TESE DE DOUTORADO

Resultados Recentes no Estudo das Cordas Cósmicas

Cristine Nunes Ferreira

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF/CNPq

Rio de Janeiro, outubro de 2002

Dedicatória

Aos Meus Pais

Marly Nunes Ferreira e

Manuel Augusto da Cunha Ferreira

Ao meu grande Mestre e Amigo

José Abdalla Helayël-Neto

Agradecimentos:

À José Abdalla Helayel-Neto, por toda a dedicação e preocupação com a minha formação. E o mais importante: a amizade e firmeza de caráter que sempre me ensinou a ter, acima de qualquer física, e que com certeza me acompanhará por toda a minha vida.

À minha Mãe e meu Pai, por todo o apoio e orientação nessa fase muito importante de minha vida.

Ao amado Carlos Eduardo, por todo o carinho, dedicação e companheirismo.

À minha grande amiga Carla S. Costa, por toda dedicação na correção do Português e por toda a amizade.

Aos meus colaboradores e amigos do coração, Cresus Godinho e Maria Beatriz Dias da Silva Maia Porto.

À amiga e professora Maria Emília X. Guimarães, por me orientar no caminho das Cordas Cósmicas assunto que tanto me encantou.

Ao professor, colaborador e amigo Valdir B. Bezerra por todo o apoio com meus trabalhos.

Ao novo amigo e colaborador professor Nelson Braga por ter me recebido de braços abertos na UFRJ.

Ao professor Tião, amigo de tantas discussões e valorozos conselhos.

Ao professor e amigo Hélio Manoel Portella, por ter sido o primeiro a me orientar no mundo da ciência.

Aos professores Roditi e Lígia por terem sido os meus orientadores de mestrado no CBPF e por toda a amizade e dedicação.

Ao professor Caride e a Sra Myriam por toda amizade e preocupação com todos os pós-graduandos.

Aos meus amigos, ALMA Nogueira, Marcia Moutinho e Leon Manssur que dividiram a sala e discussões de física.

Ao amigo Herman Mosquera-Cuesta por todas as discussões.

À Sara por sua grande amizade em meus dias em Brasília.

Aos demais amigos: Nelson Panza, Marcos Kneipp e Patrick Brokill, Leonardos, Marcelo Botta, André Penna Firme e Guinherme, Guilhermo, Leny, Moises, Gustavo, Rafael, Oswaldo Del Cima, Ion, Marquinho, Margarida e Mauro, Humberto e Manoel Messias, Martim Makler e Carla Fonseca.

Ao Grupo de Física Teórica José Leite Lopes em sua essência e espírito, que sempre será para mim símbolo de luta e trabalho duro para criar uma ciência mais solidária.

À todos daqui do CCP, PG's, Secretárias e Professores. Todos que conviveram comigo e tornaram o meu tempo aqui uma das melhores fases de minha vida.

À Rosangela, Elizabete e Lizete, por toda a amizade e ajuda, nas mais variadas tarefas burocráticas.

Ao CBPF por todo apoio e suporte e ao CNPq por financiar meu Doutorado.

Resumo

Nesta tese, estudamos as cordas cósmicas em diferentes contextos, entre os quais a versão supersimétrica do modelo de N=1-Cremmer-Scherk-Kalb-Ramond (CSKR) com escalares e férmions acoplados. O resultado mais importante neste caso é o fato da supersimetria manter-se exata tanto no núcleo como na região exterior à corda. Constroi-se, também, a métrica de uma corda cósmica supercondutora isolada em uma aproximação de campo fraco no âmbito de teorias escalares-tensorias. Finalmente, no caso de uma corda cósmica supercondutora em um formalismo geral da teoria escalar tensorial incluindo torção, mostra-se que a torção, em um espaço-tempo de fundo, apresenta propriedades relevantes, como os efeitos sob partículas massivas em uma forma diferente da radiação.

Abstract

In this thesis, we study cosmic string in diferent contexts. An N=1-supersymmetric version of the Cremmer-Scherk-Kalb-Ramond (CSKR) model coupled to scalars and fermions. The important outcome in this case is that supersymmetry is kept exact in the core and it may also hold in the exterior region of the string. We also build up the metric of an isolated self-gravitating bosonic superconducting cosmic string in a scalar-tensor gravity in the weak-field approximation. In this case, we formulate superconducting cosmic string in scalar-tensor theories and a superconducting cosmic string in the framework of a general scalar-tensor theory including torsion. We show that in the presence of a torsion space-time backgound the relevant properties come out such as effects in massive particles of different form of radiation.

Índice

Introdução

O objetivo deste trabalho é estender um pouco mais o estudo da física dos defeitos topológicos tipo cordas ou vórtices[1, 2]. Para isto, analisamos as cordas cósmicas em diferentes contextos. Primeiramente, começaremos com as cordas cósmicas em teorias supersimétricas[3, 4, 5], ou seja, modelos que são invariantes sob transformações supersimétricas. No contexto das cordas cósmicas, a Supersimetria é importante porque os defeitos topológicos podem ter sido produzidos no Universo primordial, onde os efeitos da supersimetria[6] eram relevantes. Prosseguindo na busca de um melhor entendimento desta época, estudamos as cordas em teorias escalares-tensoriais da gravitação[7] e em teorias escalares-tensoriais mais gerais incluindo torção [8, 9]. O próximo passo seria estudar a supergravidade do modelo CSKR para acoplar a gravitação num contexto puramente supersimétrico que será a motivação para futuros trabalhos.

Defeitos topológicos vêm sendo largamente estudados em sistemas de matéria condensada no laboratório. Tais defeitos se formam durante transições de fase associados com o fenômeno de quebra espontânea de simetria[10] que é um conceito central tanto na física da matéria condensada como na física do modelo padrão de partículas. No entanto, acredita-se que nosso Universo em seus estágios primordiais pode, em alguns aspectos, ter se comportado como muitos sistemas de matéria condensada. As idéias das teorias de calibre de unificação de interação de partículas elementares junto com o modelo do Big Bang quente do Universo primordial necessariamente implicam que nosso Universo, em sua história primordial, tenha passado por uma seqüência de quebras de simetria que a medida que se expandia e resfriava atingia certas temperaturas críticas ocorrendo as transições de fase. Dependendo do padrão de quebra de simetria, existe a possibilidade de um ou mais tipos de defeitos topológicos, tais como: paredes de domínio, cordas ou vórtices, monopólos, ou combinações destes, serem formados durante algumas destas transições de fase. Em muitos casos, tais defeitos são estáveis e podem ter sobrevivido até os dias de hoje.

As cordas cósmicas[1, 2, 11, 12] podem ser supercondutoras[13], e desta forma gerar grandes correntes. Este fato tem trazido grande interesse para cordas cósmicas que possuem correntes por causa da possibilidade de fornecer explicação para muitos fenômenos astrofísicos, tais como, a origem dos campos magnéticos primordiais[14], condensados de carga no vácuo [15] e fontes de raios cósmicos de altas energias [16, 17, 18, 19], entre outros. Correntes fermiônicas podem ocorrer naturalmente em uma classe de teorias de grande unificação, tais como os modelos em SO(10) e supersimétricos. Levando também em conta a regra da Supersimetria para a estabilidade das hierarquia de calibre das escalas, a supersimetria torna-se um ingrediente chave para o estudo de um conjunto de modelos mais realísticos das cordas cósmicas, tantos quanto possam ser suportados pela fenomenologia do Modelo Padrão das Interações Fracas.

Um dos aspectos supersimétricos mais importante que nos levam a este interesse e o fato deste formalismo resolver muitos problemas do Modelo Padrão, tais como a estabilidade da escala das interações fracas sob correções radioativas e também da origem de tais escalas [20]. A Supersimetria também tem sido interessante para explicar alguns problemas da Cosmologia, e tem funcionado como uma teoria potencial para explicar observações astrofísicas e cosmológicas. Neste contexto, a Supersimetria pode ser um bom ingrediente para explicar a chamada matéria escura, necessária para explicar evidências que nos dizem que a maior parte da massa no Universo é não luminosa e de natureza desconhecida. Há muitas razões para acreditar que o volume desta matéria é não-bariônico. Nesta direção, a Supersimetria é uma teoria já bem estabelecida e prediz a existência de novas partículas elementares estáveis tendo massa menor que poucos TeV, que interagem fracamente com a matéria ordinária. Um candidato para esta matéria pode ser o neutralino, que no Modelo Padrão Supersimétrico emerge da combinação linear de parceiros supersimétricos do fóton , partículas-Z_0 e bósons de Higgs. Se tais partículas massivas interagindo fracamente (PMIF)[21] existem, então temos uma densidade cosmológica, $\Omega \sim 1$, que nos dias de hoje pode dar conta da matéria escura no Universo.

A possibilidade da Supersimetria estar presente no Universo primordial e ter sua simetria quebrada ao mesmo tempo que a corda cósmica foi formada[22], foi investigada nos dias de hoje por muitos trabalhos, que consideram as cordas cósmicas adotando um cenário supersimétrico [23, 24]. Mais recentemente, mostramos que um possível modelo para cordas cósmicas supersimétricas pode ser construido para mostrar como a supersimetria pode no núcleo da corda cósmica se apresentar como relíquia do Universo primordial [3]. Mais especificamente, mostramos este fato com a versão supersimétrica $N = 1$ do modelo de Cremmer-Scherk-Kalb-Ramond (CSKR)[25]. Por estas boas motivações, extensões dos modelos de cordas cósmicas para incluir Supersimetria podem ser especialmente importantes, isso se acreditarmos que defeitos topológicos tais como as cordas cósmicas possam ser formados no Universo primordial onde efeitos da Supersimetria são bastante relevantes.

Esta tese está disposta da seguinte forma: O Capítulo 1 está reservado ao estudo das cordas cósmicas na versão Supersimétrica do modelo de N=1-Cremmer-Scherk-Kalb-Ramond (CSKR) com escalares e férmions acoplados. No Capítulo 2 nos dedicamos ao estudo da corda cósmica supercondutora numa teoria escalar-tensorial da gravitação, No Capítulo 3 estendemos esta abordagem da teoria escalar-tensorial para incluir torção e finalmente, no Capítulo 4 faremos nossas conclusões e comentaários sobre as possíveis aplicações desta tese em trabalhos futuros.

Capítulo 1

Configuração de Corda Cósmica no Modelo CSKR Supersimétrico

Neste capítulo, vamos estudar a solução de corda cósmica da versão supersimétrica do modelo de Cremmer-Scherk-Kalb-Ramond (CSKR) acoplado com campos escalares e fémions, sem a presença de um fundo gravitacional. Para construir a extensão supersimétrica do modelo CSKR, três supercampos são necessários. A novidade da teoria no estudo das cordas cósmicas levando em conta modelos supersimétricos é o supercampo de Kalb-Ramond. Este compõe uma ação com termos de acoplamento não-mínimo e de massa topológica, este último responsável pela estabilidade do potencial, pela supersimetria do vácuo e do núcleo serem exatas e pelo fato da simetria de calibre ser quebrada sem um termo de Fayet-Iliópoulos ou superpotenciais. O interessante feito deste modelo é que a supersimetria pode ser exata, isto é, podemos ter um modelo onde a corda cósmica é genuinamente supersimétrica.

Um outro ponto interessante, refere-se à carga topológica associada à solução da corda cósmica. Da análise dos propagadores, claramente vemos que as funções de correlação para os campos A^{μ} e $B^{\mu\nu}$ vão a zero fora da corda; isto significa que não temos campos de longo alcance no problema a menos que possamos encontrar algum limite em que isso aconteça[4]. Para uma configuração de corda cósmica usual somente sobrevivem as componentes θ do campo de calibre vetorial A_{μ}. A carga topológica Q é nula e não há, com essas componentes, carga elétrica ou de polarização[4].

Este capítulo está disposto da seguinte forma: Na Seção 2, vamos começar a descrever o modelo (CSKR) em termos de supercampos diferente de resultados já apresentados pelo grupo[25], nesta tese, trabalharemos em 3 + 1 dimensões. A Seção 3 é destinada a análise dos propagadores que são relevantes para identificar os "quanta" que intermediam as interações na configuração de corda cósmica. O problema referente as quebras das simetrias de calibre e supersimetria assim como as discussões sobre as configurações de vortex são matéria da seção 4. A Seção 5 trata do estudo das condições de saturação de Bogomol'nyi.

1.1 Abordagem Supersimétrica para uma Corda Cósmica

Vamos passar a analisar a versão supersimétrica do modelo de CSKR com um acoplamento não mínimo com a matéria, com o objetivo de estudarmos as configurações de cordas cósmicas. Os supercampos que compõem o modelo são: um supermultipleto escalar quiral, Φ; um supermultipleto de calibre dado por $\mathcal{V}$ e um "superfield-stengt" espinorial quiral $\mathcal{G}$ [7]. A ação no superespaço é dada por:

$$I = \int d^4x d^2\theta \left\{ -\frac{1}{8}\mathcal{W}^a\mathcal{W}_a + d^2\bar{\theta}\left[-\frac{1}{2}\mathcal{G}^2 + \frac{1}{2}m\mathcal{V}\mathcal{G} + \frac{1}{16}\bar{\Phi}e^{2h\mathcal{V}}\Phi e^{4g\mathcal{G}} \right] \right\}. \tag{1.1}$$

onde m é um parâmetro de massa, h e g são constantes de acoplamento, e Φ, $\mathcal{W}$ e $\mathcal{V}$, no calibre de Wess-Zumino, são supercampos definidos bor expansões em θ como abaixo:

$$\Phi = e^{-i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}\partial_\mu}[\phi(y) + \theta^a\chi_a(x) + \theta^2 S(x)]; \tag{1.2}$$

$$\mathcal{V} = \theta\sigma^\mu\bar{\theta}A_\mu(x) + \theta^2\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) + \bar{\theta}^2\theta\lambda(x) + \theta\bar{\theta}^2\Delta(x); \tag{1.3}$$

com o "superfield-strength" $\mathcal{W}_a$ escrito como

$$\mathcal{W}_a = -\frac{1}{4}\bar{D}^2 D^a\mathcal{V}. \tag{1.4}$$

Nossas convenções para as derivadas covariantes de supersimetria são:

$$\begin{aligned} D_a &= \partial_a - i\sigma^\mu_{a\dot{a}}\bar{\theta}^{\dot{a}}\partial_\mu, \\ \bar{D}_{\dot{a}} &= -\partial_{\dot{a}} + i\theta^a\sigma^\mu_{\dot{a}a}\partial_\mu, \end{aligned} \tag{1.5}$$

onde as matrizes σ^μ são dadas por $\sigma^\mu \equiv (1; \sigma^i)$, onde σ^i são as matrizes de Pauli.

O "superfield-strenght" $\mathcal{G}$ é definido em termos do supercampo espinorial quiral, respeitando a condição $\bar{D}_{\dot{a}}\Sigma_a = 0$

$$\begin{aligned} \Sigma_a &= \psi_a(x) + \theta^b\Omega_{ba}(x) + \theta^2[\xi_a(x) + i\sigma^\mu_{a\dot{a}}\partial_\mu\bar{\psi}^{\dot{a}}(x) - i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}\partial_\mu\psi_a(x) \\ &\quad -i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}\theta^b\partial_\mu\Omega_{ba}(x) - \tfrac{1}{4}\theta^2\bar{\theta}^2\Box\psi_a(x), \end{aligned} \tag{1.6}$$

onde a representação irredutível do grupo de Lorentz é acomodada em Ω_{ba} e pode ser decomposta como segue:

$$\Omega_{ba} = \epsilon_{ba}\rho(x) + (\sigma^{\mu\nu})_{ba}\mathcal{B}_{\mu\nu}(x) \tag{1.7}$$

com

$$\begin{aligned} \rho(x) &= P(x) + iM(x), \\ \mathcal{B}_{\mu\nu}(x) &= \tfrac{1}{4}[\tilde{B}_{\mu\nu}(x) - iB_{\mu\nu}(x)], \end{aligned} \tag{1.8}$$

Com essas definições e sabendo que

$$\mathcal{G} = \frac{i}{8}(D^a\Sigma_a - \bar{D}_{\dot{a}}\bar{\Sigma}^{\dot{a}}),$$

chegamos ao "superfield-strenght"

$$\begin{aligned} \mathcal{G} = &-\tfrac{1}{2}M + \tfrac{i}{4}\theta\xi_a - \tfrac{i}{4}\bar{\theta}_{\dot{a}}\bar{\xi}^{\dot{a}} + \tfrac{1}{2}\theta\sigma^\mu_{a\dot{a}}\bar{\theta}^{\dot{a}}\tilde{G}_\mu + \tfrac{1}{8}\theta^a\sigma^\mu_{a\dot{a}}\bar{\theta}^2\partial_\mu\bar{\xi}^{\dot{a}} + \\ &-\tfrac{1}{8}\theta^2\sigma^\mu_{a\dot{a}}\bar{\theta}^{\dot{a}}\partial_\mu\xi^a - \tfrac{1}{8}\theta^2\bar{\theta}^2\Box M; \end{aligned} \tag{1.9}$$

Note que o "superfield-strenght" $\mathcal{G}$ carrega somente metade dos graus de liberdade de Σ_a, ou seja, somente $\rho(x)$ aparece através do campo M e onde $\tilde{G}_\mu$ é o dual do "field-strength", $G_{\mu\nu k}$, relacionado com o campo de Kalb-Ramond (KR), $B_{\mu\nu}$:

$$G_{\alpha\mu\nu} = \partial_\alpha B_{\mu\nu} + \partial_\mu B_{\nu\alpha} + \partial_\nu B_{\alpha\mu}, \tag{1.10}$$

$$\tilde{G}_\mu = \frac{1}{3!}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}G^{\nu\alpha\beta}. \tag{1.11}$$

O supercampo $\mathcal{V}$, que contém o campo de calibre A^μ, aparece explicitamente na ação do modelo juntamente com o supercampo espinorial $\mathcal{G}$ que contém o campo de Kalb-Ramond[26] $B_{\mu\nu}$.

Esta ação é invariante sob duas transformações de calibre independentes dadas por:

$$\begin{aligned} \phi(x) &\rightarrow \phi'(x) = \phi(x)e^{i\vartheta(x)}, \\ A_\mu(x) &\rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \partial_\mu\vartheta(x), \\ B_{\mu\nu}(x) &\rightarrow B'_{\mu\nu}(x) = B_{\mu\nu}(x) + \partial_\mu\varepsilon_\nu(x) - \partial_\nu\varepsilon_\mu(x), \end{aligned} \tag{1.12}$$

onde as funções arbitrárias ϑ e ε_μ tendem a zero no infinito. O termo topológico presente na ação (1.1), $m\mathcal{V}\mathcal{G}$ será crucial na análise da quebra de supersimetria. Quando escrevemos a ação em termos de campos componentes, obtemos as seguintes equações para os campos auxiliares

$$S^* + \frac{ig}{2}\bar{X}\Gamma_R\Xi + \frac{g^2}{4}\bar{\Xi}\Gamma_R\Xi\phi^* = 0; \tag{1.13}$$

$$\Delta + \frac{1}{2}\left[he^{-2gM}\phi\phi^*\right] - 2mM = 0. \tag{1.14}$$

onde X, Ξ e Λ são os espinores definidos por:

$$\Xi \equiv \begin{pmatrix} \xi_a(x) \\ \bar{\xi}^{\dot{a}}(x) \end{pmatrix}, \quad X \equiv \begin{pmatrix} \chi_a(x) \\ \bar{\chi}^{\dot{a}}(x) \end{pmatrix}, \quad \Lambda \equiv \begin{pmatrix} \lambda_a(x) \\ \bar{\lambda}^{\dot{a}}(x) \end{pmatrix}; \tag{1.15}$$

nesta representação 4-dimensional, as matrizes de Dirac são dadas como abaixo:

$$\Gamma^{\mu} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^{\mu}_{ab} \\ \bar{\sigma}^{\mu \dot{a} b} & 0 \end{pmatrix}, \quad \Gamma_5 \equiv i\Gamma^0\Gamma^1\Gamma^2\Gamma^3. \tag{1.16}$$

A eq.(1.15) é simplesmente reescrita como espinores de Majorana, Ξ, X e Λ, em termos das componentes quirais (L e R setores). Usando a equação do movimento para os campos auxiliares Δ, temos:

$$U = \frac{1}{2}\left[h|\phi|^2 e^{-2gM} - 2mM\right]^2 \geq 0. \tag{1.17}$$

Repare que nenhum termo de Fayet-Iliopoulos e superpotenciais são adicionados a ação, todos os ingredientes necessários para a nossa análise se encontram na ação original (1.1). Este potencial será discutido na próxima seção em conexão com o estudo das quebras da simetria $U(1)$. Note que U é sempre positivo em virtude da supersimetria.

Usando (1.13) e (1.14), podemos eliminar S e Δ, usando as equações do movimento para os campos auxiliares (1.13) e (1.14), da ação (1.1) e reescrever a densidade de Lagrangeano, definida como $\int d^4x\mathcal{L}$, exclusivamente em termos dos campos componentes

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_B + \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_Y - U, \tag{1.18}$$

onde a parte bosônica, $\mathcal{L}_B$, lê-se:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_B = \;& \nabla_{\mu}\phi[\nabla^{\mu}\phi]^* e^{-2gM} + \mathcal{P}\partial_{\mu}M\partial^{\mu}M - \tfrac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ & + \tfrac{1}{6}G_{\mu\nu k}G^{\mu\nu k} + m\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}A_{\mu}\partial_{\nu}B_{\alpha\beta}, \end{aligned} \tag{1.19}$$

definimos aqui

$$\mathcal{P} = 1 - g^2|\phi|^2 e^{-2gM}. \tag{1.20}$$

A parte cinética do setor fermiônico é dada por:

$$\mathcal{L}_F = \frac{i}{2}\bar{\Lambda}\Gamma^\mu\partial_\mu\Lambda + \frac{i}{4}\mathcal{P}\Xi\Gamma^\mu\partial_\mu\Xi + \frac{i}{4}\bar{X}\Gamma^\mu\nabla_{\mu 5}Xe^{-2gM}, \tag{1.21}$$

com o termo da Lagrangeana de Yukawa dado como abaixo:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_Y = \ & i\mathcal{N}\bar{\Lambda}\Gamma_5\Xi + \Big[-h(\phi\bar{\Lambda}\Gamma_R X + \phi^*\bar{\Lambda}\Gamma_L X) - \tfrac{g^2}{4h}\bar{\Xi}\Gamma_5\Gamma^\mu\mathcal{J}_\mu e^{2gM}\Xi \\ & + -\tfrac{g^2}{2}\partial_\mu M(\bar{X}\Gamma_L\Gamma^\mu\Xi\phi^* + \bar{\Xi}\Gamma_L\Gamma^\mu X\phi) + \tfrac{g}{2}(\Xi\Gamma^\mu\Gamma_R X\nabla_\mu\phi \\ & + \bar{X}\Gamma_L\Gamma^\mu\Xi[\nabla_\mu\phi]^*)\Big]\, e^{-2gM},\end{aligned} \tag{1.22}$$

sendo

$$\mathcal{N} = m + gh|\phi|^2 e^{-2gM}. \tag{1.23}$$

$\Gamma_{L,R}$ são os projetores no setor direito e esquerdo, e $\mathcal{J}_\mu$ é a corrente conservada que aparece em $\mathcal{L}_Y$ que pode ser expressa de acordo com

$$\mathcal{J}_\mu = -\frac{ih}{2}\left(\phi^*\nabla_\mu\phi - \phi[\nabla_\mu\phi]^*\right)e^{-2gM}, \tag{1.24}$$

com

$$\nabla_\mu\phi = \left(\partial_\mu + ihA_\mu + ig\tilde{G}_\mu\right)\phi. \tag{1.25}$$

Por último, a derivada covariante com os acoplamentos com Γ_5 dada por:

$$\nabla_{\mu 5}X = \left(\partial_\mu - ihA_\mu\Gamma_5 - ig\tilde{G}_\mu\Gamma_5\right)X. \tag{1.26}$$

A corrente topológica, que é definida sem referência a qualquer tipo de simetria, é dada por:

$$K^{\mu} = \partial_{\nu}(\tilde{F}^{\mu\nu} + \tilde{B}^{\mu\nu}), \tag{1.27}$$

como já conhecemos do eletromagnetismo, na ausência de monopolos, $\partial_{\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} = 0$, então obtemos

$$K^{\mu} = \partial_{\nu}\tilde{B}^{\mu\nu}, \tag{1.28}$$

$$\partial_{\mu}K^{\mu} \equiv 0. \tag{1.29}$$

A correspondente carga conservada, denominada carga topológica é dada por:

$$Q_t \equiv \int K^0 d^3x = \int d^3x \mathcal{B}, \tag{1.30}$$

onde $\mathcal{B}$ funciona como um campo tipo magnético, que pode ser escrito como a divergência de um potencial vetorial:

$$\mathcal{B} = \vec{\nabla}.\vec{b}. \tag{1.31}$$

Com isto o modelo está completamente descrito. Na próxima seção, vamos discutir o espectro de excitações das interações mediado pelas partículas de calibre.

1.2 Interações e Propagadores.

O objetivo desta seção é calcular os propagadores para as excitações dos campos de calibre no vócuo, para isso, vamos propor que ambos os escalares, ϕ e M, adquiram um valor esperado no vácuo não nulo, $<\phi>=\eta$ e $<M>=\rho$.

Por outro lado sabemos que qualquer campo complexo, como ϕ, pode ser parametrizado da seguinte forma

$$\phi = [\phi(x)' + \eta]e^{i\Sigma(x)}, \tag{1.32}$$

onde ϕ' é a flutuação quântica ao redor do estado fundamental η e Σ é a fase do campo ϕ. Para analisar os propagadores, precisamos nos concentrar na parte cinética do Lagrangeano bosônico em termos dos campos físicos ϕ', A_μ e $B_{\mu\nu}$. Assumindo os valores no vácuo para os campos ϕ e M obtemos somente o setor bilenear da parte cinética:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_K = \; & \tfrac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - (1 - g^2\zeta\eta^2)\tilde{G}_\mu\tilde{G}^\mu + 2(m + gh\zeta\eta^2)A_\mu\tilde{G}^\mu + \\ & -2h\zeta\eta^2\Sigma\partial_\mu A^\mu + h^2\zeta\eta^2 A_\mu A^\mu + \zeta\eta^2\partial_\mu\Sigma\partial^\mu\Sigma, \end{aligned} \tag{1.33}$$

onde $\zeta \equiv e^{-2g\rho} = e^{-2g<M>}$. Escrevendo em uma forma mais conveniente dada por:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\sum_{\alpha\beta}\mathcal{A}^\alpha\mathcal{O}_{\alpha\beta}\mathcal{A}^\beta, \tag{1.34}$$

onde $\mathcal{A}_\alpha = (\Sigma, A_\mu, B_{\mu\nu})$ e $\mathcal{O}_{\alpha\beta}$ é o operador de onda. Notamos que Σ mistura com A^μ. Entretanto, se adotarmos o calibre de t'Hooft R_ξ, podemos desacoplá-los. Deste modo, o propagador (Σ, Σ) pode ser encontrado independentemente dos propagadores para o setor $(A^\mu, B^{\mu\nu})$.

Para inverter o operador de onda adicionamos termos de fixação de calibre.

$$\mathcal{L}_{A_\mu} = \frac{1}{2\alpha}(\partial_\mu A^\mu + \alpha\zeta h^2\eta^2\Sigma)^2; \tag{1.35}$$

$$\mathcal{L}_{B_{\mu\nu}} = \frac{1}{2\beta}(\partial_\mu B^{\mu\nu})^2. \tag{1.36}$$

Usaremos a extensão do formalismo de operador projeção de spin apresentado por [27, 28]. Neste trabalho, adicionamos outros operadores vindo dos termos de Kalb-Ramond. Os dois operadores que atuam no campo tensorial são:

$$(P_b^1)_{\mu\nu,\rho\sigma} = \frac{1}{2}(\Theta_{\mu\rho}\Theta_{\nu\sigma} - \Theta_{\mu\sigma}\Theta_{\nu\rho}), \tag{1.37}$$

$$(P_e^1)_{\mu\nu,\rho\sigma} = \frac{1}{2}(\Theta_{\mu\rho}\Omega_{\nu\sigma} - \Theta_{\mu\sigma}\Omega_{\nu\rho} - \Theta_{\nu\rho}\Omega_{\mu\sigma} + \Theta_{\nu\sigma}\Omega_{\mu\rho}), \tag{1.38}$$

onde $\Theta_{\mu\nu}$ e $\Omega_{\mu\nu}$ são, respectivamente, os operadores de projeção transversal e longitudinal, dados por:

$$\Theta_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} - \Omega_{\mu\nu}, \tag{1.39}$$

e

$$\Omega_{\mu\nu} = \frac{\partial_\mu \partial_\nu}{\Box}. \tag{1.40}$$

O outro operador vindo do setor de Kalb Ramond, $S_{\mu\gamma k}$, é definido em termos do tensor de Levi-Civita como

$$S_{\mu\gamma k} = \epsilon_{\lambda\mu\gamma k}\partial^\lambda. \tag{1.41}$$

Para encontrar o operador inverso e, assim, lermos o propagador, adotamos a tabela multiplicativa de operadores dada em [29] e chegamos ao resultado:

$$< AA >= \frac{i}{(M_1 + 4M_3^2 M_4^{-1}\Box)}\Theta_{\mu\nu} + \frac{i}{M_2}\Omega_{\mu\nu}; \tag{1.42}$$

$$< AB >= -2M_3 M_4^{-1}[M_1 + 4M_3^2 M_4^{-1}\Box]^{-1}\epsilon_\alpha^{\lambda\mu\nu}\partial_\lambda\Theta^{\alpha k} \tag{1.43}$$

$$< BB >= \frac{i}{M_4 M_1^{-1}(M_1 + 4M_3^2 M_4^{-1}\Box)}(P_b^1)_{\alpha\beta\gamma k} + \frac{i}{(4M_3^{-1}M_1^{-1}\Box - M_5)}(P_e^1)_{\alpha\beta\gamma k}. \tag{1.44}$$

para o propagador de $< \Sigma\Sigma >$ temos

$$< \Sigma\Sigma >= -[\alpha\zeta\eta^2(\frac{1}{\alpha}\Box - 2h^2\zeta\eta^2)]^{-1} = [2\alpha\zeta\eta^2 M_2]^{-1} \tag{1.45}$$

onde $M_1, ..., M_5$ são quantidades dadas pelas expressões:

$$\begin{aligned} M_1 &= \tfrac{1}{2}(\Box + 2h^2\zeta\eta^2), \\ M_2 &= -\tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{\alpha}\Box - 2h^2\zeta\eta^2), \\ M_3 &= \tfrac{1}{2}(m + hg\zeta\eta^2), \\ M_4 &= \tfrac{1}{2}(1 - g^2\zeta\eta^2)\Box, \\ M_5 &= \tfrac{1}{8\beta}\Box. \end{aligned} \tag{1.46}$$

Substituindo os M_i, com $i = 1..5$, temos que os pólos da parte transversal do propagador A_μ e $B_{\mu\nu}$ (1.42)-(1.44) são os mesmos e são dados por

$$k^2 = 2h^2\zeta\eta^2 + 8\frac{(m + hg\zeta\eta^2)^2}{(1 - g^2\zeta\eta^2)}. \tag{1.47}$$

deste modo, A_μ e $B_{\mu\nu}$ não são mediadores de interações de longo alcance: seus graus de liberdade físicos são responsáveis por "quanta" massivos que dão um caráter de curta distância à interação. Esta análise é muito importante para estudarmos as configurações de campo da corda cósmica apresentadas na próxima seção.

1.3 Aspectos Básicos das Cordas Cósmicas no Modelo CSKR

Finalmente, analisaremos a possibilidade de obter uma configuração de corda cósmica baseado no nosso modelo. Para isso vamos usar o Lagrangeano bosônico da eq.(1.19) e o potencial U da eq.(1.17)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_B = & \nabla_\mu\phi[\nabla^\mu\phi]^* e^{-2gM} + \mathcal{P}\partial_\mu M\partial^\mu M - \tfrac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ & +\tfrac{1}{6}G_{\mu\nu k}G^{\mu\nu k} + m\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}A_\mu G_{\nu\alpha\beta} - U, \end{aligned} \tag{1.48}$$

onde o campo escalar complexo ϕ será relacionado com as configurações do vórtice, a derivada covariante é dada por $\nabla_\mu\phi = (\partial_\mu + ihA_\mu + ig\tilde{G}_\mu)\phi$, o campo "field-strenght" de Maxwell é $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, onde A_μ é o campo de calibre relacionado com a configuração usual da corda. Os campos que nos trazem uma nova interpretação são; o campo escalar real M, relacionado com a quebra de simetria do potencial, o campo de Kalb-Ramond $B_{\mu\nu}$ escrito na lagrangeana como o "field-strenght" $G_{\mu\nu\alpha}$ e o seu dual $\tilde{G}_\mu = \frac{1}{3}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}G^{\nu\alpha\beta}$.

H. Nielsen e B. Olesen[30] mostraram que é possível construir uma teoria de campos para as cordas em analogia com as linhas de vortex em um supercondutor tipo II. Tais defeitos topológicos podem aparecer em modelos onde uma simetria contínua é quebrada. Em nosso modelo isso também ocorre para o potencial (1.17).

$$U = \frac{1}{2}\left[h|\phi|^2 e^{-2gM} - 2mM\right]^2. \tag{1.49}$$

Em analogia com o caso usual [30], vamos estudar a possibilidade de tal potencial dar as caracteristicas necessárias para obtermos soluções de corda cósmica.

Este sistema tem um extremo em $|\phi| = 0$. Este extremo não é estável e não é responsável pela formação da corda cósmica. O Mínimo é dado por $\rho = \frac{h\eta^2\zeta}{2m}$. A minimização de nosso potencial revela um interessante aspecto: no "core" da corda, nem a simetria de calibre nem a supersimetria são quebradas; por outro lado, fora da corda a simetria de calibre $U(1)$ é quebrada espontaneamente para o campo ϕ, enquanto a supersimetria permanece exata.

Na região interna da corda: $<\phi> = <M> = 0$, de modo que nenhuma quebra ocorre. Fora da corda: $<\phi> = \eta \neq 0$, $<M> = \rho \neq 0$, $U = 0$; unicamente a simetria de calibre é quebrada.

Isto pode ser de interesse para a possibilidade da corda cósmica poder ter sido criada antes da transição de fase que deu origem a quebra da supersimetria. Isto significa que a su.sy no núcleo da corda pode apresentar evidências (relíquea) da era primordial. Deste modo vemos que a quebra espontânea de simetria e análoga ao caso usual dada por:

$$|\phi|_{vac} = \eta, \tag{1.50}$$

este potencial apresenta um circulo de mínimos degenerado $|\phi| = \eta$. E se considerarmos a fase deste campo temos que no vácuo:

$$\phi = \eta e^{in\theta} M = \frac{h\eta^2\zeta}{2m} \tag{1.51}$$

onde aqui usamos a configuração com n inteiro que pode ser tomado como $n = 1$, mas que para essas discussões consideramos arbitrário. Se considerarmos um caminho fechado L no espaço de fase (ϕ, θ) ao redor do círculo de mínimos dado por (1.51) vemos que a fase tem uma variação de $\Delta\theta = 2\pi$, se fizermos caminhos cada vez menores, chegamos a um ponto. Em tal ponto a variação de 2π da fase de ϕ não é bem definida. Este problema só pode ser definido se o campo for para o topo do potencial (1.49) onde adquire valor zero. Isto acontece para qualquer círculo em torno da linha $\phi = 0$ de modo que a corda é infinita. Vamos descrever estas características da corda com Lagrangeano (1.19). As equações de movimento resultantes de (1.19) são:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m\epsilon^{\nu\rho\alpha\beta}\partial_\rho B_{\alpha\beta} = \mathcal{J}^\nu, \tag{1.52}$$

$$\Box\phi + 2iH^\mu\partial_\mu\phi - H_\mu H^\mu\phi - \left(2g + \frac{1}{\alpha}\frac{\partial\beta}{\phi^*}\right)\partial_\mu M\partial^\mu M = -\frac{1}{\alpha}\frac{\partial U}{\partial\phi^*} \tag{1.53}$$

com $H^\mu = eA^\mu + g\tilde{G}^\mu$. A equação do movimento para o campo tensorial, $B_{\mu\nu}$, pode ser escrita

$$\partial_\mu G^{\mu\nu\kappa} = m\epsilon^{\nu\kappa\alpha\beta}\partial_\alpha A_\beta + \epsilon^{\nu\kappa\alpha\beta}\partial_\alpha\mathcal{J}_\beta \tag{1.54}$$

A dinâmica do campo M é governada por:

$$\Box M + \partial_\mu \ln(\beta)\partial^\mu M - \frac{1}{2}\frac{\partial\ln(\beta)}{\partial M}\partial_\mu M\partial^\mu M + \frac{1}{2\beta}\frac{\partial\alpha}{\partial M}D_\mu\phi D^\mu\phi^* = -\frac{1}{2\beta}\frac{\partial U}{\partial M} \tag{1.55}$$

A corrente é dada por:

$$\mathcal{J}_\mu = \frac{1}{2}ie(\phi\partial_\mu\phi^* - \phi^*\partial_\mu\phi) + h^2A_\nu|\phi|^2 + g^2G_\nu|\phi|^2 \tag{1.56}$$

A configuração de vórtice para o campo ϕ é

$$\phi = R(r)e^{in\theta} \tag{1.57}$$

e usando (1.56) temos

$$A_\mu = \frac{1}{h^2}\frac{\mathcal{J}_\mu}{|\phi|^2} - \frac{g^2}{h^2}G_\mu - \frac{n}{h}\partial_\mu\theta \tag{1.58}$$

Queremos, agora, identificar as linhas de vórtice da corda, para ver isto vamos considerar um caminho fechado na região externa ao redor da corda cujo fluxo magnético é dado por:

$$\Phi = \int A_\mu dx^\mu = -\frac{n}{h}\int \partial_\mu\theta d^\mu x \tag{1.59}$$

Se considerarmos esta integral ao redor de um circulo S^1, vemos que a integral de linha sob o gradiente da fase não necessariamente é zero, o único requerimento é que o fluxo Φ seja unicamente avaliado, isto é, θ varie de 0 até 2π onde n = inteiro, quando fazemos uma volta completa ao redor do círculo fechado, temos:

$$\Phi = -\frac{2\pi}{h}n \tag{1.60}$$

então, concluímos que o fluxo é quantizado, como no caso usual. Depois desta discussão podemos ver que a melhor configuração de vórtice, que satisfaz as equações de movimento (1.52)-(1.55) considerando $n = 1$ são:

$$\begin{aligned} \phi &= R(r)e^{i\theta}, \\ A_\mu &= \frac{1}{h}(A(r) - 1)\delta^\theta_\mu. \end{aligned} \tag{1.61}$$

Esta configuração tem a mesma forma da corda cósmica ordinária [30], que parametrizada em coordenadas cilíndricas (t, r, θ, z), onde $r \geq 0$ e $0 \leq \theta < 2\pi$. Tais condições de contorno dos campos φ e $A(r)$ são:

$$\begin{array}{ll} R(r) = \eta \quad r \to \infty & A(r) = 0 \quad r \to \infty; \\ R(r) = 0 \quad r = 0 & A(r) = 1 \quad r = 0. \end{array} \tag{1.62}$$

Propomos que a configuração para o campo M é dada por:

$$M = M(r), \tag{1.63}$$

com as condições abaixo:

$$\begin{array}{l} M(r) = \rho \quad r \to \infty; \\ M(r) = 0 \quad r = 0. \end{array} \tag{1.64}$$

A configuração de vórtice para o campo dual, $\tilde{G}_\mu$, que preserva a simetria cilíndrica é escrita como

$$\tilde{G}_\mu = \frac{G(r)}{gr}\delta^\theta_\mu, \tag{1.65}$$

com as condições de contorno dadas por:

$$\begin{array}{l} G(r) = 0 \quad r \to \infty; \\ G(r) = 0 \quad r = 0. \end{array} \tag{1.66}$$

Com a análise dos propagadores podemos ver que com esta configuração o campo G não nos dá um campo de longa distância, portanto cai a zero em regiões fora da corda, desta forma, a única componente que não desaparece é θ.

As equações de Euler-Lagrange vindas da eq.(1.19), juntamente com as condições de vortex quando aplicadas para o campo R são dadas por:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial R}{\partial r}\right) - h^2R^3e^{-2gM} + 2hmMR - \frac{\mathcal{H}^2R}{r^2} - 2gM'R' + g^2M'^2R = 0, \quad (1.67)$$

onde o campo, $\mathcal{H}$, é definido por

$$\mathcal{H}^2 = A^2 + G^2 + 2AG. \quad (1.68)$$

A dinâmica do campo de calibre, A_μ, com suas correspondentes configurações de campo eq.(1.61), é dada por

$$r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A}{\partial r}\right) - \frac{2m}{g}hG - 2h^2[AR^2 + GR^2]e^{-2gM} = 0. \quad (1.69)$$

Estas equações tem uma forma diferente da forma original para a corda cósmica, mas são completamente compatíveis com as configurações de vórtice da corda. A dinâmica do campo M é governada por:

$$\frac{1}{r}\mathcal{P}(rM')' - 2g^2R'M'e^{2gM} + g\mathcal{X}^2 - g\frac{\mathcal{H}^2}{r^2}R^2e^{-2gM} - \mathcal{Y} = 0, \quad (1.70)$$

onde definimos

$$\begin{aligned} \mathcal{X}^2 = &\ g^2R^2M'^2 + R'^2e^{2gM}; \\ \mathcal{Y} = &\ -(hmR^2 + 2ghmMR^2)e^{-2gM} + 2m^2M - gh^2R^4e^{-4gM}. \end{aligned} \quad (1.71)$$

O termo rotulado por $\mathcal{Y}$ vem da derivada do potencial. A equação do movimento do campo tensorial, $B_{\mu\nu}$, pode ser escrita em termos do seu dual, $\tilde{G}_\mu$, como

$$[G - \frac{mg}{h}A - g^2R^2\,(A + G)\,e^{-2gM}]' = 0; \quad (1.72)$$

Apontamos que os campos M e G são essenciais nesta formulação da corda. Como mostramos, o campo M que aparece na eq.(1.17) é a chave para entender a não quebra da supersimetria. O fato do potencial U ser não negativo é consequência da supersimetria. No entanto, para ser verdade, a supersimetria tem que ser realmente exata, deste modo podemos ver que U realmente vai para zero para os campos fora da corda nesta configuração.

1.4 Os Modos-Zero

A este ponto, podemos analisar a parte fermiônica dos modos-zero do modelo. Até aqui somente analisamos o setor bosônico da teoria $N = 1$- CSKR; para introduzir os modos fermiônicos usaremos as configurações (1.61),(1.63) e (1.65), aproveitando a invariância de supersimetria. Por isto, as configurações de vórtice do setor fermiônico podem ser encontradas com mais facilidade em função dos campos bosônicos. As transformações para o modelo $N = 1$-CSKR são dadas por:

$$\delta X = -2i[\Gamma^{\mu}[D_{\mu}\Phi]^{*}\Gamma_{L}\epsilon + \Gamma^{\mu}D_{\mu}\Phi\Gamma_{R}\epsilon] \tag{1.73}$$

$$\delta\Xi = 2\Gamma^{\mu}[\Gamma_{5}\partial_{\mu}M - i\tilde{G}_{\mu}] \tag{1.74}$$

$$\delta\Lambda = 2mM\epsilon - \frac{1}{2}he^{-2gM}\Phi\Phi^{*}\epsilon - \frac{i}{2}\Gamma_{5}\Gamma^{\mu}\Gamma^{\nu}F_{\nu\mu}\epsilon \tag{1.75}$$

destas configurações e voltando para o calibre de Wess-Zumino nos temos:

$$\chi_{a} = 2i\bar{\varepsilon}^{\dot{a}}e^{i\theta}\left[\sigma^{1}_{a\dot{a}}R' + i\sigma^{2}_{a\dot{a}}AR\right], \tag{1.76}$$

$$\xi_a = 2\bar{\varepsilon}^{\dot{a}}\left[\sigma^1_{a\dot{a}}M' - \frac{i}{gr}\sigma^2_{a\dot{a}}G\right], \tag{1.77}$$

$$\lambda_a = \varepsilon_a\left[2mM - \frac{1}{2}hR^2e^{-2gM}\right] - i\varepsilon^b\sigma^1_{b\dot{a}}\sigma^{2\dot{a}}_a A', \tag{1.78}$$

onde $\sigma^{1,2}$ refere-se as componentes r, θ em coordenadas cilíndricas.

Vale a pena ainda dizer que, o supermultipleto vetorial ($\mathcal{V}$) não é invariante, no calibre de Wess Zumino; para restaurar tal calibre, temos que complementar as transformações de supersimetria com uma transformação de calibre apropriada de tal maneira que a ação nos campos de matéria seja invariante. $\mathcal{G}$ é invariante de calibre, então esta adição das transformações de calibre será considerada somente para Φ e $\mathcal{V}$; os resultados apresentados nas equações (1.76)- (1.78) levam em conta a ação combinada entre as transformações de calibre e de supersimetria.

Mostramos que na teoria supersimétrica CSKR, podemos encontrar o limite onde as equações do movimento podem ser escritas como equações de primeira ordem. Na próxima seção mostraremos que os campos M e G podem estar relacionados através das equações de Bogomol'nyi.

1.5 O limite de Bogomol'nyi

Mostramos que é possível encontrar o tensor momento energia para uma corda cósmica fina na teoria CSKR e analisamos a possibilidade de encontrar as condições de Bogomol'nyi. O tensor momento-energia é definido como:

$$T^{\mu}_{\nu} = 2g^{\mu\alpha}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial g^{\alpha\nu}} - \delta^{\mu}_{\nu}\mathcal{L}. \tag{1.79}$$

As únicas componentes do tensor momento-energia que sobrevivem são:

$$T^{t}_{t} = T^{z}_{z} = R'^2 e^{-2gM} + \frac{A^2R^2}{r^2}e^{-2gM} + \mathcal{P}M' + \left(\frac{A'}{rh}\right)^2 + \mathcal{Z}\left(\frac{G}{gr}\right)^2 + U. \tag{1.80}$$

De (1.80) vemos que a simetria "boost" invariante não é quebrada. Isto está relacionado com a ausência de corrente na direção z, como é usual numa corda cósmica.

As componente do tensor momento energia são dadas por:

$$T^{r}_{r} = -R'^2 e^{-2gM} + \frac{A^2R^2}{r^2}e^{-2gM} - \mathcal{P}M'^2 - \left(\frac{A'}{rh}\right)^2 + \mathcal{Z}\left(\frac{G}{gr}\right)^2 + U; \tag{1.81}$$

$$T^{\theta}_{\theta} = R'^2 e^{-2gM} - \frac{A^2R^2}{r^2}e^{-2gM} + \mathcal{P}M'^2 - \left(\frac{A'}{rh}\right)^2 - \mathcal{Z}\left(\frac{G}{gr}\right)^2 + U, \tag{1.82}$$

onde $\mathcal{P}$ é o mesmo definido em eq.(1.20), e $\mathcal{Z}$ é

$$\mathcal{Z}(r) = 1 + g^2R^2e^{-2gM}. \tag{1.83}$$

Este tensor momento-energia só tem a dependência em r. Definimos a densidade de energia por unidade de comprimento, $\mathcal{E}$

$$\mathcal{E} = 2\pi\int_0^{\infty} T^{t}_{t} r dr. \tag{1.84}$$

com T^{t}_{t} dado pela Eq.(1.80). Isto pode ser escrito como

$$\begin{aligned}\mathcal{E} = & \ 2\pi \int rdr \left[\tfrac{1}{2} \left(\tfrac{A'}{rh} - hR^2 e^{-2gM} + 2mM \right)^2 + \tfrac{1}{r} R^2 e^{-2mM} A' - \tfrac{2}{rh} mMA' + \right. \\ & \left. + \left(R' - \tfrac{AR}{r} \right)^2 e^{-2gM} + \tfrac{2}{r} RR'Ae^{-2gM} + \left(M' + \tfrac{G}{gr} \right)^2 - \tfrac{2}{gr} GM' \right] ;\end{aligned} \tag{1.85}$$

e a energia é dada por

$$\mathcal{E} = 2\pi \int rdr \left[\frac{1}{r} \left(R^2 A \right)' e^{-2gM} - \frac{2m}{rh} A'M - \frac{2}{r} GM' \right]. \tag{1.86}$$

Integrando por partes e usando as condições de contorno, encontramos

$$\mathcal{E} \geq 8\pi m\rho / h. \tag{1.87}$$

Neste limite de Bogomonl'nyi, não há força entre os vórtices e as equações são de primeira ordem como

$$\begin{aligned} & \varphi' - \tfrac{AR}{r} = 0 \\ & \tfrac{A'}{rh} - hR^2 e^{-2gM} + 2mM \\ & M' + \tfrac{G}{gr} = 0, \end{aligned} \tag{1.88}$$

com G dado pela equação (1.69). Com estas equações, as componentes transversais da densidade do tensor momento-energia desaparecem e no senso das distribuições temos:

$$T^{\mu}_{\nu} = \mathcal{E} diag(1, 0, 0, 1) \delta(x) \delta(y) \tag{1.89}$$

Esta análise providencia uma completa descrição da corda cósmica bosônica com estas configurações. Neste capítulo, mostramos que podemos obter uma corda cósmica supersimétrica com supersimetria exata tanto na região interna quanto no vácuo. O fato da supersimetria poder (sob certas condições) ser exata na teoria CSKR deve-se a presença do campo M, parceiro do campo tensorial $B_{\mu\nu}$, introduzido pelo supercampo de Kalb-Ramon. Analisando os propagadores na Seção 3, vemos claramente a relação entre A^{μ} e $B^{\mu\nu}$ que, sem nenhum limite especial, apresentam graus massivos para ambos e desta forma para uma configuração de corda fina caem a zero na região fora da corda. A carga topológica Q_t está relacionada ao escalar $\mathcal{B}$(que é a divergência de um vetor potencial $\vec{b} \sim B^{0i}$). Com as configurações de vórtice apresentadas, não há carga topológica; no entanto, podemos estudar a possibilidade de estender este formalismo. Esperamos que isto possa ser feito sem nenhuma inconsistência, se colocarmos a componente-t dos campos de calibre como sendo não nulas. Resultados análogos para $2+1$ dimensões com o termo de Chern-Simons já foram estudados e apontam para esta direção.

Capítulo 2

Cordas Cósmicas Eletricamente Carregadas em uma Teoria Escalar-Tensorial da Gravitação

A idéia de que a gravidade possa ser mediada por um campo escalar (ou, mais genericamente, por uma família de campos escalares), em adição ao usual tensor simétrico de segunda ordem, $g^{\mu\nu}$, vem sendo consideravelmente revista atualmente. Do ponto de vista teórico, tais teorias são uma alternativa mais natural à Relatividade Geral, uma vez que a unificação da gravidade com as demais interações prediz a existência de um ou muitos campos escalares acoplados ao campo gravitacional. Se a gravidade é essencialmente escalar-tensorial, haverá implicações diretas na Cosmologia e sobre testes experimentais da interação gravitacional (uma discussão recente sobre testes experimentais encontra-se em [31, 32, 33]).

Numa escala de energia suficientemente alta, onde a gravidade torna-se escalar-tensorial [34], parece vantajoso analisar o comportamento da matéria em presença de um campo gravitacional escalar-tensorial, especialmente aqueles originados no Universo primordial, tais como estruturas do tipo cordas cósmicas. Neste contexto, alguns autores vêm estudando soluções para cordas cósmicas e paredes de domínio no contexto de Brans-Dicke [35], na teoria dilatônica [36, 37] e no caso de acoplamentos mais gerais da teoria escalar-tensorial [38].

Neste capítulo, faremos uma adaptação do método de B. Linet [39] ao modelo que propomos. Para isto, resolveremos as equações de Einstein (modificadas) linearizadas, usando distribuições e levando em conta o formalismo escalar-tensorial da gravitação. Na Seção 2, descreveremos a configuração da corda cósmica supercondutora na teoria escalar tensorial da gravitação. Na Seção 3, discutiremos a solução das equações considerando duas regiões: uma externa, resolvida exatamente, e uma outra interna, linearizada através do método de Linet, introduzido na ref. [39]. Então, fazemos a junção das soluções exterior e interna. Ainda nesta seção, calcularemos o déficit angular associado à métrica previamente encontrada.

2.1 Corda cósmica supercondutora na teoria escalar-tensorial

O objetivo aqui é estudar as implicações de uma classe mais geral de teorias escalares-tensoriais da gravitação para uma corda cósmica supercondutora bosônica. Em particular, estamos interessados nas modificações das equações de Einstein e suas possíveis conseqüências observacionais. Estas modificações são o resultado de um acoplamento arbitrário entre um campo escalar sem massa e o campo tensorial no Lagrangeano gravitacional. A ação que descreve estas teorias no referencial de Jordan-Fierz é

$$\mathcal{I} = \frac{1}{16\pi}\int d^4x\sqrt{-\tilde{g}}\left[\tilde{\Phi}\tilde{R} - \frac{\omega(\tilde{\Phi})}{\tilde{\Phi}}\tilde{g}^{\mu\nu}\partial_\mu\tilde{\Phi}\partial_\nu\tilde{\Phi}\right] + \mathcal{I}_m[\Psi_m, \tilde{g}_{\mu\nu}], \qquad (2.1)$$

onde $\tilde{g}_{\mu\nu}$ é a métrica neste referencial, $\tilde{R}$ é o escalar de curvatura associado à métrica e $\mathcal{I}_m$ denota a ação que descreve os campos de matéria, genericamente designados por Ψ_m. Estas teorias são métricas, isto é, a matéria acopla-se minimamente e universalmente a $\tilde{g}_{\mu\nu}$ e não a $\tilde{\Phi}$.

Para estudar a influência de uma teoria escalar-tensorial sobre o campo gravitacional de uma corda cósmica com corrente descrita pelo modelo de Witten [13], precisamos resolver as equações de Einstein tendo uma corrente no núcleo do vórtice funcionando como uma fonte para o espaço-tempo. Em Relatividade Geral, o campo gravitacional gerado por uma corda supercondutora já foi estudado por muitos autores [39, 40, 41, 42, 43, 44]. Em particular, seguimos técnicas que vêm sendo empregadas para estudar o espaço-tempo ao redor de um vórtice supercondutor: integração analítica das equações de Einstein com o tensor momentum-energia da corda [40]; linearização das equações de Einstein usando funções de distribuição [39, 44]; integração numérica das equações de campo (Einstein mais campos materiais) [41], entre outros.

No que se segue, buscamos uma solução de um vórtice supercondutor no formalismo da gravidade escalar-tensorial, onde, o vórtice bosônico mais simples provém da ação de um modelo de Higgs Abeliano, $U(1) \times U'(1)$, contendo dois campos escalares complexos e dois campos de calibre:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{I}_m &= \int d^4x\sqrt{-\tilde{g}}\{-\frac{1}{2}\tilde{g}^{\mu\nu}D_\mu\varphi D_\nu\varphi^* - \frac{1}{2}\tilde{g}^{\mu\nu}D_\mu\Sigma D_\nu\Sigma^* \\
&\quad -\frac{1}{4}\tilde{g}^{\mu\nu}\tilde{g}^{\alpha\beta}H_{\mu\alpha}H_{\nu\beta} - \frac{1}{4}\tilde{g}^{\mu\nu}\tilde{g}^{\alpha\beta}F_{\mu\alpha}F_{\nu\beta} - V(\mid\varphi\mid, \mid\Sigma\mid)\} \qquad (2.2)
\end{aligned}
$$

sendo $D_\mu\varphi \equiv (\partial_\mu + iqC_\mu)\varphi$ e $D_\mu\Sigma \equiv (\partial_\mu + ieA_\mu)\Sigma$ as derivadas covariantes, e $F_{\mu\nu}$ e $H_{\mu\nu}$ estando associados aos campos eletromagnético, A_μ, e de calibre, C_μ, respectivamente. O potencial é do tipo Higgs estendido e contém interações $\varphi - \sigma$ apropriadas para as quebras espontâneas de simetria:

$$
V(\mid\varphi\mid, \mid\Sigma\mid) = \frac{\lambda_\varphi}{4}(\mid\varphi\mid^2 - \eta^2)^2 + f\mid\varphi\mid^2\mid\Sigma\mid^2 + \frac{\lambda_\Sigma}{4}\mid\Sigma\mid^4 - \frac{m^2}{2}\mid\Sigma\mid^2, \qquad (2.3)
$$

com parâmetros positivos $\eta, f, \lambda_\sigma, \lambda_\varphi$. Uma configuração de vórtice surge quando a simetria $U(1)$ associada ao par (φ, C_μ) é espontaneamente quebrada, aqui φ é um campo escalar complexo e C_μ é o campo de calibre da configuração de vórtice.

A supercondutividade deste vórtice é produzida quando introduzimos um outro par de campos (Σ, A_μ), associado à uma outra simetria, $U'(1)$, que é espontâneamente quebrada no núcleo do vórtice, mas não é quebrada no vácuo.

Aqui estudamos as configurações para um vórtice isolado e estático ao longo do eixo z. Em um sistema de coordenadas cilíndricas, (t, r, θ, z), tal que $r \geq 0$ e $0 \leq \theta < 2\pi$, fazemos a proposta de configurações:

$$\varphi = R(r)e^{i\theta} \text{ e } C_\mu = \frac{1}{q}[P(r) - 1]\delta^\theta_\mu, \tag{2.4}$$

do mesmo modo que se adota para o caso de uma corda cósmica ordinária, isto é, não-condutora. As funções R, P, funções unicamente de r, são regulares em todos os pontos, de modo que possam satisfazer às condições de contorno para uma configuração de vórtice usual [30]:

$$R(0) = 0 \text{ e } P(0) = 1;$$

$$\lim_{r\to\infty} R(r) = \eta \text{ e} \lim_{r\to\infty} P(r) = 0. \tag{2.5}$$

O campo-Σ é responsável pela corrente bosônica ao longo da corda, e A_μ é o campo de calibre que produz um campo magnético externo cujas únicas componentes não-nulas são $A_z(r)$ e $A_t(r)$, e a fase relacionada com a corrente pode ser expressa como $\zeta(z,t) = w_1 t - w_2 z$[44]. Neste trabalho, usaremos o caso sem a componente

$A_t(r)$; esta é a corda do tipo magnético. Suas configurações podem ser escritas na forma:

$$\sigma = \sigma(r)e^{i\psi(z)} \text{ e } A_\mu = \frac{1}{e}[A(r) - \frac{\partial\zeta}{\partial z}]\delta^z_\mu. \quad . \tag{2.6}$$

O par (σ, A) está sujeito às seguintes condições de contorno:

$$\frac{d\sigma(0)}{dr} = 0 \text{ e } A(0) = \frac{dA(0)}{dr} = 0;$$

$$\lim_{r\to\infty} \sigma(r) = 0 \text{ e } \lim_{r\to\infty} A(r) \neq 0. \tag{2.7}$$

Com esta escolha, veremos que σ quebra a simetria local associada ao Eletromagnetismo no interior da corda, e pode formar um condensado no núcleo da mesma. Por outro lado, na corda, o campo A_μ apresenta uma componente não-nula ao longo do eixo z; este fato indica que o tensor momento-energia na região exterior à corda é não-nulo.

Através da ação (2.1), mostramos explicitamente o caráter escalar-tensorial da teoria; por razões técnicas, escolhemos trabalhar no referencial conforme (Einstein), em que os termos cinemáticos dos campos escalar e tensorial não estão misturados:

$$\mathcal{I} = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}\,[R - 2g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi] + \mathcal{I}_m[\Psi_m, \Omega^2(\phi)g_{\mu\nu}], \tag{2.8}$$

onde $g_{\mu\nu}$ é um puro tensor de ordem 2 no referencial de Einstein, R é o escalar de curvatura associado e $\Lambda(\phi)$ é uma função arbitrária do campo escalar.

A ação (2.8) pode ser obtida de (2.1) por uma transformação conforme

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = \Lambda^2(\phi) g_{\mu\nu}, \tag{2.9}$$

e por redefinição da quantidade

$$G\Lambda^2(\phi) = \tilde{\Phi}^{-1};$$

isto mostra evidentemente que o fenômeno gravitacional será afetado pela variação da "constante" G na teoria escalar-tensorial, e pela introdução de um novo parâmetro

$$\alpha^2 \equiv \left(\frac{\partial \ln \Omega(\phi)}{\partial \phi} \right)^2 = [2\omega(\tilde{\Phi}) + 3]^{-1},$$

que pode ser interpretado como o acoplamento (dependente do campo) de matéria e do escalar ao tensor que contém o campo de calibre. Prosseguindo, escolhemos não especificar os fatores $\Lambda(\phi)$ e $\alpha(\phi)$, considerando-os como funções arbitrárias do campo escalar. Se olharmos com mais detalhes, podemos mostrar que as equações de "Einstein" são:

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu} &= 2\partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha \phi \partial_\beta \phi + 8\pi G T_{\mu\nu} \\ \Box_g \phi &= -4\pi G \alpha(\phi) T. \end{aligned} \tag{2.10}$$

Notamos que esta última equação traz-nos uma nova informação, revelando que a distribuição de matéria comporta-se como uma fonte para ϕ e $g_{\mu\nu}$. O tensor momento-energia é usualmente definido como:

$$T_{\mu\nu} \equiv \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta \mathcal{I}_m}{\delta g_{\mu\nu}}. \tag{2.11}$$

Optamos por trabalhar com uma métrica geral simetricamente cilíndrica, escrita sob a forma

$$ds^2 = e^{2(\gamma-\Psi)}(-dt^2 + dr^2) + \beta^2 e^{-2\Psi} d\theta^2 + e^{2\Psi} dz^2, \tag{2.12}$$

onde as funções da métrica γ, Ψ, e β têm dependência unicamente em r. Um fator adicional é que as funções que compõem a métrica satisfazem às condições de regularidade no eixo de simetria, $r = 0$:

$$\gamma = 0, \quad \Psi = 0, \quad \frac{d\gamma}{dr} = 0, \quad \frac{d\Psi}{dr} = 0, \quad \text{e} \quad \frac{d\beta}{dr} = 0. \tag{2.13}$$

Com a métrica dada pela expressão (2.12), estamos em posição de escrever as equações do movimento completas para o vórtice supercondutor na teoria escalar-tensorial da gravitação. No referencial conforme, estas equações são dadas por:

$$\begin{aligned}
\beta'' &= 8\pi G \beta e^{2(\gamma-\Psi)}[T^t_t + T^r_r], \\
(\beta\Psi')' &= 4\pi G \beta e^{2(\gamma-\Psi)}[T^t_t + T^r_r + T^\theta_\theta - T^z_z], \\
\beta'\gamma' &= \beta(\Psi')^2 - \beta(\phi')^2 + 8\pi G e^{2(\gamma-\Psi)} T^r_r, \\
(\beta\phi')' &= -4\pi G \alpha(\phi) \beta e^{2(\gamma-\Psi)} T,
\end{aligned} \tag{2.14}$$

onde (′) denota a derivada em relação a r. As componentes não-nulas do tensor momento-energia (calculadas usando a equação (2.11)) são:

$$
\begin{aligned}
T_t^t &= -\frac{1}{2}\Omega^2(\phi)\{e^{2(\Psi-\gamma)}(R'^2+\sigma'^2)+\frac{e^{2\Psi}}{\beta^2}R^2P^2+e^{-2\Psi}\sigma^2A^2,\\
&\quad +\Omega^{-2}(\phi)e^{-2\gamma}(\frac{A'^2}{4\pi e^2})+\Omega^{-2}(\phi)\frac{e^{2(2\Psi-\gamma)}}{\beta^2}(\frac{P'^2}{4\pi q^2})+2\Omega^2(\phi)V(R,\sigma)\},\\
T_r^r &= \frac{1}{2}\Omega^2(\phi)\{e^{2(\Psi-\gamma)}(R'^2+\sigma'^2)-\frac{e^{2\Psi}}{\beta^2}R^2P^2-e^{-2\Psi}\sigma^2A^2,\\
&\quad +\Omega^{-2}(\phi)e^{-2\gamma}(\frac{A'^2}{4\pi e^2})+\Omega^{-2}(\phi)\frac{e^{2(2\Psi-\gamma)}}{\beta^2}(\frac{P'^2}{4\pi q^2})-2\Omega^2(\phi)V(R,\sigma)\},\\
T_\theta^\theta &= -\frac{1}{2}\Omega^2(\phi)\{e^{2(\Psi-\gamma)}(R'^2+\sigma'^2)-\frac{e^{2\Psi}}{\beta^2}R^2P^2+e^{-2\Psi}\sigma^2A^2\\
&\quad +\Omega^{-2}(\phi)e^{-2\gamma}(\frac{A'^2}{4\pi e^2})-\Omega^{-2}(\phi)\frac{e^{2(2\Psi-\gamma)}}{\beta^2}(\frac{P'^2}{4\pi q^2})+2\Omega^2(\phi)V(R,\sigma)\},\\
T_z^z &= -\frac{1}{2}\Omega^2(\phi)\{e^{2(\Psi-\gamma)}(R'^2+\sigma^2)+\frac{e^2\Psi}{\beta^2}R^2P^2-e^{-2\Psi}\sigma^2A^2,\\
&\quad -\Omega^{-2}(\Phi)e^{-2\gamma}(\frac{A'^2}{4\pi e^2})+\Omega^{-2}(\phi)\frac{e^{2(2\Psi-\gamma)}}{\beta^2}(\frac{P'^2}{4\pi q^2})+2\Omega^2(\phi)V(R,\sigma).\}
\end{aligned}
\tag{2.15}
$$

As equações do movimento no espaço de Minkowiski apresentam-se como:

$$\varphi''+\frac{1}{r}\varphi'+\frac{\varphi P^2}{r^2}-\varphi[\lambda_\varphi(\varphi^2-\eta^2)+2f\sigma^2]=0, \tag{2.16}$$

$$\sigma''+\frac{1}{r}\sigma'+\sigma[A^2+(f_{\varphi\sigma}\varphi^2+\lambda_\sigma\sigma^2-m_\sigma^2]=0, \tag{2.17}$$

$$P''-\frac{1}{r}P'-q^2\varphi^2P=0, \tag{2.18}$$

$$A'' + \frac{1}{r}A' - e^2\sigma^2 A = 0. \tag{2.19}$$

Como as soluções internas são encontradas na aproximação de campo fraco só precisamos das equações no espaço de Minkowiski.

Vamos, agora, resolver as equações de campo (2.14), dividindo para isto o espaço em duas regiões: uma região exterior, $r > r_0$, onde todos os campos caem rapidamente a zero e o único que sobrevive é o campo magnético; e uma região interior, $r \leq r_0$, onde todos os campos da corda contribuem para o tensor momento-energia. Convenientemente, r_0 tem a mesma ordem de magnitude do raio da corda. Então, faremos a junção entre as soluções exterior e interior (em primeira ordem em $\tilde{G}_0 = G\Lambda^2(\phi_0)$, onde ϕ_0 é uma constante) fornecendo uma relação entre os parâmetros internos e externos da corda na geometria do espaço-tempo.

2.2 A Solução exterior e a álgebra de Reinich modificada

Nesta região, $r > r_0$, o campo eletromagnético é o único campo que contribui para o tensor momento-energia. Por esta razão, este toma a forma [1]

[1]Só para relembrar, estamos, por conveniência trabalhando no referencial conforme e usando as unidades $\hbar = 1$ e $c = 1$ e considerando a constante de Newton G.

$$T^{\mu\nu} = \frac{1}{4}\left[F^{\mu\alpha}F^{\nu}_{\alpha} - \frac{1}{4}g^{\mu\nu}F^{\alpha\beta}F_{\alpha\beta}\right]. \qquad (2.20)$$

com as seguintes propriedades algébricas

$$T^{\mu}_{\mu} = 0 \quad , \quad T^{\alpha}_{\nu}T^{\mu}_{\alpha} = \frac{1}{4}\delta^{\mu}_{\nu}(T_{\alpha\beta}T^{\alpha\beta}),.$$

e

$$T^{t}_{t} = -T^{r}_{r} = T^{\theta}_{\theta} = -T^{z}_{z} = -\frac{1}{2}e^{-2\gamma}\left(\frac{A'^2}{4\pi e^2}\right). \qquad (2.21)$$

Logo, nosso problema é o de resolver as equações de Einstein na forma reduzida, com a fonte dada por (2.20):

$$\begin{aligned}
\beta'' &= 0 \\
(\beta\Psi')' &= 4\pi G\beta e^{2(\gamma-\Psi)}[T^{t}_{t} - T^{z}_{z}] \\
\beta'\gamma' &= 8\pi G\beta e^{2(\gamma-\Psi)}T^{r}_{r} + \beta(\Psi')^2 - \beta(\phi')^2 \\
(\beta\phi')' &= 0\,. \qquad (2.22)
\end{aligned}$$

Na Relatividade Geral, estas equações já foram previamente investigadas por muito autores [45]. Uma fonte na forma (2.20) fornece-nos algumas condições algébricas no escalar de curvatura e no tensor de Ricci, conhecidas como condições de Reinich:

$$R \equiv R^{t}_{t} + R^{r}_{r} + R^{\theta}_{\theta} + R^{z}_{z} = 0,$$

e

$$(R^t_t)^2 = (R^r_r)^2 = (R^\theta_\theta)^2 = (R^z_z)^2.$$

As duas equações acima admitem três conjuntos de soluções: o caso magnético, o caso elétrico e um terceiro caso, que pode representar campos estáticos elétrico e magnético alinhados ao longo do eixo z [45]. A corda supercondutora, definida no modelo de Witten (2.2), corresponde ao caso magnético:

$$R^t_t = R^\theta_\theta \quad R^\theta_\theta = R^z_z \text{ e } R^t_t = -R^r_r. \tag{2.23}$$

Em uma gravidade escalar-tensorial, notamos que as condições de Rainich não são absolutamente válidas, por causa da natureza das equações de Einstein modificadas. Ao contrário das condições acima, teremos agora:

$$R \equiv R^t_t + R^r_r + R^\theta_\theta + R^z_z = 2(\phi')^2 e^{2(\Psi-\gamma)}. \tag{2.24}$$

e a analogia para o caso magnético na gravidade escalar-tensorial é uma solução da forma:

$$R^t_t = R^\theta_\theta \quad R^\theta_\theta = -R^z_z \text{ e } R^t_t = -R^r_r - 2(\phi')^2 e^{2(\Psi-\gamma)}. \tag{2.25}$$

Estamos, agora, em posição de resolver as equações de Einstein modificadas. A primeira e última equações em (2.22) podem ser resolvidas como se segue:

$$\begin{aligned} \beta(r) &= Br \\ \phi(r) &= l\ln(r/r_0). \end{aligned} \tag{2.26}$$

A segunda e terceira equações em (2.22) podem ser resolvidas com a ajuda das condições algébricas (2.24) e (2.25):

$$\gamma'' + \frac{1}{r}\gamma' = 0,$$

$$\Psi'' + \frac{1}{r}\Psi' - \Psi'^2 = -\frac{n^2}{r^2}.$$

Encontramos, então, as funções métricas:

$$\begin{aligned} \gamma(r) &= m^2\ln(r/r_0) \\ \Psi(r) &= n\ln(r/r_0) - \ln\left[\frac{(r/r_0)^{2n} + \kappa}{(1+\kappa)}\right], \end{aligned} \tag{2.27}$$

onde a constante n está relacionada com l e m através da expressão $n^2 = l^2 + m^2$.

Por outro lado, a métrica exterior é dada por:

$$ds^2 = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-2n} W^2(r)\left[\left(\frac{r}{r_0}\right)^{2m^2}(-dt^2 + dr^2) + B^2r^2d\theta^2\right] + \left(\frac{r}{r_0}\right)^{2n}\frac{1}{W^2(r)}dz^2, \tag{2.28}$$

onde

$$W(r) \equiv \frac{(r/r_0)^{2n} + p}{(1+p)}.$$

A solução para o campo escalar, $\phi(r)$, na região exterior é dada pela equação (2.26). Constantes de integração B, l, n, m serão completamente determinadas após a introdução dos campos de matéria. No caso particular de Brans-Dicke, a métrica (2.28) pertence a uma classe de métricas equiparando-se ao *case 1* no trabalho de A. A. Sen [37], com um ajuste apropriado de parâmetros.

2.3 A solução interna e as condições de junção

Iniciamos esta seção com as equações de Einstein modificadas, (2.14), com fonte, (2.15), na região interna, definida por $r \leq r_0$. Nesta região, todos os campos contribuem para o tensor momento-energia. Consideraremos a solução à uma corda supercondutora à ordem linear em $\tilde{G}_0$. Assim, supomos que a métrica, $g_{\mu\nu}$, e o campo escalar, ϕ, possa ser escrito como:

$$
\begin{aligned}
g_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \\
T_{\mu\nu} &= T_{(0)\mu\nu} + T_{(1)\mu\nu}, \\
\phi &= \phi_0 + \phi_{(1)},
\end{aligned}
\tag{2.29}
$$

onde $\eta_{\mu\nu} = diag(-,+,+,+)$ é o tensor métrico no espaço de Minkowski e ϕ_0 uma constante. Logo, nosso problema consiste em resolver as equações de Einstein linearizadas: [2]

[2]Para a ordem linear $\tilde{G}_0$, as equações de Einstein modificadas (2.10) se reduzem as equações de Einstein linearizadas [46], os campos eletromagnéticos se comportam como no espaço de Minkowski.

$$\nabla^2 h_{\mu\nu} = -16\pi G\Omega^2(\phi_0)(T_{(0)\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}T_{(0)}), \tag{2.30}$$

em um sistema de coordenadas harmônico, tal que $(h^\mu_\nu - \frac{1}{2}\delta^\mu_\nu h)_{,\nu} = 0$. $T_{(0)\mu\nu}$ é o tensor momento energia para a ordem zero em $\tilde{G}_0 = G\Lambda^2(\phi_0)$ (avaliado no espaço plano) e $T_{(0)}$ é seu traço.

A equação linearizada para o campo escalar lê-se:

$$\nabla^2 \phi_{(1)} = -4\pi G\Lambda^2(\phi_0)\alpha(\phi_0)T_{(0)}. \tag{2.31}$$

Então, impomos a condição de junção entre as soluções interna e externa em $r = r_0$, com ambas soluções avaliadas para a ordem linear em $\tilde{G}_0$. Para fazermos estes cálculos, utilizaremos o método de linearização usando funções de distribuição (apresentadas no trabalho de B. Linet [39] e aplicando mais tarde o formalismo desenvolvido por P. Peter e D. Puy em [44] para a Relatividade Geral).

2.4 As equações de Campo linearizadas

Vamos avaliar o tensor momento-energia de uma corda cósmica supercondutora para a ordem zero em $\tilde{G}_0$ em coordenadas cartesianas (t, x, y, z).

Usando o tensor definido por K. S. Thorne [47], podemos estabelecer uma densidade linear que será muito usada em nossas análises, considerando a grandeza

$$M^{\mu}_{\nu}(r) \equiv -2\pi \int_0^r T^{\mu}_{(0)\nu}(r')r'dr'$$

como sendo o tensor fonte. Vamos definir suas componente (à ordem zero em $\tilde{G}_0$) como se segue. A energia por unidade de comprimento U:

$$U \equiv M^t_t = -2\pi \int_0^{r_0} T^t_{(0)t} r dr; \tag{2.32}$$

a tensão por unidade de comprimento τ:

$$\tau \equiv M^z_z = -2\pi \int_0^{r_0} T^z_{(0)z} r dr; \tag{2.33}$$

e as componentes transversais restantes como:

$$X \equiv M^r_r = -2\pi \int_0^{r_0} T^r_{(0)r} r dr. \tag{2.34}$$

$$Y \equiv M^\theta_\theta = -2\pi \int_0^{r_0} T^\theta_{(0)\theta} r dr. \tag{2.35}$$

A conservação da energia, na aproximação de campo fraco, reduz-se a:

$$r\frac{dT^r_{(0)r}}{dr} = \left(T^\theta_{(0)\theta} - T^r_{(0)r}\right) \tag{2.36}$$

Após a integração, e com as condições de contorno:

$$\int_0^{r_0} r dr \left(T^\theta_{(0)\theta} + T^r_{(0)r}(r_0)\right) = r_0^2 T^r_{(0)r}(r_0) = r_0^2 \frac{A'^2(r_0)}{2e^2}, \tag{2.37}$$

as componentes não nulas do tensor momento-energia podem agora ser redefinidas sob a forma:

$$
\begin{aligned}
T_t^{(0)t} &= -\frac{1}{2}\left[R'^2+\sigma'^2+\frac{R^2P^2}{r^2}+\sigma^2A^2+(\frac{A'^2}{4\pi e^2})+(\frac{P'^2}{4\pi q^2})+2V\right] \\
T_x^{(0)x} &= (\cos^2\theta-\frac{1}{2})\left[R'^2+\sigma'^2-\frac{R^2P^2}{r^2}+(\frac{A'^2}{4\pi e^2})\right]-\frac{1}{2}\left[\sigma^2A^2-(\frac{P'^2}{4\pi q^2})+2V\right] \\
T_y^{(0)y} &= (\sin^2\theta-\frac{1}{2})\left[R'^2+\sigma'^2-\frac{R^2P^2}{r^2}+(\frac{A'^2}{4\pi e^2})\right]-\frac{1}{2}\left[\sigma^2A^2-(\frac{P'^2}{4\pi q^2})+2V\right] \\
T_z^{(0)z} &= -\frac{1}{2}\left[R'^2+\sigma'^2+\frac{R^2P^2}{r^2}-\sigma^2A^2-(\frac{A'^2}{4\pi e^2})+(\frac{P'^2}{4\pi q^2})^2+2V\right] \qquad (2.38)
\end{aligned}
$$

Integrando as expressões (2.38), encontramos

$$\int rdrd\theta T^x_{(0)x}=\int rdrd\theta T^y_{(0)y}=\pi\int\left[\left(\frac{P'}{qr}\right)^2-\sigma^2A^2-V\right]=-W. \qquad (2.39)$$

Usando o fato de que $T^r_{(0)r}=T^\theta_{(0)\theta}=T^x_{(0)x}+T^y_{(0)y}$, temos:

$$X+Y=2W=-2\pi r_0^2\frac{A'^2}{e^2}, \qquad (2.40)$$

que pode ser encontrada por integração da equação (2.19), dando

$$A'(r)=\frac{eJ}{2\pi r} \qquad (2.41)$$

com

$$J=2\pi e\int_0^{r_0} rdr\sigma^2 A \qquad (2.42)$$

Se supomos que a corda é (idealisticamente) infinitamente fina, então seu tensor momento energia pode ser descrito em termos das funções distribuição:

$$T^{\mu\nu} = diag(U, -W, -W, -\tau)\delta(x)\delta(y). \tag{2.43}$$

A equação (2.38) representa o tensor momento-energia da corda com todas as quantidades integradas na região interna, $r \leq r_0$, em um sistema de coordenadas cartesianas. Vamos, agora, avaliar o tensor momento-energia (2.20) á ordem zero em $\tilde{G}_0$ para um sistema de coordenadas cartesianas. Chegamos a:

$$\begin{aligned} T^{tt}_{em} &= T^{zz}_{em} = \frac{J^2}{2\pi r^2} \\ T^{ij}_{em} &= \frac{J^2}{2\pi r^4}(2x^i x^j - r^2\delta_{ij}). \end{aligned} \tag{2.44}$$

onde $i, j = x, y$. Através do tensor momento-energia (2.44), expressando a energia da corda na região exterior, podemos escrever em termos de distribuições, levando em conta as relações

$$\nabla^2 \left(\ln \frac{r}{r_0}\right)^2 = \frac{2}{r^2} \;\text{ e }\; \partial_i\partial_j \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) = \frac{(r^2\delta^{ij} - 2x^i x^j)}{r^4}.$$

Desta maneira, (2.44) se torna

$$\begin{aligned} T^{tt}_{em} &= T^{zz}_{em} = \frac{J^2}{4\pi}\nabla^2 \left(\ln \frac{r}{r_0}\right)^2 \\ T^{ij}_{em} &= -\frac{J^2}{2\pi}\partial_i\partial_j \ln \frac{r}{r_0}. \end{aligned} \tag{2.45}$$

Calculando as equações de Einstein linearizadas (2.30) com fontes identificadas por:

$$
\begin{aligned}
T^{tt}_{(0)} &= U\delta(x)\delta(y) + \frac{J^2}{4\pi}\nabla^2\left(\ln\frac{r}{r_0}\right)^2, \\
T^{zz}_{(0)} &= -\tau\delta(x)\delta(y) + \frac{J^2}{4\pi}\nabla^2\left(\ln\frac{r}{r_0}\right)^2, \\
T^{ij}_{(0)} &= J^2\left[\delta^{ij}\delta(x)\delta(y) - \frac{\partial_i\partial_j \ln\frac{r}{r_0}}{2\pi}\right],
\end{aligned} \tag{2.46}
$$

e o traço dado por:

$$
T_{(0)} = -(U + \tau - J^2)\delta(x)\delta(y). \tag{2.47}
$$

conclui-se que:

$$
\begin{aligned}
h_{00} &= -4\tilde{G}_0\left[J^2\ln^2\frac{r}{r_0} + (U - \tau + J^2)\ln\frac{r}{r_0}\right], \\
h_{zz} &= -4\tilde{G}_0\left[J^2\ln^2\frac{r}{r_0} + (U - \tau - J^2)\ln\frac{r}{r_0}\right], \\
h_{ij} &= -4\tilde{G}_0\left[\frac{J^2}{2}r^2\partial_i\partial_j\ln\frac{r}{r_0} + (U + \tau + J^2)\delta_{ij}\ln\frac{r}{r_0}\right].
\end{aligned} \tag{2.48}
$$

Podemos verificar que as condições harmônicas $(h^\mu_\nu - \frac{1}{2}\delta^\mu_\nu h)_{,\nu} = 0$. com $h_{\mu\nu}$ dado por (2.48), são identicamente satisfeitas. Usando a expressão (2.47), podemos resolver a equação (2.31):

$$
\phi_{(1)} = 2\tilde{G}_0\alpha(\phi_0)(U + \tau - J^2)\ln\frac{r}{r_0}. \tag{2.49}
$$

Este resultado não está presente na Relatividade Geral e será responsável pelo aparecimento de novos efeitos diferentes do encontrado na literatura [39, 44].

Retornamos, agora, ao sistema de coordenadas cilíndiricas original, e obtemos:

$$\begin{aligned}
g_{tt} &= -\left\{1 + 4\tilde{G}_0\left[J^2\ln^2\frac{r}{r_0} + (U - \tau + J^2)\ln\frac{r}{r_0}\right]\right\}, \\
g_{zz} &= 1 - 4\tilde{G}_0\left[J^2\ln^2\frac{r}{r_0} + (U - \tau - J^2)\ln\frac{r}{r_0}\right], \\
g_{rr} &= 1 + 2\tilde{G}_0 J^2 - 4\tilde{G}_0(U + \tau + J^2)\ln\frac{r}{r_0}, \\
g_{\theta\theta} &= r^2\left[1 - 2\tilde{G}_0 J^2 - 4\tilde{G}_0(U + \tau + J^2)\ln\frac{r}{r_0}\right].
\end{aligned} \tag{2.50}$$

Afim de preservar nossas condições temos que fazer $g_{tt} = -g_{\rho\rho}$ (correspondendo ao caso particular de uma solução magnética das equações de Einstein-Maxwell-dilaton). Mediante a transformações de coordenadas, $r \rightarrow \rho$, tal que

$$\rho = r\left[1 + \tilde{G}_0(4U + J^2) - 4\tilde{G}_0 U\ln\frac{r}{r_0} - 2\tilde{G}_0 J^2\ln^2\frac{r}{r_0}\right], \tag{2.51}$$

mostra-se que

$$\begin{aligned}
ds^2 &= \left\{1 + 4\tilde{G}_0\left[J^2\ln^2\frac{\rho}{r_0} + (U - \tau + J^2)\ln\frac{\rho}{r_0}\right]\right\}(-dt^2 + d\rho^2) \\
&+ \left\{1 - 4\tilde{G}_0\left[J^2\ln^2\frac{\rho}{r_0} + (U - \tau - J^2)\ln\frac{\rho}{r_0}\right]\right\}dz^2 \\
&+ \rho^2\left[1 - 8\tilde{G}_0(U + \frac{J^2}{2}) + 4\tilde{G}_0(U - \tau - J^2)\ln\frac{\rho}{r_0} + 4\tilde{G}_0 J^2\ln^2\frac{\rho}{r_0}\right]d\theta^2.
\end{aligned} \tag{2.52}$$

As expressões (2.49) e (2.52) representam, respectivamente, as soluções do campo escalar de uma corda cósmica isolada com corrente no referencial conforme, no caso onde a aproximação de campo fraco é válida. Comparando com as soluções externas, (2.26) e (2.28) vemos que estas requerem uma linearização, pois são exatas. Expandindo em série de potências dos parâmetros m e n, encontramos:

$$\begin{aligned} g_{\rho\rho} &= -gtt = 1 + 2m^2 \ln \frac{\rho}{r_0} + h(\rho), \\ g_{zz} &= \frac{1}{1 + h(\rho)}, \\ g_{\theta\theta} &= B^2 \rho^2 [1 + h(\rho)], \end{aligned}$$

com

$$h(\rho) = 2n \frac{1-\kappa}{1+\kappa} \ln \frac{\rho}{r_0} + 2n^2 \frac{1+\kappa^2}{(1+\kappa)^2} \ln^2 \frac{\rho}{r_0}.$$

Fazendo a identificação dos coeficientes de ambas as métricas linearizadas, obtemos:

$$\begin{aligned} m^2 &= 4\tilde{G}_0 J^2, \\ B^2 &= 1 - 8\tilde{G}_0 (U + \frac{J^2}{2}), \\ l &= 2\tilde{G}_0 \alpha(\phi_0)(U + \tau - J^2), \\ p &= 1 + \tilde{G}_0^{1/2} (U - \tau - J^2). \end{aligned} \tag{2.53}$$

Calculando agora o déficit angular para a métrica (2.52),

$$\Delta\theta = 2\pi \left[1 - \frac{1}{\sqrt{g_{\rho\rho}}} \frac{d}{d\rho} \sqrt{g_{\theta\theta}} \right],$$

finalmente, encontramos:

$$\Delta\theta = 4\pi\tilde{G}_0(U + \tau + J^2). \tag{2.54}$$

2.5 Desvio dos raios de luz

Um raio de luz que vem do infinito em um plano transverso tem a sua trajetória defletida, para um observador no infinito, por um ângulo dado por:

$$\Delta\theta = 2\int_{\rho_{min}}^{\infty} d\rho[-\frac{g_{\theta\theta}^2 p^{-2}}{g_{\rho\rho}g_{tt}} - \frac{g_{\theta\theta}}{g_{\rho\rho}}]^{-1/2} - \pi$$

onde ρ_{min} é a distância mais próxima, apresentando-se como $\frac{d\rho}{d\theta} = 0$:

$$\frac{g_{\theta\theta}(\rho_{min})}{g_{tt}(\rho_{min})} = -p^2$$

do que resulta

$$\frac{\rho_{min}}{r_0} = (\frac{p}{Br_0})^{1/(1-m^2)}.$$

Podemos avaliar o déficit angular em primeira ordem em $\tilde{G}_0$. Fazendo uma expansão para a ordem linear neste fator, procedendo da mesma maneira como P. Peter e D. Puy [44], encontramos:

$$\Delta\theta = \frac{2}{B(1-m^2)}[\frac{\pi}{2}(1 + m^2\ln\frac{p}{Br_0}) - m^2\nu] - \pi,$$

onde definimos a quantidade ν como

$$\nu \equiv -\int_0^1 \frac{\ln s}{\sqrt{1-s^2}} ds = \frac{\pi}{2}\ln 2,$$

com $s \equiv \frac{p}{Br_0}(\frac{\rho}{r_0})^{m^2-1}$. Usando as expressões (2.53), conclui-se que

$$\Delta\theta = 4\pi\tilde{G}_0 \left[U + J^2\left(\frac{3}{2} + \ln\frac{\rho}{r_0}\right)\right] + 8\nu\tilde{G}_0 J^2. \tag{2.55}$$

Neste capítulo, estudamos as modificações introduzidas pela teoria escalar-tensorial na métrica de uma corda cósmica supercondutora descrita por uma ação dada pela eq. (2). Para isto, propomos uma adaptação no método de Linet, que consiste em linearizar as equações de Einstein e do dílaton usando as funções de distribuições. Os resultados encontrados dependem de cinco parâmetros, que estão relacionados à estrutura interna da corda e à solução para o campo do dílaton. Uma aplicação interessante analisada é o desvio da luz. Se compararmos nosso resultado com aquele obtido pela Relativide Geral, vemos que a expressão (39) não se modifica apreciavelmente. Isto se deve ao fato de que a contribuição devida ao dílaton não ser muito acentuadada nesta aproximação, e deste modo seus efeitos nao são mensuráveis reproduzindo assim os resultados da Relatividade Geral, no entanto no Universo primordial ela pode ter resultado em outros efeitos. No próximo capítulo, vamos relacionar estas quantidades em um espaço com torção.

Capítulo 3

Campo Gravitacional de Uma Corda Cósmica Supercondutora em Presença de Torção

Neste capítulo, trabalharemos na solução que corresponde a uma corda cósmica supercondutora com torção no âmbito de uma teoria-escalar tensorial mais geral. Investigamos a métrica da corda neste contexto e analisamos também o limite de Brans-Dicke com torção, comparando com o modelo apresentado no capítulo precedente. Vimos que o caso em que há torção apresenta propriedades diferentes. Podemos notar que, quando não temos campos fermiônicos na corda, a torção comporta-se como o gradiente de um campo escalar. Investigamos também a força e as equações da geodésica de uma partícula-teste que se move ao redor da corda cósmica. Estudamos o comportamento da matéria quando há formação dos chamados " wakes ", que aparecem quando a corda cósmica tem uma velocidade v.

Uma questão relevante é relacionada aos efeitos gravitacionais na formação das cordas cósmicas supercondutoras. Com este propósito, diversos autores argumentam que a torção pode ter sido um importante elemento no Universo primordial, quando os efeitos gravitacionais eram sensivelmente importantes[48, 49].

Nosso presente entendimento do Universo primordial indica que objetos do tipo cordas fundamentais são a melhor forma de descrever a física na escala compreendida entre as teorias de Grande Unificação (GUT) e as escalas de Planck [50]. Correções de cordas para a Gravidade Quântica [51], onde a torção aparece através de termos de correções em α' envolvendo curvatura e torção [52, 53], geram os modelos gravitacionais efetivos. Então, nosso ponto de vista neste capítulo é o de que os efeitos da torção são levados em conta e persistem desde quando as cordas cósmicas foram formadas.

O Universo primordial (10^{18} GeV $\geq$ T $\geq$ 10^{16} GeV), a era antes das transições de fase das GUT, consistia de partículas de torção e partículas de GUT's, provavelmente, nos grupos SU(5) ou SO(10) (férmions pesados, bósons de calibre e partículas de Higgs). As partículas de torção eram acopladas com spins internos da matéria. Esta interação aparece na era onde a interação gravitacional era importante para sistemas microscópicos, tal como no Universo primordial [54].

A torção de Cartan foi previamente relacionada a uma corda cósmica fermiônica

[55, 56]. Em particular, H. H. Soleng[55] estudou o caso em que a corda cósmica era identificada como um cilindro preenchido com um fluido anisotrópico possuindo um spin polarizado ao longo do eixo de simetria da corda. Esta modelagem mostrou que o momento angular do spin gerava torção de uma forma natural, como conseqüência da gravitação incluindo a geometria de Riemann Cartan. Tal corda com spin apresenta interessantes efeitos gravitacionais, incluindo um arrastamento inercial ("*inertial dragging* ") e a possível geração de efeitos de linhas tipo-tempo fechadas.[55] Apesar desta teoria ter sido consistentemente desenvolvida, nada foi discutido sobre as implicações astrofísicas, vínculos cosmológicos ou implicações potenciais de sua realização na Natureza. Isto vem do fato, como podemos facilmente ver das condições de junções de Arkuszewski-Kopczyński-Ponomariev (Eq.18 na Ref.[55]), que o spin (isto é a torção) não propaga fora da corda. Por outro lado, nosso modelo induz efeitos que se propaga fora da corda e, desta maneira, podem ser responsáveis pelo aparecimento de novos fenômenos.

Recentemente, H. Kleinert vem apontando um número de aspectos e efeitos da torção [57, 58, 59]. Estudaremos a formação dos "wakes " e analisaremos a contribuição da corrente no núcleo da corda. Também, levaremos em conta os efeitos cosmológicos das cordas cósmicas, quando a torção está presente, e campos escalares no espaço-tempo gerado por esta gravidade escalar-tensorial, quando comparados com a Relatividade Geral. Também, mostraremos que os " wakes " formado pelas cordas cósmicas movem-se no espaço-tempo com torção, apresentando efeitos similares às cordas cósmicas com " wiggles ". supondo-se, a validade das conclusões de L. Pogosian e P. Vachaspati [60].

3.1 Teoria escalar-tensorial com torção

A teoria escalar-tensorial com torção é uma extensão da Relatividade Geral de Einstein, em que o campo escalar está minimamente acoplado ao campo gravitacional e o termo dinâmico da torção é considerado adicionalmente. Este acoplamento é representado no referencial de Jordan-Fierz, onde a ação terá a forma (2.1).

Nesta generalização, o escalar de curvatura $\tilde{R}$ é uma função das *vierbeins* e^{μ}_{a} e conexões de spin $\Omega_{ab}^{\ \ \mu}$[61].

Na teoria de Einstein-Cartan (EC), $\tilde{R}$ é dado por

$$\tilde{R} = e^{\mu}_{a} e^{\nu}_{b} (\Omega^{ab}_{\ \ \mu,\nu} - \Omega^{ab}_{\ \ \nu,\mu} + \Omega^{a}_{\ c\nu} \Omega^{cb}_{\ \ \mu} - \Omega^{a}_{\ c\mu} \Omega^{cb}_{\ \ \nu}) \tag{3.1}$$

onde os índices latinos $a, b...$ são do tipo localmente plano e os ii ndices gregos $\mu\nu...$ são do tipo mundo. Escrevemos a torção na forma geral,

$$S^{a}_{\ \mu\nu} = e^{a}_{\ \mu,\nu} - e^{a}_{\ \nu,\mu} + \Omega^{a}_{\ c\nu} e^{c}_{\ \mu} - \Omega^{a}_{\ c\mu} e^{c}_{\ \nu}, \tag{3.2}$$

e as equações de campo para a conexão de spin $\Omega^{a}_{\ c\nu}$, são lidas como:

$$\tilde{\phi} (S^{\mu}_{\ \alpha\beta} + \delta^{\mu}_{\beta} S^{\lambda}_{\ \ \lambda\alpha} - \delta^{\mu}_{\alpha} S^{\lambda}_{\ \lambda\beta}) = 8\pi\sigma^{\mu}_{\ \alpha\beta} + \delta^{\mu}_{\alpha} \tilde{\phi}_{,\beta} - \delta^{\mu}_{\beta} \tilde{\phi}_{,\alpha} \tag{3.3}$$

onde $\sigma^{\mu}{}_{\alpha\beta}$ é o tensor momento angular de spin, definido por

$$\sigma^{\mu}{}_{\alpha\beta} = \frac{1}{\sqrt{-g}}(e^{a}{}_{\alpha}e^{b}{}_{\beta} - e^{a}{}_{\beta}e^{b}{}_{\alpha})\frac{\delta}{\delta\Omega^{ab}_{\mu}}(\sqrt{-g}I_m). \tag{3.4}$$

Contraindo os índices β e μ, podemos escrever

$$\tilde{\phi}S^{\mu}{}_{\alpha\beta} = 8\pi\Sigma^{\mu}{}_{\alpha\beta} + \frac{1}{2}(\delta^{\mu}_{\alpha}\tilde{\phi}_{,\beta} - \delta^{\mu}_{\beta}\tilde{\phi}_{,\alpha}) \tag{3.5}$$

onde $\Sigma^{\mu}{}_{\alpha\beta}$ é dado por

$$\Sigma^{\mu}{}_{\alpha\beta} = \sigma^{\mu}{}_{\alpha\beta} + \frac{1}{2}(\delta^{\mu}_{\alpha}\sigma^{\mu}{}_{\beta\lambda} - \delta^{\mu}_{\beta}\sigma^{\lambda}{}_{\alpha\lambda}) \tag{3.6}$$

Na ausência de spins, o campo de torção pode ser gerado por um termo que não tem origem fermiônica, o gradiente de um campo escalar e, desta forma, na ausência de spins fermiônicos a torção é não nula. Deste modo, esta pode propagar com os campos escalares, e podemos escrever a torção como:

$$S_{\mu\nu}{}^{\lambda} = \left(\delta^{\lambda}_{\mu}\partial_{\nu}\tilde{\phi} - \frac{1}{2}\delta^{\lambda}_{\nu}\partial_{\mu}\tilde{\phi}\right)\tilde{\phi} \tag{3.7}$$

A conexão afim mais geral $\Gamma_{\lambda\nu}{}^{\alpha}$, escrita em termos do tensor de contorção $K_{\lambda\nu}{}^{\alpha}$, é

$$\Gamma_{\lambda\nu}{}^{\alpha} = \{^{\alpha}_{\lambda\nu}\} + K_{\lambda\nu}{}^{\alpha}, \tag{3.8}$$

onde a quantidade $\{^{\alpha}_{\lambda\nu}\}$ é o simbolo de Christoffel computado do tensor métrico $g_{\mu\nu}$ e o tensor de contorção $K_{\lambda\nu}{}^{\alpha}$ pode ser escrito em termos dos campos como:

$$K_{\lambda\nu}{}^{\alpha} = -\frac{1}{2}(S_{\lambda}{}^{\alpha}{}_{\nu} + S_{\nu}{}^{\alpha}{}_{\lambda} - S_{\lambda\nu}{}^{\alpha}) \tag{3.9}$$

Neste caso, o escalar de curvatura $\tilde{R}$ dado por (2.1) no referencial de Jordan-Fierz pode ser escrito como

$$\tilde{R} = \tilde{R}(\{\}) + \epsilon\frac{\partial_{\mu}\tilde{\phi}\partial^{\mu}\tilde{\phi}}{\tilde{\phi}^{2}} \tag{3.10}$$

onde $\tilde{R}(\{\})$ é o escalar de curvatura de Riemann no referencial de Jordan-Fierz ϵ é a constante de acoplamento da torção [62].

Como no capítulo anterior, trabalharemos no referencial conforme de Einstein, com a ação (2.2). Agora o tensor de ordem-2 no referencial de Einstein pode ser escrito como $g_{\mu\nu} = e^{a}_{\mu}e^{b}_{\nu}\eta_{ab}$ e R é o escalar de curvatura, dado por

$$R = R(\{\}) + 4\epsilon\alpha(\phi)^{2}\partial_{\mu}\phi\partial^{\mu}\phi. \tag{3.11}$$

A ação (2.2) é obtida de (2.1) por uma transformação conforme como em (2.9)

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = \Lambda^{2}(\phi)g_{\mu\nu},$$

e por uma redefinição da quantidade

$$G\Lambda^{2}(\phi) = \tilde{\phi}^{-1}$$

com

$$\alpha^2 \equiv \left(\frac{\partial \ln \Lambda(\phi)}{\partial \phi}\right)^2 = [2\omega(\tilde{\phi}) + 3]^{-1},$$

que são as mesmas transformações apresentadas no caso sem torção e que repetimos aqui somente para sermos mais didáticos.

No referencial conforme, as equações de Einstein-Cartan modificadas são

$$R_{\mu\nu} = 2\kappa\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi + 8\pi G(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T). \tag{3.12}$$

$$G_{\mu\nu} = 2\kappa\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - \kappa g_{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\phi\partial_\beta\phi + 8\pi G T_{\mu\nu} \tag{3.13}$$

onde κ é função de ϕ definida por

$$\kappa(\phi) = 1 - 2\epsilon\alpha(\phi)^2 \tag{3.14}$$

que têm duas contribuições: uma dada pelo termo escalar tensorial e a outra pela torção. O tensor momento-energia é definido como usual (2.11). Na teoria escalar tensorial com torção, as equações de Einstein modificadas pela presença do campo ϕ são:

$$\Box_g\phi = -4\pi G\alpha(\phi)T. \tag{3.15}$$

onde

$$\Box_g \phi = \frac{\kappa}{\sqrt{-g}} \partial_\mu \left[\sqrt{-g} \partial^\mu \phi \right]. \tag{3.16}$$

Esta equação nos dá um novo conteúdo físico, que não aparece na relatividade geral e nos mostra que a distribuição de matéria no espaço se comporta tipo uma fonte para ϕ esta contribuição é diferente do caso escalar tensorial sem torção como podemos analisar através da eq.(2.10) do capítulo anterior, pela presença da função $\kappa(\phi)$.

3.2 Corda cósmica supercondutora em uma teoria-escalar tensorial com torção

Para descrever o modelo mais simples para uma corda cósmica supercondutora na teoria escalar-tensorial da gravitação, é necessário que a ação de matéria tenha um par de campos; um escalar complexo e um campo de calibre, em um modelo Abeliano cuja ação é dada pela equação (2.8).

Vamos considerar a corda cósmica, como no caso anterior em um sistema de coordenadas cilíndricas, (t, r, θ, z), ($r \geq 0$ e $0 \leq \theta < 2\pi$) com a métrica definida em um referencial de Einstein como abaixo:

$$ds^2 = e^{2(\gamma-\psi)}(-dt^2 + dr^2) + \beta^2 e^{-2\psi} d\theta^2 + e^{2\psi} dz^2 \tag{3.17}$$

onde γ, ψ e β dependem unicamente de r. Podemos encontrar as relações entre os parâmetros da métrica através das equações de Einstein dada por (3.13). Então, neste espaço com métrica definida em (3.17), estas equações são

$$\beta'' = 8\pi G\beta(T_t^t + T_r^r)e^{2(\gamma-\psi)} \tag{3.18}$$

$$(\beta\gamma')' = 8\pi G\beta(T_r^r + T_\theta^\theta)e^{2(\gamma-\psi)}. \tag{3.19}$$

$$(\beta\psi')' = 4\pi G\beta(T_t^t + T_r^r + T_\theta^\theta - T_z^z)e^{2(\gamma-\psi)}. \tag{3.20}$$

e a equação ϕ dada por (3.15) é

$$(\beta\phi')' = 4\pi G\kappa^{-1}\beta T\alpha(\phi)e^{2(\gamma-\psi)}. \tag{3.21}$$

As componentes do tensor energia-momento são as mesmas que em (2.15).

As soluções externas da equação (3.20) têm a mesma forma da teoria escalar-tensorial [7], a solução para ϕ pode ser escrita como

$$\phi' = \kappa^{-1}\frac{\lambda}{r}, \tag{3.22}$$

de modo que se torna compatível com as condições de junção obtidas:

$$R = 2(\psi'' + \frac{1}{\beta}\psi' - \phi'^2 + \frac{m}{\beta^2})e^{2(\psi-\gamma)} = 2\phi'^2 e^{2(\psi-\gamma)}; \tag{3.23}$$

este resultado é diferente do obtido no formalimo da teoria escalar-tensorial sem torção [7].

Vamos fazer uma estimativa da ordem de magnitude das correções induzidas por $\kappa^{-1}\lambda$. Para isto é muito ilustrativo considerar uma forma particular da função arbitrária, $\Lambda(\phi)$, correspondendo a teoria de Brans-Dicke, $\Lambda = e^{\alpha\phi}$, com $\alpha^2 = \frac{1}{2w+3}$. ($w$=cte). Logo, para este caso,

$$\phi' = \lambda \frac{(w + \frac{3}{2})}{(\tilde{w} + \frac{3}{2})r}, \tag{3.24}$$

onde $\tilde{\omega} = \omega - \epsilon$. Usando os valores para w tal que $w > 2500$ (consistente com os experimentos no sistema solar feito pelo Very Large Baseline Interferometry (VLBI) [63]), temos que $\omega >> \epsilon$ e logo $\frac{\lambda(w+\frac{3}{2})}{(\tilde{w}+\frac{3}{2})} \sim \lambda$. Desta forma, a solução externa na teoria de Brans Dicke neste limite é a mesma que no caso corda cósmica supercondutora na teoria escalar tensorial [7].

A métrica externa para a SSCS no limite da teoria de Brans-Dicke toma a forma

$$ds^2 = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-2n} W^2(r)\left[\left(\frac{r}{r_0}\right)^{2m^2}(-dt^2 + dr^2) + B^2r^2d\theta^2\right] + \left(\frac{r}{r_0}\right)^{2n}\frac{1}{W^2(r)}dz^2, \tag{3.25}$$

com $W(r) = [(r/r_0)^{2n}+p]/[1+p]$ e os parâmetros n, λ e m dado por $n^2 = \kappa^{-1}\lambda^2+m^2$, com κ^{-1} constante na teoria de Brans Dicke.

Agora, encontraremos as soluções para a SSCS considerando a aproximação de campo fraco (para uma revisão do procedimento veja Ref[7]). Por outro lado, supomos que a métrica, $g_{\mu\nu}$, e o campo escalar ϕ possam ser reescritos como no Capítulo 2:

$$
\begin{aligned}
g_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu},\\
\Lambda(\phi) &= \Lambda(\phi_0) + \Lambda'(\phi_0)\phi_{(1)} \qquad (3.26)\\
\phi &= \phi_0 + \phi_{(1)},
\end{aligned}
$$

onde $\Lambda'(\phi_0) = \Lambda(\phi_0)\alpha(\phi_0)$ e $\eta_{\mu\nu} = diag(-,+,+,+)$ é a métrica de Minskowski e ϕ_0 é constante.

No caso do espaço-tempo com torção incluída, podemos encontrar as condições de junção usando o fato de que $[\{^{\alpha}_{\mu\nu}\}]^{(+)}_{r=r_0} = [\{^{\alpha}_{\mu\nu}\}]^{(-)}_{r=r_0}$, e os vínculos de metricidade $[\nabla_\rho g_{\mu\nu}]^{+}_{r=r_0} = [\nabla_\rho g_{\mu\nu}]^{-}_{r=r_0} = 0$. Logo, encontramos as condições de metricidade

$$
\begin{aligned}
[g_{\mu\nu}]^{(-)}_{r=r_0} &= [g_{\mu\nu}]^{(+)}_{r=r_0},\\
[\tfrac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}}]^{(+)}_{r=r_0} + 2[g_{\alpha\rho}K_{(\mu\nu)}^{\ \ \ \rho}]^{(+)}_{r=r_0} &= [\tfrac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}}]^{(-)}_{r=r_0} + 2[g_{\alpha\rho}K_{(\mu\nu)}^{\ \ \ \rho}]^{(-)}_{r=r_0}. \qquad (3.27)
\end{aligned}
$$

onde $(-)$ representa a região interna e $(+)$ corresponde a região externa ao redor de $r = r_0$. Analisando as condições de junção, notamos que as contribuições, devidas ao termo de contorção, aparecem ambas nas regiões interna e externa, diferentemente dos resultados obtidos na Ref([64, 65]).

Pelo fato da solução externa ser exata, precisamos linearizá-las para fazermos a junção com a solução na aproximação de campo fraco. Então, como já estudado, precisamos de uma troca da variável $r \to \rho$, [7], tal que em primeira ordem em $\tilde{G}_0$ temos, usando a (3.15), a solução $\phi_{(1)}$ é

$$\phi_{(1)} = 2\tilde{G}_0\kappa^{-1}\alpha(\phi_0)(U + \tau - J^2)\ln\frac{\rho}{r_0}. \tag{3.28}$$

com a energia por unidade de comprimento U, a tensão por unidade de comprimento τ e a densidade de corrente I, dado, respectivamente por,

$$U = -2\pi\int_0^{r_0} T_t^t \rho d\rho; \tag{3.29}$$

$$\tau = -2\pi\int_0^{r_0} T_z^z \rho d\rho; \tag{3.30}$$

e

$$J = 2\pi e\int_0^{r_0} \rho d\rho\sigma^2 A \tag{3.31}$$

onde $\tilde{G}_0 \equiv G\Lambda^2(\phi_0)$.

Podemos fazer a identificação dos coeficientes de ambas as métricas linearizadas, de modo que finalmente obteremos (2.53). Usando o mesmo procedimento para obter a solução da corda cósmica supercondutora no formalismo da teoria escalar tensorial [7], encontramos a métrica no referencial de Einstein como sendo:

$$\begin{aligned} ds^2 &= \left\{1 + 4\tilde{G}_0\left[J^2\ln^2\frac{\rho}{r_0} + (U - \tau + J^2)\ln\frac{\rho}{r_0}\right]\right\}(-dt^2 + d\rho^2) \\ &+ \left\{1 - 4\tilde{G}_0\left[J^2\ln^2\frac{\rho}{r_0} + (U - \tau - J^2)\ln\frac{\rho}{r_0}\right]\right\}dz^2 \\ &+ \rho^2\left[1 - 8\tilde{G}_0(U + \frac{J^2}{2}) + 4\tilde{G}_0(U - \tau - J^2)\ln\frac{\rho}{r_0} + 4\tilde{G}_0J^2\ln^2\frac{\rho}{r_0}\right]d\theta^2. \end{aligned} \tag{3.32}$$

Esta métrica tem a mesma forma que no caso sem torção que estudamos no capítulo anterior. A razão deste resultado é que a contribuição para a torção, neste modelo é de terceira ordem e, desta forma, não aparece na solução linearizada que aqui tratamos. Por outro lado, alguns novos efeitos físicos aparecem, como veremos na próxima seção. Um outro modelo teórico foi considerado [9] onde a torção se acopla aos campos físicos no potencial e o campo de torção não aparece aproximado na solução linearizada.

3.3 Desvio de uma partícula perto de uma CCS com torção

Nesta seção, analisaremos a equação geodésica. Para isto, trabalhamos com a métrica dada pela Eq.(3.32), agora escrita no referencial de Jordan-Fierz. Então, se considerarmos uma seção perpendicular à corda, isto é, $dz = 0$, temos

$$ds_{\perp}^2 = \Lambda(\phi_0)^2(1 - h_{tt})[-dt^2 + dr^2 + (1 - b)r^2 d\theta^2], \tag{3.33}$$

com h_{tt} dado por

$$h_{tt} = -4\tilde{G}_0\{J^2(\ln(\frac{\rho}{r_0}))^2 + [\alpha_+ U - \alpha_-(\tau - J^2)]\ln(\frac{\rho}{r_0}\}, \tag{3.34}$$

onde b e α são dados por:

$$b = 8\tilde{G}_0\left[U + \frac{J^2(1 + 2\ln\frac{\rho}{r_0})}{2}\right] \tag{3.35}$$

$$\alpha_{\pm} = [1 \pm \frac{1}{2}\kappa^{-1}\alpha^2(\phi_0)]. \tag{3.36}$$

Sabemos que, quando a corda possui corrente, aparece uma força gravitacional. Consideraremos o efeito da torção sob uma partícula teste ao redor da corda, assumimos que a partícula não tem carga e tem spin inteiro. Vamos considerar ainda que ela tenha uma velocidade $|\mathbf{v}| \leq 1$, que no caso da equação da geodésica se torna

$$\frac{d^2x^i}{d\tau^2} + \Gamma_{tt}{}^i = 0. \tag{3.37}$$

Quando há torção as geodésicas são chamadas de autoparalelas, onde i é a coordenada espacial e a conexão pode ser escrita como na Eq.(3.8), cujas componentes não nulas são dadas por

$$\Gamma^{\;i}_{(tt)} = \left\{ {}^{\,i}_{tt} \right\} + K^{\;i}_{(tt)} \tag{3.38}$$

com $K^{\;i}_{(tt)}$ sendo a contorção que é simétrica nos seus dois primeiros índices. As componentes não-nulas são:

$$K^{\;r}_{(tt)} = \frac{\tilde{\phi}'}{2\tilde{\phi}} \sim -\alpha(\phi_0)\phi'_{(1)} = -2\frac{1}{\rho}\tilde{G}_0\kappa^{-1}\alpha^2(\phi_0)(U + \tau - J^2) \tag{3.39}$$

A força sobre esta partícula, devido ao campo gravitacional da corda, tem a forma

$$f = m(\nabla h_{tt} - 2\frac{\tilde{G}_0 k^{-1}\alpha^2(\phi_0)(U + \tau - I^2)}{\rho}), \tag{3.40}$$

com $g_{tt} = -1 + h_{tt}$ na Eq.(3.32). Podemos notar facilmente que a contribuição da torção é dada por

$$f_{tors} = -\frac{2m}{\rho}\tilde{G}_0\kappa^{-1}\alpha^2(\phi_0)(U + \tau - J^2) \tag{3.41}$$

De uma forma explícita obtemos

$$f = -\frac{m}{\rho}\left[4\tilde{G}_0 I^2\left(1 + \frac{(U-\tau)}{J^2} + 2\ln(\rho/r_0)\right) + 4\tilde{G}_0\kappa^{-1}\alpha^2(\phi_0)(U + \tau - J^2)\right]. \tag{3.42}$$

Destas expressões, podemos concluir que se a torção está presente, mesmo que não haja corrente, uma força gravitacional aparece.

3.4 Formação de estrutura de larga escala

Nesta seção, vamos estudar a propagação da corda cósmica supercondutora em um fundo com torção gerado pela teoria escalar tensorial. Para incorporar a consideração de L. Pogosian and T. Vachaspati [60], propomos que as cordas com estruturas de pequena escala "wiggles" tratadas por eles se assemelham aos efeitos da torção em nosso formalismo. Para isto, postulamos que as estruturas de pequena escala que existem nas cordas tipo "wiggly" possa ser relacionadas com as deformações geométricas que a torção produz.

Vamos, então, considerar a deflexão de partículas que se movem em direção a corda. Assumindo por simplicidade que a direção de propagação é perpendicular a corda, podemos escrever a métrica em termos das coordenadas de Minkowski na forma

$$ds^2 = (1 - h_{00})[dt^2 - dx^2 - dy^2]. \tag{3.43}$$

Na última seção, vimos que um espaço tempo com torção seguem autoparalelas devido a presença da parte simétrica da contorção (3.37). Para este estudo, vamos considerar a corda tendo uma velocidade v na direção x. Nesta situação, todas as componentes das autoparalelas são

$$\frac{d^2x^i}{d\tau^2} + \Gamma_{(\mu\nu)}^{\;i} u^\mu u^\nu = 0. \tag{3.44}$$

cujas formas linearizadas são como segue:

$$2\ddot{x} = -(1 - \dot{x}^2 - \dot{y}^2)\partial_x h_{tt} + (1 - \dot{y}^2)\alpha(\phi_0)\partial_x \phi_{(1)} \tag{3.45}$$

$$2\ddot{y} = -(1 - \dot{x}^2 - \dot{y}^2)\partial_y h_{tt} + (1 - \dot{x}^2)\alpha(\phi_0)\partial_y \phi_{(1)} \tag{3.46}$$

onde h_{00} é dado por (3.34) e os pontos são derivados com relação ao tempo t. Podemos analisar em Eqs.(3.45) e (3.46) e ver que a contribuição devido à torção vem do último termo. Só precisamos considerar a primeira ordem em $\tilde{G}_0$. Neste caso, (3.46) pode ser integrada sob a trajetória não perturbada $x = vt$, $y = y_0$. Então, podemos transformar para o referencial onde a corda tem velocidade v. As partículas entram no "wake" com uma velocidade transversa:

$$v_t = 4\pi\tilde{G}_0(U + \tau + J^2)v\gamma + \frac{4\pi\tilde{G}_0\kappa^{-1}\alpha^2(\phi_0)(U + \tau - J^2)}{v\gamma} \tag{3.47}$$

O primeiro termo é o impulso usual das partículas devido ao deficit angular. O segundo termo é a contribuição devido a torção.

O movimento da corda cria os "wakes"; então, podemos computar a característica total da massa da estrutura de larga escala formada:

$$M_w = 2v_t\varepsilon t^3 \tag{3.48}$$

A aceleração gravitacional no campo do "wake" é

$$a_w = 2\pi G M_w/t^2. \tag{3.49}$$

Logo o comprimento do "wake", isto é, a escala das estruturas de larga escala formadas no Universo,

$$\Delta l \equiv \frac{v_t^2}{2a_w} \sim v_t t. \tag{3.50}$$

Os "wakes" produzidos pelas cordas cósmicas tipo "wiggly" [66] podem resultar num eficiente processo de formação de estruturas de larga escala e afetar a isotropia da radiação de microondas de fundo. [67]. No caso da teoria escalar tensorial pura [68], as cordas cósmicas já apresentam uma estrutura similar as do tipo "wiggly", no entanto no caso da torção, essa abordagem se apresenta muito mais rica. Além do fato da mesma amplificar os efeitos de uma teoria escalar tensorial usual apresentam ainda comportamentos distintos para o tipo de partícula em interação. No nosso tratamento, tanto a carga quanto o spin da partícula são elementos diferenciadores que nos pode demostrar outros aspectos, que merecem ser levados em conta.

Deste modo, é possível que a torção tenha sido fisicamente relevante em estágios primordiais da evolução do Universo. Neste capítulo, campos de torção podem funcionar como fontes potenciais de dinâmica, quando acoplados a outros campos fundamentais (isto é, campos escalares e gravitacional). Tais campos podem ter tido um grande papel na formação dos defeitos topológicos como as cordas cósmicas supercondutoras consideradas. Mostramos que os efeitos dos campos de torção têm uma contribuição não negligenciável nas equações das geodésicas que no caso com torção são denominadas de autoparalelas. Do ponto de vista físico, estas contribuições, certamente, são importantes. Chegamos à conclusão de que partículas sem massa (tais como fótons) serão defletidos com um ângulo $\Delta\theta = 4\pi\tilde{G}_{(0)}(U+\tau+I^2)$, resultado esse igual ao do capítulo anterior e portanto sem muita novidade com relação a Relatividade Geral. Deste modo, do ponto de vista observacional, seria impossível distingüir uma corda cósmica torcida ou dilatônica de uma descrita pela Relatividade Geral, se considerássemos somente efeitos baseados no desvio da luz, (por exemplo efeitos de lentes gravitacionais). Por outro lado, trajetórias de partículas massivas serão afetadas pelo acoplamento com a torção [7, 57, 58, 59].

Se a corda se move através da matéria com uma velocidade normal, v, aparecerá uma velocidade transversal dada pela equação (3.47); chamando a atenção para o fato de que existe, neste caso, uma nova contribuição para a velocidade tranversal, dada por $v_t = \frac{4\pi\tilde{G}_0\kappa^{-1}\alpha^2(\phi_0)(U+\tau-I^2)}{v\gamma}$, que é associada com a teoria escalar-tensorial com torção. Isto nos revela que o efeito da torção sobre as partículas massivas é qualitativamente diferente do efeito da radiação.

Capítulo 4

Conclusões Gerais

Em vista dos assuntos tratados e dos resultados obtidos nesta tese, ficam em aberto alguns pontos e problemas que merecem atenção especial para desenvolvimentos futuros. Estes pontos serão abordados a seguir.

Muitos aspectos sobre os modelos de cordas cósmicas ainda têm que ser contemplados no sentido de se propor modelos mais elaborados, que possam realmente representar a corda cósmica como sendo um elemento formador de estrutura. Como exemplo, podemos citar a conexão entre a torção e os campos de Kalb-Ramond estudados no Capítulo 1.

Uma outra possibilidade é enquadrar o estudo das cordas em espaços Anti-de-Sitter ou não-comutativos. Na realidade, pode ser que as galáxias ou aglomerados não tenham sido formados por um único mecanismo, mas sim por uma combinação de mecanismos.

A literatura atual aponta que a torção quando relacionada com o campo de Kalb-Ramond, pode resolver o problema da singularidade primordial [69], assunto de grande interesse em Cosmologia. Temos que frisar aqui que, neste cenário a Cosmologia será tratada em um contexto bastante novo. Nesta abordagem, seria interessante estender a idéia descrita no trabalho de [69] para incluir a Supersimetria; desta forma, tem-se que novos campos são gerados naturalmente como parceiros supersimétricos no multipleto de Kalb-Ramond.

Outros aspectos podem ser também analisados no que diz respeito à estrutura interna das cordas cósmicas e que podem vir a ser importanntes ao analisarmos as relíquias do Universo primordial. Neste sentido, se fizermos uma analogia com o que acontece em $2+1$ dimensões, esperamos que o defeito apresente componentes de polarização elétrica e magnetização devido ao acoplamento do campo eletromagnético com o campo de Kalb-Ramond, revelando possíveis novas propriedades do Universo primordial.

Bibliografia

[1] A.Vilenkin, Phys. Rev. **D 23**,852 , (1981); W.A.Hiscock, Phys. Rev. **D 31**, 3288, (1985); J.R.GottIII, Astrophys. Journal. **288**, 422, (1985); D. Garfinkel, Phys. Rev. **D 32** 1323, (1985).

[2] A.Vilenkin e E.P.S.Shellard, *Cosmic Strings and other Topological Defects* (Cambridge University Press, 1994).

[3] C. N. Ferreira, J. A. Helayël-Neto e M.B.D.S.M. Porto, Nucl.Phys. **B 620**, 181, (2002).

[4] C. N. Ferreira M.B.D.S.M. Porto, "Electrically Charged String in the Supersymmetric CSKR Theory" versão apresentada no XXIII Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos em 2002.

[5] C. N. Ferreira, C. L. Godinho e J. A. Helayel-Neto, "Gauge field mixing in the supersymmetric cosmic string theories" hep-th/0205035.

[6] J. Wess e J.Bagger, "Supersymmetry e Supergravity", second edition. Princeton Series in Physics.

[7] C. N. Ferreira, M. E. X. Guimarães e J. A. Helayël-Neto, Nucl. Phys. **B 581**. 165, (2000).

[8] V. B. Bezerra e C. N. Ferreira, Phys. Rev **D65**, 084030 (2002).

[9] C. N. Ferreira, Class. Quantum Grav. **19**, 741, (2002).

[10] T.W. Kibble, J. of Phys. **A9**, 1387 (1976).

[11] M.B. Hindmarsh e T.W.B. Kibble, Rept. Prog. Phys **58**, 477, (1995).

[12] T.W.B. Kibble, Phys. Rep **67**, 183, (1980).

[13] E. Witten, Nucl. Phys. **B249**, 557 (1985) .

[14] T.Vachaspati, Phys. Lett **B 249**, 557 (1985)

[15] J.R.S. Nascimento, I. Cho e A. Vilenkin, hep-th/9902135.

[16] P. Bhattacharjee, Phys. Rev. **D 40**, 3968 (1989).

[17] P. Bhattacharjee, Phys. Rev. Letters, 69, 567 (1992).

[18] R.H. Brandenberger, Nucl. Phys. **B 331**, 153, (1990).

[19] C.T.Hill, D.N. Schramm e T.P. Walker, Phys. Rev **D 36**, 1007, (1987).

[20] H. P. Nilles, Phys. Rept. **110**, 1 (1984); H. E. Haber e G. L. Kane, Phys. Rept **117**, 75, (1985).

[21] G.Jungman, M.Kamionkowski e K. Griest, Phys. Rept. **267**, 195, (1996).

[22] J. A. Peacock, A.F. Heavens e A.T.Davies, "Physics of the early universe". Proceedings of the Thirty-Sixth Scottish Universities Summer School in Physics. (1989).

[23] J. R. Morris, Phys.Rev. **D 53**, 2078, (1996).

[24] S.C.Davis, A.C.Davis e M.Trodden, Phys. Lett. **B 405**, 257 (1997).

[25] H.R.Christiansen, M.S.Cunha, J.A.Helayël-Neto, L.R.U.Manssur e A.L.M.A. Nogueira, Int. J. Mod. Phys. **A 14**, 147 (1999).

[26] M.Kalb e P.Ramond, Phys.Rev. **D 9**, 2273, (1974).

[27] R.J. Rivers, Nuovo Cimento, **34**, 387, (1964).

[28] R. Kuhfuss e J. Nitsch, Gen. Rel. Grav. **18**, 1207, (1986).

[29] Vitor E. R. Lemes, "Aspectos Quânticos de Teorias de Calibre Não-Abelianos com Campos de Matéria Tensoriais", CBPF, (1996).

[30] H. B. Nielsen e P. Olesen, Nucl. Phys. **B 61**, 45 (1973).

[31] T. Damour, gr-qc/9904057; Nuclear Phys. Proc. Suppl. **80**, 41 (2000).

[32] P. D. Scharre e C. M. Will, Phys. Rev **D 65**, 042002, (2002).

[33] A. Serna, J. M. Alimi e A. Navarro, Class. Quant. Grav **19** 857, (2002).

[34] M. B. Green, J. H. Schwarz e E. Witten, *Superstring Theory* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987).

[35] C. Gundlach e M. E. Ortiz, *Phys. Rev. D* **42** (1990), 2521; L. O. Pimentel e A. Noé Morales, *Revista Mexicana de Física* **36** (1990), S199; A. Barros e C. Romero, *J. Math. Phys.* **36** (1990), 5800.

[36] R. Gregory e C. santos, *Phys. Rev. D.* **56** (1997), 1194.

[37] A. A. Sen, *Phys. Rev. D* **60** (1999), 067501.

[38] M. E. X. Guimarães, Class. Quantum Gravity **14** (1997), 435.

[39] B. Linet, *Class. Quantum Gravity* **6** (1989), 435.

[40] I. Moss e S. Poletti, *Phys. Lett. B* **199** (1987), 34.

[41] P. Amsterdanski e P. Laguna-Castillo, *Phys. Rev. D* **37** (1988), 877.

[42] A. Babul, T. Piran e D. N. Spergel, *Phys. Lett. B* **209** (1988), 477.

[43] T. M. Helliwell e D. Konkowski, *Phys. Lett. A* **143** (1990), 438.

[44] P. Peter e D. Puy, *Phys. Rev. D* **48** (1993), 5546.

[45] L. Witten. *Gravitation: An Introduction to Current Research* (ed. L. Witten. New York: Wiley. 1962).

[46] T. Damour e K. Nordtverdt. *Phys. Rev. D* **48** (1993). 3436.

[47] K. S. Thorne, *Phys. Rev.* **138** (1965). 251.

[48] V. De Sabbata. IL Nuovo Cimento, **107 A**, 363, (1994).

[49] Y.Duan. G. Yang e Y. Jiang. Helv. Phys. Acta **70**. 565. (1997).

[50] S. Deser e A.N. Redlich. Phys. Lett. 176B (1986) 350.

[51] D.G. Boulware e S. Dese. Phys. Rev. Lett. 55 (1986) 2656 e Phys. Lett. 175B (1986) 409.

[52] S. Deser. "Gravity from Strings", in Unification of Fundamental Interactions Proc. of Nobel Symposium 67, ed. by L. Brink. R. Marnelius. J.S. Nilsson. P. Salomonson e B.-S. Skagerstam. Marstrand - Sweden. June 1986.

[53] I. L. Shapiro. Phys. Rept. **357**, 113, (2001).

[54] S. Ogino, Prog. Theor. Phys. **73**, 84, (1985).

[55] H.H. Soleng, Gen. Rel. Grav. **24**, 111, (1992).

[56] P.S.Letelier, Class. Quant. Grav.**12**, 471 (1995); P.S.Letelier, Class. Quant. Grav. **12**, 2224, (1995).

[57] H.Kleinert, Phys.Lett. **B440** 283 (1998).

[58] H.Kleinert, Gen. Rel. Grav. **32** 769 (2000).

[59] H.Kleinert, Gen. Rel. Grav. **32** 1271 (2000).

[60] L. Pogosian e T. Vachaspati, Phys. Rev. D 60, 083504 (1999).

[61] S.W.Kim, Phys. Rev. **D 34**, 1011 (1986).

[62] V. de Sabbata e M.Gasperini, "Introduction to Gravitation", World Scientific Publishing (1985).

[63] T. M. Eubanks et al. Bull.Am. Phys. Soc. **Abstract # K11.05.**, (1997).

[64] W.Arkuszewski *et al.*, Commun.Math.Phys. **45**, 183 (1975).

[65] R.A.Puntigam e H.H.Soleng, Class. Quantum Grav. **14**, 1129 (1997).

[66] J. Silk e A. Vilenkin, Phys. Rev. Letts. 53, 1700 (1984).

[67] T. Vashaspati e A. Vilenkin, Phys. Rev. Lett. **67**, 1057 (1991).

[68] S. R. M. Masalskiene e M. E. X. Guimarães, Class. Quant. Grav. **17**, 3055, (2000).

[69] S. SenGupta e S. Sur, hep-th/0207065.

"RESULTADOS RECENTES NO ESTUDO DAS CORDAS CÓSMICAS"

Cristine Nunes Ferreira

Tese de Doutorado apresentada no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, fazendo parte da Banca Examinadora os seguintes professores:

José Abdalla Helayël Neto – Presidente

Nelson Ricardo de Freitas Braga

Valdir Barbosa Bezerra

Luis Masperi

Sérgio José Barbosa Duarte

Rio de Janeiro, 23 de outubro de 2002