

CBPF

**Centro Brasileiro de
Pesquisas Físicas**

Dissertação de Mestrado

**Discutindo o Magnetismo de Partículas
Fundamentais Carregadas e Neutras em Cenários
com Desvio da Simetria Relativística**

Kim Pedro Bitencourt Veiga

Rio de Janeiro 2010

Agradecimentos

Agradeço a Deus. Agradeço a meus Pais, Ana Regina e Gilmar. Agradeço ao Professor Helayel. Agradeço a meus irmãos, Ian e Cléo. Agradeço a minha namorada Maria Helena por ser uma companheira tão boa e compreensiva. Agradeço aos meus tios Lauro, Mauro, Jorge e Altamirando por sempre apoiarem a mim e a minha família. Agradeço a minha avó, Mainha, por sempre me apoiar e acreditar em mim.

Aos colegas do CBPF Rodrigo Turcati e Jefferson Moraes pelas discussões valiosíssimas para minha dissertação e por trabalharem duro ao meu lado na APG-JLL.

Ao colega e amigo Alan Maicá por ser um lutador que admiro muito e que me inspira para continuar batalhando por melhoras para nós, pós-graduandos, e para a ciência em geral do nosso país.

Ao Márcio um dos meus poucos amigos cariocas mas que vale por muitos.

Ao Marcelo, amigo de pouco tempo, mas que já entrou pra família, e que me recebeu de braços abertos em sua casa, assim como sua tia dona Ana e sua amiga Waleska.

Aos colegas do CBPF Bruno Silva, Enrique, Max, Lucas Cardoso, Bruno Dias, Marcelo, Aline Ramires, Carlos Hernaski, Martinha, Cesar (Coutinho), Edson, Fernanda, Isabel, Jefferson, Lucho, Justiniano, Vanji, Fonseca, Nardi, Wiliam Trujillo, Carol, Edward, Elvis, Fabrício, Maurício, Gabriel Santiago Lima, Jeovani, Juan Guillermo, Santiago, Marcos (Paraibano), Marília, Naiara, Roberta, Assimos, Turco e Ury por todos momentos de companhia e ajuda, com certeza aprendi algo com cada um de vocês.

Aos colegas Max, Habib, Fernanda e Maurício pelas dicas no Latex.

Ao Professor Ivan que está fazendo um ótimo trabalho à frente da CFC, assim como à Bete e ao Ricardo que trabalham neste mesmo órgão.

À Cris do Lafex, por sempre me ajudar.

Aos companheiros do movimento estudantil da UFBA, que são muitos e não vou saber lembrar o nome de cada um deles.

Aos colegas da UFBA Jamile, Victor Mancir, Joilton, Carlinha, Elderlei, Jemima, Welber, Jessica Guerreiro por inúmeras vezes me emprestar o seu caderno e as suas listas,

Tiago Gudi, Paulo Roberto, Paulo Moreno, Wallas, Mariana Lima Limão, Vanessa, Lucas Matheus, Euler, Sarão, Tiago Antonio (PAF), Ítalo, Heber, Érico, Paulo Vinicius, Tércio, Lilian, Floquet, Maroivo, Letícia (de Química) e meu grande amigo Vitor Damião.

Aos amigos Marcos Venícius e Vinícius (O Mestre) por sempre poder contar eles.

Ao amigo Sérgio Floquet que me apresentou o CBPF.

Ao amigo Danilo por ter me inspirado ainda mais o gosto pelas exatas no velho colegio Ypiranga.

Ao Professor Ricardo Miranda pelas valiosas discussões e por dispensar seu tempo comigo com tanta naturalidade.

Ao Professor Arthur Matos por sua contribuição na minha formação tanto acadêmica quanto política dentro da universidade.

Ao professor Roberto Andrade por ter me ensinado Mecânica Estatística de forma brilhante e por continuar lecionando esta materia a muitos outros estudantes que se beneficiam com a forma magnífica e diferenciada deste professor dar aula.

Ao professor Roberto Rivelino por ter me ensinado muitas coisas e ter contribuído na minha formação.

Ao meu amigo Ricardo Marinho (Tico) e toda sua família pela amizade de anos.

Ao único colega do CBPF e também do IF-UFBA Edgar Marcelino por ter me hospedado em sua casa nos primeiros dias de Rio de Janeiro. Vale a pena ressaltar que não fui seu aluno em Mecânica II no IF-UFBA.

À minha amiga Camila Leoncio por ter me recebido no Rio de Janeiro e ter me orientado assim que pisei meus pés nesse lindo Estado.

E a todos que eu esqueci de mencionar, pois memória nunca foi meu forte. Muito Obrigado!

Resumo

Teorias mais fundamentais que se propõem a descrever a natureza das interações das partículas elementares apontam para a possibilidade de quebra espontânea da simetria de Lorentz. No contexto das supercordas, campos tensoriais podem adquirir valor esperado não-trivial no vácuo e, desta forma, induzir violação da simetria de Lorentz. Nessa dissertação, consideramos um ambiente permeado por um campo de fundo, v^μ , onde introduzimos um acoplamento não-mínimo ($gv^\nu F_{\mu\nu}^*$) nas equações de campo que viola a simetria de Lorentz, no sentido de uma transformação de partícula (transformação ativa), devido exatamente à presença deste campo de fundo, que pode mediar o acoplamento eletromagnético inclusive para partículas neutras. No regime de baixas energias, observamos, devido à violação da simetria de Lorentz, uma contribuição universal ao momento de dipolo magnético de diversas partículas. Estudamos os casos de spin-0, spin-1/2, spin-1 e spin-2, e, em todas as situações consideradas, constatamos uma contribuição ao momento de dipolo magnético dada por $g\vec{v}$. No caso do spin-2, devido a resultados que selecionam uma categoria especial de vetores responsáveis pela violação da simetria de Lorentz, usamos um campo de fundo do tipo espaço ($v^\nu = (0, \vec{v})$). As contribuições aos momentos magnéticos devido à violação de simetria de Lorentz em teorias efetivas que adotem o acoplamento não-mínimo aqui discutido diferem apenas pela constante de acoplamento, g , associada a cada espécie de partícula. Com estes resultados, temos um tratamento teórico estabelecido para, em seguida, podermos fazer estimativas para os momentos de dipolo magnético de duas categorias interessantes de partículas neutras: O bóson de Higgs da Teoria Eletrofraca e grávitons massivos, cuja detecção é prevista no LHC.

Abstract

The most fundamental theories that propose to describe elementary-particle interactions point to the possibility of Lorentz spontaneous symmetry breaking. In a string scenario, tensor fields may acquire a non-trivial vacuum expectation value and could thereby trigger Lorentz-symmetry violation. In this work, we consider an environment dominated by a background vector, v^μ , which we *ad hoc* couple non-minimally to an electromagnetic field, $(gv^\nu F_{\mu\nu}^*)$, so that, at the level of the field equations, Lorentz symmetry is violated if we are bound to particle-transformations (active point of view). This endows electrically neutral particles with electromagnetic interactions already at the tree approximation. In low-energy regime, we observe, due to the Lorentz-symmetry violation, a universal contribution to the magnetic dipole moment of different particle species. We focus our attention to the cases of spin-0, spin-1/2, spin-1 and spin-2, and, in all situations, we compute a contribution to the magnetic moment given by $g\vec{v}$. In the spin-2 case, due to previous results that select a special category of vectors responsible for the deviation from the relativistic symmetry, we need to pick out a space-like background vector ($v^\nu = (0, \vec{v})$). The contributions we find to the magnetic moments differ only by the coupling constant, g , which is different for each particle species. These results shall allow us to make estimates, in a forthcoming work, on the magnetic dipole moment of two relevant categories of particles: the Higgs boson of the electroweak sector, as long as it is truly elementary, and TeV-massive gravitons expected to be produced in the LHC, as long as large extra dimensions come out to exist.

Sumário

Agradecimentos	i
Resumo	iii
Abstract	iv
Introdução	1
1 A Teoria Eletrofraca do Modelo Padrão	4
1.1 Quebra Espontânea de Simetria Global	5
1.2 Simetria Local	7
1.3 Quebra Espontânea de Simetria Local e o Mecanismo de Higgs	10
1.4 Uma Teoria de Yang-Mills	12
1.5 Setor dos Léptons	17
1.6 Setor de Higgs	19
2 Violação da Simetria de Lorentz	25
2.1 Transformações de Lorentz	26
2.2 O Papel do Campo de Fundo	27
2.3 As Transformações de <i>Boost</i>	29
2.4 Sumário do Capítulo	32
3 Geração de Momento Magnético como Decorrência da Violação da Simetria de Lorentz	33
3.1 Geração de Momento Magnético para Bóson de Higgs	34
3.2 Momento Magnético dos Férmions	35
3.3 Os Bósons Vetoriais e o Acoplamento Não-Mínimo	37

3.4	Os Bósons Vetoriais e seus Momentos Magnéticos	38
3.5	Geração de Momento Magnético para Partícula Massiva Neutra de Spin-2 .	42
4	Observações Finais e Perspectivas Futuras	47
	Referências Bibliográficas	50

Introdução

O principal ponto que impulsiona as pesquisas sobre violação da simetria de Lorentz e CPT permanece sendo as evidências teóricas, as quais indicam que na escala de Planck a violação destas simetrias podem surgir exercendo papel importante. Teorias mais fundamentais que se propõem a descrever a natureza das interações das partículas elementares apontam para a possibilidade de quebra espontânea da simetria de Lorentz. No contexto das supercordas, campos tensoriais podem adquirir valor esperado não-trivial no vácuo e, desta forma, induzir violação da simetria de Lorentz, como podemos ver em [1]. Ademais, muitos outros mecanismos de violação da simetria de Lorentz vem sendo propostos, dando força a idéia de que violar esta simetria em escalas de energias mais altas pode ser fundamental. Entre estes mecanismos se destacam aqueles envolvendo: teorias de campo não comutativas [2], *spacetime-varying fields* [3], gravidade quântica [4], modelos de dinâmica aleatorias [5], *multiverses* [6], cenários de *brane-world* [7], supersimetria [8] e gravidade massiva [9].

Se realmente a violação da simetria de Lorentz ocorre em escalas de energias mais altas, a pergunta que surge é: Qual a consequência dessa violação em energias acessíveis? Este é o ponto que nós vamos abordar nesta dissertação a partir de uma teoria efetiva.

Desde o começo dos anos noventa, a quebra de simetria de Lorentz vem sendo considerada e estudada em grande número de trabalhos, dentre estes, se destaca o trabalho de Carrol-Field-Jackiw [10] que utilizaram um termo tipo Chern-Simons capaz de induzir a violação de simetria de Lorentz em $(1 + 3)$ dimensões. No final desta década Colladay e Kostelecký propuseram uma extensão ao Modelo Padrão, válida na escala de Planck, que incorpora violação de simetria de Lorentz e CTP, mas que mantém a estrutura de gauge $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ da teoria fundamental inalterada [11]. Isso é muito importante pois indica que teorias efetivas podem preservar propriedades da teoria original como causalidade e estabilidade.

Muitas vezes as transformações de Lorentz são vistas como uma simetria incontestável. Mas esta é realmente uma simetria fundamental? Até que nível de energia esta simetria

permanecerá incólume? Não são apenas indícios teóricos que apontam pra violação de Lorentz. Por observações astronômicas do espectro de estrelas [12], surgiram evidências de que a constante de estrutura fina está variando [13]. Ou seja, alguma constante, entre e , c e \hbar , estaria variando, alterando enormemente a física até então estabelecida. A violação da simetria de Lorentz poderia contribuir dentro deste cenário de nova física. Mais recentemente, em dezembro do ano passado, uma violação de simetria CPT foi proposta [14] de acordo com resultados do experimento de neutrinos MINOS. Vale ressaltar que violar a simetria de Lorentz não é se desfazer da Teoria da Relatividade Restrita. Esta continua valendo, e a violação de Lorentz ocorre somente no sentido ativo das transformações, devido ao campo de fundo.

Uma boa fonte para se saber mais sobre violação de Lorentz e CPT e suas perspectivas pode ser encontrada em [15].

No primeiro capítulo dessa dissertação vamos fazer uma breve revisão de como funciona uma quebra espontânea de simetria, desenvolvendo em seguida o Mecanismo de Higgs e logo depois exploramos alguns setores da Teoria Eletrofraca do Modelo Padrão: Setor de Higgs, pois envolve partículas que vamos trabalhar no terceiro capítulo como o Bóson de Higgs e os bósons mediadores da interação fraca; e o Setor de Leptons, pois é um exemplo simples do acoplamento das partículas mediadoras das interações fracas e eletromagnéticas com a matéria.

No segundo capítulo faremos uma introdução da violação da simetria de Lorentz explicando, através de rotações e transformações de boost, de que forma a simetria de Lorentz é quebrada. Veremos que as transformações de Lorentz ativas e passivas não são mais equivalentes quando introduzimos um campo de fundo, e que a violação da simetria ocorre somente nas transformações ativas.

Esta dissertação contém resultados originais, que se encontram no Capítulo 3, onde estudamos uma possível consequência da violação da simetria de Lorentz sobre as propriedades magnéticas de partículas genuinamente fundamentais com spin-0, -1/2, -1 e -2. O tratamento de partículas neutras de spin-2 é o resultado realmente mais original e, por isto, maior atenção é dispensada a ele. Consideramos ainda um aspecto bastante interessante, pouco discutido na literatura, da interação eletromagnética de bósons ve-

toriais massivos carregados: a possibilidade de acoplá-los não-minimamente ao campo eletromagnético sem destruir a renormalizabilidade. Isso se deve à origem não-Abeliana deste acoplamento Abelian. É um ponto que discutimos em detalhes, pois é de suma importância para a compreensão da razão giromagnética, $g = 2$, dos bósons vetoriais massivos carregados.

No quarto e último capítulo fazemos algumas observações finais, e consideramos algumas perspectivas futuras. Estimamos limites superiores para as contribuições encontrada para o momento magnético dos bósons vetoriais carregados. A partir do desenvolvimento desta dissertação, poderemos futuramente chegar a valores estimados para os parâmetros de violação da simetria relativística para os casos do bóson de Higgs da Teoria Eletrofraca e dos grávitons massivos que poderão vir a ser observados no LHC.

Capítulo 1

A Teoria Eletrofraca do Modelo Padrão

Até os dias de hoje estamos procurando pelo elo perdido da Teoria de Glashow-Weinberg-Salam (GWS), também conhecido por Teoria Eletrofraca. As remanescentes da quebra espontânea da simetria eletrofraca, uma partícula escalar chamada Bóson de Higgs, e que até os dias de hoje não foi detectada. Antes da transição de fase que gerou as massas dos bósons de gauge, Z^0 e W^\pm , e dos férmions, existia uma simetria no universo que será refletida no Lagrangeano da nossa teoria. A simetria usada nessa construção, e que o modelo supunha existir, é a $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_R(1)$ que após a transição de fase decai na simetria de gauge que vemos hoje a $SU_c(3) \times U_{em}(1)$. Não vamos trabalhar com simetria $SU_c(3)$ da QCD que não nos interessa nessa dissertação. A simetria $SU_L(2) \times U_R(1)$ será perdida depois da transição de fase, que acontecerá no modelo via o Mecanismo de Higgs. Dessa forma, antes, os férmions e os bósons de gauge não tinham massa e existiam de uma forma diferente, que vamos apresentar neste capítulo, enquanto hoje, eles aparecem massivos e não apresentam as simetrias $SU_L(2) \times U_R(1)$ de antes.

Neste ponto, algumas escalas de energia que pelas quais o universo atravessou durante seu resfriamento são importantes e devem ser mencionadas. A escala de Planck, 10^{19} GeV, onde o universo possivelmente teria o espaço-tempo discretizado. A escala das Teorias de Grande Unificação (GUT), 10^{16} GeV, onde a simetria do universo estaria refletida em um grupo de simetria como o $SU(5)$ ou $SO(10)$ ou possivelmente no grupo E_6 . Nesse

nível de energia teríamos a quebra dessa simetria de grande unificação para a simetria do modelo padrão $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_R(1)$. Em 10^{11} GeV estaria a quebra de SUSY no setor escondido. Em energias de 10^3 GeV, as quais são acessíveis ao Tevatron e ao LHC, deveremos ver Física Além do Modelo Padrão. E finalmente a escala de 10^2 GeV na qual há a quebra da simetria eletrofraca para a simetria $SU_c(3) \times U_{em}(1)$, vista hoje.

O Lagrangeano simétrico da teoria eletrofraca normalmente é dividido em setores, pois é muito grande. Os seis setores da teoria são o dos Léptons, o dos Quarks, o Setor de Gauge, o Setor de Higgs, o Setor de Acoplamento de Yukawa dos Léptons e o Setor de Acoplamento de Yukawa dos Quarks. Aqui nos prenderemos principalmente ao setor de Higgs, que é onde surgem os Bósons Vetoriais e suas massas e o próprio Bóson de Higgs. O Setor de Leptons também será abordado por ser simples e ilustrar bem os acoplamentos das corrente carregadas e neutras com as partículas mediadoras.

Algo que precisa ser ressaltado é o papel da quiralidade, que é uma propriedade de suma importancia na construção da Teoria Eletrofraca do Modelo Padrão. Perceba que os índices L e R que aparecem nos grupos de simetria referem-se a *left* e *right* respectivamente, e estão relacionados com as quiralidades do férmions.

Na seção 1.1 damos um exemplo de quebra espontânea de simetria global, usando o grupo de simetria U(1). Na seção 1.2 explicamos a diferença entre uma transformação global e local, e introduzimos a derivada covariante. Na seção 1.3 exemplificamos a de quebra espontânea de simetria local, também usando o grupo de simetria U(1), abordando o mecanismo de Higgs. Na seção 1.4 damos um exemplo das teorias de Yang-Mills, que são fundamentais na construção da Teoria Eletrofraca. Na seção 1.5 falamos do Setor dos Léptons da Teoria GWS. Finalmente na seção 1.6 falamos do Setor de Higgs, onde vemos como as combinações dos diferentes campos de gauge geram os bósons vetoriais massivos.

1.1 Quebra Espontânea de Simetria Global

Vamos considerar um Lagrangeano dependente dos campos escalares complexos ϕ e ϕ^* , com a forma,

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - V(\phi^* \phi), \quad (1.1)$$

simétrica em relação ao grupo $U(1)$. Os elementos desse grupo são as transformações $R = e^{i\alpha}$, sendo α constante. Temos que ter sempre em mente que os elementos do grupo $U(1)$ atuam nos campos ϕ e não diretamente no Lagrangeano. O potencial do lagrangeano é dado por

$$V(\phi^*\phi) = \mu^2(\phi^*\phi) + \lambda(\phi^*\phi)^2, \text{ onde } \lambda > 0 \text{ sempre.} \quad (1.2)$$

Para provar a invariancia do Lagrangeano substituímos ϕ por $\phi' = R\phi$ e temos

$$\mathcal{L}' = \partial_\mu(R^*\phi^*)\partial^\mu(R\phi) - V(R^*\phi^*R\phi).$$

No termo do potencial os R 's se anulam obviamente. Já no primeiro termo os R 's saem das derivadas pois são constantes e também se anulam,

$$\mathcal{L}' = R^*R\partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi - V(\phi^*\phi)$$

e logo

$$\mathcal{L}' = \partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi - V(\phi^*\phi). \quad (1.3)$$

Dessa forma $\mathcal{L} = \mathcal{L}'$, e provamos a invariancia.

Se considerarmos o $\mu^2 > 0$ em V teremos todos os mínimos desse potencial, que são chamados de vácuos, no ponto $\phi = 0$. O nosso Lagrangeano aqui descreve dois campos escalares (campos de spin 0) com a massa $m = \mu$ e não temos quebra espontanea de simetria.

Se consideramos o $\mu^2 < 0$ em V , não temos mais os vácuos em $\phi = 0$. Sendo assim, onde estão os vácuos?

Para responder essa pergunta parametrizamos o campo escalar fazendo

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2). \quad (1.4)$$

Com isso o potencial fica

$$V = \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{1}{4}\lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2, \quad (1.5)$$

logo temos infinitos vácuos nos pontos

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = \frac{-\mu^2}{\lambda}, \quad (1.6)$$

o que pode ser verificado facilmente derivando o potencial e igualando a zero, que é uma condição de extremos, e derivando novamente para verificar que são realmente mínimos.

O que fazemos agora é uma mudança de variável, isso porque não conseguimos interpretar fisicamente o Lagrangeano da forma colocada com o μ^2 negativo. A mudança de variável que faremos é escolher a origem do sistema de coordenadas em um vácuo. Escolhendo o vácuo, qualquer que seja este, a simetria é espontaneamente quebrada. Fazemos então

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \phi'_1 + v, \text{ onde } v = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} \\ \phi_2 &= \phi'_2,\end{aligned}\tag{1.7}$$

e achamos

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi'_1 \partial^\mu \phi'_1 + \partial_\mu \phi'_2 \partial^\mu \phi'_2) + \mu^2 \phi_1'^2 + \text{Termos de Interação}\tag{1.8}$$

Chamamos atenção para o significado dos campos ϕ'_1 e ϕ'_2 , que não devem ser confundidos com campos transformados por $R = e^{i\alpha}$, eles são novos campos referente a transformação de variável. Pode-se verificar que o Lagrangeano (1.8) não é mais invariante sob $U(1)$. Esse Lagrangeano tem o mesmo significado físico do outro (1.1). A diferença é que aqui conseguimos interpreta-lo fisicamente. O que temos são duas partículas escalares, ϕ_1 com massa $m_1 = -2\mu$, e ϕ_2 sem massa. A geração dessa partícula sem massa foi um problema na física de partículas teórica durante algum tempo. Goldstone provou, em seu teorema, que a quebra espontânea de uma simetria global gera bóson sem massa [16]. O Teorema de Goldstone diz que para cada gerador quebrado temos um bóson sem massa, que são chamados de Bósons de Goldstone.

1.2 Simetria Local

Na seção anterior vimos o surgimento de Bósons de Goldstone quando a simetria global foi espontaneamente quebrada. Isso é indesejado para uma teoria física, pois tais partículas escalares sem massa não são vistas na natureza. Introduzindo simetrias locais vamos ver que conseguimos eliminar o surgimento desses bósons.

O exemplo que vamos trabalhar aqui é o mais simples e fácil de entender usando o grupo de simetria $U(1)$. As transformações de simetria global dada por

$$R = e^{i\alpha} \quad (1.9)$$

serão trocadas por

$$R = e^{i\alpha(x)}. \quad (1.10)$$

Ou seja, α agora depende do tempo e posição, daí o nome de simetria local.

Consideremos o Lagrangeano (1.1)

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - V(\phi^* \phi).$$

O potencial continua sendo um invariante, entretanto, perceba que o primeiro termo deixa de ser invariante pela transformação local $R = e^{i\alpha(x)}$. Isso porque agora a derivada parcial atua não só no ϕ como também no $\alpha(x)$ da transformação.

A nossa primeira intenção é construir um Lagrangeano invariante por $R = e^{i\alpha(x)}$, e para isso introduziremos novas derivadas, as chamadas Derivadas Covariantes, D_μ .

Antes de fazermos, vale a pena chamar a atenção para um fato simples, a expressão (1.1) é escrita na forma

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^* \partial^\mu \phi - V(\phi^* \phi)$$

mas como $\partial_\mu^* = \partial_\mu$ o Lagrangeano torna-se aquele em (1.1). Porém, ao introduzirmos a derivada covariante temos que levar em conta esse fato simples e a escrita do novo Lagrangeano é dada por

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^* D^\mu \phi - V(\phi^* \phi). \quad (1.11)$$

O nome ‘covariante’ significa ‘variar junto com outro objeto’. No nosso caso a derivada covariante varia junto com os campos escalares.

Quando fizermos a transformação $\phi \rightarrow e^{i\alpha(x)} \phi = \phi'$ temos que fazer $D \rightarrow D'$ e o novo Lagrangeano (1.11) transformada fica

$$\mathcal{L}' = (D_\mu \phi)^{*'} (D^\mu \phi)' - V(\phi^* \phi), \quad (1.12)$$

onde

$$\begin{aligned}(D_\mu\phi)^{*'} &= e^{-i\alpha(x)}D_\mu\phi^*, \\ (D_\mu\phi)' &= e^{i\alpha(x)}D_\mu\phi\end{aligned}\tag{1.13}$$

assim

$$\mathcal{L}' = e^{-i\alpha(x)}e^{i\alpha(x)}(D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi) - V(\phi^*\phi)\tag{1.14}$$

E temos $\mathcal{L}' = \mathcal{L}$ como desejamos. Claro que temos que descobrir agora qual a forma de D_μ , e qual transformação que esse objeto sofre para que (1.13) se verifique. A resposta para essas questões está na introdução de Campos de Gauge dentro da derivada covariante, e a transformação sofrida por D_μ estará nesses campos e será uma transformação de gauge. Existe uma maneira de deduzir tudo isso, que pode ser vista em [17], mas aqui pularemos essa demonstração. Pode-se, no entanto, verificar por substituição direta que

$$D_\mu = \partial_\mu + iA_\mu\tag{1.15}$$

e que a transformação

$$D'_\mu = \partial_\mu + iA'_\mu \text{ onde}\tag{1.16}$$

$$A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu\alpha(x).\tag{1.17}$$

verifica $\text{math}L' = \text{math}L$.

Façamos o cálculo para a segunda equação de (1.13)

$$\begin{aligned}(D_\mu\phi)' &= (\partial_\mu + iA'_\mu)\phi' \\ &= (\partial_\mu + iA_\mu - i\partial_\mu\alpha(x))e^{i\alpha(x)}\phi \\ &= \partial_\mu(e^{i\alpha(x)}\phi) + iA_\mu e^{i\alpha(x)}\phi - i\partial_\mu(\alpha(x))e^{i\alpha(x)}\phi \\ &= \partial_\mu(\phi)e^{i\alpha(x)} + iA_\mu\phi e^{i\alpha(x)}\end{aligned}$$

e logo temos

$$(D_\mu\phi)' = e^{i\alpha(x)}D_\mu\phi.\tag{1.18}$$

O que fizemos nesta seção foi introduzir uma simetria local, especificamente do grupo U(1), e para isso tivemos que introduzir a derivada covariante e o bóson de gauge A_μ . Com esses novos objetos conseguimos alterar nosso Lagrangeano inicial, (1.1), e obter um Lagrangeano, (1.11), invariante sob o grupo de simetria U(1).

1.3 Quebra Espontânea de Simetria Local e o Mecanismo de Higgs

Vimos que um novo campo foi introduzido no Lagrangeano, dessa forma vamos introduzir também seu termo cinético que é invariante por $U(1)$, o que pode ser verificado facilmente. O Lagrangeano que vamos trabalhar tem um termo a mais e torna-se

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^*(D^\mu \phi) - V(\phi^* \phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (1.19)$$

onde

$$F_{\mu\nu} = (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)$$

é o tensor de força de Maxwell.

O próximo passo é analisar o caso em que o mesmo potencial, $V(\phi^* \phi) = \mu^2(\phi^* \phi) + \lambda(\phi^* \phi)^2$, com $\lambda > 0$ sempre, tenha $\mu^2 < 0$. Procedemos como na Seção 1.2, fazendo uma mudança de variável nos campos quebrando espontaneamente a simetria. Os vácuos são os mesmos da equação (1.6), pois não mudamos a forma do potencial,

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = \frac{-\mu^2}{\lambda}.$$

A mudança de variável também é a mesma,

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \phi'_1 + v, \text{ onde } v = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \\ \phi_2 &= \phi'_2, \end{aligned} \quad (1.20)$$

ou seja,

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{2}(\phi_1 + i\phi_2) \text{ e logo} \\ \phi &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi'_1 + v + i\phi'_2). \end{aligned} \quad (1.21)$$

Com a mudança de variável (1.20) o Lagrangeano, (1.19), torna-se

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} \partial_\mu \phi'_1 \partial^\mu \phi'_1 + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi'_2 \partial^\mu \phi'_2 + \mu^2 \phi_1'^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} g^2 v^2 A_\mu A^\mu \\ &+ v A_\mu \partial^\mu \phi'_2 + \text{Termos de Interação} \end{aligned} \quad (1.22)$$

Analisemos nosso resultado. Ao escolher um vácuo a simetria foi espontaneamente quebrada e geramos massa para o campo de gauge (quinto termo), assim como para o campo escalar ϕ_1 (terceiro termo). Esse é um exemplo do Mecanismo de Higgs. Usando dois campos escalares (que fazem o papel dos campos de Higgs), a simetria foi quebrada espontaneamente gerando massa para o campo de gauge. Entretanto, nem tudo são flores nesta equação, muito pelo contrário, há algo errado em (1.22). Começamos nosso cálculo com um Lagrangeano que tinha dois campos escalares, cada escalar com um grau de liberdade de spin, e um campo de gauge sem massa, que tem dois graus de liberdade de spin, totalizando quatro graus de liberdade. Terminamos o cálculo com os mesmo dois campos escalares, cada um com um grau de liberdade, e um campo de gauge massivo, com três graus de liberdade (um a mais devido à massa), totalizando cinco graus de liberdade. Por que isso aconteceu? Fisicamente não podemos começar um processo com um número de graus de liberdade e terminar com outro. Ou seja, um desses graus de liberdade finais não existe fisicamente e ele surge por causa da liberdade do gauge. Fixando o gauge corretamente, eliminaremos o campo ϕ_2 que será ‘engulido’ pelo campo de gauge, para dar-lhe massa. Ao final chegaremos em um Lagrangeano com quatro graus de liberdade. O campo ϕ_2 aqui é não-físico.

Para fazer essa fixação de gauge vamos reparametrizar nosso campo ϕ . Fazendo uma aproximação que despreza os termos de segunda ordem e superior, podemos escrever (1.21) na forma

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi'_1 + v)\left(1 + \frac{i\phi'_2}{v}\right). \quad (1.23)$$

Nessa mesma aproximação, percebemos que $\left(1 + \frac{i\phi'_2}{v}\right) \cong e^{\frac{i\phi'_2}{v}}$, e reescrevemos ϕ como

$$\phi = e^{\frac{i\phi'_2}{v}} \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi'_1 + v), \quad (1.24)$$

que é a forma desejada.

Escolhendo o chamado gauge unitário, o parâmetro de gauge fica fixado em:

$$\alpha = -\frac{\phi_2}{v}, \quad (1.25)$$

e logo

$$\begin{aligned}\phi' &= e^{i\frac{-\phi_2}{v}} e^{i\frac{\phi_2'}{v}} \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1' + v). \\ \phi' &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1' + v).\end{aligned}\tag{1.26}$$

Chamamos atenção para as ‘linhas’ usadas nesse texto. Aqui, ϕ' sofre uma transformação do tipo $e^{i\alpha(x)}\phi = \phi'$, enquanto os campos ϕ_1' e ϕ_2' continuam, é claro, se referindo à mudança de variável (1.20). O campo ϕ_2' não aparece mais devido a fixação de gauge, dessa forma obtemos o Lagrangeano

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{1}{2}\partial_\mu\phi_1'\partial^\mu\phi_1' + \mu^2\phi_1'^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}g^2v^2A_\mu A^\mu \\ &+ \frac{1}{2}g^2A_\mu A^\mu\phi_1'^2 - \frac{\lambda}{4}\phi_1'^4 + \lambda v\phi_1'^3 + g^2v\phi_1'A_\mu A^\mu.\end{aligned}\tag{1.27}$$

Percebemos que em (1.27) temos quatro graus de liberdade como inicialmente. Esse é o exemplo mais simples do mecanismo de higgs. O mecanismo resume-se em: Simetria local é espontaneamente quebrada quando escolhemos um vácuo, o gera as massas dos bósons de gauge, que aqui é apenas o A_μ , e a massa do bóson de Higgs, que aqui é o escalar ϕ_1 . No próximo capítulo veremos o caso não-abeliano (que não comuta), onde teremos inicialmente quatro campos escalares ao invés de dois e o grupo de simetria usado será o $SU(2)$. Esse próximo exemplo se aproximará muito mais da Teoria Eletrofraca do Modelo Padrão, no entanto sobre o Mecanismo de Higgs o fundamental é o já exposto acima, o resto são cálculos mais elaborados.

1.4 Uma Teoria de Yang-Mills

Aqui apresentamos um exemplo do Mecanismo de Higgs para um Lagrangeano que é simétrico em relação ao grupo $SU(2)$. Os geradores desse grupo são as Matrizes de Pauli, e a nova transformação será uma matriz e não mais um escalar. Uma teoria de Yang-Mills se caracteriza por ser não-abeliana, ou seja, por não comutar. Mas o que não comuta? As transformações do grupo em consideração tem a forma $R = e^{i\alpha_a\frac{\sigma_a}{2}}$, onde σ_a são as matrizes de pauli e essas não comutam.

$$[\sigma_a, \sigma_b] = \sigma_a\sigma_b - \sigma_b\sigma_a \neq 0, \text{ se } b \neq a.\tag{1.28}$$

Então, a teoria é não-abeliana porque os geradores do grupo de simetria não comutam. Esse fato vai trazer consequências futuras na nossa teoria, inclusive, alterando a forma da transformação de gauge e do tensor de força.

Consideremos o Lagrangeano similar ao do seção passada, (1.19). Aqui, ao invés de $*$ temos \dagger e o tensor de força carrega mais um índice.

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi - V(\phi^\dagger \phi) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu a} F_a^{\mu\nu}. \quad (1.29)$$

Onde tínhamos números agora temos matrizes. Nossos campos ϕ e ϕ^\dagger são dubletos de escalares complexos

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_\alpha \\ \phi_\beta \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

e

$$\phi^\dagger = \begin{pmatrix} \phi_\alpha^* & \phi_\beta^* \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 - i\phi_2 & \phi_3 - i\phi_4 \end{pmatrix}. \quad (1.31)$$

Nossa derivada covariante também é uma matriz. Pois surge como

$$D_\mu = \partial_\mu + ig \frac{\sigma_a}{2} A_{\mu a}, \quad (1.32)$$

onde as matrizes de pauli, σ_a , são dadas por

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.33)$$

A transformação de gauge tem um termo quadrático no campo e no parâmetro, e surge como

$$A'_{\mu a} = A_{\mu a} - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha_a - \epsilon_{abc} \alpha_b A_{\mu c}. \quad (1.34)$$

Fazendo uma transformação de gauge em (1.29), que significa fazer

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i\alpha_a \frac{\sigma_a}{2}} \phi, \quad (1.35)$$

juntamente com

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_{\mu a} - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha_a - \epsilon_{abc} \alpha_b A_{\mu c}, \quad (1.36)$$

verifica-se que, com os objetos definidos acima a teoria é invariante por transformações de gauge, ou seja

$$\mathcal{L}' = \mathcal{L}. \quad (1.37)$$

Procedemos como nas outras quebras espontâneas de simetria. Consideremos o caso em que $\mu^2 < 0$, pois o nosso potencial é similar ao de antes, $V = \mu^2(|\phi|^2) + \lambda(|\phi|^2)^2$, agora com dubletos e não mais escalares. Façamos uma mudança de variável escolhendo um vácuo, para isso, analisemos os possíveis vácuos da teoria.

$$\frac{\partial V}{\partial |\phi|} = 2\mu^2|\phi| + 4\lambda|\phi|^3 = |\phi|(2\mu^2 + 4\lambda|\phi|^2) \quad (1.38)$$

dessa forma, para $\frac{\partial V}{\partial |\phi|} = 0$ temos que $|\phi| = 0$ ou $|\phi|^2 = \frac{-2\mu^2}{4\lambda} = \frac{v^2}{2}$. Temos que verificar agora quais desses extremos é realmente um mínimo, e logo vácuo da teoria. Analisemos a segunda derivada do potencial.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial |\phi|^2} = 2\mu^2 + 12\lambda|\phi|^2 \quad (1.39)$$

Dessa forma temos $\frac{\partial^2 V(0)}{\partial |\phi|^2} = 2\mu^2 < 0$ e os pontos em que $|\phi| = 0$ são máximos. Enquanto $\frac{\partial^2 V(\sqrt{\frac{v^2}{2}})}{\partial |\phi|^2} = 2\mu^2 + 12\lambda\frac{v^2}{2} = -\mu^2 > 0$ e os pontos em que $|\phi| = \sqrt{\frac{v^2}{2}}$ são mínimos e vácuos da nossa teoria. Sabendo que

$$|\phi|^2 = \begin{pmatrix} \phi_\alpha^* & \phi_\beta^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_\alpha \\ \phi_\beta \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2), \quad (1.40)$$

podemos escolher um vácuo em

$$\begin{aligned} \phi_1 &= 0 \\ \phi_2 &= 0 \\ \phi_3 &= v \\ \phi_4 &= 0 \end{aligned} \quad (1.41)$$

que realmente o é pois

$$|\phi|^2 = \frac{1}{2}(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2) = \frac{1}{2}v^2. \quad (1.42)$$

A nossa mudança de variável vai ser escolhida de modo que o nosso dubleto ϕ seja

$$\phi \cong e^{i\frac{\sigma_a \theta_a}{v}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (1.43)$$

Para isso escolhamos nossos novos campos como

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= \theta_2 \\
\phi_2 &= \theta_1 \\
\phi_3 &= h + v \\
\phi_4 &= -\theta_3
\end{aligned} \tag{1.44}$$

Substituindo (1.44) em (1.30), desprezando termos de segunda ordem e superiores nos campos, somos capazes de obter a expressão

$$\phi \cong \underbrace{\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{i\theta_3}{v} & i\left(\frac{\theta_1}{v} - \frac{i\theta_2}{v}\right) \\ i\left(\frac{\theta_1}{v} + \frac{i\theta_2}{v}\right) & -\frac{i\theta_3}{v} \end{pmatrix} \right]}_{(1+i\frac{\sigma_a\theta_a}{v}) \cong e^{i\frac{\sigma_a\theta_a}{v}}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \tag{1.45}$$

e chegamos na parametrização desejada (1.43) para o nosso dubleto escalar. Mas, além de fazermos a mudança de variável temos que fixar o gauge unitario, de forma que não apareçam graus de liberdade espúrios no Lagrangeano. Os parametros de gauge serão

$$\alpha_a = -\frac{2\theta_a}{v} \tag{1.46}$$

e o dubleto transformado torna-se

$$\begin{aligned}
\phi' &= e^{i\frac{\sigma_a}{2} \overbrace{\left(\frac{-2\theta_a}{v}\right)}^{\alpha_a}} e^{i\frac{\sigma_a\theta_a}{v}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\
\phi' &= \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{1.47}$$

Com essa expressão conseguimos eliminar três campos escalares, correspondentes a três graus de liberdade, que na verdade geraram as massas dos três bósons de gauge $A_{\mu a}$, como veremos agora.

Desenvolvendo o primeiro termo de (1.29) temos

$$\begin{aligned}
(D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) &= \partial_\mu\phi^\dagger\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}ig(\sigma_a A_{\mu a}\phi)^\dagger\partial^\mu\phi + \frac{1}{2}ig\sigma_a A_{\mu a}\phi\partial^\mu\phi^\dagger \\
&+ \left(\frac{g}{2}\right)^2|(\sigma_a A_{\mu a})\phi|^2.
\end{aligned} \tag{1.48}$$

O último termo é o que nos interessa agora. Com auxílio das matrizes de Pauli e usando (1.47) para o dubleto, temos

$$\begin{aligned}
\left(\frac{g}{2}\right)^2 |(\sigma_a A_{\mu a})\phi'|^2 &= \frac{g^2}{8} \left| \begin{pmatrix} A_{\mu 3} & A_{\mu 1} - iA_{\mu 2} \\ A_{\mu 1} + iA_{\mu 2} & -A_{\mu 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} \right|^2 \\
&= \frac{g^2}{8} \left| \begin{pmatrix} A_{\mu 1}h + A_{\mu 1}v - iA_{\mu 2}h - iA_{\mu 2}v \\ -A_{\mu 3}h - A_{\mu 3}v \end{pmatrix} \right|^2 \\
&= \frac{v^2 g^2}{8} (A_{\mu 1}^2 + A_{\mu 2}^2 + A_{\mu 3}^2) \\
&+ \frac{g^2}{8} (A_{\mu 1}^2 h^2 + A_{\mu 2}^2 h^2 + A_{\mu 3}^2 h^2) \\
&+ 2v A_{\mu 1}^2 h + 2v A_{\mu 2}^2 h + 2v A_{\mu 3}^2 h
\end{aligned} \tag{1.49}$$

Onde os três primeiros termos

$$\frac{v^2 g^2}{8} (A_{\mu 1}^2 + A_{\mu 2}^2 + A_{\mu 3}^2), \tag{1.50}$$

são os termos de massa dos campos de gauge, que são gerados a partir dos campos escalares iniciais que já não aparecem no Lagrangeano. Os outros termos

$$\frac{g^2}{8} (A_{\mu 1}^2 h^2 + A_{\mu 2}^2 h^2 + A_{\mu 3}^2 h^2 + 2v A_{\mu 1}^2 h + 2v A_{\mu 2}^2 h + 2v A_{\mu 3}^2 h), \tag{1.51}$$

são termos de interação dos campos de gauge com o bóson de higgs.

Acabamos de ver o Mecanismo de Higgs mais uma vez em ação. Ao quebrar espontaneamente a simetria, três campos escalares foram ‘engolidos’ pelos campos de gauge para que suas massas fossem geradas. Para cada $A_{\mu a}$ temos sua massa $M = \frac{gv}{2}$, visto que termos de massa de bósons vetoriais neutros são da forma $\frac{1}{2}M^2 B_\mu$. Enquanto os termos de interação são uma boa prévia do que está por vir na teoria Eletrofraca. Vários tipos de interações do Bóson de Higgs com os campos de gauge surgirão na teoria que construiremos nas próximas duas seções. Vimos nesta seção também a diferença existente entre as transformações de gauge abeliana e não-abelianas, o surgimento de um novo termo na transformação, compare (1.17) e (1.34). Essa diferença se reflete também no Tensor de Força $F_{\mu\nu a}$ de Yang-Mills. Este não mais será invariante de gauge, e sim o termo cinético como um todo, $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu a}F_a^{\mu\nu}$.

1.5 Setor dos Léptons

Em relação aos léptons, o que vemos hoje são três famílias. A do elétron, a do múon e a do táu. Cada uma delas tem seu neutrino. A notação utilizada para os campos que representam os léptons será a mostrada na tabela abaixo.

Partícula	Símbolo
Lépton Left	l_L
Lépton Right	l_R
Neutrino do Lépton	ν_l

Nesse setor, construímos três dubletos entre os léptons com quiralidade à esquerda e o neutrino desse lépton. Construímos o modelo considerando a não existência do neutrino com quiralidade à direita, logo temos somente o neutrino *left*. Isso é plausível, pois nunca foram detectados neutrinos *right*. Para a parte *right* temos três singletos de léptons. Como estamos tratando com léptons, e esses são férmions, o Lagrangeano usado nesse setor será o de Dirac, e a forma geral é dada por

$$\mathcal{L}^{leptons} = \left(\bar{\nu}_l \quad \bar{l} \right)_L i\gamma^\mu D_{1\mu} \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}_L + \bar{l}_R i\gamma^\mu D_{2\mu} l_R, \quad (1.52)$$

onde as derivadas covariantes são

$$\begin{aligned} D_{1\mu} &= \partial_\mu + igA_{\mu a} \frac{\sigma_a}{2} + i\frac{g'}{2}B_\mu Y, \\ D_{2\mu} &= \partial_\mu + i\frac{g'}{2}B_\mu Y. \end{aligned} \quad (1.53)$$

Veja que l representa e , μ e τ . O que temos na realidade é um somatório em l que vai de e a τ . Cabe uma explicação das diferentes derivadas covariantes. Acontece que tanto a transformação de $SU_L(2)$ como de $U_R(1)$ atuam nos campos *left*, enquanto que os campos *right* somente sentem $U_R(1)$, pois são invariantes de $SU(2)$. Ou seja, $e^{iw_a \frac{\sigma_a}{2}} l_R = l_R$. Observe que os campos de gauge $A_{\mu a}$ e B_μ não são identificados como os bósons de gauge que nós conhecemos, ou seja, não são identificados como fóton nem como Z^0 ou mesmo como os W^\pm .

Um fator Y apareceu nas derivadas covariantes. Este é a chamada hipercarga fraca do grupo $U_R(1)$, que não apareceu na Seção 1.4 quando fizemos um exemplo com o grupo $U(1)$, mas que aqui, sua presença será absolutamente necessaria. Esse Y está ligado ao índice R que aparece em $U_R(1)$ e é definido adequadamente como

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}. \quad (1.54)$$

Essa equação faz a ligação entre as cargas introduzidas pelo modelo e a que nós conhecemos no universo, a carga eletromagnetica. É uma ligação necessaria entre as entidades de antes com as de agora. O I_3 é a terceira componente do que chamamos isospin fraco, e está ligado ao grupo $SU_L(2)$.

Sabemos que a carga eletromagnetica do neutrino é 0, e a dos léptons principais -1. A terceira componente do isospin fraco, I_3 , do neutrino é $\frac{1}{2}$ e dos léptons principais *left* $-\frac{1}{2}$. Esses valores aparecem naturalmente das mesmas regras de isospin, ou até mesmo das regras usadas para análise da componente z de uma partícula de spin $\frac{1}{2}$. Para os léptons principais *right* $I_3 = 0$. Dessa forma encontramos

$$\begin{aligned} Y &= -1 \text{ Para o neutrino,} \\ Y &= -1 \text{ Para o lépton } \textit{left}, \\ Y &= -2 \text{ Para o lépton } \textit{right}. \end{aligned} \quad (1.55)$$

Vamos explorar um pouco os termos que saem do nosso Lagrangeano de Léptons. Usando os valores (1.53) para as derivadas covariantes, e as relações (1.55) temos,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\textit{leptons}} &= \bar{\nu}_L i \gamma^\mu \partial_\mu \nu_L + \bar{l}_L i \gamma^\mu \partial_\mu l_L + \bar{l}_R i \gamma^\mu \partial_\mu l_R \\ &+ \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L \left(-\frac{g}{2} A_{\mu 3} + \frac{g'}{2} B_\mu \right) + \bar{l}_L \gamma^\mu l_L \left(\frac{g}{2} A_{\mu 3} + \frac{g'}{2} B_\mu \right) + g' \bar{l}_R \gamma^\mu l_R B_\mu \\ &- \frac{g}{2} \bar{\nu}_L \gamma^\mu l_L (A_{\mu 1} - i A_{\mu 2}) - \frac{g}{2} \bar{l}_L \gamma^\mu \nu_L (A_{\mu 1} + i A_{\mu 2}). \end{aligned} \quad (1.56)$$

A primeira linha dessa equação se refere à parte cinética das partículas. A segunda linha são os acoplamentos das correntes neutras com combinações dos campos de gauge. A terceira e última linha são os acoplamentos das correntes carregadas com outras combinações dos campos de gauge. Veremos na próxima seção que combinações de campos de gauge revelar-se-ão ser os bósons de gauge que conhecemos. Na segunda linha surgirão o fóton e o Z^0 , e na terceira os W^\pm .

1.6 Setor de Higgs

A grande contribuição da Teoria Eletrofraca é dar uma mesma origem a duas interações que são completamente diferentes. A interação Eletromagnética, que supera muito os limites atômicos e é vista mesmo no dia-a-dia, e a interação Fraca limitada ao núcleo atômico. Nessa seção aplicaremos as ideias de quebra de simetria espontânea e do Mecanismo de Higgs desenvolvidas nas seções anteriores.

O Lagrangeano de Higgs é

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi - \mu^2 (\phi^\dagger \phi) - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (1.57)$$

onde μ não é a massa desse campo, pois escolhemos $\mu^2 < 0$, e a derivada covariante é

$$D_\mu = \partial_\mu + ig A_{a\mu} \frac{\sigma_a}{2} + i \frac{g'}{2} B_\mu Y. \quad (1.58)$$

O dubleto de escalares terá o primeiro campo eletromagneticamente carregado enquanto o segundo será neutro. Sua forma é a mostrada abaixo

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}. \quad (1.59)$$

A análise e escolha do vácuo, junto com a parametrização dos campos de Higgs é a mesma que fizemos de (1.38) a (1.45), onde chegamos na forma

$$\phi = e^{i \frac{\sigma_a \theta_a}{v}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.60)$$

para o dubleto de escalares de Higgs. Os campos antigos dados em relação aos novos são

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \theta_2 \\ \phi_2 &= \theta_1 \\ \phi_3 &= h + v \\ \phi_4 &= -\theta_3. \end{aligned} \quad (1.61)$$

Temos ainda que fixar o gauge unitario, de forma que eliminemos os graus de liberdade espúrios. Os parametros de gauge serão fixados em

$$w_a = -\frac{2\theta_a}{v} \text{ e } \alpha = 0 \quad (1.62)$$

Já que aqui estamos tratando de uma simetria $SU_L(2) \times U_R(1)$ e a transformação de gauge nos campos escalares é dada por

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{iw_a \frac{\sigma_a}{2} + i\alpha Y} \phi. \quad (1.63)$$

O dubleto então torna-se

$$\begin{aligned} \phi' &= e^{i\frac{\sigma_a}{2} \overbrace{\left(\frac{-2\theta_a}{v}\right)^{w_a}} e^{i\frac{\sigma_a \theta_a}{v}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\ \phi' &= \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.64)$$

Vamos gerar as massas dos bósons de gauge. Para isso analisemos o primeiro termo de (1.57).

$$\begin{aligned} (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) &= \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi + \left(\frac{1}{2} ig \sigma_a A_{\mu a} + i\frac{g'}{2} B_\mu Y\right) (\phi \partial^\mu \phi^\dagger - \phi^\dagger \partial^\mu \phi) \\ &+ \left| \left(ig \frac{\sigma_a}{2} A_{\mu a} + i\frac{g'}{2} B_\mu Y \right) \phi \right|^2. \end{aligned} \quad (1.65)$$

O último termo é o que nos interessa, pois ali estão as massas do bósons de gauge e também os acoplamentos destes com o bósons de Higgs. Com auxílio das matrizes de Pauli, usando (1.64) e achando $Y = 1$ para os campos de Higgs através de $Q = I_3 + \frac{Y}{2}$, o último termo da equação acima fica

$$\begin{aligned} \left| \left(ig \frac{\sigma_a}{2} A_{\mu a} + i\frac{g'}{2} B_\mu \right) \phi \right|^2 &= \frac{1}{8} \left| \begin{pmatrix} gA_{\mu 3} + g'B_\mu & g(A_{\mu 1} - iA_{\mu 2}) \\ g(A_{\mu 1} + iA_{\mu 2}) & -gA_{\mu 3} + g'B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \frac{1}{8} \left| \begin{pmatrix} gv(A_{\mu 1} - iA_{\mu 2}) + gh(A_{\mu 1} - iA_{\mu 2}) \\ (-gvA_{\mu 3} + g'vB_\mu) + (-ghA_{\mu 3} + g'hB_\mu) \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \frac{1}{8} [(gv)^2(A_{\mu 1}^2 + A_{\mu 2}^2) + (gv)^2 A_{\mu 3}^2 + (g'vB_\mu)^2 - 2gg'v^2 A_{\mu 3} B_\mu] \\ &+ \frac{1}{8} [(gh)^2(A_{\mu 1}^2 + A_{\mu 2}^2) + (gh)^2 A_{\mu 3}^2 + (g'hB_\mu)^2 - 2gg'h^2 A_{\mu 3} B_\mu] \\ &+ \frac{1}{8} [2g^2 hv(A_{\mu 1}^2 + A_{\mu 2}^2) + 2g^2 hv A_{\mu 3}^2 + 2g'^2 hv B_\mu^2 \\ &- 4gg'hv A_{\mu 3} B_\mu]. \end{aligned} \quad (1.66)$$

Na parte

$$\frac{1}{8} [(gv)^2(A_{\mu 1}^2 + A_{\mu 2}^2) + (gv)^2 A_{\mu 3}^2 + (g'vB_\mu)^2 - 2gg'v^2 A_{\mu 3} B_\mu] \quad (1.67)$$

é onde estão escondidas as massas dos bósons de gauge. No resto dos termos é onde estão os diversos acoplamentos do Higgs com os campos de gauge. O campo h é exatamente o Bóson de Higgs tão procurado, e ainda não encontrado. Esta partícula é remanescente da quebra espontanea de simetria.

Vamos agora nos focar em (1.67) para podermos tirar daí a massa do fóton, a do Z^0 e a dos W^\pm . Sendo a massa do W^+ igual à do W^- , nos leva a pensar que as massas desses bósons devem se encontrar na parte mais simétrica de (1.67), ou seja, em $\frac{1}{8}(gv)^2(A_{\mu 1}^2 + A_{\mu 2}^2)$. Representando as partículas W^\pm pelos campos W_μ^\pm e lembrando da terceira linha da equação (1.56), fazemos a definição

$$W_\mu^\pm = \frac{A_{\mu 1} \mp iA_{\mu 2}}{\sqrt{2}}. \quad (1.68)$$

Onde os sinais foram escolhidos estrategicamente para que os termos em (1.56) permaneçam invariantes por transformações de $U_{em}(1)$. Dessa forma temos

$$\frac{1}{8}(gv)^2(A_{\mu 1}^2 + A_{\mu 2}^2) = \frac{1}{8}(gv)^2(2W_\mu^+ W^{\mu -}) = \left(\frac{gv}{2}\right)^2(W_\mu^+ W^{\mu -}). \quad (1.69)$$

Comparando esse resultado a um termo de massa para bósons carregados, $M_A^2 A_\mu^+ A^{\mu -}$, chegamos à massa dos bósons vetórias carregados,

$$M_W = \frac{gv}{2}. \quad (1.70)$$

Falta descobrirmos quais massas surgem desta teoria para o fóton e para o Z^0 , que são os bósons vetórias neutros. As massas destes se encontram nos três últimos termos de (1.67). Escrevendo esses termos em forma de matrizes, conseguimos chegar em

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} A_{\mu 3} & B_\mu \end{pmatrix} \overbrace{\begin{pmatrix} (\frac{v}{2})^2 g^2 & (\frac{v}{2})^2 - gg' \\ (\frac{v}{2})^2 (-gg') & (\frac{v}{2})^2 g'^2 \end{pmatrix}}^{M^2} \begin{pmatrix} A_{\mu 3} \\ B_\mu \end{pmatrix}, \quad (1.71)$$

que pode facilmente voltar a ser escrito como os três últimos termos de (1.67). Queremos diagonalizar a matriz de massa que rotulamos de M^2 . Para isso fazemos

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} A_{\mu 3} & B_\mu \end{pmatrix} R R^T M^2 R R^T \begin{pmatrix} A_{\mu 3} \\ B_\mu \end{pmatrix}, \quad (1.72)$$

onde

$$R = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (1.73)$$

Da exigência de que fora da diagonal principal da matriz $R^T M^2 R$ as entradas anulam-se, implica uma relação muito importante

$$g \sin \theta = g' \cos \theta. \quad (1.74)$$

Usando essa relação para encontrar os autovalores dessa matriz achamos

$$R^T M^2 R = \begin{pmatrix} (\frac{v}{2})^2 (g^2 + g'^2) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.75)$$

Calculando $\begin{pmatrix} A_{\mu 3} & B_\mu \end{pmatrix} R$ e $R^T \begin{pmatrix} A_{\mu 3} \\ B_\mu \end{pmatrix}$, (1.71) fica dada por

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} Z_\mu & A_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\frac{v}{2})^2 (g^2 + g'^2) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}. \quad (1.76)$$

Onde identificamos o fóton como sendo

$$A_\mu = A_{\mu 3} \sin \theta + B_\mu \cos \theta \quad (1.77)$$

pois corresponde ao autovalor zero da matriz de massa, e o Z^0

$$Z_\mu = A_{\mu 3} \cos \theta - B_\mu \sin \theta, \quad (1.78)$$

por corresponder ao autovalor não-trivial dessa mesma matriz. Com base no que é um termo de massa de um bóson vetorial neutro, $\frac{1}{2} M^2 A_\mu A^\mu$, a massa do Z^0 é dada por

$$M_{Z^0} = \left(\frac{v}{2}\right) \sqrt{g^2 + g'^2}. \quad (1.79)$$

O ângulo θ que apareceu quando introduzimos a matriz R é o famoso ângulo de Weinberg, e é denotado na literatura por θ_w .

Desenvolvendo (1.76) veremos que o fóton desaparece da equação exatamente por não ter massa. Esse formalismo matricial é essencial para que, nesse ponto, consigamos

vizualisar e distinguir quem são os campos que vão representar os dois bósons de gauge neutros da teoria.

Agora devemos resgatar a discussão da equação (1.56). Acabamos de ver que

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = R^T \begin{pmatrix} A_{\mu 3} \\ B_\mu \end{pmatrix}, \quad (1.80)$$

logo

$$\begin{pmatrix} A_{\mu 3} \\ B_\mu \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}. \quad (1.81)$$

Substituindo os valores encontrados para $A_{\mu 3}$ e B_μ em (1.56) temos,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{leptons} &= \bar{\nu}_L i \gamma^\mu \partial_\mu \nu_L + \bar{l}_L i \gamma^\mu \partial_\mu l_L + \bar{l}_R i \gamma^\mu \partial_\mu l_R \\ &+ e \bar{l}_L \gamma^\mu l_L A_\mu + e \bar{l}_R \gamma^\mu l_R A_\mu \\ &- \frac{e}{2 \sin \theta_w \cos \theta_w} \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L Z_\mu - e \tan \theta_w \bar{l}_R \gamma^\mu l_R Z_\mu + \frac{e}{2} (\cot \theta_w - \tan \theta_w) \bar{l}_L \gamma^\mu l_L Z_\mu \\ &- \frac{g\sqrt{2}}{2} \bar{\nu}_L \gamma^\mu l_L W^+ - \frac{g\sqrt{2}}{2} \bar{l}_L \gamma^\mu \nu_L W^-. \end{aligned} \quad (1.82)$$

Conseguimos ver na segunda linha da equação acima os acoplamentos dos leptons principais (tanto *left* como *right*) com os fótons, onde a constante de acoplamento $e = g \sin \theta_w = g' \cos \theta_w$ surge naturalmente. Vemos na terceira linha acoplamentos dos neutrinos com o Z^0 e dos léptons principais *left* e *right* com o Z^0 . Na quarta linha, como já esperado, os bósons vetoriais carregados se acoplam com as correntes carregadas.

Algumas previsões são feitas pelo modelo. A forma da amplitude invariante de correntes carregadas é dada por

$$\mathcal{M}^{CC} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} J^\mu J_\mu \quad (1.83)$$

o que pode ser visto na referência [18]. Uma procedencia análoga à QED, com $|q^2| \ll M_W^2$ nos leva a

$$\mathcal{M}^{CC} = \frac{gJ_\mu}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{M_W^2} \right) \frac{gJ^\mu}{\sqrt{2}}, \quad (1.84)$$

comparando as duas expressões chegamos a

$$M_W^2 = \frac{g^2 \sqrt{2}}{8G_F}. \quad (1.85)$$

O mesmo pode ser feito para correntes neutras, onde a forma da amplitude invariante é dada por

$$\mathcal{M}^{NC} = \frac{4G_F 2\rho}{\sqrt{2}} J^\mu J_\mu \quad (1.86)$$

e a procedencia análoga à QED, com $|q^2| \ll M_Z$, nos leva a

$$\mathcal{M}^{NC} = \frac{gJ_\mu}{\cos\theta_W} \left(\frac{1}{M_Z^2} \right) \frac{gJ^\mu}{\cos\theta_W}, \quad (1.87)$$

de onde tiramos a relação

$$M_Z^2 \cos^2 \theta_W \rho = \frac{g^2 \sqrt{2}}{8G_F}. \quad (1.88)$$

Comparando as equações (1.85) e (1.88) chegamos a relação $\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W}$. Experimentalmente $\rho = 1$ com um pequeno erro [19], e o modelo GWS nos dá exatamente isso, pois de (1.70) e (1.79) temos

$$\frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = \frac{\left(\frac{gv}{2}\right)^2}{\left(\frac{v}{2}\right)^2 (g^2 + g'^2) \cos^2 \theta}, \quad (1.89)$$

e usando (1.74) obtemos

$$\frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = 1. \quad (1.90)$$

Essa é uma das predições da Teoria Eletrofraca do Modelo Padrão, que previu ainda a existencia dessas partículas (Z^0 e W^\pm) e suas respectivas massas. O modelo Glashow-Weinberg-Salam foi consolidado em 1968 [20] e essas partículas somente foram detectadas em 1983 [21]. Usando o valor experimental para a constante de Fermi, $G_F = 1,16637(1) \times 10^{-5} GeV^{-2}$ [22], determinamos M_W , e usando o valor experimental do angulo de Weinberg, $\sin^2 \theta_W = 0,23119(14)$ [22], determinamos M_Z .

Capítulo 2

Violação da Simetria de Lorentz

O Modelo Padrão (MP) em geral apresenta muitas falhas, e no setor eletrofraco não é diferente. Apesar dele ter feito grandes previsões, como a existência dos bósons vetoriais das interações eletrofracas, assim como de suas massas, com muita precisão, problemas como a não existência de massa para os neutrinos e a não previsão das massas dos férmions são algumas falhas que apresenta o MP. Muitas teorias além do modelo padrão vem surgindo para corrigir esses e outros problemas. Modelos com dimensões extras [23], o *Higgsless Model* [24], o *Technicolor* [25], os modelos com supersimetrias [26], o *Little Higgs Model* [27], o chamado *Gauge-Higgs Unifications Framework* [28], os chamados *Top Quark Condensate Models* [29], o *Standard-Model Extension* (Modelo com Violação de Lorentz) [11] e outros que com certeza podemos encontrar na literatura são tentativas de solucionar diversas falhas do Modelo Padrão Tradicional. Nessa dissertação daremos uma atenção especial à questão da violação da simetria de Lorentz [30].

Na seção 2.1 relembramos brevemente as Transformações de Lorentz. Na seção 2.2 discutimos o papel de um campo de fundo na violação da simetria de Lorentz, utilizando como exemplo as transformações de Lorentz de rotação. Na seção 2.3 estudamos as transformações de observador e de partículas, definidas no final da seção anterior, através de transformações de Lorentz de *boost*. Na seção 2.4 resumizamos todo nosso estudo deste capítulo.

2.1 Transformações de Lorentz

Uma dos grandes avanços na ciência do século vinte foi o desenvolvimento da Teoria da Relatividade Restrita pelo físico Albert Einstein. Essa teoria foi construída em cima de dois postulados:

- 1 - As leis da Física são as mesmas em qualquer referencial inercial considerado;
- 2 - A velocidade de propagação da luz no vácuo é constante e a mesma em qualquer referencial inercial.

Dessa forma, para dois referenciais inerciais diferentes, temos que a velocidade da luz

$$\begin{aligned}c^2 &= \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2, \\c^2 &= \left(\frac{dx'}{dt'}\right)^2 + \left(\frac{dy'}{dt'}\right)^2 + \left(\frac{dz'}{dt'}\right)^2,\end{aligned}$$

assim

$$\begin{aligned}(ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2 &= 0, \\(ct')^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 &= 0,\end{aligned}$$

e obtemos

$$(ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2 = (ct')^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2. \quad (2.1)$$

Considerando uma situação em que para $t = 0$ e $x = 0$ temos $t' = 0$ e $x' = 0$, e $y = y'$ e $z = z'$, podemos chegar nas relações abaixo que satisfazem a equação (2.1)

$$\begin{aligned}ct' &= \gamma\left(ct - \frac{v}{c}x\right), \\x' &= \gamma(x - vt), \\y' &= y, \\z' &= z,\end{aligned} \quad (2.2)$$

onde

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2.3)$$

No entanto se considerarmos uma outra situação onde temos apenas uma rotação entre esses dois referenciais inerciais chegamos às relações abaixo que também satisfazem (2.1),

$$\begin{aligned}
 t' &= t, \\
 x' &= x \cos \phi + y \sin \phi, \\
 y' &= -x \sin \phi + y \cos \phi, \\
 z' &= z.
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

As relações (2.2) e (2.4) são chamadas de transformações de Lorentz, onde a primeira, transformação que envolve mudança no espaço e no tempo, é conhecida como *boost* de Lorentz.

2.2 O Papel do Campo de Fundo

Nesta seção vamos utilizar as transformações de Lorentz de rotação para ilustrar qualitativamente como um campo de fundo atua para violar a simetria de Lorentz.

As transformações de Lorentz normalmente são feitas no sentido passivo, onde saímos de um observador e vamos para outro. Entretanto podemos também realizar uma transformação de Lorentz no sentido ativo. Considere uma partícula parada em relação ao referencial S (Figura 1).

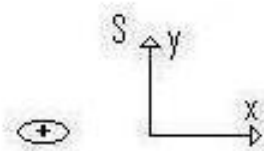


Figura 1- Partícula parada em relação ao referencial S.

Queremos fazer uma transformação de Lorentz para um outro referencial em que a partícula esteja se movendo para trás com velocidade de módulo igual a v . Podemos sair do referencial S e ir para o referencial S' que está se movendo para frente, em relação a

S, com velocidade de módulo igual a v (transformação passiva) (Figura 2). Bem como podemos continuar no referencial S e colocar a partícula para se mover para trás, com relação a S, com velocidade de módulo igual a v (transformação ativa) (Figura 3). Sem um campo de fundo essas duas descrições são totalmente equivalentes.

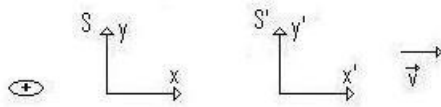


Figura 2 - Referencial S' move-se com velocidade v em relação ao referencial S

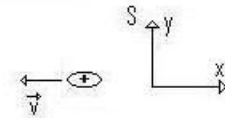


Figura 3 - Partícula move-se com velocidade v em relação a S

Através de transformações de rotações vamos ver que essas as transformações passivas e ativas deixam de ser equivalentes quando introduzimos um campo de fundo. Consideramos uma partícula carregada, mergulhada em um campo elétrico, que faz o papel de campo de fundo (Figura 4).

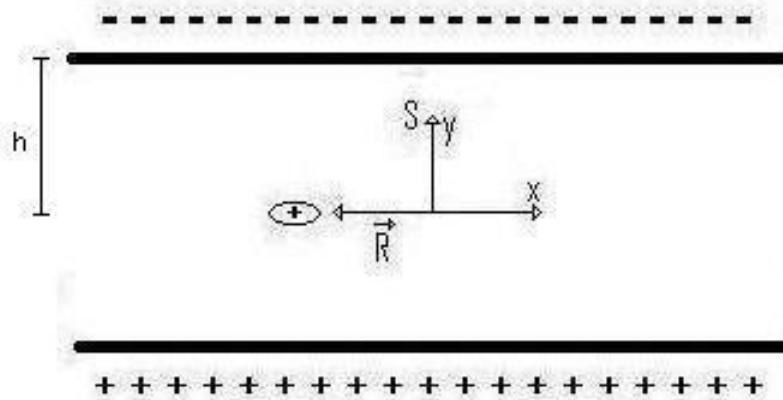


Figura 4 - Partícula parada em relação a S dentro de um campo elétrico constante.

Fazendo uma rotação passiva, o novo observador S' continuará vendo o vetor R ortogonal ao campo de fundo, e não há violação de simetria de Lorentz (Figura 5). Para uma rotação ativa, não há novo referencial S' , o que se faz é uma rotação em R , agora

no sentido anti-horário, e vemos que este vetor deixa de ser ortogonal ao campo de fundo (Figura 6). Ou seja, o produto escalar entre os vetores do sistema, que deve permanecer invariante em uma transformação de Lorentz, muda de valor, o que caracteriza a violação da simetria.

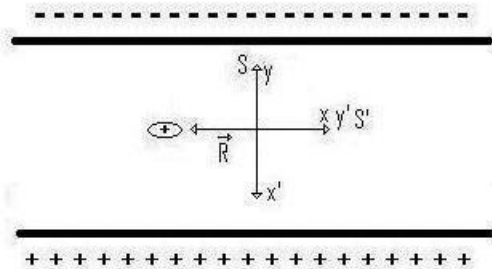


Figura 5 - Transformação de Lorentz de observador (rotação de 90°). Não há violação da simetria de Lorentz.

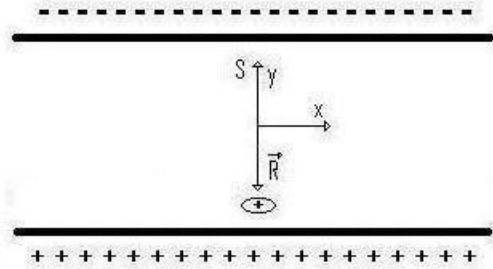


Figura 6 - Transformação de Lorentz de partícula (rotação de 90°). Há violação da simetria de Lorentz.

Esse desvio da simetria de Lorentz ocorre exclusivamente devido ao campo de fundo. Portanto a presença de um campo de fundo quebra a equivalência das transformações ativas e passivas. Por conta disso, na década passada, surgiram duas novas denominações para as transformações de Lorentz. São as transformações de Lorentz de observador para designar uma transformação passiva em presença de um campo de fundo, e as transformações de Lorentz de partícula para designar uma transformação ativa em presença de um campo de fundo.

2.3 As Transformações de *Boost*

Vamos considerar a mesma situação da seção anterior, uma partícula carregada mergulhada em um campo elétrico, e realizar transformações de Lorentz de partícula e de observador agora considerando transformações de *boost*. A situação de partida é a mesma considerada anteriormente (Figura 4). Queremos fazer uma transformação de Lorentz para um outro referencial em que a partícula esteja se movendo para trás com velocidade de módulo igual a V .

Caso das transformações de partícula (transformação ativa):

Temos uma partícula carregada viajando para trás com velocidade V em relação ao sistema de referência S , como mostra a Figura 7. Essa partícula vai sofrer uma força, F , na direção y , e da lei de Newton

$$\frac{dp_y}{dt} = F_y \quad (2.5)$$

encontramos

$$p_y = F_y t. \quad (2.6)$$

Consideramos a velocidade da partícula no eixo y não-relativística e dada por $u(t)$, assim $p_y = \gamma m_0 u(t)$. Como o campo elétrico não sofrerá correções relativísticas pois está parado em relação ao observador S , $F = qE$, e temos que

$$\gamma m_0 u(t) = qEt. \quad (2.7)$$

Integrando mais uma vez de ambos os lados a equação acima temos

$$h = \frac{qEt_q^2}{2\gamma m_0}, \quad (2.8)$$

onde h é uma altura como mostra a Figura 4. Isolando o tempo de queda, t_q , na equação acima, para o caso das transformações de partícula, obtemos

$$t_q = \left(\frac{2\gamma m_0 h}{qE}\right)^{1/2}. \quad (2.9)$$

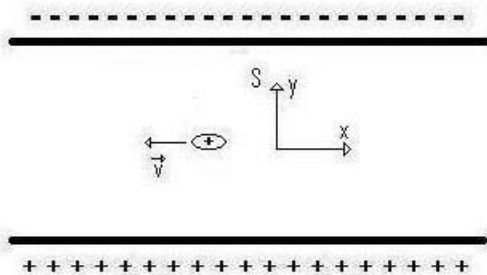


Figura 7 - Com o campo elétrico de fundo, partícula move-se com velocidade v em relação a S .

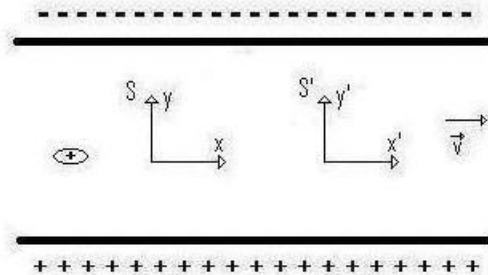


Figura 8 - Com o campo elétrico de fundo, referencial S' move-se com velocidade v em relação ao referencial S .

Caso das transformações de observador (transformação passiva):

Nesse caso temos uma partícula parada em relação ao referencial S e um outro referencial S' com velocidade V em relação a S, como mostra a Figura 8. A força medida pelo referencial S' que atua na partícula será dado por:

$$\vec{F}' = q(\vec{E}' + \vec{v}' \times \vec{B}'). \quad (2.10)$$

Como os campos são perpendiculares a V, de acordo com a relatividade restrita eles vão se transformar na forma expressa abaixo

$$\begin{aligned} \vec{E}' &= \gamma_0(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \\ \vec{B}' &= \gamma_0(\vec{B} - \frac{\vec{V} \times \vec{E}}{c^2}), \end{aligned} \quad (2.11)$$

assim, a força em y' e x' são dadas como seguem

$$\vec{F}'_{y'} = q\gamma_0 E + \frac{qV E \gamma_0}{c^2} v'_{x'}(t') \quad (2.12)$$

$$\vec{F}'_{x'} = \frac{qV E \gamma_0}{c^2} v'_{y'}(t'). \quad (2.13)$$

Perceba que $v'_{x'}(t')$ e $v'_{y'}(t')$ são as velocidades da partícula medidas por S'. Usando a Lei de Newton $\frac{dp'_{y'}}{dt'} = F'_{y'}$, desenvolvemos (2.12) e (2.13), chegando nas duas equações diferenciais abaixo

$$\gamma^3 v'_{y'} v'_{x'} \dot{v}'_{x'} + \gamma \dot{v}'_{y'} = \frac{q\gamma_0 E}{m_0} + \frac{qV E \gamma_0}{c^2 m_0} v'_{x'} \quad (2.14)$$

$$\gamma^3 v'^2_{x'} \dot{v}'_{x'} + \gamma \dot{v}'_{x'} = -\frac{qV E \gamma_0}{c^2 m_0} v'_{y'}, \quad (2.15)$$

que resolvendo somos capazes de encontrar um tempo de queda, t_q , dado por:

$$t_q = \gamma \left(\frac{2m_0 h}{qE} \right)^{1/2}. \quad (2.16)$$

Vemos que diferentes tempos de queda, t_q , são encontrados a depender de que tipo de transformação que nós realizamos. O tempo de queda para a situação da Figura 8 dado em relação ao referencial S é $t_q = \left(\frac{2m_0 h}{qE} \right)^{1/2}$, onde fazendo uma transformação de Lorentz para S', supondo que o evento ocorre em $x = 0$, encontramos o mesmo valor obtido em (2.16). Ou seja, vemos mais uma vez que nas transformações de observador a simetria de Lorentz se conserva enquanto nas transformações de partícula não, como podemos observar pelo diferente tempo de queda achado em (2.9).

2.4 Sumário do Capítulo

Vimos que novas denominações para as transformações de Lorentz ativas e passivas são necessárias em presença de um campo de fundo, pois este quebra a equivalência entre elas. Em presença de um campo de fundo temos as transformações de Lorentz de observador para designar uma transformação passiva, e as transformações de Lorentz de partícula para designar uma transformação ativa.

Ilustramos, através de transformações de rotações de Lorentz, como ocorre a violação de simetria de Lorentz em presença de um campo elétrico de fundo. Vimos que há conservação da simetria em uma transformação de observador e que a violação ocorre somente para uma transformação de partícula.

Finalizamos o capítulo estudando os *boosts* de Lorentz em uma situação que temos uma partícula carregada mergulhada em um campo elétrico. Vimos que há uma diferença no tempo de queda dessa partícula quando fazemos transformações de Lorentz de observador ou de partícula. Para transformações de partícula há uma violação da simetria de Lorentz. Já as transformações de observador preservam a simetria de Lorentz.

Capítulo 3

Geração de Momento Magnético como Decorrente da Violação da Simetria de Lorentz

Em geral, vamos introduzir o acoplamento não-mínimo $gv^\alpha F_{\mu\alpha}^*$ nas derivadas covariantes, onde $F_{\mu\nu}^* \equiv \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}F^{\lambda\rho}$, é o tensor eletromagnético dual. Esse novo termo viola a simetria de Lorentz pois o vetor de fundo v^α é constante. Veremos que uma contribuição universal de momento magnético surge para os fermions carregados [31], para os bósons vetoriais carregados ou neutros, para os escalares carregados ou neutros e para partículas neutras de spin-2. Esse e outros termos de quebra da simetria de Lorentz foram abordados na referência [32]. Pode-se ver em [33] que se v^κ é do tipo espaço tem-se o aparecimento de momento magnético em partículas escalares em $(1 + 2)$ dimensões, o que também é uma motivação para a escolha deste acoplamento para gerar momentos magnéticos.

Daremos uma atenção especial ao caso da partícula de spin-2 massiva, que é a parte original da dissertação. A motivação para tratar dessa classe de partícula se encontra principalmente no gráviton massivo. Teorias de gravidade massiva podem modificar a Relatividade Geral em grandes escalas cosmológicas e podem explicar a expansão acelerada do universo sem a necessidade da introdução de matéria ou energia escura [34].

Na seção 3.1, abordamos a geração de momento magnético devido à violação da simetria de Lorentz para partículas escalares carregadas e não-carregadas, estendendo em

seguida a discussão para os Bósons de Higgs. Na seção 3.2, analisamos a contribuição para o momento magnético dos férmions carregados decorrente da quebra da simetria de Lorentz. Na seção 3.3, trabalhamos com o setor de gauge da Teoria Eletrofraca do Modelo Padrão, onde veremos como surge naturalmente dentro desta teoria o acoplamento não-mínimo renormalizável $eF^{\mu\nu}W_\mu W_\nu^*$ que será usado na seção seguinte. Na seção 3.4, abordamos os bósons vetoriais massivos, onde estudamos como é corrigida a razão giro-magnética do spin-1 carregado a partir do acoplamento não-mínimo encontrado na seção anterior. Vemos ainda nesta seção a geração de uma contribuição ao momento magnético dessas partículas devido à violação da simetria de Lorentz. Na ultima seção, 3.5, fazemos uma análise detalhada da geração de momento magnético decorrente da violação da simetria de Lorentz para partículas de spin-2, o que, até o presente momento, ainda não havia sido feito na literatura [35].

3.1 Geração de Momento Magnético para Bóson de Higgs

Partindo da equação de Klein-Gordon para uma partícula carregada

$$[(\partial_\mu + ieA_\mu)(\partial^\mu + ieA^\mu) + m^2]\phi = 0, \quad (3.1)$$

após fazer uma transformada de Fourier para o espaço dos momentos e considerar o limite não-relativístico chegamos em

$$E_{nr}\phi = \left[\frac{(\vec{p} - e\vec{A})^2}{2m} + eA^0 \right] \phi. \quad (3.2)$$

Vamos adicionar à derivada covariante o termo de violação da simetria de Lorentz $gv^\alpha F_{\mu\alpha}^*$.

$$[(\partial_\mu + ieA_\mu + igv^\alpha F_{\mu\alpha}^*)(\partial^\mu + ieA^\mu + igv_\kappa F^{\mu\kappa*}) + m^2]\phi = 0. \quad (3.3)$$

Utilizando os mesmo procedimentos de transformada de Fourier e tomando o limite não-relativístico chegamos na expressão

$$E_{nr}\phi = \left[\frac{(\vec{p} - e\vec{A} - gv_0\vec{B} - g\vec{v} \times \vec{E})^2}{2m} + eA^0 + g\vec{v} \cdot \vec{B} \right] \phi. \quad (3.4)$$

Consideramos a partícula escalar dentro de um campo magnetostático e outro eletrostático, por isso além da geração do momento magnético $\vec{\mu} = g\vec{v}$, temos o surgimento de uma fase Aharonov-Casher que é vista na expressão do momento generalizado $\Pi = (\vec{p} - e\vec{A} - gv_0\vec{B} + \underline{g\vec{v} \times \vec{E}})$ (termo sublinhado).

Para o Bóson de Higgs, que é um escalar não carregado, fazemos $e = 0$ e chegamos na equação

$$E_{nr}\phi = \left[\frac{(\vec{p} - g_h v_0 \vec{B} - g_h \vec{v} \times \vec{E})^2}{2m} + g_h \vec{v} \cdot \vec{B} \right] \phi, \quad (3.5)$$

onde persiste o mesmo termo que interpretamos como momento de dipolo magnético, gerado pelo acoplamento não-mínimo $g_h v^\alpha F_{\mu\alpha}^*$. Rotulamos a constante de acoplamento com o índice 'h' para salientar que estamos tratando de uma partícula em específico. O momento magnético para esta partícula fica dado por $\vec{\mu} = g_h \vec{v}$.

3.2 Momento Magnético dos Férmions

Partindo da equação de Dirac

$$(i\gamma^\mu D_\mu - m)\Psi = 0 \quad (3.6)$$

onde já introduzimos o termo de violação de Lorentz na derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu + ig_f v^\alpha F_{\mu\alpha}^*, \quad (3.7)$$

vamos analisar as consequências de um férmion quando inserido dentro de um campo eletrostático e outro magnetostático. Abrindo em suas componentes a equação de campo (3.6) fica

$$i\gamma^0 D_0 \Psi + \gamma^j D_j \Psi - m\Psi = 0. \quad (3.8)$$

Após fazer uma transformada de Fourier para o espaço dos momentos e utilizando as matrizes gamma

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \vec{\gamma} = \begin{bmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{bmatrix}, \gamma^5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

onde $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ são as matrizes de Pauli, e sendo $\Psi = \begin{bmatrix} \phi \\ \chi \end{bmatrix}$, onde ϕ é a componente de baixas energias e χ a de altas energias, encontramos duas equações,

$$(E - m - eA_0 - g_f \vec{v} \cdot \vec{B})\phi - \vec{\sigma} \cdot (\vec{p} - e\vec{A} - g_f v^0 \vec{B} + g_f(\vec{v} \times \vec{E}))\chi = 0 \quad (3.10)$$

$$-(E + m - eA_0 - g_f \vec{v} \cdot \vec{B})\chi + \vec{\sigma} \cdot (\vec{p} - e\vec{A} - g_f v^0 \vec{B} + g_f(\vec{v} \times \vec{E}))\phi = 0 \quad (3.11)$$

Quando passarmos ao limite não-relativístico teremos $E + m \cong 2m$ e $E - m = E_{nr}$, onde E_{nr} é a energia não-relativística. Passando para este limite, a equação (3.11) fica:

$$\chi = \frac{1}{2m} \vec{\sigma} \cdot (\vec{p} - e\vec{A} - g_f v^0 \vec{B} + g_f(\vec{v} \times \vec{E}))\phi, \quad (3.12)$$

pois

$$2m \gg |eA_0| \text{ e } 2m \gg |g_f \vec{v} \cdot \vec{B}|. \quad (3.13)$$

Inserindo (3.12) em (3.10) obtemos

$$(E - m - eA_0 - g_f \vec{v} \cdot \vec{B})\phi - \frac{1}{2m} \vec{\sigma} \cdot (\vec{p} - e\vec{A} - g_f v^0 \vec{B} + g_f(\vec{v} \times \vec{E}))^2 \phi = 0. \quad (3.14)$$

Vemos que no momento canônico generalizado, dado por $\vec{\Pi} = \vec{p} - e\vec{A} - g_f v^0 \vec{B} + g_f(\vec{v} \times \vec{E})$, surge uma fase do tipo Aharonov-Casher, $g_f(\vec{v} \times \vec{E})$, devido exatamente a interação do momento magnético gerado pela violação da simetria de Lorentz, $\vec{\mu} = g_f \vec{v}$, e o campo eletrostático externo.

Fazendo a transformada de Fourier inversa e usando a relação

$$(\vec{\sigma} \cdot \vec{\Pi})^2 = \vec{\Pi}^2 + i\vec{\sigma}, \quad (3.15)$$

chegamos ao Hamiltoniano desse sistema, onde desprezamos termos de segunda ordem e superior nas constantes de acoplamento.

$$H = \frac{\vec{\Pi}^2}{2m} + eA_0 + g_f \vec{v} \cdot \vec{B} - \frac{e}{2m} \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \quad (3.16)$$

$$- \frac{g_f v^0}{2m} \vec{\sigma} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \frac{g_f}{2m} \vec{\sigma} \cdot (\vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{E})). \quad (3.17)$$

Além do momento magnético natural do férmion carregado, $\frac{e}{2m} \vec{\sigma}$, temos a contribuição devido a quebra de simetria de Lorentz, $g_f \vec{v}$, resultado que pode ser encontrado na referencia [31].

3.3 Os Bósons Vetoriais e o Acoplamento Não-Mínimo

A partir do lagrangeano de gauge da Teoria Eletrofraca do Modelo Padrão vamos ver como surge naturalmente o acoplamento não-mínimo do campo eletromagnético com as partículas carregadas mediadoras da Interação Fraca. O lagrangeano de gauge é dado por

$$\mathcal{L}^{gauge} = -\frac{1}{4}W_a^{\mu\nu}W_{\mu\nu a} - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu}. \quad (3.18)$$

Lembramos que os campos físicos que representam as partículas W^\pm e Z^0 são combinações lineares dos campos W_a^μ e B^μ , onde $a = 1, 2$ e 3 . As relações são dadas por

$$\begin{aligned} A_\mu &= W_{\mu 3} \sin \theta + B_\mu \cos \theta \\ Z_\mu &= W_{\mu 3} \cos \theta - B_\mu \sin \theta \\ W_\mu^\pm &= \frac{A_{\mu 1} \mp i A_{\mu 2}}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (3.19)$$

Nesse desenvolvimento vamos pegar apenas os termos do lagrangeano que nos interessam. O setor $-\frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu}$ vai gerar apenas a parte cinética do fóton e do Z^0 . Do setor $\mathcal{L}_I^{gauge} \equiv -\frac{1}{4}W_a^{\mu\nu}W_{\mu\nu a}$ temos:

$$\mathcal{L}_I^{gauge} = -\frac{1}{4}[(\partial^\mu W_a^\nu - \partial^\nu W_a^\mu - g\epsilon_{abc}W_b^\mu W_c^\nu)(\partial_\mu W_{\nu a} - \partial_\nu W_{\mu a} - g\epsilon_{abc}W_{\mu b}W_{\nu c})]. \quad (3.20)$$

Dessa expressão vamos pegar somente alguns termos, são eles

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{II}^{gauge} \equiv -\frac{1}{4} [& - \partial^\mu W_a^\nu g\epsilon_{abc}W_{\mu b}W_{\nu c} + \partial^\nu W_a^\mu g\epsilon_{abc}W_{\mu b}W_{\nu c} \\ & - g\epsilon_{abc}W_b^\mu W_c^\nu \partial_\mu W_{\nu a} + g\epsilon_{abc}W_b^\mu W_c^\nu \partial_\nu W_{\mu a}]. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Os únicos termos que nos interessam na expressão acima são aqueles cujo $a = 3$, dessa forma temos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{III}^{gauge} \equiv -\frac{1}{4} [& - 2gW_{\mu 1}W_{\nu 2}\partial^\mu W_3^\nu + 2gW_{\mu 2}W_{\nu 1}\partial^\mu W_3^\nu \\ & + 2gW_{\mu 1}W_{\nu 2}\partial^\nu W_3^\mu - 2gW_{\mu 2}W_{\nu 1}\partial^\nu W_3^\mu]. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Substituindo as relações (3.19) na equação anterior obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{III}^{gauge} = -\frac{1}{4} [& - 2ig \cos \theta_W \partial^\mu Z^\nu (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-) \\ & + 2ig \cos \theta_W \partial^\nu Z^\mu (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-) \\ & - 2ig \sin \theta_W \partial^\mu A^\nu (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-) \\ & + 2ig \sin \theta_W \partial^\nu A^\mu (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-)]. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Usando a relação $g \cos \theta_W = e$ e $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ somos capazes de chegar em

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{III}^{gauge} &= \frac{i}{2} [e F^{\mu\nu} W_\mu^- W_\nu^+ - e F^{\mu\nu} W_\mu^+ W_\nu^-] \\ &+ g \cos \theta_W Z^{\mu\nu} W_\mu^- W_\nu^+ - g \cos \theta_W Z^{\mu\nu} W_\mu^+ W_\nu^-. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Acima, vemos um setor do lagrangeano da Teoria Eletrofraca que após a quebra de simetria gera acoplamentos não-mínimos entre bósons de gauge carregados e neutros, e entre bósons de gauge carregados e o campo eletromagnético. Na próxima seção vamos usar o acoplamento não-minimo entre os fótons e os bósons carregados para corrigir a razão giromagnética dos últimos.

3.4 Os Bósons Vetoriais e seus Momentos Magnéticos

Nesta seção vamos fazer um estudo das diferentes contribuições para o momento magnético dos bósons vetoriais como consequência de diferentes tipos de acoplamentos. Para o caso de campos eletricamente carregados, estudamos primeiro os efeitos para o momento de dipolo magnético quando somente temos acoplamento mínimo. Depois introduzimos um acoplamento não-mínimo na equação de campo, de acordo com o que foi obtido na seção anterior, o que corrigirá o fator giromagnético dessas partículas. Weinberg provou em 1970 que, diferentemente do que se pensava, a razão giromagnética de partículas elementares massivas carregadas é igual a 2 [36]. Uma demonstração mais moderna pode ser vista em [37]. Em seguida o acoplamento $gv^\alpha F_{\mu\alpha}^*$, que viola a simetria de Lorentz, é introduzido dentro da derivada covariante. Com esse mesmo termo adicionado à derivada covariante, analisamos o caso dos bósons vetoriais neutros usando a definição $Z^{\mu\nu} \equiv D^\mu Z^\nu - D^\nu Z^\mu$. Partimos da equação que descreve bósons vetoriais carregados massivos acoplados minimamente a um campo eletromagnético externo.

$$D_\mu W^{\mu\nu} + m^2 W^\nu = 0 \quad (3.25)$$

onde temos

$$\begin{aligned} D_\mu &= \partial_\mu + ieA_\mu \\ W^{\mu\nu} &= D^\mu W^\nu - D^\nu W^\mu. \end{aligned}$$

Derivando a equação (3.25) com D_ν temos

$$D_\nu W^\nu = -\frac{D_\nu D_\mu W^{\mu\nu}}{m^2}. \quad (3.26)$$

Anti-simetrizando as derivadas covariantes temos que $D_\nu D_\mu W^{\mu\nu} = \frac{D_\nu D_\mu - D_\mu D_\nu}{2} W^{\mu\nu}$, e sabendo que $[D_\nu, D_\mu] = ieF_{\nu\mu}$, chegamos em

$$D_\mu W^\mu = \frac{ie}{2m^2} F_{\mu\nu} W^{\mu\nu} = \frac{ie}{m^2} F_{\mu\nu} D^\mu W^\nu \quad (3.27)$$

que é a chamada condição subsidiária.

Para um campo magnetostático, ou seja,

$$\begin{aligned} F_{0i} &= E_i = 0 \\ F_{ji} &= -\epsilon_{ijk} B_k = \text{Constante}, \end{aligned} \quad (3.28)$$

já no limite de baixas energias, usando (3.27), encontramos a seguinte relação

$$W^0 = \frac{\vec{p} \cdot \vec{W}}{E} - \frac{e\vec{A} \cdot \vec{W}}{E}, \quad (3.29)$$

onde E é a energia do sistema.

Se trabalhassemos a equação (3.25) com $\nu = 0$ chegaríamos na mesma expressão (3.29) tal como obtemos usando a condição subsidiária. Para $\nu = i$ temos

$$\begin{aligned} &(\square + m^2)\vec{W} + \partial_t \partial_i W^0 + \partial_i \partial_j W_j + 2ieA_j \partial_j W_i - ieW_j \partial_j A_i \\ &- \frac{2e^2}{m^2} F_{jk} (\partial_j W_k) A_i - ieA_j \partial_i W_j + e^2 \vec{A}^2 W_i = 0. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Substituindo a expressão encontrada para W^0 na equação (3.30) e fazendo uma transformada de Fourier para o espaço dos momentos, após passar para o limite não-relativístico, somos capazes de chegar na seguinte equação tipo-Pauli,

$$E_{nr} W_i = \frac{1}{2m} (\vec{p} - e\vec{A})^2 W_i - \frac{e}{2m} \vec{S}_{ij} \cdot \vec{B} W_j. \quad (3.31)$$

Percebemos que o momento magnético tirado dessa equação tem fator giromagnético igual a um.

$$\vec{\mu} = g \frac{e}{2m} \vec{S} \Rightarrow g = 1. \quad (3.32)$$

Normalmente o fator giromagnético é denotado na literatura pela letra g , aqui chamamos a atenção para que se evite confusão com as diversas constantes de acoplamento do termo de violação de Lorentz. Esse resultado está bem distante do medido experimentalmente, $\mu(W^\pm) = 2,22\frac{e}{2m}$ [22]. Um fator $g = 2$ pode ser obtido trabalhando a equação de campo com um acoplamento não-mínimo entre o fóton e o W^\pm , este é dado por $eF^{\mu\nu}W_\mu^-W_\nu^+$, como obtido na seção anterior. Levando em consideração esse acoplamento na derivação da equação de campo, ao invés de (3.25) obtemos

$$D_\mu W^{\mu\nu} + m^2 W^\nu - ieF^{\mu\nu}W_\mu = 0. \quad (3.33)$$

Dessa equação tiramos a seguinte condição subsidiária $D_\mu W^\mu = 0$ que implica no mesmo resultado já obtido $W^0 = \frac{\vec{p}\cdot\vec{W}}{E} - \frac{e\vec{A}\cdot\vec{W}}{E}$. Nossa equação tipo-Pauli torna-se então

$$E_{nr}W_i = \frac{1}{2m}(\vec{p} - e\vec{A})^2 W_i - \frac{e}{m}\vec{S}_{ij}\cdot\vec{B}W_j, \quad (3.34)$$

onde temos $g = 2$.

Vamos adicionar à derivada covariante o acoplamento não-mínimo $g_w v^\kappa F_{\mu\kappa}^*$ e manter inalterada o resto da estrutura da equação de campo, como visto em (3.33). Nossa equação fica com seguinte forma;

$$D_\mu W^{\mu\nu} + m^2 W^\nu - ieF^{\mu\nu}W_\mu = 0, \quad (3.35)$$

onde agora

$$\begin{aligned} D_\mu &= \partial_\mu + ieA_\mu + ig_w v^\kappa F_{\mu\kappa}^* \\ W^{\mu\nu} &= D^\mu W^\nu - D^\nu W^\mu. \end{aligned} \quad (3.36)$$

A condição subsidiária permanece $D_\mu W^\mu = 0$ gerando agora a relação

$$W^0 = \frac{\vec{p}\cdot\vec{W}}{m} - \frac{e\vec{A}\cdot\vec{W}}{m} - \frac{g_w v^0 \vec{B}\cdot\vec{W}}{m}. \quad (3.37)$$

O último termo da equação acima tem origem no termo de quebra de Lorentz adicionado na derivada covariante.

Desenvolvendo a equação de campo (3.35) para $\nu = i$ somos capazes de chegar na expressão abaixo:

$$\begin{aligned}
E_{nr}W^i &= \frac{1}{2m}[(\vec{p} - e\vec{A})^2W^i - 2e\vec{S}_{ij}\cdot\vec{B}W^j + 2g_w\vec{v}\cdot\vec{B}mW^i - 2g_wv_0\vec{B}\cdot\vec{p}W^i \\
&+ 2eg_wv_0\vec{B}\cdot\vec{A}W^i - g_w\vec{v}\cdot\vec{B}p^iW^0 - eg_wv_0A^i\vec{B}\cdot\vec{W} + eg_wA^i\vec{v}\cdot\vec{B}W^0 \\
&- g_wv_0B_imW^0 + g_wv_0B_ip\cdot\vec{W} - eg_wv_0B_i\vec{A}\cdot\vec{W} - g_w^2(\vec{v}\cdot\vec{B})^2W^i \\
&+ g_w^2v_0^2\vec{B}^2W^i + g_w^2v_0\vec{v}\cdot\vec{B}B_iW^0 - g_w^2v_0^2B_i\vec{B}\cdot\vec{W}].
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Desprezando os termos dominados na equação acima obtemos

$$E_{nr}W^i = \frac{1}{2m}(\vec{p} - e\vec{A})^2W^i - \frac{e\vec{S}_{ij}\cdot\vec{B}}{m}W^j + g_w\vec{v}\cdot\vec{B}W^i. \tag{3.39}$$

Observe que o termo que surge devido à violação de Lorentz carrega uma correção ao momento magnético do bóson vetorial eletricamente carregado de $\vec{\mu} = g_w\vec{v}$. Nas nossas Observações Finais, no último capítulo, não vamos atribuir à diferença do momento magnético calculado em (3.34) e o medido experimentalmente à correções radiativas da Teoria Quântica de Campos, e sim à violação da simetria de Lorentz.

Para bósons vetoriais eletricamente neutros ($e = 0$), vamos realizar um cálculo similar.

$$D_\mu Z^{\mu\nu} + m^2 Z^\nu = 0, \tag{3.40}$$

onde aqui

$$\begin{aligned}
D_\mu &= \partial_\mu + ig_z v^\kappa F_{\mu\kappa}^* \\
Z^{\mu\nu} &= D^\mu Z^\nu - D^\nu Z^\mu.
\end{aligned} \tag{3.41}$$

A condição subsidiária encontrada após derivar (3.40) covariantemente com D_ν será $D_\nu Z^\nu = 0$. Considerando a partícula submetida somente a um campo magnetostático tiramos a relação $Z^0 = \frac{\vec{p}\cdot\vec{Z}}{m} - \frac{g_z v_0 \vec{B}\cdot\vec{Z}}{m}$. Explorando a equação de campo (3.40) com $\nu = i$, temos

$$\begin{aligned}
E_{nr}W^i &= \frac{1}{2m}[\vec{p}^2 Z^i + 2g_z\vec{v}\cdot\vec{B}mZ^i - 2g_zv_0\vec{B}\cdot\vec{p}Z^i \\
&- g_z\vec{v}\cdot\vec{B}p^iZ^0 \\
&- g_zv_0B_imZ^0 + g_zv_0B_ip\cdot\vec{Z} - g_z^2(\vec{v}\cdot\vec{B})^2Z^i \\
&+ g_z^2v_0^2\vec{B}^2Z^i + g_z^2v_0\vec{v}\cdot\vec{B}B_iZ^0 - g_z^2v_0^2B_i\vec{B}\cdot\vec{W}].
\end{aligned} \tag{3.42}$$

Observe a semelhança entre (3.38) e a equação acima. A única diferença reside no fato de que em (3.42) não aparecem os termos contendo a carga elétrica e . Aqui, não temos inclusive o momento magnético natural dos bósons vetoriais carregados, $\frac{e\vec{S}_{ij}}{m}$, e sua fase Aharonov-Bohm, $e\vec{A}$.

Finalmente, desprezando os termos dominados em (3.42), somos capazes de obter a expressão

$$E_{nr}Z^i = \frac{\vec{p}^2}{2m}Z^i + g_z\vec{v}\cdot\vec{B}Z^i, \quad (3.43)$$

onde, como no caso dos bósons vetoriais carregados, há também uma geração de momento magnético $\vec{\mu} = g_z\vec{v}$ para os bósons vetoriais neutros. Esse resultado não carrega o fator $\frac{1}{2}$ como vemos em [38]. Essa diferença entre os dois resultados será mencionada novamente nas Observações Finais.

3.5 Geração de Momento Magnético para Partícula Massiva Neutra de Spin-2

Para finalizar nosso estudo de geração de momento de dipolo magnético devido a violação da simetria de Lorentz vamos estudar o caso do spin-2 massivo, que é descrito pelo tensor simétrico 4×4 , $h_{\mu\nu}$. Nesta seção vamos considerar o vetor de fundo, v^μ , do tipo espaço, ou seja, $v^\mu = (0, \vec{v})$. Mostra-se [39] que apenas as excitações de spin-2 se propagam, e estas são descritas pela equação

$$\partial_\alpha\partial^\alpha h_{\mu\alpha} - \partial_\mu\partial^\alpha h_{\nu\alpha} - \partial_\nu\partial^\alpha h_{\mu\alpha} + \partial_\mu\partial_\nu h + m^2(h_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h) = 0. \quad (3.44)$$

Após adicionarmos o acoplamento $gv^\alpha F_{\mu\alpha}^*$ na equação acima obtemos

$$\begin{aligned} & (\partial_\alpha + igv^\chi F_{\alpha\chi}^*)(\partial^\alpha + igv_\chi F^{*\alpha\chi})h_{\mu\nu} - (\partial_\mu + igv^\chi F_{\mu\chi}^*)(\partial^\alpha + igv_\chi F^{*\alpha\chi})h_{\nu\alpha} \\ & - (\partial_\nu + igv^\chi F_{\nu\chi}^*)(\partial^\alpha + igv_\chi F^{*\alpha\chi})h_{\mu\alpha} + (\partial_\mu + igv^\chi F_{\mu\chi}^*)(\partial_\nu + igv^\chi F_{\nu\chi}^*)h \\ & + m^2(h_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h) = 0. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Vamos seguir dois caminhos distintos para encontrar a equação do tipo Pauli associada a (3.45). Através das condições subsidiárias e usando a equação de campo diretamente,

o que na realidade poderia ter sido feito para todos os casos anteriores. Para o spin-2 precisaremos usar duas condições subsidiárias para relacionar os campos h_{00} , h_{ii} e h_{0i} com h_{ij} . Vamos buscar a primeira condição subsidiária. Derivando a equação de campos, (3.45), com ∂^μ , ganhamos

$$\begin{aligned}
& igv_\chi F^{*\alpha\chi} \partial^\mu \partial_\alpha h_{\mu\nu} - igv_\chi F^{*\alpha\chi} \square h_{\nu\alpha} - \partial^\mu \partial_\nu \partial^\alpha h_{\mu\alpha} \\
& - igv_\chi F^{*\alpha\chi} \partial^\mu \partial_\nu h_{\mu\alpha} - igv^\chi F_{\nu\chi}^* \partial^\mu \partial^\alpha h_{\mu\alpha} + \square \partial_\nu h \\
& + igv^\chi F_{\nu\chi}^* \square h + igv^\chi F_{\mu\chi}^* \partial^\mu \partial_\nu h + m^2 (\partial^\mu h_{\mu\nu} + \frac{\partial_\nu h}{2}) = 0.
\end{aligned} \tag{3.46}$$

Tirando o traço da equação de campo temos

$$2\square h - 2\partial^\mu \partial^\alpha h_{\mu\alpha} + 4igv^\chi F_{\alpha\chi}^* \partial^\alpha h - 4igv^\chi F_{\alpha\chi}^* \partial_n u h^{\nu\alpha} + 3m^2 h = 0, \tag{3.47}$$

onde reescrevemos na forma

$$\square h = \partial^\mu \partial^\alpha h_{\mu\alpha} - 2igv^\chi F_{\alpha\chi}^* \partial^\alpha h + 2igv^\chi F_{\alpha\chi}^* \partial_n u h^{\nu\alpha} + \frac{3m^2}{2} h. \tag{3.48}$$

Substituímos (3.48) em (3.46), obtemos

$$\begin{aligned}
& igv_\chi F^{*\alpha\chi} \partial^\mu \partial_\alpha h_{\mu\nu} - igv_\chi F^{*\alpha\chi} \square h_{\nu\alpha} + igv^\chi F_{\alpha\chi}^* \partial_\mu \partial_\nu h_{\mu\alpha} \\
& - igv^\chi F_{\alpha\chi}^* \partial^\alpha \partial_\nu h + m^2 (-\partial_\nu h + \partial^\mu h_{\mu\nu} - \frac{3}{2} igv^\chi F_{\alpha\chi}^* h) = 0.
\end{aligned} \tag{3.49}$$

A equação (3.49) vai ser chamada de primeira condição subsidiária. Deste ponto em diante vamos a todo momento utilizar da transformação de Fourier. Lembramos que esta pode ser simplificada pelas relações:

$$\begin{aligned}
\partial_\mu &= -ip_\mu, \text{ ou seja,} \\
\partial_0 &= -iE, \text{ e} \\
\partial_j &= i\vec{p}_j.
\end{aligned} \tag{3.50}$$

Trabalhando a primeira condição subsidiária para $\nu = 0$ encontramos

$$\begin{aligned}
& 2g\vec{v} \cdot \vec{B} \vec{p}_j E h^{j0} - g\vec{v} \cdot \vec{B} \vec{p}^2 h_0^0 + g\vec{v} \cdot \vec{B} E^2 h_j^j + m^2 E h_j^j \\
& + m^2 \vec{p}_j h_0^j - \frac{3}{2} g m^2 \vec{v} \cdot \vec{B} h_0^0 - \frac{3}{2} g m^2 \vec{v} \cdot \vec{B} h_j^j = 0.
\end{aligned} \tag{3.51}$$

Trabalhando a primeira condição subsidiária para $\nu = i$ encontramos

$$\begin{aligned} & g\vec{v} \cdot \vec{B} E \vec{p}_j h_i^j - g\vec{v} \cdot \vec{B} \vec{p}^2 h_i^0 - g\vec{v} \cdot \vec{B} \vec{p}_j \vec{p}_i h^{j0} - g\vec{v} \cdot \vec{B} E \vec{p}_j h_j^j \\ & - m^2 \vec{p}_i h_0^0 - m^2 \vec{p}_i h_j^j - m^2 E h_i^0 - m^2 \vec{p}_j h_i^j = 0. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Vamos realizar a aproximação não-relativística ($E \cong m$) em (3.51) e em (3.52), e dividir todos os termos por m^3 . Com esse procedimento vislumbramos os termos dominados (termos desprezíveis) e obtemos dessas duas equações, respectivamente,

$$h_{00} = \frac{\vec{p}_j h_{0j}}{m} \quad (3.53)$$

e

$$h_{0i} = -\frac{\vec{p}_j h_{ji}}{m} - \frac{\vec{p}_i h_{00}}{m} - \frac{\vec{p}_i h_{jj}}{m}. \quad (3.54)$$

Nesse ponto somos obrigados a encontrar uma nova condição subsidiária, pois queremos escrever h_{00} , h_{ii} e h_{0i} em função de h_{ij} . O procedimento que vamos adotar é introduzir a primeira condição subsidiária no traço da equação de campo, equação (3.47), obtendo a segunda condição subsidiária, que diferentemente da primeira não dispõe de nenhum índice livre:

$$\begin{aligned} & - 2\partial^\nu \left(\frac{-igv_\chi F^{*\alpha\chi} \partial^\mu \partial_\alpha h_{\mu\nu}}{m^2} + \frac{igv_\chi F^{*\alpha\chi} \square h_{\nu\alpha}}{m^2} - \frac{igv^\chi F_{\alpha\chi}^* \partial_\mu \partial_\nu h^{\mu\alpha}}{m^2} \right) \\ & + \frac{igv^\chi F_{\alpha\chi}^* \partial^\alpha \partial_\nu h}{m^2} + \frac{3}{2} igv^\chi F_{\nu\chi}^* h + 4igv^\chi F_{\alpha\chi}^* \partial^\alpha h \\ & - 4igv^\chi F_{\alpha\chi}^* \partial_\nu h^{\nu\alpha} + 3m^2 h = 0. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Fazendo a transformada de Fourier e trabalhando em baixas energias, a equação acima torna-se

$$h_j^j = h_{00} \left(1 - \frac{2g\vec{v} \cdot \vec{B}}{m} \right). \quad (3.56)$$

Aproveitando este resultado em (3.54), as relações entre os campos ficam

$$h_{00} = \frac{\vec{p}_j h_{0j}}{m} \quad (3.57)$$

e

$$h_{0i} = -\frac{\vec{p}_j h_{ji}}{m} - \frac{2\vec{p}_i h_{00}}{m}. \quad (3.58)$$

Substituindo (3.57) em (3.58) e vice-versa, obtemos

$$h_{00} = 0 \quad (3.59)$$

e

$$h_{0i} = -\frac{\vec{p}_j h_{ji}}{m}. \quad (3.60)$$

Essas relações serão muito importantes quando estivermos trabalhando com a equação de campo para obter a equação do tipo Pauli associada. Usando a equação de campo diretamente também somos capazes de chegar nessas mesmas relações. Fazendo $\mu = \nu = 0$ em (3.45) e usando as mesmas aproximações para baixas energias chegamos em

$$h_{00} = -\frac{2\vec{p}_j h_{0j}}{m}. \quad (3.61)$$

Para $\mu = 0$ e $\nu = i$ achamos

$$h_{0i} = -\frac{\vec{p}_j h_{ji}}{m} - \frac{\vec{p}_i h_{00}}{m}. \quad (3.62)$$

Introduzindo um resultado no outro re-obtemos (3.59) e (3.60).

Com esses resultados estamos prontos para encontrar a nossa equação do tipo Pauli associada. Trabalhando a equação de campo com $\mu = i$ e $\nu = j$, no limite não-relativístico obtemos

$$E_{nr} h_{ij} = \frac{(\vec{p})^2}{2m} + g\vec{v} \cdot \vec{B} h_{ij} - p_j h_{0i} - \frac{\vec{p}_j \vec{p}_n}{m} h_{in} - \frac{\vec{p}_i \vec{p}_j}{m} (h_{00} + h_j^j) + \frac{m^2}{2} \eta_{ij} (h_{00} + h_j^j). \quad (3.63)$$

Usando (3.59) e (3.60) na equação acima, esta torna-se

$$E_{nr} h_{ij} = \frac{(\vec{p})^2}{2m} h_{ij} + g\vec{v} \cdot \vec{B} h_{ij}, \quad (3.64)$$

onde permanece na equação do tipo Pauli para a partícula de spin-2 apenas o termo de contribuição para o momento de dipolo magnético.

Antes de passarmos para o próximo capítulo vamos recapitular o que fizemos neste. Introduzimos o termo $gv^\mu F_{\mu\nu}^*$, que viola a simetria de Lorentz, nas equações de campo de partículas de spin-0, -1/2, -1, -2, onde encontramos uma contribuição universal para o momento magnético dessas partículas elementares, dado por $g\vec{v}$, quando passamos para

o limite não-relativístico. Claro que para as diferentes partículas devemos ter diferentes intensidades nos acoplamentos, por isso, durante o desenvolvimento rotulamos algumas constantes com índices que são associados às partículas. Fizemos a construção detalhada para a partícula de spin-2, com motivação no gráviton massivo, onde consideramos o vetor responsável pela violação de Lorentz, v^μ , do tipo espaço, com a motivação para esta escolha tirada de [40]. Consideramos ainda um aspecto bastante interessante, pouco discutido na literatura, da interação eletromagnética de bósons vetoriais massivos carregados: vimos como surge de forma natural o acoplamento não-mínimo, $eF_{\mu\nu}W^{\mu+}W^{\nu-}$, após a quebra de simetria eletrofraca. Este acoplamento é fundamental para a correção em $g = 2$ da razão giromagnético dos bósons vetoriais carregados, e preserva a renormalizibilidade da Teoria.

Capítulo 4

Observações Finais e Perspectivas Futuras

Vimos que, em um ambiente permeado por um campo de fundo, v^μ , uma contribuição universal, $g\vec{v}$, para o momento de dipolo magnético, surge para partículas massivas de spin-0, -1/2, -1 e -2, onde, para os casos dos escalares e bósons vetoriais, esta contribuição independe das partículas consideradas serem eletricamente carregadas ou não. Esta nova contribuição para o momento magnético advém somente do termo de quebra da simetria de Lorentz, $gv^\alpha F_{\mu\alpha}$, que acopla a partícula não-minimamente ao fundo e a um campo eletromagnético externo. No caso do bóson vetorial neutro, a referência [38] mostra que $\vec{\mu} = \frac{g\vec{v}}{2}$, diferente de nosso resultado, onde $\vec{\mu} = g\vec{v}$. Isto se deve às diferentes formas de definir o tensor $Z^{\mu\nu}$, aqui $Z^{\mu\nu} = D^\mu Z^\nu - D^\nu Z^\mu$, onde $D^\mu = \partial^\mu + igv^\alpha F_{\mu\alpha}$, enquanto que, em [38], tem-se $Z^{\mu\nu} = \partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu$. Uma análise mais profunda das implicações físicas destas diferentes definições está em andamento [35].

Em [38], H. Belich *et al* estimam o momento magnético de um bóson vetorial não-carregado, Z^0 . Aqui, vamos estimar a contribuição para o momento magnético do W^\pm devido à violação da simetria de Lorentz. Do resultado da equação (3.27), somos capazes de estimar o valor de $g|\vec{v}|$ para os bósons carregados, W^\pm , que intermedeiam as interações fracas. Da referência [22], temos que o momento magnético do W^\pm é dado por $|\vec{\mu}_W| = 2,22\frac{e}{2m_W}$ e sua massa por $m_W = 80,398 \times 10^9 eV$. Das duas contribuições de momentos

magnético para o W^\pm temos

$$\mu_W = \frac{e}{m_W} - gv, \quad (4.1)$$

Usando o valor do magneton de Bohr, dado por $\mu_B = 5,7883817555 \times 10^{-5} eVT^{-1}$ [22], obtemos o resultado abaixo,

$$-gv \leq 2,36368826 \times 10^{-8} \mu_B. \quad (4.2)$$

Observa-se que temos acima uma inequação, pois contribuições ao momento de dipolo magnético podem sempre ser geradas por correções radiativas inerentes a efeitos de loops em Teoria Quântica de Campos. Sendo o bóson de Higgs da Teoria Eletrofraca um escalar sem massa, o seu momento magnético seria dado exclusivamente por este resultado. Entretanto, a constante de acoplamento g deve assumir valores distintos para os diferentes acoplamentos do campo de fundo com as diferentes partículas, pois cada acoplamento tem sua própria intensidade. Uma forma de estimar o momento de dipolo magnético do Bóson de Higgs via procedimentos como os desenvolvidos aqui, de violação da simetria de Lorentz, está sendo estudada [35].

Os resultados de [41] mostram que fases de Aharonov-Casher de sinais opostos são induzidas pela violação da simetria de Lorentz para partículas e suas correspondentes anti-partículas, devido à violação concomitante da simetria-CPT. Desta forma, a simetria de Lorentz pode ser sondada, através de experimentos que analisem a interferência de fase de partículas e anti-partículas no contexto Aharonov-Casher. Espera-se que opostos deslocamentos nas franjas de interferência sejam detectados para partículas e suas respectivas anti-partículas. Tal experimento imporia limites para valores do vetor v^μ , o que poderia ser comparado com nossos resultados para os bósons vetoriais e para os férmions.

Para futuros encaminhamentos, seria interessante calcular o momento magnético do bóson de Higgs e do gráviton massivo devido às correções radiativas em Teoria Quântica de Campo em presença do fundo que mede os desvios da simetria relativística. Com este resultado, poderíamos realizar uma comparação com os resultados encontrados aqui e também com possíveis resultados experimentais advindos do LHC. Outro possível desenvolvimento é testar termos de quebra de simetria de Lorentz em um contexto de teorias de Yang-Mills (Teorias não-Abelianas) e, como feito aqui, buscar seus efeitos em

questões como configurações com topologia não-trivial e possíveis influências no setor infra-vermelho destas teorias, questão com muitos aspectos ainda em aberto e objeto de franco debate na literatura mais recente da área.

Referências Bibliográficas

- [1] V. A. Kostelecky and S. Samuel, Phys. Rev. Lett. 63, 224 (1989); Phys. Rev. Lett. 66, 1811 (1991); Phys. Rev. D 39, 683 (1989); Phys. Rev. D 40, 1886 (1989), V. A. Kostelecky and R. Potting, Nucl. Phys. B 359, 545 (1991); Phys. Lett. B 381, 89 (1996); V. A. Kostelecky and R. Potting, Phys. Rev. D 51, 3923 (1995).
- [2] I. Mocioiu *et al.*, Phys. Lett. B 489, 390 (2000); S.M. Carroll *et al.*, Phys. Rev. Lett. 87, 141601 (2001).
- [3] V.A. Kostelecky *et al.*, Phys. Rev. D 68, 123511 (2003).
- [4] G. Amelino-Camelia *et al.*, AIP Conf. Proc. 758, 30 (2005); N.E. Mavromatos, Lect. Notes Phys. 669, 245 (2005); Y. Bonder and D. Sudarsky, arXiv:0709.0551.
- [5] C.D. Froggatt and H.B. Nielsen, hep-ph/0211106.
- [6] J.D. Bjorken, Phys. Rev. D 67, 043508 (2003).
- [7] C.P. Burgess *et al.*, JHEP 0203, 043 (2002).
- [8] M. Berger and V.A. Kostelecky, Phys. Rev. D 65, 091701(R) (2002); P.A. Bolokhov *et al.*, Phys. Rev. D 72, 015013 (2005).
- [9] G. Dvali *et al.*, Phys. Rev. D 76, 044028 (2007); D.S. Gorbunov and S.M. Sibiryakov, JHEP 0509, 082 (2005); M.V. Libanov and V.A. Rubakov, JHEP 0508, 001 (2005); N. Arkani-Hamed *et al.*, JHEP 0507, 029 (2005); V.A. Kostelecky and S. Samuel, Phys. Rev. D 42, 1289 (1990); Phys. Rev. Lett. 66, 1811 (1991).
- [10] S. Carroll, G. Field and R. Jackiw, Phys. Rev. D 41, 1231 (1990).

- [11] D. Colladay and V. A. Kostelecky, Phys. Rev. D 58, 116002-1 (1998); D. Colladay and V. A. Kostelecky, Phys. Rev. D 55, 6760 (1997).
- [12] John D. Barrow and John K. Webb, Scientific American (Brasil) 38, 28 (2005).
- [13] A. Songaila and L.L. Cowie, Nature 398, 667 (1999); P.C.W. Davies, T.M. Davies and C.H. Lineweaver, Nature 418, 602 (2002); A. Songaila and L.L. Cowie, Nature 428, 132 (2004).
- [14] G. Barenboim and J. D. Lykken, Phys. Rev. D 80, 113008 (2009).
- [15] V. A. Kostelecky, arXiv:0802.0581v1.
- [16] J Goldstone, Nuovo Cimento19, 154 (1961); J. Goldstone, A. Salam and S. Weinberg, Phys. Rev. 127, 965 (1962).
- [17] Curso Interações Fundamentais II, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, Professor José Helayel, semestre 2009.2, <http://152.84.199.71/apg/projetovideoaulas/>.
- [18] F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, edited by John Wiley songs, 1984.
- [19] J. E. Kim, P. Langacker, M. Levine and H. H. Williams, Rev. Mod. Phys. 53, 211 (1981).
- [20] S. L. Glashow, Nucl. Phys. 22, 579 (1961); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19, 1264 (1967); A. Salam, in “Elementary Particle Theory”, The Nobel Symposium n° 8, edited by N. Svartholm (Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1968), p. 367.
- [21] G. Arnison *et al.* (UA1 Collab.), Phys. Lett. B 122, 103 (1983); M. Banner *et al.* (UA2 Collab.), Phys. Lett. B 122, 476 (1983); G. Arnison *et al.* (UA1 Collab.), Phys. Lett. B 126, 398 (1983); P. Bagnaia *et al.* (UA2 Collab.), Phys. Lett. B 129, 130 (1983).
- [22] C. Amsler *et al.* (Particle Data Group), Physics Letters B 667, 1 (2008) and 2009 partial update for the 2010 edition.

- [23] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. Dvali, Phys. Lett. B 429, 263 (1998); L. Randall and R Sundrum, Phys. Rev. Lett. 83, (17) 3370 (1999).
- [24] C. Csáki, J. Hubisz and P. Meade, arXiv:hep-ph/0510275v1.
- [25] R. Kaul, arXiv:0803.0381v3[hep-ph]; A. Martin, arXiv:0812.1841v2[hep-ph].
- [26] J. R. Ellis, F. Zwirner, Nucl. Phys. B 338, 317 (1990); I. J. R. Aitchison, arXiv:hep-ph/0505105v1; A. Djouadi, arXiv:hep-ph/0503173v2.
- [27] M. Schmaltz, Nucl. Phys. B (*Proc. Suppl.*), 117, (2003).
- [28] N. Haba, K. Takenaga and T. Yamashita, arXiv:hep-ph/0411250v2; Y. Hosotani and M. Mabe, arXiv:hep-ph/0503020v3.
- [29] I. Inukai, M. Tanabashi and K. Yamawaki, arXiv:hep-ph/9706346v2.
- [30] H. Belich, T. Costa-Soares, M. A. Santos e M. T. D. Orlando, Rev. Bras. Ens. Fis. 29, 57 (2007); R. Turcati, *Aspectos do Eletromagnetismo de Partículas Elementares Neutras na Mecânica Quântica Relativística*, Dissertação de Mestrado, CBPF, 2008.
- [31] H. Belich, T. Costa-Soares, M. M. Ferreira and J. A. Helayel-Neto, arXiv:hep-th/0410104v2.
- [32] R. Bluhm, V. A. Kostelecký and N. Russell, Phys. Rev. Lett. 82, 2254 (1999).
- [33] S. K. Paul and A. Khare, Phys. Lett. B 193, 253 (1987).
- [34] I. Oda, arXiv:hep-th/1003.1437v2.
- [35] H. Belich, J. A. Helayel-Neto and K. P. B. Veiga, *Trabalho em progresso*.
- [36] S. Weinberg, *Lectures on Elementary Particles and Quantum Field Theory*, Proceedings of the Summer Institute, Brandeis University, 1970, edited by S. Deser (MIT Press, Cambridge, MA, 1970), Vol. I.
- [37] S. Ferrara, M. Porrati, V. Telegdi, Phys Rev D 46, 3529 (1992).

- [38] H. Belich, L. P. Colatto, T. Costa-Soares, J. A. Helayel-Neto and M. T. D. Orlando, Eur. Phys. J. C 62, 425 (2009). arXiv:0806.1253v2[hep-th].
- [39] J. L. L. Morais, *O Fator Giromagnético das Partículas Elementares e o Acoplamento Não-Mínimo*, Dissertação de Mestrado, CBPF, 2008.
- [40] J.L. Boldo, J.A. Helayel-Neto, L.M. de Moraes, C.A.G. Sasaki, V.J. Vasquez Otoya, Phys. Lett. B 689, 112 (2010). arXiv:0903.5207 [hep-th]; A.P. Baeta Scarpelli, J.A. Helayel-Neto, Phys. Rev. D 73, 105020 (2006); A. P. Baeta Scarpelli, H. Belich, J. L. Boldo, J. A. Helayel-Neto, Phys. Rev. D 67, 085021 (2003).
- [41] H. Belich, T. Costa-Soares, M. M. Ferreira Jr., J. A. Helayel-Neto and M. T. D. Orlando, Physics Letters B 639, 675 (2006).