

Tese de Doutorado

**Grande unificação para anomalia do múon e cordas
cósmicas**

Helder Hipólito Chávez Sánchez

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas
Rio de Janeiro, Julho de 2002

*Ao Altíssimo Deus
criador de todas as
coisas...
Aos meus pais que
com seu amor me
souberam conduzir
pelo caminho do bem
e da perseverança
para alcançar os
sonhos de meu
coração. Aos meus
irmãos pelo seu
apoio incondicional e
exemplo de vida: a
Frida, Victor, Willy,
Melvin, Malena,
Iris; enfim a todos
na família ... os
amo muito!!*

A mi Señor Jesus!

“ Feliz el hombre que encuentra sabiduría; y el hombre que adquiere conocimiento ”

(Prov. 3:14)

Resumo

Nesta tese procura-se explicar dois fenómenos físicos mediante uma teoria que vai mais além do Modelo Padrão das interações fundamentais.

Por uma parte, resultados experimentais recentes parecem indicar um valor do momento magnético do múon superior ao que se calcula mediante correções eletromagnéticas, fracas e fortes. Uma teoria de grande unificação baseada na simetria E_6 prediz a existência de léptons superpesados que, se estes se misturam muito com os ordinários podem dar uma contribuição adicional ao momento magnético anómalo. Mostra-se que a correção mais relevante provem da interação com o campo de Higgs. O esquema de quebras da simetria E_6 considerado para obter esta correção, não permite resolver simultaneamente o segundo problema deste trabalho: raios cósmicos ultraenergéticos.

Os raios cósmicos ultraenergéticos podem ter origem em objetos microscópicos superpesados previstos pelas teorias de grande unificação. Uma possibilidade é uma partícula sem interações do Modelo Padrão contida em E_6 e que se sua massa é menor do que a dos outros férmions exóticos, cuja mistura com os férmions ordinários é pequena, pode ter uma vida média da ordem da idade estimada do universo e por isso pode ser uma fonte potencial de raios cósmicos. Neste caso, a idéia também requer uma seqüência particular de quebras da simetria. Outra alternativa são as cordas cósmicas nas que férmions não ordinários são capturados formando correntes supercondutoras em forma de estados ligados sem massa. Tomando, por simplicidade o modelo $SO(10)$, onde tal férmion é o neutrino direito, mostra-se que o espalhamento elástico deste neutrino por parte da corda cresce no regime de escala da dinâmica da corda, entanto que a relevância astrofísica é maior se a corrente supercondutora se forma no período anterior chamado de fricção.

Índice

Agradecimentos	i
Resumo	ii
Abstract	iii
Índice	iv
Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	x
Introdução	1
1 O MODELO PADRÃO	3
1.1 Conceitos básicos	3
1.2 Setor de calibre	6
1.3 Setor de Higgs. Mecanismo de Higgs	8
1.4 Espectro de massas para bósons	9
1.5 O setor fermiônico	12
1.5.1 Interações férmion-bóson de calibre	12
1.5.2 Espectro de massas de férmions	14
2 TEORIAS DE CALIBRE UNIFICADAS SEM SUSY¹	16
2.1 Motivações para teorias de grande unificação (GUT)	16
2.2 Um primeiro sucesso. SU(5)	19
2.2.1 Conteúdo de férmions	20

¹Sigla usada para se referir à teoria da supersimetria.

5.2.2	Fatores de forma e algumas ferramentas para o cálculo de a_μ	62
5.2.3	Algumas correções ao MAM vindas de extensões do SM	65
6	ALTERNATIVAS BASEADAS NO GRUPO DE SIMETRIA E_6	73
6.1	Um novo modelo E_6 para “ $g - 2$ ” do múon	73
6.2	UHECR do decaimento de partículas superpesadas. Uma alternativa E_6 .	78
7	UMA POSSÍVEL ORIGEM PARA AS CORRENTES SUPERCON-	
	DUTORAS EM CORDAS CÓSMICAS	84
7.1	Introdução	84
7.2	Corda cósmica local e conteúdo fermiônico da teoria	86
7.3	Espalhamento de um neutrino por uma corda nos regimes de fricção e de escala	89
7.4	Captura de férmions por cordas com emissão de bósons	97
7.5	Implicações cosmológicas	100
	Conclusão	105
	Bibliografia	107

4-1	A baixa temperatura, o potencial adota a forma do chapéu Mexicano (a) e o campo espontaneamente escolhe um entre os novos estados de mais baixa energia degenerados disponíveis. Esta eleição de uma direção uni-valorada para a fase quebra a simetria que o sistema tinha à alta temperatura. Dentro de um círculo onde $ \Phi = v$ deve haver um ponto com $\Phi = 0$. Semelhante ponto (e sua vizinhança) ficará associado com uma densidade de energia correspondente ao máximo local do potencial em $\Phi = 0$ (b). Extendendo este argumento a três dimensões, o ponto resulta em uma linha de densidade de energia presa (c).	48
5-1	Interação minimal de um férmion f com um campo E.M clássico que produz $a_f = 0$	57
5-2	Alguns diagramas Feynman que contribuem ao momento magnético do múon. As contribuições QED de ordem inferior são (a), (b) e (c). Algumas das contribuições hadrônicas vêm da polarização de vácuo a “leading order” (d) e do espalhamento luz - luz (e), onde h é um hádron composto de quark e antiquark. As contribuições eletrofracas de ordem inferior são (f), (g) e (h).	60
5-3	Ilustração da convenção de variáveis cinemáticas.	63
5-4	Algumas contribuições de tipo electrofracas em um modelo GUT com simetria E_6	68
5-5	Principais contribuições SUSY à anomalia do múon.	69
5-6	Um modelo de sub-estrutura do múon.	71
5-7	Diagrama de Feynman que inclui uma contribuição ao MAM no modelo com dimensões extras.	72
6-1	Diagrama de Feynman para a correção do momento magnético do múon.	75
6-2	Gráfico de $G(z)$ como função de z	77
6-3	Diagrama de Feynman para o decaimento de L em ν^c e \bar{Z} que não conserva a carga $\bar{U}(1)$	79

Lista de Tabelas

1.1	Descrição da família do elétron indicando seus números quânticos sob \mathcal{G}_{SM} . As cores dos quarks r, w, b são postas em evidência bem como a natureza quiral L, R dos férmions.	4
1.2	Descrição dos setores de calibre e de Higgs.	5
1.3	Medições das massas dos bósons M_Z, M_W e do ângulo de Weinberg $\sin^2 \theta_W (M_Z)$	11
1.4	Valores para $\alpha_S (M_Z)$ e $\alpha_{e.m} (M_Z)$	11
1.5	Massas para quarks e léptons conhecidos.	15
2.1	Previsões para as escalas de quebra M_X e M_R tendo como simetria intermediária G	32

se no Cap. 2 as teorias de grande unificação baseadas em $SU(5)$, $SO(10)$ e E_6 prestando particular atenção aos esquemas de campos de Higgs responsáveis pelas sucessivas quebras de simetria.

No Cap. 3 descreve-se brevemente o modelo de expansão do universo. A evolução deste e seu esfriamento induz transições que possibilita através do seu esfriamento transições de fase com geração de defeitos topológicos, tal como se discute no Cap. 4. Estes defeitos podem ser responsáveis pelos efeitos cosmológicos posteriormente considerados.

No Cap. 5 estudam-se dois resultados experimentais que podem requerer nova física, para uma melhor explicação deles. Os eventos de raios cósmicos ultra energéticos que não parecem ter origem em fontes astrofísicas ordinárias galáticas ou extragaláticas, e a medição do momento magnético do múon que excede em mais de um desvio padrão previsto teoricamente pelas três interações conhecidas.

Um modelo que poderia explicar estes resultados, tal como se analisa no Cap. 6, está baseado na simetria E_6 . Esta simetria contém um férmion superpesado, e potencialmente de longa vida, que não participa das interações ordinárias, possivelmente componente da matéria escura, que ao decair geraria os raios cósmicos ultra energéticos. Por outra parte, a previsão de uma mistura do estado do múon leveiro com seu correspondente lépton carregado pesado implicaria em uma contribuição adicional ao momento magnético do primeiro.

Outro mecanismo para se gerar raios cósmicos ultra energéticos invoca os laços de cordas cósmicas supercondutoras, previstas pelo modelo E_6 e também de uma maneira mais simples porém menos realista no $SO(10)$, tal como se descreve no Cap. 7. Nesta seção estuda-se a probabilidade de que férmions superpesados sejam capturados por cordas cósmicas dentro das quais teriam massa nula gerando assim as correntes supercondutoras, além de serem espalhados segundo uma generalização do efeito Aharonov-Bohm.

Setor de férmions : spin = 1/2				
$SU(2)_L$ ↑ ↓	Quarks	\mathcal{G}_{SM}	Léptons	\mathcal{G}_{SM}
	$\leftarrow SU(3)_C \rightarrow$			
	$\begin{pmatrix} u_L^r & u_L^w & u_L^b \\ d_L^r & d_L^w & d_L^b \end{pmatrix}$	$(\mathbf{3}, \mathbf{2}, 1/6)$	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1/2)$
$\begin{pmatrix} d_R^r & d_R^w & d_R^b \end{pmatrix}$	$(\mathbf{3}, \mathbf{1}, -2/3)$	e_R	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, -1)$	

Tabela 1.1: Descrição da família do elétron indicando seus números quânticos sob \mathcal{G}_{SM} . As cores dos quarks r, w, b são postas em evidência bem como a natureza quiral L, R dos férmions.

No entanto isto é possível sempre que o termo quadrático do potencial de Higgs seja negativo. Como consequência do mecanismo de Higgs as partículas conhecidas passam a ganhar massa enquanto que o fóton permanece sem massa, conforme se observa experimentalmente. Férmions como quarks e léptons são classificados em três gerações. Os três quarks de carga eléctrica $\frac{2e}{3}$ são o quark *up* (u), *charm* (c) e o *top* (t), e aqueles de carga $-\frac{1}{3}e$ são o quark *down* (d), *strange* (s) e *bottom* (b). A cada um destes quarks estão associados léptons carregados de carga eléctrica $-e$, elétron (e), múon (μ) e tau (τ), assim também como três espécies de neutrinos de carga neutra, ou seja, o neutrino do elétron (ν_e), o muônico (ν_μ) e do tau (ν_τ) respectivamente. Cada geração de férmions tem as mesmas assignações de números quânticos sob \mathcal{G}_{SM} como é mostrado na Tabela 1.1, e se transforma sob a representação do mesmo grupo como

$$(\mathbf{3}, \mathbf{2}, 1/6) \oplus (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, -2/3) \oplus (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, 1/3) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1/2) \oplus (\mathbf{1}, \mathbf{1}, -1). \quad (1.1)$$

Os sub-índices L, R denotam quiralidade esquerda, direita no espinor e são definidos como

$$\psi_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)\psi, \quad \psi = \psi_L + \psi_R, \quad (1.2)$$

acoplamentos g_s, g, g' . O dobrete de Higgs que parametriza o mecanismo do mesmo nome pelo qual se produz a quebra espontânea $\mathcal{G}_{\text{SM}} \rightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m}$ se transforma como a representação fundamental $(1, 2, 1/2)$ sob o grupo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ de SM.

O Lagrangiano do SM, \mathcal{L}_{SM} consiste de três partes: um termo contém a interação de calibre, outro o potencial de Higgs e por último a interação de Yukawa para dar massa aos férmions. Está dado por

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_{\text{calibre}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} , \quad (1.6)$$

e na seguinte seção descrevemos brevemente cada um destes termos.

1.2 Setor de calibre

O Lagrangiano que descreve as interações de calibre é

$$\mathcal{L}_{\text{calibre}} = -\frac{1}{4} \sum_{SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y} \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(a)} \mathcal{F}^{(a)\mu\nu} + \sum_{\text{quarks, léptons}} i\bar{\psi}_{\alpha L(R)} \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi_{\alpha L(R)} + |\mathcal{D}_\mu \Phi|^2 \quad (1.7)$$

onde $\mathcal{F}_{\mu\nu}$ é a intensidade do campo de calibre que para os diferentes grupos de simetria é definida como

$$\mathcal{F}_{\mu\nu} = \begin{cases} SU(3) \implies G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c , & a = 1, \dots, 8 \\ SU(2)_L \implies W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k , & i = 1, \dots, 3 \\ U(1)_Y \implies B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu , \end{cases} \quad (1.8)$$

onde indicamos com λ^a ($a = 1, \dots, 8$) às matrizes de Gell-Mann para o grupo SU(3). O terceiro termo de (1.7) é

$$\mathcal{D}_\mu \Phi = \left(\partial_\mu - i\frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i - i\frac{g'}{2}B_\mu \right) \Phi. \quad (1.20)$$

Até aqui todas as partículas físicas estão sem massa, isto é \mathcal{G}_{SM} ainda é respeitada. Para descrever como são geradas as massas, estudemos agora o setor de Higgs.

1.3 Setor de Higgs. Mecanismo de Higgs

Este setor é descrito pelo Lagrangiano

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = -V = m^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2. \quad (1.21)$$

onde m é um parâmetro de massa ² e λ uma constante adimensional. O dobrote de Higgs

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

deve conter uma componente neutra para termos a possibilidade de que seu valor de expectativa no estado fundamental $\langle \Phi \rangle_0$ seja invariante sob $U(1)_{e.m.}$. A seguir mostra-se como este valor de expectativa de vácuo (VEV) produz a quebra espontânea da simetria desta simetria

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\langle \Phi \rangle_0} U(1)_{e.m.}$$

necessária para gerar massas quando

$$\langle \Phi \rangle_0 \equiv \langle 0 | \Phi | 0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad v = \left(\frac{m^2}{\lambda} \right)^{1/2}. \quad (1.23)$$

²Usamos unidades naturais em física de partículas $c = \hbar = 1$.

O mecanismo de Higgs assegura que os três bósons de Goldstone $\Theta_i(x)$ serão “engolidos” pelos bósons de calibre para formar três bósons vetoriais massivos. O Lagrangiano de massas segue dos dois últimos termos de (1.20). Definimos campos físicos

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) , \quad (1.30)$$

$$Z_\mu = \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu , \quad (1.31)$$

$$A_\mu = \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu . \quad (1.32)$$

Temos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Massas}} &= \left| \left(-i\frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i - i\frac{g'}{2}B_\mu \right) \langle \Phi \rangle_0 \right|^2 = \\ &= \frac{v^2}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i + \frac{g'}{2}B_\mu \\ \frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i + \frac{g'}{2}B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i + \frac{g'}{2}B_\mu \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{v^2}{2} \left\{ g^2 \left[(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2 \right] + (gW_\mu^3 - g'B_\mu)^2 \right\} \equiv M_W^2 W_\mu^+ W_\mu^- + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu \quad (1.33) \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} M_{W^\pm}^2 &= \frac{g^2 v^2}{4} \quad (1.34) \\ \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu &= \frac{v^2}{8} (gW_\mu^3 - g'B_\mu)^2 = \\ \frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} Z_\mu & A_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_Z^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} \end{aligned}$$

com

$$M_Z^2 = \frac{v^2}{4} (g^2 + g'^2) , \quad (1.35)$$

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g} , \quad g' \cos \theta_W = g \sin \theta_W = e , \quad (1.36)$$

que definem o ângulo de Weinberg θ_W e a carga elétrica e . Os bósons de calibre de SU(3), os glúons, não são observados em virtude do confinamento dos quarks e permanecem sem

1.5 O setor fermiônico

É descrito pelo terceiro termo de (1.6) cuja densidade Lagrangiana é

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = y_{\alpha\beta}^{\ell} \bar{\ell}_{\alpha} \Phi E_{\beta} + y_{\alpha\beta}^D \bar{Q}_{\alpha} \Phi D_{\beta} + y_{\alpha\beta}^U \bar{Q}_{\alpha} U_{\beta} \tilde{\Phi} + h.c., \quad (1.39)$$

com $\tilde{\Phi} = i\tau_2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix}$ que tem hipercarga $Y(\tilde{\Phi}) = -1/2$. Entretanto os $\{y\}$ são os acoplamentos de Yukawa não dimensionais para léptons carregados: quarks de tipo “down” e de tipo “up”.

1.5.1 Interações férmion-bóson de calibre

As interações entre férmions e bósons de calibre obtém-se de (1.9) - (1.19) e podem ser escritas em forma compacta como

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = g' \mathcal{J}^{\mu} B_{\mu} + g \mathcal{J}_i^{\mu} W_{\mu i} + g_S \mathcal{J}_a G_{\mu a} \quad (1.40)$$

onde

$$\mathcal{J}^{\mu} = -\frac{1}{2} \bar{\ell}_{\alpha L} \gamma^{\mu} \ell_{\alpha L} + \frac{1}{6} \bar{Q}_{\alpha L} \gamma^{\mu} Q_{\alpha L} - \bar{E}_{\alpha R} \gamma^{\mu} E_{\alpha R} - \frac{2}{3} \bar{U}_{\alpha R} \gamma^{\mu} U_{\alpha R} + \frac{1}{3} \bar{D}_{\alpha R} \gamma^{\mu} D_{\alpha R}, \quad (1.41)$$

$$\mathcal{J}_i^{\mu} = \frac{1}{2} \bar{\ell}_{\alpha L} \gamma^{\mu} \tau_i \ell_{\alpha L} + \frac{1}{2} \bar{Q}_{\alpha L} \gamma^{\mu} \tau_i Q_{\alpha L}, \quad (1.42)$$

$$\mathcal{J}_a = \frac{1}{2} \bar{Q}_{\alpha L} \gamma^{\mu} \lambda_a Q_{\alpha L} + \frac{1}{2} \bar{U}_{\alpha R} \gamma^{\mu} \lambda_a U_{\alpha R} + \frac{1}{2} \bar{D}_{\alpha R} \gamma^{\mu} \lambda_a D_{\alpha R}. \quad (1.43)$$

Podemos reescrever (1.40) como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} &= (g' \mathcal{J}^{\mu} B_{\mu} + g \mathcal{J}_3^{\mu} W_{\mu 3}) + g (\mathcal{J}_1^{\mu} W_{\mu 1} + \mathcal{J}_2^{\mu} W_{\mu 2}) + g_S \mathcal{J}_a G_{\mu a} \\ &= \mathcal{L}_{\text{N.C}} + \mathcal{L}_{\text{C.C}} + g_S \mathcal{J}_a G_{\mu a}. \end{aligned} \quad (1.44)$$

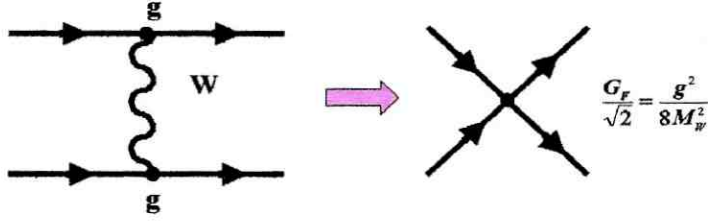


Figura 1-1: Aproximação de baixa energia para a interação de quatro férmions com um bóson vetorial intermediário.

$$\frac{1}{\sqrt{2}}G_F = \frac{e^2}{8M_W^2 \sin^2 \theta_W} , \quad (1.52)$$

e de (1.34) e (1.36) encontramos a magnitude do VEV do campo de Higgs

$$v = 2^{-1/4}G_F^{-1/2} \simeq 246 \text{ GeV} , \quad (1.53)$$

sendo $G_F = 1.16639(1) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ a constante de Fermi.

1.5.2 Espectro de massas de férmions

Depois da quebra espontânea de simetria, o Lagrangiano de Yukawa produz:

$$\mathcal{L}_{\text{massas}} = \bar{\psi}_{\alpha L} M_{\alpha\beta}^{\ell} \psi_{\beta R} + \bar{d}_{\alpha L} M_{\alpha\beta}^D d_{\alpha R} + \bar{u}_{\alpha L} M_{\alpha\beta}^U u_{\beta R} + h.c. , \quad (1.54)$$

onde $\psi_{\alpha,\beta} = \{e, \mu, \tau\}$, $d_{\alpha,\beta} = \{d, s, b\}$, $u_{\alpha,\beta} = \{u, c, t\}$ e as matrizes de massas

$$M_{\alpha\beta}^{\ell} = \frac{v}{\sqrt{2}} y_{\alpha\beta}^{\ell} , \quad M_{\alpha\beta}^D = \frac{v}{\sqrt{2}} y_{\alpha\beta}^D , \quad M_{\alpha\beta}^U = \frac{v}{\sqrt{2}} y_{\alpha\beta}^U . \quad (1.55)$$

Qualquer uma destas matrizes M^f ($f = \ell, D, U$) pode ser diagonalizada por uma transformação bi-unitária

$$U_L^{\dagger f} M^f U_R^f \equiv (M^f)_{\text{diag}} , \quad (1.56)$$

Capítulo 2

TEORIAS DE CALIBRE

UNIFICADAS SEM SUSY¹

2.1 Motivações para teorias de grande unificação (GUT)

É inegável o sucesso do SM como uma teoria com poder preditiva, embora exista ainda problemas ou defeitos dentro do modelo que precisam de explicação.

Primeiro mencionemos alguns dos argumentos a favor:

- O “dogma do calibre” é um princípio do SM: verificou-se que os acoplamentos de quarks e léptons a bósons de calibre fracos W_μ^\pm e Z_μ são de fato precisamente aqueles descritos pela simetria de calibre.
- É uma teoria renormalizável: implica que suas predições são precisas e não ambíguas até qualquer ordem de perturbação.
- O SM pode ser extrapolado: em virtude do grupo de renormalização é possível usar o SM para extrapolar resultados a energias mais altas e distâncias mais curtas; para estas escalas as interações fundamentais são todas efetivamente fracas.

¹Sigla usada para se referir à teoria da supersimetria.

da teoria) e mediante o mecanismo de “see-saw” daría-se uma pequena massa ao ν_L em seu acoplamento a um doplete leptônico e o campo de Higgs com $M \lesssim 10^{15}$ GeV para ser cosmológicamente interessante. Isto parece sugerir uma nova física.

- Não inclui a gravidade no modelo.
- O SM não pode explicar naturalmente a magnitude pequena relativa à escala fraca de massas requerido pelo mecanismo de Higgs $\sim G_F^{-1/2} \sim 250$ GeV. Este é o conhecido problema de hierarquía, visto que sería mais natural que as correções de renormalização fossem maiores.

As respostas a estes problemas se encontram além do SM. Os caminhos possíveis são a GUT, a supersimetria (SUSY), a teoria de cordas, etc; outras possibilidades são tecnicores, preones, dimensões extras, mundos “brane”, etc.

Neste trabalho seguimos o caminho das GUTs sem SUSY. Este caminho basea-se na ideia da existência de um grupo $G \supset SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ no qual unificam-se as três interações forte, fraca e eletromagnética mediante a parametrização de uma escala de unificação μ e uma constante de acoplamento. Na realidade, os acoplamentos não são iguais pois é observado em experimentos com aceleradores que $g_s \gg g > g'$; porém experimentos com a QCD mostram que estes acoplamentos “correm” com a energia. Isto é um efeito explicável pela polarização do vácuo que induz um aumento da carga elétrica com a energia. Além deste efeito, um anti – apantalhamento produz a liberdade assintótica que leva a relação observada entre os acoplamentos a baixa energia.

A coisa maravilhosa é que fazendo correr os acoplamentos com a energia eles se comportam como mostra [7] a Fig. 2.1.(a). A unificação de acoplamentos aparece a uma escala de massas maior $M_{GUT} \sim 10^{15}$ GeV. Na versão mais simples, esta é a magnitude do VEV do campo escalar que quebra espontâneamente $G = SU(5)$ na simetria do modelo padrão $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, como mostrar-se-à na próxima seção. Alguns dos problemas apresentados por este tipo de teorias incluem a predição da vida média do próton dentro do contexto de $SU(5)$ $\tau_p \sim 10^{31}$ anos, incompatível com medições experimentais que dão uma cota maior; assim como a predição de $\sin^2 \theta_W$ que também não é

Este grupo de extensão 4, igual ao do SM, tem 24 geradores T_a :

$$T_a = \frac{\lambda_a}{2} \quad , \quad a = 1, \dots, 24, \quad (2.1)$$

onde λ_a são generalizações 5×5 das matrizes 3×3 de Gell-Mann que satisfazem a convenção de normalização

$$Tr(\lambda_a \lambda_b) = 2\delta_{ab} \quad , \quad (2.2)$$

dos quais 12 geradores são os de SM e os 12 restantes correspondem a bósons vetoriais superpesados X, Y contidos no grupo quociente G/\mathcal{G}_{SM} . As representações irreduzíveis de menor dimensão de $SU(5)$ são **5**, **10** e uma representação adjunta **24**-dimensional.

2.2.1 Conteúdo de férmions

Concentrando-nos na primeira geração de férmions (do elétron), estes estão contidos na representação reduzível $\bar{\mathbf{5}} \oplus \mathbf{10}$ que pode-se decompôr sob $SU(3)_C \otimes SU(2)_L$ como ²

$$\bar{\mathbf{5}}^T = \underbrace{\begin{pmatrix} d_r^c & d_w^c & d_b^c \end{pmatrix}}_{(\bar{\mathbf{3}}, 1)} \underbrace{\begin{pmatrix} e^- & -\nu_e \end{pmatrix}}_{(1, \bar{\mathbf{2}})}_L \quad , \quad \mathbf{10} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{array}{cc} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & u_b^c & -u_w^c \\ -u_b^c & 0 & u_r^c \\ u_w^c & -u_r^c & 0 \end{pmatrix}}_{(\bar{\mathbf{3}}, 1)} & \underbrace{\begin{pmatrix} -u_r & -d_r \\ -u_w & -d_w \\ -u_b & -d_b \end{pmatrix}}_{(\mathbf{3}, 2)} \\ \dots & \vdots \\ \underbrace{\begin{pmatrix} u_r & u_w & u_b \\ d_r & d_w & d_b \end{pmatrix}}_{(\mathbf{3}, 2)} & \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -e^+ \\ e^+ & 0 \end{pmatrix}}_{(1, 1)} \end{array} \right) \quad . \quad (2.3)$$

²O sinal negativo na frente de ν_e não tem significado físico nas bases de interação.

É possível escrever a representação adjunta 24-dimensional na forma matricial [10]:

$$\mathbf{24} = \sum_{i=1}^{24} A^i \frac{\lambda^i}{\sqrt{2}} =
 \begin{pmatrix}
 G_1^1 - \sqrt{\frac{2}{15}}B & G_2^1 & G_3^1 & \vdots & X^{C1} & Y^{C1} \\
 G_1^2 & G_2^2 - \sqrt{\frac{2}{15}}B & G_3^2 & \vdots & X^{C2} & Y^{C2} \\
 G_1^3 & G_2^3 & G_3^3 - \sqrt{\frac{2}{15}}B & \vdots & X^{C3} & Y^{C3} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 X_1 & X_2 & X_3 & \vdots & \frac{W^3}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{3}{10}}B & W^+ \\
 Y_1 & Y_2 & Y_3 & \vdots & W^- & -\frac{W^3}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{3}{10}}B
 \end{pmatrix}
 \quad (2.7)$$

onde A^i é o i -ésimo elemento da representação adjunta. Observe-se que operando com esta matriz sob $\bar{\mathbf{5}}$ os bósons vetoriais X, Y transformam quarks em léptons e viceversa!

2.2.3 Previsões da $SU(5)$

Quantização da carga

Como os quarks e léptons são colocados no mesmo multiplete deduz-se que suas cargas devem ficar associadas, pois que a soma dos elementos diagonais de qualquer gerador tem que ser zero. Por exemplo, para a representação fundamental $\mathbf{5}$ tem-se

$$\mathbf{5} = Tr Q = 3Q(d) + Q(e^+) + Q(\nu_e^c) = 0 \quad (2.8)$$

indicando que a carga elétrica do quark d tem que ser $1/3$ da carga do elétron. De modo análogo é possível mostrar que a carga do quark u é $2/3$ da carga do pósitron, e assim a carga do próton ($2u + d$) resulta ser exatamente oposta à carga de um elétron. Este é um resultado extraordinário já que fixando por exemplo a carga do elétron é possível determinar completamente a carga dos quarks u e d , isto é, a quantização da carga é uma consequência direta do modelo $SU(5)$.

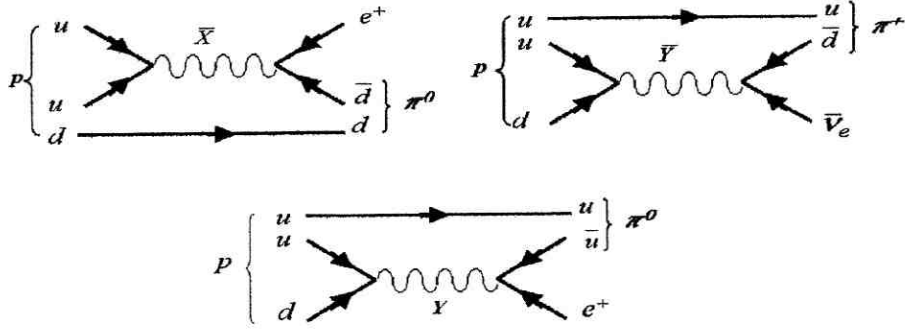


Figura 2-2: Diagramas de Feynman para o decaimento do próton.

Predição de $\sin^2 \theta_W$

O cálculo é como segue. Redefinimos a hipercarga $Y = CT_0$ e a inserimos na relação de Gell-Mann-Nishijima (1.4)

$$Q = T_3 + CT_0 \quad (2.10)$$

avaliando

$$Tr Q^2 = Tr (T_3^2 + CT_3T_0 + CT_0T_3 + C^2T_0^2) . \quad (2.11)$$

Lembrar que para transformações unitárias as matrizes de rotação são normalizadas tal que

$$Tr M_k M_l = \delta_{kl} . \quad (2.12)$$

Requerendo $Tr T_3^2 = Tr T_0^2$ resulta de (2.11) e (2.12)

$$Tr Q^2 = (1 + C^2) Tr T_3^2 , \quad (2.13)$$

estamos obrigados a exigir dois multipletes para a quebra de $SU(5)$ e do SM

$$SU(5) \xrightarrow[\mathbf{24}]{M_{X,Y}} SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow[\mathbf{5}]{W^\pm, Z^0} SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m} \quad (2.17)$$

o que quer dizer que um Higgs $\Phi_{\mathbf{24}}$ na representação adjunta $\mathbf{24}$ adquire um VEV grande para quebrar $SU(5)$ e dar massas a X, Y , enquanto que o Higgs $\Phi_{\mathbf{5}}$ adquire um VEV da escala eletrofraca para quebrar \mathcal{G}_{SM} e dar massas aos bósons W e Z . Os VEVs destes campos podem-se obter da seguinte maneira

$$\langle \Phi_{\mathbf{24}} \rangle = v_{24} \text{diag} [1, 1, 1, -3/2, -3/2] , \quad (2.18)$$

para respeitar a simetria do SM . Os 12 bósons de calibre X, Y adquirem as massas

$$M_X^2 = M_Y^2 = \frac{25}{8} g_5^2 v_{24}^2 . \quad (2.19)$$

Por outra parte,

$$\langle \Phi_{\mathbf{5}} \rangle^T = v_5 (0, 0, 0, 0, 1) , \quad (2.20)$$

para respeitar $SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m}$. Observe-se que $\langle \Phi_{\mathbf{24}} \rangle \sim M_X$ enquanto que $\langle \Phi_{\mathbf{5}} \rangle \sim M_W$. Além disso, $M_W^2 = (g_5 v_5)^2 / 2$ e $M_Z = M_W / \cos \theta_W$ com $v_5 = \frac{v}{\sqrt{2}} = 174 \text{ GeV}$, o que implica que a relação $v_5 / v_{24} \approx 10^{-13}$ expressa o problema de hierarquia.

2.2.5 Massas de férmions

Os férmions do SM ganham massas com $\langle \Phi_{\mathbf{5}} \rangle$. Para ver isso considerem-se os produtos tensoriais

$$\bar{\mathbf{5}} \otimes \bar{\mathbf{5}} = \overline{\mathbf{10}} \oplus \overline{\mathbf{15}} , \quad \bar{\mathbf{5}} \otimes \mathbf{10} = \mathbf{5} \oplus \mathbf{45} , \quad \mathbf{10} \otimes \mathbf{10} = \bar{\mathbf{5}} \oplus \overline{\mathbf{45}} \oplus \overline{\mathbf{50}} . \quad (2.21)$$

as matrizes generalizadas Γ_i para $SO(10)$ [15] satisfazem a álgebra de Clifford

$$\{\Gamma_i, \Gamma_j\} = 2\delta_{ij} . \quad (2.24)$$

2.3.1 Estrutura de férmions

Os férmions são colocados na representação **16**. Para a família do elétron em termos de componentes esquerdas isto é

$$\mathbf{16}^T = \left(u_r \quad u_w \quad u_b \quad \nu_e \quad d_r \quad d_w \quad d_b \quad e^- \quad : \quad d_r^c \quad d_w^c \quad d_b^c \quad e^+ \quad -u_r^c \quad -u_w^c \quad -u_b^c \quad -\nu_e^c \right)_L , \quad (2.25)$$

é similarmente para as famílias do μ e τ . Os campos direitos correspondem ao espinor conjugado de carga ψ^c que se transforma como o espinorial $\overline{\mathbf{16}}$ de $SO(10)$ e pode ser obtido com a fórmula (1.3) com a modificação apropriada para a matriz de conjugação da carga \mathcal{C} neste espaço [16]. Podemos estudar $SO(10)$ por meio de dois subgrupos ⁴ $G_{422} = SU(4)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ e $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$ intuitivamente compreensível do diagrama de decomposições na Fig.2.3. Observando a representação **16** vemos a aparição de um singlete leptónico com -5 de $\tilde{U}(1)$ adicional aos férmions ordinários correspondente ao antineutrino ν_{eL}^c que será responsável pela massa dos neutrinos e portanto de suas oscilações [17]. O grupo de cor generalizado de Pati-Salam

$$SU(4)_C \supset SU(3)_C \otimes U(1) \quad (2.26)$$

⁴É importante frisar que o subgrupo máximo principal [18] de $SO(10)$ é $SU(4)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes D$, onde D é uma simetria discreta que desempenha o papel essencial de conjugação de carga. Assim por exemplo, do **16** de $SO(10)$ troca $(\mathbf{4}, \mathbf{2}, \mathbf{1})$ pelo $(\overline{\mathbf{4}}, \mathbf{1}, \mathbf{2})$, isto é, troca partículas por antipartículas e viceversa.

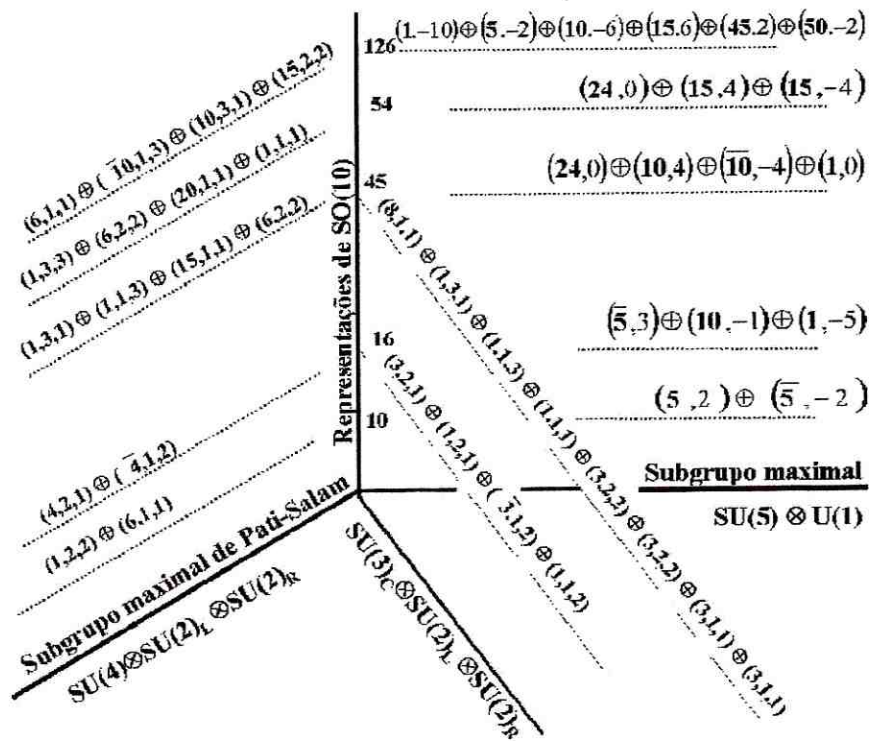


Figura 2-3: Decomposições de algumas representações de $SO(10)$ com respeito aos grupos $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$, $G_{422} = SU(4)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ e $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R$. A linha tracejada sugere que a decomposição dada é sob o grupo indicado.

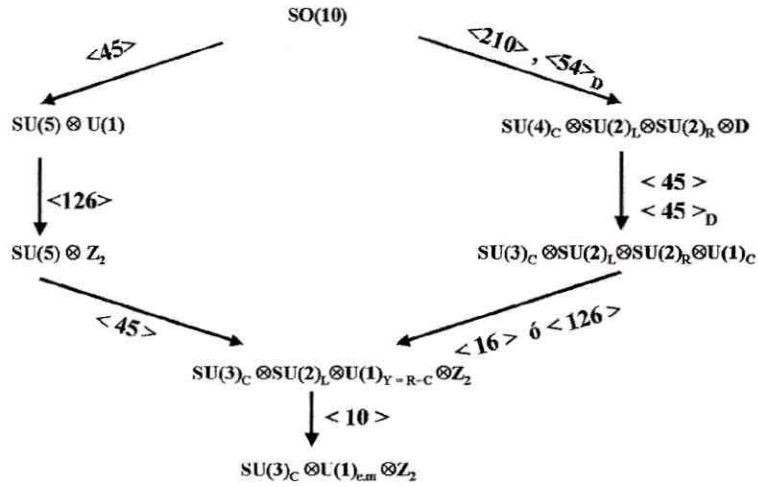


Figura 2-4: Possíveis caminhos de quebras de simetrias para $SO(10)$. São indicados os VEV $\langle \mathbf{R} \rangle$ dos campos de Higgs na \mathbf{R} -representação de $SO(10)$ necessários para as quebras. O VEV $\langle \mathbf{54} \rangle_D$ é necessário para quebrar $SO(10) \rightarrow G_{422} \otimes D$ e $\langle \mathbf{45} \rangle_D$ é necessário para quebrar $G_{422} \otimes D \rightarrow SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_C$. A simetria discreta Z_2 pelo qual $\Phi \rightarrow -\Phi$ só será levada em conta para a seqüência de quebras que incluem $SU(5)$.

Como a escala M_R em que $SU(2)_R$ é quebrado é maior do que M_{EW} , segue-se que os dois valores próprios de massas são aproximadamente iguais a m^M e $(m^D)^2/m^M \ll m^M$. Assim, este mecanismo de "see-saw" prediz um neutrino direito extremamente pesado e um neutrino esquerdo bem mais leve, por um fator $m^D/m^M \sim M_{EW}/M_R$, do que para os léptons carregados ou quarks da mesma geração. Esta notável predição da GUT $SO(10)$ permite explicar por que os neutrinos que interagem fracamente devem ser leves.

2.4 Além da $SO(10)$. A simetria E_6

A grande unificação das interações de partículas baseada em um grupo excepcional tal como E_6 foi proposta [23] como uma alternativa aos modelos $SU(5)$ e $SO(10)$. Tem a virtude, ao igual que $SO(10)$, de ser livre de anomalias triangulares o que é necessário para a consistência de uma teoria de calibre, a diferença de $SU(5)$ onde o cancelamento destas anomalias é até certo ponto milagrosa. Pode-se considerar como uma simetria natural se começamos com um modelo de supercordas.

É um grupo de extensão 6 e suas representações fundamental e adjunta são **27** e **78** - dimensionais, respectivamente. Contém dois subgrupos maximais, a saber, $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ e $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$. A seguir estaremos interessados no segundo grupo⁵. Sua representação 27-dimensional se desdobra sob $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ como segue

$$[27] = \{16, 1\} \oplus \{10, -2\} \oplus \{1, 4\} . \quad (2.35)$$

De (2.35), fica claro que **27** incorpora todas as partículas fermiônicas por geração, as quais incluem-se na representação **16** de $SO(10)$. Existem além disso 11 férmions adicionais

⁵Para evitar complicações no uso da simbologia das decomposições nas diversas representações que usaremos muitas vezes nesta seção, convencionalmente adotamos a nomenclatura seguinte: as representações em [] são de E_6 em componentes { } de $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ e () de $SU(5) \otimes \bar{U}(1)$. Os campos conjugados de carga, como é natural, supõem-se esquerdos ao invés de direitos.

Como a escala M_R em que $SU(2)_R$ é quebrado é maior do que M_{EW} , segue-se que os dois valores próprios de massas são aproximadamente iguais a m^M e $(m^D)^2/m^M \ll m^M$. Assim, este mecanismo de "see-saw" prediz um neutrino direito extremamente pesado e um neutrino esquerdo bem mais leve, por um fator $m^D/m^M \sim M_{EW}/M_R$, do que para os léptons carregados ou quarks da mesma geração. Esta notável predição da GUT $SO(10)$ permite explicar por que os neutrinos que interagem fracamente devem ser leves.

2.4 Além da $SO(10)$. A simetria E_6

A grande unificação das interações de partículas baseada em um grupo excepcional tal como E_6 foi proposta [23] como uma alternativa aos modelos $SU(5)$ e $SO(10)$. Tem a virtude, ao igual que $SO(10)$, de ser livre de anomalias triangulares o que é necessário para a consistência de uma teoria de calibre, a diferença de $SU(5)$ onde o cancelamento destas anomalias é até certo ponto milagrosa. Pode-se considerar como uma simetria natural se começamos com um modelo de supercordas.

É um grupo de extensão 6 e suas representações fundamental e adjunta são **27** e **78** - dimensionais, respectivamente. Contém dois subgrupos maximais, a saber, $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ e $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$. A seguir estaremos interessados no segundo grupo ⁵. Sua representação 27-dimensional se desdobra sob $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ como segue

$$[27] = \{16, 1\} \oplus \{10, -2\} \oplus \{1, 4\} . \quad (2.35)$$

De (2.35), fica claro que **27** incorpora todas as partículas fermiônicas por geração, as quais incluem-se na representação **16** de $SO(10)$. Existem além disso 11 férmions adicionais

⁵Para evitar complicações no uso da simbologia das decomposições nas diversas representações que usaremos muitas vezes nesta seção, convencionalmente adotamos a nomenclatura seguinte: as representações em [] são de E_6 em componentes { } de $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ e () de $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$. Os campos conjugados de carga, como é natural, supõem-se esquerdos ao invés de direitos.

e para o [351] temos

$$[351] = \{1, -8\} \oplus \{10, -2\} \oplus \{16, -5\} \oplus \{54, 4\} \oplus \{126, -2\} \oplus \{144, 1\} . \quad (2.41)$$

Além disso, em termos de $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$

$$\{144\} = (5, -3) \oplus (\bar{5}, -7) \oplus (\overline{10}, 1) \oplus (\overline{15}, 1) \oplus (24, 5) \oplus (40, 1) \oplus (45, -3) \quad (2.42)$$

$$\{120\} = (5, 2) \oplus (\bar{5}, -2) \oplus (10, -6) \oplus (\overline{10}, 6) \oplus (45, 2) \oplus (\overline{45}, -2) . \quad (2.43)$$

A sucessão de quebras de simetrias em que estamos interessados permite tratar separadamente dois problemas. Um deles é o dos raios cósmicos ultra-energéticos (UHECR) e o outro o do momento magnético anômalo do múon (MAM).

Esquema de quebra alternativo para UHECR

O esquema de Higgs responsável pelas quebras que nos permite estudar o problema UHECR está baseado em [27] com alguma componente de [351] e o [78], necessário para quebras não relacionados com massas de férmions

$$\begin{array}{ccccccc}
 E_6 & \xrightarrow[A]{} & SO(10) \otimes \bar{U}(1) & \xrightarrow[B]{} & SO(10) & \xrightarrow[C]{} & SU(5) \otimes \tilde{U}(1) \\
 & [78] \{1,0\} & & [27] \{1,4\} & [78] \{45,0\}(1,0) & & \\
 & & & [351] \{1, - 8\} & & & \\
 & & \xrightarrow[D]{} & SU(5) & \xrightarrow[E]{} & SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1) & \\
 [351] \{126, - 2\} (1, - 10) & & & [78] \{45,0\}(24, 0) & & & \\
 [27] \{16,1\} (1, - 5) & & & & & & \\
 & & \xrightarrow[F]{} & SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m} & , & & (2.44) \\
 & & [27] \{10, - 2\} & & & & \\
 & & [27] \{16,1\}(\bar{5},3) & & & &
 \end{array}$$

onde entende-se que as representações em [] são de E_6 com componentes { } de $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ e () de $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$.

correspondem a $SU(5) \otimes \tilde{U}(1)$ e que estão contidos em $(\mathbf{10}, 4)$ e $(\overline{\mathbf{10}}, -4)$. Os férmions de $\{\mathbf{16}, 1\}$ ainda permanecem sem massa nesta quebra.

D) $SU(5) \otimes \tilde{U}(1) \longrightarrow SU(5)$. O que precisamos para produzir esta quebra é um singlete com carga $\tilde{U}(1)$ que seja invariante sob $SU(5)$. Encontramos vários candidatos para este propósito. Por exemplo em $\{\mathbf{126}, -2\}$ no complexo conjugado do $[\mathbf{351}]$ temos a componente $(\mathbf{1}, 10)$, e também em $\{\mathbf{16}, -5\}$ do $[\mathbf{351}]$ na qual temos $(\mathbf{1}, -5)$. Esta mesma componente $(\mathbf{1}, -5)$ se encontra em $\{\mathbf{16}, 1\}$ do $[\mathbf{27}]$ e em $\{\mathbf{16}, -3\}$ ou em $\{\overline{\mathbf{16}}, 3\}$ do $[\mathbf{78}]$ como $(\mathbf{1}, 5)$. Pode-se notar que o neutrino ν_L^C , que é $(\mathbf{1}, -5)$, ganha massa com um VEV do Higgs $(\mathbf{1}, 10)$, porém não recebe massa com um VEV $(\mathbf{1}, 5)$ do $\{\overline{\mathbf{16}}, 3\}$. Qualquer VEV destes Higgs poderá dar massa ao bóson de calibre $(\mathbf{1}, 0)$ correspondente a $\tilde{U}(1)$ que chamaremos \tilde{Z} . É importante notar que um VEV do $(\mathbf{1}, -5)$ em $\{\mathbf{16}, 1\}$ do $[\mathbf{27}]$ pode produzir mistura de férmions ordinários $(\overline{\mathbf{5}}, 3)$ que está no $\{\mathbf{16}, 1\}$ do $[\mathbf{27}]$ com férmions exóticos do $(\mathbf{5}, 2)$ que está no $\{\mathbf{10}, -2\}$. No entanto, se está em $\{\mathbf{16}, -3\}$ do $[\mathbf{78}]$ não pode-se misturar esses férmions porque não conservaria $Q_{\overline{U}}$ e $[\mathbf{78}]$ não está em $[\mathbf{27}] \otimes [\mathbf{27}]$.

E) $SU(5) \longrightarrow SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)$. Esta quebra é feita por um singlete do SM. Este candidato se encontra dentro do $(\mathbf{24}, 0)$ que é uma componente das representações $\{\mathbf{45}, 0\}$ e $\{\mathbf{54}, 4\}$ que por sua vez estão no $[\mathbf{78}]$ e $[\mathbf{351}]$ respectivamente. O Higgs do $(\mathbf{24}, 0)$ não vai gerar massa nem mistura de férmions ordinários, pois de acordo a Eq. (2.21) nenhum dos produtos $(\overline{\mathbf{5}}) \otimes (\overline{\mathbf{5}})$, $(\overline{\mathbf{5}}) \otimes (\mathbf{10})$ e $(\mathbf{10}) \otimes (\mathbf{10})$ contém um $(\mathbf{24}, 0)$. Como $\{\mathbf{54}\}$ aparece em $\{\mathbf{10}\} \otimes \{\mathbf{10}\} = \{\mathbf{54}\} \oplus \{\mathbf{45}\} \oplus \{\mathbf{1}\}$ é possível ter um termo Yukawa para os férmions exóticos D, N, E que conserve $Q_{\overline{U}}$ e possa dar-lhes massa já que $(\mathbf{5}) \otimes (\mathbf{5}) = (\mathbf{1}) \oplus (\mathbf{24})$ e se conserva $Q_{\tilde{U}}$. Por outra parte, a componente $(\mathbf{24}, 5)$ que está em $\{\mathbf{144}, 1\}$ de $[\mathbf{351}]$ vai produzir mistura dos ordinários da componente $(\overline{\mathbf{5}}, 3)$ do $\{\mathbf{16}, 1\}$ com os exóticos do $\{\mathbf{10}, -2\}$ na sua componente $(\mathbf{5}, 2)$ (lembre-se que temos que tomar o complexo de $\mathbf{351}$). Além disso nesta etapa os 12 bósons de calibre de $SU(5)$ não contidos no SM ganham massa.

F) $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1) \longrightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m.}$. Aqui necessitamos do Higgs $\{\mathbf{10}, -2\}$ o qual, segundo as decomposições da Fig. 2.3, produz como $\{\mathbf{10}\} = (\overline{\mathbf{5}}, -2) \oplus$

Capítulo 3

COSMOLOGIA DE FRIEDMANN-ROBERTSON-WALKER

3.1 O Modelo de Big Bang

A teoria de Big Bang é a melhor que temos para descrever o universo. Ela fundamenta-se em três princípios:

- 1) O Universo é um sistema térmico homogêneo e isotrópico em grandes escalas (princípio cosmológico).
- 2) A relatividade geral é a teoria correta para se descrever a física em escalas cosmológicas.
- 3) O tensor momento - energia do universo é bem aproximado por aquele de um fluido perfeito

$$T_{\mu}^{\nu} = \text{diag} [\rho, -p, -p, -p] , \quad (3.1)$$

onde ρ é a densidade de energia e p a pressão. As duas primeiras suposições implicam que o universo pode ser descrito pela métrica de Friedmann-Robertson-Walker

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (3.2)$$

iônica. iii) O parâmetro de dessaceleração $q = -(\ddot{a}/\dot{a})/(\dot{a}/a) = (\rho + 3p)/(2\rho_c)$. Tendo em conta que a inflação implica $\Omega = 1$ o valor atual de q seria $1/2$ para domínio de matéria, mas as observações recentes indicam $q_o < 0$, o que sugere uma constante cosmológica ou energia de vácuo que produz pressão negativa.

Para implementar a equação de Friedmann (3.5) também requer-se uma equação de estado

$$p = p(\rho) , \quad (3.6)$$

que juntamente com a equação de energia (3.3) conduz à certas previsões.

3.1.1 Eras de radiação e matéria

A era de radiação caracteriza a fase em que as partículas são extremamente relativistas, é descrita pela equação de estado $p = \rho/3$; então de (3.3) $\rho \propto a^{-4}$. Por outro lado, a era dominada pela matéria não relativista é descrita pela equação $p = 0$. Assim, de (3.3) $\rho \propto a^{-3}$. Em um ou outro caso ρ varia mais rapidamente do que o termo de curvatura de (3.5). Por tanto, nas eras primordiais é sempre uma boa aproximação desprezar k . Agora, tomando em conta a Eq. (3.5) a solução é muito simples:

$$a(t) \propto t^{1/2} \quad (\text{universo dominado pela radiação}) , \quad (3.7)$$

$$a(t) \propto t^{2/3} \quad (\text{universo dominado pela matéria}) . \quad (3.8)$$

Um resultado conhecido da mecânica estatística para a radiação estabelece que $\rho \propto T^4$. Combinando isto com $\rho_{rad} \propto a(t)^{-4}$ vemos que a temperatura varia como

$$T(t) \propto a(t)^{-1} , \quad (3.9)$$

um resultado válido também na era de matéria, por que neste último caso $\rho_{mat} \propto T^3$. As três principais previsões da teoria do Big Bang são as seguintes:

3.2 Radiação de fundo de microondas

Uma previsão particularmente importante da teoria do Big Bang é a existência do Fundo Cósmico de Microondas (CMB) [27]. Penzias e Wilson [28] observaram pela primeira vez em 1965 um fundo altamente isotrópico de fótons de microondas com um espectro que era térmico com grande precisão. Medições do CMB [29] mostraram que $T(t_o) = 2.736 \pm 0.017$, conseqüentemente, a temperatura em tempos anteriores seria $T(t) = 2.7 \text{ }^\circ K \frac{a(t_o)}{a(t)}$. Hoje em dia vários experimentos confirmaram esta temperatura para $t = t_o$, bem como anisotropias na temperatura da ordem $\frac{\Delta T}{T} = 10^{-5}$.

Também existe outro tipo de anisotropia devido ao movimento da Terra de ao redor de 600 km/s em relação ao sistema do CMB. Devido a sua origem dipolar esta anisotropia pode ser subtraída deixando a anisotropia anterior. Os fótons do CMB são livres no tempo atual t_o (seu caminho livre médio é de escala cosmológica). A explicação que fornece a teoria do Big Bang para sua termalização é que em tempos anteriores o universo era mais quente. Por tanto existe um tempo de recombinação $t_{rec} < t_o$, quando elétrons e núcleos formaram átomos e a matéria neutra fez-se transparente para os fótons ($T(t_{rec}) \gtrsim T_{ion} \simeq \mathcal{O}(10^4) \text{ }^\circ K$, correspondente à energia de ionização). Nesse momento o deslocamento ao vermelho definido como $1 + z(t_{rec}) \equiv \frac{a(t_o)}{a(t_{rec})} = \frac{T(t_{rec})}{T(t_o)}$ resulta ser $z(t_{rec}) \simeq 1100$. Assim, os fótons do CMB estiveram espalhados até $t = t_{rec}$ e levam uma “fotografia” do universo tirada quando era 1500 vezes menor e mais quente. Uma das implicações importantes dos fótons CMB refere-se aos raios cósmicos, como foi sugerido por K. Greisen em 1966. Greisen antecipou que, se as fontes dos raios cósmicos estivessem suficientemente longe de nós e se seu espectro de energia se estende além de 10^{20} eV , então os prótons e núcleos de ultra-alta-energia poderiam interagir inelasticamente com o fundo de radiação, mediante um mecanismo de fotoprodução de píons. Greisen previu que o espectro de energia de raios cósmicos com lei de potência suave poderia ser abruptamente cortado próximo da energia $5 \times 10^{19} \text{ eV}$, que corresponde ao limiar para a foto-produção de píons. Um efeito análogo foi independentemente previsto por G. T. Zatsepin e V. A. Kuzmin, razão pela qual hoje este limite se conhece como corte GZK.

estado atual do universo o que nos permitiria compreender a cosmologia das transições de fase.

Para um tratamento quantitativo é comum usar o potencial

$$V(\Phi) = \frac{\lambda}{4} (\Phi^\dagger \Phi - \eta^2)^2, \quad (4.1)$$

conhecido como o potencial do “chapéu Mexicano” para Φ complexo, com um efeito da temperatura que acrescenta um termo quadrático Φ^2 proporcional a T^2 . Existe uma temperatura crítica de Curie T_c acima da qual os campos estão num estado simétrico caracterizado por um VEV de Φ igual a zero. Porém, quando a temperatura decresce a simetria é espontaneamente quebrada: desenvolvendo-se um “vácuo verdadeiro” enquanto o campo escalar roda até o mínimo de seu potencial e situa-se num dos novos mínimos degenerados com VEV de $\langle |\Phi|^2 \rangle = \eta^2$. A inclusão precisa da temperatura requer da teoria quântica de campos a temperatura finita [30]. No análogo da matéria condensada a transição de fase descrita é de segunda ordem¹.

4.2 Mecanismo de Kibble

No esquema das transições de fase de segunda ordem descrito antes, foi mostrado que na região de fase simétrica onde $T > T_c$ o VEV do campo escalar se anula, enquanto que $T < T_c$ evolue suavemente até um VEV diferente de zero. As flutuações térmicas e quânticas influíram no novo VEV de Φ e por isso não existe razão para que *sua* fase seja uniforme no espaço. Isto conduz à existencia de *domínios* nos quais o VEV é coerente e regiões onde não é. Uma medida quantitativa do tamanho dos domínios onde o VEV é coerente está dada pela função de correlação de dois pontos $G(r) \equiv \langle \Phi(r_1) \Phi(r_2) \rangle$, onde $r = |r_1 - r_2|$, que terá um valor que depende de certo comprimento característico ξ^{-1}

¹Também são possíveis transições de fase de primeira ordem. Neste caso o parâmetro de ordem $\langle |\Phi| \rangle$ não é contínuo e a transição de fase pode proceder por nucleação de bôlhas [31].

Kibble pode gerar paredes de domínio, monopolos magnéticos, cordas cósmicas, texturas, etc. Entre estes tipos de defeitos, as paredes de domínio e os monopolos magnéticos tem implicações problemáticas para a cosmologia [34]. Para a aplicação a cordas veja-se a Fig. 4.1.

4.3 Cordas ordinárias em teorias do campo

É importante o fato que transições de fase cosmológicas poderiam ter dado origem a defeitos topológicos como cordas cósmicas.

Foi observado na seção anterior que estes tipos de defeitos formam-se com a quebra de alguma simetria $U(1)$ Abelianas não eletromagnética. Também foi visto, no Cap. II, que estes tipos de simetrias unitarias aparecem de uma forma natural em teorias de grande unificação como $SO(10)$ e E_6 . Neste sentido, pode-se ter cordas globais ou de calibre dependendo da natureza da $U(1)$. Certamente, também são possíveis a formação de cordas não Abelianas o que não será tratado neste trabalho.

4.3.1 Cordas globais

A descrição deste tipo de corda precisa de um campo escalar $\Phi(x)$ complexo na densidade Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \Phi^* \partial^\mu \Phi - V(\Phi) \quad , \quad V(\Phi) = \frac{\lambda}{4} (|\Phi|^2 - \eta^2)^2 \quad , \quad (4.3)$$

que é invariante sob uma rotação $U(1)$ global $\Phi \rightarrow \Phi e^{i\alpha}$, com α constante. Das equações de Euler-Lagrange segue-se que

$$\left[\partial^2 + \frac{\lambda}{2} (|\Phi|^2 - \eta^2) \right] \Phi = 0 \quad . \quad (4.4)$$

A solução do estado de vácuo $\Phi = \eta e^{i\alpha_0}$ com α_0 constante, tem energia zero e é claramente estável. Esta solução quebra a invariância sob $U(1)$, e em consequência uma partícula

o parâmetro $\beta = \lambda/e^2 = (m_H/m_A)^2$. As soluções estáticas cilindricamente simétricas se escrevem [35]

$$\Phi = \eta f(m_H r) e^{in\phi} , \quad A_\phi = \frac{n}{er} a(m_H r) . \quad (4.7)$$

Inserindo estas soluções nas equações de campo para Φ e A_μ que obtém-se da densidade Lagrangiana é possível definir unicamente comportamentos assintóticos para f e a (f_o e a_o são constantes)

$$f \simeq \begin{cases} f_o \rho^{|n|} , \\ 1 , \end{cases} \quad a \simeq \begin{cases} a_o \rho^2 , & \text{para } \rho \longrightarrow 0 \\ 1 , & \text{para } \rho \longrightarrow \infty , \end{cases} \quad (4.8)$$

sendo $\rho \equiv m_H r$. É interessante observar que este tipo de corda contém um tubo de fluxo magnético quantizado $\int d^2x \vec{B} \cdot \hat{z} = \frac{2\pi n}{e}$ que corresponde ao campo de calibre A_μ .

4.3.3 Cordas supercondutoras fermiônicas

A interação de férmions com cordas pode, às vezes produzir “modos zeros” [38], isto é, soluções de energia zero para a equação de Dirac onde os campos de fundo Φ e A_μ estão no plano transversal à corda. Se estes férmions carregam carga elétrica, os campos elétricos ao longo da corda (ou equivalentemente, o movimento da corda através de um campo magnético) pode produzir correntes elétricas nela os que persistiriam ainda se o campo elétrico é desligado. Estas cordas denominam-se “supercondutoras” [39]. A corrente em uma corda supercondutora depende da corrente inicial existente no momento da sua formação e também do fluxo do campo magnético que a atravessa. Um modelo simples que descreve soluções de modo zero está exemplificado pela seguinte densidade Lagrangiana [40], [41]

$$\mathcal{L} = \psi^\dagger i\sigma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi - \frac{1}{2} ig \psi^\dagger \Phi \psi^C + (h.c) , \quad (4.9)$$

onde $\psi^C = i\sigma^2 \psi^*$, $\sigma^\mu = (I, \sigma^i)$ e $\mathcal{D}_\mu \psi = (\partial_\mu - \frac{1}{2} ie A_\mu) \psi$. O campo de Higgs Φ e de calibre A_μ formam parte da corda na densidade Lagrangiana (4.6). As equações de

Capítulo 5

ARGUMENTOS EM FAVOR DE NOVA FÍSICA

Argumentos em favor de uma nova física cujo alcance vá além do SM parece ser sugerida, entre outras coisas, por dois resultados experimentais de natureza distinta:

i) o valor do momento magnético anômalo do múon (MAM) medido [42] não se corresponde ao previsto pelo SM e

ii) os raios cósmicos de ultra alta energia (UHECR) não parecem ter origem galáctica e não se identificam fontes extragaláticas vizinhas que possam emití-los. Se provierem de distâncias cosmológicas sua energia seria degradada pela interação com a radiação de fundo CMB.

Nosso objetivo neste capítulo é apresentar alguns argumentos em favor de nova física, como possível caminho para resolver estes problemas.

5.1 Origem dos raios cósmicos ultraenergéticos

O espectro de energia inesperado de UHECR com eventos cuja energia esta acima de $10^{20}eV$ foi construído com base em observações feitas por vários observatórios de raios cósmicos. Entre destes, os resultados do observatório AGASA parece indicar que o fluxo destes eventos esta acima de GZK que começa a $E \sim 5 \times 10^{19}eV$. Ao considerarmos

funciona para cordas ordinárias e supercondutoras eventualmente em laços fechados chamados vórtens. No caso de monopólos e antimonopólos conectados por cordas, as partículas de alta energia seriam produzidas na aniquilação de pares monopólo-antimonopólo. Os candidatos mais promissores são colares: monopolos-antimonopolos inseridos em laços, que estariam distribuídos no universo, e por tanto produziriam um corte GZK suave que não está em contradição com as observações.

Outros mecanismos como o de aniquilação de neutrinos-antineutrinos para produzir os bósons Z e s , bárions com gluinos leves, neutrinos que interagem fortemente a altas energias, ou a quebra da invariância de Lorentz são descritos em [44].

A idéia básica em relação a matéria escura superpesada como fonte de UHECR é a seguinte [47]:

a) Primeiro, deve-se exigir que a vida média da partícula relíquia superpesada que decai seja grande o suficiente quando comparada ao seu valor obtido sobre bases dimensionais $\tau \sim 1/M_X$.

b) Encontrar os requerimentos para que a vida média seja maior que a idade do universo.

Um Lagrangeano efetivo que descreve o decaimento de uma partícula X de massa M_X em partículas mais leves pode ser escrito como

$$\mathcal{L} = \frac{g}{M^{n-4}} X \Pi \quad (5.1)$$

onde Π representa o produto de campos acoplados a X , enquanto que n é a dimensão do monômio local (em unidades de massa) na Lagrangeana. Desta maneira, pode-se provar que a taxa de decaimento para a partícula X é dada por

$$\Gamma = \frac{g^2}{\epsilon} M_X \left(\frac{M_X}{M} \right)^{|2n-8|} \quad (5.2)$$

sendo ϵ um fator numérico, o que é intuitivo por razões dimensionais. Este formalismo pode-se aplicar a um caso concreto tal como o decaimento do próton. Sua Lagrangeana

sendo acionado por “instantons”. Isto produz uma vida média com um fator exponencial.

5.2 Anomalia do momento magnético do múon

5.2.1 Qual é o problema?

Sabe-se que o momento magnético de uma partícula fermiônica é função de seu spin

$$\mu = \frac{ge}{2m} \mathbf{s}, \quad (5.7)$$

onde g é o fator giromagnético. A anomalia está definida como

$$a_f = \frac{g - 2}{2}. \quad (5.8)$$

A teoria de Dirac prediz que $g = 2$ ou seja $a_f = 0$ para partículas com spin $1/2$. Isto é consequência do acoplamento mínimo do férmion com o campo EM clássico. O diagrama de Feynman que ilustra a origem de $g = 2$ é mostrado na Fig.5.1. Os léptons carregados

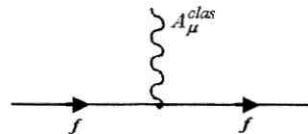


Figura 5-1: Interação mínima de um férmion f com um campo E.M clássico que produz $a_f = 0$.

por sua vez têm $g \approx 2$ e anomalias extremamente pequenas, consistente com a evidência atual de que são partículas pontuais ou sem estrutura. Núcleons como o próton ou neutron têm g diferente de 2 devido à sua sub-estrutura complexa.

É importante salientar que as predições do SM e medições das anomalias do múon, serão muito mais sensíveis que as do elétron para qualquer física além do SM. Um exemplo

ser

$$a_e^{\text{SM}} = (1159652.1535 \pm 0.0240) \times 10^{-9}, \quad (5.12)$$

e neste valor, as contribuições hadrônicas e eletrofracas são respectivamente

$$a_e^{\text{EW}} = 0.030 \times 10^{-12} \quad , \quad a_e^{\text{QCD}} = 1.63(3) \times 10^{-12} \quad (5.13)$$

que são pequenas e com erros desprezíveis quando comparados com os erros experimentais.

Os valores teóricos e experimentais para a_μ não são tão bem conhecidos quanto para a_e . Os diagramas de Feynman que representam as contribuições vindas da QED são do tipo mostrado na Fig. 5.2 (a), (b), (c). O cálculo até $\mathcal{O}(\alpha^5)$ produz [50]

$$a_e^{\text{QED}} = \frac{\alpha}{2\pi} - 0.76587376 (27) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + 24.05050898 (44) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + 126.07 (41) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + 930 (170) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^5 + \dots \quad (5.14)$$

onde termos de ordem superior em α resultam ser desprezíveis quando comparados com a incerteza experimental. Usando o valor de α dado em (5.10) obtido das medições de a_e^{exp} tem-se

$$a_\mu^{\text{QED}} = 11658405.7(2.9) \times 10^{-11} \quad (5.15)$$

que corresponde ao grosso do valor experimental de a_μ .

Os diagramas EW de ordem inferior que envolvem a troca de um W , Z ou Higgs são mostrados na Fig. 5.2 (f), (g), (h). Esta contribuição pode ser escrita como [52]

$$a_\mu^{\text{EW}} = \frac{5 G_F m_\mu^2}{3 8\pi^2 \sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{5} (1 - 4 \sin^2 \theta)^2 + (-97.0 \pm 8.8) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) + \dots \right], \quad (5.16)$$

onde o primeiro termo é a contribuição a 1-“loop” e o segundo termo é a contribuição a

um erro de signo encontrado na contribuição luz-luz devida ao píon [54] , o valor médio correto passa a ser [52]

$$a_{\mu}^{\text{Had}}(\text{luz} - \text{luz}) = (8.6 \pm 3.2) \times 10^{-10}. \quad (5.19)$$

Somando (5.18) e (5.19) obtém-se uma contribuição total hadrônica

$$a_{\mu}^{\text{Had}} = (693.5 \pm 9.4) \times 10^{-10}. \quad (5.20)$$

Somando (5.15), (5.17) e (5.20) a predição do SM para o MAM do múon resulta ser

$$a_{\mu}^{\text{SM}} = a_{\mu}^{\text{QED}} + a_{\mu}^{\text{EW}} + a_{\mu}^{\text{Had}} = (11659179.2 \pm 9.4) \times 10^{-10}. \quad (5.21)$$

Quando combinam-se o resultado experimental de Brookhaven BNL [42] com os resultados de experimentos anteriores obtém-se a seguinte media mundial

$$a_{\mu}^{\text{exp}} = (11659202.3 \pm 15.1) \times 10^{-10}, \quad (5.22)$$

dando em consequência a discrepância [52]

$$a_{\mu}^{\text{exp}} - a_{\mu}^{\text{SM}} = (23.1 \pm 16.9) \times 10^{-10}, \quad (5.23)$$

que representa um pouco mais do que 1σ de desvio. O significado desta discrepância poderia ser acentuado pela incerteza experimental projetada pela colaboração do BNL cujo limite é de 4×10^{-10} . Os progressos anunciados na onteção das contribuições hadrônicas poderiam ajudar a reduzir a incerteza da predição do SM para a anomalia do múon.

nas contribuições EW. O cálculo das contribuições provenientes destes diagramas é feito sem ambigüidade usando o calibre ξ [56]. O propagador do W ou Z pode ser definido

$$-i \frac{g^{\mu\nu} - (1 - \xi) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2 - \xi M^2}}{k^2 - M^2}, \quad (5.27)$$

qualquer diagrama que representa troca de W ou Z tem que ser complementado por um diagrama similar onde o bóson vetorial massivo é trocado por um Higgs virtual com o propagador

$$\frac{i}{k^2 - \xi M^2}, \quad (5.28)$$

a fim de manter a unitariedade da teoria.

As convenções cinemáticas usadas aqui ilustram-se na Fig. 5.3 para gráficos a 1-“loop”. Uma identidade importante usada inúmeras vezes é

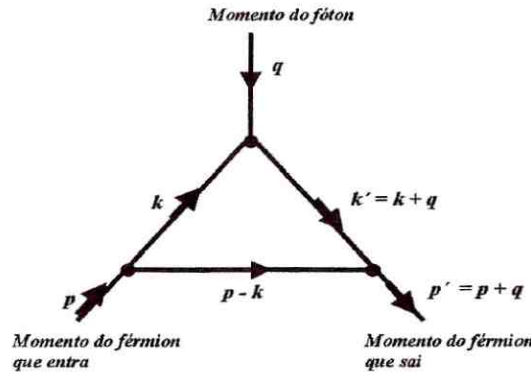


Figura 5-3: Ilustração da convenção de variáveis cinemáticas.

$$\frac{1}{ABC} = \int_0^1 dx dy dz \delta(1 - x - y - z) \frac{2}{(xA + yB + zC)^3} = \int_0^1 dx dy dz \delta(1 - x - y - z) \frac{2}{D^3} \quad (5.29)$$

onde ABC é o produto de três propagadores. Se o “loop” contém duas linhas internas

suprimir os espinores $u(p)$ e $\bar{u}(p)$.

5.2.3 Algumas correções ao MAM vindas de extensões do SM

Teorema de Weinberg

Este teorema importante para o momento magnético anômalo do múon (ou elétron), devido a Weinberg [57], estabelece que uma contribuição finita ao MAM requer uma violação da simetria quiral no operador MAM

$$\begin{aligned}\mathcal{O} &= a_\mu \frac{e}{2m_\mu} \bar{\mu} \sigma^{\alpha\beta} \mu F_{\alpha\beta} \\ &= a_\mu \frac{e}{2m_\mu} \left(\bar{\mu}_L \sigma^{\alpha\beta} \mu_R + \bar{\mu}_R \sigma^{\alpha\beta} \mu_L \right) F_{\alpha\beta}\end{aligned}\quad (5.34)$$

como pode provar-se usando a transformação $\mu \rightarrow \gamma^5 \mu$, que troca o sinal de \mathcal{O} . Entretanto, o termo de massa do múon $m_\mu \bar{\mu} \mu$ respeita a simetria de Weinberg (WS): $\mu \rightarrow \gamma^5 \mu$, $m_\mu \rightarrow -m_\mu$. Veremos mais adiante que WS será quebrada quando em um modelo determinado existem estados com misturas de quiralidades que produzem uma contribuição $a_\mu \sim m_\mu/\Lambda$. Isto acontece em alguns modelos de sub-estrutura do múon [58], [59] bem como em alguns modelos GUT [25]. No entanto, se no modelo WS esta simetria é preservada teremos $a_\mu \sim (m_\mu/\Lambda)^2$, como aconteceria em alguns modelos tecnicolor estendidos [60], extras dimensões [61],[70], modelos de massas radiativas [62] e sob certas hipóteses SUSY [63]. Observe-se que Λ denota uma nova escala de energia ou de nova física e m_μ a massa do múon.

No contexto do SM

Observe-se que o operador em (5.34) não é invariante sob SM, no entanto pode se tornar invariante rescrevendo-o como

$$\mathcal{O}_{\text{SM}} = a_\mu \frac{e}{2m_\mu} \left(\bar{\ell}_L \sigma^{\alpha\beta} \mu_R \frac{f \langle \Phi \rangle}{m_\mu} + \frac{f \langle \Phi^\dagger \rangle}{m_\mu} \bar{\mu}_R \sigma^{\alpha\beta} \ell_L \right) F_{\alpha\beta}\quad (5.35)$$

invariante do SM usando o doplete Φ

$$\mathcal{O}_{\text{ef}} \sim \frac{1}{\Lambda^2} \left(\bar{\ell}_L \sigma^{\alpha\beta} \mu_R \langle \Phi \rangle + \langle \Phi \rangle^\dagger \bar{\mu}_R \sigma^{\alpha\beta} \ell_L \right) F_{\alpha\beta} \quad (5.40)$$

$$\sim \left(\frac{m_\mu}{\Lambda} \right) \frac{1}{m_\mu} \left(\bar{\mu}_L \sigma^{\alpha\beta} \mu_R + \bar{\mu}_R \sigma^{\alpha\beta} \mu_L \right) F_{\alpha\beta} , \quad (5.41)$$

que quebra a simetria de Weinberg já que Φ não tem nada a ver com m_μ , e por tanto não se transforma como $\Phi \rightarrow -\Phi$. Este é o caso da $SU(5)$ onde a correção é devida a leptoquarks que transformam μ em quarks c ou s . Contudo estes diagramas dificilmente dão uma correção linear em $\frac{m_\mu}{\Lambda}$ já que o propagador do X superpesado dá $\frac{1}{\Lambda^2}$ que não pode ser compensado pelas linhas internas de quarks leves (estes diagramas são semelhantes ao (f) da Fig. 5.2, trocando W por X e ν_μ por os quarks c , s , ou de (g) trocando as linhas internas do múon por os quarks c , s e o bóson Z por X). No primeiro diagrama poderia ser que o vértice no propagador de X mude $\frac{1}{\Lambda^2}$ à $\frac{1}{\Lambda}$. Mas para isso, deveria haver uma interação com quebra de WS, o que não acontece em $\bar{\mu}_L \gamma^\alpha q_L X_\alpha$ invariante sob $\mu_L \rightarrow \gamma^5 \mu_L = -\mu_L$, $q_L \rightarrow \gamma^5 q_L = -q_L$. O mais provável é que também o primeiro gráfico produza $\frac{1}{\Lambda^2}$, que parece razoável já que o fóton pode interagir tanto com X como com q , ambos carregados, e não é evidente por que deveria dar contribuições de ordem diferente.

No caso do $SO(10)$ a única diferença respeito aos férmions é que aparece o ν_R que adquire massa (de Majorana) a escala alta Λ . Assim a escala baixa EW ν aparece massa de Dirac e o mecanismo “see-saw” da mistura ν_L e ν_R , pelo que poderia-se pensar que esta mistura produza uma interação que quebra a simetria WS.

No entanto; isto não ocorre porque se bem a interação carregada não ocorre entre as componentes esquerdas; $\bar{\nu} \gamma^\alpha \mu W_\alpha$ é igualmente invariante sob $\nu \rightarrow \gamma^5 \nu$, $\mu \rightarrow \gamma^5 \mu$.

Consequentemente, parece ser que no contexto das GUT para se terem correções lineares $\frac{m_\mu}{\Lambda}$ tem que se ir até a simetria E_6 .

Correções de tipo EW em E_6 Em E_6 pode-se ter mistura do múon leve com o lépton carregado pesado é isso pode originar uma quebra da WS. Por exemplo, na mistura do μ e M (o múon pesado que está em $(\mathbf{10}, -2)$ sob $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$ na segunda geração)

um resultado válido se só existe mistura L . No entanto, este diagrama traz uma correção linear [65]

$$\Delta a_\mu \sim \frac{\alpha}{\pi} \frac{m_\mu}{M_Z} s_L c_L s_R c_R \quad (5.45)$$

se também existe mistura R . No capítulo seguinte ver-se-á que no nosso modelo a mistura R produz quebra da WS o que explica a correção linear.

Comparando com a correção linear de nosso modelo a diferença fundamental é que neste não existe o coeficiente $s_R c_R$. Assim, para se obter $\Delta a_\mu \sim 10^{-9}$, a massa M_Z pode ser significativamente maior.

Finalmente, a Fig. 5.4 (d), na corrente carregada, se existe tem mistura L igual para μ e ν esta correção não aparece.

Contribuição SUSY As contribuições SUSY a a_μ vêm dos “loops” sneutrino-chargino (Fig. 5.5 (a)) e smúion-neutralino (Fig. 5.5 (b)). Estes incluem 2 charginos \widetilde{W} e 4 estados de neutralinos \widetilde{Z} , além disso há dois dopletes de Higgs cujos VEVs estão vinculados através da relação $\tan \beta = \frac{\langle \Phi \rangle}{\langle \Phi^c \rangle}$, e a intensidade de acoplamento μ (que não é o múon) entre eles, sendo que β e ν determinam os autovalores da matriz de massa de \widetilde{W} . Uma característica muito importante destes diagramas é a aparição de misturas [66]; assim na interação $\bar{\mu} \widetilde{W} \tilde{\nu}$, que é de tipo Yukawa, temos misturas de quiralidade. Os estados $\tilde{\mu}_1$ e $\tilde{\mu}_2$ são misturas de $\tilde{\mu}_L$ e $\tilde{\mu}_R$ com ângulo δ que também depende de β .

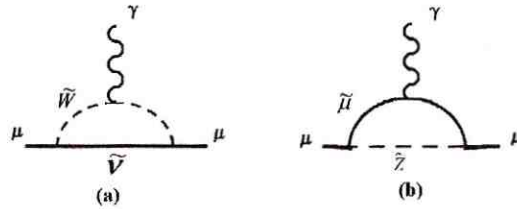


Figura 5-5: Principais contribuições SUSY à anomalia do múon.

Em relação à Fig. 5.5 (a), sua contribuição contém dois termos: um deles vem da

tem a mesma estrutura quiral do termo de massa $\Lambda \bar{\mu} \mu$, no qual aparece um fator que a reduz [67] $\frac{m_\mu}{\Lambda}$, ou seja, $\frac{m_\mu}{\Lambda} \Lambda \bar{\mu} \mu = m_\mu \bar{\mu} \mu$, que pode-se atribuir a uma simetria quira. O mesmo fator no MAM produziria

$$\frac{m_\mu}{\Lambda} \frac{e}{\Lambda} \bar{\mu} \sigma^{\alpha\beta} \mu F_{\alpha\beta} = \left(\frac{m_\mu}{\Lambda}\right)^2 \frac{e}{m_\mu} \bar{\mu} \sigma^{\alpha\beta} \mu F_{\alpha\beta} \quad (5.51)$$

que é equivalente a ter $\Delta a_\mu \sim \left(\frac{m_\mu}{\Lambda}\right)^2$.

No caso de supôr [68] um vértice $\mu^- \rightarrow \pi^- N$, como na Fig. 5.6, a correção correspondente é

$$\Delta a_\mu \sim \frac{m_\mu}{\Lambda} \quad (5.52)$$

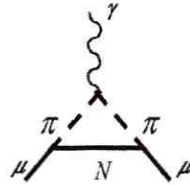


Figura 5-6: Um modelo de sub-estrutura do múon.

Extras Dimensões A teoria de dimensões extras foi proposta [69] para resolver o problema da hierarquia. Segundo esta teoria, existiriam dimensões espaciais adicionais que estariam compactificadas na escala de comprimento R . Nesta região de compactificação poderia existir uma torre infinita de estados Kaluza-Klein com momento não nula cujo modo zero seria o gráviton ordinário (4-D) movimentando-se no “bulk”.

Uma descrição do gráviton com o campo do múon localizado na “3-brane” que contribue ao MAM é mostrada na Fig. 5.5 cuja Lagrangeana efetiva [70] resulta ser

Capítulo 6

ALTERNATIVAS BASEADAS NO GRUPO DE SIMETRIA E_6

O objetivo deste capítulo é apresentar soluções para os dois problemas comentados ao início do Cap. 5, a saber, aquela do momento magnético anômalo do múon e dos raios cósmicos ultraenergéticos com energias acima do corte GZK, com base na simetria de grande unificação E_6 . É importante enfatizar que as representações de Higgs usadas para ambos problemas não permite resolve-los simultaneamente, sendo assim, o esquema de Higgs usado aqui é único.

6.1 Um novo modelo E_6 para “ $g - 2$ ” do múon

Nesta seção usar-se-à o esquema de quebra E_6 descrito no Cap. II útil para se fornecer uma explicação ao problema do momento magnético anômalo do múon.

Os férmions exóticos do $\mathbf{10}$ de $SO(10)$ podem ganhar massa do campo de Higgs $(\mathbf{54},4)$ da representação $\mathbf{351}$ segundo o esquema [24]

$$\Phi(\mathbf{54}, \mathbf{24}) \left(D^c D - \frac{3}{2} E^c E - \frac{3}{2} N^c N \right). \quad (6.1)$$

Na mesma representação, a componente $(\mathbf{144},1)$ permite uma mistura destes férmions

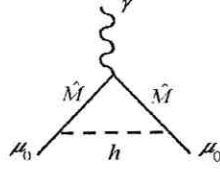


Figura 6-1: Diagrama de Feynman para a correção do momento magnético do múon.

dada por

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A} &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \bar{u}(p) i\kappa (\alpha - \beta\gamma_5) i \frac{(\tilde{k} + m_{int})}{k^2 - m_{int}^2} ieQ_{int} \frac{\gamma^\mu i (\tilde{k} + m_{int})}{k^2 - m_{int}^2} \times \\
 &\quad \times i\kappa (\alpha^\dagger + \beta^\dagger\gamma_5) u(p) \frac{i}{(p-k)^2 - M_h^2} = \\
 &= ieQ_{ext}k^2 \frac{Q_{int}}{Q_{ext}} i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \bar{u}(p) (\alpha - \beta\gamma_5) \frac{(\tilde{k} + m_{int})}{k^2 - m_{int}^2} \gamma^\mu \frac{(\tilde{k} + m_{int})}{k^2 - m_{int}^2} \frac{(\alpha^\dagger + \beta^\dagger\gamma_5) u(p)}{(p-k)^2 - M_h^2}.
 \end{aligned} \tag{6.6}$$

Suprimindo, por enquanto, os espinores e desprezando termos que contém γ_5 , que não contribuem ao MAM, vemos que

$$\begin{aligned}
 &(\alpha - \beta\gamma_5) (\tilde{k} + m_{int}) \gamma^\mu (\tilde{k} + m_{int}) (\alpha^\dagger + \beta^\dagger\gamma_5) \implies \\
 &\alpha\alpha^\dagger (\tilde{k} + m_{int}) \gamma^\mu (\tilde{k} + m_{int}) + \beta\beta^\dagger (\tilde{k} - m_{int}) \gamma^\mu (\tilde{k} - m_{int}).
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

Os termos proporcionais a γ^μ também não contribuem ao MAM, por isso

$$\alpha\alpha^\dagger (\tilde{k} + m_{int}) \gamma^\mu (\tilde{k} + m_{int}) \implies \alpha\alpha^\dagger \left[\tilde{k}\gamma^\mu \tilde{k} + m_{int} (\tilde{k}\gamma^\mu + \gamma^\mu \tilde{k}) \right], \tag{6.8}$$

$$\beta\beta^\dagger (\tilde{k} - m_{int}) \gamma^\mu (\tilde{k} - m_{int}) \implies \beta\beta^\dagger \left[\tilde{k}\gamma^\mu \tilde{k} - m_{int} (\tilde{k}\gamma^\mu + \gamma^\mu \tilde{k}) \right]. \tag{6.9}$$

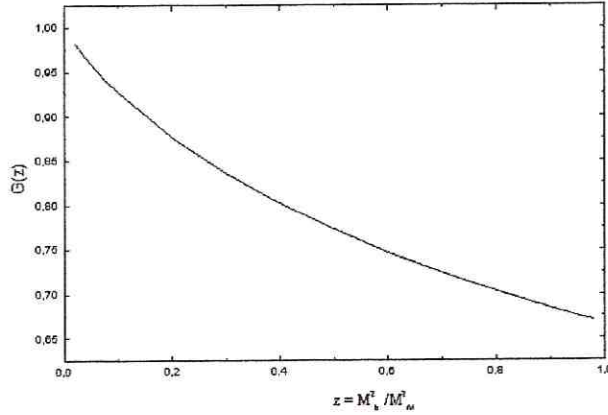


Figura 6-2: Gráfico de $G(z)$ como função de z .

$$M_M \lesssim \frac{m_\mu}{16\pi^2} \times \frac{10^9}{2.3} = 2.8 \times 10^5 \text{ GeV}.$$

Um comentário aqui é apropriado com relação ao teorema de Weinberg. Neste modelo com Higgs em **351** de E_6 , na quebra de GUT os auto-estados de massa μ_0 (massa nula) e \widehat{M} (de grande massa), como viu-se ao início desta seção, vêm determinados por Φ (**54, 24**) e Φ (**144, 24**) (em multipletes de $SO(10)$, $SU(5)$) a través de uma grande mistura de componentes esquerdas, que para a segunda geração de léptons é

$$\mu_0 = \mu \cos \theta + M \sin \theta \quad , \quad \widehat{M} = M \cos \theta - \mu \sin \theta . \quad (6.15)$$

A pequena massa do múon ordinario é devida a um Higgs H (**10, $\bar{5}$**) que em termos do doplete Φ interage como

$$\begin{aligned} \bar{\ell}_L \mu_R f \Phi + f \Phi^\dagger \bar{\mu}_R \ell_L &= \frac{f}{\sqrt{2}} (v + h) (\bar{\mu}_L \mu_R + \bar{\mu}_R \mu_L) = \\ &= \frac{f}{\sqrt{2}} (v + h) (\mu^C \mu + h.c) , \end{aligned} \quad (6.16)$$

usando estados esquerdos. Isto é igual a

$$\frac{f}{\sqrt{2}} (v + h) \left(\mu_0^C (\mu_0 \cos \theta - \widehat{M} \sin \theta) + h.c \right) \quad (6.17)$$

E_6 considerados no Cap. II predizem o decaimento de L . Por exemplo, o esquema de quebra favorável para UHECR em (2.44) prediz uma mistura $L \longleftrightarrow N$, isto é o decaimento $L(1,4) \longrightarrow N(10,-2) + V(45,0)$; se $M_L > M_N$. Isto ocorre através de um exótico N da componente $(10,-2)$ do 27 e um bóson vectorial V que está no 78 como a componente $(45,0)$ sob $SO(10) \otimes \bar{U}(1)$. Visto que a mistura aparece na escala EW sua taxa de decaimento espera-se seja pequena em comparação com casos a serem descritos a seguir. Observe-se também que este tipo de mistura aparece no esquema de quebras para o problema MAM em (2.45). Continuando este último esquema de quebras encontra-se outra mistura $L \longleftrightarrow \nu^c$ que aparece na escala GUT como pode ser visto de (2.35) e (2.37). O decaimento $L(1,4) \longrightarrow \nu^c(16,1) + \bar{Z}(1,0)$ de uma soa vez é possível se $M_{\bar{Z}}$ é da mesma ordem porém um pouco menor do que M_L . Pode-se calcular a taxa

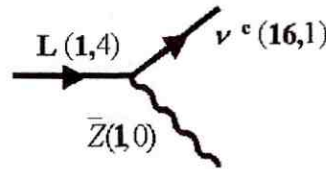


Figura 6-3: Diagrama de Feynman para o decaimento de L em ν^c e \bar{Z} que não conserva a carga $\bar{U}(1)$.

de decaimento para este processo supondo um acoplamento vetorial-axial. A primeira ordem, o quadrado do elemento matricial por unidade de tempo é

$$\frac{|S_{L,\nu^c\bar{Z}}|^2}{T} = \frac{c^2}{8V^3} V (2\pi)^4 \delta^4(p - p' - q) \frac{|\mathcal{M}|^2}{p_o q_o p'_o}, \quad (6.20)$$

$$\mathcal{M} = \bar{u}_L(p, s) \epsilon_\mu(q, \lambda) \gamma^\mu (v - a\gamma_5) u_{\nu^c}(p', s'), \quad (6.21)$$

onde c é uma constante de acoplamento e v, a são constantes. A taxa de decaimento é

a mistura $\mathcal{E} \leftrightarrow \mathcal{O}$ se desejarmos o decaimento subsequente do exótico \mathcal{E} . Também é possível este tipo de decaimento do L no esquema de quebra para UHECR se $M_L > M_{\mathcal{E}}$. Dado que o cálculo neste caso é mais complexo, primeiro derivamos uma estimativa grosseira da taxa de decaimento $\Gamma_L \sim \alpha^2 \left(\frac{M_L}{M_X}\right)^4 M_L$. Segundo a escala de unificação GUT $\alpha \gtrsim 10^{-2}$, supondo o caso extremo em que $M_L/M_X \gtrsim 10^{-1}$, com $M_X \sim 10^{17} GeV$, da fórmula anterior obtemos $\tau_L = \Gamma_L^{-1} \lesssim 10^{-32}$ s.

O cálculo direto do diagrama de Feynman dá uma taxa de decaimento

$$\Gamma_L \simeq \frac{\alpha_{GUT}^2 M_L^5}{24\pi M_X^4} W^2 \int_0^{1/2} dx x^2 \frac{3 - 4x^2}{(1 - 2x - W)^2 + WG}, \quad (6.25)$$

onde $W = \frac{M_L^2}{M_X^2}$, $G = \frac{\Gamma_X^2}{M_L^2}$, Γ_X é a extensão de X ; válido na aproximação $M_L \gg M_{\mathcal{E}}$, $m_{\mathcal{O}}$ no qual $m_{\mathcal{O}}$ denota a massa dos férmions ordinários. Tomando $M_X \sim 10^{17} GeV$, da $\tau_L = \Gamma^{-1} \sim 10^{-32}$ s.

Por último, usamos o esquema de quebras (2.44) para analisar um modelo de decaimento ainda mais complexo de L , conforme descrito na Fig. 6.5; pode tornar L fonte de UHECR. Da evolução da seqüência de quebras (2.44) observa-se que para dar massa

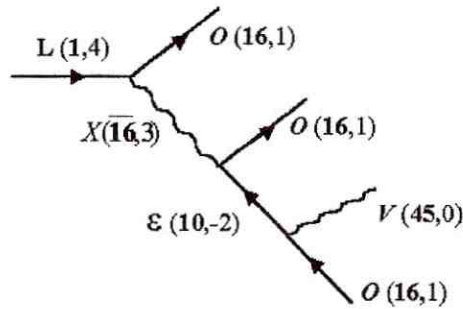


Figura 6-5: Diagrama de Feynman para o decaimento de L em três etapas se $M_L < M_{\mathcal{E}}$.

a L precisamos do singlete $(1, -8)$ de **351** como pode ser visto das Eqs. (2.35), (2.39) e (2.41). Igualmente, para dar-lhe massa ao ν^c temos que usar um VEV de $(126, -2)$ de **351**.

Como os exóticos \mathcal{E} estão na representação $(10, -2)$ de **27**, o produto $10 \otimes 10$ que

UHECR ¹, enquanto que $M_{\mathcal{E}} \sim 10^{16} \text{ GeV}$, $M_X \sim 10^{17} \text{ GeV}$ devido à quebra de E_6 . Isto permite descrever efetivamente o diagrama da Fig. (6.5) segundo a Lagrangeana

$$\mathcal{L}^{\text{ef}} = \frac{1}{M_X^2 M_{\mathcal{E}}} \bar{\mathcal{O}} \gamma^\mu L \bar{\mathcal{O}} \gamma_\mu \gamma^\nu \mathcal{O} V_\nu . \quad (6.28)$$

O cálculo direto da taxa de decaimento é muito complexo, por isso da-se a estimativa da ordem de grandeza. Como $M_V \ll M_L$, temos [25]

$$\Gamma_L \sim \alpha_{GUT}^2 \alpha_M 10^{-7} \frac{M_L^8}{M_X^4 M_{\mathcal{E}}^2 M_V} , \quad (6.29)$$

e com $M_V \sim 10^2 \text{ GeV}$

$$\tau_L^{-1} \sim \alpha_M \frac{10^7}{\text{seg}} . \quad (6.30)$$

Lembrando que a idade do universo é $t_o \sim 10^{18} \text{ seg}$, poderá ser alcançado por τ_L se $\alpha_M \sim 10^{-25}$, o que não é um absurdo, tendo em conta o quadrado da mistura das escalas GUT e EW. Se este fosse o caso, então L poderia ser fonte de UHECR !!

¹Veja a discussão na seção (5, 1) .

discreta Z_2 , [39] que é preservada a baixas energias.

Entre os diferentes caminhos possíveis de quebra de $SO(10)$ que foram analisados na Fig. 2.4, observa-se que as cordas formadas na primeira transição de fase $SO(10) \xrightarrow{54_D} SU(4) \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes D \xrightarrow{128} SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{10} SU(3)_C \otimes U(1)_{e.m}$ são topologicamente estáveis, porém na seguinte transição de fase a D simetria é quebrada formando assim paredes de domínio, como conseqüência as cordas deixam de ser estáveis por que acabam formando contornos de paredes de domínio, e estas não são completamente estáveis [22]. Neste trabalho escolheu-se o padrão de quebra de $SO(10)$ que segue o caminho de $SU(5) \otimes Z_2$ por sua maior simplicidade.

Entre os efeitos importantes devidos a cordas cósmicas está a interação Aharonov-Bohm como é apresentado no trabalho de Wilczek e Alford [72]. Este efeito descreve para a interação de uma partícula de carga e com o potencial de calibre da corda cósmica quando o parâmetro $\frac{e}{e_0}$ (onde e_0 é a carga do campo de Higgs que quebra a simetria Abelian) é semi-inteiro. Em conseqüência, a seção de choque de espalhamento é divergente na direção para frente. Verificou-se que esta característica da interação Aharonov-Bohm é devida à natureza de longo alcance do potencial de calibre. Segundo este, pacotes de ondas infinitamente distantes ainda contribuem notavelmente à seção de choque de espalhamento. Entre tanto, mostrou-se a unitariedade da Matriz S [73] e a seção de choque de espalhamento total pode se supor finita; desprezando desta maneira contribuições dos pacotes de ondas que passam infinitamente longe da corda. Por isso introduzimos um corte dado pela distância da corda.

Consideramos que existe uma motivação física para este corte. Este estaria dado pelo comprimento de correlação entre duas cordas que durante o início do regime de fricção que segue a formação destas é definido por $\xi \simeq \lambda^{-1} \eta^{-1}$, onde λ é a constante de acoplamento do potencial de Higgs na Eq. (4.3) e $\eta = 10^{15} \text{ GeV}$ a escala de energia GUT. Mais tarde, ao alcançar o regime de escala na dinâmica de cordas $\xi \sim t$. Implementamos esta idéia em nosso cálculo perturbativo da seção de choque de espalhamento. Nesta seção abordam-se duas questões que tem sido tratadas “superficialmente” na literatura: 1) A inclusão do efeito do campo de Higgs da corda no espalhamento, conforme estimado

virtude das cargas $\tilde{U}(1)$ para o Higgs Φ_{126} e para o férmion ν_R um termo de massa de Majorana que viola a conservação do número de lépton é possível na Lagrangeana como descrito pela equação (4.9):

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= (\mathcal{D}_\mu \Phi_{126})^* (\mathcal{D}^\mu \Phi_{126}) - \frac{1}{4} \mathcal{F}_{\mu\nu} \mathcal{F}^{\mu\nu} - \frac{\lambda}{4} (|\Phi_{126}|^2 - \eta^2)^2 + \mathcal{L}_{fermion} , \\ \mathcal{L}_{fermion} &= \psi^\dagger i \sigma^\mu \mathcal{D}_\mu \psi - \frac{1}{2} i g \psi^\dagger \Phi_{126} \psi^C + (h.c) . \end{aligned} \quad (7.2)$$

Aquí $\mathcal{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathcal{A}_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu$, $\mathcal{D}_\mu \Phi_{126} = (\partial_\mu - i e \mathcal{A}_\mu) \Phi_{126}$, $\psi^C = i \sigma^2 \psi^*$, $\sigma^\mu = (I, \sigma^i)$ e $\mathcal{D}_\mu \psi = (\partial_\mu - \frac{1}{2} i e \mathcal{A}_\mu) \psi$ ¹. Ao produzir-se a corda, os campos de Higgs e de calibre se fazem massivos com massas $M_{\mathcal{H}} = \sqrt{\lambda} \eta$ e $M_{\mathcal{A}} = \sqrt{2} e \eta$, respectivamente. A quebra do número leptónico é produzida no termo de massa da contribuição fermiónica $M_o \psi^\dagger \sigma^2 \psi^*$, com $M_o = g \eta$ a massa do férmion visto que no setor de vácuo da corda $\mathcal{A}_\mu = 0$ e $\Phi = \eta$.

A configuração da corda em coordenadas planares para um número de enrolamento $n = 1$ é descrita segundo a Eq. (4.7)

$$\Phi = \eta f(r) e^{i\phi} , \quad \mathcal{A}_\mu = \frac{a(r)}{e r} , \quad (7.3)$$

substituindo na Eq. (4.8) os comportamentos assintóticos podem ser fixados como $f(0) = a(0) = 0$, $f(\infty) = a(\infty) = 1$.

No estado livre, o campo quântico do férmion de Majorana de quiralidade direita [75] é dado por

$$\begin{aligned} \hat{\psi}(\mathbf{x}, t) &= \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} \sum_{\mathbf{p}} \frac{1}{\sqrt{2p_o}} [(\hat{c}(\mathbf{p}, +) e^{-ip \cdot x} + \hat{c}^\dagger(\mathbf{p}, -) e^{ip \cdot x}) \sqrt{p_o + p} \chi(\mathbf{p}, +) + \\ &+ (\hat{c}(\mathbf{p}, -) e^{-ip \cdot x} - \hat{c}^\dagger(\mathbf{p}, +) e^{ip \cdot x}) \sqrt{p_o - p} \chi(\mathbf{p}, -)] , \end{aligned} \quad (7.4)$$

note-se que para massa zero sô a helicidade + contribuirá, $p_o = \sqrt{|\mathbf{p}|^2 + M_o^2}$ e \mathcal{V} é o volume de normalização. Os estados de helicidade positiva e negativa $\chi(\mathbf{p}, \pm)$ são

¹Doravante omite-se os índices da representação para simplificar a apresentação.

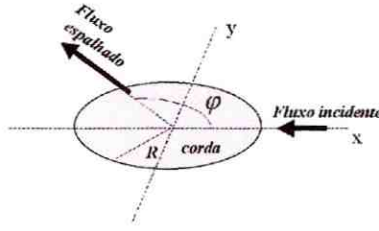


Figura 7-1: Espalhamento de férmions por uma corda cósmica em um ângulo $\theta = \pi - \varphi$. A corda é representada pelo círculo de rádio R .

7.3 Espalhamento de um neutrino por uma corda nos regimes de fricção e de escala

Póde-se escrever a densidade Lagrangeana fermiônica dada pela Eq.(7.2) como

$$\mathcal{L}_{ferm} = \mathcal{L}_{free} + \mathcal{L}_{int} ,$$

onde a interação \mathcal{L}_{int} é definida como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} = & \frac{e}{2} \psi^\dagger \sigma^\mu \mathcal{A}_\mu \psi - \frac{M_o}{2} \psi^\dagger \sigma^2 \psi^* (1 - e^{i\phi} f(r)) \\ & - \frac{M_o}{2} \psi^T \sigma^2 \psi (1 - e^{-i\phi} f(r)) . \end{aligned} \quad (7.10)$$

Devido ao termo de interação com o campo de Higgs, a condição de aplicabilidade do método perturbativo requer $p > M_o$.

No referencial de repouso da corda, a seção de choque de espalhamento num tempo de interação \mathcal{T} está dada por

$$\sigma = \sum_{\text{estados finais}} \frac{\mathcal{V} p_o}{\mathcal{T} p} |S_{f i}|^2 , \quad (7.11)$$

onde a soma sobre os estados finais inclui os momentos lineares finais e estados de helicidades.

pela contribuição do corte no primeiro termo. Pode ver-se que no regime de fricção, a contribuição de ângulos maiores não pôde ser despreziada.

Para um estado inicial $|i\rangle = |\mathbf{p}, -\rangle$ sem mudança de helicidade no estado final, espera-se uma contribuição finita à amplitude de espalhamento (em virtude da conservação da helicidade), menor devido à natureza essencialmente direita da quiralidade do fêrmion

$$S_{-,-}^{(1)} = i \int d^4x \left\langle \mathbf{p}', - \left| \frac{e}{2} \psi^\dagger \sigma^\mu \mathcal{A}_\mu \psi \right| \mathbf{p}, - \right\rangle =$$

$$= \frac{\pi L}{V} \sqrt{\frac{(p_o' - p') (p_o - p)}{2p_o' 2p_o}} 2\pi \delta(p_o' - p_o) \int_R^\xi dr J_1(Qr) \quad , \quad (7.22)$$

de tal maneira que a seção de choque de espalhamento parcial é

$$\frac{d\sigma_{AB}}{dL d\varphi_{- \rightarrow -}} = \frac{\pi}{32 p} \left(\frac{M_o^2}{2p^2} \right)^2 \left(\int_{2pR}^{2p\xi} dz J_1 \left(z \cos \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right) \right)^2 \quad , \quad (7.23)$$

isto é $\frac{d\sigma_{AB}}{dL_{- \rightarrow -}} \sim \mathcal{O} \left(\frac{M_o^2}{2p^2} \right)^2 \times \frac{d\sigma_{AB}}{dL_{+ \rightarrow +}}$; que como é muito menor não se inclui nos

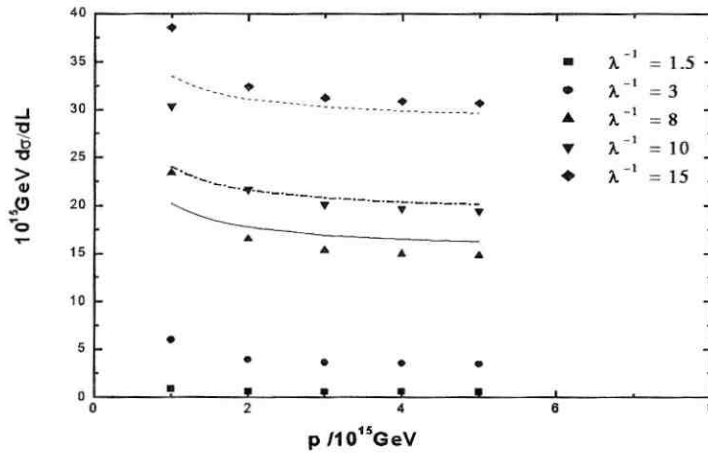


Figura 7-2: Contribuição do campo de calibre da corda para a seção de choque de espalhamento de helicidade $+ \rightarrow +$ no regime de fricção para valores diferentes de λ . As linhas representam o ajuste obtido usando a Eq. (7.21).

onde agora

$$\mathcal{G}_{+,+} = \int d\phi dr r e^{-iQr} (1 - e^{-i\phi} f) . \quad (7.30)$$

Repetindo o procedimento anterior obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{+,+} &= 2\pi \int dr [r J_0(Qr) + i e^{-i\beta} f J_1(Qr)] = \\ &= \frac{\pi}{2p^2} (\Xi_o + i e^{-i\beta} \Xi_1) . \end{aligned} \quad (7.31)$$

Analogamente, com mudança de helicidade

$$\begin{aligned} S_{-,+}^{(3)} &= \frac{i M_o L}{2\mathcal{V}} \sqrt{\frac{(p_o' + p') (p_o + p)}{2p_o' 2p_o}} \cos(\varphi/2) 2\pi \delta(p_o' - p_o) \\ &\times \frac{\pi}{2p^2} (\Xi_o + i \Xi_1 e^{-i\beta}) . \end{aligned} \quad (7.32)$$

Usando estes resultados $|S_{+,+}^{(2)} + S_{+,+}^{(3)}|^2 \sim \left(\frac{M_o}{p}\right)^2 |S_{-,+}^{(2)} + S_{-,+}^{(3)}|^2$, que indica que a violação de helicidade é favorecida pelo acoplamento de Majorana. É importante notar que a contribuição principal deve-se a amplitude $S_{-,+}^{(3)}$ como conseqüência, também, do tipo de acoplamento.

Das Eqs. (7.28) , (7.32) temos

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} |S_{-,+}^{(2)} + S_{-,+}^{(3)}|^2 &= \frac{\pi^2 L^2}{16\mathcal{V}^2} \left(\frac{M_o}{p}\right)^2 \frac{\cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{p^2} 2\pi \delta(p_o' - p_o) \times \\ &\left[\left(\Xi_o + \frac{p}{p_o} \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \Xi_1\right)^2 + \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \Xi_1^2 \right] , \end{aligned} \quad (7.33)$$

e então a seção de choque de espalhamento parcial é

$$\frac{d\sigma_H}{dLd\varphi_{+ \rightarrow -}} = \frac{\pi}{32p} \left(\frac{M_o}{p}\right)^2 \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \left[\Xi_o^2 + 2 \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \Xi_o \Xi_1 + \Xi_1^2 \right] \quad (7.34)$$

O cálculo numérico desta seção de choque dominante mostra-se na Fig. 7.3 . Estes

devida ao campo de calibre

$$\frac{d\sigma_{AB}}{dL} \simeq 2 \left(1 + \frac{M_o^2}{4p^2}\right)^2 \xi \quad (7.36)$$

Pode-se ver que a contribuição dada pelo campo de Higgs é ainda melhor aproximada pela Eq. (7.35) no regime de escala. Dado que o comprimento de correlação é muito maior no regime de escala do que no regime de fricção, as seções de choque agora resultam ser correspondentemente maiores do que as anteriores.

É necessário esclarecer como foram calculadas as seções de choque totais no regime de escala. A idéia é quebrar o intervalo de integração do ângulo φ como segue:

$$\begin{aligned} [-\pi, \pi] = & \left[-\pi, -\pi + \frac{1}{2p\xi} \right] \cup \left[-\pi + \frac{1}{2p\xi}, -\pi + \frac{1}{2pR} \right] \cup \left[-\pi + \frac{1}{2pR}, \pi - \frac{1}{2pR} \right] \\ & \cup \left[\pi - \frac{1}{2pR}, \pi - \frac{1}{2p\xi} \right] \cup \left[\pi - \frac{1}{2p\xi}, \pi \right], \end{aligned}$$

nos intervalos $\left[-\pi, -\pi + \frac{1}{2p\xi} \right]$ e $\left[\pi - \frac{1}{2p\xi}, \pi \right]$ as funções de Bessel $J_0(x) \approx 1 - \frac{x^2}{4}$, $J_0(y) \approx 1 - \frac{y^2}{4}$ com $x = 2pR \cos(\frac{\varphi}{2})$, $y = 2p\xi \cos(\frac{\varphi}{2})$; isto é tem argumento pequeno. No intervalo $\left[-\pi + \frac{1}{2p\xi}, \pi - \frac{1}{2p\xi} \right]$ aproxima-se $J_0(y) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi y}} \cos\left(y - \frac{\pi}{4}\right)$ por seu valor de argumento maior. A função $J_0(x)$ ainda tem argumento pequeno nos intervalos $\left[-\pi + \frac{1}{2p\xi}, -\pi + \frac{1}{2pR} \right]$ e $\left[\pi - \frac{1}{2pR}, \pi - \frac{1}{2p\xi} \right]$, porém no intervalo $\left[-\pi + \frac{1}{2pR}, \pi - \frac{1}{2pR} \right]$ aproxima-se por seu valor de argumento maior $J_0(x) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. Este raciocínio permite calcular as integrais que aparecem nas seções eficacez em (7.19) e (7.34).

7.4 Captura de férmions por cordas com emissão de bósons

Este processo tem analogia com a captura de um elétron por um núcleo com a emissão de um fóton sendo a sua descrição em termos da interação do elétron com o campo de radiação quantizado, além da atração de Coulomb. Sobre esta base teremos duas

onde $\widehat{\psi}_{free}$ é dado pela Eq. (7.4), enquanto que o modo zero

$$\widehat{\psi}_{zm} = \sum_{p_z > 0} \left[\widehat{c}_o(p_z, +) \mathcal{U}_o(p_z, +) e^{-i\omega t} + \widehat{c}_o^\dagger(p_z, +) \mathcal{U}_o^*(p_z, +) e^{i\omega t} \right], \quad (7.40)$$

descreve partículas sem massa, que se movem ao longo do eixo z , em termos do operador de anticomutação \widehat{c}_o . A função de onda do modo zero $\mathcal{U}_o(p_z, +)$ (aqui fazemos a identificação $\mathcal{U}_o(p_z, +) = \psi(r, \phi)$) é dada por (4.11) e a normalização por (4.12). Observa-se que isso requer uma descrição mais detalhada dos campos clássicos no interior da corda que aquela que foi feita nas Eqs. (7.13), (7.14)

$$f(\rho) = f_o \rho', \quad a(\rho) = a_o \rho'^2, \quad \rho' < 1 \quad (7.41)$$

onde a_o e f_o são constantes que, da condição de normalização da $\widetilde{M} = M_{\mathcal{H}} \sqrt{\frac{M_o}{M_{\mathcal{H}}} f_o + \frac{a_o}{2}}$, além do que $\rho' = M_{\mathcal{H}} r'$. Os campos quânticos bosônicos são massivos e são descritos em termos de operadores com comutadores usuais para o Higgs complexo e de calibre real

$$\widehat{\Phi}(x) = \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\sqrt{2k_o \mathcal{V}}} \left(a_{\mathbf{k}} e^{-ik^\mu x_\mu} + b_{\mathbf{k}}^\dagger e^{ik^\mu x_\mu} \right), \quad (7.42)$$

$$\widehat{A}_\mu(x) = \sum_{\lambda} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\sqrt{2k_o \mathcal{V}}} \left(\varepsilon_\mu(\mathbf{k}, \lambda) a(\mathbf{k}, \lambda) e^{-ik^\nu x_\nu} + \varepsilon_\mu^*(\mathbf{k}, \lambda) a^\dagger(\mathbf{k}, \lambda) e^{ik^\nu x_\nu} \right), \quad (7.43)$$

onde os vetores de polarização satisfazem

$$\varepsilon_\mu^*(\mathbf{k}, \lambda) \varepsilon^\mu(\mathbf{k}, \lambda') = -\delta_{\lambda\lambda'}, \quad \sum_{\lambda} \varepsilon_\mu(\mathbf{k}, \lambda) \varepsilon_\nu^*(\mathbf{k}, \lambda) = -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{M_{\mathcal{A}}^2}. \quad (7.44)$$

O processo de captura do neutrino com emissão de uma partícula Higgs superpesada $\nu_R \rightarrow \nu_{zm} + \Phi$, é produzido pelo segundo termo da Eq. (7.38) que, a primeira ordem na teoria de perturbação, a amplitude de probabilidade [76]

$$\mathcal{S}_{zm, \Phi, \nu_R} = \frac{g}{4} \frac{\widetilde{M}}{\mathcal{V} \sqrt{\pi k_o L}} \sqrt{\frac{p_o + p}{2p_o}} 2\pi \delta(p_o - q_o - k_o) 2\pi \delta(q_z + k_z) \Gamma(Q), \quad (7.45)$$

onde agora $Q = |\mathbf{p} - \mathbf{k}_T|$, $\chi_o = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\chi(\mathbf{p}, +) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ e $\Gamma(Q)$ é aquela da Eq. (7.48). Para a análise seguinte precisa-se da soma sobre os estados de polarização

$$\sum_{\lambda} |\chi_o^{\dagger} \sigma^{\mu} \varepsilon_{\mu}^*(\mathbf{k}, \lambda) \chi(\mathbf{p}, +)|^2 = \frac{3}{2} + \frac{1}{M_A^2} [k_T^2 + k_z^2 - k_o k_z + k_o k_T \cos \varphi - k_T k_z \cos \varphi]. \quad (7.51)$$

Com este resultado a seção de choque de captura no limite em que todas as massas são iguais resulta

$$\frac{d\sigma}{dLd\varphi} = \frac{e^2}{32\pi M_o} \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{\sqrt{1+y^2}} \right) \int_0^y dz z \left\{ \frac{3}{2} + \frac{4 + z^2 y^2 - y^2 + 3z^2}{2(1+y^2)} + \frac{z(z^2 + 1)}{\sqrt{1+y^2}} \cos \varphi \right\} e^{-(y^2 + 2yz \cos \varphi + z^2)}. \quad (7.52)$$

Os resultados numéricos para a seção de choque total na mesma aproximação de massas iguais e usando $\alpha_{GUT}^{-1} = \frac{4\pi}{e^2} = 26$, são apresentados na Fig. 7.5. Comprova-se que ambas seções de choque mostram um comportamento ressonante para o momento linear de ν_R da ordem de sua massa.

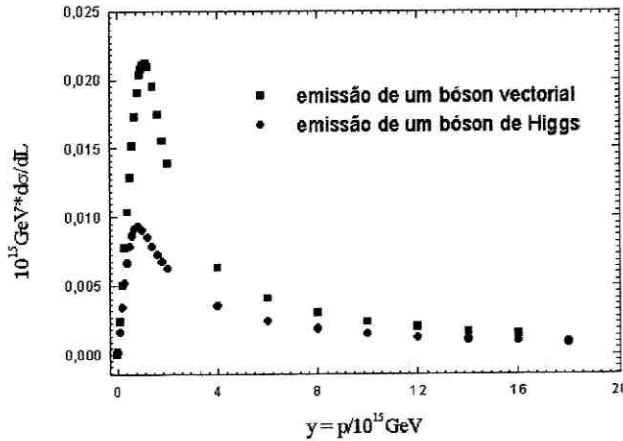


Figura 7-5: Comparação das seções de choque de captura de ν_R para formar modos zeros com emissão de um bóson de Higgs ou um bóson vectorial.

enquanto que para a formação no final deste período $T_f \simeq 10^{11} GeV$

$$n_v^{fr}(T) \simeq M_{PL}^{-3/2} \times \frac{T_{GUT}^{-3}}{T_f^{-15/2}} \times \frac{T^3}{T_f^3} =$$

$$\left(\frac{M_{PL}}{T_f}\right)^{-3/2} \times \left(\frac{T_{GUT}}{T_f}\right)^{-3} \times T^3 \simeq 10^{-24} T^3. \quad (7.56)$$

Considerando o número de portadores fermiônicos no laço [80]

$$N \simeq \xi(T_f) T_{GUT}, \quad (7.57)$$

no início do regime de fricção, quando $T_f = T_{GUT}$, temos

$$N_{in}^{fr} \simeq M_{PL}^{1/2} \frac{T_{GUT}}{T_{GUT}^{5/2}} \times T_{GUT} = \left(\frac{M_{PL}}{T_{GUT}}\right)^{1/2} \simeq 100, \quad (7.58)$$

e ao final desse regime, quando $T_f \simeq 10^{11} GeV$, obtém-se

$$N_{fin}^{fr} \simeq \left(\frac{M_{PL}}{T_f}\right)^{1/2} \times \left(\frac{T_{GUT}}{T_f}\right)^{1/2} \sim 10^{12}. \quad (7.59)$$

Por outro lado, na formação no regime de escala, válido para $T_f \lesssim 10^{11} GeV$, onde

$$\xi^{sc} \simeq H^{-1} \simeq \frac{m_{PL}}{T^2}, \quad (7.60)$$

sendo H o parâmetro Hubble, temos

$$n_v^{sc}(T) \sim (\xi^{sc}(T_f))^{-3} \left(\frac{T}{T_f}\right)^3 \sim \left(\frac{M_{PL}}{T_f}\right)^{-3} T^3 \lesssim 10^{-24} T^3, \quad (7.61)$$

e o número de portadores fermiônicos é dado por

$$N^{sc} = \xi^{sc}(T_f) T_{GUT} \simeq \left(\frac{M_{PL}}{T_f}\right) \frac{T_{GUT}}{T_f} \gtrsim 10^{12}, \quad (7.62)$$

ambos os resultados concordam com o limite da época de fricção.

caso, a adição dos 11 férmions, além do ν_R , tornaria a análise do problema consideravelmente mais difícil.

Considerando o espalhamento dos férmions por cordas longas e retas pode-se notar que ao efeito tradicional de Aharonov-Bohm devido ao potencial de calibre da corda (como no caso do solenoide), também a interação com o campo de Higgs que gera a massa do férmion deve ser adicionado. Dos cálculos, pode-se ver que este efeito na seção de choque total de espalhamento cresce com a separação entre cordas mais rápido do que aquele devido ao campo de calibre, por um fator logarítmico que está relacionado com a fase de enrolamento também presente a longas distâncias .

Para esta classe de cordas sua densidade de comprimento seria $\propto 1/\xi^2$, e subtraído a expansão do universo, a correspondente por unidade de volumen de comovimento no regime de escala variaria como $1/t$. Como a seção de choque por unidade de comprimento para o espalhamento de neutrinos cresce como t , o efeito devido aos alvos em unidade de volume comovel seria aproximadamente constante.

Para tornar o processo de geração de correntes supercondutoras mais realista, deveria-se levar em conta a propagação dos neutrinos no plasma fora da corda, a influência do movimento da corda e as flutuações do campo equivalente ao elétrico que poderiam produzir saltos dos férmions de energias negativas para positivas dentro da corda.

Bibliografia

- [1] Para uma revisão recente do Modelo Padrão veja J. L. Rosner , hep-ph/0108195
- [2] P. Langacker , hep-ph/0110129
- [3] G. Degrassi , hep-ph/0102137
- [4] J. Ellis , CMS Bulletin 00-04 (2000) 7 , hep-ex/0011086
- [5] D. V. Nanopoulos , Phys. Scripta **24** (1981) 873
- [6] Super-Kamiokande Collaboration, Y. Fukuda et al., Phys. Rev. Lett. **81**(1999)2644;
ibid. **82**(1999)5194 ; hep-ex/9908049
- [7] P. Langacker and N. Polonsky , Phys. Rev. D **47**(1993)4028
- [8] S. Dimopoulos, S. Raby and F. Wilczek, Phys. Rev. D **24**(1981)1681 ; U. Amaldi,
W. de Boer and H. Fürstenau , Phys. Lett. B **260**(1991)447
- [9] H. Georgi and S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. **32**(1974)438
- [10] Gauge Theory of Weak Interactions, W. Greiner and B. Muller, Springer-Verlag
1993
- [11] B. Viren , hep-ex/9903029
- [12] W. de Boer , Prog. and Nucl. Phys. **33**(1994)201
- [13] H. Georgi and C. Jarlskog , Phys. Lett. B **86**(1979)297

- [31] A. D. Linde, Nucl. Phys. B **216**(1983)421
- [32] E. Copeland, FERMILAB-PUB-88-108-A, Aug 1988.
- [33] T. W. Kibble , J. Phys. A **9**(1976)1387 , Phys. Rep. **67**(1980)183
- [34] A. Vilenkin , Phys. Rep. **121**(1985)263
- [35] M. B. Hindmarsh and T. W. Kibble, Rept. Prog. Phys. **58**(1995)477
- [36] H. B. Nielsen and P. Olesen, Nucl. Phys. B **61**(1973)45
- [37] E. B. Bogomol'nyi , Sov. J. Nucl. Phys. **24**(1976)449
- [38] R. Jackiw and P. Rossi, Nucl. Phys. B **190**(1981)681
- [39] E. Witten , Nucl. Phys. B **249**(1985)557
- [40] S. C. Davis , Int. J. Theor. Phys. **38**(1999)2889
- [41] S. C. Davis , W. B. Perkins and A. C. Davis, Phys. Rev. D **62**(2000)043503
- [42] H. N. Brown et al., Muon (g-2) Coll., Phys. Rev. Lett. **86**(2001)2227
- [43] A. V. Olinto, astro-ph/0201257 , A. A. Watson, astro-ph/0112474
- [44] V. Berezhinsky, astro-ph/0107306
- [45] V. Berezhinsky, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **87**(2000)387
- [46] Ya. B. Zeldovich and A. A. Starobinsky , Soviet Physics, JETP **34**(1972) 1159 ,
D. J. H. Chung, E. W. Kolb and A. Riotto, Phys. Rev. D **59**(1999)023501 , V. A.
Kuzmin and I. I. Tkachev, JETP Lett. **69**(1998)271
- [47] H. J. de Vega and N. Sánchez, hep-ph/0202249
- [48] K. Enqvist and D. V. Nanopoulos, Prog. Part. Nucl. Phys. **16**(1986)1

- [67] X. Calmet, H. Fritzsch and D. Holtmannspötter , hep-ph/0103012
- [68] S. Barshay and G. Kreyerhoff, Eur. Phys. J. C **23**(2002) 191.
- [69] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. Dvali, Phys. Lett. B **429**(1998)263
- [70] M. Hayakawa, hep-ph/9904445
- [71] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. Dvali, Phys. Rev. D **59**(1999)086004
- [72] M. G. Alford and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **62**(1989)1071
- [73] W. B. Perkins, L. Perivolaropoulos, A. C. Davis, R. H. Brandenberger and A. Matheson, Nucl. Phys. B **353**(1991)237 ; S. Sakoda and M. Omote, J. Math. Phys. **38**(1997)716
- [74] R. Brandenberger, A. C. Davis and A. M. Matheson, Nucl. Phys. **307**(1988)909
- [75] P. D. Mannheim, Int. Jour. of Theor. Phys. **23**(1984)681
- [76] H. Chávez and L. Masperi , New Journal of Physics **4**(2002)1.1, hep-ph/0206275
- [77] F. Vera and I. Schmidt, Phys. Rev. D. **42**(1990)3591
- [78] A. Albrecht and N. Turok, Phys. Rev. Lett. **54**(1985)1868 , D. Bennett and F. Bouchet, Phys. Rev. Lett. **60**(1988)257 , M. Hindmarsh, Phys. Rev. Lett. **80**(1998)2277
- [79] L. Masperi and M. Orsaria, Astropart. Phys. **16**(2002)411
- [80] B. Carter and A. C. Davis, Phys. Rev. D **61**(2000)123501
- [81] B. Brandenberger, B. Carter, A. C. Davis and M. Trodden, Phys. Rev. D **54**(1996)6059
- [82] C. Martins and E. Shellard, Phys. Rev. D **57**(1998)173

“GRANDE UNIFICAÇÃO PARA ANOMALIA DO MÚON E CORDAS CÓSMICAS”

Helder Hipólito Chávez Sánchez

Tese de Doutorado apresentada no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, fazendo parte da Banca Examinadora os seguintes professores:



Luis Masperi – Presidente



Carlos Alberto Aragão de Carvalho Filho



José Antonio Martins Simões



José Abdalla Helayël Neto



Ronald Cintra Shellard

Rio de Janeiro, 12 de setembro de 2002

“Grande unificação para Anomalia de Múon e cordas cósmicas”

Helder Hipólito Chávez Sánchez

Tese apresentada no Centro Brasileiro de Pesquisas Física, fazendo parte da Banca examinadora os seguintes Professores:

Luis Masperi– Presidente/Centro Latino Americano de Física

Carlos Alberto Aragão de Carvalho Filho – UFRJ

José Antonio Martins Simões – UFRJ

José Abdalla Helayel Neto – CBPF

Ronald Cintra Shellard - CBPF

Rio de Janeiro 12 de setembro de 2002