



Um estudo da taxa de eventos casuais no detector central

A. F. Barbosa

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF, e-mail: laudo@cbpf.br

T. Abrahão

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF, e-mail: thamysabrahao@gmail.com

Resumo

Em sua versão de desenho mais recente, o detector central é equipado com 32 PMTs (**Photo-Multiplier Tubes**) na região de alvo para interações de neutrinos. Cada PMT emite entre 1000 e 10000 pulsos elétricos por segundo, unicamente devidos a excitações térmicas de elétrons no fotocátodo. Estes eventos casuais ocorrem a uma taxa que é superior à taxa esperada para a detecção de eventos físicos tais como: partículas cósmicas, radiação ambiente e neutrinos do reator. Por outro lado, os pulsos elétricos gerados pela detecção de quaisquer destes eventos físicos são observados em várias PMTs, enquanto que nos eventos casuais os sinais observados nas PMTs são descorrelacionados. Neste estudo fazemos uma estimativa do número mínimo de PMTs que devem apresentar pulsos coincidentes correlacionados a um evento físico, de modo que a taxa de eventos casuais registrados por PMTs em coincidência seja inferior à taxa esperada para detecção de neutrinos.

1 Distribuição de intervalos de tempo entre eventos

A duração dos intervalos entre eventos aleatórios que ocorrem ao longo do tempo deve seguir uma distribuição de probabilidade. Esta distribuição é representável como uma função $P(t)$, para a qual t corresponde à duração de um intervalo de tempo. A probabilidade para que o intervalo de tempo entre dois eventos consecutivos seja t_0 é, portanto, dada por:

$$Pr(t_0) = \int_{t_0}^{t_0+dt} P(t) dt \quad (1)$$

Para encontrar $P(t)$, consideramos inicialmente que os possíveis valores de t sejam discretos, múltiplos de uma unidade mínima: Δt . Embora t possa assumir valores ilimitados, a distribuição $P(t)$ deve ser normalizada, e nenhum valor particular de t impõe um comportamento específico de $P(t)$. Isto equivale a pressupor que o tempo, como o espaço, é homogêneo. Dados t_1 e t_2 , tais que $t_2 > t_1$, teremos necessariamente $P(t_2) < P(t_1)$. Em particular, podemos afirmar que:

$$P(t + \Delta t) < P(t) \quad (2)$$

A expressão acima é válida para qualquer valor de t , pelo fato de o tempo ser homogêneo. Daí inferimos também que o coeficiente entre $P(t+\Delta t)$ e $P(t)$ não depende de t :

$$\frac{P(t + \Delta t)}{P(t)} = \text{constante} = k \quad (3)$$

Os valores de $P(t)$ configuram, assim, uma progressão geométrica de razão k . A soma de todos os termos desta progressão é finita, atendendo à condição de normalização de $P(t)$:

$$\sum_{i=1}^{\infty} P(t_i) \Delta t = 1 = \frac{P(\Delta t)}{1 - k} \quad (4)$$

Combinando as equações 3 e 4, encontramos:

$$\frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t} = -P(t)P(\Delta t) \quad (5)$$

Tomando o limite de 5 quando Δt tende a zero, chegamos a:

$$\frac{dP}{dt} = -\lambda P(t) \quad (6)$$

O parâmetro λ introduzido na equação acima é definido por:

$$\lambda = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} P(\Delta t) \quad (7)$$

Resolvendo a equação diferencial 6, obtemos uma expressão para $P(t)$:

$$P(t) = \lambda e^{-\lambda t}; \quad (8)$$

Notamos que a solução obtida é normalizada:

$$\int_0^{\infty} P(t) dt = 1 \quad (9)$$

Notamos também que o parâmetro λ tem unidade equivalente ao inverso dos intervalos de tempo, remetendo assim ao número de eventos por unidade de tempo (taxa de contagem). O valor médio para a duração do intervalo entre eventos aleatórios é dado por:

$$t_m = \int_0^{\infty} tP(t) dt = \frac{1}{\lambda} \quad (10)$$

2 Estimativa experimental da distribuição

Admitimos que os eventos devidos à corrente de escuro das PMTs são aleatórios. Esta hipótese pode ser validada caso a distribuição de intervalos de tempo entre estes eventos seja compatível com 8.

A fim de obter uma estimativa experimental da distribuição de probabilidade seguida pelos eventos de corrente de escuro, tomamos amostragens da forma de sinal obtida em osciloscópio, observando intervalos de tempo muito maiores que valor médio esperado, t_m . Como a taxa de eventos devidos a corrente de escuro divulgada pelo fabricante das PMTs é da ordem de alguns KHz , tomamos uma janela temporal de amostragem de $20ms$. Este método de amostragem não é perfeito, uma vez que é limitado tanto pela resolução temporal do osciloscópio quanto pela duração máxima do intervalo de observação. Porém, é suficiente para a estimativa pretendida. Cada sinal emitido pela PMT tem duração em torno de $30ns$. Adotamos, então, uma configuração do osciloscópio na qual os dados são registrados com intervalo mínimo de $40ns$ na janela de amostragem. A banda passante do osciloscópio utilizado é $500MHz$.

Foi usado um circuito de *front-end* para amplificação dos sinais, cujo esquema é mostrado na Figura 1.

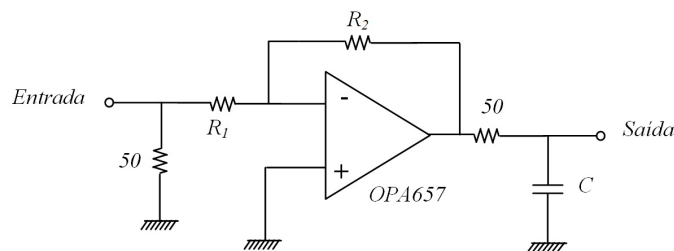


Figura 1: Circuito para o amplificador de *front-end*.

A configuração de amplificador utilizada é um simples inversor de sinais, com ganho em tensão dado pelo coeficiente entre os resistores R_2 e R_1 . Constatamos que o amplificador operacional usado na montagem se apresenta mais estável com resistores de realimentação de valor superior a alguns $K\Omega$. Por isto o circuito montado é ligeiramente diferente de sua configuração habitual como inversor. As resistências de entrada e de saída são determinadas por resistores de 50Ω , de modo a ser compatíveis com os cabos de transmissão de sinais. No estágio de saída foi adicionado um capacitor ($150pF$) que tem o efeito de limitar a banda passante à composição espectral do sinal amplificado. O estágio de amplificação é interessante por tornar o processo de amostragem mais preciso. Entretanto, pode ter o efeito oposto se seu funcionamento introduzir distorções ou se estiver sujeito a

interferências eletromagnéticas. No caso presente, foi obtido desempenho satisfatório com fator de amplificação próximo de 10.

Na Figura 2 são mostrados dois exemplos das formas de onda capturadas nas janelas de amostragem. Um deles se refere aos sinais adquiridos com eletrônica de *front-end*, enquanto que o outro se refere a sinais adquiridos diretamente da PMT, sem amplificação. Em ambos os casos, a mesma PMT é encerrada em um compartimento hermético a luz. Para evitar a detecção de fótons originados por efeito Cerenkov devido à passagem de partículas ionizantes pelo ar do próprio compartimento, a PMT é coberta por um tecido escuro. Os eventos observados são, portanto, principalmente devidos à corrente de escuro, aqui denominados eventos casuais. A tensão de polarização da PMT é escolhida segundo as indicações do fabricante, para prover fator de ganho 10^7 .

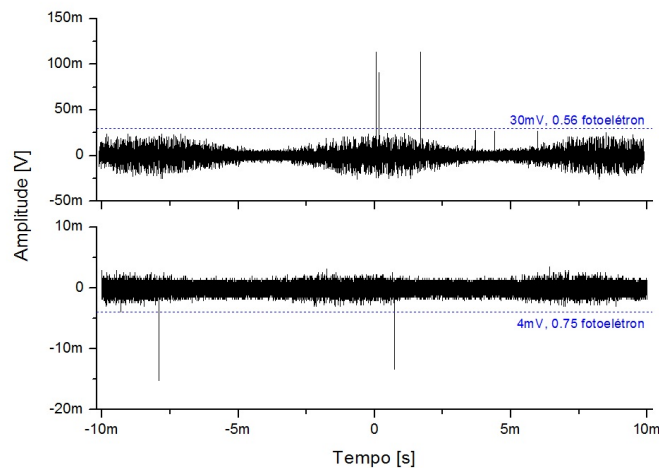


Figura 2: Sinais amostrados em osciloscópio com amplificação (acima) e sem amplificação (abaixo).

Foram registradas centenas de amostragens como as ilustradas na Figura 2. Para cada uma delas são identificados os eventos cuja amplitude supera o equivalente a 56% (caso com amplificação) ou 75% (caso sem amplificação) da amplitude média de sinal gerado por um único fotoelétron. Nota-se, pelo que é mostrado na Figura 2, que estes níveis de discriminação situam-se ligeiramente acima da máxima amplitude do ruído eletrônico. Em seguida são calculados os intervalos de tempo entre os eventos assim discriminados. Os histogramas obtidos são mostrados na Figura 3.

Com exceção do primeiro ponto, as demais contagens nos histogramas da Figura 3 sugerem um comportamento compatível com o esperado pela distribuição de probabilidades 8. O eixo vertical está exibido em escala logarítmica, de modo que a linha pontilhada (obtida por ajuste de uma curva a todos os pontos, com exceção do primeiro), indica comportamento exponencial.

Os eventos para os quais os intervalos de tempo são muito curtos, concentrados no primeiro ponto dos histogramas, são bem conhecidos e estudados [1, 2]. Pode ocorrer que, em um evento, uma parte dos fótons não seja absorvida no fotocátodo mas sim no primeiro dinodo. Neste caso aparecerá um pulso na saída da PMT antes do pulso principal. No caso presente esta possibilidade está praticamente excluída, pois observamos apenas eventos de corrente de escuro. Pode também ocorrer que algum dos elétrons do sinal que se propaga pela PMT provoque emissão de fótons na superfície de algum dos dinodos. Estes fótons podem atingir o fotocátodo e provocar um pulso na PMT depois do pulso principal. O intervalo de tempo típico entre estes dois pulsos se situa na faixa de dezenas nanosegundos. Uma terceira possibilidade ocorre quando os elétrons de um sinal ionizam o gás residual existente no interior da PMT, ocasionando a emissão de fótons que produzem também um pulso depois do pulso

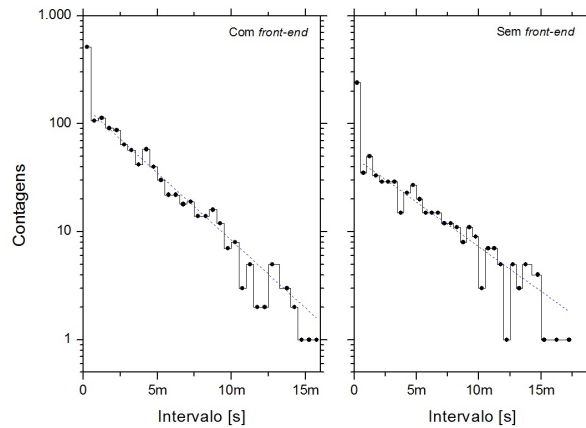


Figura 3: Histogramas obtidos para os intervalos de tempo entre eventos casuais.

principal. Neste caso, o intervalo de tempo entre os dois pulsos pode atingir a faixa de microssegundos. Excluídos estes casos excepcionais que favorecem a observação de eventos com intervalo de tempo muito curtos, os dados obtidos confirmam o modelo descrito pela equação 8. De fato, quando normalizamos os histogramas da Figura 3 de modo a fazê-los corresponder a uma distribuição de probabilidades, obtemos uma estimativa para esta distribuição que pode ser bem ajustada pela equação 8, como é mostrado na Figura 4.

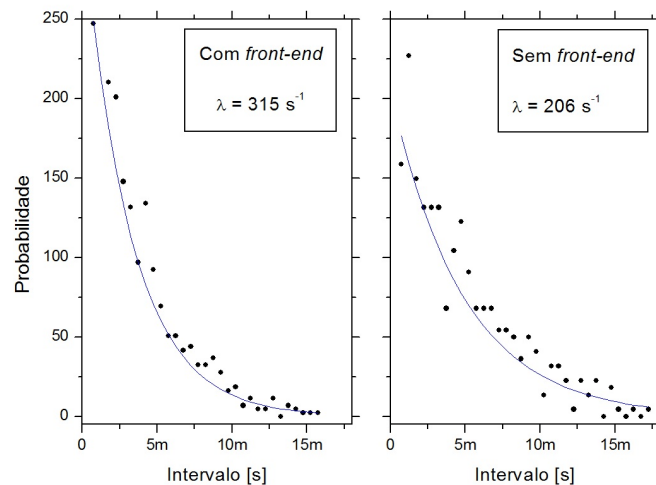


Figura 4: Ajuste da função $P(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ aos dados experimentais.

O ajuste da curva aos dados experimentais ilustrado na Figura 4 poderia ser melhorado pela introdução de pelo menos dois aprimoramentos: registro de um maior número de eventos, para tornar a amostragem mais expressiva; aumento da janela temporal de amostragem, para estender o alcance de intervalos observados. Tal como mostrado na figura, entretanto, o ajuste da curva aos dados já indica concordância com o modelo adotado para a distribuição de probabilidades. Os distintos valores para o parâmetro λ nos casos com e sem eletrônica de *front-end* refletem os diferentes níveis de discriminação de sinal aplicados aos dados adquiridos. O fabricante das PMTs anuncia λ na faixa de KHz para nível de discriminação fixado em 25% de um fotoelétron.

3 Taxa de eventos casuais para PMTs em coincidência

A taxa de contagem para eventos casuais é da ordem de KHz em cada PMT, enquanto que a taxa de contagem esperada para detecção de neutrinos do reator é próxima de $0.01Hz$ [3]. É mandatório, portanto, excluir os eventos casuais da aquisição de dados. Como sabemos que os eventos relacionados à detecção de partículas são observados quase simultaneamente por várias PMTs, enquanto que os eventos casuais nas PMTs não são correlacionados temporalmente, o critério evidente para rejeitar eventos casuais consiste em exigir que os dados só sejam adquiridos quando houver sinais em várias PMTs durante uma janela temporal de observação. Resta estimar o número de PMTs que devem participar de cada evento físico, de modo que haja suficiente exclusão de eventos casuais com mínima exclusão de eventos relacionados à detecção de neutrinos.

Consideremos inicialmente a probabilidade para que o intervalo de tempo observado entre dois eventos casuais seja inferior a Δt :

$$Pr(\Delta t) = \int_0^{\Delta t} P(t) dt = 1 - e^{-\frac{\Delta t}{t_m}} \quad (11)$$

Supondo que Δt seja muito inferior ao intervalo de tempo médio entre eventos, t_m , podemos afirmar que:

$$Pr(\Delta t) = 1 - \left(1 - \frac{\Delta t}{t_m}\right) = \frac{\Delta t}{t_m} = \lambda \Delta t \quad (12)$$

A taxa de contagem de eventos casuais para uma PMT, de acordo com 12, é dada por:

$$\lambda = \frac{Pr(\Delta t)}{\Delta t} = \frac{1}{t_m} \quad (13)$$

A probabilidade para que duas PMTs apresentem eventos casuais na mesma janela de observação Δt é expressa como o produto das probabilidades individuais:

$$Pr^{(2)}(\Delta t) = \lambda_1 \lambda_2 (\Delta t)^2 \quad (14)$$

Em 14, λ_1 e λ_2 se referem às taxas de contagem de eventos casuais para cada uma das PMTs. Está suposto que Δt é muito inferior ao intervalo médio entre eventos para ambas. A taxa de contagem de eventos casuais que ocorrem em duas PMTs em um intervalo Δt é então dada, segundo 13 e 14, por:

$$\lambda^{(2)} = \lambda_1 \lambda_2 \Delta t \quad (15)$$

Estendendo este raciocínio para a coincidência entre um número m de PMTs com eventos casuais na mesma janela de observação Δt , chegamos a:

$$\lambda^{(m)} = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_m (\Delta t)^{m-1} \quad (16)$$

A condição para validade de 16 é que Δt seja muito inferior ao menor dos intervalos de tempo médios entre eventos para as m PMTs. A taxa de contagem de eventos casuais pode atingir, segundo o fabricante, valores próximos a $10KHz$. Devemos então adotar $\Delta t \ll 100\mu s$.

Por outro lado, é importante levar em conta que, entre as 32 PMTs implementadas no detector central, há várias combinações possíveis incluindo 2, 3, ... ou m PMTs. Estas combinações devem ser somadas para prover a taxa total de eventos casuais na janela temporal de observação:

$$\lambda_{total}^{(m)} = (\Delta t)^{m-1} \sum_{i=1}^{C_{32,m}} \prod_{i=1}^m \lambda_i \quad (17)$$

Em 17 introduzimos o número de combinações possíveis de 32 objetos, tomados em grupos de m , de modo que a taxa total de eventos casuais seja computada:

$$C_{32,m} = \frac{32!}{(32-m)!m!} \quad (18)$$

Para o fim de estimar o pior caso possível, admitimos que as distribuições de probabilidade para todas as PMTs apresentem o mesmo valor para o parâmetro λ , e que este valor seja o máximo esperado; ou seja: $\lambda_i = \lambda = 10\text{KHz}$. Neste caso extremo, a equação 17 se reduz a:

$$\lambda_{total}^{(m)} = \lambda^m (\Delta t)^{m-1} \times C_{32,m} \quad (19)$$

Na Tabela I estão listados as taxas de contagem totais de eventos casuais para diferentes números de PMTs tomadas em coincidência dentro de uma janela temporal fixada por $\Delta t = 100\text{ns}$.

Tabela I: Taxa de contagem de eventos casuais para grupos de PMTs, com $\Delta t = 100\text{ns}$

# PMTs	Taxa por grupo	# Combinações	Taxa total
1	10KHz	32	320.00KHz
2	10Hz	496	4.96KHz
3	10^{-2}Hz	4960	49.60Hz
4	10^{-5}Hz	35960	0.36Hz
5	10^{-8}Hz	201376	$0.20 \times 10^{-2}\text{Hz}$
6	10^{-11}Hz	906192	$0.90 \times 10^{-5}\text{Hz}$
7	10^{-14}Hz	3365856	$0.33 \times 10^{-6}\text{Hz}$
8	10^{-17}Hz	10518300	$0.01 \times 10^{-9}\text{Hz}$

De acordo com os dados da Tabela I, para que a taxa de eventos casuais observados nas 32 PMTs seja uma ordem de grandeza inferior à taxa esperada de detecção de neutrinos, é necessário exigir que só sejam registrados eventos para os quais pelo menos 5 PMTs apresentam sinal numa janela de coincidência de 100ns .

Na Tabela II são apresentadas as taxas de eventos casuais com diferentes valores para a janela temporal de observação, e para diferentes números de PMTs em coincidência. Um gráfico é adicionado à tabela, ilustrando o impacto da janela temporal sobre o número de PMTs em coincidência necessário para manter a taxa de eventos casuais abaixo da taxa de detecção de neutrinos.

4 Conclusão

Os resultados deste estudo apontam para a necessidade de implementação de um sistema de *trigger* e aquisição de dados no qual seja exigido que, para os eventos passíveis de serem identificados como detecção de neutrinos, sinais estejam presentes em pelo menos 5 PMTs observadas em uma janela temporal de 100ns . De acordo com os dados da Tabela II, poderia ser adotada também uma janela em torno de $1\mu\text{s}$, porém isto implicaria exigir 8 PMTs em coincidência. Isto equivale a um corte inferior elevado para a energia dos neutrinos detectados [3]: em muitos casos o número total de fotoelétrons gerados no evento de detecção de neutrino não chega a atingir 8 PMTs. Adotar uma

Tabela II: Taxa de contagem de eventos casuais para diferentes valores de Δt

# PMTs	Taxa ($\Delta t=10\mu s$)	Taxa ($\Delta t=1\mu s$)	Taxa ($\Delta t=100ns$)
1	320000	320000	320000
2	496000	49600	4960
3	496000	4960	49,6
4	359600	359,6	0,3596
5	201376	20,1376	0,00201
6	90619,2	0,90619	9,06192E-6
7	33658,56	0,03366	3,36586E-8
8	10518,3	0,00105	1,05183E-10

O gráfico mostra a taxa de contagem de eventos casuais (Y-axis, escala logarítmica de 1m a 1M) em função do número de PMTs em coincidência (X-axis, escala linear de 1 a 8). Três curvas representam diferentes durações de janela de coincidência: 10 μs (triângulos), 1 μs (círculos) e 100 ns (quadrados). A taxa de contagem de neutrinos é indicada por uma linha horizontal tracejada em 10 m. A taxa de contagem de eventos casuais diminui significativamente com o aumento do número de PMTs e com a redução da duração da janela de coincidência.

janela de coincidência inferior a $100ns$ não é praticável, já que a própria duração do sinal elétrico nas PMTs é da ordem de algumas dezenas de ns .

Foi admitido que a taxa de contagem de eventos casuais por PMT é $10KHz$. Embora a maioria das PMTs apresente taxa inferior a este valor, basta que poucas delas apresentem a taxa máxima para que os eventos casuais contaminem significativamente o conjunto de dados referentes à detecção de neutrinos.

A hipótese adotada para validar as aproximações que permitiram a estimativa das taxas de contagem é bastante realista: janela de coincidência muito inferior a $100\mu s$. Podemos, portanto, com a escolha de uma janela de $100ns$, atribuir confiabilidade aos resultados obtidos.

5 Reconhecimentos

O Projeto Angra Neutrinos é financiado principalmente pela FINEP, e conta também com importantes contribuições de: CNPq, FAPERJ, FAPESP, FAPEMIG, CAPES e programa PCI do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação.

Referências

- [1] *Photomultiplier tubes principles & applications*. Publicação distribuída pela empresa *Photonis Imaging Sensors*.
- [2] U. Akgun, A.S. Ayan, G. Aydin, F. Duru, J. Olson, Y. Onel. *Afterpulse timing and rate investigation of three different Hamamatsu Photomultiplier Tubes*. **Technical Report** JINST 3 T01001 (2008).
- [3] André Gonçalves de Oliveira, Luis Fernando Gomez Gonzalez, João C. dos Anjos, Ernesto Kemp. *Simulação de Eventos e Estudo de Critérios de Seleção para a Separação Sinal/Ruído no Experimento Neutrinos Angra*. **AngraNote** 016-2011.