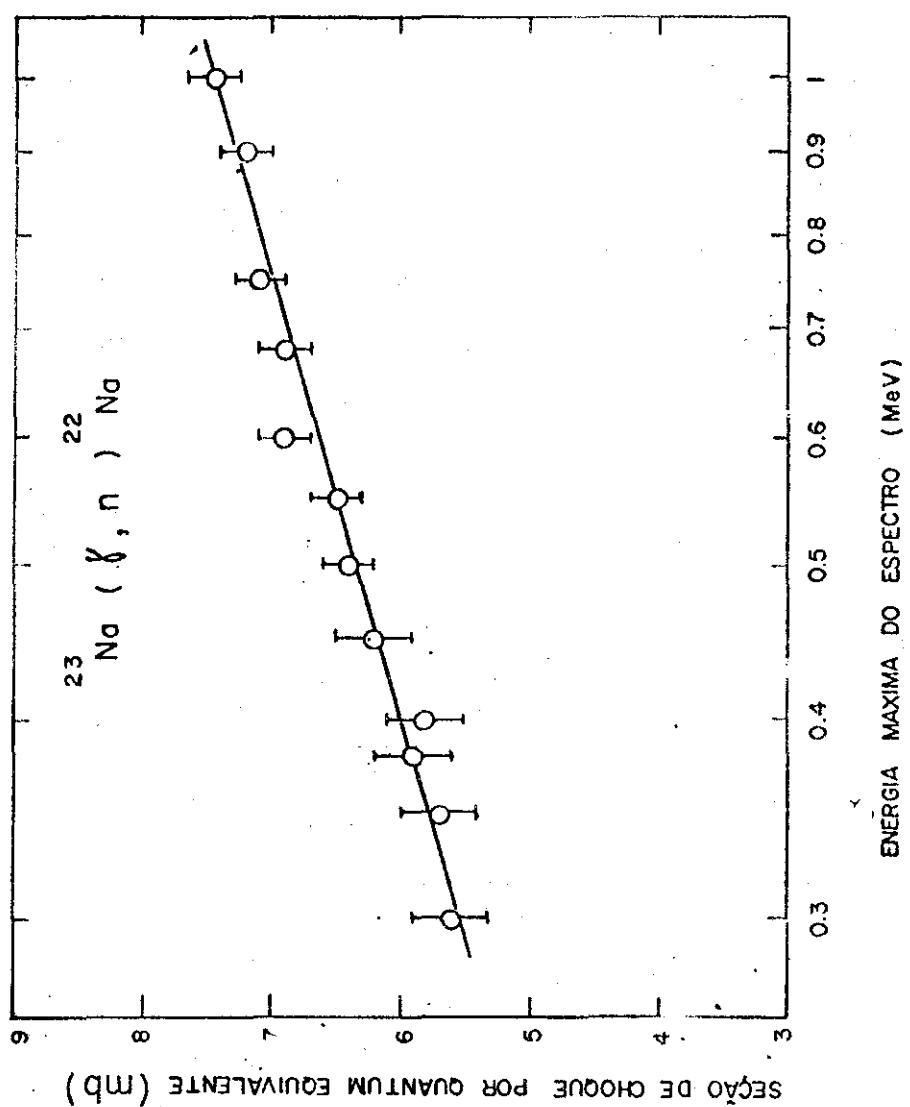


Fig. (II.4)

uniformemente entre placas de lucite de 0.5mm de espessura. Foram expostos a incidência normal de um feixe de bremsstrahlung não colimado, produzido em radiadores de tântalo de 0.5mm de espessura, sendo a máquina aceleradora o Eletro-sincrotron de Frascati. A distância entre o radiador e o alvo foi de 1m. Para medida da dose foram usados monitores constituidos por folhas de polietileno colocadas antes e justapostas ao alvo. A atividade do  $^{54}\text{Mn}$  foi determinada por um detetor de 3" x 3" de NaI(Tl), utilizando as técnicas usuais da espectrometria gama. Os resultados obtidos para a seção de choque por quantum equivalente em função da energia máxima do feixe de bremsstrahlung estão apresentadas na Tabela(II.5).

A Figura (II.5) apresenta os nossos resultados experimentais da seção de choque por quantum equivalente versus a energia máxima do espectro de bremsstrahlung. A linha reta cheia constitue o ajuste dos nossos pontos experimentais pelo método dos mínimos quadrados, e a linha tracejada o ajuste dos pontos experimentais, não representados na Figura, da Ref. 39.

TABELA II.5

$^{55}\text{Mn}(\gamma, n)^{54}\text{Mn}$

Energia (MeV)	Seção de Choque por Quantum Equivalente (mb)
300	37.5 ± 4.4
320	38.0 ± 4.5
350	38.2 ± 4.5
380	39.1 ± 4.6
400	40.0 ± 4.8
420	39.5 ± 5.6
450	41.0 ± 4.9
500	40.9 ± 4.8
550	41.0 ± 4.9
600	41.5 ± 5.0
650	42.0 ± 5.0
700	42.5 ± 5.2
750	42.5 ± 5.2
800	42.5 ± 5.2
850	43.0 ± 5.4
900	43.5 ± 5.4
950	43.0 ± 5.4
1000	44.0 ± 5.5

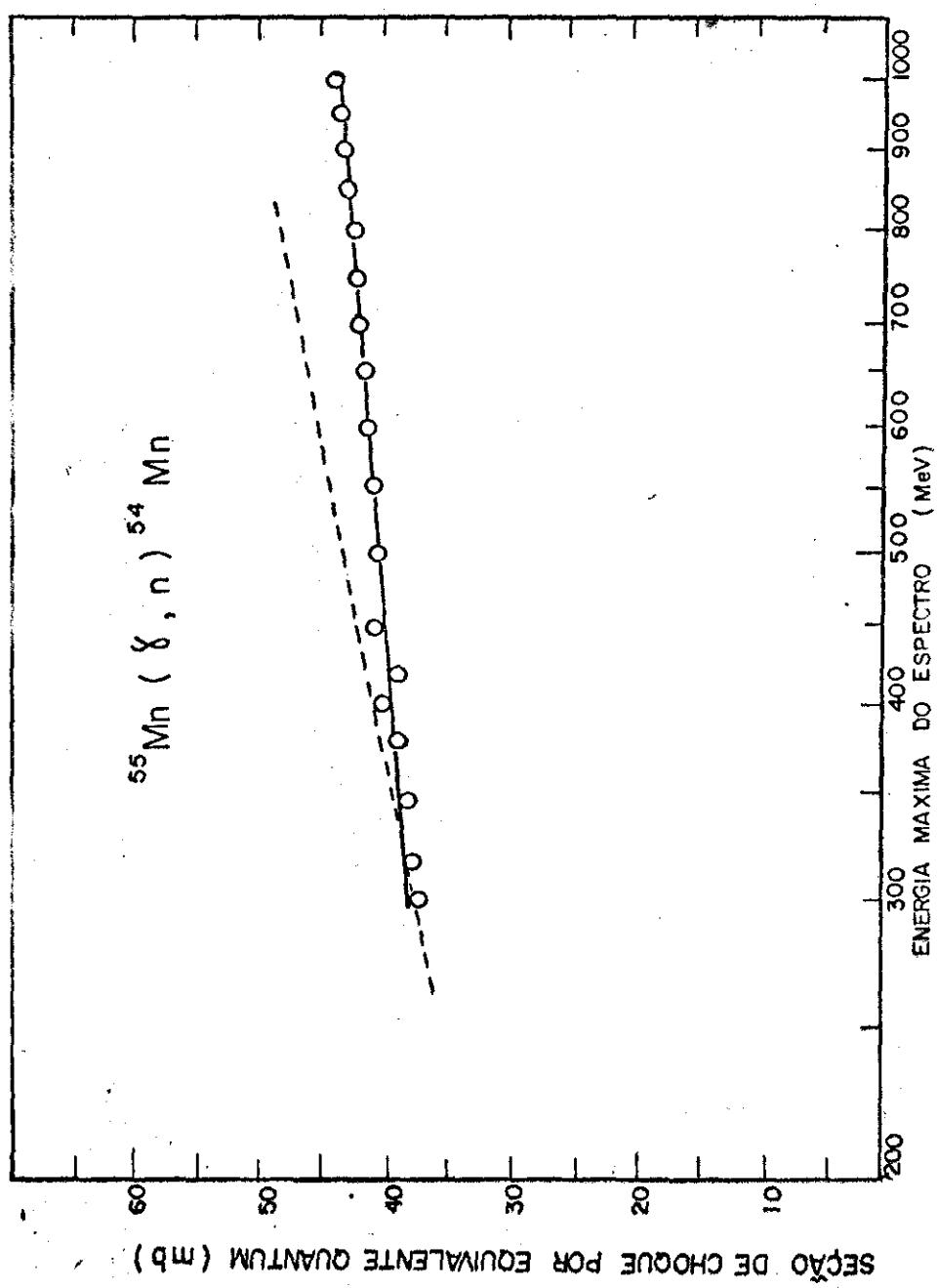


Fig. (II.5)

e) - Reação  $^{103}\text{Rh}(\gamma, n)^{102}\text{Rh}^{19}$

Os alvos constituídos de folhas de ródio de alto grau de pureza (99,9%) e 0.01cm de espessura, foram expostos à incidência normal de um feixe de bremsstrahlung não colimado, pela desaceleração de elétrons em radiadores de cobre de 2cm de espessura, sendo a máquina aceleradora o acelerador linear de Orsay. Os alvos foram irradiados por feixes de intensidade constante, durante o tempo de uma hora em seis diferentes valores da energia máxima de bremsstrahlung no intervalo de 0.4 GeV a 0.9 GeV, com um espaçamento de 0.1 GeV. A medida da dose em Orsay, foi efetuada por uma gaiola de Faraday. A medida da atividade do  $^{102}\text{Rh}$  foi realizada por intermédio de um detetor de 3" x 3" NaI(Tl) associado a analisador de quatrocentos canais. O  $^{102}\text{Rh}$  de meia vida 206 dias, teve sua atividade medida 2 meses após o fim da irradiação. Os erros não excederam a  $\pm 5\%$  nos valores da seção de choque por quantum equivalente da reação ( $\gamma, n$ ).

A Tabela (II.6) nos mostra os valores da seção de choque por quantum equivalente da reação  $^{103}\text{Rh}(\gamma, n)^{102}\text{Rh}$  em relação aos valores da energia máxima de bremsstrahlung.

A Figura (II.6) nos mostra os valores da seção de choque por quantum equivalente versus o logarítmico natural da energia máxima do espectro de bremsstrahlung. A linha cheia corresponde ao ajuste de nossos pontos experimentais pelo método dos mínimos quadrados.

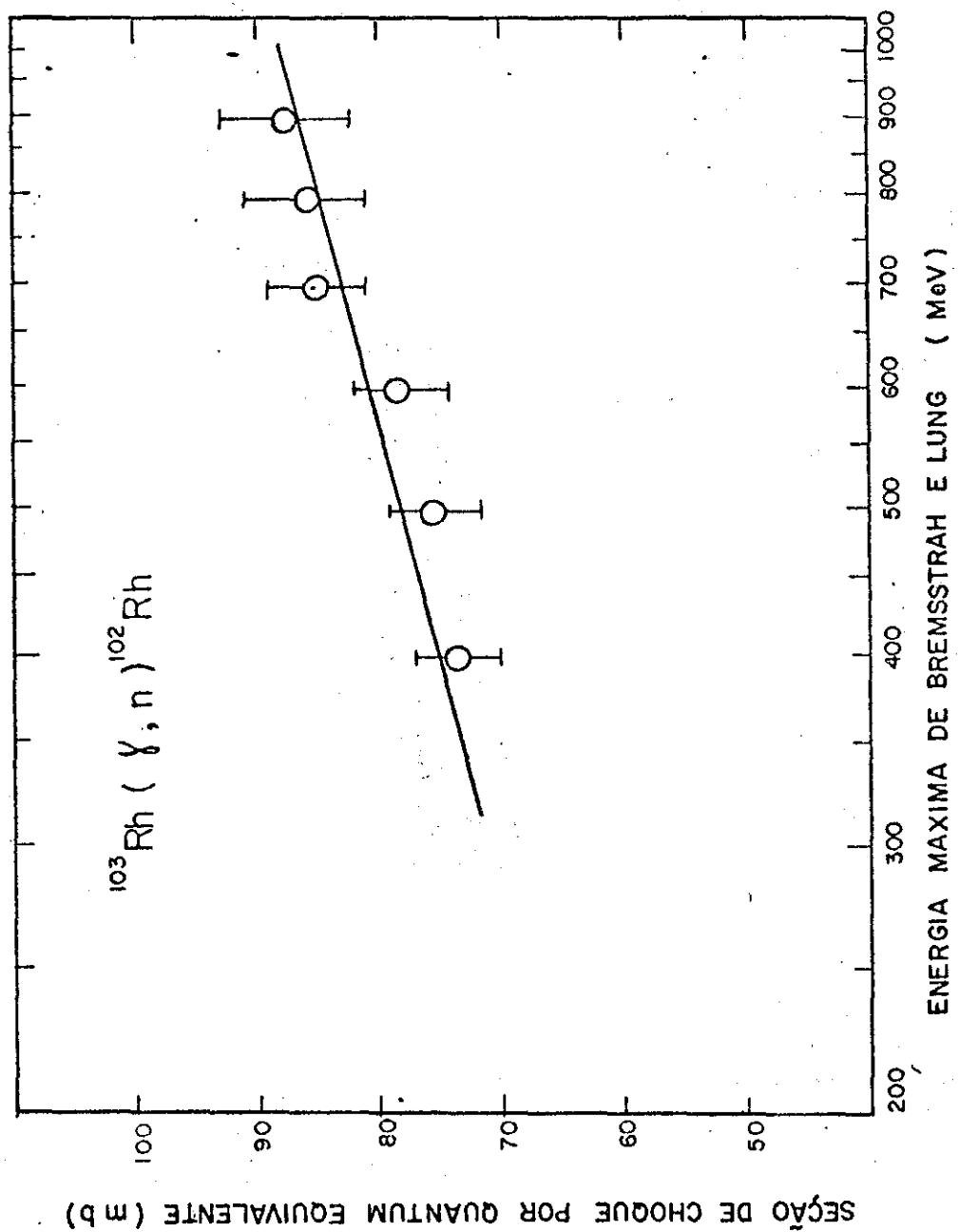
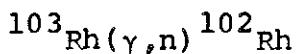
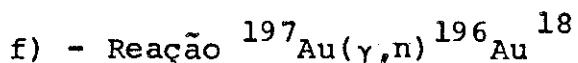


Fig. (II.6)

TABELA II.6



Energia (GeV)	Seção de Choque por Quantum Equivalente (mb)
0.4	73 ± 4
0.5	75 ± 4
0.6	78 ± 4
0.7	85 ± 4
0.8	86 ± 5
0.9	88 ± 5



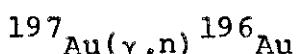
Os alvos constituidos por folhas de ouro de alto grau de pureza (99,99%) e 0.01 cm de espessura, foram expostos a incidência normal de um feixe de bremsstrahlung não colimado, produzido pela desaceleração de elétrons em radiadores de cobre de 2cm de espessura, sendo a máquina aceleradora o acelerador linear de Orsay. As exposições duraram menos de uma hora, e foram realizadas seis irradiações no intervalo de energia de 0.4 GeV a 0.9 GeV com um espaçamento de 0.1 GeV entre elas. Os erros na medida dos valores da energia foram de 3%. Como o tempo de irradiação foi muito menor que a meia vida do  $^{196}\text{Au}$  (6.1 dias) não foi necessário uma correção para o decaimento radioativo durante a própria irradiação. A dose foi medida por intermédio de nossos próprios monitores<sup>21</sup>.

A atividade do  $^{196}\text{Au}$  foi medida por intermédio de um de-

tetor de 3" x 3" NaI(Tl) associado a um analisador de 400 canais, utilizando os processos usuais de espectrometria gama. Os erros na determinação das seções de choque por quantum equivalente não devem exceder de  $\pm$  5%.

Os valores das seções de choque por quantum equivalente da reação  $^{197}\text{Au}(\gamma, n)^{196}\text{Au}$  em função das energias máximas do espectro de bremsstrahlung estão representados na Tabela (II.7).

TABELA II.7



Energia (GeV)	Seção de Choque por Quantum Equivalente (mb)
0.4	253 $\pm$ 12
0.5	256 $\pm$ 13
0.6	260 $\pm$ 13
0.7	262 $\pm$ 13
0.8	263 $\pm$ 13
0.9	265 $\pm$ 14

A Figura (II.7) nos mostra os resultados dos nossos pontos experimentais (círculos) da seção de choque por quantum equivalente versus o logarítmico natural da energia máxima do espectro de bremsstrahlung. Para comparação com os nossos resultados estão apresentados, também, os valores experimentais de Lindgren e Jonson<sup>35</sup>. A linha cheia (—) representa o ajuste feito para nossos

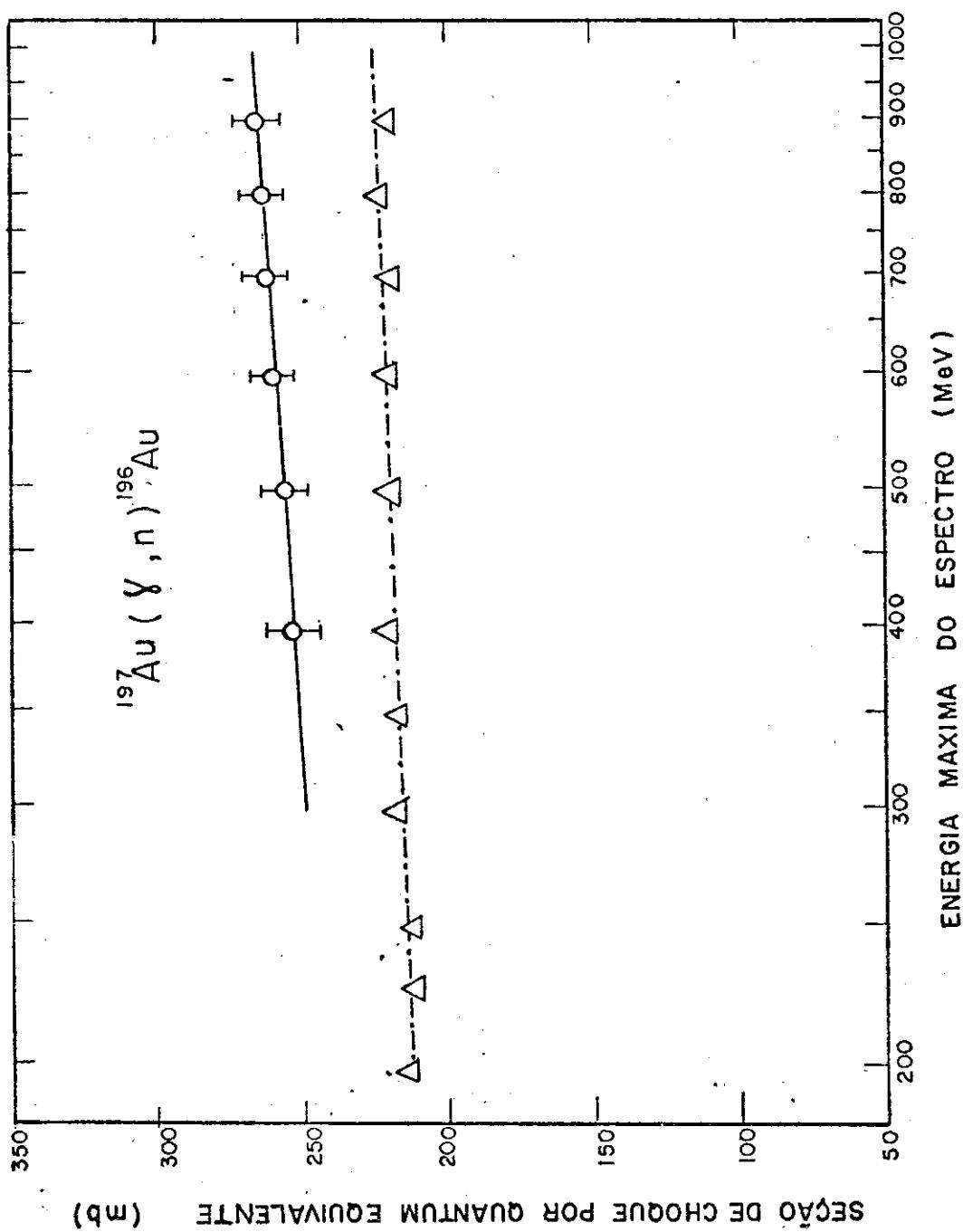


Fig. (III.7)

pontos experimentais utilizando o método dos mínimos quadrados e a linha-traço-ponto (- - - - -) o ajuste para os pontos experimentais da referência 35.

g) - Reação  $^{238}\text{U}(\gamma, n)^{237}\text{U}^{22}$

Folhas de urânio natural quimicamente puras de 5cm x 5cm e 0.01cm de espessura foram expostas à incidência normal do feixe de bremsstrahlung, não colimado, resultante da desaceleração de elétrons em alvos de tântalo de 0.5mm de espessura, sendo a máquina aceleradora o Eletro-sincrotron de Frascati. As medidas das doses foram realizadas por intermédio de folhas de polietileno utilizadas como monitor<sup>21</sup>. Os fôtons de 0.208 MeV resultantes da atividade do núcleo produto  $^{237}\text{U}$  foram detetados por intermédio de detetores de 3" x 3" de NaI(Tl) utilizando-se os métodos usuais de espectrometria gama. Os erros cometidos na determinação da seção de choque por quantum equivalente foram de 5%. Os resultados da seção de choque por quantum equivalente estão apresentados na Tabela (II.8) em relação à energia máxima do espectro de bremsstrahlung.

TABELA II.8

$^{238}\text{U}(\gamma, n)^{237}\text{U}^{22}$

Energia (MeV)	Seção de Choque por Quantum Equivalente (mb)
300	145 ± 7
400	147 ± 7
550	150 ± 7
750	154 ± 7
1000	157 ± 6

Na Figura (II.8) estão representados nossos valores experimentais da seção de choque por quantum equivalente versus o logarítmico da energia máxima de bremsstrahlung. A linha cheia representa o ajuste dos nossos pontos experimentais pelo método dos mínimos quadrados.

h) - Reações ( $\gamma$ ,n) nos Núcleos de  $^{31}\text{P}$ ,  $^{52}\text{Cr}$ ,  $^{55}\text{Mn}$ ,  $^{59}\text{Co}$ ,  $^{75}\text{As}$ ,  $^{121}\text{I}$  e  $^{197}\text{Au}$

Aos resultados experimentais apresentados anteriormente, nos quais para a medida da atividade do núcleo produto utilizamos como detetor de gama um cristal de 3" x 3" de NaI(Tl), podemos acrescentar as medidas das seções de choque ( $\gamma$ ,n) por quantum equivalente nos núcleos de  $^{31}\text{P}$ ,  $^{52}\text{Cr}$ ,  $^{55}\text{Mn}$ ,  $^{59}\text{Co}$ ,  $^{75}\text{As}$ ,  $^{127}\text{I}$  e  $^{197}\text{Au}$ , onde utilizamos para medir a atividade gama do núcleo residual um detetor de Ge Li. As determinações dessas seções de choque ( $\gamma$ ,n) por quantum equivalente se acham reunidas na referência<sup>25</sup>.

Os alvos são constituidos de fósforo vermelho; bichromato de potássio, manganês, cobalto, trióxido de arsênico, iodo e ouro. As espessuras das amostras são de  $0.2 \text{ g cm}^{-2}$  a  $0.5 \text{ g cm}^{-2}$ , com densidade de núcleos variando de  $10^{21}$  a  $10^{22}$  núcleos/ $\text{cm}^2$ . Na Tabela (II.9) apresentamos outros dados relativos aos alvos. Todos os alvos são monoisotópicos excetuando o  $^{52}\text{Cr}$ , cuja abundância isotópica é de 83.76%.

O pó de fósforo vermelho foi irradiado no interior de um

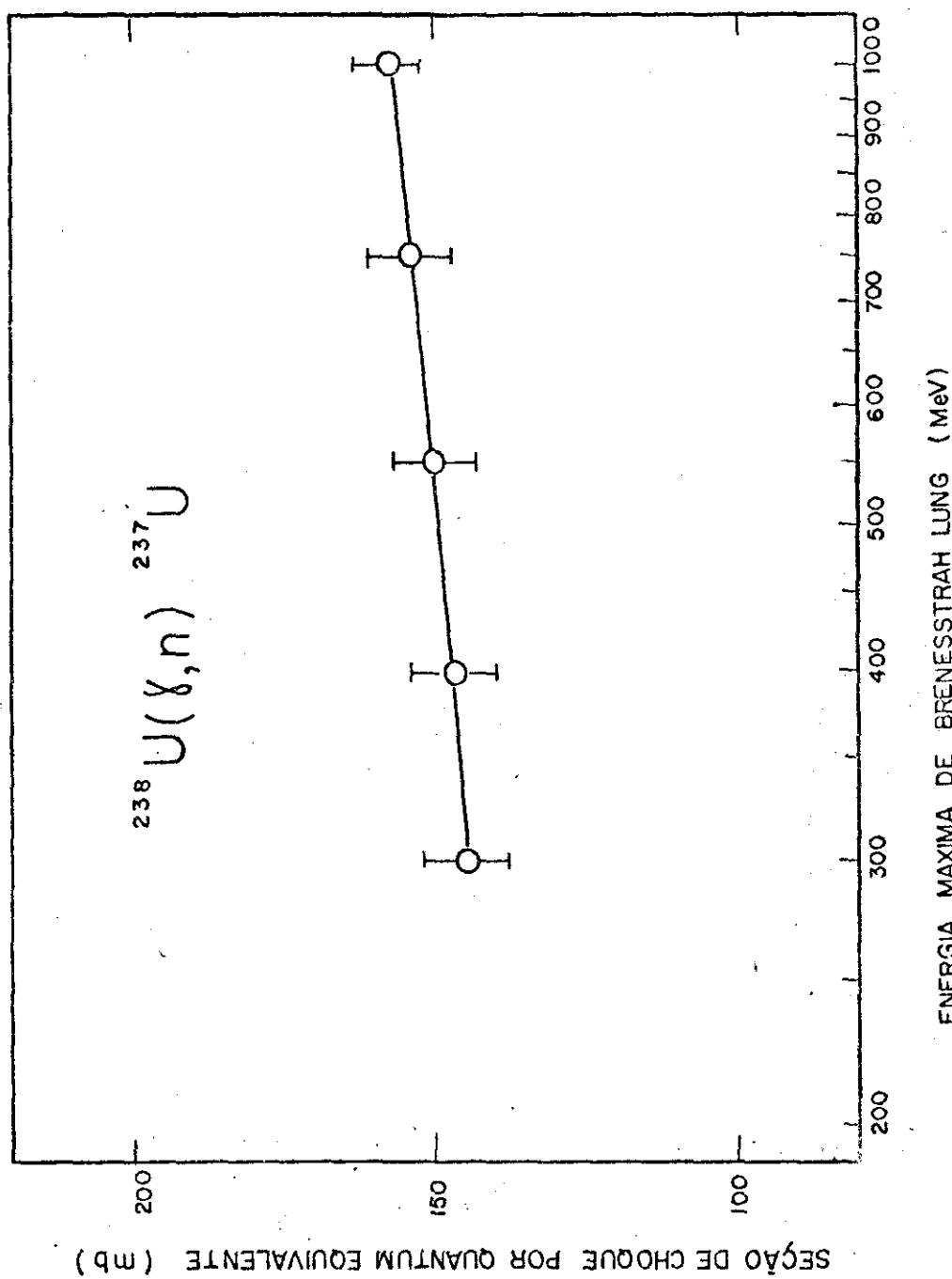


Fig. (II.8)

cilindro de paredes finas de alumínio de 5cm de diâmetro.

TABELA II.9

Características dos Alvos

Núcleo Alvo	Constituição e Composição Química	Forma
$^{31}\text{P}$	fósforo vermelho	pô
$^{52}\text{Cr}$	$\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$	pô
$^{55}\text{Mn}$	metal	pô
$^{59}\text{Co}$	metal	folhas
$^{75}\text{As}$	$\text{As}_2\text{O}_3$	pô
$^{127}\text{I}$	$\text{I}_2$	pô
$^{197}\text{Au}$	metal	folhas

Os outros alvos em pô, foram construidos distribuindo-se uniformemente o pô em cilindros de lucite, de paredes finas e 5 cm de diâmetro.

Os alvos sólidos foram constituidos de finos discos metálicos de 5cm de diâmetro.

Os alvos foram expostos à incidência normal do feixe de bremsstrahlung, não colimado, resultante da desaceleração de elétrons em folhas de alumínio de  $1.72 \times 10^{-2}$  comprimentos de radiação (r.l.), sendo a máquina aceleradora o Eletro-sincrotron de Frascati e o intervalo de energia de 300 MeV a 1000 MeV.

A distância do radiador ao alvo foi de 1 metro.

Para monitorar as doses foram utilizados discos de polietileno e alumínio de acordo com o método descrito na referência 21.

A determinação da atividade gama dos núcleos produto foi realizada por intermédio de um detetor de 70 cm<sup>3</sup> (volume nominal ) de Ge(Li) associado a um analisador de 1024 canais, utilizando- se os métodos usuais da espectrometria gama.

Na Figura (II.9) estão representadas as seções de choque por quantum equivalente das reações  $^{31}\text{P}(\gamma, n)^{30}\text{P}$ ,  $^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$ ,  $^{55}\text{Mn}(\gamma, n)^{54}\text{Mn}$  e  $^{59}\text{Co}(\gamma, n)^{58}\text{Co}$  versus o logarítmico da energia máxima de bremsstrahlung. As linhas retas constituem os ajustamentos dos pontos experimentais pelo método dos mínimos quadrados.

Na Figura (II.10) estão representadas as seções de choque por equivalente quantum das reações  $^{75}\text{As}(\gamma, n)^{74}\text{As}$ ,  $^{127}\text{I}(\gamma, n)^{126}\text{I}$  e  $^{197}\text{Au}(\gamma, n)^{196}\text{Au}$  versus o logarítmico natural da energia máxima de bremsstrahlung. As linhas retas constituem os ajustamentos dos pontos experimentais pelo método dos mínimos quadrados.

### II.3 - Seções de Choque Absolutas

A determinação da seção de choque absoluta de uma reação fotonuclear em altas energias torna-se trabalhosa e de difícil determinação em virtude da não existência de feixes de fôtons monoenergéticos. Recentemente apareceram processos para a produção de feixes de fôtons monoenergéticos de baixa energia, que já foram utilizados em fotoreações na região de ressonância gigante<sup>8,9</sup>. Essas fontes de raios gama monoenergéticos de baixa energia não apresentam grande intensidade. O estudo de reações fotonucleares acima da

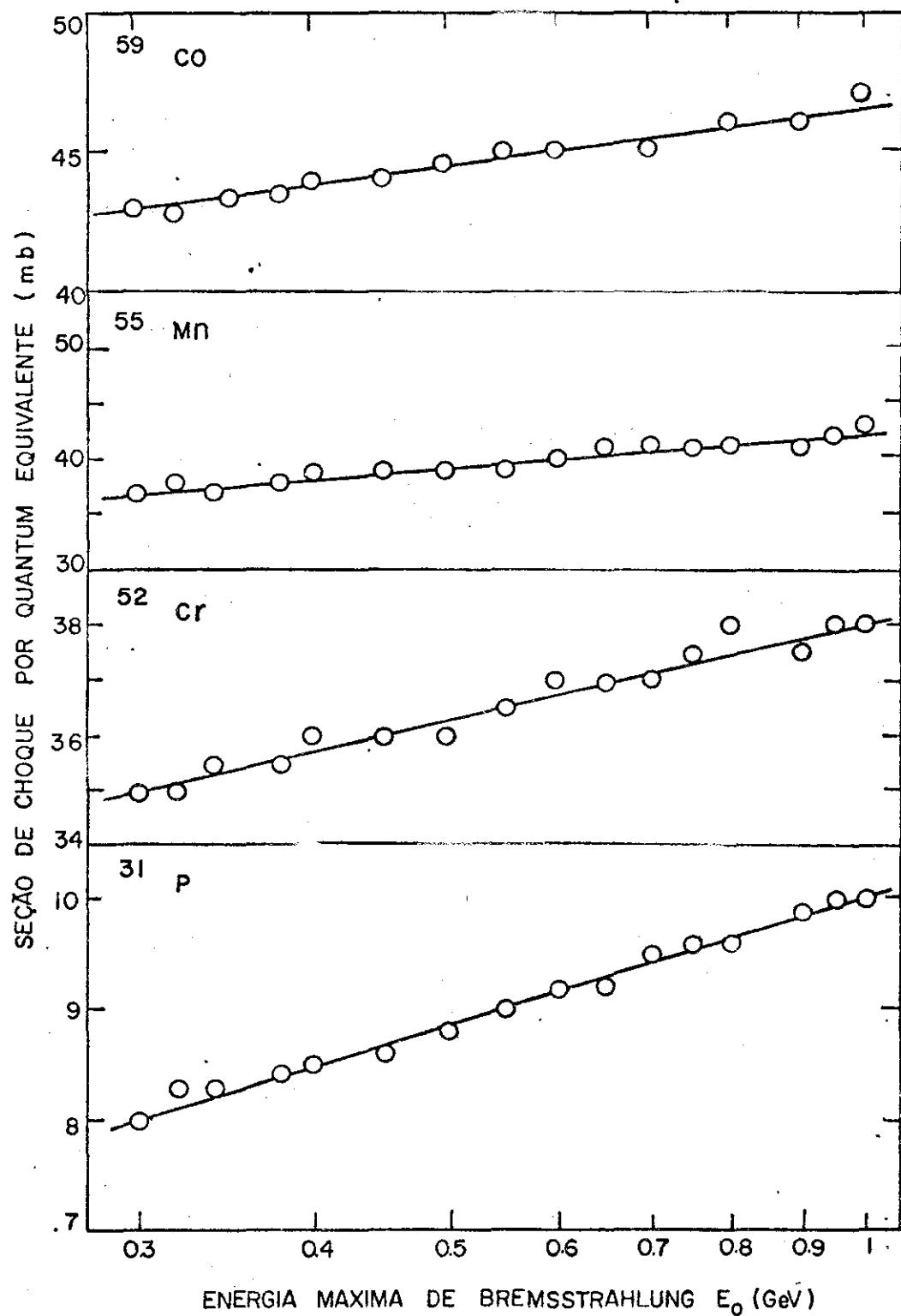


Fig. (II.9)

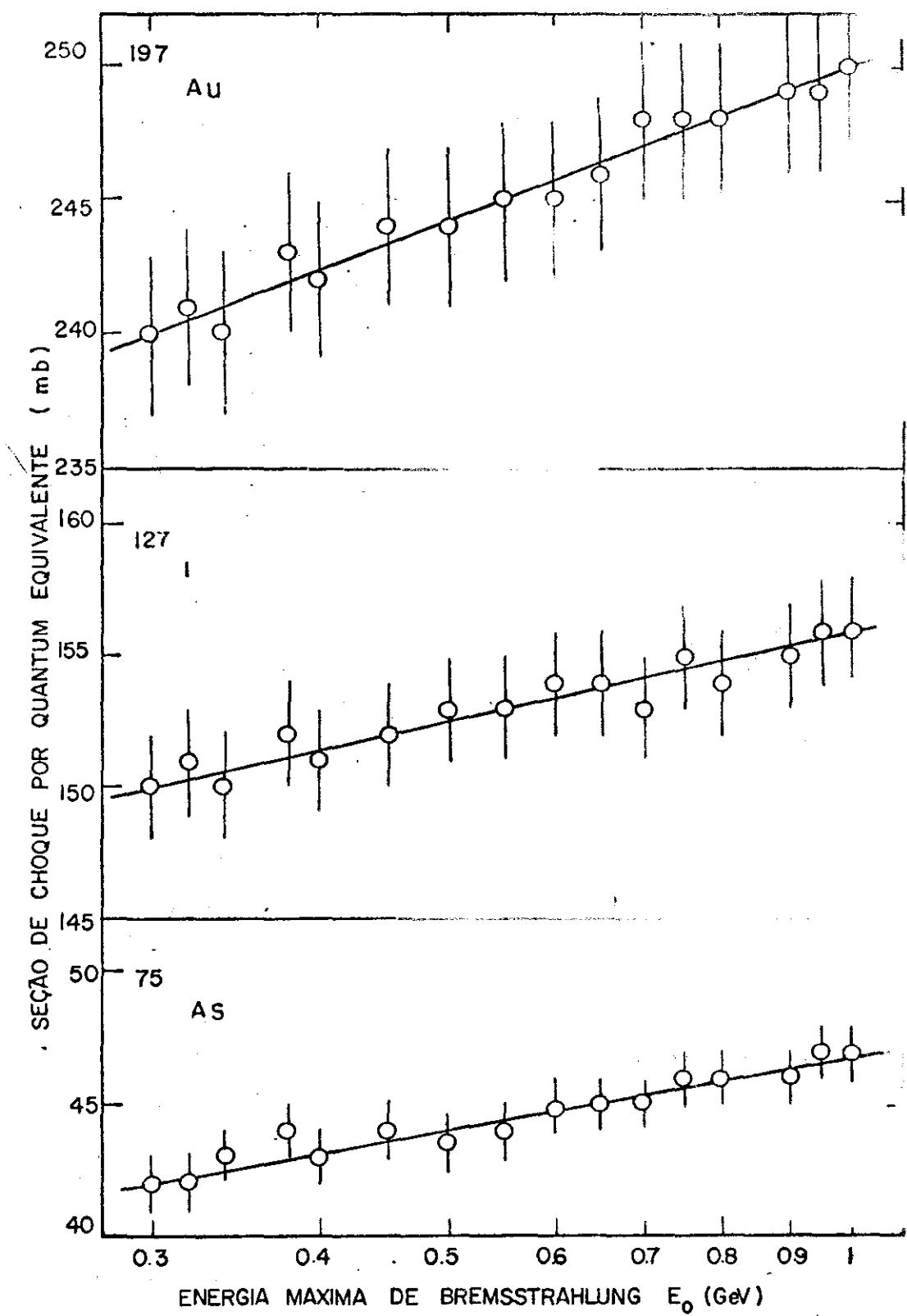


Fig. (II.10)

região de ressonância gigante é realizado com feixes de fôtons de bremsstrahlung. O espectro contínuo de bremsstrahlung é inconveniente pois a análise dos produtos das reações não é feita através de considerações dinâmicas durante a irradiação (energia de recuo do núcleo, momento transferido etc.) mas por intermédio de métodos de espectroscopia nuclear realizados após a irradiação. Portanto núcleos de mesmo número atômico e mesmo número de massa produzidos no alvo são idênticos para efeito de contagem, independentemente da energia do fóton que os produziu. A seção de choque por quantum equivalente  $\sigma_Q(E_\gamma)$  já definida anteriormente, é a grandeza determinada através dos resultados experimentais, para vários valores da energia máxima do espectro de bremsstrahlung. Podemos estabelecer uma dependência funcional entre a seção de choque por quantum equivalente e a seção de choque absoluta através da equação integral

$$\sigma_Q(E_0) = \int_0^{E_0} n(E_0, E_\gamma) \sigma(E_\gamma) dE_\gamma \quad (\text{II.1})$$

que constitui uma equação de Fredholm ou equação de Volterra da 1<sup>a</sup> espécie, onde  $n(E_0, E_\gamma)$  é a função espectro de bremsstrahlung e representa o "kernel" da equação integral que transforma a função  $\sigma(E_\gamma)$  do espaço dos  $E_\gamma$  para a função  $\sigma_Q(E_0)$  do espaço dos  $E_0$ . A função  $n(E_0, E_\gamma)$  está normalizada a um fóton equivalente. Denominamos fóton equivalente a relação entre a energia total do espectro e a energia máxima de bremsstrahlung ( $E_0$ ).

Em muitos trabalhos sobre reações fotonucleares o método de Penfold-Leiss<sup>65</sup> foi utilizado para a determinação de  $\sigma(E_\gamma)$ .

Penfold-Leiss, construiram para a aplicação de seu método, um conjunto de tabelas utilizando a expressão analítica do espectro ideal de Schiff<sup>66</sup> e através desses valores estabeleceram uma dependência linear entre as seções de choque absolutas  $\sigma(E_\gamma)$  e as seções de choque por quantum equivalente  $\sigma_Q(E_0)$ . Uma vez estabelecida as tabelas a aplicação do método se torna relativamente simples. Mas, quando as experiências são estendidas a energias maiores de 1 GeV, ou quando é necessário uma correção na expressão do espectro ideal de Schiff, as tabelas deverão ser recalculadas. Os fatores que modificam fundamentalmente o espectro ideal de Schiff são:

- i) As posições geométricas do colimador e as suas aberturas;
- ii) A espessura do radiador;
- iii) A centralização do feixe.

As modificações da forma do espectro ideal de Schiff foram apresentadas no trabalho de G. Lutz e H.D. Schultz<sup>67</sup>, que construiram tabelas de correção do espectro ideal para diversas espessuras do radiador e diversas aberturas do colimador. Utilizamos o trabalho de Lutz e Fultz<sup>67</sup> para a obtenção da forma do espectro de Frascati, em 1000 MeV, como poderemos ver na Tabela (II.10). Na Figura (II.11) estão apresentados os resultados obtidos da Tabela (II.10). A linha traço-ponto (—. —. —. —.) representa o espectro ideal (Schiff); a linha cheia (—) representa o espectro de Frascati e a linha tracejada (-----) a aproximação quadrada.

### II.3-1 - Método para a Resolução da Equação de Volterra de 1ª Especie

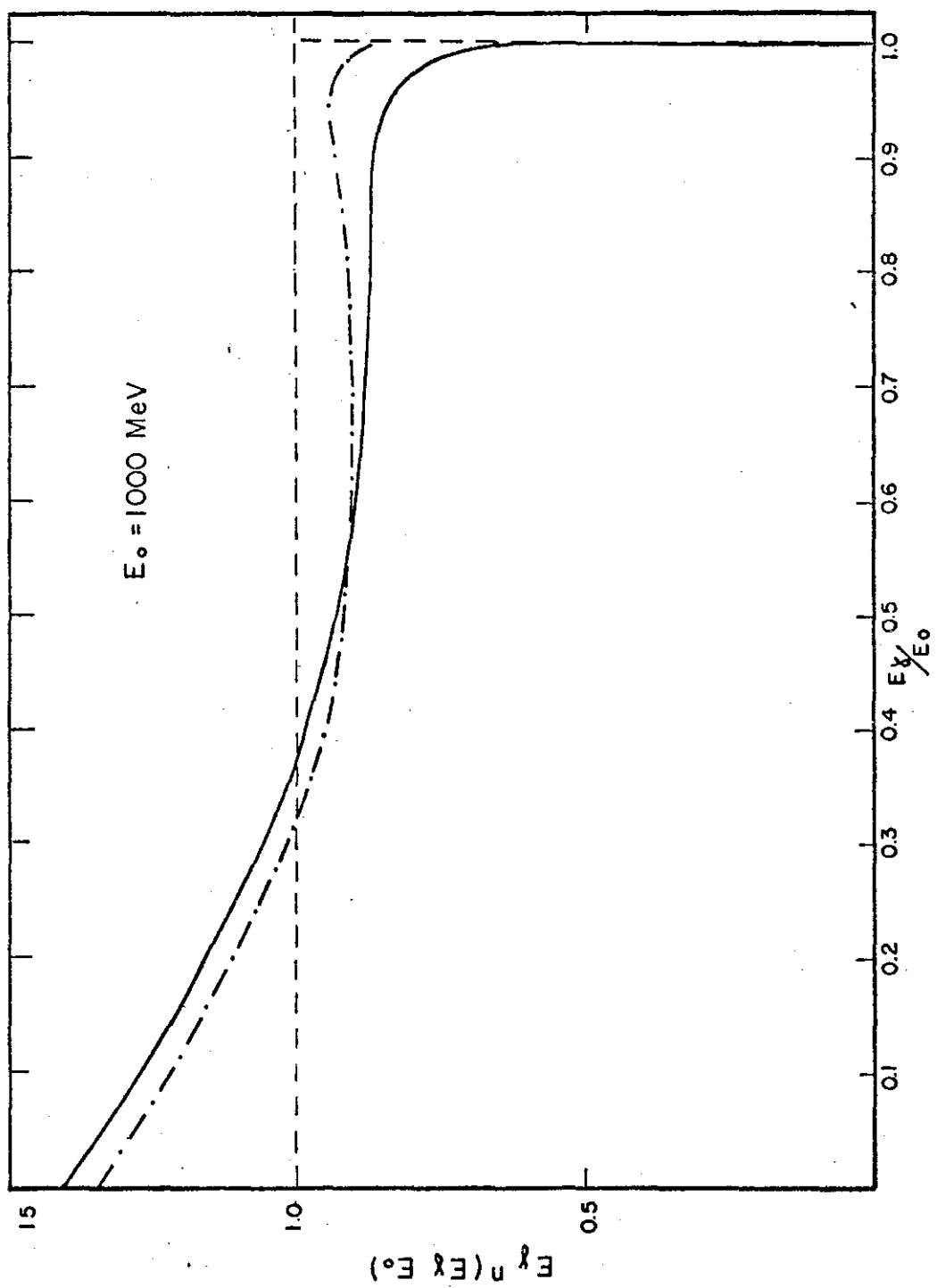


Fig. (II.11)

TABELA II.10

x	Bremsstrahlung Ideal (normalizado).	Fator de Correção Frascati	Bremsstrahlung de Frascati	Bremsstrahlung de Frascati (normalizado).
0	1.345	1	1.345	1.405
0.1	1.228	0.9946	1.221	1.275
0.3	1.036	0.9839	1.019	1.064
0.5	0.922	0.9738	0.898	0.938
0.7	0.889	0.9522	0.846	0.883
0.8	0.901	0.9307	0.839	0.876
0.85	0.913	0.9145	0.835	0.872
0.9	0.929	0.8914	0.828	0.865
0.92	0.935	0.8789	0.822	0.858
0.94	0.939	0.8626	0.910	0.846
0.96	0.939	0.8402	0.789	0.824
0.98	0.927	0.8029	0.744	0.777
0.99	0.896	0.7644	0.685	0.715
0.995	0.840	0.7223	0.607	0.634

dificuldades. A primeira se relaciona ao desconhecimento da forma analítica da função  $\sigma_Q(E_0)$ . Por dificuldades experimentais, só obtemos no intervalo de energia considerado (300 MeV - 1000 MeV) um pequeno número de valores de  $\sigma_Q(E_0)$ , que são determinados com pequena precisão apresentando grandes erros. Obtemos portanto soluções para  $\sigma(E_\gamma)$  que apresentam grandes oscilações que devem ser abandonadas em virtude de razões associadas ao comportamento físico do fenômeno. A tendência para essas grandes oscilações nas valo-  
res de  $\sigma(E_\gamma)$  é devido à própria estrutura matemática da equação<sup>68</sup>.

Para evitar as oscilações da solução das equações de Volterra de 1<sup>a</sup> espécie Twomey<sup>69</sup> estabeleceu uma equação adicional relacionando os erros que aparecem na determinação experimental da seção de choque por quantum equivalente,  $\sigma_Q(E_0)$ . Métodos similares também foram utilizados por Cook<sup>70</sup> e Routti<sup>71</sup>.

Baseado nos trabalhos de Twomey, Cook e Routti, o Dr. K. Tesch apresentou um método de resolução para a equação de Volterra de primeira espécie que se encontra na publicação "On the Accuracy of the Photon-Difference Method Used in High-Energy Photonuclear Experiments"<sup>72</sup>. O método do Dr. K. Tesch está desenvolvido no Apêndice C.

O referido método para ser aplicado ao nosso caso exige o conhecimento dos valores de  $\sigma_Q(E_0)$  ou  $\sigma(E_\gamma)$ , na região de baixa energia e no intervalo de energia que vai do final da ressonância gigante até 300 MeV. Infelizmente, na literatura científica, não existe a determinação dos valores de  $\sigma_Q(E_0)$  e  $\sigma(E_\gamma)$  de reações ( $\gamma, n$ ) na região de energia que vai do final da ressonância gigante até 300 MeV para os núcleos por nós estudados o que torna difícil a aplicação do método. É nossa intenção realizar trabalhos sobre a determinação de  $\sigma_Q(E_0)$  e  $\sigma(E_\gamma)$  nessa região de energia utilizando os aceleradores de Frascati e feixes de fótons aproximadamente monoenérgéticos, dando sequência ao estudo sistemático de reações foto-nucleares que estamos realizando.

#### II.3-2 - A Aproximação Quadrada do Espectro

Em virtude do pequeno número de valores obtidos experimentalmente para a seção de choque por quantum equivalente, no intervalo

lo de energia considerado e os grandes erros apresentados nas suas determinações é válido estabelecer os valores das seções de choque absolutas  $\sigma(E_\gamma)$  fazendo-se a aproximação  $\frac{1}{E_\gamma}$  para a função  $n(E_0, E_\gamma)$  e que se denomina de aproximação quadrada do espectro.

Consideremos a equação (II.1), na qual fazemos

$$n(E_0, E_\gamma) = \frac{I(E_0, E_\gamma)}{E_\gamma} \quad (\text{II.2})$$

Obtemos a seguinte expressão:

$$\sigma_Q(E_0) = \int_0^{E_0} \sigma(E_\gamma) \frac{I(E_0, E_\gamma)}{E_\gamma} dE_\gamma. \quad (\text{II.3})$$

A função  $I(E_0, E_\gamma)$  apresentará na aproximação quadrada do espectro os valores:

$$I(E_0, E_\gamma) \begin{cases} 1 & 0 \leq E_\gamma \leq E_0 \\ 0 & E_\gamma > E_0 \end{cases}. \quad (\text{II.4})$$

Na Figura (II.11) estão representados os espectros de bremsstrahlung de 1000 MeV e a aproximação quadrada do espectro. A função  $I(E_\gamma, E_0) = E_\gamma n(E_0, E_\gamma)$  está representada versus  $x = \frac{E_\gamma}{E_0}$ . Substituindo-se os valores de  $I(E_\gamma, E_0)$  em (II.4), teremos:

$$\sigma_Q(E_0) = \int_0^{E_0} \sigma(E_\gamma) \frac{dE_\gamma}{E_0} \quad (\text{II.5})$$

Considerando que a seção de choque absoluta não varia num intervalo de energia  $\Delta E_0$ , teremos:

$$\sigma_Q(E_o + \Delta E_o) = \int\limits_o^{E_o} \sigma(E_\gamma) \frac{dE_\gamma}{E_\gamma} + \sigma(E_\gamma) \int\limits_{E_o}^{E_o + \Delta E_o} \frac{dE_\gamma}{E_\gamma} \quad (\text{II.6})$$

Subtraindo a relação (II.6) da relação (II.5) teremos

$$\Delta \sigma_Q = \sigma(E_\gamma) \int\limits_{E_o}^{E_o + \Delta E_o} \frac{dE_\gamma}{E_\gamma} \quad (\text{II.7})$$

teremos

$$\sigma(E_\gamma) = \frac{\Delta \sigma_Q(E_o)}{\Delta \ln E_o} \quad (\text{II.8})$$

Passando-se ao limite, teremos:

$$\sigma(E_\gamma) = \frac{d\sigma_Q(E_o)}{d \ln E_o} \quad (\text{II.9})$$

### III.3-3 - Determinação das Seções de Choque Absolutas Utilizando a Aproximação Quadrada do Espectro

Na aproximação  $\frac{1}{E_\gamma}$ , poderemos escrever a partir da fórmula (II.9) que:

$$\sigma_Q(E_o) = \sigma(E_\gamma) \ln E_o + \text{constante} \quad (\text{II.10})$$

Por intermédio do método dos mínimos quadrados estabelecemos uma dependência linear entre as seções de choque por quantum equivalen

te  $\sigma_Q(E_0)$ , obtidas experimentalmente nas reações anteriormente estudadas e o logarítmico da energia máxima do espectro de bremsstrahlung, no intervalo de energia por nós considerado. Graficamente essa dependência linear está representada pelas retas nas Figuras de (II.1) à (II.10). Os coeficientes angulares dessas retas constituem os valores médios das seções de choque absolutas  $\bar{\sigma}_{Exp}(E_\gamma)$  obtidas a partir dos resultados experimentais.

Na Tabela (II.11), estão representados os resultados das seções de choque obtidas utilizando esse método e os resultados de outros laboratórios. Para comparação, na última coluna da tabela estão apresentados os valores médios estimados pelo Método de Monte Carlo para as seções de choque absolutas no intervalo de energia 300 MeV - 1000 MeV, e os respectivos erros.

TABELA II.11

Reação	Intervalo de Energia (MeV)	Seção de Choque média absoluta (Experimental)	Ref.	Seção de Choque média absoluta (Monte Carlo) 300MeV-1000MeV
$^{12}\text{C}(\gamma, n)^{11}\text{C}$	200 - 720	0.85 ± 0.10	14	
	300 - 1400	0.4 ± 0.10	73	
	300 - 1000	1.03 ± 0.13	16	
	200 - 1000	0.6 ± 0.10	31	
	300 - 1000	0.9 ± 0.05	27	
$^{14}\text{N}(\gamma, n)^{13}\text{N}$	320 - 620	0.11 ± 0.05	37	-
$^{16}\text{O}(\gamma, n)^{15}\text{O}$	300 - 800	0.6 ± 0.10	37	-
	300 - 1000	1.27 ± 0.20	26	-
$^{19}\text{F}(\gamma, n)^{18}\text{F}$	300 - 800	0.42 ± 0.10	37	
	300 - 1000	1.43 ± 0.22	21	
	300 - 1000	1.30 ± 0.13	24	
$^{23}\text{Na}(\gamma, n)^{22}\text{Na}$	300 - 1000	1.60 ± 0.10	24	1.27 ± 0.07
$^{31}\text{P}(\gamma, n)^{30}\text{P}$	300 - 800	0.90 ± 0.10	37	-
	300 - 1000	1.69 ± 0.04	25	-
$^{52}\text{Cr}(\gamma, n)^{51}\text{Cr}$	300 - 1000	2.50 ± 0.12	25	-
$^{55}\text{Mn}(\gamma, n)^{54}\text{Mn}$	100 - 800	7.70 ± 0.50	39	
	300 - 1000	4.40 ± 0.39	23	
	300 - 1000	5.10 ± 0.21	25	
$^{59}\text{Co}(\gamma, n)^{58}\text{Co}$	200 - 800	3.3 ± 0.5	28	-
	300 - 1000	3.12 ± 0.18	25	-
$^{75}\text{As}(\gamma, n)^{74}\text{As}$	300 - 900	8.70 ± 1.00	29	-
	300 - 1000	4.04 ± 0.23	25	-
$^{103}\text{Rh}(\gamma, n)^{102}\text{Rh}$	300 - 1000	20.30 ± 2.65	19	4.36 ± 0.31
$^{127}\text{I}(\gamma, n)^{126}\text{I}$	150 - 800	10.00 ± 6.50	32	
	100 - 800	4.00 ± 2.00	39	-
	300 - 1000	4.7 ± 0.24	25	-
$^{197}\text{Au}(\gamma, n)^{196}\text{Au}$	300 - 900	4.00 ± 2.00	35	
	300 - 1000	8.17 ± 0.39	25	
	400 - 900	15.00 ± 1.00	18	
$^{238}\text{U}(\gamma, n)^{237}\text{U}$	300 - 1000	10.26 ± 0.56	22	9.37 ± 0.66

## CAPÍTULO III

### ANÁLISE DOS RESULTADOS - DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

#### III.1 - Análise dos Resultados

Na Tabela (II.11) do final do Capítulo II estão incluídos todos os resultados dos valores médios das secções de choque absolutas, quer os obtidos através de resultados experimentais, quer os calculados pelo Método de Monte Carlo. Com a finalidade de interpretar e discutir esses resultados realizamos as seguintes considerações:

- i) - Na Figura (III.1) representamos os logarítmicos das secções de choque médias experimentais  $\bar{\sigma}_{EXP}(E_\gamma)$ , no intervalo de energia considerado, versus os logarítmicos do número de massa dos núcleos estudados. A linha cheia da Figura (III.1) representa o ajuste pelo método dos mínimos quadrados. A análise detalhada do tratamento dos dados se acha apresentada no Apêndice D. Da dependência linear entre o logarítmico de  $\bar{\sigma}_{EXP}(E_\gamma)$  e o logarítmico do número de massa, obtemos a seguinte expressão analítica:

$$\bar{\sigma}_{EXP}(E_\gamma) = (0.083 \pm 0.008)A^{0.880 \pm 0.012} \quad (\text{III.1})$$

Estão representadas também na Figura (III.1) as dependências de  $\bar{\sigma}_{EXP}(E_\gamma)$  com o número de massa  $A^1$  (linha traço-ponto) e

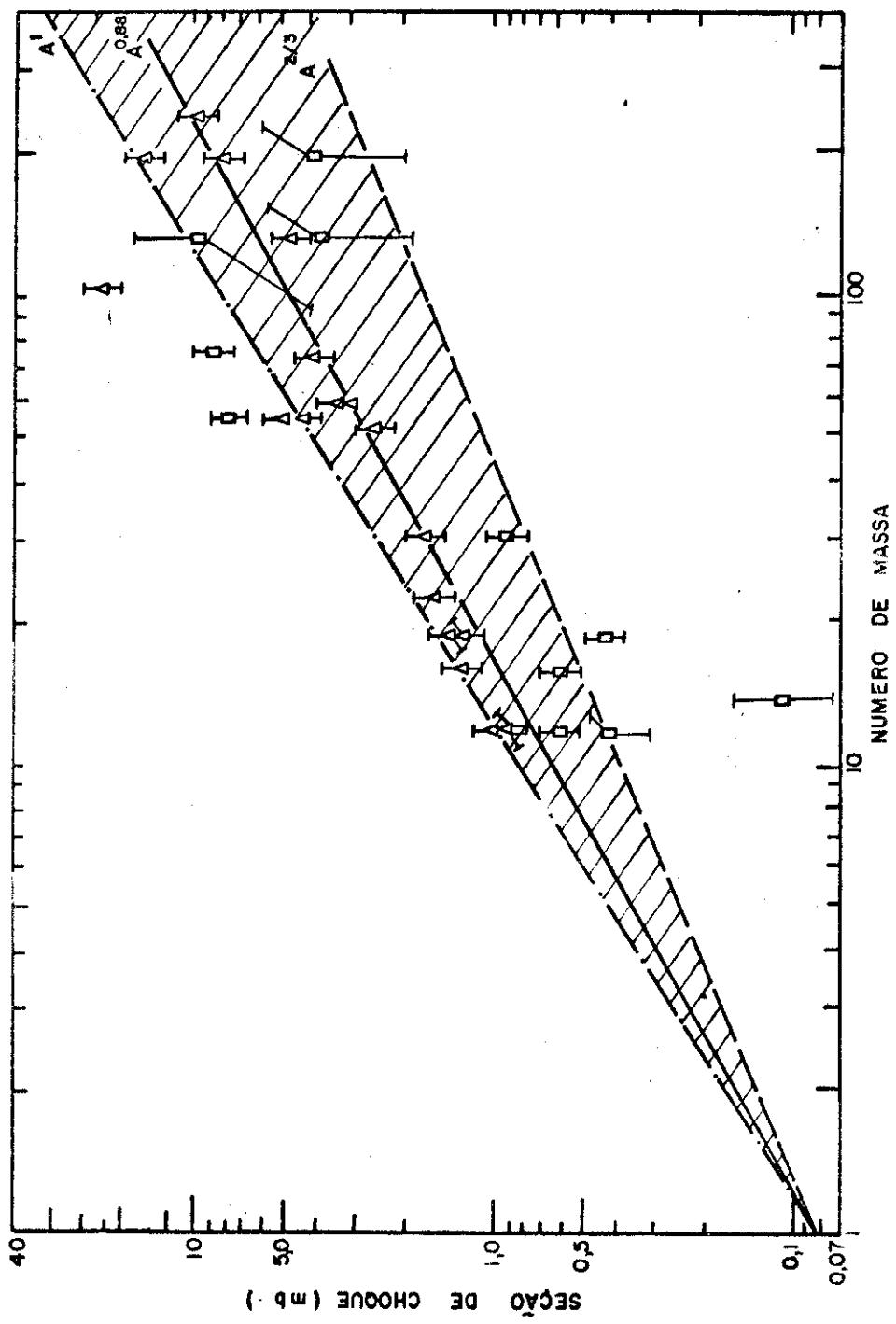


Fig. (III.1)

com  $A^{2/3}$  (linha tracejada). A parte hachurada da figura representa a região situada entre as dependências das seções de choque com  $A^1$  e  $A^{2/3}$ .

ii) - Na Figura (III.2) a linha cheia representa a reta da Figura (I.11), do Capítulo I. Essa reta foi obtida fazendo-se o ajuste pelo método dos mínimos quadrados, dos valores médios das seções de choque calculadas pelo Método de Monte Carlo. A análise detalhada do tratamento dos dados está apresentada no Apêndice D. A dependência entre as seções de choque média calculada  $\bar{\sigma}_{MC}(E_\gamma)$  e o número de massa A é a seguinte:

$$\bar{\sigma}_{MC}(E_\gamma) = (0.084 \pm 0.002)A^{0.860 \pm 0.007} \quad (\text{III.2})$$

Na Figura (III.2) a linha traço-ponto representa a dependência de  $\bar{\sigma}_{MC}(E_\gamma)$  com  $A^1$  e a linha tracejada a dependência com  $A^{2/3}$ . A parte hachurada da Figura (III.2) representa a região situada entre as dependências da seção de choque com  $A^1$  e  $A^{2/3}$ . Para comparação, representamos também os resultados experimentais dos valores médios das seções de choque da Tabela (II.11) que foram selecionados pelo critério de rejeição de dados, apresentado no Apêndice D.

### III.2 - Discussão dos Resultados

#### III.2-1 - Comparação dos Valores das Seções de Choque Obtidas Pelo Método de Monte Carlo e os Valores Experimentais

A relação entre as equações (III.1) e (III.2) é dada por:

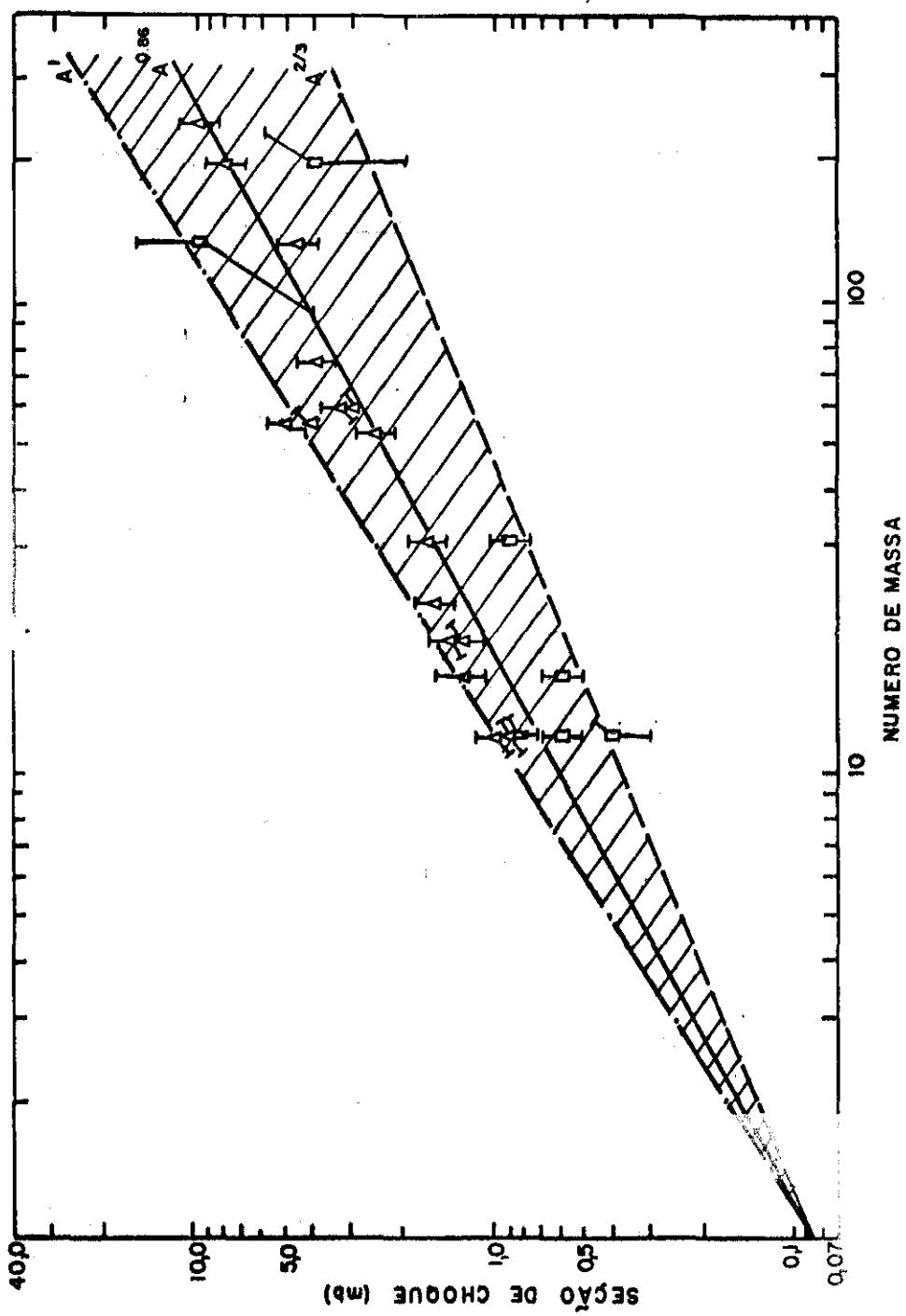


Fig. (III.2)

$$\tau(A) \pm \delta\tau(A) = \frac{1.012}{A^{0.02}} \pm \delta\tau(A) \quad (\text{III.3})$$

A relação (III.3) varia de  $0.96 \pm 0.16$  para o carbono, que é o núcleo mais leve por nós estudado, a  $0.91 \pm 0.20$  para o urânio, que constitui o núcleo mais pesado. Todas as demais relações estão compreendidas entre esses dois valores extremos mostrando um excelente acordo entre os resultados do ajuste dos valores médios das seções de choque calculadas pelo Método de Monte Carlo e o ajuste dos resultados experimentais. As duas retas representativas das equações (III.1) e (III.2) podem ser vistas na Figura (III.3). Nela estão representados os logarítmicos das seções médias de choque versus os logarítmicos dos números de massa. A reta cheia representa a dependência com  $A^{0.86}$  (Monte Carlo) e a reta traço-ponto a dependência em  $A^{0.88}$  (Experimental).

### III.2-2 - Dependência da Seção de Choque Média ( $\gamma, n$ ) com o Número de Massa

Não existe na literatura científica, no intervalo de energia por nós estudado nenhum trabalho sobre a dependência da seção de choque ( $\gamma, n$ ) com o número de massa. Todavia, são inúmeros os trabalhos relacionando o rendimento de fotoprodução de mésons com o número de massa. Em diversos desses trabalhos<sup>74-81</sup> foi determinado que o rendimento para a fotoprodução de mésons era proporcional a  $A^{2/3}$ . Esses resultados levaram a conclusão de que a fotoprodução de mésons em núcleos complexos é um efeito predominantemente de superfície. Butler e Wilson<sup>82,83</sup>, verificaram que a distribuição de

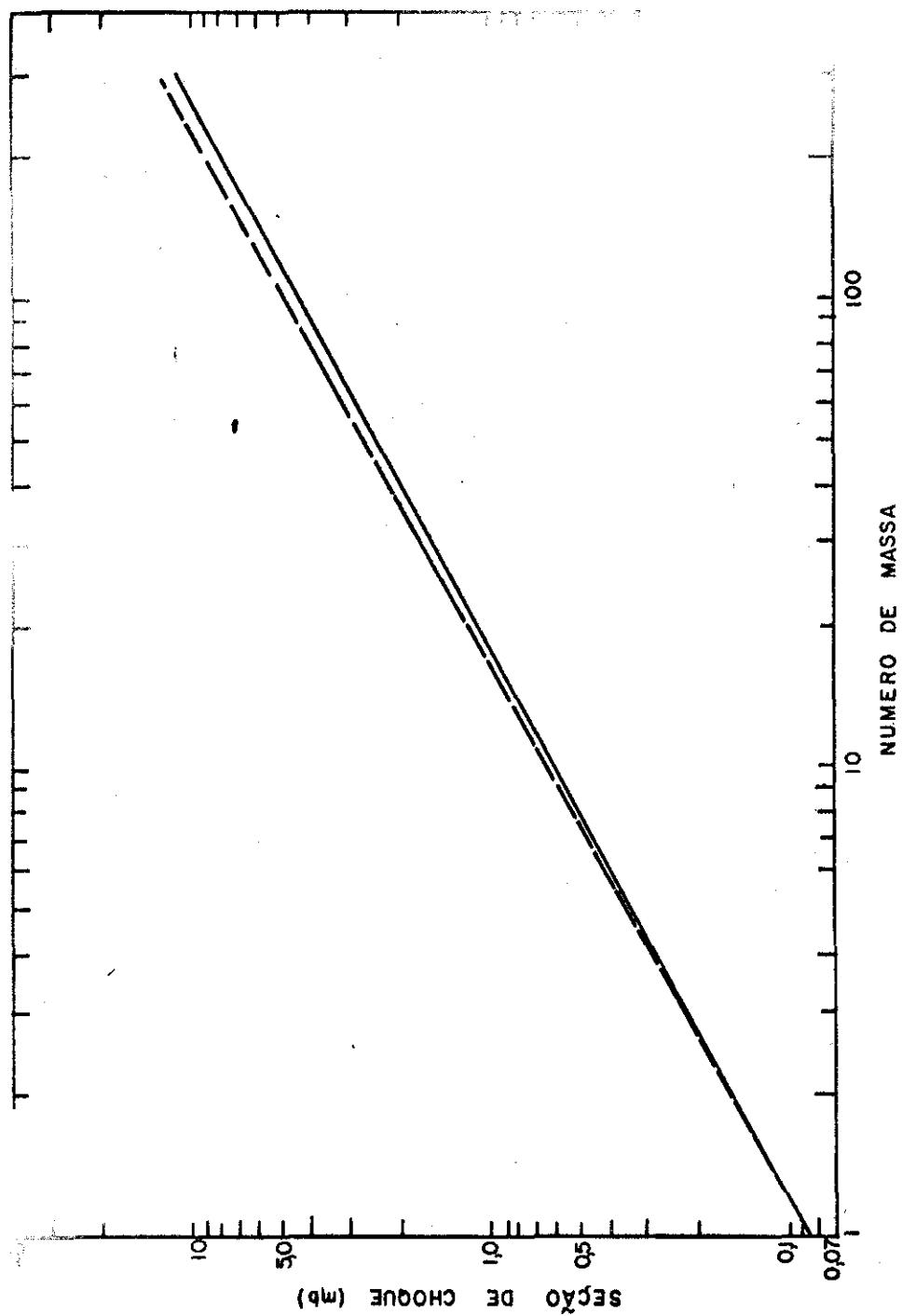
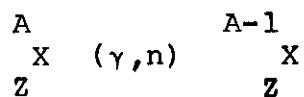


Fig. (III.3)

momentos dos nucleons no interior do núcleo tornavam energeticamente impossível a participação de todos os prótons e neutrons nos processos de fotoprodução de mésons. Afirmando, também, que a maioria dos mésons fotoproduzidos no interior do núcleo são absorvidos. W. M. McLelland<sup>84</sup> utilizando fótons de bremsstrahlung de 1000 MeV, interagindo com núcleos de Be, C, Al, Cu e Pb estabeleceu uma seção de choque para a fotoprodução de mésons proporcional a  $A^{3/4}$ . Em recente trabalho Shramenko e colaboradores<sup>85</sup>, verificaram que os rendimentos para a fotoprodução de mésons  $\pi^+$  e  $\pi^-$  em núcleos complexos, utilizando fótons de bremsstrahlung de 1.2 GeV, são proporcionais a  $A^{(0.83 \pm 0.05)}$  e  $A^{(0.81 \pm 0.03)}$  nos ângulos de  $60^\circ$  e  $120^\circ$ , respectivamente, no sistema de laboratório. No mesmo trabalho Shramenko e colaboradores, estabeleceram utilizando os nossos resultados de transparências de núcleos complexos para mésons e nucleons<sup>40,41</sup>, que o rendimento de fotoprodução de mésons  $\pi^+$  e  $\pi^-$  é proporcional a  $A^{0.88}$ . Nos trabalhos de McLelland e Shramenko verificamos que os efeitos de fotoprodução de mésons não são exclusivamente de superfície.

Em nosso trabalho, sobre reações  $(\gamma, n)$ , devemos observar que além da simples emissão de mésons, é necessário que se tenha uma reação do tipo



isto é, temos a condição restritiva de que o núcleo final seja um isótopo de número de massa uma unidade menor que o núcleo inicial. Tivemos também em consideração que até 450 MeV devem contribuir pa-

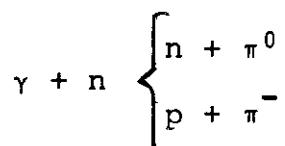
ra as reações ( $\gamma, n$ ), as interações primárias via Quasi-déuteron , nas quais não há produção de mésons. A dependência da seção de choque média de reações ( $\gamma, n$ ) com o número de massa, é proporcional a  $A^\alpha$ , sendo

$$2/3 < \alpha < 1$$

quer para os resultados calculados pelo Método de Monte Carlo, no qual  $\alpha = 0.860 \pm 0.007$  quer para os resultados obtidos pelo ajuste dos pontos experimentais no qual  $\alpha = 0.880 \pm 0.012$ .

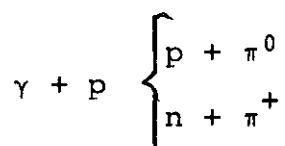
Podemos explicar esses resultados encontrados para  $\alpha$  através das seguintes considerações:

i) - No caso da interação do fóton com o neutron temos reações primárias do tipo



que podem se realizar em qualquer ponto do núcleo. Essas interações contribuem para a reação ( $\gamma, n$ ) se o méson e o nucleon abandonarem o núcleo sem nenhuma interação posterior ou se a interação for tão pequena que a excitação nuclear seja menor que a energia limiar para a emissão de novas partículas.

ii) - No caso da fotointeração com o próton teremos reações primárias do tipo



Nesses tipos de reação é necessário que interações posteriores

res do mésion e do nucleon acarretem a saída de um único neutrón, sem que haja uma excitação nuclear capaz de produzir a emissão de novas partículas.

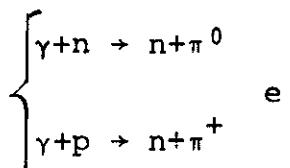
- iii) - A múltipla produção de mésons não deve contribuir para reações ( $\gamma, n$ ) porque é pequena a probabilidade de saída simultânea dos mésons e do nucleon de recuo, havendo sempre uma grande excitação nuclear capaz de produzir a saída de muitas partículas.
- iv) - No caso da interação do fóton via Quasi-déuteron, para que haja uma reação ( $\gamma, n$ ) é necessário que o neutron saia do núcleo e o próton fique retido. A absorção do próton pelo núcleo acarreta uma energia de excitação nuclear que possibilita a saída de outras partículas. É, portanto, pequena a contribuição para reações ( $\gamma, n$ ) das interações primárias do fóton via Quasi-déuteron.

A interação do fóton é igualmente provável em qualquer ponto do núcleo. Concluimos portanto, que o efeito para a produção de uma reação ( $\gamma, n$ ) não é puramente de superfície, isto é, a seção de choque não é proporcional a  $A^{2/3}$ . Apesar da interação do fóton ser igualmente provável em qualquer ponto do núcleo, verificamos que nem todas as interações primárias, acima descritas, ocasionam uma reação ( $\gamma, n$ ), isto é, a seção de choque não é proporcional ao volume nuclear, e portanto, ao número total de nucleons  $A^1$ .

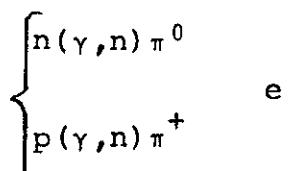
Quando extrapolamos, o valor do número de massa para  $A = 1$ , teremos:

$$\bar{\sigma}_{\text{EXP}}(E_{\gamma}) = (0.083 \pm 0.008) \text{mb} \text{ e } \bar{\sigma}_{\text{MC}}(E_{\gamma}) = (0.084 \pm 0.002) \text{mb}$$

Esses valores correspondem aos valores médios das seções de choque das reações



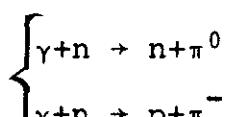
no intervalo de 300 MeV a 1000 MeV. As referidas reações podem ser consideradas num caso limite, como reações  $(\gamma, n)$  do tipo



Elas apresentam valores médios no intervalo de energia considerado de  $(0.087 \pm 0.017) \text{mb}$  e  $(0.089 \pm 0.018) \text{mb}^{58,59}$ , respectivamente, que estão em perfeito acordo com os nossos resultados encontrados.

### III.2-3 - Comparaçāo Entre $\bar{\sigma}_{\min}(E_{\gamma})$ e $\bar{\sigma}_{\text{MC}}(E_{\gamma})$

Nos trabalhos de G.Andersson, B.Forkman e B.Friberg<sup>36</sup>, existe uma estimativa das seções de choque  $(\gamma, n)$  para núcleos leves, através de expressão matemática que envolve o livre percurso médio dos mésons e nucleons na matéria nuclear. Entretanto, só são levados em consideração nessa fórmula para o cálculo das seções de choque  $(\gamma, n)$  os neutrons de "valência", isto é, os neutrons superficiais, e as reações primárias



Nos seus cálculos, G. Andersson et al.<sup>36</sup> determinaram que em elementos leves como o  $^{12}\text{C}$ , 80% das reações ( $\gamma, n$ ) ocorrem nas condições anteriormente descritas, com o mésion e o nucleon saindo do núcleo sem nenhuma interação posterior, apresentando-se o núcleo residual completamente frio. Nas nossas estimativas utilizando-se quer o Método de Monte Carlo, quer a fórmula(I.15) do Capítulo I na qual são levadas em consideração as transparências<sup>40,41</sup> de núcleos complexos para mésons e nucleons fotoproduzidos nos seus interiores, verificamos que há uma diferença sensível entre os resultados obtidos para as seções de choque ( $\gamma, n$ ). Para interpretação dessa diferença nos resultados, na Figura (III.4) representamos a relação entre o valor médio das seções de choque ( $\gamma, n$ ) obtida através da fórmula(I.15) do Capítulo I, no intervalo de energia do limiar fotomesônico (150 MeV) até o limiar de dupla produção de mésons (350 MeV), e o valor médio da seção de choque ( $\gamma, n$ ) estimada pelo Método de Monte Carlo (Capítulo I,  $\bar{\sigma}_{MC}(E_\gamma)$ ), no mesmo intervalo de energia, versus o logarítmico do número de massa A. Ajustando-se os resultados dos valores da relação  $\bar{\sigma}_{min}(E_\gamma)/\bar{\sigma}_{MC}(E_\gamma)$  pelo método dos mínimos quadrados obtemos a reta da Figura (III.4). A dependência linear entre os valores médios da relação das seções de choque calculadas pelos dois métodos e o logarítmico do número de massa A, é o seguinte:

$$\frac{\bar{\sigma}_{min}(E_\gamma)}{\bar{\sigma}_{MC}(E_\gamma)} = - (17.15 \pm 1.21) \ln A + (131.5 \pm 5.2) \quad (\text{III.4})$$

Verifica-se pela expressão (III.4) que no  $^{12}\text{C}$  88.5% das reações ( $\gamma, n$ ) são obtidas através da saída do mésion e do nucleon, ou somen-

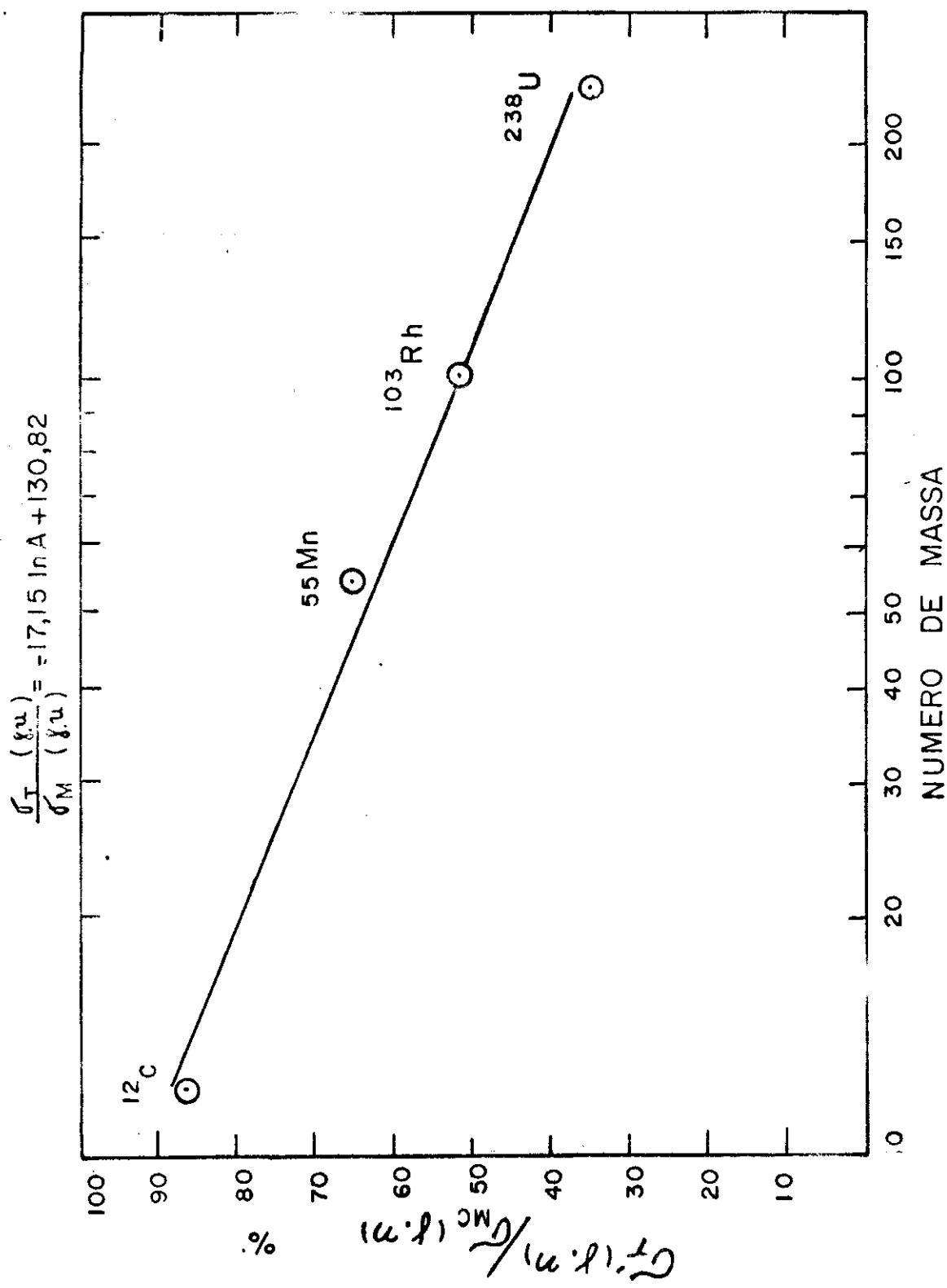


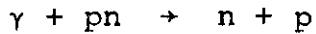
Fig. (III.4)

te do neutron (na interação via Quasi-dêuteron), sem nenhuma interação posterior no núcleo, enquanto que no  $^{238}\text{U}$  apenas 36.9% das reações ( $\gamma, n$ ) apresentam essa característica. O fenômeno pode ser explicado pela grande diferença das transparências apresentadas pelos núcleos leves em relação aos núcleos pesados para mésons e nucleons fotoproduzidos nos seus interiores.

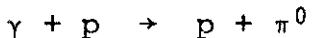
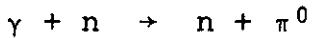
### III.3 - Conclusões

Podemos apresentar as seguintes conclusões do estudo sistemático por nós realizado em reações ( $\gamma, n$ ) em núcleos leves, intermediários e pesados, no intervalo de energia de 300 MeV a 1000 MeV.

- 1) Há um excelente acordo entre o cálculo das seções de choque médias ( $\gamma, n$ ) determinadas pelo Método de Monte Carlo, partindo-se de interações primárias com fótons monoenergéticos, e os valores das seções de choque médias ( $\gamma, n$ ) experimentais, utilizando fótons de bremsstrahlung.
- 2) O valor da seção de choque ( $\gamma, n$ ) cresce com o número de massa.
- 3) Para o mesmo número de interações primárias dos fótons, iniciadoras de cascatas intranucleares, o número de reações ( $\gamma, n$ ) decresce com o número de massa dos núcleos em estudo, isto é, a função  $\phi_n(E_\gamma, A)$  decresce com  $A$  para os mesmos valores da energia do fóton incidente.
- 4) A função  $\phi_n(E_\gamma, A)$  passa por um máximo no intervalo de energia considerado.
- 5) As interações primárias do fóton via Quasi-dêuteron:



e via fotomesônica



contribuem para as reações ( $\gamma, n$ ).

- 6) A múltipla produção de mésons não contribue para as reações ( $\gamma, n$ ).
- 7) As reações ( $\gamma, n$ ) se realizam na fase rápida ou de cascata e são explicadas pelo acompanhamento das diversas etapas da cascata intranuclear iniciada pelo fóton.
- 8) As reações ( $\gamma, n$ ) não são originadas, apenas, nas interações primárias dos fótons com nucleons ou pares de nucleons (Quasi-déuteron) superficiais. As interações primárias dos fótons realizadas em qualquer ponto do núcleo, no interior ou na superfície, podem contribuir para reações ( $\gamma, n$ ) no intervalo de energia considerado.
- 9) Os nossos resultados experimentais, obtidos para as seções de choque absolutas e para as seções de choque por quantum equivalente em reações ( $\gamma, n$ ), possibilitam a preparação de alvos monitores que tem por finalidade determinar as doses e verificar as deformações apresentadas pela forma do espectro de bremsstrahlung em reações fotonucleares no intervalo de energia considerado.

## APÊNDICE A

### Método de Monte Carlo

O Método de Monte Carlo por nós executado para o estudo de reações fotonucleares apresenta as seguintes etapas:

#### A.1 - Coordenada do Ponto de Interação do Fóton

##### A.1.a - Zona de Interação

O caminho livre médio de um fóton na matéria nuclear em função da energia poderá ser obtido pela expressão:

$$\bar{\lambda}(E) = \frac{7.24 \times 10^4}{\sigma_{\gamma N}(E)} \quad (\text{A.1})$$

onde  $\bar{\lambda}(E)$  é dado em fermis, quando a seção de choque do fóton com o nucleon livre  $\sigma_{\gamma N}(E)$  for dada em microbarn ( $\mu\text{barn}$ ).

Para fótons de 300 MeV verificamos que o livre caminho médio na matéria nuclear (meio infinito constituído de material idêntico ao núcleo) é de cerca de 140 fermis. Como o diâmetro do núcleo de  $^{238}\text{U}$  é de aproximadamente 15 fermis, concluimos que o fóton deveria percorrer vários diâmetros nucleares antes de sofrer a primeira interação. Os núcleos são praticamente transparentes em relação aos fótons. Em virtude dessas considerações, podemos dizer que a interação de um fóton com um nucleon, é igualmente provável em qualquer ponto do interior do núcleo, não havendo nenhuma região preferencial para a interação.

Para facilitar o problema vamos representar o núcleo biddenencialmente. Para isso, temos que determinar o raio do círculo equivalente a um núcleo considerado esférico. Considerando a relação entre valores médios das distâncias de um ponto à superfície da esfera e de um ponto a circunferência de círculo, teremos que o raio do círculo equivalente ao da esfera de raio  $R$  é dado pela expressão<sup>86</sup> :

$$R' = 0,9 R \quad (\text{A.1})$$

Por exemplo, no caso do  $^{238}\text{U}$  o raio nuclear é de aproximadamente 7,49 fermis e o raio do círculo equivalente é de 6,5 fermis. Como  $R = r_o A^{1/3}$ , teremos que

$$R' = 0,9 r_o A^{1/3}$$

onde  $r_o$  é obtido das Tabelas de Elton<sup>87</sup>.

No presente cálculo, tomaremos os seguintes valores de  $r_o$  em centímetros.

TABELA (A.1)

	Núcleos leves	Núcleos Intermediários	Núcleos Pesados
$r_o$ (cm)	$1.4 \times 10^{-13}$	$1.3 \times 10^{-13}$	$1.2 \times 10^{-13}$

A.1.b - Rotina para Escolha do Ponto onde se Realiza a Primeira Interação

A escolha das coordenadas do ponto onde se realiza a primeira interação, é obtida levando-se em consideração que todos

os pontos são igualmente prováveis. Escolhemos pares de pontos  $(x, y)$  em função de pares de valores  $(\xi_1, \xi_2)$  que constituem números escolhidos ao acaso no intervalo  $(0,1)$ . Serão rejeitados os pontos que cairem fora do círculo

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad (\text{A.2})$$

O fluxograma (Fig. A.1) descreve de maneira sintética a referida operação.

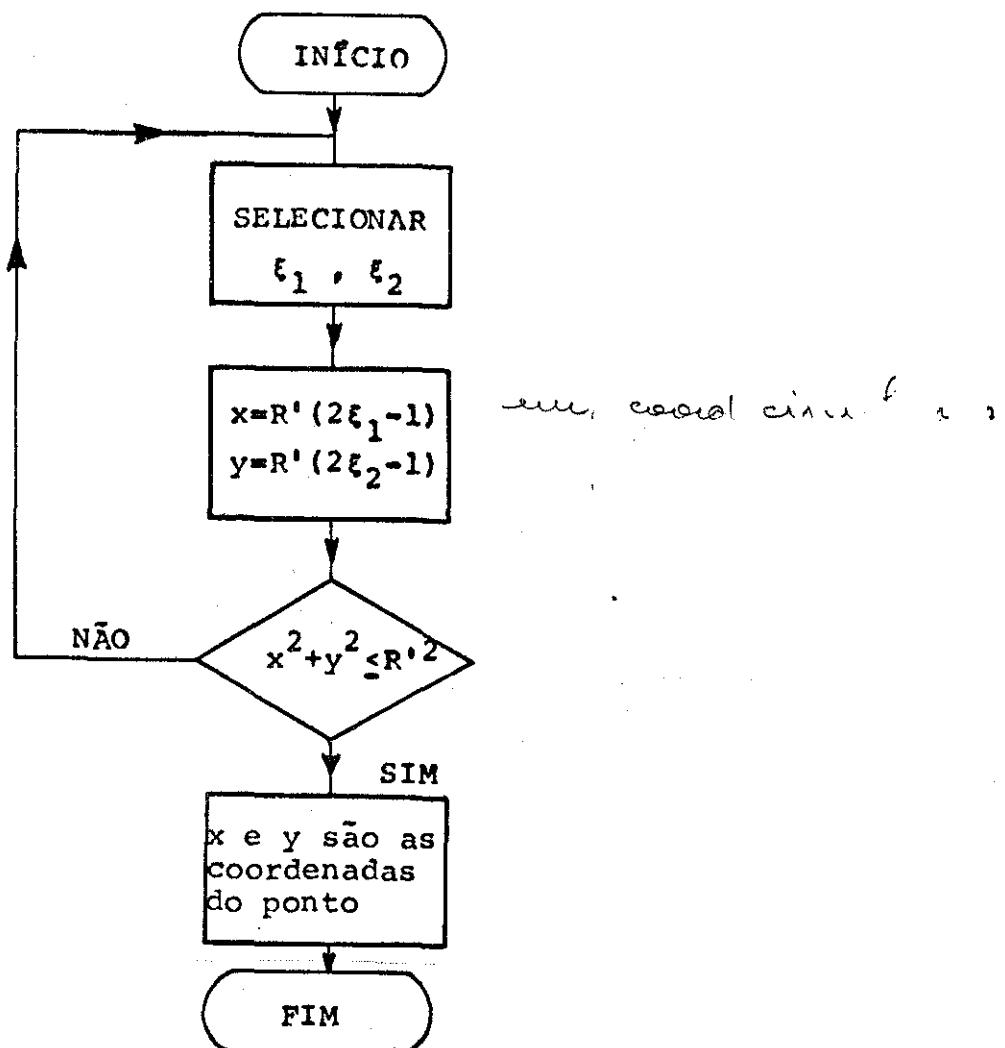


Fig. (A.1)

A.2 - Escolha do Nucleon ou dos Nucleons do Núcleo Alvo na 1<sup>a</sup> Interação

As interações do fóton com o nucleon ou nucleons do núcleo alvo, poderá ser realizada através do Quasi-dêuteron ou de uma reação fotomesônica.

A probabilidade de interação do fóton com um próton, num processo fotomesônico será

$$P_{\gamma p}(E) = \frac{Z\sigma_{\gamma p}(E)}{Z\sigma_{\gamma p}(E) + (A-Z)\sigma_{\gamma n}(E) + L \frac{(A-Z)Z}{A} \sigma_{\gamma d}(E)} \quad (A.3)$$

e com um neutron

$$P_{\gamma n}(E) = \frac{(A-Z)\sigma_{\gamma n}(E)}{Z\sigma_{\gamma p}(E) + (A-Z)\sigma_{\gamma n}(E) + L \frac{(A-Z)Z}{A} \sigma_{\gamma d}(E)} \quad (A.4)$$

No caso da interação do fóton com o Quasi-dêuteron, temos para probabilidade de interação:

$$P_{\gamma d}(E) = \frac{L \frac{(A-Z) \times Z}{A} \times \sigma_{\gamma d}(E)}{Z\sigma_{\gamma p}(E) + (A-Z)\sigma_{\gamma n}(E) + L \frac{(A-Z) \times Z}{A} \sigma_{\gamma d}(E)} \quad (A.5)$$

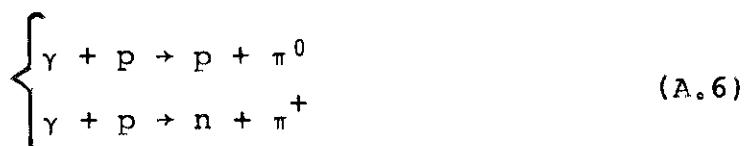
onde A é o número de massa, Z o número atômico,  $\sigma_{\gamma p}(E)$  e  $\sigma_{\gamma n}(E)$  as seções de choque do fóton com o neutron ou o próton livres e  $\sigma_{\gamma d}(E)$  a seção de choque de fotodesintegração do déuteron livre. O

fator de Levinger<sup>10</sup> L apresenta os seguintes valores para os diversos núcleos estudados:

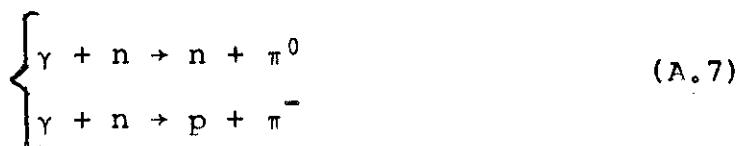
TABELA (A.2)

Núcleo	$^{12}\text{C}$	$^{19}\text{F}$	$^{23}\text{Na}$	$^{55}\text{Mn}$	$^{103}\text{Rh}$	$^{197}\text{Au}$	$^{238}\text{U}$
Fator de Levinger L	5.5	7	7	9	11	12	12

Os valores das seções de choque  $\sigma_{\gamma p}$  das reações



e das seções de choque  $\sigma_{\gamma n}$  das reações



foram obtidos nas referências 58,59 e se acham representadas versus as energias dos fôtons incidentes nas Figuras (I.11 e I.12).

O valor da seção de choque  $\sigma_{\gamma d}$  foi obtidos na referência 56 , Figura (I.3).

Para a aplicação do método tomamos um número ao acaso  $\xi$  de uma distribuição uniforme no intervalo (0.1) e verificamos em qual dos três sub-intervalos ele caiu:

$$\text{i)} \quad 0 \leq \xi \leq P_{\gamma d} \quad (\text{A.8})$$

quando o alvo escolhido é o Quasi-dêuteron

$$\text{ii)} P_{\gamma d} < \xi \leq P_{\gamma d} + P_{\gamma p} \quad (\text{A.9})$$

quando o alvo escolhido é o próton e

$$\text{iii)} P_{\gamma d} + P_{\gamma p} < \xi < 1 \quad (\text{A.10})$$

quando o alvo escolhido for o neutrônio.

A ordem dos intervalos é arbitrária mas deve ser fixada antes da aplicação do Método de Monte Carlo.

#### A.3 - Energia e Momento das Partículas Resultantes das Diversas Interações

Para a aplicação do Método de Monte Carlo em uma cascata intranuclear é necessário determinar as energias e momentos das partículas no decorrer das diversas interações. Vamos considerar, como afirmamos anteriormente, como interações primárias do fóton as interações via Quasi-déuteron e fotomesônica, desprezando o efeito Compton, em virtude da seção de choque desse processo ser muito pequena em relação às demais.

Ao longo da cascata intranuclear serão consideradas as seguintes reações:

- ✓ i) gama + Quasi-déuteron → nucleon + nucleon;
- ii) gama + nucleon → nucleon + méson;
- iii) nucleon + nucleon → nucleon + nucleon;
- iv) nucleon + nucleon → nucleon + nucleon + méson;
- ✗ v) méson + par de nucleons → nucleon + nucleon;  
(absorção de mésons)
- vi) méson + nucleon → méson + nucleon.

Em todos esses tipos de reação devem ser conhecidas as energias e momentos lineares das partículas no sistema de laboratório (S.L.).

O ângulo de espalhamento das partículas após a colisão é selecionado ao acaso, aplicando o método das tentativas estatísticas, levando-se em consideração os valores das seções de choque diferenciais para cada valor de energia da partícula incidente. Como as seções de choque diferenciais são dadas em função do ângulo de espalhamento no sistema centro de massa (S.C.M.) , é necessário transformá-lo para o sistema de laboratório (S.L.). As diversas transformações relacionando grandezas (ângulo, momento, energia , etc.) do sistema de laboratório e centro de massa já se acham consagradas na literatura científica no estudo da cinemática e dinâmica relativística<sup>88,89</sup> , sendo portanto, desnecessário a reprodução dos cálculos realizados no presente trabalho.

As distribuições angulares dos eventos das reações dos tipos i e v no sistema centro de massa (S.C.M.) foram consideradas isotrópicas.

Os valores das seções de choque diferenciais do tipo ii foram retiradas das referências<sup>58,59</sup> ; as das reações dos tipos iii e vi foram retiradas das referências<sup>52,53</sup>.

Nas interações do tipo iv fizemos a hipótese de que as três partículas resultantes da reação tinham momentos lineares, iguais em módulo, no sistema centro de massa (S.C.M.).

#### A.4 - Verificação de uma Nova Colisão

Quando um nucleon, após o choque, adquirir energia menor

do que a energia de corte será "absorvida" pelo núcleo não sendo mais considerada como partícula da cascata. Os valores utilizados para as energias de corte foram retirados da referência 52 e 53. No caso em que a partícula apresentar energia maior que a energia de corte haverá probabilidade de uma nova colisão dando prosseguimento à cascata.

A.5 - Cálculo da Distância Percorrida pelas Partículas na Materia Nuclear

A distância d percorrida pelas partículas antes de interagir é escolhida ao acaso utilizando o método das tentativas estatísticas sendo determinada pela seguinte expressão:

$$d = - \lambda(E) \ln \xi \quad (\text{A.11})$$

onde  $\xi$  é um número ao acaso no intervalo (0.1) e  $\lambda(E)$  o livre caminho médio da partícula na matéria nuclear, sendo dado pela expressão

$$\lambda_i(E_i) = \frac{1}{\rho \bar{\sigma}_{iN}(E_i)} \quad (\text{A.12})$$

onde  $\bar{\sigma}_{iN}(E_i)$  é determinada pelas relações do Apêndice B.

A.6 - Escolha do Nucleon Alvo na Colisão Nucleon-Nucleon

A seleção do nucleon alvo na colisão nucleon-nucleon é feita ao acaso, utilizando-se o método das tentativas estatísticas, a partir das seguintes proporções:

$$F_p = \frac{Z\sigma_{pp}}{Z\sigma_{pp} + (A-Z)\sigma_{pn}} \quad (\text{A.13})$$

sendo  $F_p$  a probabilidade para que um próton colida com um próton dentro do núcleo; a probabilidade para que colida com um neutron será  $F'_p = 1 - F_p$ .

A probabilidade para que um neutron colida com um próton dentro do núcleo será

$$G_n = \frac{Z\sigma_{np}}{Z\sigma_{np} + (A-Z)\sigma_{nn}} \quad (\text{A.14})$$

e com um neutron

$$G'_n = 1 - G_n$$

As probabilidades  $F_p$ ,  $F'_p$ ,  $G_n$  e  $G'_n$  são determinadas em função das seções de choque total  $\sigma_{pp}$ ,  $\sigma_{np}$  e  $\sigma_{nn}$ , que são obtidas utilizando-se os valores da referência 90.

#### A.7 - Escolha do Nucleon Alvo nas Reações do Tipo Méson+Nucleon → → Méson+Nucleon

A escolha do nucleon alvo nas reações méson-nucleon é feita ao acaso aplicando o método das tentativas estatísticas , a partir das seguintes proporções:

##### A.7.a - $\pi^+$ é o Méson Incidente

As probabilidades  $P_{\pi^+n}(E)$  e  $P_{\pi^+p}(E)$  do méson  $\pi^+$  interagir com o neutron e o próton, respectivamente, serão dadas por:

$$P_{\pi^+n}(E) = \frac{(A-Z)\sigma_{ij}(E)}{(A-Z)\sigma_{ij}(E) + Z\sigma_{ii}(E) + (A-Z)\sigma_{ijabs}(E)} \quad (A.15)$$

e

$$P_{\pi^+p}(E) = \frac{Z\sigma_{ii}(E)}{(A-Z)\sigma_{ij}(E) + Z\sigma_{ii}(E) + (A-Z)\sigma_{ijabs}(E)} \quad (A.16)$$

Nas expressões anteriores,  $\sigma_{ii}$ , corresponde às seções de choque de interação dos tipos  $\pi^+ - p$  e  $\pi^- - n$  e  $\sigma_{ij}$  as seções de choque de interação dos tipos  $\pi^- - p$  e  $\pi^+ - n$ , nas quais não estão incluídos os processos de absorção. A absorção de pion carregado será efetuada através de um par de nucleons, levando-se em consideração que o par de nucleons deve conter um próton, pelo menos, para absorver o  $\pi^-$  e um neutron, pelo menos, para absorver o  $\pi^+$ .

As seções de choque de absorção foram estimadas partindo-se das seções de choque de absorção de pions por déuterons, como sugerido na referência 53.

A probabilidade de absorção do méson  $^+$ , será:

$$P_{abs\pi^+}(E) = \frac{(A-Z)\sigma_{ijabs}(E)}{(A-Z)\sigma_{ij}(E) + Z\sigma_{ii}(E) + (A-Z)\sigma_{ijabs}(E)} \quad (A.17)$$

#### A.7.b - $\pi^-$ é o Méson Incidente

As probabilidades do méson  $\pi^-$  interagir com o neutron e o próton, respectivamente, serão dadas por:

$$P_{\pi^-n}(E) = \frac{(A-Z)\sigma_{ij}(E)}{(A-Z)\sigma_{ij}(E) + Z\sigma_{ii} + Z\sigma_{ijabs}(E)} \quad (A.18)$$

e

$$P_{\pi^-p}(E) = \frac{Z\sigma_{ii}(E)}{(A-Z)\sigma_{ij}(E) + Z\sigma_{ii}(E) + Z\sigma_{ijabs}(E)} \quad (A.19)$$

A probabilidade de absorção do mésion  $\pi^-$  será dada por:

$$P_{abs\pi^-}(E) = \frac{Z\sigma_{ijabs}(E)}{(A-Z)\sigma_{ij}(E) + Z\sigma_{ii}(E) + Z\sigma_{ijabs}(E)} \quad (A.20)$$

#### A.7.c - $\pi^0$ é o Mésion Incidente

Para o mésion  $\pi^0$ , estabelecemos fórmulas análogas às anteriores levando-se em consideração que

$$\sigma_{\pi^0\text{nucleon}} = \frac{\sigma_{ii}(E) + \sigma_{ij}(E)}{2} \quad (A.21)$$

e propriedades de spin isotópico que nos dão para seção de choque de absorção do mésion  $\pi^0$  o valor  $1/2 \sigma_{ijabs}(E)^{53}$ .

Os valores de  $\sigma_{ii}$ ,  $\sigma_{ij}$  e  $\sigma_{ijabs}$  foram obtidos utilizando-se as expressões analíticas do trabalho de Metropolis et al.<sup>53</sup>.

$$\sigma_{ii} = 3.7 + 286 (\gamma-1)^3 \quad (A.22)$$

$$\sigma_{ij} = 6.5 + 23.9 (\gamma-1) \quad (A.23)$$

$$\sigma_{...} = 16.4 (0.14 + n^2), \quad (A.24)$$

sendo  $\gamma$  a energia total da partícula incidente dada em unidades de  $m_{\pi}c^2$  e  $n$  os momentos lineares em unidades  $m_{\pi}c$ , sendo as seções de choque expressas em milibarns.

A.8 - Reações do Tipo Nucleon+Nucleon  $\rightarrow$  Nucleon+Nucleon+Meson

No estudo das reações do tipo iv nós utilizamos o mesmo tratamento usado por Metropolis et al.<sup>53</sup>.

A Tabela A.3 nos mostra alguns parâmetros que aparecem nas colisões inelásticas nucleon-nucleon<sup>53</sup>.

TABELA (A.3)

Intervalo de Energia	Tipo de Interação	f <sub>inel.</sub>	f
335 - 410	ii	0.07	1.0
	ij	0.40	1.0
410 - 510	ii	0.20	1.0
	ij	0.07	1.0
510 - 660	ii	0.31	1.0
	ij	0.15	1.0
660 - 840	ii	0.43	1.0
	ij	0.27	1.0
840 - 1000	ii	0.58	0.97
	ij	0.37	0.97

Na primeira coluna temos o intervalo de energia; na segunda coluna o tipo de interação (ii, neutron-neutron, próton-próton e ij, neutron-próton); na terceira coluna a fração da seção de choque total que corresponde à produção de mésons na interação

nucleon-nucleon; na quarta coluna a fração que corresponde à produção de um único méson. Na produção de um único méson nas reações ii, onze por cento correspondem ao méson  $\pi^0$  e nas reações ij quarenta e três por cento, em todas as energias. As produções de mésons  $\pi^+$  e  $\pi^-$  foram consideradas igualmente prováveis nas reações ii e ij.

A.9 - Verificação de que a Partícula Saiu ou Está Contida no Contorno Geométrico do Núcleo

Fixando a origem do sistema de coordenadas no centro do círculo de raio  $R'$ , verificamos após cada colisão se as coordenadas das partículas estão fora ou no interior do contorno geométrico do núcleo.

A.10- Erros

Os cálculos dos erros cometidos foram realizados de acordo com os métodos das referências 49, 91 e 92.

Como foram computadas 10000 histórias, para cada energia do fóton incidente, verificou-se que a flutuação estatística era pequena, bem como o erro cometido na determinação da probabilidade de realização de uma reação ( $\gamma, n$ ), para cada valor da energia do fóton incidente, como podemos ver na Tabela (A.I).

Todos os cálculos foram programados na linguagem FORTRAN IV, tendo sido utilizado o Computador /370, do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas.

APÊNDICE B

Transparências

Em Capítulos anteriores, na estimativa das seções de choque das reações ( $\gamma, n$ ) nós verificamos a importância do estudo da probabilidade de escape de partículas, do interior de núcleos complexos, sem nenhuma interação com a matéria nuclear, isto é, as transparências desses núcleos para pions e nucleons de recuo fotoproduzidos no seu interior. As únicas publicações existentes nesse campo em reações fotonucleares são as de Roos e Peterson<sup>11,12</sup> e as de De Carvalho et al.<sup>40,41</sup>. No seu trabalho Roos e Peterson, simplesmente, dobraram os valores das transparências obtidas por Metropolis et al.<sup>52,53</sup>, levando em consideração que os valores médios dos caminhos dos nucleons e dos mésons fotoproduzidos no interior do núcleo deveriam ser a metade dos valores médios das distâncias percorridas por partículas que fossem lançadas do exterior e atravessassem o núcleo sem interagir.

No nosso trabalho<sup>40,41</sup> nós introduzimos o conceito de "núcleo equivalente": é um núcleo de menor dimensão que o núcleo estudado mas que apresenta transparências idênticas para partículas vindas do exterior, aquelas transparências que são obtidas levando-se em consideração partículas fotoproduzidas no interior do núcleo por nós considerado. No cálculo do raio do núcleo equivalente utilizamos as seguintes considerações:

- i) O livre caminho médio no núcleo ( $A, Z$ ) e no núcleo equivalente ( $A', Z'$ ) são iguais;
- ii) O caminho médio percorrido por uma partícula fotoproduzida no interior do núcleo ( $A, Z$ ) é  $0.75R$  segundo G.Rudstam<sup>86</sup>, sendo  $R$  o raio nuclear;
- iii) O caminho médio percorrido por partículas que atravessam o núcleo equivalente ( $A', Z'$ ) sem interagir é  $\frac{4R'}{\pi}$  sendo  $R'$  o raio do núcleo equivalente.

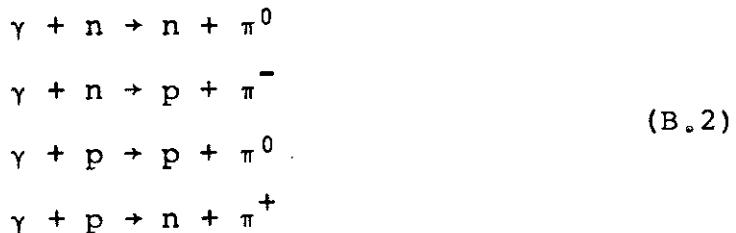
Consequentemente, nós obtemos para valor do raio do núcleo equivalente em função do núcleo estudado a seguinte expressão:

$$R' = 0,583 R \quad (\text{B.1})$$

Na Tabela B.1 apresentamos alguns núcleos equivalentes desde os valores  $A = 12$  até  $A = 238$  dos núcleos alvos.

Além do conceito de núcleo equivalente para a determinação das transparências foram assumidas as seguintes proposições:

- i) O fóton de alta energia ( $E_\gamma > 150$  MeV) interage com um nucleon (neutron ou próton) do núcleo estudado havendo a produção de um mésion  $\pi$  ( $\pi^+, \pi^-, \pi^0$ ) e de um nucleon de recuo ( $p$  ou  $n$ ) sendo levadas em consideração as reações



- ii) As interações do mésion produzido e do nucleon são descritas

por colisões do tipo méson-nucleon e nucleon-nucleon dentro da matéria nuclear (os movimentos dos nucleons não serão levados em consideração).

TABELA B.1

Núcleos Equivalentes

Núcleo Alvo	Núcleo Equivalente
$^{12}_6\text{C}$	$^3_1\text{H}$
$^{23}_{11}\text{Na}$	$^5_2\text{He}$
$^{27}_{13}\text{Al}$	$^5_3\text{Li}$
$^{55}_{25}\text{Mn}$	$^{11}_{5}\text{B}$
$^{100}_{44}\text{Ru}$	$^{20}_{9}\text{F}$
$^{103}_{45}\text{Rh}$	$^{21}_{9}\text{F}$
$^{127}_{53}\text{I}$	$^{25}_{11}\text{Na}$
$^{197}_{79}\text{Au}$	$^{39}_{16}\text{S}$
$^{209}_{83}\text{Bi}$	$^{42}_{17}\text{Cl}$
$^{232}_{90}\text{Th}$	$^{46}_{18}\text{Ar}$
$^{238}_{92}\text{U}$	$^{48}_{18}\text{Ar}$

iii) Foi utilizado o modelo de Bethe<sup>93</sup> e Fernbach et al.<sup>94</sup>.

iv) Consideramos o núcleo com uma densidade uniforme sendo o raio nuclear dado pela expressão<sup>87</sup>.

$$R = 1.12 \text{ A}^{1/3} + a \cdot 35 \text{ A}^{-1/3} - 2.07 \text{ A}^{-1} \quad (\text{B.3})$$

O modelo ótico nos dá a seguinte expressão para transparência nuclear

$$T = \frac{\lambda^2}{2R} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{2R}{\lambda} \right) \left( 1 + \frac{2R}{\lambda} \right) \right] \quad (\text{B.4})$$

onde  $\lambda$  é o livre caminho médio da partícula (méson ou nucleon) no núcleo. O livre caminho médio  $\lambda_i$ , da partícula  $i$  na matéria nuclear é função da energia e é dado pela expressão:

$$\lambda_i(E_i) = \frac{1}{\rho \bar{\sigma}_{iN}(E_i)} \quad (\text{B.5})$$

onde  $\rho$  é a densidade nuclear e  $\bar{\sigma}_{iN}(E_i)$  é o valor médio da seção de choque total da interação da partícula  $i$  com um nucleon.

Para a determinação do valor de  $\bar{\sigma}_{iN}$  poderemos escrever

$$\bar{\sigma}_{iN}(E_i) = \frac{A-Z}{A} \left[ \sigma_{in}(E_i) - \sigma_{ip}(E_i) \right] + \sigma_{ip}(E_i) \quad (\text{B.6})$$

onde  $\sigma_{ip}(E_i)$  e  $\sigma_{in}(E_i)$  são as seções de choque de interação da partícula  $i$  com o próton ou o neutron, respectivamente. Para os valores de  $\sigma_{ip}(E_i)$  nós utilizamos os resultados de Bertini<sup>90</sup> e assumimos que:

$$\sigma_{in}(E_i) = \sigma_{ip}(E_i) \quad (\text{B.7})$$

com excessão do caso  $i=n$ , porque as seções de choque neutron-próton são em média duas vezes mais altas que as seções de choque neu-

tron-neutron. Com estas hipóteses a equação (B.6) se transforma em

$$\bar{\sigma}_{iN}(E_i) = \frac{(A+Z)}{2A} \sigma_{ip}(E_i) \quad \text{para } i=n, \quad (\text{B.8})$$

$$\bar{\sigma}_{iN}(E_i) = \sigma_{ip}(E_i) \quad \text{para } i=p, \pi^0 \quad (\text{B.9})$$

Pelo princípio da invariância isotópica

$$\sigma_{\pi^+p} = \sigma_{\pi^-n} \quad \text{e} \quad \sigma_{\pi^-p} = \sigma_{\pi^+n} \quad (\text{B.10})$$

o que nos permite escrever

$$\bar{\sigma}_{\pi^+N} = \left(\frac{A-Z}{A}\right) (\sigma_{\pi^-p} - \sigma_{\pi^+p}) + \sigma_{\pi^+p} \quad (\text{B.11})$$

e

$$\bar{\sigma}_{\pi^-N} = \left(\frac{A-Z}{A}\right) (\sigma_{\pi^+p} - \sigma_{\pi^-p}) + \sigma_{\pi^-p} \quad (\text{B.12})$$

Para os núcleos com

$$Z = \frac{A}{2} \quad \text{isto é } ({}^4\text{He}, {}^{12}\text{C}, {}^{14}\text{N} \text{ etc}) \quad (\text{B.13})$$

$\bar{\sigma}_{\pi^+N} = \bar{\sigma}_{\pi^-N} = \frac{\sigma_{\pi^+p} + \sigma_{\pi^-p}}{2}$ , resultando que a transparência para méson  $\pi^+$  é idêntica a do méson  $\pi^-$ .

Nas Figuras B.1, B.2, B.3, B.4 e B.5 nós temos os valores calculados para as transparências de vários núcleos complexos para prótons, neutrons, mésons  $\pi^0$ , mésons  $\pi^-$  e mésons  $\pi^+$ , versus a energia das partículas consideradas.

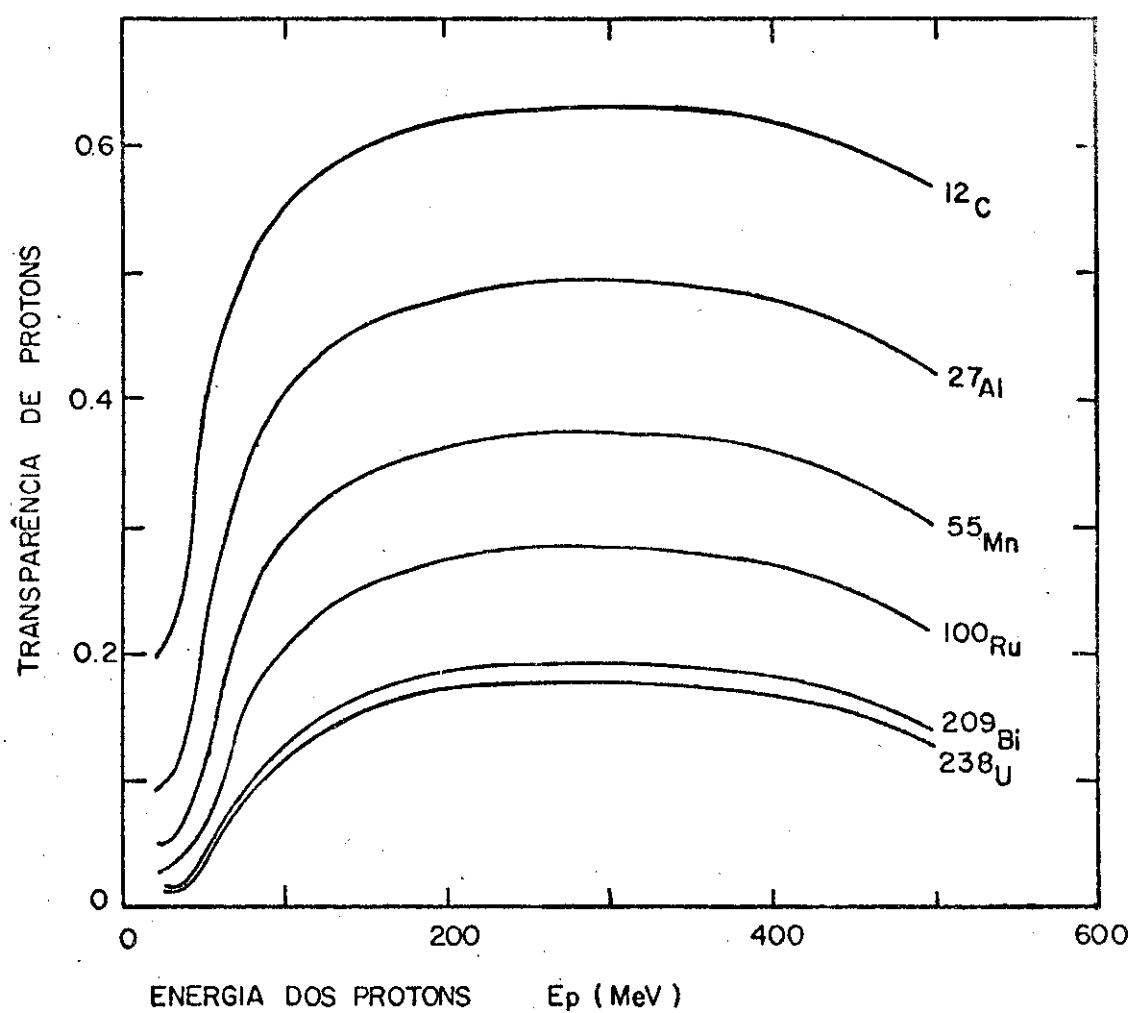


Fig. (B.1)

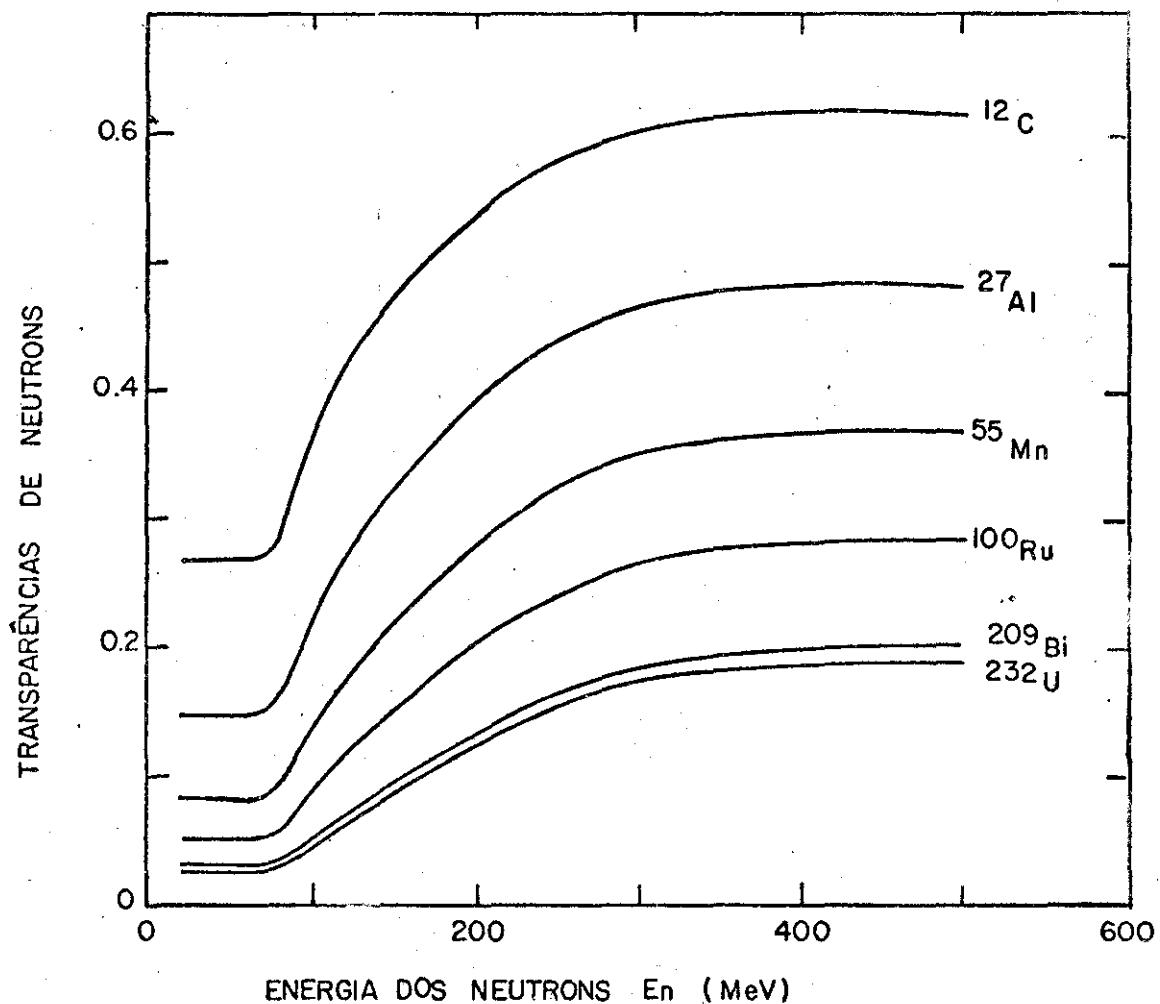


Fig. (B.2)

TRANSAPRÊNCIAS DE MESONS  $\pi^0$

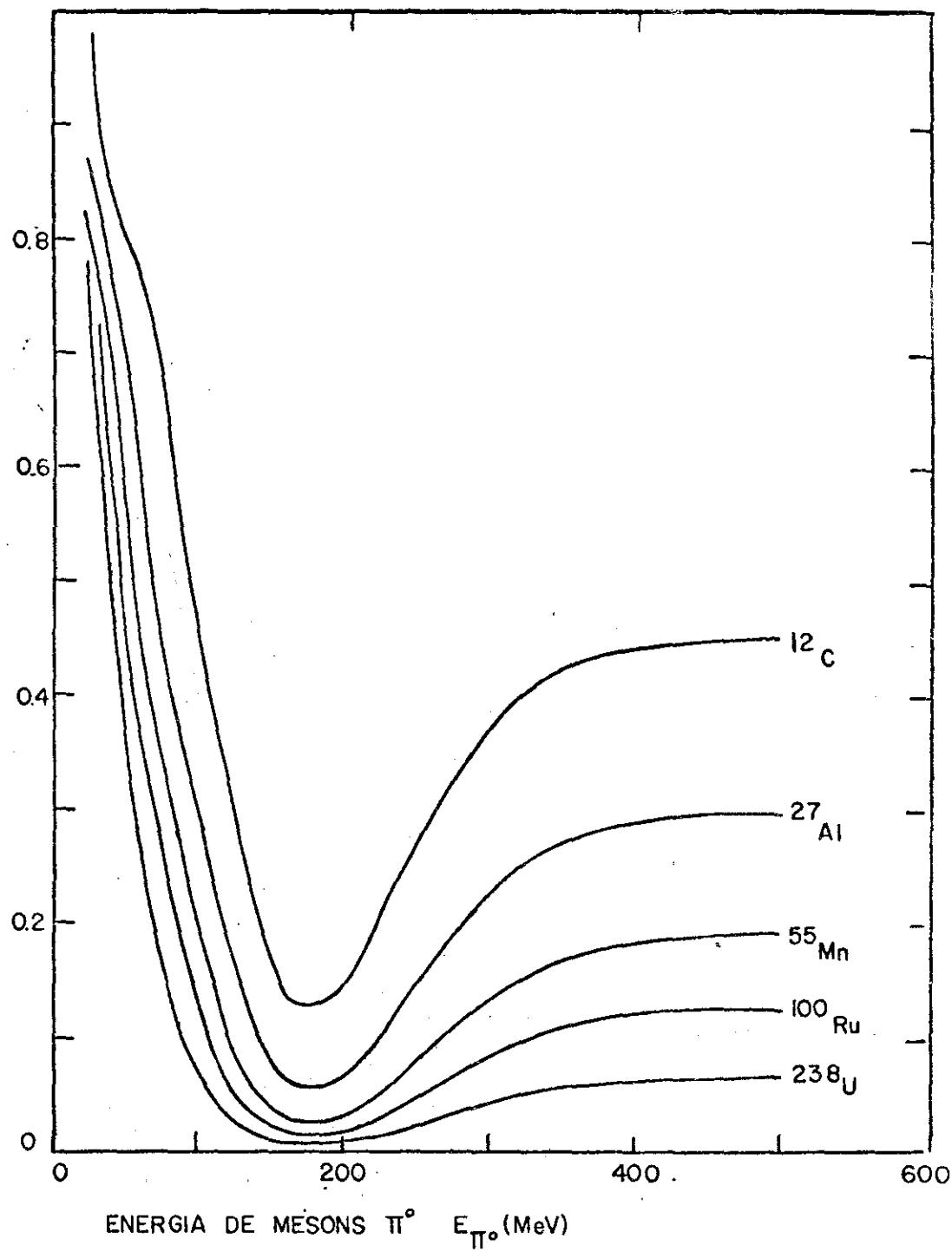


Fig. (B.3)

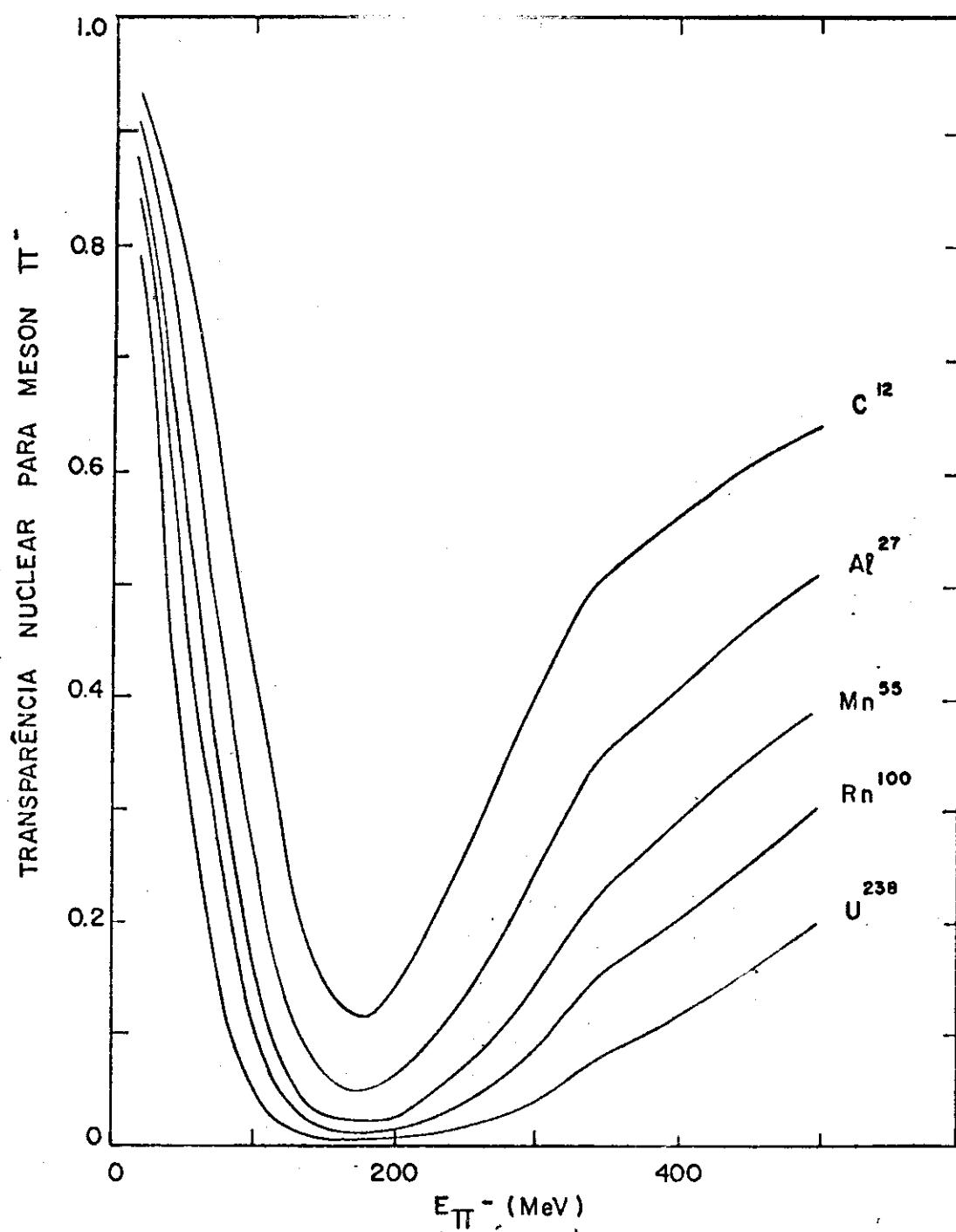


Fig. (B.4)

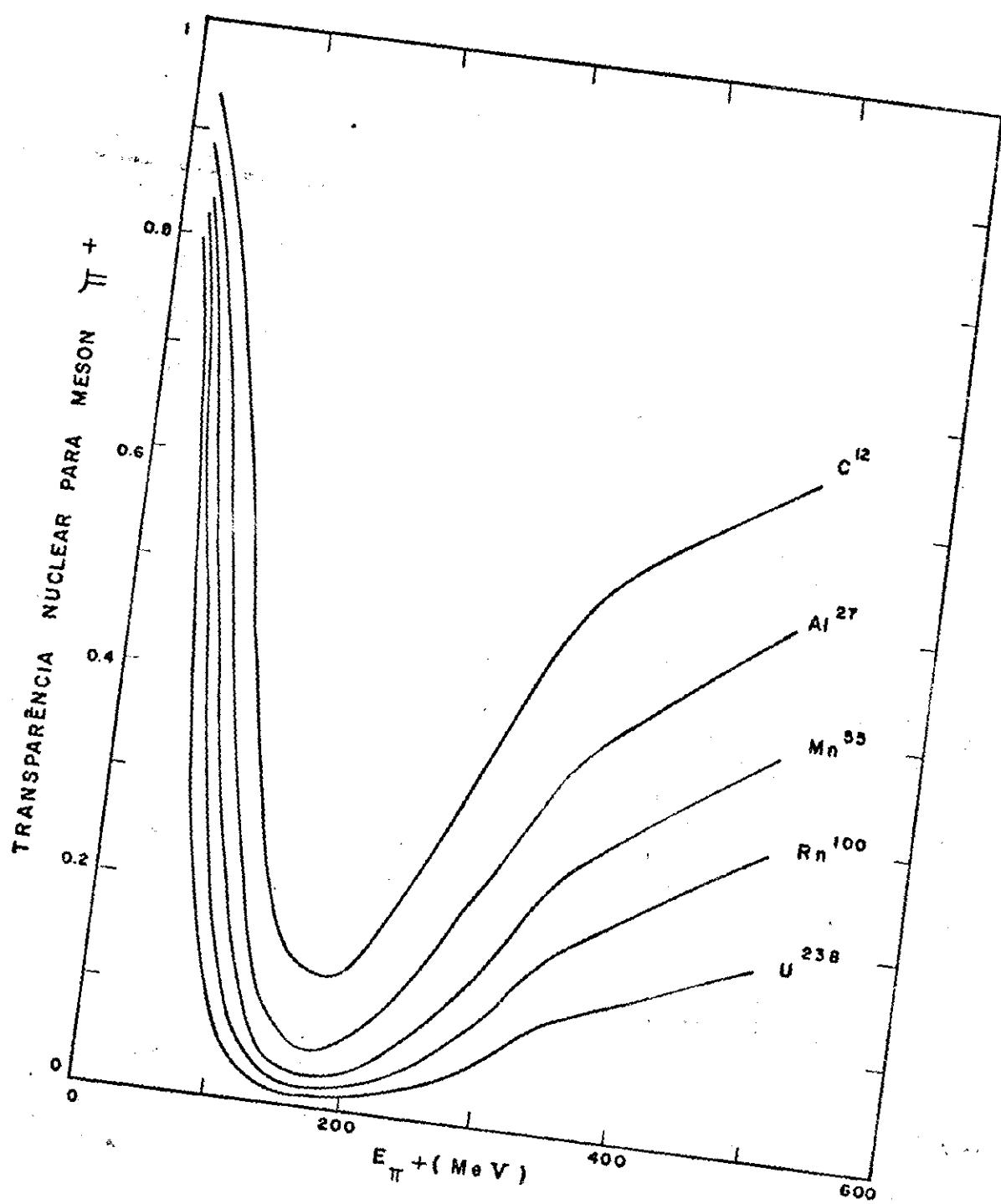


Fig. (B.5)

### APÊNDICE C

#### Método para a Resolução da Equação de Volterra de Primeira Espécie

Neste Apêndice apresentamos o desenvolvimento do Método do Dr. K. Tesch para a resolução da equação de Volterra de primeira espécie que apresenta a seguinte expressão analítica:

$$\sigma_Q(E_0) = \int_0^{E_0} \sigma(E_\gamma) n(E_0, E_\gamma) dE_\gamma . \quad (C.1)$$

Fazendo-se

$$\sigma(E_\gamma) = f(E_\gamma) \quad (C.2)$$

e

$$\sigma_Q(E_0) = g(E_0) \quad (C.3)$$

na equação (C.1), teremos:

$$\int_0^{E_0} n(E_0, E_\gamma) f(E_\gamma) dE_\gamma = g(E_0) + \epsilon(E_0) \quad (C.4)$$

onde  $\epsilon(E_0)$  corresponde aos erros na determinação da secção de choque por quantum equivalente  $g(E_0)$ .

Nós consideramos que as seções de choque por quantum equivalente foram determinadas em n valores da energia máxima do espec

tro de bremsstrahlung  $E_o(E_{o1}, E_{o2}, \dots, E_{oi}, \dots, E_{on})$  e que a seção de choque absoluta  $f(E_\gamma)$  será calculada em  $m$  valores das energias dos fótons  $E(E_{\gamma 1}, E_{\gamma 2}, \dots, E_{\gamma j}, \dots, E_{\gamma m})$ . Poderemos substituir a equação integral (C.4) pelo sistema de equações lineares :

$$\sum_{i=1}^m a_{1i} f_i = g_1 + \epsilon_1$$

$$\sum_{i=1}^m a_{2i} f_i = g_2 + \epsilon_2 \quad (C.5)$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ji} f_i = g_j + \epsilon_j$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ni} f_i = g_n + \epsilon_n$$

Obs.: Para simplificar a notação fizemos

$$f(E_{oi}) = f_i ;$$

$$g(E_{oj}) = g_j$$

$$\text{e } \epsilon(E_{oj}) = \epsilon_j$$

Na forma matricial teremos:

$$Af = g + \epsilon \quad (C.6)$$

Devemos introduzir uma condição adicional relacionando os erros

$$\sum_{j=1}^n \epsilon_j^2 = e^2 \quad (C.7)$$

sendo  $e$  uma constante conhecida que corresponde à soma dos quadrados dos erros de  $g(E_o)$ . Com a finalidade de evitar grandes flutua-

ções da função  $f(E_\gamma)$  o que não corresponde aos resultados esperados para as seções de choque de fotoreações é necessário estabelecer uma condição adicional para que o andamento da  $f(E_\gamma)$  seja suave. Esta condição de suavidade poderá ser obtida a partir da expressão:

$$c = \sum_{i=1}^n (f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1})^2 + \lambda^{-1} \sum_{j=1}^n \epsilon_j^2 \quad (C.8)$$

que deverá ser mínima, isto é:

$$\frac{dc}{df_i} = 0 \quad (C.9)$$

Matricialmente poderemos escrever a relação (C.9) do seguinte modo:

$$A^* \epsilon + \lambda H f = 0 \quad (C.10)$$

onde  $a_{ji}^* = a_{ij}$  e  $H$  é a seguinte matriz (constante):

$$H = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -2 & 5 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -4 & -6 & -4 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 1 & -4 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (C.11)$$

O parâmetro  $\lambda$  introduzido, está fundamentalmente ligado ao andamento suave da função  $f(E_\gamma)$ . Na prática procuramos estabelecer a solução de  $f(E_\gamma)$  para vários valores do parâmetro  $\lambda$ . Para va

lores grandes do parâmetro  $\lambda$ , encontramos uma forte suavidade para o andamento da função  $f(E_\gamma)$ .

A solução para a função  $f(E_\gamma)$  será então:

$$f = (A^* A + \gamma H)^{-1} (A^* g) \quad (C.12)$$

e

$$\epsilon = Af - g \quad (C.13)$$

Pela expressão (C.13) verificamos também que os erros estabelecidos na determinação de  $g(E_0)$  poderão ser determinados. O parâmetro  $\lambda$  está também relacionado a determinação dos erros que poderão ser obtidos por via experimental, permitindo uma maior ou menor confiabilidade nos resultados encontrados para a secção de choque por quantum equivalente. Para a determinação dos elementos de matriz  $a_{ji}$ , nós tomamos pequenos intervalos da energia  $\Delta E_\gamma$ :

$$E_{\gamma i} \leq E_\gamma \leq E_{\gamma(i+1)} \quad (C.14)$$

de tal maneira que poderemos escrever:

$$\int_{E_{\gamma i}}^{E_{\gamma(i+1)}} n(E_{obj}, E_\gamma) f(E_\gamma) dE_\gamma = f(E_{\gamma(x,i)}) \int_{E_{\gamma i}}^{E_{\gamma(i+1)}} n(E_{obj}, E_\gamma) dE_\gamma \quad (C.15)$$

onde

$$E_{\gamma(x,i)} = \frac{E_{\gamma(i+1)} - E_{\gamma i}}{\ln(E_{\gamma(i+1)} / E_{\gamma i})} \quad (C.16)$$

sendo  $f(E_{\gamma(x,i)})$  considerada constante e determinada no valor da energia  $E_{\gamma(x,i)}$  do intervalo considerado. O elemento de matriz  $a_{ji}$  será

$$a_{ji} = \int_{E_{\gamma i}}^{E_{\gamma(i+1)}} n(E_{0j}, E_{\gamma}) dE_{\gamma} . \quad (C.17)$$

No caso particular do problema por nós abordado, poderemos escrever a equação (C.4) do seguinte modo:

$$\int_0^{300} n(E_0, E_{\gamma}) f(E_{\gamma}) dE_{\gamma} + \int_{300}^{E_0} n(E_0, E_{\gamma}) f(E_{\gamma}) dE_{\gamma} = g(E_0) + \epsilon(E_0) \quad (C.18)$$

sendo

$$300 < E_0 \leq 1000 .$$

Fazendo-se a 1<sup>a</sup> integral igual a R, teremos:

$$\int_{300}^{E_0} n(E_0, E_{\gamma}) f(E_{\gamma}) dE_{\gamma} = g(E_0) - R + \epsilon(E_0) = G(E_0) + \epsilon(E_0) \quad (C.19)$$

$$\text{sendo } G(E_0) = g(E_0) - R. \quad (C.20)$$

Para a determinação do valor de R é necessário conhecer os valores de  $f(E_{\gamma})$  na região de baixa energia (ressonância gigante) e do final da ressonância gigante até 300 MeV. Os resultados das seções de choque ( $\gamma, n$ ) na região de ressonância gigante são bem conhecidos.

cidos na literatura científica, sendo na maioria dos casos estabelecidos utilizando-se fótons monoenergéticos como poderemos ver nas referências 8, 9. Todavia não existem na literatura científica resultados experimentais ou estimados para as seções de choque ( $\gamma, n$ ) na região de energia que vai do final da ressonância gigante até 300 MeV, o que torna o método do Dr. K. Tesch inexequível no presente trabalho.

APÊNDICE D

Tratamento de Dados

D.1 - Introdução

Em diversos Capítulos da presente tese, utilizamos o ajustamento de dados por intermédio do método dos mínimos quadrados. Daremos, nesse Apêndice, uma descrição do referido método e as particularizações para os casos específicos nos quais ele foi empregado. O desenvolvimento do método é o seguinte:

Seja  $y_i$ , o valor de uma certa medida que é função da variável independente  $x_i$ . Assumindo-se que a dependência é linear, teremos:

$$y_i = ax_i + b \quad (D.1)$$

onde a e b são dois parâmetros a determinar. Os seus valores são dados pelas expressões:

$$a = \frac{N \sum p_i(x_i y_i) - \sum p_i x_i \sum p_i y_i}{N \sum p_i x_i^2 - (\sum p_i x_i)^2} \quad (D.2)$$

e

$$b = \frac{\sum p_i x_i^2 \sum p_i y_i - \sum p_i x_i \sum p_i x_i y_i}{N \sum p_i x_i^2 - (\sum p_i x_i)^2} \quad (D.3)$$

onde N é o número total de medidas, sendo  $p_i$  o peso estatístico do

valor da medida  $y_i$ , tomado inversamente proporcional ao quadrado do erro  $\delta y_i$ , isto é:

$$p_i = \frac{k}{(\delta y_i)^2} \quad (\text{D.4})$$

sendo k a constante de proporcionalidade.

Normalizando-se a soma dos pesos para o número total de medidas, teremos:

$$\sum p_i = N \quad (\text{D.5})$$

logo:

$$\sum p_i = k \sum \frac{1}{(\delta y_i)^2} = N \quad (\text{D.6})$$

resultando para k o valor:

$$k = \frac{N}{\sum \left( \frac{1}{\delta y_i} \right)^2} \quad (\text{D.7})$$

Obs.: Em todas as expressões anteriores os somatórios se estendem de 1 até N.

O erro padrão é

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum p_i (\Delta y_i)^2}{N-2}} , \quad (\text{D.8})$$

sendo  $\Delta y_i$  o afastamento do ponto  $y_i$  a reta calculada, e os erros nas determinações dos parâmetros a e b dados por:

$$\delta_a = \delta \sqrt{\frac{N}{\sum_{m=1}^n \sum_{n=1}^m (\Delta y_{mn})^2}} \quad (\text{D.9})$$

e

$$\delta_b = \delta \sqrt{\frac{\sum p_i x_i^2}{N \sum p_i x_i^2 - (\sum p_i x_i)^2}} \quad (D.10)$$

#### D.1.1 - Seleção de Dados

Nem todos os dados iniciais são aproveitados no ajustamento final da dependência linear de  $y_i$  com  $x_i$  pelo método dos mínimos quadrados por nós utilizado. Estabelecemos uma regra seletiva na qual são eliminados os dados cujo afastamento aos pontos da reta obtida seja o dobro do erro padrão.

#### D.2 - Aplicações

##### D.2.1 - Cálculo da Seção de Choque Média Absoluta $\bar{\sigma}_k$ , Utilizando a Aproximação Quadrada do Espectro

Vimos no final do Capítulo II, que na aproximação quadrada do espectro há uma dependência linear entre a seção de choque por quantum equivalente e o logarítmico natural da energia, isto é,

$$\sigma_{Qi} = \sigma_i(E_\gamma) \log E + b \quad (D.11)$$

Fazendo-se

$$\sigma_{Qi} = y_i ; \sigma_i(E_\gamma) = a \quad e \quad \log E_i = x_i$$

podemos aplicar as expressões anteriormente obtidas para a determinação da seção de choque média absoluta e o respectivo erro. Esses

resultados de  $\bar{\sigma}_{\text{EXP}}(E_{\gamma})$  se acham na Tabela (II.11), do Capítulo II. As retas obtidas com o método dos mínimos quadrados estão representadas nas Figuras de II.1 à II.10 do Capítulo II. Os coeficientes angulares dessas retas são as seções de choque médias absolutas determinadas com a aproximação quadrada do espectro e no intervalo de energia de 300 MeV a 1000 MeV.

D.2.2 - Determinação da Dependência da Seção de Choque Média Absoluta  $\bar{\sigma}(E_{\gamma})$  com o Número de Massa A

Podemos estabelecer uma dependência linear entre o logarítmico da seção de choque média  $\bar{\sigma}(E_{\gamma})$ , no intervalo de energia de 300 MeV a 1000 MeV, e o logarítmico do número de massa. A sua expressão analítica é a seguinte:

$$\log \bar{\sigma}(E_{\gamma}) = a \log A + \log B \quad (\text{D.12})$$

Fazendo-se

$$\log \bar{\sigma}(E_{\gamma}) = y_i; \log A_i = x_i \text{ e } \log B = b$$

podemos utilizar as expressões do 1º parágrafo do presente Apêndice para a determinação do ajustamento desejado.

A expressão (D.12) poderá ser escrita do seguinte modo:

$$\bar{\sigma}(E_{\gamma}) = B A^a \quad (\text{D.13})$$

Utilizando-se os valores experimentais das seções de choque médias absolutas que aparecem na Tabela (II.11), obtemos a seguinte expressão para a dependência de  $\bar{\sigma}(E_{\gamma})$  com o número de massa:

$$\bar{\sigma}_{\text{EXP}}(E_{\gamma}) = (0.083 \pm 0.008) A^{0.880 \pm 0.012} \quad (\text{D.14})$$

Com os valores médios da seção de choque calculados pelo Método de Monte Carlo, e que também aparecem na Tabela (II.11), obtivemos para a dependência de  $\bar{\sigma}(E_{\gamma})$  com o número de massa o seguinte:

$$\sigma_{\text{MC}}(E_{\gamma}) = (0.084 \pm 0.002) A^{0.860 \pm 0.007} \quad (\text{D.15})$$

#### D.2.3 - Coeficiente de Correlação

Com a finalidade de verificar se há uma correlação entre os diversos valores experimentais apresentados na Tabela (II.11), do Capítulo II, utilizamos a expressão usual do coeficiente de correlação:

$$r = \sqrt{\frac{\sum (y_{\text{calc } i} - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad (\text{D.16})$$

sendo  $y_{\text{calc } i}$  os valores das ordenadas da reta de ajustamento;  $\bar{y}$  o valor médio das  $N$  ordenadas e  $y_i$  os valores dos pontos a serem ajustados. O valor do coeficiente de correlação para os resultados experimentais foi 0.71 o que mostra existir uma boa correlação entre os logarítmos dos valores experimentais, das seções de choque médias absolutas, e os logarítmos dos números de massa, isto é, podemos utilizar a dependência linear do tipo (D.12).

Todos os cálculos dos parâmetros apresentados nesse Apêndice foram programados na Linguagem FORTRAN II, tendo sido utilizado o Computador I.B.M. 1620 do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas.

REFERÊNCIAS

- 1 - G.C. Baldwin e G.S. Klaiber, Phys. Rev. 71, 3 (1947).
- 2 - M. Goldhaber e E. Teller, Phys. Rev. 74, 1046 (1948).
- 3 - J.H.D. Jensen e H. Steinwedel, Z. Natur Forsch, 5a, 413 (1950).
- 4 - D.H. Wilkinson, "Proceedings of the Amsterdam Conference ,  
Physica" (1956).
- 5 - D.M. Brink, Nuclear Physics 4, 215 (1957).
- 6 - K. Okamoto, Prog. Theoret. Phys. (Kyoto) 15, 75 (1956).
- 7 - M. Danos, Nucl. Phys. 5, 23 (1958).
- 8 - B. Bülow e B. Forkman, Nuclear Physics Report LUNP-7208 (1972).
- 9 - B.L. Berman, University of California - Livermore, Lawrence  
Livermore Laboratory - Report n. UCRL 74622 (1973).
- 10 - J.S. Levinger, Phys. Rev. 84, 43 (1951); Nuclear Photodesinte-  
gration, OXFORD UNIVERSITY PRESS, (1960).
- 11 - V.Z. Peterson e C.E. Roos, Phys. Rev. 105, 1620 (1957).
- 12 - C.E. Roos e V.Z. Peterson, Phys. Rev. 124, 1610 (1961).
- 13 - W.C. Barber, W.D. George e D.D. Reagan, Phys. Rev. 98, 73 (1955).
- 14 - A. Masaike, Journ. Phys. Soc. Japan 19, 427 (1964).
- 15 - V. di Napoli, F. Dobici, F. Salvetti e H.G. de Carvalho, Il  
Nuovo Cimento 48, 1 (1967).
- 16 - V. di Napoli, F. Dobici, O. Forina, F. Salvetti e H. G. de  
Carvalho, Il Nuovo Cimento, 55B, 95 (1968).
- 17 - H.G. de Carvalho, V. di Napoli, D. Margadonna, F. Salvetti e  
K. Tesch, Nucl. Phys. A126, 505 (1969).
- 18 - V. di Napoli, D. Margadonna, F. Salvetti, H.G. de Carvalho e  
J. Benuzzi Martins, Lett. al Nuovo Cim. 1, 121 (1969).
- 19 - V. di Napoli, D. Margadonna, F. Salvetti, H.G. de Carvalho e  
J. Benuzzi Martins, Lett. al Nuovo Cim. 1, 308 (1969).
- 20 - V. di Napoli, A.M. Lacerenza, D. Margadonna, F. Salvetti, H.G.  
de Carvalho e J. Benuzzi Martins, Lett. al Nuovo Cim. 1, 65 (1971).

- 21 - V. di Napoli, D. Margadonna, F. Salvetti, H.G. de Carvalho e J. Benuzzi Martins, Nucl. Inst. Methods 93, 77 (1971).
- 22 - V. di Napoli, F. Salvetti, H.G. de Carvalho e J. Benuzzi Martins, Lett. Nuovo Cim. 1, 538 (1971).
- 23 - H.G. de Carvalho, J. Benuzzi Martins, O.A.P. Tavares, V. di Napoli e F. Salvetti, Proc. Int. Conference on Photonuclear Reactions and Applications, Pacific Grove (California) 8c5-1 (1973).
- 24 - F. Salvetti, C. Aurisicchio, V. di Napoli, M.L. Terranova, H. G. de Carvalho e J. Benuzzi Martins, Gazz. Ghim. Ital. 103, 1003 (1973).
- 25 - ( $\gamma$ ,n) reactions in complex nuclei at intermediate energies. V. di Napoli, F. Salvetti, M.L. Terranova, H.G. de Carvalho, J.B. Martins e O.A.P. Tavares, Gazz. Ghim. Ital. (no prélo).
- 26 - V. di Napoli e M.L. Terranova, Gazz. Chim. Ital. 103, 551 (1973).
- 27 - The ( $\gamma$ ,n) reactions in  $^{12}\text{C}$  and  $^{14}\text{N}$  and ( $\gamma$ ,2n) reactions in  $^9\text{Ba}$  at energies between 0.3 GeV and 1 GeV. V. di Napoli, M. L. Terranova, H.G. de Carvalho e J.B. Martins; Gazz. Chim Ital. (no prélo).
- 28 - G. Anderson e B. Forkman, University of Lund; Annual Report Sec 5-A: 1d (1969).
- 29 - G. Anderson e B. Forkman, University of Lund-Annual Report , 48 (1970).
- 30 - G.G. Jonsson, B. Forkman e K. Lindgren, Phys. Lett. 26B, 508 (1968).
- 31 - G. Hyltén, Nucl. Phys. A158, 225 (1970).
- 32 - G.G. Jonsson, B. Forkman e K. Lindgren, Phys. Lett. 26B, 508 (1967).
- 33 - G.G. Jonsson, e K. Lindgren, Nucl. Phys. A141, 355 (1970).
- 34 - G.G. Jonsson e B. Persson, Nucl. Phys. A153, 32 (1970).
- 35 - K. Lindgren e G.G. Jonsson, Nucl. Phys. A166, 643 (1971).
- 36 - G. Andersson, B. Forkman e B. Friberg, Nucl. Phys. A171, 529 , (1971).
- 37 - B. Friberg, G. Andersson e B. Forkman, Nucl. Phys. A171, 551, (1971).

- 38 - J.O. Adler, G. Andersson, B. Forkman, G.G. Jonsson e K. Lindgren, Nucl. Phys. A171, 560 (1971).
- 39 - G. Anderson, B. Forkman, B. Friberg, Ann. Report 1968, Lund Institute of Technology, Lund University, NP 6901, Sect. 4b (1969).
- 40 - H.G. de Carvalho, J.B. Martins, O.A.P. Tavares, R. A.M.S. Nazareth e V. di Napoli, Lett. al Nuovo Cim. 2, 1139 (1971).
- 41 - H.G. de Carvalho, J.B. Martins, O.A.P. Tavares, R. A. M. S. Nazareth e V. di Napoli, Lett. al Nuovo Cim., 4, 365 (1972).
- 42 - K. Tesch, On the accuracy of the photon difference method used in high-energy photonuclear experiments - DESY 71/3 , (1971).
- 43 - R. Serber, Phys. Rev. 72, 1114 (1943).
- 44 - I. Reff, Phys. Rev. 91, 150 (1953).
- 45 - P.A. Benioff, Phys. Rev. 119, 324 (1960).
- 46 - V. di Napoli, F. Salvetti, M.L. Terranova, H.G. de Carvalho e J. B. Martins, Phys. Rev. C 8, 206 (1973).
- 47 - V. Weisskopf, Phys. Rev. 52, 295 (1937).
- 48 - H.G. de Carvalho, J.B. Martins, O.A.P. Tavares, V. di Napoli e M.L. Terranova, Notas de Física, Vol. XXI n. 5, 67 (1973) : Seções de choque de fotofissão do urânio, tório e bismuto em altas energias, O.A.P. Tavares, Tese de Mestrado, C.B.P.F., (1973).
- 49 - B. Alder - "Methods in computational Physics", Academic Press, New York (1963).
- 50 - E.D. Caswell, C.J. Everett - "A practical Manual on the Monte Carlo method for Randon problems", Pergamon Press, New York, (1959).
- 51 - Yu A. Shreider - "Method of statistical testing - Monte Carlo method", Elsevier Publishing Co., Amsterdam (1964).
- 52 - N. Metropolis, R. Bivins, M. Storm, A. Turkevich e G. Friedlander, Phys. Rev. 110, 185 (1958).
- 53 - N. Metropolis, R. Bivins, M. Storm, J.M. Miller, G. Friedlander e A. Turkevich, Phys. Rev. 110, 204 (1958).

- 54 - T.A. Gabriel e R.G. Alsmiller, Phys. Rev. 182, 1035 (1969).
- 55 - G.A. Vartapetyan, N.A. Demekhyna, V.I. Kasilov, Yu. N. Ranyuk, P.V. Sorokin e A.G. Khudaverdyan, Yad. Fiz. 14, 65 (1971) ; [translation: Soviet J. Nucl. Phys. 14, 37 (1972)].
- 56 - J.S. Levinger, Phys. Rev. 97, 970 (1955).
- 57 - Yu.N. Ranyuk - Comunicação Particular.
- 58 - J.T. Beale, S.D. Ecklund e R.L. Walker - pion photoproduction data below 1.5 GeV - Calt 68-108 (1968).
- 59 - P. Spillantini e V. Valente, A collection of pion photoproduction data I - from the threshold to 1.5 GeV - CERN-HERA -70.1 (1970).
- 60 - Colaboração AACHEN, Berlin, Bonn, Hamburg, Heidelberg e München, DESY 68/8 (1968).
- 61 - C.C. Grossjean e W. Bossaert, Table of absolute detection efficiencies of cylindrical scintillation  $\gamma$ -ray detectors (Computing Laboratory of the University of Ghent, Ghent, 1965).
- 62 - M.L. Perlman, G. Friedlander, Phys. Rev. 74, 442 (1948).
- 63 - F.D. Schupp, D.S. Martin, Phys. Rev. 94, 80 (1954).
- 64 - T.G. Walker, W.T. Morton, Proc. Phys. Soc., 4, 75 (1960).
- 65 - A.S. Penfold, e J.E. Leiss, Phys. Rev. 114, 1332 (1959).
- 66 - L.I. Schiff, Phys. Rev. 83, 252 (1951).
- 67 - G. Lutz e H.D. Schulz, DESY 67/29 (1967).
- 68 - D.L. Phillips, Journal A.C.M. 9, 84, (1962).
- 69 - S. Twomey, Journal A.C.M. 10, 97 (1963).
- 70 - B.C. Cook, Nucl. Instr. Meth. 24, 256 (1963).
- 71 - J.T. Routti, Lawrence Radiation Laboratory, Berkeley, U.C.R.L. 18514 (1969).
- 72 - K. Tesch, DESY 71/3 (1971).
- 73 - Yu. P. Antuf'ev, I.I. Miroshnichenko, V.I. Noga e V.P. Sorokin, Sov. J. Nucl. Phys., 6, 312 (1968).
- 74 - R.F. Mozley, Phys. Rev., 80, 493 (1950).
- 75 - W.K.H. Panofsky, J.N. Steinberger, e J. Stetler, Phys. Rev. 86, 180 (1952).
- 76 - R.M. Littauer e D. Walker, Phys. Rev. 86, 838 (1952).

- 77 - W.S.C. Willians, K.M. Crowe e R.M. Friedman, Phys. Rev. 105 ,  
1840 (1957).
- 78 - J.R. Waters, Phys. Rev. 113, 1133 (1959).
- 79 - W. Imhof, E.A. Knapp, H. Easterday e V. Perez-Mendez, Phys. Rev.  
108, 1040 (1957).
- 80 - A.S. Belousov, V.M. Popova, N.G. Semashko, E.V. Shitov, E.I.  
Tamm, V.I. Veksler e F.R. Iagudina, Proceedings of the CERN  
symposium on High-Energy Accelerators and Pion Physics, Geneva  
(1956) -(European Organization of Nuclear Research, Geneva ,  
1956) Vol. II, 288.
- 81 - A.S. Belousov, S.V. Rusakov e E.I. Tamm, Soviet. Phys. JEPT 8,  
247 (1959).
- 82 - S.T. Butler, Phys. Rev. 87, 1117 (1952).
- 83 - R.R. Wilson, Phys. Rev. 86, 125 (1952); 104, 218 (1956).
- 84 - W.M. McClelland, Phys. Rev. 123, 1423 (1962).
- 85 - B.I. Shramenko, I.A. Grishaev, V.I. Nikiforov e G.D. Pugacev,  
Kharkov Physical - Technical Institute - Report nº 6(8), 74 ,  
(1973). (In Russian).
- 86 - S.G. Rudstam : Spallation of Medium Weight Elements (Doctoral  
Thesis NP-6191, Univ. of Uppsala, Uppsala, (1956).
- 87 - L.R.B. Elton: "Introductory Nuclear Theory", (London, 1965).
- 88 - K.G. Dedrick, Kinematics of High-Energy Particles - Revs. Mo-  
dern Phys. 34, 429 (1962)
- 89 - J.D. Jackson - Clasical Eletrodynamics - John Wiley & Sons ,  
London (1962).
- 90 - H.W. Bertini, Phys. Rev. 131, 1801(1963); 188, 1711 (1969).
- 91 - N.P. Buslenko, D.I. Golenko, Yu.A. Shreider, I.M. Sobol' e  
V.G. Srakovitch - The Monte Carlo Method, Pergamon Press(1966).
- 92 - W. Edwards Deming, Ph.D. - Statistical Adjustment of Data ;  
Dover Publications, Inc.,(1964).
- 93 - H.A. Bethe, Phys. Rev. 57, 1125 (1940).
- 94 - S. Fernbach, R. Serber e T.B. Taylor, Phys. Rev., 75, 1352 ,  
(1949).