

Tese de Mestrado

**Objetos microscópicos superpesados e Raios
cósmicos ultraenergéticos**

Milva Gabriela Orsaria

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas
Rio de Janeiro, Março de 2002

Tese de Mestrado

**Objetos microscópicos superpesados e Raios cósmicos
ultraenergéticos**

Milva Gabriela Orsaria

Tese submetida ao Departamento de Campos e Partículas
como requisito para obtenção do grau
de mestre em Física.

Orientadores
Luis Masperi

A Leila ...

Todos ven lo que tú pareces; pocos sienten lo que tú eres.

Maquiavelo.

Agradecimentos

A Elvio e Norma, por haver-me demonstrado que a única luta que se perde é a que se abandona.

A Yeyu, por caminhar comigo, sempre juntas apesar das distâncias.

A Fachi, por ensinar-me estratégias de guerra nas imprevistas batalhas a que nos enfrenta a vida e por ficar pertinho.

A Anna, Julia, Duilio e Carmelo por ter seguido sempre remando apesar dos erros.

A Luis, por ter acreditado em mi.

A Anita Garibaldi e ao pessoal do CLAF, por me suportar durante todo este tempo.

A todas as pessoas que compartilharam trechos de meu caminho, e a aquelas que o seguem compartilhando: Laura, Apo, Miguel, Juan, Guille, Chapa, el Sapo, Izalmir, Landir, Wania, Anajara e Rita.

Ao CBPF, por haver-me dado a oportunidade que meu país em seu momento me negava.

Ao CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

Os raios cósmicos de energias maiores que $10^{19} eV$ podem ser explicados através de defeitos topológicos produzidos nas etapas iniciais do universo. Duas alternativas possíveis são: colares formados por monopolos magnéticos conectados por cordas, e vórtens os quais são laços estabilizados por correntes supercondutoras. Os primeiros estão distribuídos uniformemente no universo; poderiam explicar os raios cósmicos por cima do tornozelo e sofrer um corte *GZK* transitório com uma subsequente recuperação esperando-se isotropia de observações. Os últimos estão concentrados no halo galáctico, requerendo uma contribuição extragaláctica adicional entre o tornozelo e o corte *GZK*, além do qual produzem uma componente mais dura e predizem anisotropia relacionada à concentração de massa.

Por outro lado, mostramos também que de acordo ao esquema de quebras espontâneas começando de uma teoria de grande unificação (*GUT*) com simetria E_6 , é possível que uma partícula superpesada sem interações ordinárias seja fonte de raios cósmicos ultra-energéticos (*UHECR*) ou que um lépton não muito pesado se misture com o muon explicando a discrepância recentemente observada do momento magnético anômalo (*MAM*) deste último.

Abstract

Cosmic rays of energy higher than $10^{19}eV$ may be explained by topological defects produced in the early stages of universe. Two suitable alternatives are: necklaces formed by magnetic monopoles connected by strings, and vortons which are loops stabilized by superconducting currents. The former are uniformly distributed in the universe, may account for cosmic rays above the ankle, suffer a transient *GZK* cutoff with a subsequent recovery and isotropy of observations is expected. The latter are concentrated in the galactic halo, require an additional extragalactic contribution between the ankle and the *GZK* cutoff, beyond which give a harder component and predict anisotropy related to mass concentration.

On the other hand we show that, according to the scheme of spontaneous breakings starting from a *GUT* with symmetry E_6 , it is possible that either a superheavy particle without ordinary interactions is source of ultra high energy cosmic rays (*UHECR*) or a not so heavy lepton mixes with muon explaining the recently observed discrepancy of the anomalous magnetic moment (*MAM*) of the latter.

Conteúdo

Agradecimentos	i
Resumo	ii
Abstract	iii
Introdução	1
1 Cordas cósmicas	4
1.1 Transições de fase e diferentes defeitos topológicos	5
1.2 Mecanismo de Kibble	7
1.2.1 Transições de fase de segunda ordem	7
1.2.2 Transições de fase de primeira ordem	9
1.3 Cordas Cósmicas locais e globais	10
1.4 Fluxo magnético e energia da corda local	13
1.5 Monopolos	14
1.6 Fluxo magnético e energia de monopolos	16
1.7 Contribuição dos monopolos à densidade do universo	18
1.8 Estimativa das energias das cordas e os monopolos	19
2 Teorias de grande unificação (GUT)	21
2.1 Grupo $SO(10)$:	21
2.1.1 $SU(5) \times U(1)$	21
2.1.2 $SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$	24
2.2 Grupo E_6	25

3	Raios cósmicos ultraenergéticos e explicações com nova física	29
3.1	Aceleração e Propagação de Raios Cósmicos	30
3.1.1	Aceleração de Fermi	31
3.1.2	Propagação e corte GZK	34
3.2	Possível nova física	37
3.2.1	Neutrinos	37
3.2.2	Defeitos topológicos	38
3.2.3	Violação da invariância de Lorentz	40
3.3	Estimativa para o corte GZK	41
4	Fontes exóticas: vórtens e colares	43
4.1	Cordas supercondutoras	44
4.2	Vórtens e seu decaimento	51
4.3	Colares e sua dinâmica	58
5	Dinâmica de cordas e densidade de vórtens	61
5.1	Protovórtens	63
5.2	Dinâmica de vórtens	69
5.3	Vórtens e GUT	72
5.4	UHECR e cordas cósmicas	78
5.5	Vórtens distribuídos no halo galáctico	81
5.6	Vórtens distribuídos uniformemente no universo	83
5.7	Comparação com as observações	85
5.8	Hadronização do quark em raios cósmicos	89
6	Colares no universo e comparação com vórtens	92
6.1	Diferentes espectros de energia do fluxo	93
6.2	Três componentes para UHECR?	96

7	Partículas superpesadas	98
7.1	Alternativa para os UHECR	98
7.2	Alternativa para o momento magnético anômalo do muon	103
7.3	Diferentes correções ao a_μ além do <i>SM</i>	108
7.3.1	Supersimetria (SUSY)	108
7.3.2	Dimensão extra	109
7.3.3	GUT	110
	Conclusão	114

Lista de Figuras

1-1	Potencial térmico para transição de segunda ordem.	7
1-2	Separação entre defeitos topológicos.	8
1-3	Potencial térmico para transição de primeira ordem.	9
1-4	Percolação das bolhas.	10
1-5	Potencial para uma simetria $U(1)$ quebrada, mostrando o círculo que corresponde à degeneração do mínimo.	11
1-6	Campo escalar formando uma corda global.	11
1-7	Esquema da formação de uma corda local.	13
1-8	Uma configuração de campo não trivial sobre uma esfera S^2 tem solução de monopolo. S^2 é a esfera física, que recobre uma vez o S^2 da foliação \mathcal{M}	15
1-9	Para passar do ouriço ao vácuo precisamos energia infinita.	16
1-10	Cortando o polo sul podemos transformar a esfera em um círculo para calcular o fluxo magnético.	17
3-1	Espectro de energia diferencial de raios cósmicos medido.	30
3-2	Tamanho e longitude do campo magnético de possíveis lugares de aceleração de partícula. <i>IGM</i> refere-se ao médio intergaláctico. O cluster galáctico refere-se ao aumento dos choques nos clusters.	33
3-3	Comprimento de atenuação de fótons, prótons e ferro em várias radiações de fundo como função da energia.	35
3-4	Energia de um próton como função da distância de propagação através da radiação cósmica de fundo de $2.7K$ para várias energias iniciais.	36

4-1	Geração de partículas tipo direito e buracos tipo esquerdo por deformação do mar de Dirac de modos zero.	50
4-2	Incerteza de férmions para dar contribuição cinética á energia do vórtion.	52
4-3	Efeito túnel em Mecânica Quântica.	55
4-4	Instanton em métrica de Euclides.	56
4-5	Emissão de uma partícula X descrita através do instanton. A contribuição mais importante á diferença de energia está dada pelo campo de Higgs de GUT concentrado na espessura δ (que vem de minimizar a energia).	57
5-1	Velocidade de contração de laço v antes de que o vórtion alcance o tamanho L_V . A linha contínua representa a estabilização do protovórtion. As linhas --- e dão a formação do protovórtion com o coeficiente de absorção de portadores $h = \frac{1}{5}$ e $h = \frac{1}{13}$ respectivamente.	68
5-2	Esquema do vórtion com parte interna de escala GUT rodeada por contribuição de campos EW	70
5-3	Eventos X como função do tempo para a corda ordinária de Kibble (linha contínua), de Bhattacharjee (linha quebrada) e vórtions (linha de pontos).	81
5-4	Dados experimentais de $UHECR$ incluindo os dados de $\bullet AGASA$ e $\blacktriangle Fly's Eye$ juntos com um ajuste correspondente ao fluxo galáctico $\sim E^{-3.2}$ seguido do tornozelo por um possível fluxo extragaláctico $\sim E^{-2.8}$ que se esgota além do corte GZK dando lugar á componente dura dos vórtions no halo $\sim E^{-1}$	87
5-5	Ajuste do espectro de $UHECR$ de energia calculada para vórtions uniformemente distribuídos no universo $\sim E^{(1+K)}$ sem considerar interação com CBR resultando em uma correção de <i>redshift</i> $K = 0.011$	88
5-6	Emissão de hádrõs a partir de um quark ultra-relativista.	90
5-7	Avaliação da componente dura de $UHECR$ por hadronização de um quark.	91

6-1	Colares no universo. A linha corresponde aos pontos \circ calculados com N_i da degradação de energia e $\log J = 23.5$	94
6-2	Componente extragaláctica ordinária. A linha refere-se a os pontos \circ calculados com a lei $F(E) \propto \frac{1}{E^3}$, e $\log J = 24$	95
6-3	Vórtens no halo. Componente dura com $N_i = 1$ e $\log J = 22.5$. Dados observados \bullet de <i>AGASA</i> e Δ de <i>Flyts Eye</i>	95
7-1	Diagrama de Feynman para o decaimento da partícula L em três passos.	100
7-2	Diagrama do acoplamento efetivo para o decaimento da partícula L	101
7-3	Diagrama de Feynman para o decaimento da partícula L em um passo.	104
7-4	Diagrama de Feynman para o decaimento da partícula L em dois passos.	105
7-5	Interação eletromagnética do muon.	107
7-6	a) Correção eletromagnética; b) Correção hadrônica; c) y d) Correções fracas.	108
7-7	Correções devidas aos companheiros supersimétricos do W e do μ	109
7-8	Contribuição dos grávitons na dimensão extra.	109
7-9	Contribuição do lépton pesado à interação eletromagnética do muon.	110
7-10	Diagrama de Feynman para a correção do MAM devida ao lépton exótico do E_6	111
7-11	Contribuição correspondente à subestrutura do lépton.	112
7-12	Comparação dos diagramas efetivos de nosso modelo com o da subestrutura do lépton.	112
7-13	Interação ν -núcleon com a subestrutura do lépton.	113

Introdução

O mecanismo de aceleração e propagação de raios cósmicos com energias maiores a $10^{19}eV$ (*UHECR*) que chegam à terra, é difícil de explicar[1] através de objetos astrofísicos convencionais. Isto se deve à interação com a radiação cósmica de fundo se a fonte está além de $\sim 50 Mpc$.

Uma solução possível deste enigma está dada pelo chamado mecanismo *top-down*[2], no qual objetos microscópicos pesados de vidas médias muito grandes decaem produzindo *UHECR*. Isto é factível devido à aparente isotropia destes últimos.

O mecanismo *top-down* implicaria física além do modelo padrão (*SM*) de interações fundamentais que unificam as eletromagnéticas com as nucleares fortes e as fracas. Uma alternativa corresponde a relíquias superpesadas[3], quase-estáveis porque suas interações com partículas conhecidas são da ordem gravitacional, as quais poderiam pertencer ao setor escondido onde se rompe a supersimetria. Outra possibilidade está dada pelas cordas cósmicas formadas na transição de fase devido à quebra de uma simetria na escala de uma teoria de grande unificação (*GUT*).

O objeto principal deste trabalho é dar uma possível explicação ao problema dos raios cósmicos através de objetos microscópicos superpesados, fundamentalmente cordas cósmicas.

Uma vez produzidas, a dinâmica destas cordas é complexa e depende dos diferentes tipos. Uma alternativa é que incorporem correntes supercondutoras através de campos fermiônicos dando laços fechados classicamente estáveis denominados vórtens. Por ser objetos quase-estáveis, poderiam ter sobrevivido até nossos dias, constituir uma parte da matéria escura que rodeia à galáxia e mediante decaimento quântico produzir os

UHECR. Alternativamente, se antes das cordas se geraram monopolos magnéticos, estes poderiam incorporar-se às mesmas e formar os chamados colares, cuja estabilidade é menor que a dos vórtens devido à aniquilação do par monopolo-antimonopolo.

Os vórtens estariam no halo galáctico enquanto que os colares teriam uma distribuição uniforme no universo. Estes últimos poderiam igualmente explicar os *UHECR*, depois de um corte aparente no espectro de energia. Isto se deve à hadronização de um quark ultra-relativista proveniente de uma partícula X superpesada emitida pelo vórtion dando lugar a uma componente do espectro particularmente dura $F(E_{em}) \propto \frac{1}{E_{em}}$ para o fluxo de energias emitidas.

Em qualquer dos casos anteriores, é essencial que o universo tenha passado por uma etapa de grande unificação (*GUT*).

Para que se tenham podido formar correntes supercondutoras com férmions carregados não ordinários, a simetria de *GUT* deve ser bastante grande. A simetria mais conveniente é a E_6 porque contém para cada geração um quark e um lépton pesados carregados e uma partícula sem interações ordinárias e desta forma com uma possível grande estabilidade comparável com a idade do universo. Através desta partícula superpesada e quase-estável que chamamos L , existiria também a possibilidade de explicar os *UHECR*.

No caso dos colares, é essencial que uma quebra da simetria que produza monopolos esteja seguida de outra que gere as cordas. Isto pode obter-se com uma simetria $SO(10)$.

Considerando a partícula L , se deverá ter em conta que os detalhes das massas e misturas de férmions dependem dos vários campos de Higgs que produzem as sucessivas quebras das simetrias até chegar à que corresponde às partículas ordinárias.

É interessante que se o lépton carregado superpesado do E_6 que corresponde à família do múon está muito misturado com este, poderia ter uma massa não demasiado grande e dar uma contribuição a seu momento magnético anómalo da ordem da presente discrepância com o valor experimental $\sim 2\sigma$.

A estrutura da tese é a seguinte: no Cap.1 se descrevem as cordas cósmicas em geral e os monopolos. O Cap.2 está dedicado aos grupos de grande unificação, em particular E_6 e $SO(10)$. O problema relacionado com os *UHECR* é lembrado no Cap.3. As propriedades

dos vórtens e os colares estão contidas no Cap.4.

Nosso modelo original de vórtens quanto a sua dinâmica descreve-se no Cap.5. A comparação dos espectros de energia de $UHECR$ previstos por vórtens e colares com os eventos experimentais se consigna no Cap.6. A alternativa baseada em um lépton L superpesado e quase-estável se descreve no Cap.7. O Cap.8 contém a possibilidade de explicar o momento magnético anômalo do múon através de sua mistura com um lépton pesado de E_6 , comparada com outras alternativas. Finalmente damos algumas conclusões.

Capítulo 1

Cordas cósmicas

Pensemos como pode-se formar uma rede de vórtices durante uma transição de fase em um cristal líquido. Há uma situação de não equilíbrio térmico durante essa transição. Se a temperatura decaísse rapidamente, quase em forma espontânea abaixo da temperatura crítica, só haveria tempo suficiente para restabelecer o equilíbrio em volumes pequenos cuja orientação, quer dizer, a direção da simetria quebrada, seria independente. Teremos como resultado inhomogeneidades no cristal criadas por razões topológicas. Efeitos exatamente análogos ocorrem quando as simetrias rompem-se nos modelos da física de partículas.

O modelo eletrofraco (*EW*) e as teorias de Grande Unificação (*GUTs*) das interações fundamentais estão baseadas na "quebra espontânea da simetria", que é um mecanismo geral para as transições de fase. A premissa básica da Grande Unificação é que as simetrias conhecidas de partículas elementares, provêm de um grupo G de simetria que sofre transições de fase com possível produção de vários tipos de defeitos topológicos.

1.1 Transições de fase e diferentes defeitos topológicos

Dependendo das transições de fase, os defeitos topológicos podem ser cordas, monopolos ou paredes de domínio[4] .

A quebra espontânea de simetria pode explicar-se com um modelo simples, que foi estudado por J. Goldstone em 1961 propondo uma densidade lagrangiana clássica

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - V(\phi) \quad , \quad (1.1)$$

onde ϕ é um campo escalar complexo e o potencial $V(\phi)$ está dado por

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4} (\phi^* \phi - \eta^2)^2 \quad , \quad (1.2)$$

com λ e η constantes reais positivas.

O mínimo do potencial se encontra em um círculo $|\phi| = \eta$, e o estado fundamental ou vácuo, está caracterizado por um valor esperado distinto de zero

$$\langle 0 | \phi | 0 \rangle = \eta e^{i\theta} \quad , \quad (1.3)$$

onde θ é uma fase arbitrária.

O modelo é invariante para o grupo $U(1)$ de transformações de fase globais

$$\phi(x) \longrightarrow e^{i\alpha} \phi(x) \quad , \quad (1.4)$$

mas esta transformação troca θ por $\theta + \alpha$. Logo, o vácuo $|0\rangle$ deixa de ser invariante e a

simetria quebra-se espontaneamente.

O argumento que assegura que em teorias nas que são possíveis defeitos topológicos, os mesmos se produziram durante uma transição de fase no universo primitivo é chamado mecanismo de Kibble[5]. O potencial V anterior corresponde a temperatura zero. O efeito da temperatura em teoria de campos dá lugar a um potencial efetivo que contém um termo quadrático $\propto T^2$ positivo. A temperatura alta $T \gg T_c$, o mínimo está em $\phi = 0$. Quando T cai por debaixo de T_c , o valor $\phi = 0$ volta-se instável e em todos os pontos o campo começa a rodar para a variedade ou folhação de vácuo (o vácuo definido na Eq.(1.3) é um dos infinitos vácuos equivalentes. Há degeneração e a variedade do vácuo está imposta pela simetria. A folhação \mathcal{M} considera os múltiplos vácuos). Entretanto, as flutuações que determinam em que direção o campo roda nos pontos separados por uma distância grande não se correlacionam. Para um sistema em equilíbrio térmico, o comprimento de correlação $\xi(t)$, comprimento além do qual as flutuações são ao acaso, está limitado pela relação de causalidade

$$\xi(t) < t \quad . \quad (1.5)$$

Voltaremos agora para a classificação dos defeitos topológicos. Consideremos teorias tais que $\phi^2 = \sum_{i=1}^n \phi_i^2$ com uma densidade de energia livre dada por um $V(\phi)$ generalizando a de duas componentes da Eq.(1.2).

Há vários tipos de defeitos topológicos locais e globais dependendo do número n de componentes de ϕ . As palavras "local" e "global" referem-se a que a simetria que se quebra seja de calibre ou global. No caso das simetrias locais, os defeitos topológicos têm um núcleo bem definido fora do qual ϕ não produz densidade de energia apesar de que $\nabla\phi \neq 0$. Se no lagrangiano aparece a derivada covariante $D_\mu = \partial_\mu + ie A_\mu$, com e constante de acoplamento, A_μ pode absorver o gradiente, quer dizer, $D_\mu\phi = 0$ quando $\partial_\mu\phi \neq 0$.

Para $n = 1$ a variedade do vácuo consiste em 2 pontos. Os defeitos que resultam

são bidimensionais, paredes de domínio. Para $n = 2$, a variedade do vácuo é um círculo S^1 . Isto leva a defeitos unidimensionais, cordas cósmicas. Se $n = 3$, então o conjunto de estados do vácuo é a esfera S^2 e os defeitos resultantes são monopolos.

1.2 Mecanismo de Kibble

Corresponde à descrição geralmente aceita de como se produzem defeitos topológicos em transições de fase. A produção de esses defeitos é distinta se a transição é de segunda ou primeira ordem.

1.2.1 Transições de fase de segunda ordem

A temperatura T é introduzida em teoria de campos através de uma interação com uma fonte térmica representada por um campo efetivo $\propto T$.

O potencial térmico, devido ao termo $\propto T^2$ positivo somado ao termo ϕ^2 negativo da Eq.(1.2), tem uma dependência de ϕ com um só mínimo.

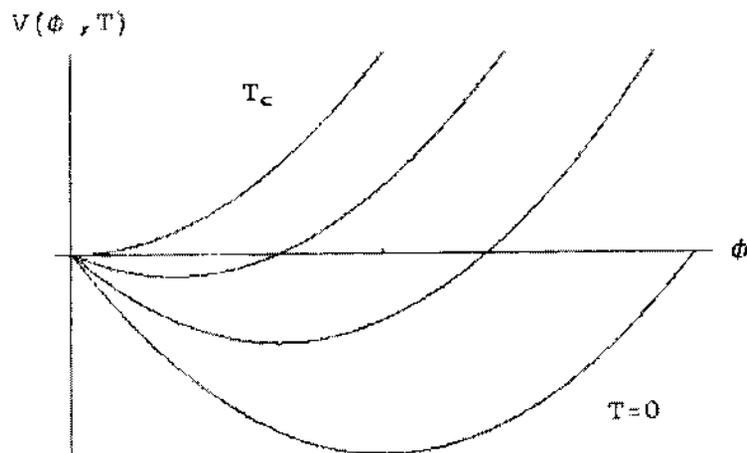


Figura 1-1: Potencial térmico para transição de segunda ordem.

O ponto relevante é a distância entre defeitos que se podem produzir.

Os defeitos se produzem para $T < T_c$, que corresponde ao mínimo para ϕ distinto de 0. Deve-se considerar a influência das flutuações térmicas que permitem passar de um estado com uma energia a outro com outra energia. Quer dizer, devido a estas flutuações poderia passar a um estado com maior energia correspondente à velha fase em uma região de até um comprimento de correlação ξ , que é a separação entre defeitos, e assim estes últimos não ficariam definidos.

A energia térmica é insuficiente para fazer saltar todos os pontos do espaço até $\phi = 0$ (que requereriam energia infinita) mas é suficiente para produzir o salto em uma região finita

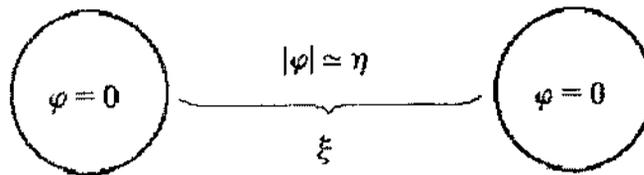


Figura 1-2: Separação entre defeitos topológicos.

de um tamanho da ordem do comprimento de correlação $\xi \sim \frac{1}{\lambda\eta}$ e assim o defeito não poderia formar-se porque ξ é o máximo comprimento onde ϕ pode ser correlacionado.

Definimos a temperatura de Ginzburg $T_G < T_c$ como aquela debaixo da qual a energia térmica não é suficiente para passar de $|\phi| = \eta$ a $\phi = 0$ em essa região e assim o defeito pode formar-se.

Portanto, a separação entre defeitos deveria ser $\sim \xi$, porém esta deve ser comparada com o horizonte H^{-1} que é a máxima distância onde é válida a causalidade, onde H é o parâmetro de Hubble.

Da equação de Friedmann que relaciona a expansão do universo com a densidade de energia através da constante de Newton, $H^{-1} \sim \frac{m_{pl}}{T^2}$, com m_{pl} massa de Planck.

Se compararmos esta quantidade com $\xi \sim \frac{1}{\lambda\eta}$ podemos tomar o menor para calcular a densidade dos defeitos.

1.2.2 Transições de fase de primeira ordem

O potencial térmico tem neste caso o termo $\propto T^2$ mais uma correção cúbica, e portanto uma dependência de ϕ com dois mínimos.

A transição é produzida por bolhas que podem formar-se quando $T < T_c$.

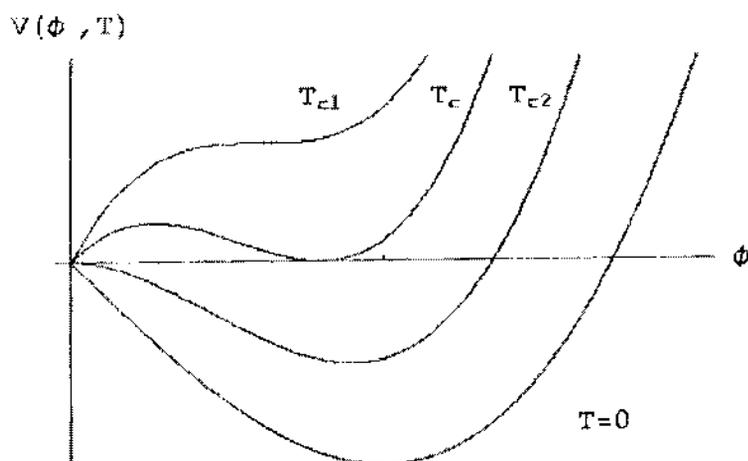


Figura 1-3: Potencial térmico para transição de primeira ordem.

Desta forma uma região com $\phi = 0$ permanecerá sem saída em meio das bolhas onde $\phi = \eta e^{i\alpha}$ com fase α arbitrária. Para evitar a discontinuidade de ϕ através das paredes das bolhas é conveniente que as fases tendam a mudar em forma contínua e dependendo dos valores iniciais de $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ pode ser fácil obter uma mudança de 2π quando o ângulo espacial θ também muda em 2π : este é o defeito topológico.

Supomos que a temperatura de reaquecimento T_R que adquirem as partículas utilizando toda a energia do falso vácuo da etapa inflacionária é maior do que T_c , por isso a história térmica do universo começa quando a simetria não está quebrada. Se $T_R < T_c$ é

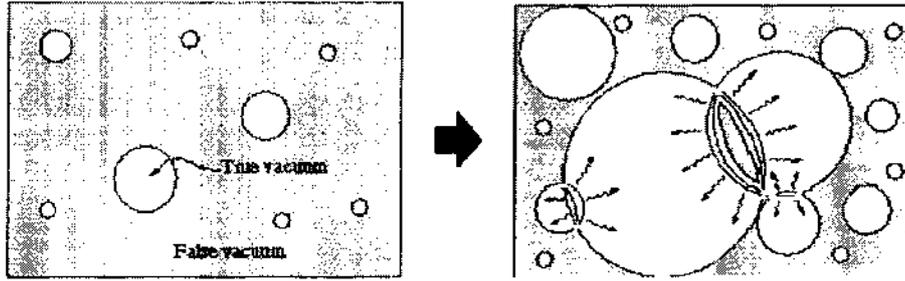


Figura 1-4: Percolação das bolhas.

também possível que os defeitos topológicos formaram-se em uma transição de fase não térmica durante o período de pré-aquecimento imediatamente posterior a inflação, quer dizer que o universo ao final da inflação não estava em equilíbrio térmico.

1.3 Cordas Cósmicas locais e globais

Vamos tomar um campo complexo escalar ϕ e o potencial dado pela Eq. (1.2) com um círculo de degeneração do mínimo $|\phi| = \eta$ (Fig.1-5)

Para que se forme uma corda local precisamos quebrar uma simetria de calibre $U(1)$ com um campo de Higgs. ϕ origina a corda se percorrer o círculo de degeneração do mínimo no potencial dado pela Eq.(1.2).

Teremos soluções estáveis com $\phi = \eta e^{i\theta n}$, onde n indica o número de vezes que se percorre o círculo dos mínimos quando se gira ao redor da corda, para $r = \infty$. Para que a energia total seja finita, necessitamos um campo de calibre distinto de zero para ter uma derivada covariante que se anule em $r = \infty$. Com esse ϕ , $A_\mu \simeq \frac{1}{ie} \partial_\mu \ln \phi$.

No caso da simetria local $\phi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)} \phi(x)$. O lagrangiano está dado por $\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^* D^\mu \phi - V$ com $D_\mu \phi = (\partial_\mu + i e A_\mu) \phi$.

Avaliações numéricas mostraram que a configuração de energia mais baixa tem $n = 1$.

Se A_θ é a única componente de A_μ distinta de zero, e $A_\theta = \frac{a(r)}{er}$ com $a(0) = 0$ e $a(\infty) = 1$, a derivada covariante se anula longe do núcleo da corda. A densidade de

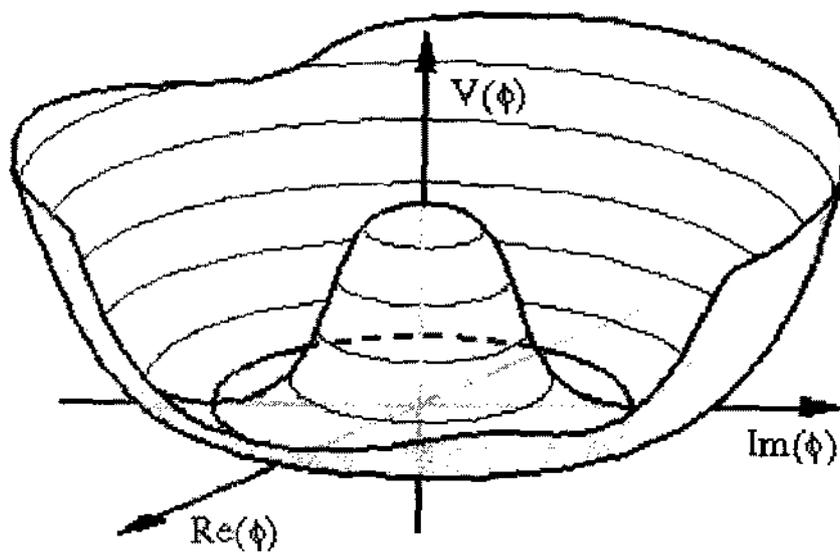


Figura 1-5: Potencial para uma simetria $U(1)$ quebrada, mostrando o círculo que corresponde à degeneração do mínimo.

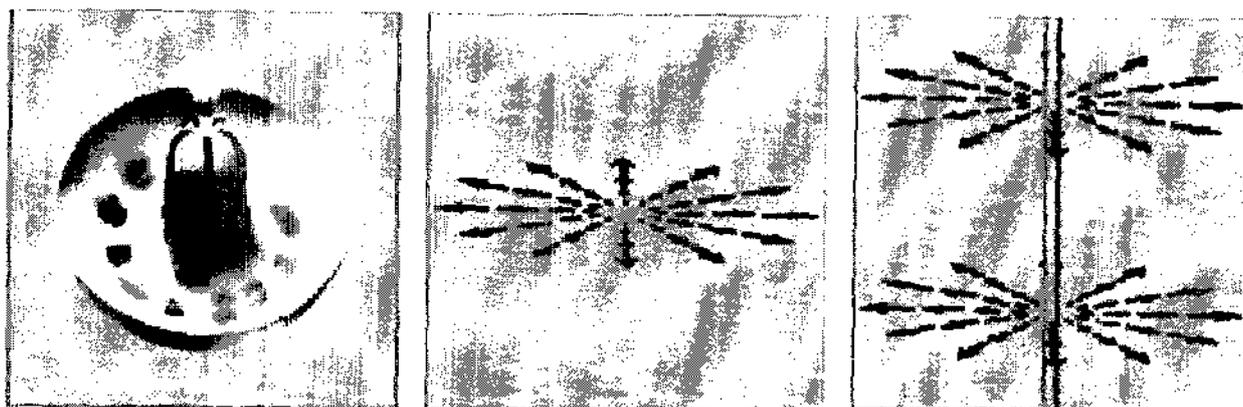


Figura 1-6: Campo escalar formando uma corda global.

energia diminuir exponencialmente até chegar a zero ao nos afastar do núcleo e assim a energia total por unidade de comprimento é finita. A espessura da corda está determinado pelo comprimento Compton dos bósons de Higgs e de calibre: $\delta_\phi \sim m_\phi^{-1}$ e $\delta_A \sim m_A^{-1}$, onde $m_\phi = \sqrt{\lambda}\eta$ e $m_A = e\eta$.

Isto vem de considerar $\mathcal{L} := (D_\mu\phi)^* D^\mu\phi - V(\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ incluindo a contribuição do campo de calibre com $\phi_{vac} = \eta$, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$.

Assim, o primeiro termo de \mathcal{L}

$$(D_\mu\phi)^* D^\mu\phi = \partial_\mu\partial^\mu\eta^2 - i e A^\mu\partial_\mu\eta^2 + i e A_\mu\partial^\mu\eta^2 + e^2\eta^2 A_\mu A^\mu, \quad (1.6)$$

onde o termo de massa é $e^2\eta^2 A_\mu A^\mu$. Logo, a massa do bóson de calibre corresponde a $m_A = e\eta$.

O potencial está dado pela Eq.(1.2). Fazendo uma pequena perturbação do vácuo $\phi(x) = \eta + \tilde{\phi}(x)$ e substituindo-a em essa equação, obtém-se $m_\phi = \sqrt{\lambda}\eta$.

A Fig.(1-6) mostra que o "enrolamento" do campo ϕ ao redor do círculo C , força a que ϕ anule-se em algum ponto da superfície $S(C)$. Como $\phi \neq 0$ no vácuo, haverá energia onde $\phi = 0$. Esta energia está limitada, e corresponde a uma configuração topologicamente estável já que para removê-la haveria que modificar o campo em uma região infinita do espaço requerendo energia infinita.

Porém se a simetria é global, $\phi(x) \rightarrow e^{i\alpha}\phi(x)$ e os valores de ϕ cobrem todos os valores possíveis do grupo. A corda global tem um problema do ponto de vista energético. A energia é infinita. Agora $\mathcal{L} = \partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi - V$ e a densidade de energia $\mathcal{H} = \dot{\phi}^*\dot{\phi} + \vec{\nabla}\phi^* \cdot \vec{\nabla}\phi + V$. Tomando $\phi = f(r)\eta e^{i\theta}$, com $f(\infty) = 1$ e $f(0) = 0$, além da energia finita dada por V , a contribuição relevante para a energia será $\nabla_\theta\phi^* \cdot \nabla_\theta\phi \rightarrow \frac{1}{r^2}\eta^2$. Desta forma,

$$2\pi \int^{\Lambda} dr r \frac{1}{r^2}\eta^2 \rightarrow \ln \Lambda \rightarrow \infty \quad (1.7)$$

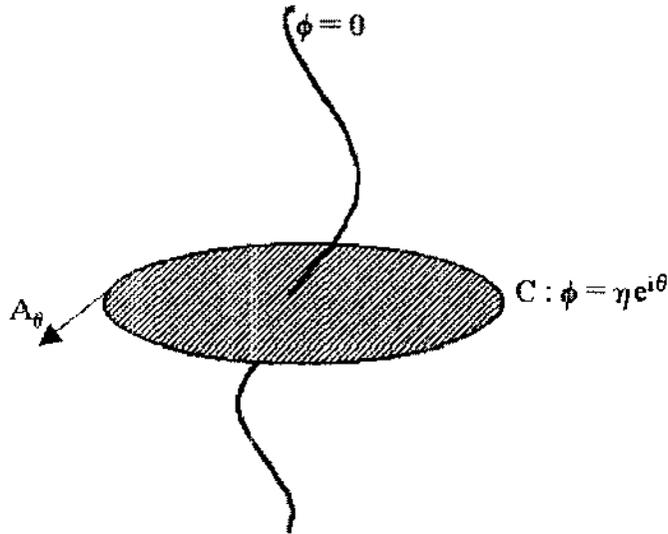


Figura 1-7: Esquema da formação de uma corda local.

Em realidade a energia não é infinita porque há um corte na integral sobre r dado pela distância entre cordas que evita a divergência logarítmica da Eq.(1.7).

1.4 Fluxo magnético e energia da corda local

Pela lei $\int \vec{A} \cdot d\vec{l} = \Phi = \int B d\sigma$, de maneira que o fluxo magnético $\Phi = \frac{2\pi a(r)}{e}$. O campo magnético está concentrado dentro da corda $B_z \pi R^2 \simeq \frac{2\pi}{e}$, com $a(R) \simeq 1$.

A energia magnética da corda por unidade de comprimento para cordas infinitas, ou muito compridas,

$$E = \frac{1}{2} B^2 \pi R^2 = 2 \frac{\pi}{e^2} \frac{1}{R^2} \quad . \quad (1.8)$$

Dentro da corda, $\phi = 0$ então pela Eq.(1.2) $V = \frac{\lambda}{4} \eta^4$. Há outra contribuição a energia dada pelo Higgs $E' = \int \frac{\lambda}{4} \eta^4 dv = \frac{\lambda}{2} \eta^4 \pi z R^2$.

A energia total da corda por unidade de comprimento será

$$E_s = \frac{\lambda}{2} \eta^4 \pi R^2 + \frac{2\pi}{e^2 R^2} \quad . \quad (1.9)$$

O raio ótimo r_{\min} sairá de minimizar a Eq.(1.9), $r_{\min} = \left(\frac{4}{\lambda e^2}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\eta}$. Substituindo esta expressão na Eq.(1.9), resulta $E_s = \frac{2\lambda^{\frac{1}{4}}\pi}{e} \eta^2$.

1.5 Monopolos

Se a folhação de vácuo é uma esfera S^2 , as configurações não triviais do campo correspondem a monopolos. Isto ocorre quando um grupo de simetria G quebra-se para deixar uma simetria $\tilde{U}(1)$ intata.

$$G \longrightarrow K \times \tilde{U}(1) \quad (1.10)$$

O monopolo mais simples é a solução de 't Hooft - Polyakov[6] que aparece quando $SU(2)$ rompe-se a $\tilde{U}(1)$, por um triplete de Higgs ϕ , que longe do núcleo do monopolo toma uma configuração, que por analogia parece um ouriço, como a da Fig.(1-8).

Ademais adicionam-se os campos de calibre que se alinham de tal forma de minimizar a variação da energia. Entretanto, permanece um campo magnético radial $\vec{B} = \frac{\pi}{er^3}$ com um fluxo magnético $\Phi = \frac{2\pi}{e}$. Os monopolos têm dois comprimentos de escala δ_ϕ e δ_A que determinam o raio do núcleo. A massa do monopolo é tipicamente $m \sim \frac{4\pi\eta}{e}$ como veremos.

Para o caso do monopolo tomamos um potencial

$$V = \frac{\lambda}{4} \left(\vec{\phi} \cdot \vec{\phi} - \eta^2 \right)^2 \quad . \quad (1.11)$$

ϕ^i tem que ser da forma $\phi^i \rightarrow \eta \frac{r^i}{r} = \eta \hat{r}_i$. A densidade de energia para o campo de Higgs

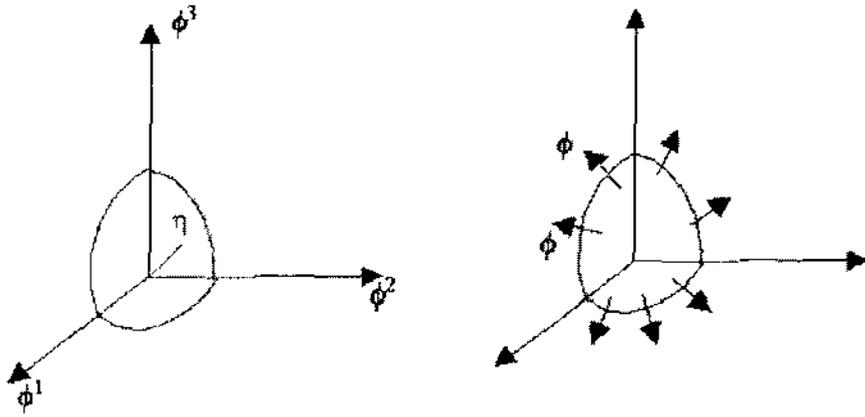


Figura 1-8: Uma configuração de campo não trivial sobre uma esfera S^2 tem solução de monopolo. S^2 é a esfera física, que recobre uma vez o S^2 da foliação \mathcal{M} .

está dada por $\mathcal{H} = \frac{1}{2} \dot{\phi}_i^2 + \frac{1}{2} \vec{\nabla} \phi_i \cdot \vec{\nabla} \phi_i + V$

A divergência da energia neste caso será linear, não como no caso da corda que é logarítmica:

$$\int^{\Lambda} dr r^2 \nabla_{\theta} \phi \nabla_{\theta} \phi \sim \Lambda \rightarrow \infty \quad . \quad (1.12)$$

Precisamos então de um campo compensador A_{μ}^i ($i = 1, 2, 3; \mu = 0, 1, 2, 3$) na derivada covariante para cada rotação independente.

Se $\phi_{vac} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \eta \end{pmatrix}$, fica invariante ante rotações segundo z e portanto $A_{\mu}^{em} = A_{\mu}^3$ já

que a simetria $\tilde{U}(1)$ interpretada como eletromagnética deve-se conservar.

$$A_i^j \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \epsilon_{ijk} \frac{r_k}{er^2} \quad (1.13)$$

$\phi^i A_i^j = 0$ já que $\phi^i \propto r_i$. Isto corresponde a um monopolo magnético.

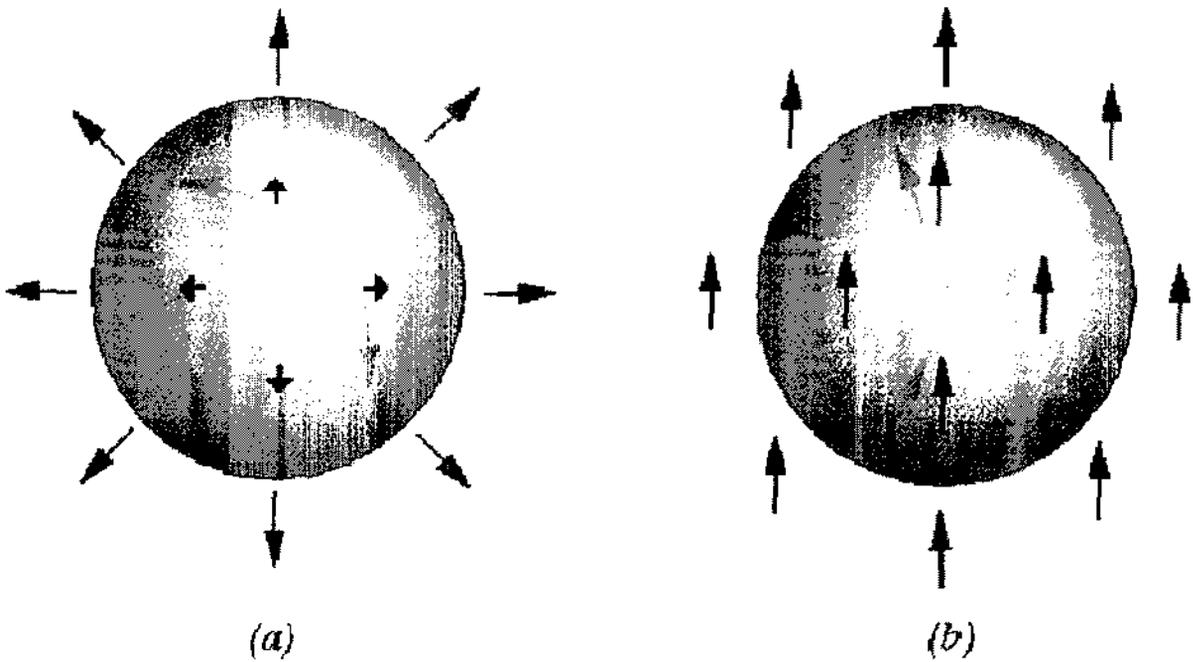


Figura 1-9: Para passar do ouriço ao vácuo precisamos energia infinita.

Para entendê-lo a partir do ouriço vamos "cortar" uma parte infinitésima no pólo sul. Os fluxos através da superfície de toda a esfera ou através da esfera cortada são equivalentes já que não temos singularidades. Assim, pode-se abrir a esfera e transformá-la em um círculo do ponto de vista topológico (Fig.1-10).

A energia mudou um pouco, porém a topologia não.

Agora, $\phi_i = \phi^3 \delta_i^3$ e $A_i^j = A_i^3 = \varepsilon_{i3k} \frac{r_k}{r^2}$ então $\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \frac{2\pi}{e} = \Phi$, onde Φ é o fluxo magnético porque é o fluxo de \vec{B}^3 que, segundo dissemos, é o campo da simetria que se conserva.

1.6 Fluxo magnético e energia de monopolos

A carga elétrica com $\vec{E} = \frac{e \vec{r}}{4\pi r^3}$, $\vec{B} = 0$ é análoga ao caso do monopolo magnético com $\vec{E} = 0$, $\vec{B} = \frac{e \vec{r}}{r^2}$.

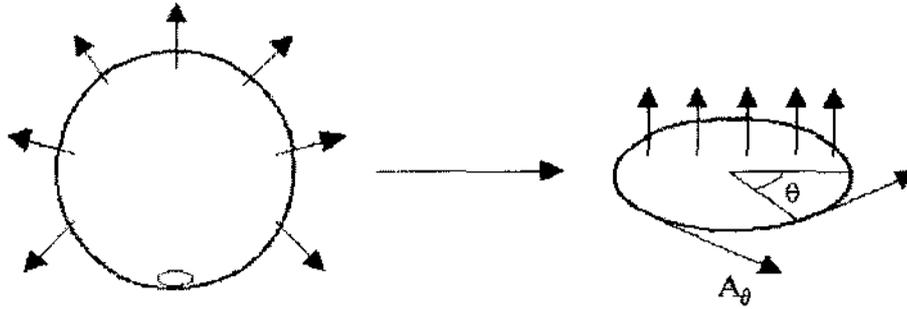


Figura 1-10: Cortando o polo sul podemos transformar a esfera em um círculo para calcular o fluxo magnético.

Calculando o fluxo magnético do monopolo com a mesma lei que para o caso das cordas obtêm-se $\Phi = 4\pi g$.

A energia total do monopolo terá uma contribuição magnética somada a que corresponde ao Higgs. A primeira será

$$E = \frac{1}{2} \int B^2 dV = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_R^\infty \frac{g^2}{r^4} r^2 \sin\varphi dr d\theta d\varphi = 2\pi g^2 \frac{1}{R} \quad , \quad (1.14)$$

enquanto que a para a segunda supomos que dentro do monopolo, $\phi = 0$ e portanto $V = \frac{\lambda}{4} \eta^4$. Assim, $E' = \frac{\lambda}{4} \eta^4 \frac{4}{3} \pi R^3$, de maneira que a energia total

$$E_m = 2\pi g^2 \frac{1}{R} + \lambda \eta^4 \frac{R^3}{3} \pi \quad . \quad (1.15)$$

Minimizando a Eq. (1.15), $r_m = \left(\frac{g^2}{\lambda}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\eta}$, por isso $E_m \simeq 7.3 \lambda^{\frac{1}{4}} g^{\frac{3}{2}} \eta$.

1.7 Contribuição dos monopolos à densidade do universo

Consideremos um volume arbitrário com um monopolo dentro.

A densidade de energia de monopolos está dada por $\rho_M \sim \frac{m_M}{R^3}$ análoga à lei de matéria para $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$ onde a densidade crítica ρ_c está definida por $\frac{1}{m_{pl}^2} \rho_c \sim H^2 \sim \frac{1}{t^2}$.

Para domínio de radiação $R \propto t^{\frac{1}{2}} \rightarrow \Omega_{Mon} \propto t^2 \frac{1}{t^2} \propto t^{\frac{1}{2}}$ enquanto que para domínio de matéria $R \propto t^{\frac{2}{3}} \rightarrow \Omega_{Mon} \propto t^2 \frac{1}{(t^{\frac{2}{3}})^3} \propto t^{-2}$.

Supomos que a densidade de número inicial de monopolos está dada por

$$n_{Mon}(t_i) \sim \frac{1}{(H^{-1})^3} \quad , \quad (1.16)$$

quer dizer, um monopolo por cada horizonte observável.

Como $H = \frac{\sqrt{\rho_{GUT}}}{m_{PL}}$, então para a etapa de radiação onde $\rho_{GUT} \sim T^4$, $H \sim \frac{T_{GUT}^2}{m_{PL}}$.

Se os monopolos foram produzidos na etapa do *GUT* com $T_{GUT} \sim 10^{16} \text{ GeV}$

$$n_{Mon}(t_i) \sim 10^{-9} 10^{48} \text{ GeV}^3 \quad . \quad (1.17)$$

A densidade atual de monopolos

$$n_{Mon}(t_0) = \left[\frac{R(t_{GUT})}{R(t_0)} \right]^3 n_{Mon}(t_i) \quad . \quad (1.18)$$

Como o universo, a maior parte do tempo evoluiu como radiação podemos considerar $R \sim t^{\frac{1}{2}}$ e substituindo na Eq.(1.18)

$$n_{Mon}(t_0) = \frac{10}{\text{cm}^3} \quad ,$$

para $t_{GUT} \sim 10^{-35} \text{ seg}$ e $t_0 \sim 10^{18} \text{ seg}$.

A densidade de monopolos, com $\eta \sim T_{CUR}$,

$$\rho_{Mon}(t_0) = n_{Mon}(t_0) m_{Mon} \simeq 10^{-7} \frac{g^2}{cm^3}, \quad (1.19)$$

resulta enorme comparada com a densidade crítica atual do universo $\rho_c \sim 10^{-29} \frac{g^2}{cm^3}$.

Este problema pode-se solucionar no caso em que o universo nunca alcançou uma temperatura tão alta tal que os monopolos se formassem, ou que se formaram porém logo se diluíram devido à inflação.

1.8 Estimativa das energias das cordas e os monopolos

Duas maneiras alternativas de estimar as energias da corda e do monopolo são: i) Considerar um método variacional no qual teremos em conta um único raio e as contribuições à energia total dadas pela energia magnética e aquela que provém do potencial de Higgs. ii) Considerar as contribuições das massas das partículas de calibre e do Higgs para determinar o comprimento de Compton que darão a região na qual se encontram concentradas a parte magnética e do Higgs.

i) O método variacional nos permite encontrar um ponto de equilíbrio estável clássico a partir da minimização da energia, que dependerá da constante de acoplamento do potencial de Higgs. A vantagem deste método é que ele mostra que as configurações de corda e monopolo são estáveis, como se viu nas Secs.(1.3) e (1.5).

ii) O tamanho da corda está determinada pelos comprimentos Compton dos bósons de Higgs que quebram a simetria e os de calibre: $\delta\phi \sim m_\phi^{-1}$ y $\delta_A \sim m_A^{-1}$, com $m_\phi = \sqrt{\lambda} \eta$ y $m_A = e\eta$.

Para o caso em que $m_A > m_\phi$ a corda tem um núcleo interno de falso vácuo com densidade de energia por unidade de comprimento $\mu_\phi \sim \lambda \eta^4 \delta_\phi^2 = \lambda \eta^4 \frac{1}{\lambda \eta^2}$ então $\mu_\phi \sim \eta^2$, e um tubo de fluxo magnético com um raio menor δ_A cuja densidade de energia é $\mu_A \sim$

$$B^2 \delta_A^2 \sim B^2 \frac{1}{e^2 \eta^2} \sim e^2 \eta^4 \frac{1}{e^2 \eta^2} \text{ então } \mu_A = \eta^2.$$

Este método faz que ambas as massas tenham uma relação direta com a escala de quebra da simetria correspondente e que sejam independentes das constantes de acoplamento.

A massa total da corda por unidade de comprimento é , em geral, aproximadamente $\mu \sim \eta^2$.

No caso do monopolo, têm-se em conta também dois comprimentos δ_b y δ_A que determinam o raio do núcleo. Sendo o raio $\delta_m \sim \frac{1}{e\eta}$, considera-se a contribuição da energia magnética que é $E = 2\pi \frac{1}{e^2} \frac{1}{\delta_m}$

Assim, substituindo δ_m , $E = 2\pi \frac{1}{e^2} e\eta$ e se supusermos que a parte do Higgs contribui com a mesma quantidade, o qual corresponde a uma relação entre λ e e , a massa do monopolo seria $m \sim 4\pi \frac{\eta}{e}$.

No caso i), tomamos um mesmo raio para a parte dos campos de calibre e do Higgs enquanto que no ii) supomos que os raios são diferentes.

Capítulo 2

Teorias de grande unificação (GUT)

As teorias de Grande Unificação (*GUT*) predizem que as três constantes de acoplamento do Modelo Padrão (*SM*) das interações fundamentais convergem em um único ponto $\sim 10^{16} GeV$. Estas teorias estão formadas por grupos G que contêm ao *SM*.

Posto que neste trabalho necessitamos simetrias $U(1)$ adicionais à eletromagnética e férmions não ordinários, a simetria $SU(5)$ não é apropriada para o *GUT* e devemos recorrer a grupos maiores que a continuação descrevem-se.

2.1 Grupo $SO(10)$:

O grupo $SO(10)$ tem 45 geradores e dois possíveis subgrupos máximos: 2.1.1) $SU(5) \times \tilde{U}(1)$ e 2.1.2) $SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$.

2.1.1 $SU(5) \times U(1)$

Nesta teoria, temos um multiplete de 16 férmions que se decompõe em representações de $SU(5) \times \tilde{U}(1)$ como

$$16 = \begin{matrix} \bar{5}^{\frac{3}{2}} \\ l_L \bar{d}_L \end{matrix} + \begin{matrix} 10^{-\frac{1}{2}} \\ q_L \bar{u}_L \bar{e}_L \end{matrix} + \begin{matrix} 1^{-\frac{5}{2}} \\ \bar{\nu}_{eL} \end{matrix}, \quad (2.1)$$

onde $l_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$, $q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$, e igualmente para a segunda e terceira geração.

Haveria quatro quebras desde $SO(10)$ até a simetria atual com os multipletes do Higgs relevantes indicados

$$\begin{aligned} SO(10) &\xrightarrow{-45} SU(5) \times \tilde{U}(1) \xrightarrow{-126} SU(5) \times Z_2 \xrightarrow{-45} \\ &SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times Z_2 \xrightarrow{-10} SU(3)_C \times U(1) \times Z_2 \quad . \end{aligned} \quad (2.2)$$

A decomposição em $SU(5) \times \tilde{U}(1)$ dos Higgs envolvidos é

$$\begin{aligned} 45 &= 1^0 + 10^2 + \overline{10}^{-2} + 24^0 \quad , \\ 126 &= 1^5 + \overline{5}^1 + 10^3 + \overline{15}^{-3} + 45^{-1} + 50^1, \\ 10 &= 5^1 + \overline{5}^{-1} \quad . \end{aligned} \quad (2.3)$$

Como os férmions pertencem a uma representação espinorial 16, o termo de Yukawa para lhes dar massa contém o produto de duas delas

$$16 \times 16 = 126 + 120 + 10 \quad , \quad (2.4)$$

o qual se necessita para escolher o campo do Higgs.

45 é a representação anexa de $SO(10)$ que contém seus campos de calibre, em multipletes de $SU(5) \times \tilde{U}(1)$. Destes 45 geradores, 24 são os de $SU(5)$, e dentro destes 12 são os do SM (8 gluons, W^\pm , Z e γ).

Os termos de massa de Dirac para férmions ordinários, exceto $\bar{\nu}_L$, que vêm da Eq.(2.4) correspondem aos produtos de $SU(5)$

$$\bar{5} \times 10 = 5 + 45 \qquad 10 \times 10 = \bar{5} + \bar{45} + 50 \quad . \quad (2.5)$$

A representação 16 de $SO(10)$ contém um singlete de $SU(5)$ com os números quânticos de um antineutrino left, equivalente a um neutrino right ν_{eR} que supostamente adquire massa de Majorana.

A primeira quebra da Eq.(2.2) deve fazer-se com um valor esperado $\phi_{45} \equiv \phi_{1^0}$, que tem carga zero de $\tilde{U}(1)$ para preservar a invariância baixo $SU(5) \times \tilde{U}(1)$. Este Higgs induz massa aos 20 bósons de calibre além dos de $SU(5) \times \tilde{U}(1)$.

A segunda se faz com $\phi_{126} \equiv \phi_{1^5}$ para preservar a simetria $SU(5)$ e romper $\tilde{U}(1)$ devido à carga 5.

Além da massa que se origina do bóson de calibre de $\tilde{U}(1)$, ϕ_{1^5} pode somente dar massa ao ν_{eR} através de $\phi_{1^5} \bar{\nu}_{eL}^T C \bar{\nu}_{eL}$, invariante frente a $\tilde{U}(1)$. Isto se deve a que ν_{eR} é o único férmion fora de $SU(5)$. Observamos que nas Eqs.(2.5) não aparece o singlete para fazer uso de ϕ_{1^5} .

A terceira transição de fase se faz com um valor esperado $\phi_{45} = \phi_{24^0}$. Como na primeira quebra causada por ϕ_{45} nenhum férmion adquire massa. Mas como o valor esperado de ϕ_{24^0} deve ser tomado como invariante em $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ para preservar o SM , somente os 12 bósons de calibre correspondentes permanecerão sem massa.

A última quebra, a eletrofraca (EW), tem várias conseqüências. Como $10 = 5^1 + \bar{5}^{-1}$, olhando as Eqs.(2.5), o 5^1 dá massa ao quark u , e $\bar{5}^{-1}$ ao quark d . A diferença de $SU(5)$ onde temos dois termos de massa tal que poderíamos afetar cada um deles por coeficientes “ad-hoc” para obter as massas corretas, no $SO(10)$ há somente um termo de massa e assim espera-se um Higgs ϕ_{10} com 5^1 e $\bar{5}^{-1}$ não triviais. Mas para evitar a degeneração incorreta entre u e d (devido ao fato de que em $SO(10)$ estas massas vêm de um só termo de massa 16×16), devemos tomar valores esperados diferentes nas componentes neutras de 5^1 e $\bar{5}^{-1}$, ou alternativamente poderíamos repetir duas vezes o termo de massa, um

com um ϕ_{10} não trivial em 5^1 e outro com um segundo ϕ_{10} não trivial em $\bar{5}^{-1}$. Lembremos que no SM tem-se um só dubleto de Higgs dentro de um 5^1 , e para dar massa tanto ao d como ao u deve-se introduzir um dubleto conjugado.

2.1.2 $SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$

A decomposição através deste subgrupo máximo está dado por

$$SO(10) \rightarrow SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R \supset SU(3) \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U'(1) \quad . \quad (2.6)$$

Considerando $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R$, a representação dos 16 férmions decompõe-se como

$$16 = (3, 2, 1) + (1, 2, 1) + (\bar{3}, 1, 2) + (1, 1, 2) \quad (2.7)$$

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \bar{d} \\ -\bar{u} \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \bar{e} \\ -\bar{\nu} \end{pmatrix}_L$$

A transformação dos 45 bósons de calibre baixo $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R$ é

$$45 = (8, 1, 1) + (1, 3, 1) + (1, 1, 3) + (1, 1, 1) + \quad (2.8)$$

$$G_\alpha \quad W_L^{\pm 0} \quad W_R^{\pm 0} \quad B'$$

$$+ (\bar{3}, 2, 2) + (3, 2, 2) + (3, 1, 1) + (\bar{3}, 1, 1)$$

$$\begin{pmatrix} X & \bar{Y}' \\ Y & \bar{X}' \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} X' & \bar{Y} \\ Y' & \bar{X} \end{pmatrix} \quad X_S \quad \bar{X}_S$$

Os 15 bósons $G_\alpha (\alpha = 1, \dots, 8)$, $W_L^{\pm 0}$, $W_R^{\pm 0}$ e B' estão relacionados com os 12 de $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)$.

O gerador de hipercarga Y é uma combinação de Y' e T_R^3 . A outra combinação

independente é o gerador diagonal associado com a extensão de $SU(5)$ a $SO(10)$.

X e Y formam um dubleto bosônico de $SU(2)$ ao igual a X' e Y' . X_s é um tripleto de cor que está associado com a extensão de $SU(3)_C$ a $SU(4)_C$ como assim também \overline{X}_s .

A ordem de um grupo é o número de geradores diagonais. Para $SU(N)$ a ordem é $N - 1$. Para $SO(10)$ é 5 porque $SU(5) \times \tilde{U}(1)$ é subgrupo máximo, quer dizer que tem a mesma ordem $4 + 1$. A mesma coisa acontece para $SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$ que tem $3 + 1 + 1$.

2.2 Grupo E_6

Este grupo de GUT tem como subgrupo máximo

$$E_6 \supset SO(10) \times \tilde{U}(1) \quad , \quad (2.9)$$

e é de ordem 6.

Tem 78 geradores, a maioria dos quais se rompem a energias extremamente altas, produzindo-se massa dos campos de calibre correspondentes. 45 são os do $SO(10)$ e o resto se chamarão X . Os geradores que não se rompem a estas energias são os 12 que correspondem ao SM . Possui também uma representação 27, na que estão localizados os férmions tipo esquerda: os ordinários, incluindo ν^C estão na representação 16 de $SO(10)$, um dubleto leptônico $\begin{pmatrix} N \\ E \end{pmatrix}$ junto com os singletos N^C e E^C e os quarks D e D^C em uma representação 10, e finalmente um férmion L sem interação com os 45 bósons de $SO(10)$ na representação trivial 1.

A cadeia de quebras que consideramos é a seguinte

$$\begin{aligned}
E_6 &\longrightarrow SO(10) \times \overline{U}(1) \longrightarrow SO(10) \longrightarrow SU(5) \times \tilde{U}(1) \longrightarrow SU(5) \quad (2.10) \\
&\longrightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1) \longrightarrow SU(3)_C \times U(1)_{em} \quad .
\end{aligned}$$

A decomposição em $SO(10) \times \overline{U}(1)$ das representações fundamental e anexa, são respectivamente

$$\begin{aligned}
27 &= 1^1 + 10^{-\frac{1}{2}} + 16^{\frac{1}{4}} \quad , \quad (2.11) \\
78 &= 1^0 + 16^{-\frac{3}{4}} + \overline{16}^{\frac{3}{4}} + 45^0 \quad .
\end{aligned}$$

A representação anexa tem as seguintes componentes de $SU(5) \times \tilde{U}(1)$.

$$\begin{aligned}
45 &= 24^0 + 10^2 + \overline{10}^{-2} + 1^0 \quad , \quad (2.12) \\
\overline{16} &= 1^{\frac{5}{2}} + \overline{10}^{\frac{1}{2}} + 5^{-\frac{3}{2}} \quad .
\end{aligned}$$

Os termos de massa de férmions relevantes virão do produto

$$27 \times 27 = \overline{27} + 351_S + 351'_A \quad , \quad (2.13)$$

onde $S \equiv$ Simétrico, $A =$ Antisimétrico.

O 351, tem componentes $SO(10) \times \overline{U}(1)$,

$$351 = 144^{\frac{1}{4}} + 126^{-\frac{1}{2}} + 54^1 + 16^{-\frac{3}{4}} + 10^{-\frac{1}{2}} + 1^{-2} \quad , \quad (2.14)$$

que em termos de $SU(5) \times \tilde{U}(1)$ são

$$\begin{aligned}
144 &= 45^{-\frac{3}{2}} + 40^{\frac{1}{2}} + 24^{\frac{5}{2}} + \overline{15}^{\frac{3}{2}} + 5^{-\frac{3}{2}} + \overline{5}^{-\frac{3}{2}} \quad , \\
126 &= 50^{-1} + 45^1 + \overline{15}^3 + 10^{-3} + \overline{5}^{-1} + 1^{-5} \quad , \\
54 &= 24^0 + 15^2 + \overline{15}^{-2} \quad .
\end{aligned}
\tag{2.15}$$

Também pode jogar um papel a outra representação $351' = 144+120+45+16+\overline{16}+10$.

A primeira quebra na Eq.(2.11) deve fazer-se com $\phi_{78} \equiv \phi_{10}$ para deixar invariante $SO(10) \times \overline{U}(1)$.

Lembremos que os férmions estão na representação 27, e como 78 não aparece na Eq.(2.13), nenhum férmion adquire massa nesta transição enquanto que $78 - 46 = 32$ bósons de calibre se fazem pesados. As massas dos férmions vêm do Higgs em 27 ou 351.

A segunda quebra se faz com $\phi_{27} \equiv \phi_{1^1}$ para preservar a invariância de $SO(10)$.

Como em $SO(10)$

$$10 \times 10 = 1 + 45 + 54 \quad , \tag{2.16}$$

os férmions exóticos em $10^{-\frac{1}{2}}$ adquirem massa nesta transição através do termo $\phi_{1^1} \Psi_{10^{-\frac{1}{2}}} \Psi_{10^{-\frac{1}{2}}}$. Devemos notar que o férmion em 1^1 não pode obter massa através desta quebra porque $\phi_{1^1} \Psi_{1^1} \Psi_{1^1}$ não é invariante pela transformação $\overline{U}(1)$.

De fato, 351 da Eq.(2.15), pode usar-se como uma alternativa ao 27 para dar massa aos férmions exóticos, em particular ao L (o único de 1^1) através de $\phi_{1^{-2}} \Psi_{1^1} \Psi_{1^1}$.

Se por simplicidade fazemos a quebra só com 27, L receberá massa só na transição EW através de $\phi_{27} = \phi_{10^{-\frac{1}{2}}}$ com um termo de mistura com $N \phi_{10^{-\frac{1}{2}}} \Psi_{10^{-\frac{1}{2}}} \Psi_{1^1}$.

Na última quebra, um valor esperado do Higgs em $10^{-\frac{1}{2}}$ induz massa a férmions ordinários através de um termo $\phi_{10^{-\frac{1}{2}}} \Psi_{16^{\frac{1}{2}}} \Psi_{16^{\frac{1}{2}}}$.

Podemos escolher quebrar as simetrias da Eq. (2.10) usando oito valores esperados incluindo todos os de 27 além dos mínimos necessários do 78 e 351.

Com respeito a 78, usamos como dito antes sua primeira componente para quebrar

E_6 e 45^0 ($\phi_{78} \equiv \phi_{45^0} \equiv \phi_{1^0}$) com 1^0 de $SU(5) \times \tilde{U}(1)$ para quebrar $SO(10)$. Notar que o $\phi_{78} \equiv \phi_{1^0}$ em $SO(10) \times \tilde{U}(1)$ é o único Higgs possível porque não há 1^0 em 27 e em 351, e $\phi_{78} \equiv \phi_{45^0}$ também é o único Higgs possível para a outra quebra porque não há 1^0 de $SU(5) \times \tilde{U}(1)$ em 27 e 351 que quebre $SO(10)$. Usamos também 45^0 mas com 24^0 de $SU(5) \times \tilde{U}(1)$ para quebrar $SU(5)$ conservando a simetria do SM e sem influência sobre os férmions.

Como a representação 24 é a anexa que corresponde aos geradores de $SU(5)$, o vácuo dado por ϕ_{24} deve ser o que é invariante baixo $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$

$$\phi_{24}^{\nu, AC} = \eta \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & -\frac{3}{2} & \\ & & & & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} .$$

Esta quebra também é possível com o 24^0 de 54^1 contido em 351 o qual daría massa aos férmions exóticos em $10^{-\frac{1}{2}}$ e $24^{\frac{5}{2}}$ de $144^{\frac{1}{4}}$ misturando ordinários e exóticos.

São necessárias além duas componentes de 351 : 1^{-2} para lhe dar massa alta ao L em 1^1 e ao bóson de calibre em 1^0 , e $126^{-\frac{1}{2}}$ para lhe dar massa ao $\nu_R = \nu_L^C$ de $1^{-\frac{5}{2}}$ de 16 e ao bóson de calibre em 1^0 de 45 (de $\tilde{U}(1)$).

Considerando agora 27, 1^1 é necessário para lhe dar massa aos 10 férmions exóticos de acordo a

$$\phi(1, 1) (D^C D + E^C E + N^C N) \quad . \quad (2.17)$$

Para quebrar o SM necessitamos $10^{-\frac{1}{2}}$ que daría massa aos férmions ordinários através de $\phi_{10^{-\frac{1}{2}}} \Psi_{16^{\frac{1}{4}}} \Psi_{16^{\frac{1}{4}}}$. Finalmente $16^{\frac{1}{4}}$ misturaría férmions ordinários e exóticos.

Capítulo 3

Raios cósmicos ultraenergéticos e explicações com nova física

Logo após o descobrimento da radiação cósmica de microondas de fundo (*CMBR*) por A. Penzias e R. Wilson, K. Greisen, G. T. Zatsepin e V. A. Kuzmin de modo independente observaram que essa radiação torna o universo opaco para raios cósmicos de energias muito altas. Isto ocorre, por exemplo, para prótons quando sua energia excede o limiar para a fotoprodução de píons (principalmente via ressonância Δ^+) em um choque com um fóton de *CMBR*. A reação $p\gamma \rightarrow \Delta^+ \rightarrow \pi N$ degrada a energia do próton. O comprimento característico da atenuação é menor que $50 Mpc$ quando a energia do próton é maior que $10^{20} eV$. Um fenômeno similar também ocorre para núcleos devido a processos de fotodensintegração. Isto é uma fração pequena do tamanho do Universo e tem as seguintes consequências: a primeira é que se os raios cósmicos estivessem distribuídos uniformemente no universo, o espectro de energia observado não se estenderia salvo uma muito reduzida intensidade, além de $5 \times 10^{19} eV$ (corte *GZK*) se as fontes são objetos astrofísicos ordinários[7]. A segunda é que partículas com energia por cima do corte *GZK* deveriam provir de distâncias próximas, cosmologicamente falando. Para distâncias não muito grandes, estas partículas carregadas com alta energia atravessariam campos magnéticos cósmicos com um pequeno desvio. Suas trajetórias poderiam indicar a direção de suas fontes. Seria possível identificar as fontes destas partículas com conhecimento

prévio de objetos astrofísicos, ou estabelecer a existência de novas fontes que não são visíveis a baixas energias.

A Fig.(3-1) mostra o espectro de energia diferencial de raios cósmicos medido. A linha pontilhada representa um espectro comparativo E^{-3} . Também se indicam os fluxos integrais aproximados (por ângulo sólido) em cima de certas energias onde o espectro mostra mudanças no comportamento da lei de potências. A relação de eventos observada acima de $10^{19}eV$ é aproximadamente $0.5 \text{ eventos}/\text{km}^2/\text{ano}/\text{ângulo sólido}$. Acima de $10^{20}eV$, a relação diminui por um fator 100.

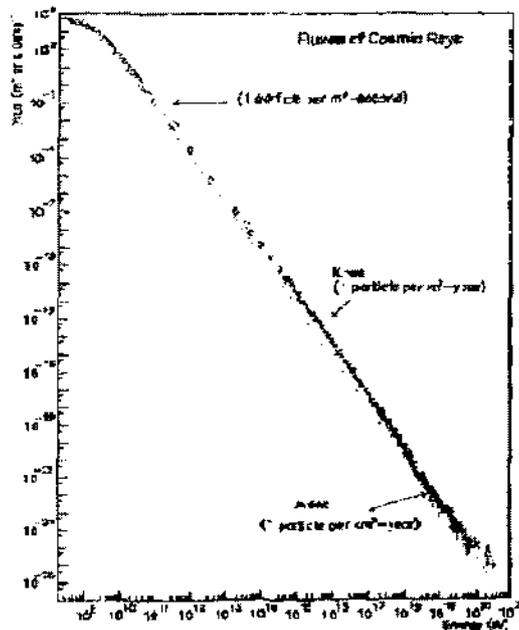


Figura 3-1: Espectro de energia diferencial de raios cósmicos medido.

3.1 Aceleração e Propagação de Raios Cósmicos

As duas perguntas centrais a respeito dos raios cósmicos de energia mais alta é como e onde são acelerados.

A aceleração em astrofísica ocorre quando a energia é transferida a partículas indi-

viduais. O movimento macroscópico desta energia a grande escala pode estar associada a turbulências ou bem ondas de choque em plasmas. Outro cenário é a zona próxima a uma rotação rápida de objetos compactos magnetizados. Há outros modelos mais especulativos baseados em nova física como os defeitos topológicos.

3.1.1 Aceleração de Fermi

Em 1949 Fermi[8] desenvolveu um modelo no qual as partículas podem alcançar altas energias através de encontros repetidos com plasmas magnetizados em movimento. Este processo (Aceleração de Fermi) é chamado às vezes aceleração estocástica ou difusiva, já que as energias altas resultam das partículas chocando ao acaso várias vezes em uma região confinada, com chances de escapar da região permanentemente. O campo magnético B do plasma joga um papel crucial.

Fermi demonstrou que a geometria das nuvens do plasma em movimento é tal que a mudança da energia média por encontro é positiva e proporcional à energia da partícula: $\Delta E = \alpha E$. Depois de k encontros, uma partícula com energia inicial E_0 , alcançará uma energia $E = E_0 (1 + \alpha)^k$.

Suponhamos que p_{esc} é a probabilidade por encontro de que a partícula escape da região em que se encontra contida e não é muito acelerada. O número de partículas que alcançarão alguma energia E está dado, somando sobre k , por $N \propto E^{-\gamma}$, onde $\gamma \approx \frac{p_{esc}}{\alpha}$, se p_{esc} e α são pequenos. Assim, a aceleração de Fermi produz o espectro da lei de potências das energias da partícula.

A aceleração de Fermi para ondas de choque astrofísicas é um paradigma atrativo para construir modelos de raios cósmicos. Pode mostrar-se[10] que o índice espectral γ , no limite de choques fortes, é tal que $\gamma \approx 1$. Devido a processos dependentes da energia o espectro observado cai mais rapidamente.

O espectro integrado observado experimentalmente varia de $E^{-1.1}$ até $E^{-2.1}$ em vários regimes de energia, e as predições da aceleração de Fermi estão razoavelmente de acordo com os dados para energias não extremamente altas. Em situações onde a aceleração de Fermi pode ocorrer de movimentos no plasma que não têm choques fortes, o índice

espectral é muito sensível aos detalhes geométricos e pode ser bastante grande.

Em geral, a energia máxima possível está determinada pelo intervalo temporário sobre o qual as partículas podem interagir com o plasma. Em alguns casos, a própria região de aceleração só existe por um tempo limitado. Por outro lado, se as alterações no plasma persistem por longos períodos, a energia máxima pode estar limitada por uma probabilidade crescente de escapar da região. Este último caso é relevante para energias extremas vistas em raios cósmicos. Como as partículas ganham muita energia, faz-se difícil as confinar magneticamente na região de aceleração.

O modelo mais simples de aceleração de Fermi por ondas de choque dá a máxima energia adquirida por uma partícula de carga Ze :

$$E_{\max} \approx \beta_c \times Ze \times B \times L, \quad (3.1)$$

onde L é o comprimento característico da região de aceleração e β_c é a velocidade de choque.

Considerando a Eq.(3.1) como

$$\frac{E_{\max}}{Ze B} \approx \beta_c \times L, \quad (3.2)$$

tomando $E_{\max} = 10^{18} eV$, $B = \mu G$, $Ze \sim 1$, a relação (3.2) é $\sim 10^{21} cm$, quer dizer da ordem da galáxia, mais precisamente kpc .

Isto mostra que na galáxia não se pode acelerar uma partícula carregada até $10^{20} eV$.

Na Fig.(3-2) mostra-se[9] em que lugar do plano $B-L$ encontram-se alguns potenciais aceleradores astrofísicos. Objetos por debaixo das linhas diagonais derivadas da Eq.(3.1) não podem acelerar partículas a $10^{20} eV$ por aceleração de choque. A linha pontilhada é para núcleos de ferro e a linha contínua para prótons, cada uma delas para $\beta = 1$. Este valor de β não é realista. A parte superior da região sombreada é para prótons com $\beta = \frac{1}{300}$, um valor mais típico para muitos objetos astrofísicos.

É notável que os aceleradores mais energéticos na Fig.(3-2) aparecem com máxima energia na zona onde o *GZK* começa a ter relevância. Como para alguma configuração dada de campos magnéticos e movimentos do plasma, a energia máxima total para o núcleo é aproximadamente Z vezes maior que a dos prótons, esperamos que o espectro de massa observado revele estrutura para energias por cima de $10^{19}eV$.

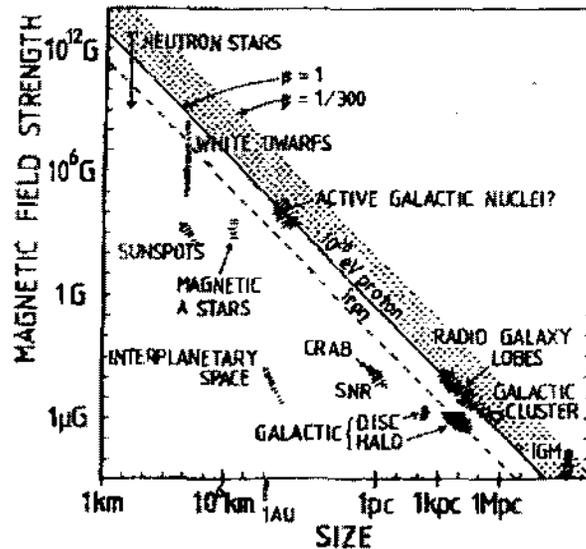


Figura 3-2: Tamanho e longitude do campo magnético de possíveis lugares de aceleração de partícula. *IGM* refere-se ao médio intergaláctico. O cluster galáctico refere-se ao aumento dos choques nos clusters.

Só poucos objetos na Fig.(3-2) são capazes de gerar energias de partícula em cima de $10^{20}eV$. Grandes estruturas associadas com galáxias ou grupos de galáxias parecem ter tamanho e intensidade de campo suficientes para ser considerados possíveis fontes.

Geralmente não é fácil alcançar a energia máxima sugerida pela Eq.(3.1) e a Fig.(3-2). Isto acontece porque as condições são tais que a velocidade da perda de energia excede a taxa de aceleração. Uma fonte de perda é a radiação de síncrotron, que pode ser importante todavia para prótons a uma energia muito alta em regiões de campos magnéticos extremos. Outros processos de perda incluem interações de fotoprodução ($p\gamma \rightarrow \pi^+n$). Esta taxa de perda da energia pode dominar todas as outras em volumes compactos com

radiação térmica intensa. Pode ser também importante em regiões grandes do espaço se a aceleração ocorre a escalas de tempo grandes. No último caso, é a *CBMR* a que produz o mecanismo de *GZK* mencionado antes.

Existe a possibilidade que as partículas de energia muito alta não sejam produzidas por objetos convencionais a não ser diretamente por algum mecanismo exótico, como os defeitos topológicos. Estas fontes poderiam produzir jatos de hádrons e fótons com energia em cima de $10^{20}eV$ efetuando logo uma cascata de energias mais baixas.

3.1.2 Propagação e corte GZK

As partículas dos raios cósmicos estão sujeitas a várias interações e suas trajetórias podem curvar-se em campos magnéticos.

Para raios cósmicos de núcleos de carga Ze em um campo magnético $B_{\mu G}$, o raio do Larmor em *kpc* é, considerando a Eq.(3.1)

$$R_{kpc} \approx \frac{E_{18}}{Z B_{\mu G}} \quad , \quad (3.3)$$

onde E_{18} é a energia total da partícula em unidades de $10^{18}eV$. Como o disco da galáxia é significativamente mais fino que 1 *kpc*, e os campos magnéticos são da ordem de uns poucos μG , se os raios cósmicos provêm de fontes no disco cujo diâmetro é de vários *kpc*, deveriam ter tendência a vir do plano galáctico a altas energias. Até o presente, não há evidência de que os raios cósmicos provenham do plano galáctico. É razoável pensar que partículas com $E > 10^{19}eV$ têm origem extragaláctica. Se os raios cósmicos que chegam à terra têm origem extragaláctica então deveriam ter uma vida média muito longa.

Há vários processos que podem degradar a energia das partículas. Já mencionamos um mecanismo pelo qual os prótons produzem hádrons secundários em interações com a radiação de fundo. Podem também perder energia através da produção de pares elétron-pósitron na mesma interação. Depois da fotoprodução de pions, o próton (ou talvez um nêutron) segue com uma energia reduzida porém muito grande. Ocorrem mais interações

para energia mais baixa que o corte *GZK* que se estima ao final deste capítulo.

Também os núcleos passam por fotodesintegração em *CMBR* e radiação infra-vermelha, perdendo 3 ou 4 núcleons por *Mpc* viajado quando sua energia ultrapassa $\sim 2 \times 10^{19} eV$. Embora o último processo ocorra a energias mais baixas por núcleon que a fotoprodução de píons por prótons, a soleira para os dois processos é muito próxima ao expresso em termos da energia dos núcleos. De maneira que não podem observar-se núcleos com essa energia se a fonte está a uma distância maior que $20 Mpc$.

Os comprimentos de atenuação para estes processos se mostram na Fig.(3-3). Também mostra-se o comprimento de interação de fótons de alta energia que interagem com várias radiações de fundo e produzem pares elétron-pósitron.

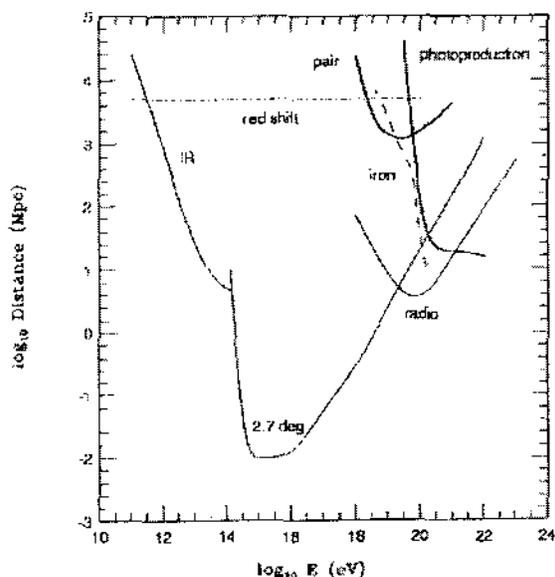


Figura 3-3: Comprimento de atenuação de fótons, prótons e ferro em várias radiações de fundo como função da energia.

Notar a linha na Fig. (3-3) marcada para o limite de *redshift*. Todas as partículas perdem energia devido à expansão do universo. Além do limite de causalidade as partículas não podem chegar até nós. Isto corresponde aproximadamente a escala de tempo por cima da qual a partícula sofriria uma perda completa de energia por *redshift*

$$\tau_H = \left(\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} \right)^{-1} \approx H^{-1} \quad , \quad (3.4)$$

onde H é a constante do Hubble e H^{-1} dá o raio do universo observável.

A Fig.(3-4) mostra como a energia de um próton efetivamente se degrada devido a interações sucessivas com *CMBR* produzindo píons. O limite *GZK* é evidente, quer dizer, o fluxo de prótons observado com energias maiores que $10^{20} eV$, sem importar sua energia inicial, é reduzida fortemente se tiverem viajado além de $100 Mpc$.

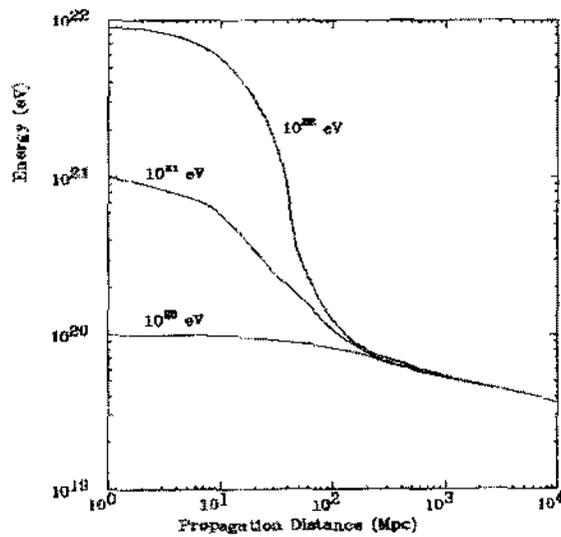


Figura 3-4: Energia de um próton como função da distância de propagação através da radiação cósmica de fundo de $2.7 K$ para várias energias iniciais.

O comprimento de atenuação de prótons e núcleos no fundo de microondas depende fortemente da energia, especialmente na região do limiar para fotoprodução de píons.

O estudo do espectro, composição e distribuição direcional dos raios cósmicos com energias em cima de $\sim 10^{19} eV$ explorará campos magnéticos extragalácticos por debaixo do atual limite observacional superior de $\sim 10^{-9} G$. A distribuição angular das direções da chegada de raios cósmicos carregados com respeito a sua fonte transmite informação

respeito de campos extragalácticos.

Explorar os campos extragalácticos pode-nos ajudar a responder as perguntas de como originaram-se e se são uma relíquia primitiva ou foram dinamicamente acrescentados por um campo muito pequeno original.

3.2 Possível nova física

As dificuldades encontradas para explicar a produção de raios cósmicos de ultra alta energia surge da necessidade de identificar um objeto astrofísico capaz de acelerar partículas de baixa energia até energias extremamente altas. Contraoendo-se à aceleração "bottom-up" de partículas carregadas em núcleos galácticos ativos ou outros objetos astronômicos, poderia haver um mecanismo *top-down* onde os primários são produzidos desde sua formação a energias extremamente altas.

3.2.1 Neutrinos

Das fontes exóticas, os neutrinos são as únicas partículas que sabemos que existem. Como os neutrinos não são carregados e têm uma seção eficaz de interação muito pequena podem escapar ainda dos objetos mais ativos. Não se deflectam e são virtualmente não atenuados pelo que percorrem trajetórias cósmicas muito longas.

O mecanismo do corte *GZK* por si mesmo é também uma fonte de neutrinos de alta energia: $\Delta^+ \rightarrow \pi^+ + \dots \rightarrow \nu + \dots$, esperando-se que os neutrinos surjam do decaimento de píons formados nas interações com a radiação de fundo.

Existe um fundo de neutrinos relíquia de $1.9 K$, parecido ao de fótons de $2.7K$. Se ν de muito alta energia interactuam com os ν relíquia poderiam formar um bóson Z que logo decai produzindo um "fluxo" local de núcleons e fótons.

A energia do neutrino energético no pico do pólo Z está bem acima do limite *GZK*

$$E_\nu = \frac{M_Z^2}{2 m_{\nu_j}} = 4 \left(\frac{eV}{m_{\nu_j}} \right) \times 10^{21} eV \quad . \quad (3.5)$$

Como há em média aproximadamente 30 partículas que provêm do decaimento do Z , a energia do ν que se aniquilou dará em média p e γ com energias

$$\langle E_p \rangle \sim \langle E_\gamma \rangle \sim 10^{20} eV \quad , \quad (3.6)$$

se a massa do neutrino $m_{\nu_j} \sim 1 eV$, o que corresponderia a nova física.

Verificamos a Eq.(3.5) mediante a variável de Mandelstam $s = (p_1^\mu + p_2^\mu)^2$ onde p_1 é o quadrimomento dos ν energéticos e p_2 o dos relíquia. No sistema centro de massa, $\vec{p}_{1CM} = -\vec{p}_{2CM} \implies s = (E_{1CM} + E_{2CM})^2$ e como requeremos que $E_{1CM} + E_{2CM} = M_Z \implies s = M_Z^2$.

Embora no sistema laboratório, $s = (p_1^\mu + p_2^\mu) (p_{1\mu} + p_{2\mu}) = m_1^2 + E_1 m_2 + m_2 E_1 + m_2^2$. Se a E_1 , é muito grande, $s \simeq 2E_1 m_2$ por isso $s \simeq 2E_\nu m_\nu$ que coincide com a Eq.(3.5).

3.2.2 Defeitos topológicos

Uma possível origem dos *UHECR* é o decaimento de partículas X supermassivas.

Estas partículas podem ser produzidas por defeitos topológicos formados durante transições de fase quando o universo primitivo esfriou-se. Os defeitos topológicos tais como cordas cósmicas ordinárias ou supercondutoras, paredes de domínio e monopolos magnéticos, são relativamente estáveis topologicamente, porém podem liberar parte de sua energia em forma de partículas X , se colapsam ou se aniquilam.

As partículas X , com escalas de massa típicas do *GUT* ($10^{24} eV$), decaem muito rapidamente em léptons e quarks. Os quarks interagentes se fragmentam em jatos de hadrons dando como resultado $10^4 - 10^5$ mésons e bárions. Os modelos *top-down* são capazes de produzir raios cósmicos extremamente energéticos.

A forma do espectro do núcleon e dos raios γ produzidos nestes modelos, em princípio deveria ser independente dos mesmos acima de $10^{20}eV$, já que estaria determinada pela física do decaimento da partícula X .

Como o espectro resultante tende a ser consideravelmente más duro que o espectro de aceleração, os mecanismos *top-down* poderiam contribuir ao fluxo em forma dominante acima de $10^{20}eV$, porém sua contribuição seria desprezível na ordem $10^{14}eV - 10^{19}eV$.

Os modelos *top-down* de origem dos raios cósmicos de muito alta energia estão sujeitos a uma série de limitações que são principalmente de natureza cosmológica. Por exemplo, o fluxo de neutrinos e raios γ abaixo de $10^{14}eV$ depende da energia liberada, integrada sobre o *redshift* e assim sobre o modelo específico *top-down*. Comparado com os cenários de aceleração, esta energia liberada pode ser importante, especialmente com desvio para o vermelho alto onde não há contribuição de fontes convencionais como galáxias.

Se um modelo *top-down* explica a origem dos *UHECR*, o espectro considerado deve normalizar-se para eventos observados acima de $10^{20}eV$ sem violar as medições de fluxo observado e seus limites a energias altas e baixas. Os dados observacionais do fundo de raios γ na região de $100MeV$, no qual a cascata genérica do espectro contribuiria diretamente, poderia jogar um papel importante ao respeito. Como especialmente o fluxo de energia de raios γ depende sensivelmente de alguns parâmetros astrofísicos como os campos magnéticos extragalácticos, um cálculo confiável da forma do espectro requer métodos numéricos.

Estes mecanismos dão uma componente do espectro de raios cósmicos muito dura ($\sim E^{-1.5}$) dominada por neutrinos, raios γ e prótons. A componente prótonica contém só uma percentagem escassa do fluxo total. A maioria das partículas são leves e não carregadas, e poderiam talvez incluir alguma variedade exótica como por exemplo fotinos, sobre tudo o espectro estendido a energias extraordinariamente altas, próxima à massa das partículas $X \sim 10^{24}eV$. A "dureza" e a alta energia do espectro pode prover eventos cujas energias estão bem mais além do corte *GZK*.

3.2.3 Violação da invariância de Lorentz

A invariância de Lorentz é um princípio básico para construir um lagrangiano para qualquer interação. Porém se rompermos a simetria espontaneamente, as equações de movimento permanecem invariantes por transformação de Lorentz. A violação ocorre espontaneamente nas soluções. Os lagrangianos para todas as interações são construídos como escalar de Lorentz e a quebra espontânea da invariância de Lorentz ocorre devido a valores distintos de zero das componentes de algum campo nos estados de vácuo.

A invariância antes mencionada se rompe espontaneamente quando a componente temporária do tensor de campo tem um valor distinto de zero. A condição necessária para que se produza a transição de fase é a existência de um mínimo de potencial em esse valor.

Consideremos o lagrangiano para uma partícula espinorial ordinária

$$\mathcal{L} = i \bar{\Psi} \gamma^\mu \partial_\mu \Psi - m \bar{\Psi} \Psi + \mathcal{L}_{int} \quad , \quad (3.7)$$

onde a interação com o tensor de campo $T_{\mu\nu}$ é

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{c}{M^2} T_{\mu\nu} \bar{\Psi} \gamma^\mu \partial^\nu \Psi \quad . \quad (3.8)$$

Depois da quebra espontânea $\langle T_{00} \rangle = v^2$, e a equação de Klein-Gordon que surge para o férmion que resulta não interagente é

$$\left(\partial_\mu^2 + m^2 - \frac{c}{M^2} v^2 E^2 \right) \Psi = 0 \quad . \quad (3.9)$$

A relação de dispersão é $E(p)$ que sai de

$$p_\mu^2 - m^2 + \frac{\epsilon}{M^2} v^2 E^2 = 0 \quad , \quad (3.10)$$

não é a relativisticamente usual.

Em aplicações astrofísicas geralmente consideramos uma colisão de uma partícula de energia muito alta com partículas de energia baixa da radiação de fundo. O começo dessas reações está determinado pelo momento de uma partícula no sistema centro de massa. A grandes energias de uma das partículas que colidem no sistema de laboratório, a relação de dispersão se modifica e isto afeta a reação em esse sistema. O limiar muda até energias maiores no sistema de laboratório.

O corte *GZK* não se produziria a $\sim 5 \times 10^{19}$ eV, quer dizer que no caso de prótons com energias $\sim 10^{20}$ eV, muito maior do que as produzidas nos aceleradores, a energia do centro de massa poderia não ser suficiente para a produção de píons em colisões com *CMBR*.

3.3 Estimativa para o corte *GZK*

Como mencionamos, consideramos prótons com momento p_1 que colidem com fótons reliquia de 2.7 K e momento p_2 . Tendo em conta a variável de Mandelstam $s = (p_1^\mu + p_2^\mu)^2$ que no sistema centro de massa é $s = (E_{1CM} + E_{2CM})^2$, requeremos $E_{1CM} + E_{2CM} = m_{\Delta^+}$. Então

$$s = (m_{\Delta^+})^2 \quad . \quad (3.11)$$

Isto corresponde ao máximo da produção de píons. Por outro lado, no sistema laboratório

$$s = (p_1^\mu + p_2^\mu) \cdot (p_{1\mu} + p_{2\mu}) = m_p^2 + 2(E_p w - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2) \quad . \quad (3.12)$$

No sistema em repouso do nucleon, $s = m_p^2 + 2 m_p w'$ e como

$$w' = w \left(\frac{1+v}{\sqrt{1-v^2}} \right) . \quad (3.13)$$

Para achar v , consideramos $p_1 = \sqrt{E_1^2 - m_1^2} = vE_1$. Substituindo em w' ,

$$s = m^2 + 2wE + 2w \sqrt{E^2 - m^2} , \quad (3.14)$$

onde w é a energia dos γ relíquias. Se $E \gg m$,

$$s \simeq m_p^2 + 4wE_p . \quad (3.15)$$

Igualando as expressões para os sistemas centro de massa e laboratório e tomando $m_p = m_N$,

$$(m_{\Delta^+})^2 = m_N^2 + 4 w E_p . \quad (3.16)$$

Se considerarmos a energia limiar dos prótons para produzir píons E_U $s = (m_N + m_\pi)^2$ e

$$\frac{m_\pi}{2} \left(\frac{m_\pi}{2} + m_N \right) \frac{1}{w} = E_U , \quad (3.17)$$

o que dá como resultado $E_U \simeq 5 \times 10^{19} eV$ se $m_N \sim 0.94GeV$, $m_\pi \sim 0.14GeV$, $w \sim 10^{-3}eV$ e E_p da Eq.(3-16) um valor um pouco maior.

Capítulo 4

Fontes exóticas: vórtens e colares

Para a formação tanto de colares como de vórtens se requer a quebra de uma simetria abeliana contida no grupo de grande unificação das interações fundamentais G . Mas no caso dos primeiros, é necessário que se mantenha a simetria discreta Z_2 , o qual pode ocorrer se $G = SO(10)$. Porém, se $G = E_6$, a quebra da simetria abeliana que contém não pode dar lugar a colares mas sim originar vórtens com férmions exóticos que, depois de um recâmbio com férmions ordinários na transição eletrofraca, podem ter chegado até nossos dias. A diferença entre as duas alternativas é que os colares correspondem a uma solução de escala da dinâmica de cordas e estariam distribuídos uniformemente no universo, enquanto que os vórtens se comportam como matéria não relativista e estariam concentrados no halo galáctico.

Como mencionamos antes, as cordas cósmicas são defeitos topológicos que aparecem nas transições de fase quando uma simetria abeliana adicional à do SM quebra-se. O problema é que a temperaturas extremamente altas poderiam produzir-se monopolos magnéticos que dariam uma densidade muito maior que a observada no universo. Para evitar este problema, se poderia supor que o universo chegou a uma temperatura para a qual a simetria GUT G já estava quebrada

$$G \rightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times \tilde{U}(1) \quad , \quad (4.1)$$

ou pelo menos não alcançou a escala para produzir monopolos magnéticos. Alternativamente os monopolos magnéticos poderiam inserir-se em cordas e aniquilar-se progressivamente com antimonopolos.

Se a uma temperatura $\sim 10^{15} GeV$, também a simetria $\tilde{U}(1)$ quebra-se, se produziriam cordas cósmicas, que podem tornar-se supercondutoras[11] dependendo do grupo G e dos detalhes do mecanismo de Higgs para a quebra de $\tilde{U}(1)$. Desta forma um campo de Higgs enrola a corda e origina modos zero em seu interior. Surgiria então uma corrente supercondutora para os portadores fermiônicos que adquirem massa fora da corda devido à quebra da simetria abeliana. A corrente supercondutora, estabiliza classicamente os laços fechados através de um número N relacionado com o momento angular devido aos portadores em seu interior.

Não é necessário que os portadores sejam carregados[12]. De fato se $G = SO(10)$ a única partícula que adquire massa na transição de fase $\tilde{U}(1)$ é ν_R , que pode ter um modo zero dentro da corda. Por outro lado, se $G = E_6$ haveria outro $\tilde{U}(1)$ adicional cuja quebra daria massa a vários férmions e alguns deles, que podem dar correntes supercondutoras, são carregados e com número bariônico.

Vamos começar por descrever as características das cordas supercondutoras antes de voltar para os vórtices.

4.1 Cordas supercondutoras

As cordas cósmicas podem tornar-se supercondutoras se for rompida a invariância de calibre eletromagnética dentro das mesmas.

Os portadores supercondutores podem ser bósons (se um campo do Higgs carregado eletricamente tem um valor esperado no núcleo da corda), ou férmions (se férmions carregados são capturados em modos zero ao longo da corda).

Neste trabalho vamos nos basear nas cordas supercondutoras com portadores fermiônicos mas explicaremos brevemente o caso bosônico.

Consideremos uma teoria de calibre $U(1)_Q \times \tilde{U}(1)_R$ com uma simetria não quebrada

relacionada com a carga Q e uma quebrada $\tilde{U}(1)$ que dá origem à corda. Supomos que a teoria têm um campo de Higgs φ de $Q = 0, R = 1$ e um segundo campo escalar σ com $Q = 1, R = 0$. Isto significa que dentro da corda, temos a simetria $U(1)_Q$ rota e a $\tilde{U}(1)_R$ conservada e fora da corda acontece o contrário. Então os fótons dentro da corda têm massa como acontece no efeito Meissner.

A quebra de $\tilde{U}(1)_R$ leva a existência de linhas de vórtice. No campo do vórtice, φ é independente de z e t , se faz zero em $x = y = 0$ e muda de fase em 2π fazendo um circuito fechado ao redor da corda.

Como $\langle 0|\sigma|0 \rangle = 0$ no vácuo, quer dizer fora da corda, não é necessário que dentro ocorra o mesmo: $\sigma \neq 0$ na corda, enquanto que $\varphi = 0$.

Se g e e são as constantes de acoplamento de \tilde{A}_μ e A_μ , a densidade de corrente eletromagnética é dada por

$$J_\mu = i e (\sigma^* D_\mu \sigma - \sigma D_\mu^* \sigma^*) \quad , \quad (4.2)$$

com $(D_\mu \sigma = \partial_\mu \sigma - ie A_\mu \sigma)$.

Como $\sigma \rightarrow 0$ longe do núcleo da corda, a corrente correrá na direção longitudinal à mesma já que para uma corda na direção do eixo z , tomamos $\sigma = |\sigma| e^{i\theta(z)}$ onde $|\sigma|$ depende só de x e y . A corrente total J da corda pode encontrar-se integrando sobre a seção transversal da mesma,

$$J = 2 \int dx dy |\sigma|^2 e (\partial_z \theta + e A_z) \quad , \quad (4.3)$$

Consideremos uma corda fechada ou laço. A razão básica de que a corda leve correntes permanentes é que é possível definir um invariante topológico

$$N = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{d\theta}{dz} dz \quad , \quad (4.4)$$

no qual z é o parâmetro ao longo da corda.

N conserva-se porque sendo um inteiro, não pode mudar continuamente. Para um N fixo, a configuração de menor energia do campo σ em um laço estacionário será independente do tempo com uma corrente tangencial J . Devido à conservação de N , a corrente é permanente e a corda será como um arame supercondutor.

Para estimar o campo eletromagnético produzido por J , para uma dada densidade de número de recobrimento $\frac{d\theta}{dz}$, podemos usar

$$\begin{aligned} A_i(x) &= -\frac{1}{4\pi} \oint dx^i \frac{J}{|\bar{x} - \bar{x}(t)|} \quad , \\ A_z &= -\frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{R}{\delta} \right) J \quad , \end{aligned} \quad (4.5)$$

se J é constante, $\frac{d\theta}{dz} = \frac{N}{R}$ com δ largura da corda e R raio do laço.

Reescrevendo $J = 2 \int dx dy |\sigma|^2 e (\partial_z \theta + e A_z) = 2K e (\partial_z \theta + e A_z)$,

$$\oint J dl = 2K e \left[2\pi R \frac{N}{R} + e \oint dl A_z \right] \quad , \quad (4.6)$$

de maneira que em função do fluxo magnético Φ

$$\frac{d}{dt} \oint J dl = 2K e^2 \frac{d\Phi}{dt} \quad , \quad (4.7)$$

que é a lei de variação de uma corrente supercondutora.

Poderíamos esperar que pelo efeito Meissner, as linhas de fluxo magnético não cruzero a corda e portanto $\frac{d\Phi}{dt}$ seria zero. Isto não é assim porque não trata-se de um supercondutor macroscópico, a não ser uma corda fina cuja grossura é comparável ao comprimento magnético de penetração.

Agora passamos a descrever as cordas supercondutoras fermiônicas. A supercondutividade pode surgir também de modos zero de férmions se-movendo no campo da corda.

Voltemos para a teoria de calibre $U(1) \times \tilde{U}(1)$ com uma simetria não quebrada Q (eletromagnetismo) e uma simetria rota R fora da corda. A quebra de R ocorre devido ao valor esperado de um campo escalar φ com $Q = 0$ e $R = 1$.

O papel dos férmions volta-se interessante se obtiverem suas massas de acoplamentos com φ , que origina a corda. Para este fim, consideramos também um campo spinorial esquerdo $\Psi_{\alpha L}$ com $Q = q$, $R = r$ e outro campo spinorial esquerdo $\varkappa_{\alpha L}$ com $Q = -q$, $R = -r - 1$, ambos de duas componentes. O -1 aparece para compensar a carga $R = 1$ do φ que não tem carga eletromagnética Q .

Estes campos são do tipo esquerda no sentido em que $i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3\Psi = -\Psi$, $i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3\varkappa = -\varkappa$.

Com um acoplamento de Yukawa conveniente

$$L = \bar{\Psi}i\gamma^\mu D_\mu\Psi + \bar{\varkappa}i\gamma^\mu D_\mu\varkappa - \lambda(\varphi\varepsilon^{\alpha\beta}\Psi_{\alpha L}\varkappa_{\beta L} + h.c) \quad , \quad (4.8)$$

onde D é diferente de ∂ para as componentes x , y . Os campos Ψ e \varkappa adquirem massa do acoplamento com φ .

Discutamos as soluções da equação de Dirac para os campos Ψ e \varkappa acoplados à corda, e independentes de z e t . Necessita-se uma solução da equação de Dirac $(\Psi, \varkappa) = (\beta(x, y), \tilde{\beta}(x, y))$. Esta solução é autoestado do operador $i\gamma^1\gamma^2$ com autovalor \pm . Em um campo de vórtice, o modo zero transversal é tal que $i\gamma^1\gamma^2\beta = \beta$, $i\gamma^1\gamma^2\tilde{\beta} = \tilde{\beta}$.

Para soluções em quatro dimensões, nas quais os férmions são livres de propagar-se ao longo da corda,

$$\begin{aligned} \Psi(\varkappa, y, z, t) &= \alpha(z, t)\beta(x, y) \\ \varkappa(\varkappa, y, z, t) &= \alpha(z, t)\tilde{\beta}(x, y) \end{aligned} \quad . \quad (4.9)$$

Podemos separar o operador de Dirac $\gamma^\mu D_\mu = (\gamma^0\partial_0 + \gamma^3\partial_3) + \gamma^j D_j$, com $j = 1, 2$.

Quer dizer que $\gamma^j D_j$ é a parte transversal que dá lugar aos modos zero resolvendo a equação de Dirac nas variáveis 1 e 2 incluindo o termo de massa.

Para a parte (z, t) ,

$$(\gamma^0 \partial_0 + \gamma^3 \partial_3) \alpha = 0 \quad . \quad (4.10)$$

Na direção z temos partículas sem massa.

Como $i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \Psi = -\Psi$ e $i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \beta = \beta$ necessitamos $\gamma^0 \gamma^3 \alpha = -\alpha$ depois do qual, multiplicando (4.10) por γ^0 obtemos

$$(\partial_0 - \partial_3) \alpha = 0 \quad . \quad (4.11)$$

A solução é $\alpha(z, t) = f(z + t)$. Assim, os férmions que estão presos nos modos zero transversais viajam na direção $-z$ à velocidade da luz. Do ponto de vista de um observador unidimensional que vive na corda, há um férmion quiral sem massa (um autoestado de $\gamma^0 \gamma^3$) na corda.

Para obter férmions presos na corda e viajando na direção $+z$, devemos introduzir férmions tipo esquerdo que adquiram massa do acoplamento com φ^* em lugar de φ . Introduziremos espinores de Weyl $\hat{\Psi}$ com $Q = \hat{q}$, $R = \hat{r}$ e \hat{x} com $Q = -\hat{q}$, $R = -\hat{r} + 1$ então o termo adicional do lagrangiano é $\Delta L = -\gamma \left(\varphi^* \varepsilon^{\alpha\beta} \hat{\Psi}_\alpha \hat{x}_\beta + c.c. \right)$.

Acoplando φ^* em lugar de φ significa que o vórtice vê-se como um anti-vórtice. Como resultado, o modo zero transversal tem autovalor de $i \gamma^1 \gamma^2$ oposto e viaja na direção oposta.

Suponhamos um campo de Dirac $\Psi(z, t)$ que vive na corda interagindo com um potencial eletromagnético A_μ que é função das quatro coordenadas. A ação é

$$I = -\frac{1}{4} \int d^3x dt F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \int dz dt \bar{\Psi}(z, t) i \gamma^i D_i \Psi(z, t) \quad , \quad (4.12)$$

com $D_i\Psi = (\partial_i + ieA_i)\Psi$, onde $i = 0, 3$.

Podemos bosonizar o termo fermiônico usando um campo escalar $\varphi(z, t)$ que vive na corda, tal que $\bar{\Psi}\gamma^i\Psi = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\varepsilon^{ij}\partial_j\varphi$, com o que uma corrente de Noether é equivalente a uma topológica e

$$I = -\frac{1}{4} \int d^3x dt F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \int dz dt \left(\frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z} \right)^2 - \frac{q}{\sqrt{\pi}} A_i \varepsilon^{ij} \partial_j \varphi \right) , \quad (4.13)$$

que integrando por partes dá

$$I = -\frac{1}{4} \int d^3x dt F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \int dz dt \left[\frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z} \right)^2 - \frac{q}{\sqrt{\pi}} \varphi E \right] , \quad (4.14)$$

onde $\partial_i A_j \varepsilon^{ij} = E$ é a componente do campo elétrico tangente à corda na direção de z .

A equação de Euler-Lagrange para φ é $\partial_i \partial^i \varphi + \frac{q}{\sqrt{\pi}} E = 0$, de maneira que a corrente $X^i = \partial^i \varphi + \frac{q}{\sqrt{\pi}} \varepsilon^{ij} A_j$ conserva-se. Consideremos o comportamento do campo φ em presença de um campo E (independente de z) externo. A equação para φ é

$$\ddot{\varphi} + \frac{q}{\sqrt{\pi}} E = 0 . \quad (4.15)$$

Como a corrente eletromagnética ao longo da corda é $J = -q\bar{\Psi}\gamma^3\Psi = -\frac{q}{\sqrt{\pi}} \dot{\varphi}$

$$\frac{dJ}{dt} = \frac{q^2}{\pi} E . \quad (4.16)$$

Esta equação significa que a corda é supercondutora. Se um campo elétrico E é aplicado durante um tempo T , forma-se uma corrente $q^2 \frac{ET}{\pi}$. Esta corrente permanece ainda se o campo elétrico desaparece depois do tempo T . Em contraste, para um arame de condutibilidade finita σ , a corrente é $J = \sigma E$ e desaparece, depois de um certo tempo

característico, se E desaparece (Lei de Ohm).

Para explicar a Eq.(4.16) consideremos a corda antes de lhe aplicar o campo elétrico. No estado fundamental, (ver Fig.4-1) os estados fermiônicos de energia negativa estão cheios e os estados de energia positiva estão vazios, isto é assim para os móveis esquerdos e direitos. Aplicando um campo elétrico E ao longo da corda (na direção $+z$), pode ser representado por um potencial eletrostático $V = -Ez$. Em presença do campo, os férmions tipo esquerdo ou tipo direito continuam viajando para a esquerda ou para a direita à velocidade da luz. Então, para uma partícula tipo direita de carga q , a aplicação de um campo elétrico E na direção $z > 0$ aumenta o momento na relação $\frac{dp}{dt} = qE$. Quer dizer que o momento das partículas tipo direita crescerá, enquanto que o das tipo esquerda decrescerá. Assim, o campo elétrico E causa deslizamentos para cima e para baixo no mar de Dirac.

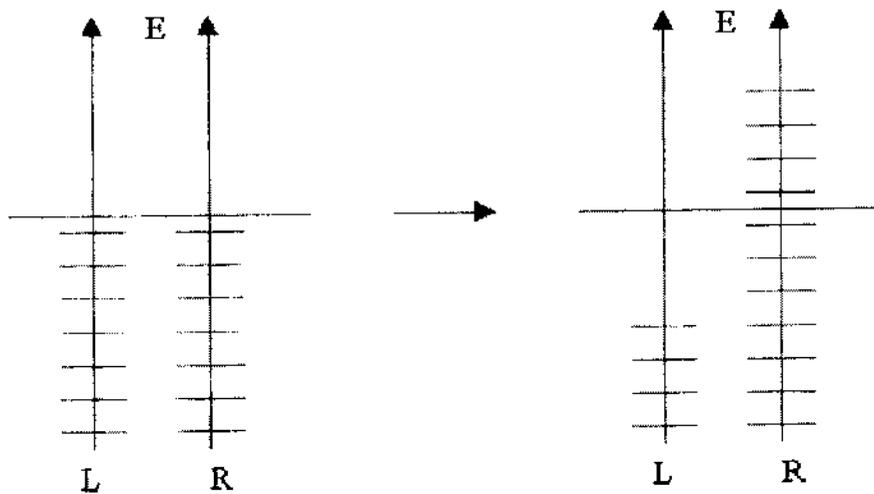


Figura 4-1: Geração de partículas tipo direito e buracos tipo esquerdo por deformação do mar de Dirac de moios zero.

Esta perturbação do vácuo de Dirac produz a criação de férmions tipo direito e buracos tipo esquerdo. Dada a densidade de estados unidimensional $\frac{1}{2\pi}$, o número de partículas

por unidade de comprimento n produzidas a um tempo t é $n = \frac{qEt}{2\pi}$.

A variação da densidade de carga por unidade de tempo na corda é

$$\frac{dQ}{dLdt} = \frac{E}{2\pi} \left[\sum_r q_r^2 - \sum_l q_l^2 \right] . \quad (4.17)$$

A carga elétrica se conservará só se $\sum_r q_r^2 = \sum_l q_l^2$.

Com o campo elétrico na direção positiva teremos partículas tipo direito viajando em $+z$ e buracos tipo esquerdo em $-z$. Portanto as partículas tipo direito e antipartículas tipo esquerdo induzidas têm contribuições iguais e opostas à densidade de carga, mas juntas se combinam para criar uma corrente elétrica total

$$J = \frac{q^2 Et}{2\pi} , \quad (4.18)$$

onde $q^2 = \sum_r q_r^2 + \sum_l q_l^2$.

O crescimento da corrente é proporcional ao campo elétrico aplicado E . Isto é característico de um arame supercondutor como se há dito.

4.2 Vórtens e seu decaimento

Os laços fechados supercondutores estáveis se denominam vórtens [13]. Sua densidade, massa, comprimento e probabilidade de decaimento quântico dependem da coincidência ou não das escalas de formação da corda e a aparecimento de supercondutividade nela[14]. Se ambas as escalas coincidirem em m_X a densidade de vórtens é

$$n_V \simeq \left(\frac{m_X}{m_{PL}} \right)^{\frac{3}{2}} T^3 , \quad (4.19)$$

sua energia $E_V \simeq Nm_X$, raio $R \simeq N m_X^{-1}$ e o número de portadores $N \sim 10$ se $m_X \sim 10^{16}$ GeV. Se a escala de supercondutividade é menor do que a de formação, a densidade é menor e os vórtens são mais estáveis para o decaimento quântico.

A densidade da Eq.(4.19) daria hoje uma energia muito maior do que a observada, em um sentido similar ao dos monopolos, se não haver um colapso de vórtens por alguma razão.

A energia de uma configuração de laço supercondutor[15] com raio R é aproximadamente

$$E = 2\pi\mu R + 2\pi \frac{1}{\Sigma} \frac{N^2}{R} = E_{corda} + E_{portadores} \quad , \quad (4.20)$$

onde Σ é um coeficiente adimensional que resulta da integral sobre a seção da corda e a tensão da corda é $\mu \sim m_X^2$.

Para entender o segundo termo podemos pensar em um esquema do vórtion como na Fig.(4-2).

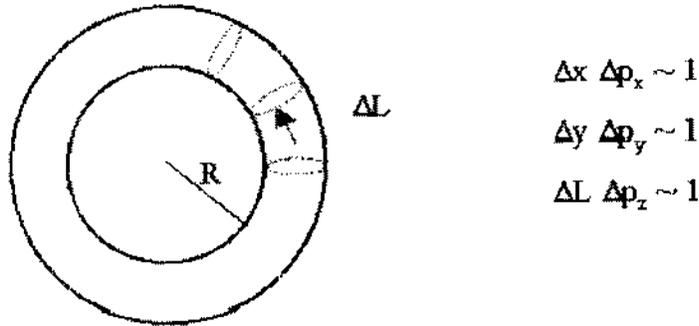


Figura 4-2: Incerteza de férmions para dar contribuição cinética á energia do vórtion.

Temos N férmions sem massa na corda. Como $\Delta p_z \sim p_z \sim \frac{1}{\Delta L}$ pelo princípio de exclusão de Pauli teremos N seções de corda, uma por cada férmion, e com $\Delta L \sim \frac{R}{N}$ a energia fermiônica será $E_f = \frac{1}{\Sigma} \frac{N^2}{R}$.

Podemos achar o raio para a configuração de mínima energia, correspondente ao estado do vórtion, através do método variacional, do qual se obtém $R = \frac{N}{\sqrt{\mu\Sigma}}$. Substituindo na energia,

$$E = 4\pi N \left(\frac{\mu}{\Sigma} \right)^{\frac{1}{2}} . \quad (4.21)$$

A dinâmica da formação e evolução dos vórtions é bastante complicada. Se pensarmos que a propriedade supercondutora pode adquirir-se no período de fricção do GUT das cordas, a densidade de vórtions é grande e muitos deles devem colapsar para evitar o aumento excessivo da densidade do universo.

Ao baixar a temperatura à escala eletrofraca $\sim 100\text{GeV}$ podem desaparecer os modos zero para os férmions pesados F de escala GUT , por isso estes já não precisam estar dentro da corda.

Os vórtions curtos, mais abundantes, chegam a colapsar durante a transição eletrofraca que dura $\sim 10^{-10}\text{seg}$. Durante o correspondente processo de não equilíbrio emitem os férmions pesados F que podem dar lugar à simetria matéria-antimatéria[16] compatível com a nucleosíntese primordial.

Para nosso mecanismo baseado em vórtions que descreveremos no Cap.4, é necessário que os compridos sobrevivam à transição eletrofraca para chegar até nossos dias e poder produzir $UHECR$. Isto é possível porque sendo mais compridos, antes de que colapsem podem recuperar sua estabilidade, já que como conseqüência da quebra espontânea eletrofraca, os férmions normais f adquirem massa (leve) fora da corda, por isso se refugiam dentro onde correspondem a modos zero e estabilizam a estes vórtions remanescentes. Os vórtions compridos, embora têm uma probabilidade quântica de emitir partículas. Agora nos interessa a emissão de partículas X , bósons, já que por ter $m_X \sim 10^{15}\text{GeV}$ podem originar raios cósmicos de alta energia.

Devemos ter em conta ademais a relação de populações requerida para nossos fins entre os vórtions compridos, necessários para $UHECR$, e os curtos. Esta relação é muito maior

que a que corresponde aos fatores de Boltzmann considerados como uma simples medida de sua produção térmica. Para uma avaliação mais cuidadosa das populações deve-se ter em conta diferentes contribuições, todas a favor dos vórtens comprimidos: i) o fato de que os vórtens são o mínimo da energia dos protovórtens, a qual está amplamente mais dispersa para os comprimidos, ii) o fato de considerar que em certo modo os objetos produzidos termicamente são laços ordinários que posteriormente incorporam os portadores, portanto o fator de Boltzmann para produzir um vórtion final favorece relativamente aos comprimidos, iii) finalmente, e provavelmente o efeito mais importante, é o da entropia já que os laços "torcidos" que dão origem aos vórtens planos são muito mais numerosos quando são comprimidos.

Os vórtens são estáveis classicamente, mas não necessariamente do ponto de vista quântico.

A estabilidade dos vórtens se deve ao impulso angular dos portadores que giram dentro deles produzindo a corrente supercondutora. É possível que deixem de ser estáveis à temperatura eletrofraca $\sim 100 \text{ GeV}$, para a qual os modos zero adquiririam massa e então começaria a contração do vórtion.

O decaimento quântico do vórtion pode-se entender como um efeito túnel para a emissão de uma partícula por vez e pode descrever-se através do instanton, que reduz seu raio.

Começemos por descrever o instanton em Mecânica Quântica em uma dimensão.

Nos casos nos que os modelos têm uma estrutura de vácuo complicada (como mostra a Fig.4-3), existe a possibilidade de transições entre estados com vácuos diferentes. A temperatura zero, essas transições são através do efeito túnel e se podem descrever mediante os instantons, soluções de ação finita das equações de campo Euclidianas.

Entre os pontos A e B da Fig.(4-3), não existe solução clássica.

A integral de caminhos de Feynman, dá o efeito túnel através da soma de todas as trajetórias $x(t)$

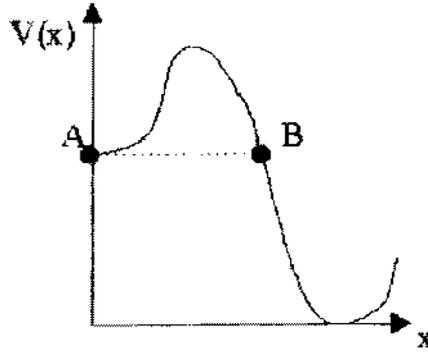


Figura 4-3: Efeito túnel em Mecânica Quântica.

$$\int \mathcal{D}_x e^{iS[x]/\hbar}, \quad (4.22)$$

onde \mathcal{D}_x representa as possíveis trajetórias, e o expoente têm que ver com o peso de cada uma delas.

Como não há uma trajetória clássica que minimize a ação, convém passar à métrica de Euclides tomando um tempo imaginário $t = -i\tau$, com τ real.

O lagrangiano se modifica,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - V = -\frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{d\delta} \right)^2 - V = -\mathcal{L}_E$$

Para o expoente na Eq.(4.22)

$$\frac{i}{\hbar} S[x] = \frac{i}{\hbar} \int (-i) d\delta (-\mathcal{L}_E) = -\frac{1}{\hbar} S_E \quad . \quad (4.23)$$

Desta forma, S_E corresponde a um potencial $-V$ e há uma solução clássica que começa em $x = 0$, vai para o outro mínimo (agora máximo), e volta para $x = 0$.

Esta trajetória \bar{X} , instanton, minimizará a ação e a probabilidade de tunelamento por unidade de tempo será $\Gamma \sim W_f e^{-S_E(\bar{X})/\hbar}$, onde $W_f^2 = \frac{1}{m} \frac{d^2V(0)}{dx^2}$ é a frequência de

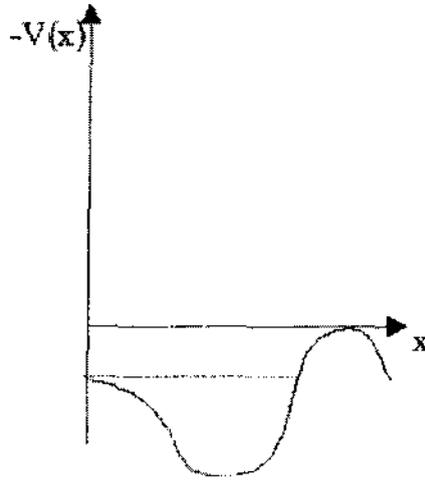


Figura 4-4: Instanton em métrica de Euclides.

oscilação ao redor do falso vácuo e pode ser introduzida por razões dimensionais, já que caracteriza o estado inicial.

Passamos agora ao instanton para o vórtion. Tomamos a aproximação de considerar o vórtion plano, porque assim é bidimensional. O que se terá que calcular é a ação euclideana, que é o mesmo que a energia em três dimensões.

Se terá que estimar a diferença em relação à situação na qual o vórtion não decaí que corresponderia à energia de um tubo de raio constante.

A configuração que dá o decaimento é em troca a de um tubo que se contrai segundo a terceira dimensão z , que corresponde ao tempo euclideano, para passar de um vórtion N a um $N - 1$ em um intervalo da ordem do comprimento Compton $\frac{1}{m_X}$ da partícula emitida.

A contribuição mais importante à diferença de energia está dada pela variação do campo de Higgs do *GUT* concentrado na espessura δ , cuja ação euclideana é

$$S_E \simeq 2 \int \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \delta \, dx \, dy \, dz \quad , \quad (4.24)$$

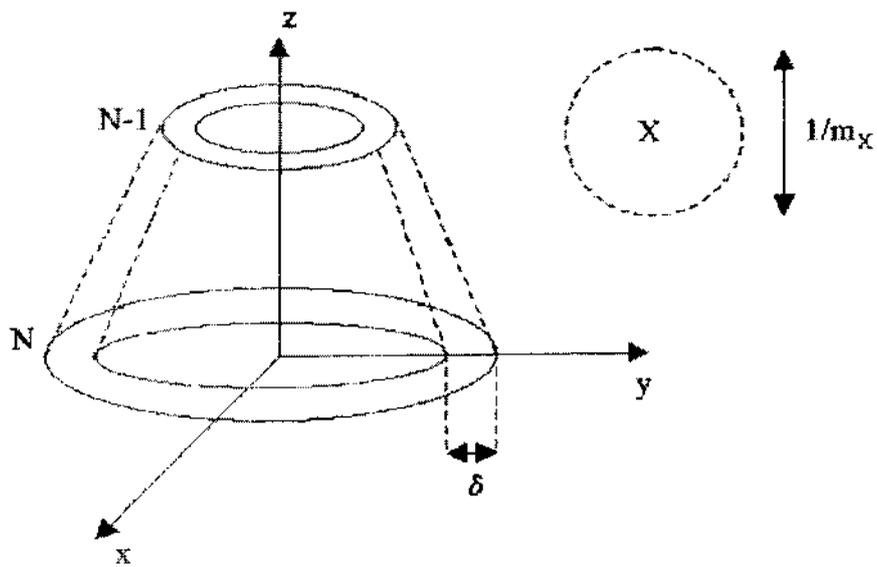


Figura 4-5: Emissão de uma partícula X descrita através do instanton. A contribuição mais importante à diferença de energia está dada pelo campo de Higgs de GUT concentrado na espessura δ (que vem de minimizar a energia).

onde δ foi introduzido para considerar o vórtice plano.

A espessura δ vem de minimizar a energia do vórtice. A energia μ está determinada pela corda GUT recoberta de campos eletrofracos

$$\mu = \int dx dy \Delta V + \int dx dy B^2 = \Delta V \delta^2 + B^2 \delta^2 = \lambda \eta_{GUT}^4 \delta^2 + \frac{1}{\delta^2} \quad . \quad (4.25)$$

O parâmetro λ está relacionado com a massa da partícula φ .

Como $V = \lambda(\varphi^2 - \eta_{GUT}^2)^2$, $\Delta V = \lambda \eta_{GUT}^4$. O fluxo no vórtice é $B\delta^2 \simeq 1$. Minimizando o fluxo μ , $\frac{d\mu}{d\delta^2} = \lambda \eta_{GUT}^4 - \frac{1}{(\delta^2)^2} = 0$ que dá $\delta^2 = \frac{1}{\lambda^{\frac{1}{2}} \eta_{GUT}^2} \sim \frac{1}{m_X^2}$

Tomando $\frac{\partial\varphi}{\partial z} \simeq \frac{\Delta\varphi}{\Delta z}$, $\Delta\varphi \simeq \eta_{GUT}$ (posto que este é o valor para o falso vácuo do GUT), $\Delta z \simeq \frac{1}{m_X}$ (porque a aparição de uma partícula X corresponde a um tamanho na direção z da ordem de seu comprimento de Compton). Como $L \simeq \frac{N}{m_X}$, com N número de portadores,

$$S_E \sim \frac{(\Delta\varphi)^2}{\Delta z} \delta L \delta \sim 2N \quad . \quad (4.26)$$

A vida média para a emissão de um X é, sendo a massa do vórtice $m_V \sim Nm_X$

$$\tau \sim \frac{1}{m_V} e^{S_E} \sim \frac{1}{Nm_X} e^{2N} \quad . \quad (4.27)$$

4.3 Colares e sua dinâmica

Os monopolos podem conectar-se com as cordas. Se a quebra que der origem aos monopolos segue-se com a quebra do $\tilde{U}(1)$ remanescente

$$G \dashrightarrow H \times \tilde{U}(1) \longrightarrow H \times Z_2 \quad , \quad (4.28)$$

então na segunda transição de fase cada monopolo M fica preso entre duas cordas, com seu fluxo magnético canalizado ao longo das mesmas. Como resultado, originam-se os colares, que se assemelham a cordas cósmicas ordinárias com monopolos e antimonopolos jogando o rol de contos.

A massa do monopolo m e a tensão da corda μ estão determinadas pelas escalas de quebra da simetria correspondentes, η_s e η_m ($\eta_m > \eta_s$): $m \sim \frac{\eta_m}{c}$, $\mu \sim \eta_s^2$. Aqui e é a constante de acoplamento de $\tilde{U}(1)$. A massa por unidade de comprimento da corda é igual a sua tensão μ . Cada corda conectada a um monopolo "puxa dele" com uma força μ na direção da corda.

O raio do monopolo δ_m e a grossura da corda δ_s são tipicamente da ordem $\delta_m \sim (e\eta_m)^{-1}$, $\delta_s \sim (e\eta_s)^{-1}$.

Os monopolos se formam a temperatura $T_m \sim \eta_m$. Sua separação inicial média d , pode estender-se de δ_m (para uma transição de fase de segunda ordem) ao tamanho do horizonte (para uma transição de fase fortemente de primeira ordem). Os monopolos se diluem devido à expansão do universo, de maneira que d aumenta como $d \propto T^{-1}$.

Como as duas cordas associadas aos monopolos estão puxando dele com igual força, não há probabilidade de que algum seja capturado por um antimonopolo próximo no mesmo colar, a menos que sua separação seja comparável à grossura da corda δ_s .

Uma quantidade importante para a evolução dos colares é a relação adimensional $r = \frac{m}{\mu d}$. A massa ou energia média por unidade de comprimento dos colares é $(r + 1)\mu$. Se $r \gg 1$ dominam os monopolos na densidade de energia do colar.

Posto que $m \simeq \frac{\eta_m}{c}$, $\mu \simeq \eta_s^2$ e $d > \delta_m \sim \frac{1}{e\eta_m}$ então $r < \frac{\eta_m^2}{\eta_s^2}$. Quer dizer que se $r \simeq 10^6$, $\eta_m > 10^3 \eta_s$. Alternativamente se $d > \delta_s \sim \frac{1}{e\eta_s}$, então $\eta_m > 10^6 \eta_s$.

Supomos que os colares evoluíam para um regime de escala no que o comprimento de correlação (separação entre cordas largas) $\xi \propto t \sim H^{-1}$ (tempo do Hubble) que também

dará o raio de curvatura.

Como a tensão da corda é μ , a força por unidade de comprimento é $\frac{\mu}{\xi} = [(r+1)\mu] a$ onde para movimento não-relativista a é a aceleração.

Aproximamos $a \sim c/e$. Tomando $\xi \sim a t^2$, $\xi \sim \frac{1}{(r+1)^{\frac{1}{2}}} t$, quer dizer, quando um colar colapsou contraiu-se em um comprimento ξ que é tanto maior quanto maior é t .

Hoje $\xi_0 \sim \frac{1}{(r+1)^{\frac{1}{2}}} t_0 \sim \frac{1}{(r-1)^{\frac{1}{2}}} 3 \times 10^3 \text{ Mpc}$, logo se $r \sim 10^6$, $\xi \sim 3 \text{ Mpc}$ bastante menor que a distância relacionada com o *cutoff* GZK.

Por outra parte, a velocidade típica do colar é aproximadamente $\frac{1}{(r+1)^{\frac{1}{2}}}$ que é pequena para r grande, o qual significa que os colares se contraem lentamente e é consistente com que tenhamos considerado equação de movimento não-relativista.

Há um limite $r^2 \mu \sim 10^{28} \text{ GeV}^2$ para não superar a radiação γ difusa observada. Se $r \sim 10^6$ então $\mu \sim 10^{16} \text{ GeV}^2$ o que implica $\eta_s \sim 10^8 \text{ GeV}$ bastante pequena mas consistente com $\eta_m > 10^6 \eta_g$.

Para calcular o número de partículas X que se produzem por aniquilação $M\bar{M}$ dos colares a estimativa sai de que a densidade de energia dos colares é $(r+1) \frac{\mu}{\xi^2} = \frac{r\mu}{\xi^2}$ para r grande. Se o colar desaparecer no tempo t a energia liberada por unidade de volume e de tempo é $\frac{r\mu}{\xi^2 t} \simeq \frac{r^2 \mu}{t^3}$. Se toda se transformar em X o número destas partículas produzidas por unidade de tempo e de volume será

$$\frac{dn_X}{dt} \simeq \frac{r^2 \mu}{t^3 m_X} ,$$

que portanto depende de r^2 , μ e m_X .

Capítulo 5

Dinâmica de cordas e densidade de vórtens

A dinâmica que dá a densidade de vórtens necessária para *UHFCR* consiste em várias etapas. Primeiro de tudo, discutiremos a possível densidade de vórtens por cima da temperatura de transição eletrofraca.

Para a formação de vórtens há quatro temperaturas[25]: Produção de cordas ordinárias T_X , aparição da supercondutividade T_σ , incorporação de portadores fermiônicos pelos laços dando os protovórtens T_f , eliminação de excesso de energia pelo relaxamento até configurações classicamente estáveis T_r . Tomaremos a alternativa de que a supercondutividade, quer dizer, os modos zero da equação de Dirac no plano $x - y$ em presença de campos de corda bosônicos, aparecem na mesma transição de fase onde as cordas são geradas pelo mecanismo de Kibble $T_\sigma = T_X$. Isto permite a possibilidade de produzir a assimetria matéria-antimatéria [16] através do colapso da maioria dos vórtens. A densidade, em número, dos protovórtens formados a temperatura T_f é[26]

$$n(T_f) \simeq \frac{1}{[\xi(T_f)]^3} \quad , \quad (5.1)$$

onde ξ é o comprimento abaixo do qual estruturas de menor escala serão suavizadas pelo

amortecimento devido à fricção. Uma vez que os vórtens se formaram, a evolução da sua densidade corresponde a partículas quase-estáveis em um universo em expansão e está relacionada com a dos protovórtens que os originam

$$n_V(T) = n(T_f) \left(\frac{T}{T_f} \right)^3 . \quad (5.2)$$

Se os vórtens se formassem[27] na etapa de fricção das cordas de Kibble produzidas em uma transição de fase de *GUT* a escala T_X , ξ seria uma espécie de média entre o tempo de amortecimento da corda $\tau_d \simeq \frac{T_X^2}{T^3}$ e o tempo de Hubble $H^{-1} \simeq \frac{m_{pl}}{T^2}$, quer dizer

$$\xi \simeq \sqrt{\tau_d H^{-1}} = (m_{pl})^{\frac{1}{2}} \frac{T_X}{T^{\frac{5}{2}}} . \quad (5.3)$$

A estimativa do tempo de amortecimento da corda anterior vem de

$$\tau_d \sim \frac{1}{\delta^2 d_p} \sim \frac{1}{T_X^2 T^3} = \frac{T_X^2}{T^3} ,$$

onde δ^2 corresponde à seção da corda e d_p à densidade do plasma. Tem que ver com o fato de que a maior seção e maior densidade do plasma, mais fricção e portanto menor τ_d .

Considerando fricção, $\tau_d < H^{-1}$ deve ser

$$\frac{T_X^2}{T^3} < \frac{m_{pl}}{T^2} \implies T > \frac{T_X^2}{m_{pl}} .$$

Como tomamos $T_\sigma = T_X$, a temperatura corresponderá à etapa de fricção se o tempo necessário para que os férmions sejam absorvidos pela corda formando protovórtens é curto. Ainda mais, o intervalo posterior que libera o excesso de energia para alcançar o raio ótimo dos vórtens estabilizados deve preservar esse regime de fricção para evitar a

radiação dos protovórtens ainda não estáticos.

Se isto ocorrer, das Eqs. (5.1), (5.2) y (5.3)

$$n_V(T) = \left(\frac{T_f}{m_{Pl}}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{T_f T}{T_X}\right)^3, \quad (5.4)$$

e como T_f é próximo a T_X , a densidade

$$n_V(T) \simeq \left(\frac{T_f}{m_{Pl}}\right)^{\frac{3}{2}} T^3 \quad (5.5)$$

é suficiente para produzir a assimetria matéria-antimatéria esperada $\frac{n_B}{s} \sim 10^{-10} - 10^{-11}$ se a maioria dos vórtens colapsa na transição eletrofraca [16], onde n_B é a densidade bariônica e s a da entropia.

No caso quiral que corresponde a nossos portadores fermiônicos, o número dos mesmos no laço é[26]

$$N \simeq \xi T_X \implies N \approx \left(\frac{m_{PL}}{T_X}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.6)$$

por isso para a escala de GUT $T_X \sim 10^{16} GeV$, os vórtens mais abundantes têm da ordem de $N \sim 10$ portadores.

De acordo com algumas aproximações[28], é difícil que os vórtens possam formar-se na etapa de fricção da dinâmica das cordas. Usaremos um modelo simplificado para estimar T_f e T_r e verificaremos que estão na etapa de fricção [29].

5.1 Protovórtens

Adotando o critério fenomenológico de olhar quando os férmions podem ser absorvidos por uma corda de Kibble para dar lugar a um protovórton antes de que o laço colapse,

a velocidade de sua incorporação pode ser estimada por

$$\frac{dn_i(t)}{dt} = \alpha n_0 \quad , \quad (5.7)$$

onde n_0 é a densidade fermiônica fora. Supomos que o processo é o suficientemente rápido para não ter em conta a expansão do universo e ademais consideramos o número de férmions que se incorporam à corda como fixo.

A densidade de férmions fora da corda corresponde a modos de radiação na escala do *GUT*, $n_0 \sim T_X^3$.

Necessitamos que a densidade dentro da corda passe desde zero, no tempo de formação da corda de Kibble ($t = 0$) até um valor final n_i tal que $n_i \frac{L_P}{T_X} \simeq N$ onde L_P e $\frac{1}{T_X}$ são o comprimento e largura do protovórtion respectivamente. Este valor final corresponde a férmions viajando em uma direção devido à flutuação de um campo de tipo elétrico que interage com eles. A probabilidade por unidade de tempo de absorção de férmion $\alpha = \alpha_0 \sqrt{1 - v^2}$ incluirá o fator de Lorentz para a dilatação do tempo devido à velocidade v de contração do laço o qual é qualitativamente consistente com a afirmação de que a formação de vórtions é mais difícil para velocidades grandes[28]. A probabilidade de absorção no sistema em repouso deve ser $\alpha_0 = hm_X$ porque a mesma cresce com a diferença entre a massa do férmion fora devido à quebra da simetria na escala *GUT* e seu valor zero dentro da corda que favorece sua incorporação ali. h é um parâmetro livre presumivelmente menor que 1 se a massa do férmion exótico é menor que a do bóson de calibre como ocorre para a maioria dos férmions comparados aos bósons eletrofracos.

Então, integrando a Eq.(5.7) com $n_i \simeq N \frac{T_X^2}{L_P}$, temos

$$\frac{N}{L_P} = h m_X^2 \int_0^{\Delta t} dt \sqrt{1 - v^2} \quad , \quad (5.8)$$

para Δt menor que o tempo de colapso da corda.

Posto que consideramos N fixo, quanto maior seja L_P menor será o tempo Δt para

formar o protovórtion e presumivelmente menor será a velocidade v do mesmo devido á sua massa maior.

Como o protovórtion deve posteriormente perder o excesso de energia para estabilizar-se como vórtion de comprimento $L_V = \frac{N}{m_X}$, o comprimento original da corda será $L_0 > L_P > L_V$. Quer dizer, temos três comprimentos: o da corda que começa a absorver L_0 , o do protovórtion que incorporou N férmions L_P e o do vórtion estabilizado L_V .

A corda inicial está em repouso, contrai-se pela tensão $\mu = m_X^2$, que é também a energia por unidade de comprimento de acordo a

$$-m_X^2 = \frac{d}{dt} (Ev) \quad . \quad (5.9)$$

Posto que $E = L m_X^2$ e $v = \frac{dL}{dt}$, resulta

$$\frac{v dv}{1 + v^2} = -\frac{dL}{L} \quad . \quad (5.10)$$

Integrando (5.10) obtém-se a relação entre v e L ,

$$\frac{L}{L_0} = \frac{1}{(1 + v^2)^{\frac{1}{2}}} \quad . \quad (5.11)$$

Inserindo isto na Eq.(5.8), $\frac{N}{L_P} = h m_X^2 \int_{L_0}^{L_P} dL \left[\frac{2L^2 - L_0^2}{L_0^2 - L^2} \right]^{\frac{1}{2}}$ que pode-se reescrever como

$$\frac{2}{N} = h \lambda_0^2 \frac{L_P}{L_0} I \quad , \quad (5.12)$$

onde $\lambda_0 = \frac{L_0}{L_V}$, $I = \int_0^{\pi - 2 \arcsin(\frac{L_P}{L_0})} dz (\cos z)^{\frac{1}{2}}$.

O procedimento para avaliar (5.12) é escolher o valor de h e tomar $N = 10$. Considerando um comprimento inicial λ_0 , obtemos $\frac{L_P}{L_0}$ e logo a velocidade do protovórtion que deverá ser consistente com o seguinte passo para determinar assim λ_0 .

Isto corresponde ao intervalo entre protovórtion e vórtion. Quando o protovórtion é plano, a energia é

$$E = \mu \cdot L + \frac{N^2}{L} , \quad (5.13)$$

onde o primeiro termo corresponde à contribuição de Kibble e o segundo à energia cinética dos portadores fermiônicos. Os vórtions são laços classicamente estáveis correspondentes ao mínimo de E .

Porém por cima da energia E do estado fundamental da corda, para o protovórtion se devem somar as energias correspondentes à possibilidade de N torcimentos. Devemos considerar a energia do campo de Higgs e a que provém da corrente dentro da corda, que provavelmente predomina, de maneira que propomos como energia de torcimento

$$E_t = e \frac{N}{L - L_V} , \quad (5.14)$$

porque para $L \gg L_V$ é razoável que esta energia corresponda à corrente, sendo e a carga do portador. Quando $L \rightarrow L_V$, $E_t \rightarrow \infty$, indicando que só é possível o estado plano do vórtion. Como consequência, o cálculo termodinâmico da minimização da energia livre total $F_{tot} = E + F$ deve fazer-se com $F = -T \ln Z$.

Consideramos $F_{total} = E(L) + F(L)$, sendo $E(L)$ a dada na Eq.(5.13). Para a função de partição do protovórtion, para N portadores suponho que o laço tem N encadeie direitos ou torcidos, quer dizer um total de 2^N estados.

A função de partição será $Z = \sum_{m=0}^N \binom{N}{m} e^{-\frac{mE_t}{T}}$, onde $\binom{N}{m} = \frac{N!}{m!(N-m)!}$, com m número de torcimentos.

$F_{tor}(L)$ é uma função que tem em conta que o protovórtion não é um sistema fechado já que vai perdendo parte de sua massa.

A equação para a mudança de energia livre é

$$dF = -p dV - SdT + \hat{\mu}dL \quad . \quad (5.15)$$

onde $\hat{\mu}$ é o potencial químico do protovórtion porém, sendo o último termo equivalente a $-dE$, a minimização da energia livre total envolve somente a variação da função de partição dos torçimentos. Ademais, o termo $-SdT$ é desprezível porque corresponde ao reaquecimento produzido pela desapareição de um pedaço de protovórtion que se transforma em radiação, porém nesta etapa a densidade de protovortions é muito menor que a de radiação, por isso o reaquecimento será pequeno.

Desta forma

$$dF_{total} = -pdV \quad , \quad (5.16)$$

que é equivalente a

$$-dF_{total} = d(Ev) \quad v = T d \ln Z(L) \quad . \quad (5.17)$$

Esta equação resolve numericamente com a condição de que ao final, quando se alcança a estabilização do vórtion, $v = 0$. Tomando $e \simeq 0.3$, a função de partição é avaliada para as duas contribuições $\tilde{N}E_t < T$ e $(\tilde{N} + 1)E_t > T$, sendo $Z = Z_1 + Z_2$, com

$$\begin{aligned} Z_1 &= \sum_{m=0}^{\tilde{N}} \binom{N}{m} \left(1 - m \frac{E_t}{T}\right) \\ Z_2 &= \sum_{m=\tilde{N}+1}^N \binom{N}{m} e^{-\frac{mE_t}{T}} \simeq \binom{N}{\tilde{N}+1} e^{-(\tilde{N}+1)\frac{E_t}{T}} + \dots \end{aligned} \quad (5.18)$$

Assim voltamos atrás passo a passo obtendo a velocidade para cada possível compri-

mento de protovórtion, através da equação $T d \ln Z(L) \simeq d[E(L)v]v$.

Como dissemos antes, o final da absorção de férmions deve juntar-se com o começo do processo de estabilização de protovórtions. Na Fig.(13), mostram-se os dois casos de $h = \frac{1}{5}$ e $h = \frac{1}{13}$.

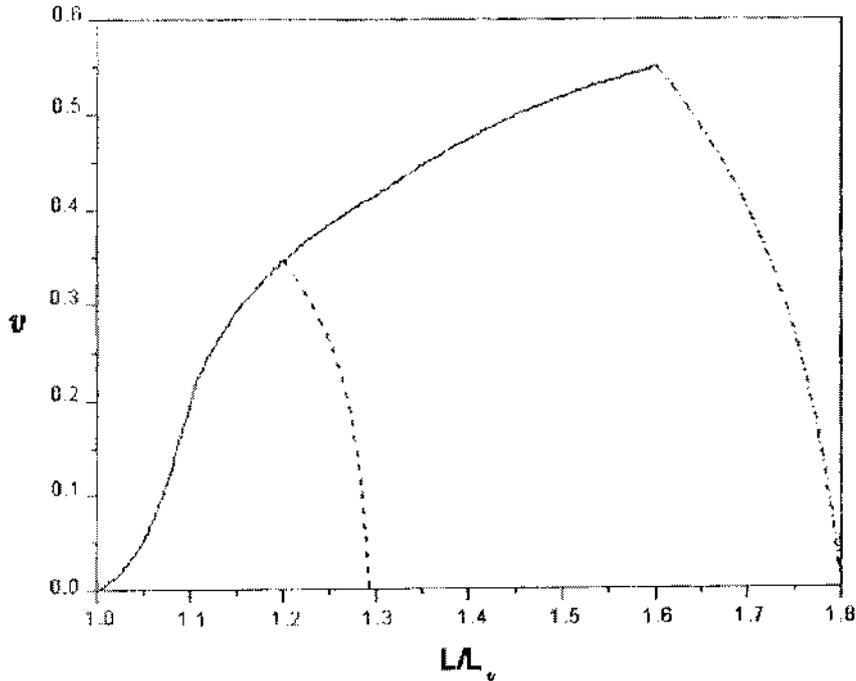


Figura 5-1: Velocidade de contração de laço v antes de que o vórtion alcance o tamanho L_V . A linha contínua representa a estabilização do protovórtion. As linhas $- - -$ e $\cdot - \cdot - \cdot$ dão a formação do protovórtion com o coeficiente de absorção de portadores $h = \frac{1}{5}$ e $h = \frac{1}{13}$ respectivamente.

Destas curvas o intervalo total de tempo da formação da corda de Kibble até o nascimento do vórtion estabilizado pode obter-se, usando $v = \frac{dL}{dt}$. Assim

$$\Delta t_{total} = L_V \int_1^{\lambda_0} \frac{1}{|v|} d \left(\frac{L}{L_V} \right) \quad (5.19)$$

Os resultados são respectivamente $\Delta t_{total} = 3.2 \times 10^{-38} \text{seg}$ e $4.5 \times 10^{-38} \text{seg}$ para os

dois casos de h .

Desta forma, como o tempo depois do big-bang da transição de GUT é ao menos 10^{-36}seg , o intervalo de tempo para a formação de vortons é pequeno, de maneira que $T_i \simeq T_f \simeq T_X$ e podemos tomar a densidade

$$n_V(T) \simeq \left(\frac{T_X}{m_{Pl}} \right)^{\frac{3}{2}} T^3, \quad (5.20)$$

simplificando assim a dada pela Eq.(5.5).

5.2 Dinâmica de vórtens

O próximo passo é analisar que passa com os vórtens, cuja densidade evolui com a equação (5.20) para $n_V(T)$, quando o universo se esfriou até a temperatura T_{EW} da transição eletrofraca. Se o modelo de GUT é tal que os modos zero para os quarks pesados desaparecem, a maioria dos vórtens colapsa e o processo de não equilíbrio pode permitir a produção da assimetria matéria-antimatéria necessária para a nucleosíntese[16]. Porém se todos os vórtens perdem seus modos-zero instantaneamente o reaquecimento seria tão grande que a bariogênese resultaria muito diluída[30].

A velocidade de desestabilização dos vórtens depende do modelo, e presumivelmente se deve à mistura do mecanismo de Higgs no GUT com o da escala EW onde a última é responsável pela perda dos modos zero que permitem que os férmions exóticos sejam estáveis dentro da corda. Assim, é provável que, sendo a velocidade do decaimento do férmion fora da corda $\sim \alpha_{GUT} m_X$, a velocidade de desestabilização do vórtion seja devida a uma pequena mistura no estado quântico resultando

$$\gamma \sim \alpha_{GUT} m_X \left(\frac{T_{EW}}{T_X} \right)^2 \sim 11^{11} \text{seg}^{-1}, \quad (5.21)$$

que é menor que o parâmetro de Hubble no começo da transição EW suavizando assim consideravelmente o efeito de reaquecimento [16].

Também dependendo do modelo novos modos zero, esta vez correspondentes aos férmions ordinários, podem aparecer à temperatura EW . Então podem formá-los vórtens estabilizados por eles. Porém como os laços estão colapsando devido à perda dos modos zero originais, deve-se ver se os férmions ordinários conseguem ser absorvidos para alcançar a densidade requerida antes de que as cordas desapareçam. É compreensível que os vórtens sobreviventes sejam os mais longos.

A corda estará composta agora por bósons superpesados X em seu núcleo interno e por bósons eletrofracos na parte externa. O comprimento do núcleo interno é ainda $\frac{N}{m_X}$ e sua largura $\frac{1}{m_X}$ assim que a energia por unidade de comprimento do potencial de Higgs e as contribuições magnéticas de GUT são $\sim m_X^2$.

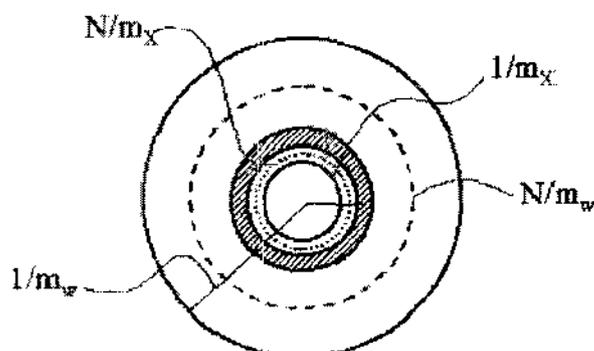


Figura 5-2: Esquema do vórtice com parte interna de escala GUT rodeada por contribuição de campos EW .

A parte externa tem uma largura $\sim \frac{1}{m_W}$ e conseqüentemente um comprimento $\frac{N}{m_W}$ de maneira que o potencial de Higgs e as contribuições magnéticas fracas serão $\sim m_W^2 \ll m_X^2$. A densidade dos férmions ordinários dentro dessa região deverá ser $n_i \sim m_W^3$.

Fora da corda, agora $n_0 \sim T_{EW}^3$. $\alpha = \alpha_0 \sqrt{1 - v^2} = hm_W \sqrt{1 - v^2}$ porém devido a que o vórtice já está formado, a velocidade v é pequena e $\alpha = hm_W$. Posto que a equação de

absorção é $\frac{dn_i(t)}{dt} = \alpha n_0$ integrando-a

$$\int_0^{n_i} dn_i = n_i \simeq hT_{EW}^4 \Delta t \quad , \quad (5.22)$$

se requer que Δt seja menor que o tempo de colapso τ_C . Como para férmions ordinários $h \sim 10^{-3}$ e $\tau_C \gtrsim \frac{N}{n_{EW}}$ porque toda a configuração da corda, incluindo sua parte eletrofraca, deve colapsar junta para evitar divergências de energia, a equação de n_i será satisfeita por cordas compridas com $N \sim 10^3$ e não pelos vórtens mais abundantes com $N \sim 10$.

A relação da densidade dos vórtens compridos $N_L \sim 1000$ que permitirám produzir *UHECR* e os mais curtos $N \sim 10$ que poderiam originar a bariogênese esperada, é

$$\frac{n_L(T)}{n_V(T)} \sim 10^{-27} - 10^{-28} \quad . \quad (5.23)$$

A justificação é a seguinte: se os vórtens forem o suficientemente estáveis depois da transição *EW*, $n_L = bT^3$, com b fixada para que a densidade de massa devida a vórtens $\rho_L = m_L n_L \simeq N m_X b T^3$ não supere a crítica $\rho_c \simeq 10^{-29} \frac{g}{cm^3}$. Para os vórtens curtos tinhamos $n_V = \left(\frac{T_X}{m_{pl}}\right)^3 T^3 \simeq 10^{-4.5} T^3$. Para os compridos $1000 m_X b T^3 \lesssim 10^{-29} \frac{g}{cm^3}$, $b \lesssim \frac{10^{-32}}{m_X} \frac{1}{T^3} \frac{g}{cm^3}$. De maneira que $b \lesssim 10^{-33} - 10^{-32}$, obtendo-se a Eq.(5.23).

É um assunto delicado explicar esta relação, a qual não pode estar relacionada com a que corresponde aos fatores de Boltzmann para vórtens a não ser mais razoavelmente a laços de Kibble no começo da aquisição de férmions, o qual significa que sua energia é a metade da dos vórtens do mesmo comprimento L de acordo á equação $E = \mu L + \frac{N^2}{L}$ dando uma relação que é ainda muito pequena.

Considerando os fatores de Boltzmann $e^{-\frac{E}{T}}$, a relação entre vórtens compridos e curtos é $\frac{n_L(T)}{n_V(T)} = \frac{e^{-1000}}{e^{-10}} \Rightarrow \frac{n_L(T)}{n_V(T)} \simeq 100^{-400}$, que resulta muito pequena.

Se supusermos que se formaram as cordas sem a incorporação de férmions, $\tilde{E} = \frac{E}{2} \Rightarrow \frac{n_L(T)}{n_V(T)} = \frac{e^{-500}}{e^{-5}} \simeq 10^{-200}$ também muito pequeno.

Se considerarmos a degeração, caso que o laço tenha N ondulações, $d_N = 2^N$ considerando uma cadeia de N objetos que podem ser horizontais ou verticais. Mas se apesar

das ondulações teremos a mesma energia, então $\frac{n_L(T)}{n_v(T)} = \frac{2^{1000} e^{-1000}}{2^{10} e^{-5}} \simeq 10^{95}$ que é enorme.

A verdade está no meio: a degeneração é menor que 2^N porque as ondulações aumentam a energia. Se tem-se em conta bem, pode-se explicar a Eq.(5.23).

5.3 Vórtens e GUT

Para construir uma corda de Kibble é necessário romper uma simetria abeliana $\tilde{U}(1)$ diferente da eletromagnética $U(1)$. Se o modelo for simplesmente

$$U(1) \times \tilde{U}(1) \rightarrow U(1) \quad , \quad (5.24)$$

uma corda infinita é estável. Mas se $\tilde{U}(1)$ está contido em um grupo G de GUT, uma simetria discreta Z_N do $\tilde{U}(1)$ contínuo deve permanecer não rota para evitar que os monopolos correspondentes cortem a corda e a façam instável. Isto depende do mecanismo de Higgs e em geral a simetria discreta não sobreviverá se o campo de Higgs corresponde á representação fundamental de G que é espinorial.

Por outro lado, a corda será supercondutora se um férmion adquire massa através de um Higgs que a envolve. As transições de fase posteriores causadas por diferentes campos de Higgs podem produzir a desapareição dos modos-zero anteriores responsáveis pela supercondutividade.

Se o grupo G é $SO(10)$ a quebra de $\tilde{U}(1)$ permite a formação de cordas com um número de enrolamento usando um ϕ_{16} , o que corresponde á representação 1^5 de $SU(5) \times \tilde{U}(1)$, e um \tilde{A}_θ para compensar a derivada angular do campo de Higgs na derivada covariante. A corda infinita é estável [31] porque a simetria Z_2 é preservada por uma representação não-espinorial para o Higgs 126 e não permite cortá-la pela inserção de monopolos que podem produzir-se na quebra de $SO(10)$.

A corda está formada por

$$\phi_{16} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \eta_{\tilde{U}} e^{i\theta} \quad , \quad \tilde{A}_\theta \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{1}{5e} \frac{1}{r} \quad , \quad (5.25)$$

para número de enrolamento 1, devido à derivada covariante

$$D_\theta \phi_{15} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} - i5\tilde{e}\tilde{A}_\theta \right) \phi_{15} \quad , \quad (5.26)$$

que dará massa a \hat{A}_θ .

Mais ainda, como $16 = 5^{\frac{3}{2}} + 10^{-\frac{1}{2}} + 1^{-\frac{5}{2}}$, há um modo zero para ν_R que é o único férmion que adquire massa nessa quebra por acoplamento com o Higgs, resolvendo uma equação do tipo

$$\left[i(\gamma^1 D_1 + \gamma^2 D_2) - \phi_{15} \right] \Psi_{1-\frac{5}{2}} = 0 \quad , \quad (5.27)$$

com $\bar{D}\Psi_{1-\frac{5}{2}} = \left(\vec{\nabla} + i\frac{5}{2}\tilde{e}\vec{A} \right) \Psi_{1-\frac{5}{2}}$, já que ν_R não sente os campos de $SU(5)$, e a corda se volta supercondutora por causa dos portadores sem massa ν_R dentro dela. Desta forma, os laços ficam classicamente estáveis como vórtices.

A terceira transição de fase na cadeia (2.2) não afeta a corda porque se faz com um valor esperado $\phi_{15} = \phi_{24}$ que não tem carga $\tilde{U}(1)$. Por isso um valor uniforme de ϕ_{24} não altera a energia da corda.

Com respeito à quebra eletrofraca, o Higgs ϕ_{10} não pode ser constante em todo lugar da corda porque as cargas $\tilde{U}(1)$ de 5^1 e 5^{-1} poderiam dar uma contribuição na derivada covariante D_θ produzindo energia infinita. Desta maneira, devemos aceitar a possibilidade de que ϕ_{15} envolve a corda com m (e $\phi_{5^{-1}}$ com $-m$) e ademais inclui uma contribuição do campo Z neutro.

$$\begin{aligned} D_\theta \phi_{5^1} &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} - i\tilde{e}\tilde{A}_\theta - ig_\rho Z_\theta \right) \phi_{5^1} \quad , \\ D_\theta \phi_{5^{-1}} &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + i\tilde{e}\tilde{A}_\theta + ig_\rho Z_\theta \right) \phi_{5^{-1}} \quad . \end{aligned} \quad (5.28)$$

Assim, da Eq.(5.25), a condição para cancelar as derivadas covariantes é

$$m - \frac{1}{5} - \lambda = 0 \quad , \quad (5.29)$$

onde λ é a contribuição de $Z \simeq \frac{\lambda}{g_\varphi r}$. Obviamente, para cancelar também a derivada covariante de $\phi_{5^{-1}}$, que se comporta como $\phi_{5^1}^*$, a mesma condição da Eq.(5.29) significa que este campo envolveria com $-m$.

Mas a minimização da energia magnética de Z requer $m = 0$ já que λ resultará mínimo de (5.29), de maneira que ϕ_{5^1} e $\phi_{5^{-1}}$ não envolvem a corda e não aparecem modos zero para férmions ordinários.

Por outro lado, ϕ_{10} dá um acoplamento $\bar{\nu}_R \nu_L$ e como ϕ_{10} não envolve, esta pequena contribuição de massa ao estado de ν_R faz desaparecer os modos zero correspondentes, de maneira que todos os vórtices colapsariam na transição de fase eletrofraca[32].

Esta situação pode mudar[33] se um Higgs adicional, que não gera massa, $210 = 5^{-4} + \bar{5}^4 + \dots$ está presente com um valor esperado em 5^{-4} . Para compensar a derivada covariante (sem enrolamento de ϕ_{210}) necessita-se um Z_θ ,

$$D_0 \phi_{5^{-4}} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + i4\tilde{c}\tilde{A}_\theta - ig_\varphi Z_\theta \right) \phi_{5^{-4}} \quad (5.30)$$

Z_θ precisa comportar-se como $Z_\theta \rightarrow \frac{4}{5} \frac{1}{g_\varphi r}$, que introduzida na Eq.(5.30) requer $m = 1$.

Isto pode acontecer se o que perdemos em energia magnética de Z é menos do que ganhamos em energia potencial devido ao ϕ_{210} . Então teríamos modos zero para os férmions ordinários e vórtices com portadores u viajando na direção positiva de z e d e e na direção negativa, de maneira que não colapsariam.

Agora consideramos o caso no que o grupo G seja E_6 . A quebra de $\bar{U}(1)$ não deixa uma invariância discreta Z_2 porque 27 é uma representação espinorial que distingue 0 de 2π e então as cordas que se formam não são completamente estáveis, mas são quase-estáveis se as escalas de quebra satisfazem $\eta_{\bar{U}} \lesssim 0.1\eta_{E_6}$. Agora, como $\eta_{\bar{U}} \gtrsim \eta_{SO(10)}$, as escalas poderiam ser $\eta_{\bar{U}} \sim 10^{16} GeV, \eta_{E_6} \sim 10^{17} GeV$. A corda está formada por

$$\phi_{11} \rightarrow \eta_{\bar{U}} e^{i\theta} \quad , \quad \bar{A}_\theta \rightarrow \frac{11}{er} \quad , \quad (5.31)$$

onde \bar{A} é o bóson de $\bar{U}(1)$ que se faz massivo.

Como em representações de $SO(10)$

$$10 \times 10 = 1 + 45 + 54 \quad , \quad (5.32)$$

os férmions exóticos em $10^{-\frac{1}{2}}$ adquirem massa nesta transição através do termo $\phi_{1^1} \Psi_{10^{-\frac{1}{2}}} \Psi_{10^{-\frac{1}{2}}}$. Estes férmions exóticos, um quark D de carga $-\frac{1}{3}$ com três cores e um elétron E com seu neutrino N podem ser portadores do vórtice.

Podemos ter além do $\phi_{27} = \phi_{1^1}$ também um Higgs $\phi_{351} = \phi_{1^{-2}}$. Para cancelar as correspondentes derivadas covariantes

$$\begin{aligned} D_\theta \phi_{1^1} &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} - i\bar{e}\bar{A}_\theta \right) \phi_{1^1} \quad , \quad (i) \\ D_\theta \phi_{1^{-2}} &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + i2\bar{e}\bar{A}_\theta \right) \phi_{1^{-2}} \quad . \quad (ii) \end{aligned} \quad (5.33)$$

O campo \bar{A}_θ da Eq.(5.31) compensa (5.33i) com $m = 1$ para ϕ_{1^1} , e (5.33ii) com $m = -2$.

Com respeito á influência de $\phi_{10^{-\frac{1}{2}}}$ na corda, a diferença com o caso de $SO(10)$ é que agora a carga $-\frac{1}{2}\bar{e}$ de $\bar{U}(1)$ é comum a 5^1 e 5^{-1} de $SU(5) \times \tilde{U}(1)$, quer dizer

$$\begin{aligned} D_\theta \phi_{5^1} &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + i\frac{\bar{e}}{2}\bar{A}_\theta - i\tilde{e}\tilde{A}_\theta - ig_\varphi Z_\theta \right) \phi_{5^1} \quad , \quad (i) \\ D_\theta \phi_{5^{-1}} &= \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + i\frac{\bar{e}}{2}\bar{A}_\theta + i\tilde{e}\tilde{A}_\theta + ig_\varphi Z_\theta \right) \phi_{5^{-1}} \quad . \quad (ii) \end{aligned} \quad (5.34)$$

Se ϕ_{5^1} envolve na escala EW como $\eta_{EW} e^{im\theta}$, para evitar a divergência de energia da Eq.(5.33i) deve ser

$$m + \frac{1}{2} - \lambda = 0 \quad , \quad (5.35)$$

onde λ é a contribuição dos dois campos compensadores \tilde{A}_θ e Z_θ que aparecem na escala EW .

Se a minimização da energia favorece $\lambda = -\frac{1}{2}$, da Eq.(5.35), $m = -1$ e como ϕ_{5^1}

dá massa a u e ν , estes teriam modos-zero e os portadores correspondentes correriam na direção $-z$ da corda. Agora da Eq.(5.34 ii) com $\lambda = -\frac{1}{2}$ a divergência de energia é evitada se $\phi_{\bar{5}^{-1}}$ não envolve, e como este dá massa ao d e ao e , não serão modos-zero. Por outro lado, se a minimização de energia favorece $\lambda = \frac{1}{2}$, $\phi_{\bar{5}^{-1}}$ envolverá com $\eta_{EW} e^{im\theta}$ dando

$$m + \frac{1}{2} + \lambda = 0 \quad , \quad (5.36)$$

de novo com $m = -1$, de maneira que os portadores serão d e e viajando na direção $-z$.

Desta forma, com um esquema baseado em E_6 , os vórtens formados na escala $\eta_{\bar{U}}$ com férmions exóticos E e D permanecerão essencialmente estáveis a escala EW onde incorporariam novos portadores u e ν ou d e e .

Mas se a quebra EW se faz com um Higgs em 27 de E_6 que não tem só valor esperado na componente $10^{-\frac{1}{2}}$ de $SO(10) \times \bar{U}(1)$ a não ser também na $16^{\frac{1}{2}}$, haveria um termo de massa ordinário-exótico

$$\phi_{16^{\frac{1}{2}}} \Psi_{10^{-\frac{1}{2}}} \Psi_{16^{\frac{1}{2}}} \quad , \quad (5.37)$$

que misturaria E e D com e e d . Sendo $10 = 5^1 + \bar{5}^{-1}$, 5^1 contém D , \bar{E} e \bar{N} e $\bar{5}^{-1}$ \bar{D} , E e N .

Assim se a situação que minimiza a energia é a primeira descrita acima, quer dizer $\lambda = -\frac{1}{2}$, d e e não serão modos zero. A mistura destruirá os modos zero e D e E desaparecerão como portadores dos vórtens. Por outro lado, os novos modos zero de u e ν seriam responsáveis pela quase-estabilidade dos vórtens comprimidos desde a escala EW até nossos dias, dando lugar, através do decaimento quântico, a uma possível fonte de UHECR. Isto é em realidade o que acontece. Para cancelar a derivada covariante de $10^{-\frac{1}{2}}$ da Eq.(5.34) necessita-se, junto com o já existente $\bar{A}_\theta \rightarrow \frac{1}{e} \frac{1}{r}$,

$$\tilde{A}_\theta \rightarrow \frac{c_1}{\tilde{e}} \frac{1}{r} \quad , \quad Z_\theta \rightarrow \frac{c_2}{g_\varphi} \frac{1}{r} \quad , \quad (5.38)$$

com $c_1 + c_2 = \pm \frac{1}{2}$. Poderíamos escolher $c_1 = c_2 \Rightarrow |c_1| = |c_2| = \frac{1}{4}$ para minimizar a energia magnética $\frac{1}{2} (\tilde{B}^2 + B_Z^2)$ de maneira que os casos $\lambda = \pm \frac{1}{2}$ seriam igualmente possíveis.

Mas temos a condição adicional de acordo à Eq.(5.37) para cancelar a derivada covariante de $\phi_{16\frac{1}{2}}$. Pela decomposição em $SU(5) \times \tilde{U}(1)$ de 16 Eq.(2.4) o termo de mistura $\bar{D} d$ pode vir de $\bar{5}^{-1} \times 10^{-\frac{1}{2}}$ e, devido ao fato de que $\bar{5} \times 10 = \bar{5} + 4\bar{5}$, a invariância se obtém multiplicando por um $\phi_{16\frac{1}{2}}$ com valor esperado em $\bar{5}^{\frac{3}{2}}$, isto é $\phi_{\bar{5}^{\frac{3}{2}}} \Psi_{\bar{5}^{-1}} \Psi_{10^{-\frac{1}{2}}}$. Com respeito à simetria $SU(3)_C \times U(1)$, a componente diferente de zero de $\phi_{\bar{5}^{\frac{3}{2}}}$ deve ser neutra, de maneira que sua derivada covariante é

$$D_\theta \phi_{\bar{5}^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} - i \frac{\bar{e}}{4} \bar{A}_\theta - i \frac{3}{2} \tilde{e} \tilde{A}_\theta - i g'_\varphi Z_\theta \right) \phi_{\bar{5}^{\frac{3}{2}}} \quad (5.39)$$

Considerando que $\phi_{\bar{5}^{\frac{3}{2}}} \rightarrow \eta_{E11} e^{im\theta}$, ou seja que envolve, o cancelamento da divergência de energia requer

$$m - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} c_1 + c_2 = 0 \quad , \quad (5.40)$$

já que $g'_\varphi = -g_\varphi$ porque g_φ corresponde a $\bar{5}$ e g'_φ a $\bar{5}$.

A condição apropriada para nosso modelo $c_1 + c_2 = -\frac{1}{2}$ na Eq.(5.40) é satisfeita com $c_1 = -0.3$, $c_2 = -0.2$ e $m = 0$ produzindo menor energia magnética que a do caso alternativo $c_1 + c_2 = \frac{1}{2}$ que requer uma diferença maior entre $|c_1|$ y $|c_2|$ (e também $m = 0$).

O outro termo de mistura vem de $\bar{5}^{\frac{3}{2}} \times \bar{5}^1$ multiplicado por um termo não nulo $1^{-\frac{5}{2}}$ de $\phi_{16\frac{1}{2}}$, que sendo singlete de $SU(5)$ não contribui à quebra do SM , $\phi_{1^{-\frac{5}{2}}} \Psi_{\bar{5}^{\frac{3}{2}}} \Psi_{\bar{5}^1}$.

Agora a derivada covariante é

$$D_\theta \phi_{1^{-\frac{5}{2}}} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} - i \frac{\bar{e}}{4} \bar{A}_\theta + i \frac{5}{2} \tilde{e} \tilde{A}_\theta \right) \phi_{1^{-\frac{5}{2}}} \quad , \quad (5.41)$$

onde Z não aparece porque $\phi_{1^{-\frac{5}{2}}}$ não tem interações com $SU(5)$ nem, portanto, com o SM .

Se $\phi_{10}^{\frac{1}{2}}$ envolve com m , para cancelar (5.41)

$$m - \frac{1}{4} + \frac{5}{2}c_1 = 0 \quad (5.42)$$

e é fácil ver que o caso $\lambda = -\frac{1}{2}$ dá outra vez valores mais equilibrados de c_1 e c_2 que para $\lambda = \frac{1}{2}$, embora menos dos que saem da Eq.(5.40).

Então, como não é possível cancelar simultaneamente as Eqs.(5.39) e (5.41), a minimização da energia sugere que sómente $\phi_{5^{\frac{3}{2}}}$ seja distinto de zero.

Desta maneira, para obter uma mistura entre D e d é mais conveniente do ponto de vista da energia magnética ter um $\phi_{16^{\frac{1}{4}}}$ com componente $\bar{5}^{\frac{3}{2}}$, adicionalmente ao $\phi_{10^{-\frac{1}{2}}}$ que dá massa aos férmions ordinários. A energia magnética minimiza-se para $\lambda = -\frac{1}{2}$ que permite que u e ν sejam os novos portadores dos vórtens depois da transição EW .

Para o modelo de vórtens baseado em E_6 é melhor se a quebra de $SO(10)$ não segue o caminho $SU(5) \times \tilde{U}(1)$ a não ser o caminho através de $SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$ para evitar a formação de cordas $\tilde{U}(1)$ que complicariam as coisas e também fazer que a unificação de GUT evite $SU(5)$. De todas formas, em nosso modelo \tilde{A}_0 aparece somente na transição EW .

Se o que desejamos é um modelo que possa explicar a bariogénese, além dos $UHECR$, este se baseará em E_6 e não em $SO(10)$ já que neste último caso os portadores da corda $\tilde{U}(1)$ são ν_R .

5.4 UHECR e cordas cósmicas

Vamos analisar os detalhes de vórtens como fonte de $UHECR$. Os mesmos podem produzir um fluxo global por cima de $10^{19}eV$ da ordem do observado.

Descreveremos o espectro de energia do fluxo, dado pelo decaimento de um bóson superpesado emitido pelo vórtion que, devido á hadronização do quark resultante, poderia constituir a componente dura que emergeria em cima do corte GZK em concordância com a apresentação de dados recentes[17]. Ainda pensando que os vórtens poderiam

comportar-se como matéria escura fria (*CDM*) e portanto estar concentrados no halo, estudaremos também a atenuação causada pelo deslização ao vermelho no caso de que estivessem distribuídos uniformemente no espaço como ocorre para os colares. O efeito mais importante no último caso vem da interação com *CBR* que poderia produzir uma depressão devida ao corte *GZK* seguida por uma recuperação do espectro causada por sua natureza dura na emissão.

Começaremos por descrever o possível espectro de energia do fluxo de *UHECR* por decaimento de cordas cósmicas.

O número de eventos, quer dizer emissão de partículas *X*, por unidade de volume e tempo é $\frac{dn_X}{dt}$.

Para calcular o fluxo de raios cósmicos, que estará dado em função do número de raios cósmicos por unidade de área e unidade de tempo sobre a terra, usamos

$$F = \frac{1}{4\pi} \int_{t_i}^{t_0} N_C \frac{dn_X}{dt} \frac{a^3(t)}{a^3(t_0)} dt \quad , \quad (5.43)$$

onde no caso de que os *X* sejam produzidos por objetos quase estáveis como os vórtices

$$\frac{dn_X}{dt} \simeq \frac{n_V}{\tau} \quad , \quad (5.44)$$

com n_V sua densidade, τ vida média, t_0 a idade atual do universo e t_i o tempo a partir do qual chegam os raios cósmicos ultraenergéticos até nós.

Pensamos que cada partícula *X* dá lugar a N_C raios cósmicos, $t_i \sim t_{eq} \sim 10^3$ anos para que por deslização ao vermelho se tenham energias de pelo menos $10^{19}eV$ se a partícula *X* é da escala de *GUT* com massa $m_X \sim 10^{15}GeV$. $a(t)$ e $a(t_0)$ são os parâmetros de escala do universo no tempo de emissão e o atual, respectivamente.

No caso de cordas cósmicas ordinárias se as partículas *X* são emitidas só quando os laços colapsam[18] ao final da contração, a densidade de eventos a inserir na Eq.(5.43) é

$$\frac{dn_X}{dt} \simeq \frac{1}{t^4} \quad , \quad (5.45)$$

e o fluxo de UHECR resulta várias ordens de magnitude menor que o valor esperado para uma escolha razoável de N_C . Em efeito, inserindo (5.45) em (5.43) obtém-se

$$F \sim N_C \frac{1}{t_0^2} \left(\frac{1}{t_i} - \frac{1}{t_0} \right) \quad , \quad (5.46)$$

por ser $\frac{a}{a_0} = \left(\frac{t}{t_0} \right)^{\frac{2}{3}}$ na época dominada por matéria. Se tomarmos $N_C \sim 10$ obtemos

$$F \simeq \frac{10^{-48}}{km^2 \text{ yr}} \quad , \quad (5.47)$$

o qual é desprezível.

Se em troca a velocidade de emissão das X é proporcional ao comprimento da corda[19], então

$$\frac{dn_X}{dt} \simeq \frac{\alpha}{t^3} \quad . \quad (5.48)$$

Se esta relação se propor para obter o valor observado do fluxo para $10^{19}eV$ que corresponde a um evento por km^2 e por ano, se terá que fixar α . Assim, introduzindo (5.48) em (5.43),

$$F \sim N_C \frac{\alpha}{t_0^2} \ln \left(\frac{t_0}{t_i} \right) \quad , \quad (5.49)$$

e considerando o mesmo N_C , obtemos $\alpha \sim 10^{36} \frac{1}{s}$.

A lei (5.48) fixa o fluxo correto e vai para trás no tempo para o número de eventos de emissão $\frac{dn_X}{dt}$ com uma lei mais devagar que coincide com a de (5.45) para $t \sim 10^{-36}s$ que é aproximadamente o tempo de formação das cordas. O modelo (5.48) também usou-se para obter a bariogênese mas necessita uma assimetria matéria-antimatéria por partícula $X \sim 10^{-2}$ que é um valor muito grande.

Se as fontes de raios cósmicos são objetos quase-estáveis como por exemplo vórtens, a dependência $\frac{1}{a^3}$ em $\frac{dn_X}{dt}$ é $\frac{1}{t^{\frac{3}{2}}}$ ou $\frac{1}{t^2}$ segundo que domine radiação ou matéria.

Na Fig.(5-3) comparam-se os três casos. A quebra na curva de vórtens é devida ao

colapso da maioria deles na transição EW que pode explicar a bariogênese e deixar um remanescente que, como veremos, poderia ser fonte dos $UHECR$.

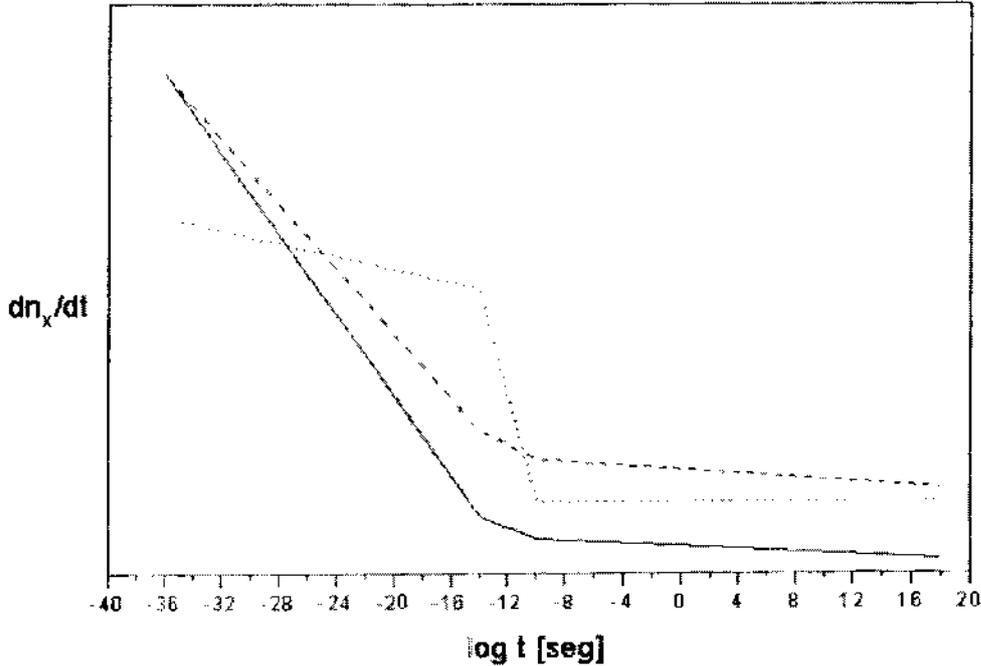


Figura 5-3: Eventos X como função do tempo para a corda ordinária de Kibble (linha contínua), de Bhattacharjee (linha quebrada) e vórtices (linha de pontos).

Consideraremos dois casos, um no qual os vórtices, comportando-se como partículas não relativistas, estão concentrados no halo galáctico, outro no qual estão uniformemente distribuídos no universo.

5.5 Vórtices distribuídos no halo galáctico

Supomos que a maioria dos vórtices perde estabilidade na transição EW e colapsa, salvo os suficientemente compridos que conseguem absorver portadores leves, e que ficaram

distribuídos uniformemente, com uma densidade

$$n_v := bT^3 \quad . \quad (5.50)$$

A densidade de vórtens está limitada pela densidade crítica do universo, de maneira que $b \leq \frac{10^{-29}}{N}$ como vimos.

Posteriormente é provável que estes vórtens grandes se concentraram no halo galáctico.

Se o número N_C de *UHECR* que saem de um X é o mesmo para qualquer t , o fluxo total proveniente do halo devido a que o *redshift* é desprezível é

$$F_h = \frac{N_C}{4\pi} n_h(t_0) \frac{\Delta t}{\tau} \quad , \quad (5.51)$$

onde $\Delta t \sim 50kpc$ devido ao tamanho do halo e $n_h(t_0)$ é a densidade média de vórtens no mesmo.

Como veremos mais adiante, com τ maior que t_0 e $n_h(t_0)$, uma fração da matéria escura no halo galáctico, obtém-se um fluxo de *UHECR* da ordem esperada. Vamos agora ao espectro de energia $F(E)$, tal que $F = \int dE F(E)$ onde os limites de integração correspondem à ordem de *UHECR*

$$F_h = \frac{1}{4\pi} n_h(t_0) \Delta t \frac{d\Gamma}{dE} \quad , \quad (5.52)$$

onde $\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{N_C} \delta(E - E_i)$. Então

$$F_h(E) = \frac{1}{4\pi} n_h(t_0) \frac{\Delta t}{\tau} \sum_{i=1}^{N_C} \delta(E - E_i) \quad . \quad (5.53)$$

Para comparar com as observações, devemos tomar a média sobre os intervalos ΔE_i .

Se escolhermos $E_{10} = \frac{1}{2} 10^{24}$, $E_9 = 10^{23}$, $E_8 = \frac{1}{2} 10^{23}$, ..., $E_1 = 10^{19} eV$, tomando uma média em um intervalo entre E_i e E_{i+1} obtém-se $\bar{F}_h(E)$, função com valores em

degraus

$$\bar{F}_h(E_i) = \frac{1}{\Delta E_i} \frac{n_h(t_0)}{4\pi} \frac{\Delta t}{\tau} \quad (5.54)$$

Se os eventos estão igualmente espaçados em $\log E$, o que é razoável na hadronização do quark calculada com a QCD exceto para o limite superior $\sim m_\chi$

$$\Delta E_i \sim E_i \quad , \quad \bar{F}_h(E_i) \sim \frac{1}{E_i} \quad , \quad (5.55)$$

correspondendo a uma componente dura comparada com o comportamento padrão de energia mais baixa que é $F(E) \sim E^{-3}$.

5.6 Vórtens distribuídos uniformemente no universo.

Considerando os vórtens como partículas quase-estáveis, supomos agora a hipótese de uma densidade uniforme $n_u(t_0)$ no presente. Se olharmos os eventos em todo o universo temos que distinguir entre energia emitida e observada, por isso o espectro de fluxo observado será

$$F(E_{obs}) = \frac{1}{4\pi} \int_{t_{eq}}^{t_0} dt \left[\frac{a(t)}{a(t_0)} \right]^3 n(t) \frac{d\Gamma}{dE_{obs}} = \frac{1}{4\pi} n_u(t_0) \int_{t_{eq}}^{t_0} dt \frac{d\Gamma}{dE_{em}} \frac{dE_{em}}{dE_{obs}} \quad (5.56)$$

com

$$\frac{d\Gamma}{dE_{em}} = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{N_C} \delta(E_{em} - E_i) \quad (5.57)$$

A relação entre energia emitida e observada é $E_{em} = (1+z) E_{obs} = f(t) E_{obs}$, com $f(t) = \left(\frac{t_0}{t}\right)^{\frac{2}{3}}$ pelo domínio de matéria.

Sendo $\delta(E_{em} - E_i) = \frac{1}{E_{obs} \left| \frac{df}{dt} \right|} \delta(t - t_i)$ e posto que t_i determina-se de $\frac{E_i}{E_{obs}} = \left(\frac{t_0}{t_i}\right)^{\frac{2}{3}}$, e que para t fixo, $dE_{em} = f(t) dE_{obs}$, substituindo na integral

$$\begin{aligned} F(E_{obs}) &= \frac{1}{4\pi} n_u(t_0) \int_{t_{eq}}^{t_0} dt \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{N_C} \frac{1}{E_{obs} \left| \frac{df}{dt} \right|} \delta(t - t_i) \left(\frac{t_0}{t}\right)^{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{1}{8\pi} \frac{n_u(t_0)}{\tau} \frac{1}{E_{obs}} \int_{t_{eq}}^{t_0} dt \sum_{i=1}^{N_C} \delta \left[t - t_0 \left(\frac{E_{obs}}{E_i}\right)^{\frac{3}{2}} \right], \end{aligned} \quad (5.58)$$

onde $t_{eq} < t_i < t_0$.

O resultado da integral incluirá funções θ

$$\theta(x - x_0) = \begin{cases} 1 & x > x_0 \\ 0 & x < x_0 \end{cases}$$

já que $E_{obs} \leq E_i$, e então

$$F(E_{obs}) = \frac{3}{8\pi} \frac{n_u(t_0)}{\tau} E_{obs}^{\frac{1}{2}} \sum_{i=1}^{N_C} \frac{1}{E_i^{\frac{3}{2}}} \theta(E_i - E_{obs}), \quad (5.59)$$

sendo $t_0 \gg t_{eq}$.

O fluxo total de *UHECR* definido para $E > E_0$ é, com $E_0 < E_i$,

$$F_U^{UHE} = \int_{E_0}^{\infty} dE_j F(E_{obs}) = \frac{1}{4\pi} n_u(t_0) \frac{t_0}{\tau} \sum_{i=1}^{N_C} \left[1 - \left(\frac{E_0}{E_i}\right)^{\frac{3}{2}} \right]. \quad (5.60)$$

Para comparar com os dados experimentais, deve-se mediar $F_U(E)$ em cada intervalo ΔE_j , quer dizer

$$\bar{F}_U(E_j) = \frac{1}{\Delta E_j} \int_{E_{j-1}}^{E_j} F(E_{obs}) dE \quad , \quad (5.61)$$

que dá

$$\bar{F}_U(E_j) = \frac{1}{4\pi} n_u(t_0) \frac{t_0}{\tau} \frac{1}{\Delta E_j} \left[1 - \left(\frac{E_{j-1}}{E_j} \right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{E_j}{E_{j+1}} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{E_{j-1}}{E_{j+1}} \right)^{\frac{3}{2}} + \dots - \left(\frac{E_j}{E_{N_C}} \right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{E_{j-1}}{E_{N_C}} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (5.62)$$

Com a definição no cálculo de $\bar{F}_U(E_1)$ intervêm todos os termos de $F(E_{obs})$, no de $\bar{F}_U(E_2)$ não contribui o de $i = 1$ ($E_2 > E_1$) e assim seguindo até que para $\bar{F}_U(E_{10})$ só intervêm $i = 10$.

Pela hipótese sobre os valores de E_j cancelam-se o segundo e terceiro termo da soma e assim seguindo e só ficam o primeiro e o último

$$\bar{F}_U(E_j) = \frac{1}{4\pi} n_u(t_0) \frac{t_0}{\tau} \frac{1}{\Delta E_j} \left[1 - \left(\frac{E_{j-1}}{E_{N_C}} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad . \quad (5.63)$$

É claro que o *redshift* produzirá uma lei mais suave que $\frac{1}{E_j}$ através do fator $\left[1 - \left(\frac{E_{j-1}}{E_{N_C}} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$ que será pequeno exceto para os j mais altos.

5.7 Comparação com as observações

Para vórtens no halo tínhamos $F_h(E)$ da Eq.(5.52), com a condição de que a probabilidade por unidade de tempo de que um vórtion emita partículas com energias entre $E_L \simeq 10^{19} eV$ e $E_H \simeq 10^{24} eV$ é

$$\int_{E_L}^{E_H} \frac{d\Gamma}{dE_{em}} dE_{em} = \frac{N_C}{\tau} \quad . \quad (5.64)$$

A definição da média sobre intervalos da Eq.(5.57) de acordo com (5.55) dá

$$\frac{d\Gamma}{dE_{em}} \simeq \frac{1}{\tau} \frac{1}{E_{em}} \quad , \quad (5.65)$$

que inserido em (5.64) prediz $N_C \sim 10$.

$N_C \sim 10$ é um valor razoável comparado com a extrapolação das funções de fragmentação[20]. Isto é consistente com a energia total emitida por um vórtion por unidade de tempo, sendo $m_X \sim E_H$

$$\int_{E_L}^{E_H} dE_{em} \frac{d\Gamma}{dE_{em}} E_{em} = \frac{1}{\tau} E_H \quad . \quad (5.66)$$

Assim podemos tomar partículas equispaçadas em $\log E$ de acordo com $E_1 \simeq 10^{19} eV$, $E_2 \simeq 10^{19.5} eV$, ..., $E_9 = 10^{23} eV$, $E_{10} \simeq 10^{23.5} eV$ e $E_0 \simeq 10^{18.5} eV$, tal que com a definição $\Delta E_j = E_j - E_{j-1} = \left(1 - \frac{1}{10^{0.5}}\right) E_j$ vemos que é perfeitamente compatível com a Eq.(5.65), para a que se havia tomado $\Delta E_j \sim E_j$.

Para vórtions no halo, como da Eq.(5.53) o fluxo em cada "bin", quer dizer o intervalo de energia no qual os eventos são observados, é o mesmo, se poderia normalizar ao valor observado para $10^{19} eV$,

$$\frac{r_h(t_0)}{4\pi} \frac{\Delta t}{\tau} = \frac{1}{km^2 yr} \quad . \quad (5.67)$$

Sendo a massa de um vórtion $\sim N_L m_X$ e representando uma fração f da densidade média de energia do halo $\sim 0.3 \frac{GeV}{cm^3}$ sai

$$\frac{n_h(t_0)}{4\pi} \frac{\Delta l}{\tau} \simeq \frac{f}{N_L} \frac{t_0}{\tau} \frac{10^7}{\text{km}^2 \text{yr}} \quad (5.68)$$

Isto resulta de que $n_h(t_0)$ é a densidade de vórtons em número e a densidade de vórtons em energia será $N_L m_X u_h(t_0)$. Δl é o tamanho do halo $\sim 50 \text{kpc}$. Utilizando a conversão de unidades se obtém (5.68).

Assim que para $\tau \sim t_0$ e $N_L \sim 10^3$, que é o número que discutimos no Cap.4, uma fração $f \sim 10^{-4}$ de matéria escura será suficiente.

Mais precisamente, da apresentação de dados da Fig.(5-4), pareceria haver uma componente extragaláctica em cima do tornozelo e então a componente dura dos vórtons no halo dominaria além do corte *GZK*.

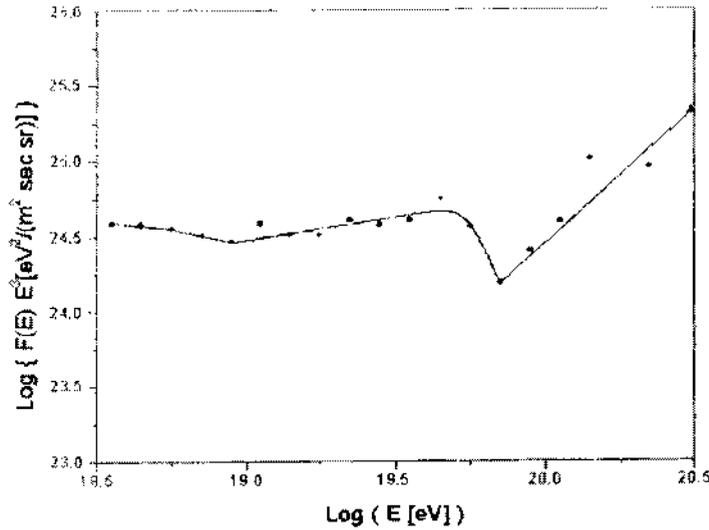


Figura 5-4: Dados experimentais de *UHECR* incluindo os dados de \bullet *AGASA* e \blacktriangle *Fly's Eye* juntos com um ajuste correspondente ao fluxo galáctico $\sim E^{-3.2}$ seguido do tornozelo por um possível fluxo extragaláctico $\sim E^{-2.8}$ que se esgota além do corte *GZK* dando lugar à componente dura dos vórtons no halo $\sim E^{-1}$.

Com esta interpretação a contribuição dos vórtons é uma pequena parte do fluxo a

$10^{19}eV$ e f poderia ser ainda duas ordens de magnitude menor. O fato que nosso ajuste normalize a componente a $\sim 10^{20}eV$ permite reproduzir os dados com $m_X \sim 10^{15}GeV$ como variante de uma discussão similar para relíquias superpesadas [21].

Por outro lado os vórtens uniformemente distribuídos, poderiam constituir uma fração da densidade crítica do universo $\rho_c(t_0) \simeq 10^{-29}g/cm^3$. Se desprezarmos a atenuação devida ao *redshift* e ao corte *GZK*, $\frac{1}{4\pi} n_u(t_0) \frac{t_0}{r}$ dá um fluxo três vezes maior que o da Eq.(5.67) correspondente ao caso do halo porque o n_u menor se compensa pelo t_0 maior comparado com Δt . O decréscimo do fluxo total ultra-energético devido ao *redshift* corresponde a $\sum_{i=1}^{N_C} \left[1 - \left(\frac{E_i}{E_i} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$ que é 0.98. De forma similar, o fator $\left[1 - \left(\frac{E_i}{E_{NC}} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$ da equação para o espectro de energia dá $F_U(E) \propto \frac{1}{E^{(1+K)}}$ onde $K \simeq 0.011$ como se vê pelo ajuste na Fig.(5-5).

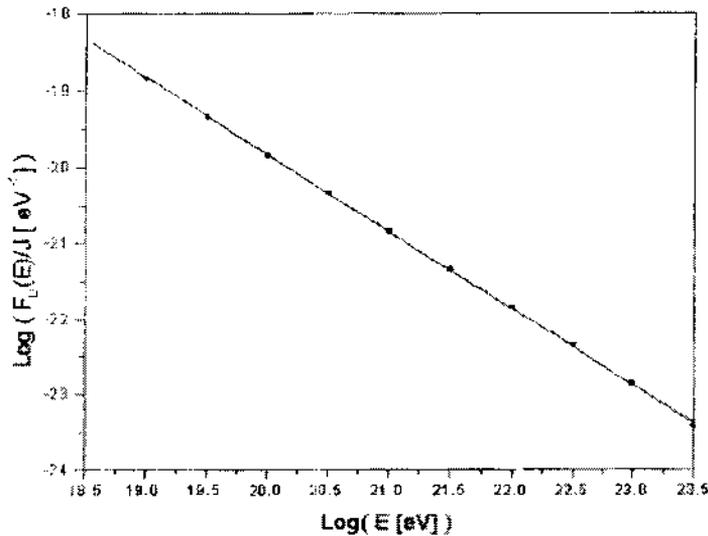


Figura 5-5: Ajuste do espectro de *UHECR* de energia calculada para vórtens uniformemente distribuídos no universo $\sim E^{(1+K)}$ sem considerar interação com *CBR* resultando em uma correção de *redshift* $K = 0.011$.

Em consequência, não seria possível distinguir ambos os casos com a estatística atual pelo efeito de *redshift*. Certamente, mais importante é o efeito do corte *GZK*, que de todos os modos não é tão drástico para a componente dura do vórtens, dando um

espectro efetivo $F_U(E) \propto \frac{1}{E^2}$ entre 10^{19} e $10^{20}eV$ e uma recuperação depois da queda com um comportamento $\propto \frac{1}{E^{1.3}}$ no intervalo de 10^{20} a $10^{21}eV$. Portanto, a fração f de matéria escura poderia ser uma ordem de magnitude maior que no caso da distribuição no halo. De forma similar, foi avaliado[22] que a componente dura de *UHECR* emitida das galáxias observáveis evita o corte *GZK*.

Em relação à contribuição absoluta de outras galáxias ademais da nossa, como a matéria luminosa é $\Omega_L \simeq 5 \times 10^{-3}$ e os halos são dez vezes mais grandes $\Omega_h \simeq 5 \times 10^{-2}$, uma fração de vórtens $\sim 10^{-4}$ daria 5×10^{-6} da densidade crítica.

Isto seria 200 vezes menor do que os vórtens extragalácticos requeridos como dissemos mais acima. Esta estimativa de contribuição desprezível de halos de outras galáxias é consistente com cálculos detalhados[23].

Necessita-se mais estatística para examinar a eventual anisotropia correspondente à concentração de massas maiores no caso do halo. É interessante que os *UHECR* um pouco em cima de $5 \times 10^{19}eV$ parecem mostrar[24] uma pequena anisotropia que não está relacionada com a estrutura do universo local. Devercos notar que a distribuição uniforme de relíquias superpesadas está restringida criticamente pelo fluxo de γ difusos à escala *GeV* de *EGRET* requerendo um campo magnético extragaláctico baixo $\sim 10^{-12}Gauss$.

5.8 Hadronização do quark em raios cósmicos

A energia máxima disponível para um *UHECR* não está totalmente definida devido a que a massa do X tem uma largura que se estima por analogia com o do Z que por dimensões e constante de acoplamento é $\Gamma_Z = \frac{1}{\tau_Z} \simeq \alpha_W m_Z \sim 2GeV$ já que $m_Z \simeq 90GeV$ e $\alpha_W \simeq \frac{1}{50}$.

Da mesma forma do decaimento típico $X \rightarrow q + l$, $\Gamma_X = \frac{1}{\tau_X} \simeq \alpha_{GUT} m_X \simeq 0.02m_X \simeq 2 \cdot 10^{13}GeV$.

Os raios cósmicos provêm essencialmente da hadronização do quark, onde a energia do hádron emitido é parecida com a do quark nesse momento

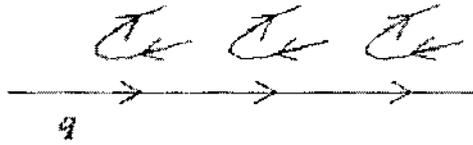


Figura 5-6: Emissão de hádrons a partir de um quark ultra-relativista.

Uma hipótese razoável é que a probabilidade seja independente da energia, se a emissão hadrônica é contínua. Porém como esta emissão concentra-se em uma partícula, para ter por exemplo energia dez vezes maior se necessita um intervalo ΔE dez vezes maior.

Isto conduz à lei de fluxo $F(E) \propto \frac{1}{E}$ que quer dizer que em cada bin tem-se igual energia, pensando em bins do mesmo tamanho de energia.

Dita lei se pode argumentar de três maneiras diferentes.

Dimensionalmente supomos que os raios cósmicos são ultra-relativistas, de maneira que a massa em repouso da partícula não é relevante, $\Delta E \sim E$ e então de (5.54) $\bar{F}(E) \propto \frac{1}{E}$ tal como usamos em (5.55).

Por outro lado, classicamente o quark está viajando através do plasma e há uma fricção com o meio que o faz perder energia $\frac{dp}{dt} = \text{força de fricção} \propto -\text{velocidade} \propto -c = -1$ e de aí o argumento que para produzir uma energia E dez vezes maior necessita-se ΔE dez vezes maior, ou seja $\Delta E_i \sim E_i$ tal como se mencionasse antes.

Finalmente do ponto de vista quântico, consideraremos a emissão de um glúon que dá lugar ao hádron como na Fig.(5-7).

Segundo o cálculo de perturbações $|\text{Amplitude}| \sim \frac{1}{E_{interm.} - E_{inicial}} \sim \frac{1}{\frac{1}{2}E}$ por isso a probabilidade $\Gamma \propto \frac{1}{E^2}$. Mas multiplicando Γ pelo número de estados $\sim \frac{1}{E^2} E dE$ obtém-se a lei $\frac{1}{E}$.

Resumindo, a componente dura $\frac{1}{E}$, que aparece de cálculos detalhados com a QCD, pode explicar-se com argumentos semi-quantitativos.

Na hadronização do quark, haverá uma grande produção de γ que resultam do decai-

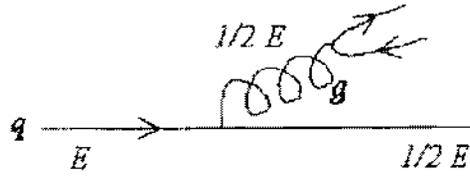


Figura 5-7: Avaliação da componente dura de *UHECR* por hadronização de um quark.

mento $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, muito maior que a dos núcleons.

Capítulo 6

Colares no universo e comparação com vórtens

Estes defeitos topológicos híbridos de cordas cósmicas e monopolos magnéticos podem formar-se devido à seqüência de quebras de simetria como mencionamos em (4.28).

A evolução da rede de colares é invariante por escala, por isso, estariam distribuídos uniformemente no universo representando uma fração constante de sua energia.

Como vimos, a velocidade de produção de partículas X por aniquilação de colares é

$$\dot{n}_X(t) \sim \frac{r^2 \mu}{t^3 m_X} = \frac{\alpha}{t^3} \quad . \quad (6.1)$$

Portanto, como a expressão (6.1) é igual à vista em relação a cordas (5.48) o fluxo total de $UHECR$ produzido por colares é novamente $F_u = N_C \frac{\alpha}{t_0^3} \ln \left(\frac{t_0}{t_{in}} \right)$

A lei (5.48) para cordas ordinárias $\frac{\alpha}{t_0^3}$, é aplicável aqui porque os colares são redes de cordas distribuídas no universo de acordo à evolução de escala.

O *redshift* poderia causar uma lei mais suave que $\frac{1}{E}$ para o espectro de fluxo sobre a Terra. Porém mais importante, é a interação dos raios cósmicos com a radiação cósmica de fundo tal como vimos em relação com o corte GZK .

Analisaremos isto com um pouco mais de detalhe[34].

6.1 Diferentes espectros de energia do fluxo

A densidade de fótons de $3K$ é $n_\gamma \sim 500/cm^3$. A secção eficaz experimental de foto-produção de píons $próton + \gamma \rightarrow núcleon + \pi$ é $\sigma_{\gamma p} \simeq 0.6 mb$ para energia de centro de massa $\sqrt{s} = m_\Delta = 1,232 GeV$ quer dizer, igual à massa da ressonância Δ . Para energias maiores $\sigma_{\gamma p} \simeq 0.1 mb$ para $\sqrt{s} = 10 GeV$, $\sigma_{\gamma p} \simeq 0.2 mb$ para $\sqrt{s} = 200 GeV$

Estas duas últimas estão fora da zona de ressonâncias. O caminho livre médio de prótons $\lambda = \frac{1}{\sigma_{\gamma p} n_\gamma}$, sendo $1mb = 10^{-27} cm^2$.

Para $\sqrt{s} = 200 GeV$, $\lambda = \frac{10^{27}}{0.2 \times 500} cm = 10^{25} cm \sim 10 Mpc$. Por isso se os *UHECR* vêm de longe, quer dizer de alguma fonte além de $50 Mpc$, degradam muito sua energia.

Para avaliar o espectro de energia sobre a Terra, em lugar de tomar um raio cósmico por "bin" como no caso dos vórtices no halo consideraremos N_i raios cósmicos em cada "bin" para ter em conta a degradação de energia. Assim

$$\bar{F}_u^i(E_i) = \frac{\alpha}{t_0^2} \ln\left(\frac{t_0}{t_{in}}\right) \frac{N_i}{\Delta E_i} \quad (6.2)$$

Podemos parametrizar para todos os casos, tomando $\Delta E_i \sim E_i$,

$$\log [E_i^3 \bar{F}_u^i(E_i)] = \log J - \log N_i + 2 \log\left(\frac{E_i}{10^{19} eV}\right) \quad (6.3)$$

O parâmetro J está relacionado com a densidade e a vida média dos colares e pode ajustar-se com os eventos observados.

Para determinar o N_i efetivo para os colares e considerando o caminho livre médio associado a $\sigma_{\gamma p}$ e a densidade de fótons de $3K$, tomamos o 1% da probabilidade de que o raio cósmico quando se produz a ressonância Δ conserve sua energia. Isto é consistente com o fato de que as fontes de prótons que não degradam estão concentradas em um raio $\sim 50 Mpc$ sobre um total ~ 100 vezes maior.

Para E_i altas esta probabilidade cresce ao 3% seguindo $\sigma_{\gamma p}$. Supomos que os eventos

perdidos são transferidos em partes iguais aos dois bins inferiores imediatos.

E_3 vê-se afetado particularmente pela dispersão ressonante e o imediato inferior têm só o 10% do bin na região de ressonância, de maneira que $\sim 90\%$ desses eventos conservam sua energia e o resto é transferido ao bin E_1 . Desta forma, obtemos o espectro de fluxo onde com $\log J = 23.5$ reproduz-se o tornozelo e a recuperação depois do *GZK*, como mostra a Fig.(6-1)

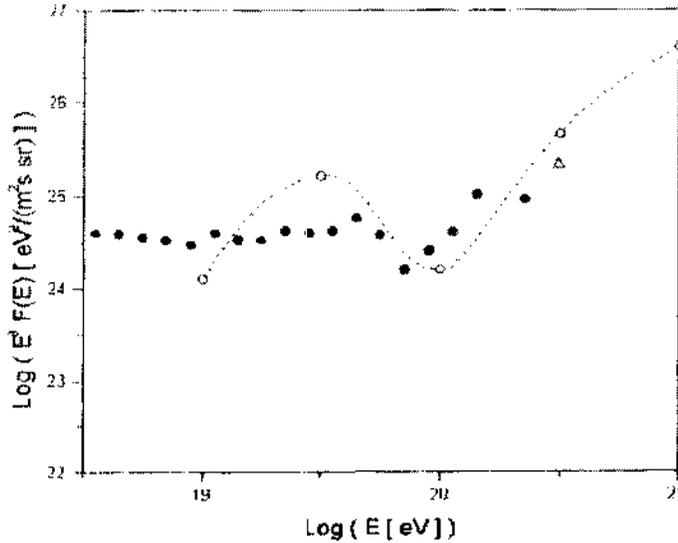


Figura 6-1: Colares no universo. A linha corresponde aos pontos \circ calculados com N_i da degradação de energia e $\log J = 23.5$.

Isto é consequência da componente dura correspondente à hadronização do quark refletida no último termo da Eq.(6.3). Se considermos uma lei ordinária $\frac{1}{E^3}$ na emissão, o fluxo correspondente devido a fontes extragalácticas uniformemente distribuídas estaria dado pela Eq.(6.3) sem o último termo e como mostra a Fig.(6-2) seria razoável para reproduzir os eventos observados debaixo do *GZK*, porém sem recuperação posterior, com $\log J = 24$.

Os vórtens no halo reproduzem bem a componente dura adicional, como a Fig.(6-3) que corresponde a ter tomado todos os $N_i = 1$ já que não há degradação de energia.

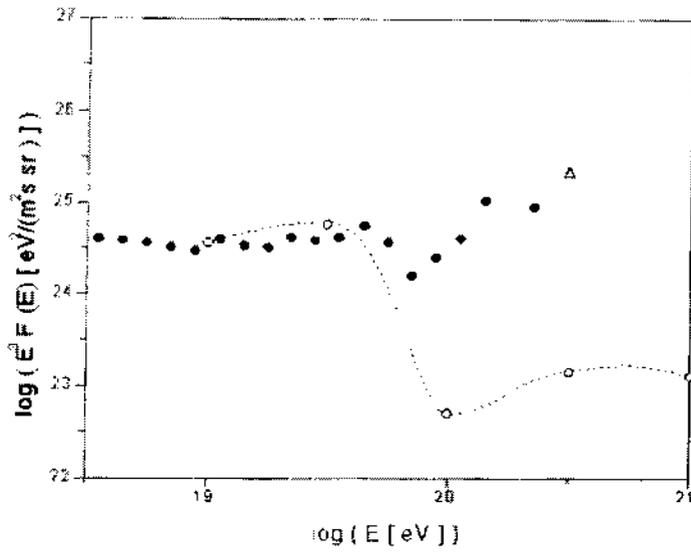


Figura 6-2: Componente extragaláctica ordinária. A linha refere-se a os pontos \circ calculados com a lei $F(E) \propto \frac{1}{E^3}$, e $\log J = 24$.

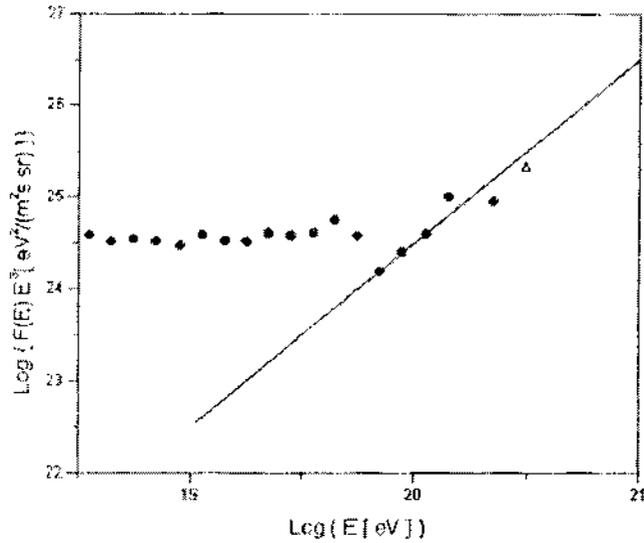


Figura 6-3: Vórtions no halo. Componente dura com $N_1 = 1$ e $\log J = 22.5$. Dados observados \bullet de *AGASA* e Δ de *Flyts Eye*.

Podemos notar, comparando as Figs.(6-1) e (6-2) que J é uma ordem de magnitude maior para colares que para vórtens. Isto é consequência de que os últimos ajustam o espectro observado a $\sim 10^{20}eV$ enquanto que os primeiros o fazem a $\sim 10^{19}eV$ com uma parcial compensação devida à degradação da energia.

Com os valores de r , μ e a massa do monopolo $\sim 10^{16}GeV$, a energia por unidade de volume devida aos monopolos seria $\sim 10^{-9}$ da densidade crítica, menor que a das cordas ordinárias.

Em efeito, a energia por unidade de comprimento devida a monopolos está dada por

$$\mu_M \sim \frac{m}{d} \sim \frac{10^{16}GeV}{10^{-6}GeV^{-1}} = 10^{22}GeV^2 \quad , \quad (6.4)$$

que domina sobre a contribuição bosônica μ . A distância d entre monopolo e antimonopolo está dada por

$$d \sim \frac{m}{r\mu} \sim \frac{10^{16}GeV}{10^6 10^{16}GeV^2} = 10^{-6}GeV^{-1} \quad .$$

Agora, a distância entre colares é $\xi \sim 3Mpc$, quer dizer $\sim 10^3$ vezes menor que a de cordas ordinárias.

Sendo a densidade crítica $\rho_c \sim \frac{3}{8\pi} \frac{H^2}{G_N}$, a fração correspondente aos colares é

$$\Omega_M \sim \frac{\mu_M}{\xi^2} \frac{8\pi}{3} \frac{G_N}{H^2} \sim 10^{-9} \quad . \quad (6.5)$$

6.2 Três componentes para UHECR?

Os dados experimentais pareceriam indicar a seguinte situação para o espectro de fluxo de UHECR.

Em particular, a partir de $E \sim 10^{19.85}eV$, haveria um espectro duro $F(E) \sim \frac{1}{E}$.

A Fig.(5-4) que dá o fluxo experimental se pode explicar com três componentes.

A primeira seria galáctica, essencialmente núcleos pesados originados provavelmente em supernovas. A segunda seria extragaláctica. Corresponderia essencialmente a prótons, o qual explicaria por que esgota-se no *cutoff* *GZK* por interação com a *CBR*. A terceira poderia ser de novo galáctica se a origem fossem vórtens que estão no halo, e seriam prótons mas também γ que são produzidos em grande quantidade no decaimento da partícula *X*.

Porém pode-se dar uma interpretação com duas componentes, onde à primeira contribuição galáctica adiciona-se à dos colares distribuídos no universo. Neste caso os eventos seriam isotrópicos, enquanto a alternativa com três componentes prediz anisotropia.

Deve-se notar que a situação experimental não fica bem esclarecida já que os resultados mais recentes de *AGASA* parecem não mostrar o corte transitório *GZK*, que surgiria das observações de *Hires*[35]. Será portanto essencial a maior estatística de eventos do observatório Auger atualmente em construção.

Capítulo 7

Partículas superpesadas

Vamos analisar a possibilidade mais simples, do ponto de vista teórico, de ter partículas superpesadas. Isto corresponde a teorias de grande unificação. Dependendo dos detalhes dos grupos de simetria, estas partículas poderiam ter vida média suficiente para originar os *UHECR* ou alternativamente contribuir ao momento do múon que parece apresentar um deficit teórico frente ao valor experimental[36].

7.1 Alternativa para os UHECR

Podemos mostrar que uma alternativa para os *UHECR*, seria o decaimento de uma partícula superpesada sem interações ordinárias.

No marco das Teorias de Grande Unificação, a simetria mais conveniente é E_6 porque contém para cada geração um lépton pesado carregado e uma partícula sem interações ordinárias e portanto bastante estável.

Se escolhemos quebrar as simetrias com o Higgs na representação 27 além dos indispensáveis de 78 e 351, como presumivelmente o valor esperado de 1^1 em 27 apareceria à mesma escala de 1^{-2} em 351 correspondendo à quebra de $SO(10) \times \bar{U}(1)$, o fato de que L seja mais pesado ou mais leve que os férmions exóticos dependeria das constantes dos acoplamentos de Yukawa. Seria também possível que um desses valores esperados produzira-se a uma escala mais baixa.

Para quebrar o SM necessitamos $10^{-\frac{1}{2}}$ em 27 que daria massa aos férmions ordinários através de $\phi_{10^{-\frac{1}{2}}} \Psi_{16^{\downarrow}} \Psi_{16^{\uparrow}}$ e mistura L e N , segundo

$$H(10, \bar{5})(d^c d + e^c e + N^c L) + H(10, 5)(u^c u + \nu^c \nu + LN) \quad . \quad (7.1)$$

Finalmente $16^{\frac{1}{2}}$ também em 27 mistura férmions ordinários e exóticos, o que é necessário porque de outra forma os últimos seriam estáveis de acordo com

$$H(16, 1)(d^c D + E^c e + N^c \nu) + H(16, \bar{5})(D^c d + e^c E + \nu^c N) \quad . \quad (7.2)$$

O valor esperado de $SU(5) \bar{5} \left(\phi_{27} \equiv \phi_{16^{\frac{1}{2}}} \equiv \phi_{\bar{5}^{-\frac{1}{2}}} \right)$ pode aparecer rompendo o SM à escala eletrofraca.

Pela sua parte, a componente $1^{-\frac{3}{2}}$ do primeiro termo do acoplamento (7.2) pode aparecer antes, na quebra de $SU(5) \times \bar{U}(1)$. Neste caso, junto com a Eq.(2.17), se produziria uma mistura do tipo

$$\begin{aligned} d_0 &= d, \quad d_0^c = d^c \cos \theta + D^c \text{sen } \theta \quad , \\ e_0^c &= e^c, \quad e_0 = e \cos \theta + E \text{sen } \theta \quad , \\ \nu_0 &= \nu \cos \theta + N \text{sen } \theta \quad , \end{aligned} \quad (7.3)$$

onde o ângulo θ não pode ser muito grande já que a escala do $H(16, 1)$ é menor que a do $\phi(1, 1)$ que rompe $SO(10) \times \bar{U}(1)$.

Alternativamente, se $H(16, 1)$ aparece à mesma escala eletrofraca EW de $H(16, \bar{5})$, a mistura de férmions exóticos e ordinários será ainda menor.

Com este esquema, L não pode decair em ν^c e ajustando os parâmetros de forma tal que $M_L < M_E$, o decaimento de L estaria dado por $L \rightarrow \mathcal{O}\mathcal{O}\bar{\mathcal{O}}V$, com V bóson vetorial do 45 de $SO(10)$, que inclui os 12 bósons do SM como se vê na Fig.(7-1)

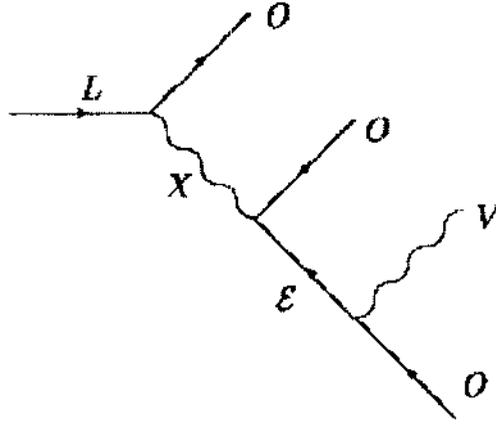


Figura 7-1: Diagrama de Feynman para o decaimento da partícula L em três passos.

É possível um acoplamento $\mathcal{E}OV$ pela conservação de carga de $\bar{U}(1)$ devido às decomposições em $SO(10) \times \bar{U}(1)$ $27 = 16^{\frac{1}{4}} + 10^{-\frac{1}{2}} + 1^1$ e $78 = 45^0 + 1^0 + 16^{-\frac{3}{4}} + \bar{16}^{\frac{3}{4}}$ somente se houver uma mistura entre \mathcal{E} y \mathcal{O} .

Se a escala de $27(1^1)$ é da ordem da quebra de $SO(10) \times \bar{U}(1)$ mas a de $351(1^{-2})$ é menor, é possível ter $M_L \sim 10^{12} GeV$ correspondendo a $UHECR(10^{21} eV)$, considerando $M_{\mathcal{E}} \sim 10^{16} GeV$ e $M_X \sim 10^{17} GeV$ devido à escala de quebra de E_6 .

Desta forma, o decaimento da Fig.(7-1) poderia ser substituído por um acoplamento efetivo $\sim \frac{1}{M_X^2 M_{\mathcal{E}}} \bar{\mathcal{O}}_1 \gamma^\mu L \bar{\mathcal{O}}_2 \gamma_\mu \gamma^\nu \mathcal{O}_3 V_\nu$, tal como mostra a Fig.(7-2).

Para o cálculo do diagrama da Fig.(7-2) consideramos

- Partícula entrante L

$$\Psi_L(x) = (2V p_0)^{-\frac{1}{2}} u(p, s_L) e^{-ip \cdot x}$$

- Partículas salientes $\mathcal{O}_1, \mathcal{O}_2, \bar{\mathcal{O}}_3, V$

$$\bar{\Psi}_{\mathcal{O}_1} = (2V q_0)^{-\frac{1}{2}} \bar{u}(q, s_1) e^{iq \cdot x}$$

$$\bar{\Psi}_{\mathcal{O}_2} = (2V q'_0)^{-\frac{1}{2}} \bar{u}_2(q', s_2) e^{iq' \cdot x}$$

$$\Psi_{\mathcal{O}_3} = (2V q''_0)^{-\frac{1}{2}} v_3(q'', s_3) e^{iq'' \cdot x}$$

$$V_\nu = (2V K_0)^{-\frac{1}{2}} \varepsilon_\nu(k, \lambda) e^{ik \cdot x}$$

Tomando o quadrado do elemento de matriz S , integrando sobre os estados finais, com média sobre a polarização do férmion incidente e finalmente dividindo pelo tempo

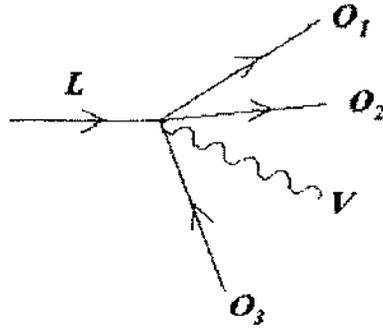


Figura 7-2: Diagrama do acoplamento efetivo para o decaimento da partícula L .

t , a taxa de decaimento está dada, além das constantes de acoplamento, por

$$W = \frac{1}{t} V \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} V \int \frac{d^3 q'}{(2\pi)^3} V \int \frac{d^3 q''}{(2\pi)^3} V \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2} \sum_{s_L} \sum_{s_1, s_2, s_3, \lambda} |S(L \rightarrow \mathcal{O}_1 \mathcal{O}_2 \bar{\mathcal{O}}_3, V)|^2 \quad (7.4)$$

onde,

$$S(L \rightarrow \mathcal{O}_1 \mathcal{O}_2 \mathcal{O}_3, V) = -i \int d^4 x \frac{1}{m_X^2 m_E} \bar{\Psi}_{\mathcal{O}_1} \gamma^\mu \Psi_L \bar{\Psi}_{\mathcal{O}_2} \gamma_\mu \gamma^\nu \Psi_{\mathcal{O}_3} V_\nu \quad (7.5)$$

Por simplicidade, não incluímos projetores de quiralidade $(1 \pm \gamma_5)$, assim

$$\sum_{s_L} \sum_{s_1, s_2, s_3, \lambda} |S(L \rightarrow \mathcal{O}_1 \mathcal{O}_2 \mathcal{O}_3, V)|^2 = \frac{(2\pi)^4}{m_X^4 m_E^2 (64 V^5 q_0 p_0 q'_0 q''_0 k_0)} \times \quad (7.6)$$

$$M \delta^4(-p + q + q' + q'' + k) V t$$

com

$$M = \sum_{\lambda} \varepsilon_{\nu}(k, \lambda) \varepsilon_{\rho}^*(k, \lambda) \sum_{s_L, s_1, s_2, s_3} \bar{u}_1(q, s_1) \gamma^{\mu} u(p, s_L) \bar{u}_2(q', s_2) \gamma_{\mu} \gamma^{\nu} v_3(q'', s_3) \bar{v}_3(q'', s_3) \gamma_{\sigma} \gamma^{\rho} u_2(q', s_2) \bar{u}(p, s_L) \gamma^{\sigma} u_1(q, s_1) \quad (7.7)$$

Considerando a soma sobre spins para dar os projetores $\sum_s u_{\alpha}(p, s) \bar{u}_{\beta}(p, s) = (p_{\mu} \gamma^{\mu} + m)_{\alpha\beta}$ e a soma sobre as direções de polarização $\sum_{\lambda=1}^3 \varepsilon_{\mu}(k, \lambda) \varepsilon_{\rho}(k, \lambda) = -g_{\mu\rho} + \frac{k_{\mu} k_{\rho}}{m_V^2}$, e como $m_V \ll m_L$, a estimativa da vida média da partícula L é dada por

$$\tau_L^{-1} \sim \alpha_{GUT}^2 \alpha_M 10^{-7} \frac{m_L^8}{m_X^4 m_s^2 m_V} \quad (7.8)$$

Para a expressão da Eq.(7.8) supôs-se a produção do bóson vetorial V praticamente em repouso e conseqüentemente os três férmions ordinários em um plano e separados por ângulos considerados iguais.

Introduzindo as massas anteriores e $m_V \sim 10^2 GeV$, da Eq.(7.8) estimamos

$$\tau_L^{-1} \sim \alpha_M \frac{10^7}{seg} \quad (7.9)$$

que daria τ_L da ordem da idade do universo $t_0 \sim 10^{18} seg$ para $\alpha_M \sim 10^{-25}$, o qual é razoável se a mistura se produzir na escala eletrofraca, já que devido à grande diferença com a escala GUT , seria muito pequena e $\alpha_M \sim \left(\frac{\eta_{EW}}{\eta_{GUT}}\right)^2$. Desta forma, L poderia dar origem aos $UHECR$.

7.2 Alternativa para o momento magnético anômalo do muon

Agora para as seis quebras da Eq.(2.10) usamos oito valores esperados dos campos de Higgs, tomados nas representações 78 e 351, para lhe dar massa a todos os férmions e misturar os ordinários com os exóticos.

78 é necessário para romper E_6 e para romper $SO(10)$.

Usamos todas as representações de $SO(10) \times \bar{U}(1)$ em 351 . $\phi_{351} = \phi_{1-2}$ é necessário para romper $SO(10) \times \bar{U}(1)$ dando massa ao L que será desta forma mais leve que os bósons de calibre X , com a possível exceção do \bar{Z} associado ao $\bar{U}(1)$, porém mais pesado que os outros dez férmions exóticos. $\phi_{351} = \phi_{126-\frac{1}{2}}$ usa-se para romper $SU(5) \times \tilde{U}(1)$ dando massa ao ν' , notando que devemos tomar para o Higgs o complexo conjugado de suas representações $SU(5) \times \tilde{U}(1)$ de acordo à Eq.(2.15).

Para completar as quebras à escala de GUT de $SU(5)$, usamos 54^1 e $144^{\frac{1}{2}}$ para lhe dar massa aos férmions exóticos e mesclá-los com os ordinários, respectivamente. Isto é porque ambos contêm, de acordo com as decomposições da Eq.(2.15), um 24 de $SU(5)$ que tem uma componente invariante baixo $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)$ que dá[37] os acoplamentos de Yukawa

$$\begin{aligned} \phi(54, 24) & \left(D^C \ D - \frac{3}{2} \ E^C \ E - \frac{3}{2} \ N^C \ N \right) \quad , \quad (7.10) \\ \phi(144, 24) & \left(d^C \ D - \frac{3}{2} \ E^C \ e - \frac{3}{2} \ N^C \ \nu \right) \quad . \end{aligned}$$

Devido ao fato de que os termos de massa e de mistura são análogos, o que não aconteceria no caso de incluir $351'$, na escala de GUT os estados sem massa além do u seriam os da Eq.(7.3), com estados de massa ortogonais \tilde{E} , mais pesados.

O notável da mistura igual, ainda com grande θ , de e e ν e a não mistura de d e u é que deixam invariantes as interações fracas carregadas para os férmions ordinários e adicionalmente a Eq.(7.3) não produz mudanças[38] nas correntes neutras.

Este esquema não permitiria que o L fosse fonte de $UHECR$. De fato, se a massa de \bar{Z} é da mesma ordem porém mais baixa que a de L , o qual decairá de acordo a Fig.(7-3).

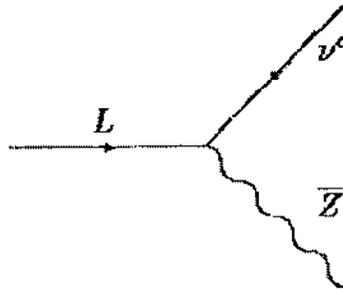


Figura 7-3: Diagrama de Feynman para o decaimento da partícula L em um passo.

Isto requererá uma mistura entre L e ν^c pelas Eqs.(2.13).

Para o cálculo do decaimento da partícula L , consideramos:

Partícula entrante L no vértice

$$\Psi_L(x) = (2Vq_0)^{-\frac{1}{2}} u(q, s) e^{-iq \cdot x}$$

Partículas salientes \mathcal{O}, X do vértice

$$\bar{\Psi}_{\mathcal{O}}(x) = (2Vq'_0)^{-\frac{1}{2}} \bar{u}(q', s_1) e^{iq' \cdot x}$$

$$X_\mu(x) = (2Vk_0)^{-\frac{1}{2}} \varepsilon_\mu(k, \lambda) e^{ik \cdot x}$$

A taxa de decaimento neste caso estará dada por

$$W = \frac{1}{t} V \int \frac{d^3q'}{(2\pi)^3} V \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2} \sum_s \sum_{s', \lambda} |S(L \longrightarrow \mathcal{O}X)|^2 \quad , \quad (7.11)$$

onde

$$S(L \longrightarrow \mathcal{O}X) = -i \int d^4x \bar{\Psi}_{\mathcal{O}}(x) \gamma^\mu \frac{(1 - \gamma_5)}{2} \Psi_L(x) X_\mu(x) \quad . \quad (7.12)$$

Assim,

$$W = \frac{1}{64\pi^2} \int \frac{d^3q'}{q_0q'_0} \int \frac{d^3k}{k_0} M \delta^4(k+q'-q) \quad , \quad (7.13)$$

$$\begin{aligned} \text{com } M &= \sum_{s,s',\lambda} |\bar{u}(q',s') \gamma^\mu (1-\gamma^5) u(q,s) \varepsilon_\mu(k,\lambda)|^2 = \\ &= \left(-g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{M_X^2} \right) \text{Tr} \{ (q' + m_0) \gamma^\mu (1-\gamma^5) (q + m_L) \gamma^\nu (1-\gamma^5) \} \end{aligned}$$

Trabalhando com o traço e integrando logo W e com a aproximação $m_{\nu^c} \ll m_L$, a vida média τ_L será

$$\tau_L^{-1} \simeq \frac{k}{4} m_L \frac{1}{r} (1 - 3r^2 + 2r^3) \quad , \quad r = \frac{m_Z^2}{m_L^2} \quad , \quad (7.14)$$

onde k dependerá da mistura. No caso de que $\frac{k}{4} \sim 10^{-2}$, quer dizer grande porque contém um acoplamento α_{GUT} e com $m_L \sim 10^{16} GeV$, o resultado seria $\tau_L \sim 10^{-38} seg.$

Mas ainda sem mistura de L e ν^c ou se $m_{\bar{Z}} > m_L$, o decaimento de L seria suficientemente rápido através da Fig.(7-4), e não requereria mistura de L e \mathcal{E} com os férmions ordinários \mathcal{O} se o bóson de calibre X pertence ao 16 de acordo às Eqs.(2.11).

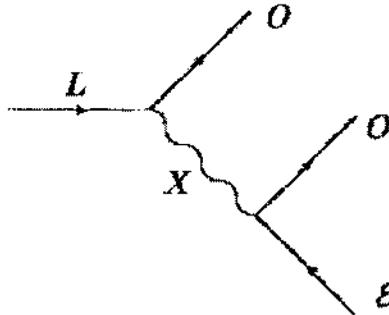


Figura 7-4: Diagrama de Feynman para o decaimento da partícula L em dois passos.

Mas a mistura de \mathcal{O} e \mathcal{E} é necessária para o decaimento deste último.

Para o cálculo do decaimento da partícula L consideramos, no primeiro vértice $L \longrightarrow \mathcal{O} + X$

$$\Psi_L = (2Vp_0)^{-\frac{1}{2}} u_L(p, s_L) e^{-ip \cdot x}$$

$$\bar{\Psi}_{\mathcal{O}_1} = (2Vq_0)^{-\frac{1}{2}} \bar{u}_1(q, s) e^{iq \cdot x}$$

No decaimento do X virtual, $X \rightarrow \mathcal{O} + \mathcal{E}$

$$\bar{\Psi}_{\mathcal{O}_2} = (2Vq'_0)^{-\frac{1}{2}} \bar{u}_2(q', s') e^{iq' \cdot y}$$

$$\Psi_{\mathcal{E}} = (2Vq''_0)^{-\frac{1}{2}} v_{\mathcal{E}}(q'', s_{\mathcal{E}}) e^{iq'' \cdot y}$$

A amplitude de transição é

$$\Gamma = \frac{1}{(2V)^2} \frac{1}{(p_0 q_0 q'_0 q''_0)^{\frac{1}{2}}} \int d^4x d^4y e^{-ix(p \cdot q)} e^{iy(q' + q'')} \quad (7.15)$$

$$= \bar{u}_1(q, s_1) \gamma^\mu \left(\frac{1 - \gamma^5}{2} \right) u_L(p, s_L) \langle 0 | T(X_\mu(x) X_\nu(y)) | 0 \rangle \times \\ \times \bar{u}_2(q', s_2) \gamma^\nu \frac{(1 - \gamma^5)}{2} v_{\mathcal{E}}(q'', s_{\mathcal{E}}) \quad (7.16)$$

O valor esperado do produto temporalmente ordenado $\langle 0 | T(X_\mu(x) X_\nu(y)) | 0 \rangle$ é o propagador do bóson vetorial massivo X , caso que seja estável

$$\langle 0 | T(X_\mu(x) X_\nu(y)) | 0 \rangle = -i \int \frac{(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{m_X^2})}{k^2 - m_X^2 + i\epsilon} e^{ik(x-y)} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \quad (7.17)$$

Se não o for ϵ transforma-se em Γ_X , que é a largura da ressonância.

Introduzindo (7.16) em (7.15), fazendo a média sobre os estados de spin iniciais e somando sobre os finais, integrando e considerando $m_L \gg m_{\mathcal{E}}, m_{\mathcal{O}}$, $r = \frac{m_X^2}{m_L^2}$, $G = \frac{\Gamma_X^2}{m_L^2}$ a vida média é

$$\tau_L^{-1} \simeq \frac{\alpha_{GUT}^2}{24\pi} \frac{m_L^5}{m_X^4} r^2 \int_0^{\frac{1}{2}} dx x^2 \frac{3 - 4x}{(1 - 2x - r)^2 + rG} \quad (7.18)$$

onde, tomando $m_X \sim 10^{17} GeV$, dá $\tau_L \sim 10^{-32} seg$, se G é desprezível.

Quanto à quebra do SM , deve fazer-se com um Higgs em $10^{-\frac{1}{2}}$ dando massa aos

férmions ordinários e misturando L com N de acordo á Eq.(7.1).

O $16^{-\frac{5}{4}}$ através da componente $1^{-\frac{5}{2}}$ de $SU(5) \times \tilde{U}(1)$ dá uma mistura de L com ν^c que é pequena se ocorrer á escala EW , mas pode ser maior se se produzir á quebra de $SU(5) \times \tilde{U}(1)$. Entretanto, $16^{-\frac{5}{4}}$ é a única componente de 351 que não é imprescindível para esta alternativa.

As contribuições de novas partículas[39] ao momento magnético anômalo do múon (MAM) renovaram seu interesse devido à discrepância $\sim 2\sigma$ entre o cálculo teórico do SM e o valor experimental de Brookhaven[40]. Esta discrepância foi apresentada como efeito de 2.6σ mas recentemente diminuiu devido a um erro teórico nas contribuições do pión[41]

O cálculo teórico parte da equação de Dirac que dá um fator giromagnético $g = 2$ e corresponde a um diagrama como mostra a Fig.(7-5).



Figura 7-5: Interação eletromagnética do muon.

A anomalia está dada por $a = \frac{(g-2)}{2}$.

Existem correções eletromagnéticas, dando um $a_{em} \sim 10^{-3}$, fracas, com $a_{fra} \lesssim 1.5 \times 10^{-9}$ e hadrônicas, $a_{had} \sim 70 \times 10^{-9}$ do SM que se apóiam em diagramas do tipo das Figs.(7-6) (a), (b), (c) e (d).

A nova física dá correções além do SM que tratam de explicar a eventual discrepância do MAM que seria

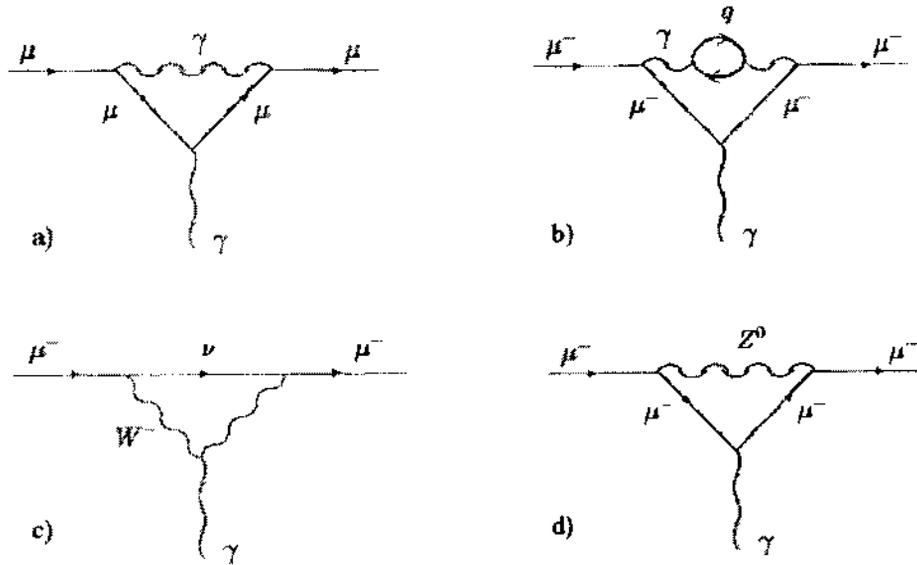


Figura 7-6: a) Correção eletromagnética; b) Correção hadrônica; c) y d) Correções fracas.

$$\Delta a_\mu = a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{teo}} = \Delta \left(\frac{g-2}{2} \right)_\mu \simeq 3 \times 10^{-9} \quad (7.19)$$

Vamos ver que, além de outras explicações, este modelo baseado em E_6 pode dar uma correção de a_μ da ordem anterior.

7.3 Diferentes correções ao a_μ além do SM

7.3.1 Supersimetria (SUSY)

O tipo de correções do MAM nesta teoria são da forma que se mostra na Fig.(7-7).

Assim, $\Delta a_\mu^{SUSY} \sim \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{m_\mu}{\Lambda_{SUSY}} \right)^2 \sim 10^{-10} \frac{1}{(\Lambda_{SUSY}[TeV])^2}$ onde Λ é a escala correspondente à nova física e $16\pi^2$ vem do laço. Posto que se espera que $\Lambda_{SUSY} < TeV$ então $\Delta a_\mu \gtrsim 10^{-10}$ que poderia chegar a explicar a discrepância.

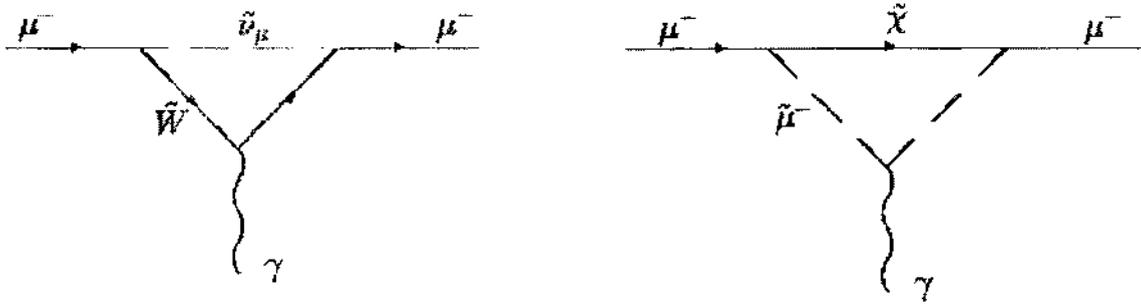


Figura 7-7: Correções devidas aos companheiros supersimétricos do W e do μ .

7.3.2 Dimensão extra

Neste caso, temos a Fig.(7-8).

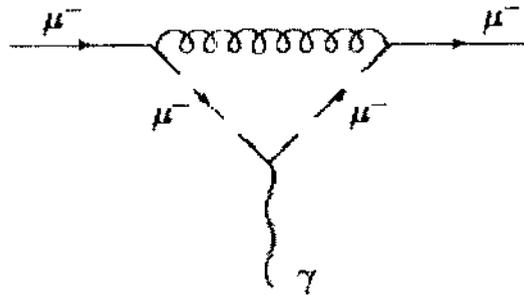


Figura 7-8: Contribuição dos gravitons na dimensão extra.

A correção também é quadrática, $\Delta a_\mu^{dim} \sim \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{m_\mu}{\Lambda_{dim}} \right)^2$. Para ter $\Delta a_\mu \sim 3 \cdot 10^{-9}$ deveria ser $\Lambda_{dim} < TeV$, impossível por cosmologia. Entretanto, a contribuição a Δa_μ^{dim} poderia eventualmente aumentar pela soma de muitos modos "Kaluza-Klein" na dimensão extra.

7.3.3 GUT

Para um diagrama devido à interação do múon com um lépton pesado, que pode aparecer no *GUT*, e um Higgs

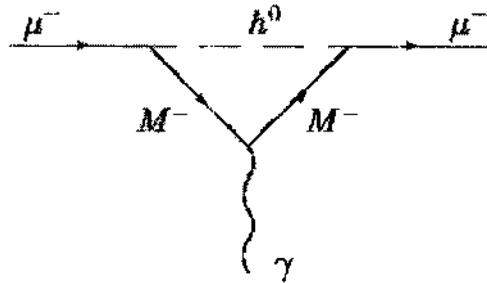


Figura 7-9: Contribuição do lépton pesado à interação eletromagnética do muon.

a correção resulta linear, quer dizer $\Delta a_\mu \sim \frac{1}{16\pi^2} \frac{m_\mu}{m_M}$. Com $m_M \sim 10^6 GeV$ então $\Delta a_\mu^{GUT} \sim 10^{-9}$ para o qual é necessário justificar que a massa do lépton seja tão baixa.

Com nosso esquema presente de quebras baseadas no 351, os acoplamentos de Yukawa para e e E das Eqs. (7.10) e (7.1) através da mistura da Eq.(7.3) vão dar um acoplamento de mudança de sabor dos estados físicos e_0 e \hat{E} com o campo de Higgs h somado ao valor esperado do vácuo

$$\mathcal{L}_{FC} = K\bar{e}_0 (\alpha - \beta\gamma_s) \hat{E} h + h.c. \quad (7.20)$$

Isto vem de $\mathcal{L}_Y \sim f\varphi\bar{\Psi}\Psi$ com $\varphi = \eta + h(x)$. Assim, $\mathcal{L}_Y = f\eta\bar{\Psi}\Psi + fh\bar{\Psi}\Psi$.

Em nosso caso, $\mathcal{L}_Y \sim \varphi_1\bar{e}e + \varphi_2\bar{E}E + \varphi_3\bar{e}E \sim \eta_1\bar{e}e + \eta_2\bar{E}E + \eta_3\bar{e}E + h_1\bar{e}e + h_2\bar{E}E + \dots$, onde η_1 é da ordem de η_{EW} , η_2 , η_3 da ordem de η_{GUT} .

Como $e = e_0 \cos\theta - \hat{E} \sin\theta$, $E = \hat{E} \cos\theta + e_0 \sin\theta$ os termos de acoplamento com o Higgs no lagrangiano serão da forma $h_1\bar{e}_0e_0 + kh_1\bar{e}_0\hat{E} + \dots$

Notar que não estamos tendo em conta a quiralidade. k depende do ângulo de mistura

e dos parâmetros necessários para dar o valor da massa dos léptons.

Um termo análogo para a segunda geração de férmions produzirá uma contribuição[42] ao MAM de acordo à Fig.(7-10).

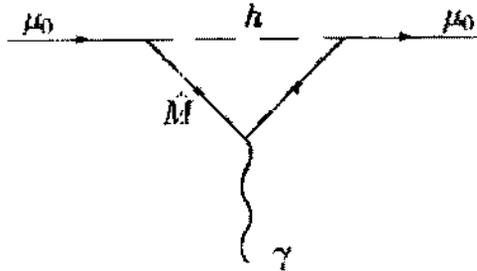


Figura 7-10: Diagrama de Feynman para a correção do MAM devida ao lépton exótico do E_6 .

$$\Delta a_\mu \simeq \frac{1}{8\pi^2} \frac{m_\mu}{m_M} k^2 F\left(\frac{m_h}{m_M}\right) \quad (7.21)$$

onde, para $m_h \ll m_M$, $F(0) = \frac{1}{2}$. Assim, sendo $k \lesssim 1$, para ter a discrepância da Eq.(7.19) é necessário que a massa do lépton exótico $m_M \lesssim 10^6 GeV$. Como no presente esquema a mistura é grande devido a que ocorre à escala de GUT , é razoável ter os valores de k e m_M antes mencionados.

É interessante que uma aproximação diferente em que léptons leves se acoplam a léptons pesados e píons[43] dá uma lei análoga à da Eq.(7.21), com um diagrama como o da Fig.(7-11).

Comparando os diagramas deste modelo e o nosso tomando acoplamento efetivo para os propagadores de partículas pesadas tem-se as Figs. (7-12 a, b)

Este modelo permitiria também explicar os $UHECR$ através de um incremento na interação $\nu - \text{núcleon}$ dado por a Fig.(7-13), devido a que a interação do pión com o núcleon seria forte. No nosso caso não existe um processo semelhante já que o que

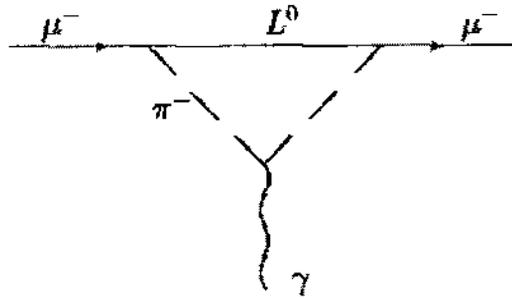


Figura 7-11: Contribuição correspondente à subestrutura do lépton.



Figura 7-12: Comparação dos diagramas efetivos de nosso modelo com o da subestrutura do lépton.

teríamos é um vértice $\nu N h^0$ e nem o N nem o h^0 interagem fortemente com o núcleon.

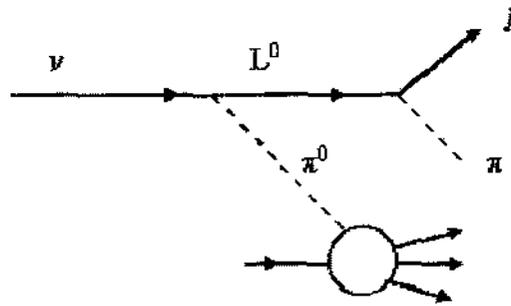


Figura 7-13: Interação ν -núcleon com a subestrutura do lépton.

Conclusão

Os *UHECR* podem explicar-se com objetos pesados da teoria de interações fundamentais que seriam partículas superpesadas ou defeitos topológicos.

Esta explicação dos *UHECR* requer o mecanismo *top-down* e isto implicará nova física além do *SM*. No caso dos defeitos topológicos, podem ser cordas cósmicas supercondutoras como vórtens, ou combinadas com monopolos na forma de colares.

Os vórtens formariam parte do halo, enquanto que os colares estariam distribuídos no universo e ambos poderiam ser uma solução para o problema dos *UHECR* com energias $\gtrsim 10^{20} eV$. Os primeiros não seriam sensíveis ao corte *GZK*, enquanto que os segundos teriam um corte tipo *GZK* transitório com recuperação posterior pelo espectro duro. Ademais, do ponto de vista observacional, a diferença seria a anisotropia no caso dos vórtens pela posição assimétrica do sol na galáxia enquanto que em troca haveria isotropia para os colares, característica de sua origem cosmológica. Deve-se notar que a anisotropia detectada a energias abaixo do tornozelo, não se observa acima deste, o que seria consistente com a aparecimento de uma componente extragaláctica.

É necessária a obtenção de mais eventos para que a estatística para energias maiores seja examinada para ver se contribuem novas fontes galácticas ou extragalácticas.

Quanto à teoria das partículas elementares, no caso dos colares, para que a quebra da simetria abeliana deixe um Z_2 discreto invariante, o modelo mais apropriado é o que se baseia no $SO(10)$. Para os vórtens, o modelo de *GUT* E_6 é melhor porque a quebra da simetria adicional que contém produz a corrente supercondutora com férmions exóticos.

Se os vórtens se formassem na etapa de fricção do *GUT*, sem necessidade de sobreviver na transição *EW*, eles poderiam dar origem a uma assimetria matéria-antimatéria, mas

não haveria conexão com os *UIHECR*.

No caso das partículas superpesadas, para que sejam possíveis fontes de *UIHECR* não podem ter interações ordinárias para ser estáveis e sobreviver até hoje.

Uma alternativa possível para o Higgs responsável pela quebra da simetria E_6 , passando através do $SO(10)$ e $SU(5)$, é que como este fato produz férmions muito pesados no decuplo do $SO(10)$ (com uma mistura muito pequena com os ordinários) haveria um candidato. O singlete do $SO(10)$ no 27 do E_6 com massa $\sim 10^{12} GeV$ poderia ter uma vida média da ordem da idade do universo e explicar os *UIHECR*.

Com outra alternativa para os Higgs, o *GUT* baseado no E_6 poderia dar uma forte mistura de léptons exóticos e ordinários que não produziria uma massa demasiado grande para os primeiros, e conseqüentemente poderíamos explicar a correção do *MAM* da ordem da discrepância entre as medições experimentais e o cálculo no *SM*.

Bibliografia

- [1] C.T. Norman, D.B. Melrose, A. Achteberg, *Ap. J.* **454** (1995) 60; A.V. Olinto, astro-ph/0002006; N. Nagano, A.A. Watson, *Rev. Mod. Phys.* **72** (2000) 689.
- [2] V. Berezhinsky, astro-ph/0001163; P. Bhattacharjee, G. Sigl, *Physics. Rep.* **327** (2000) 109.
- [3] J. Ellis, G. Gelmini, J. López, D.V. Nanopoulos, S. Sarkar, *Nucl. Phys. B* **373** (1992) 339; V.A. Kuzmin, V.A. Rubakov, *Yadernaya Fizika* **61** (1998) 1122; V. Berezhinsky, M. Kachelriess, A. Vilenkin, *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 4302; K. Hamaguchi, Izawa K.-I, Y. Nomura, T. Yanagida, *Phys. Rev. D* **60** (1999) 125009; K. Hamaguchi, Y. Nomura, T. Yanagida, *Phys. Rev. D* **59** (1999) 063503; R. Benakli, J. Ellis, D.V. Nanopoulos, *Phys. Rev. D* **59** (1999) 047301; L. Kofman, A. Linde, A. Starobinsky, *Phys. Rev. Lett.* **73** (1994) 3195; D.J.H. Chung, E.W. Kolb, A. Riotto, *Phys. Rev. D* **59** (1999) 023501; V.A. Kuzmin, I.I. Tkachev, *JETP Letters* **69** (1998) 271.
- [4] A. Vilenkin, E.P.S. Shellard, *Cosmic Strings and Other Topological defects*, Cambridge Univ. Press. (Cambridge 1994).
- [5] T.W.B. Kibble, *J. Phys.* **A9**, 1387 (1976).
- [6] G. 't Hooft, *Nucl. Phys.* **B79**, 276 (1974).
- [7] M. Nagano, A.A. Watson, *Rev. Mod. Phys.* **72** (2000) 691.
- [8] E. Fermi, *Phys. Rev.* **75**, 1169 (1949).

- [9] A.M. Hillas, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **22** (1984) 425.
- [10] R.J. Protheroe, astro-ph/9612212.
- [11] P. Bhattacharjee, *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 260.
- [12] R.L. Davis and E.P.S. Shellard, *Nucl. Phys.* **B323**, 209 (1989).
- [13] R. Jeannerot, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3292 (1996).
- [14] R. Brandenberger and A. Riotto, *Phys. Lett. B* **445** (1999) 323.
- [15] R.L. Davis and E.P.S. Shellard, *Nuclear Phys.* **B249**, 557 (1989).
- [16] L. Masperi, M. Orsaria, *Int. J. Mod. Phys. A* **14** (1999) 3581.
- [17] M. Takeda et al., *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 1163.
- [18] A.J. Gill and T.W.B. Kibble, *Phys. Rev. D* **50** (1994) 3660.
- [19] P. Bhattacharjee and N. Rana, *Phys. Lett. B* **246** (1990) 365.
- [20] Yu. L. Dokshizer, V.H. Khoze, A.H. Mueller, S.Y. Troyan, *Basics of Perturbative QCD* (Editions Frontiers, 1991).
- [21] M. Birkel, S. Sarkar, *Astropart. Phys.* **9** (1998) 173.
- [22] M. Blanton, P. Blasi, A. Olinto, *Astropart. Phys.* **15** (2001) 275.
- [23] O.E. Kalashev, V.A. Kuzmin, D.V. Semikov, *Mod. Phys. Lett. A* **16** (2001) 2505;
S.L. Dubovsky, P.G. Tinyakov, *JETP Lett.* **68** (1998) 271.
- [24] G. Medina Tanco, *Astrophys. J.* **549** (2001) 711.
- [25] B. Carter, *Lect. Notes Phys.* **541** (2000) 71.
- [26] B. Carter, A.-C. Davis, *Phys. Rev. D* **61** (2000) 123501.

- [27] R. Brandenberger, B. Carter, A.-C. Davis, M. Trodden, *Phys. Rev. D* **54** (1996) 6059.
- [28] C. Martins, E. Shellard, *Phys. Rev. D* **57** (1998) 173.
- [29] L. Masperi, M. Orsaria; *Astropart. Phys.* **16** (2002) 411.
- [30] W.B. Perkins, A.-C. Davis, *Phys. Lett. B* **393** (1997) 46.
- [31] A.-C. Davis, S.C. Davis, *Phys. Rev. D* **55** (1997) 1879.
- [32] S.C. Davis, A.-C. Davis, W.B. Perkins, *Phys. Lett. B* **408** (1997) 81.
- [33] E. Witten, *Nucl. Phys. B* **249** (1985) 557.
- [34] L. Masperi and M. Orsaria, *Nuovo Cimento C* **24** (2001) 713.
- [35] N. Sakaki et al., *Proceedings of the XXVII International Cosmic Ray Conference, Hamburg* (2001) 333; C. H. Jui et al., *Proceedings of the XXVII International Cosmic Ray Conference, Hamburg* (2001) 333.
- [36] H. Chávez, L. Masperi and M. Orsaria; *Spacetime & Substance* **2** (2001) 112.
- [37] R. Barbieri and D.V. Nanopoulos, *Phys. Lett.* **91 B** (1980) 369.
- [38] Th. Rizzo, *Phys. Rev. D* **34** (1986) 1438.
- [39] J.A. Grifols, A. Méndez and J. Solá, *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986) 2348.
- [40] R.M. Carey et al., *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 1632; H.N. Brown et al., *Phys. Rev. D* **62** (2000) 091101.
- [41] J. Bijnens, E. Pallante and J. Prades, [hep-ph/0112255](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0112255).
- [42] J. Leveille, *Nucl. Phys. B* **137** (1978) 63.
- [43] S. Barshay and J. Leite Lopes, *Phys. Lett.* **68 B** (1977) 174.

“Objetos Microscópicos Superpesados e Raios Cósmicos Ultraenergéticos”

Milva Gabriela Orsária

Tese apresentada no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, fazendo parte da Banca examinadora os seguintes Professores:

Luis Masperi – Presidente/Centro Latino Americano de Física

Takeshi Kodama – UFRJ

Ronald Cintra Shellard – CBPF

Rio de Janeiro, 20 de março de 2002