Tese de Doutorado

"O PROBLEMA DO SPIN NA HADRONIZAÇÃO DE QUARKS: UM MODELO PARA FRAGMENTAÇÃO COERENTE APLICADO A PROCESSOS DE ANIQUILAÇÃO DE PARES ELÉTRON-PÓSITRON"

Paulo César Ribeiro Quintairos

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

Rio de Janeiro, fevereiro de 1999

Agradecimentos

Agradeço a todos os que me ajudaram

Resumo

Esta tese trata do problema de explicar como o estado de spin de elétrons e pósitrons pode determinar o estado de polarização dos hádrons gerados via processo de aniquilação de pares e^-e^+. Mais especificamente, mostra-se como as interações entre quarks e antiquarks podem dar origem a elementos não-diagonais, diferentes de zero, nas matrizes densidade de helicidade de mésons vetoriais produzidos no processo de fragmentação. No caso das partículas produzidas no LEP (CERN), a partir de feixes iniciais não-polarizados, as predições feitas estão de acordo com os dados experimentais obtidos pela colaboração OPAL para as partículas ϕ e D^*'s. São feitas predições para o elemento $\rho_{-1,1}(V)$ de vários mésons vetoriais produzidos a grande z e $p_T \to 0$; predições são feitas também para o caso em que os mésons são produzidos via aniquilação de pares e^-e^+ polarizados.

Analisam-se ainda alguns dados referentes à produção de hádrons no LEP. Mostra-se que a abundância relativa de mésons vetoriais e vetoriais + pseudoescalares, $V/(V + P)$, e a probabilidade de serem encontrados estados com helicidade nula para mésons vetoriais, $\rho_{00}(V)$, podem ser interpretadas em termos das funções de fragmentação polarizadas das partículas produzidas. Estimativas numéricas são dadas para os estados K e K^*, D e D^* e B e B^*.

Abstract

This *thesis* treat the problem of explain how the spin state of eletrons and positrons can determinate the polarization state of hadrons produced by e^-e^+ annihilaton. More specificly, is shown how the interactions between quarks and antiquarks can give rise to off-diagonal elements of the helicity density matrix of vector mesons produced in fragmentation processes. For mesons produced at LEP (CERN) by unpolarized beams, the predictions agree with the experimental data from OPAL Collaboration for ϕ and D^* particles. Predictions for element

$\rho_{-1,1}(V)$ are given for some vector mesons produced at large z and $p_T \to 0$; predictions for case of vector mesons produced by polarized initial beams of e^-e^+ are also presented.

Some data on hadron production at LEP are analyzed. It's shown that the relation between the ratio $V/(V + P)$ and $\rho_{0\,0}(V)$ can be interpreted in terms of the polarized fragmentation functions of the produced particles. Numerical estimates are given for the states K and K^*, D and D^* and B and B^*.

Conteúdo

Introdução: contexto e organização da tese

Desde a chamada "crise do spin do próton", Ref. [1], sabe–se que compreender o spin das partículas em termos dos spins dos seus constituintes é uma tarefa bastante mais árdua do que parecia até então. Viu–se que não bastava apenas somar os spins dos quarks para obter o spin do hádron e, assim, mais sutilezas existem na dinâmica interna das partículas; desde esta "crise", muitos físicos têm se dedicado a tentar desvendar este mecanismo. Esta tese faz parte deste esforço e mostra como a aplicação de um modelo para o processo de fragmentação coerente ao processo de produção de hádrons — via aniquilação de pares elétron–pósitron no CERN — pode contribuir para a compreensão do mecanismo de spin.

Fazer um breve histórico de tudo o que foi feito desde que se instaurou a "crise do spin do próton" tomaria mais páginas do que se deve dedicar à introdução de uma *tese de doutorado*. Entretanto, não citar aqui os resultados que antecederam à contribuição original deste trabalho não permitiria uma visão deste, no contexto da Física de Spin. Sendo assim, será apresentado, nos próximos parágrafos, um brevíssimo "histórico" do modelo coerente de fragmentação, que será utilizado nesta tese.

Em 1985, M. Anselmino, P. Kroll e B. Pire, Ref. [2], mostraram que as possíveis interações entre os quarks e antiquarks criados no processo de hadronização implica que a matriz densidade de helicidade do hádron final, gerado no processo, não seja diagonal; tal resultado é contrário ao que advém do modelo usualmente adotado de fragmentação incoerente (que não considera as interações entre quarks e antiquarks). Ainda na Ref. [2], foi mostrado que a confirmação experimental de que a matriz $\rho_{\lambda,\lambda'}(V)$ não é diagonal é uma prova cabal de que as interações nos estados $q\bar{q}$ são relevantes para a compreensão dos processos de hadronização. Naquele período, dada a escassez de dados experimentais, não foi possível a comprovação experimental da hipótese apresentada.

Somente em 1993, quando alguns dados experimentais já estavam disponíveis, A. Anselm, M. Anselmino, F. Murgia e M. G. Ryskin, Ref. [3], utilizaram o modelo coerente para a fragmentação de quarks para descrever o processo $e^-e^+ \longrightarrow q\bar{q} \longrightarrow hX$ (a grande x e $\vec{p_T} \to \vec{0}$); viu–se que a matriz densidade de helicidade do estado final h somente apresenta elementos não–diagonais diferentes de zero para mésons de spin 1. Mostrou–se, assim, que para $h = \Lambda$, o modelo coerente de fragmentação não pode auxiliar na compreensão de como o spin do hádron final depende do spin dos constituintes.

É neste contexto que foram feitos os trabalhos que constituem a contribuição original da presente tese, Refs. [4], [5], [6] e [7]. Em 1998, M. Anselmino, M. Bertini, F. Murgia e P. Quintairos, Ref. [4], calcularam os valores de $\rho_{-1,+1}^{e^-e^+\to VX}(V)$ para os mésons vetoriais $V = B^*, D^*, \phi, \rho, K^*$; as predições feitas para as partículas B^* e ϕ estão em acordo com os dados obtidos pela colaboração OPAL, Refs. [8] e [9]; para as demais partículas não há dados disponíveis. Em virtude desses animadores resultados obtidos e, apesar da momentânea impossibilidade de se fazerem experimentos com processos $e^-e^+ \longrightarrow q\bar{q} \longrightarrow hX$ com os feixes iniciais polarizados, mostrou–se, Ref. [7], que a aplicação do modelo coerente de fragmentação dos quarks a tais processos fornece relevantes informações acerca dos mecanismos de fragmentação. Mostrou–se, ainda, que o valor negativo dos elementos não–diagonais da matriz densidade de helicidade do hádron final (resultado este previsto teoricamente e confirmado experimentalmente) é devido à predominante influência de algumas direções de polarização no processo de hadronização; este fato é mais uma evidência contrária à aplicação de regras simples de estatística na descrição dos estados de spin pois, de acordo com tais regras, todos os estados permitidos de spin e polarização têm iguais probabilidades de serem produzidos.

Continuando a tarefa de estabelecer os limites dos modelos incoerentes de fragmentação e da aplicação de regras simples de estatísticas para prever as probabilidades de produção de estados de spin, M. Anselmino, M. Bertini, C. Burgard, F. Caruso e P. Quintairos, Ref. [6], mostraram que quanto à abundância relativa de partículas vetoriais (V) e pseudo–vetoriais (P), na produção de mésons, a relação entre as grandezas *mensuráveis* $V/(V+P)$ e $\rho_{00}(V)$ fornece mais uma evidência contrária à aplicação de regras simples de estatística para prever estas abundâncias relativas da produção de partículas com diferentes spins; mostrou–se, assim, que as hipóteses admitidas na Ref. [7] acerca de α^V estão de acordo com os resultados experimentais.

Com o intuito de apresentar de forma clara e concisa os resultados originais que constituem o corpo da presente tese, a seguinte sistemática foi adotada: no Capítulo 1, mostra–se como as assimetrias de spin podem ser investigadas nos processos com estados iniciais hadrônicos. Mostram–se, então, algumas das dificuldades em tentar comprender o spin dos hádrons em termos dos seus constituintes, através de processos cujos estados iniciais não sejam puramente leptônicos. Ainda no primeiro capítulo, são apresentados resultados bem conhecidos na literatura, na notação que será utilizada em todo o texto. Isto serve, dentre outras coisas, para mostrar como a notação adotada permite uma visão clara e simples de resultados como os efeitos Collins e Sivers. No Capítulo 2, apresenta–se o modelo coerente para o processo de fragmentação. O modelo é aplicado ao processo de produção de hádrons via aniquilação de pares elétron–pósitron; mostra–se que os efeitos devidos às interações entre quarks e antiquarks, no processo de hadronização, somente podem ser medidos na produção de hádrons de spin 1.

No Capítulo 3, começa, de fato, a apresentação das contribuições originais desta tese. Utilizando a hipótese de que ocorrem interações entre os quarks e antiquarks criados (e aniquilados) no processo $e^-e^+ \to q\bar{q} \to hX$, os elementos não–diagonais da matriz densidade de helicidade de mésons vetoriais produzidos no LEP são calculados e comparados com os resultados experimentais. No Capítulo 4, uma análise dos processos de aniquilação de pares polarizados

e^-e^+, no pólo Z^0, é feita. Discute–se, à luz do modelo coerente de fragmentação, como, efetivamente, o estudo destes processos poderia contribuir para a compreensão dos mecanismos de spin.

No Capítulo 5, mostra–se como a partir da análise de resultados experimentais da produção de mésons, pode ser visto que a aplicação de regras simples de estatística para prever as abundâncias dos estados de spin é inconsistente. No Capítulo 6, um apanhado geral dos resultados originais apresentados nos capítulos 3, 4 e 5 é feito; além disso, as perspectivas e desmembramentos de tais resultados são discutidos.

Capítulo 1

Espalhamento duro de partículas polarizadas e assimetrias de spin

Há hoje um conjunto de evidências teóricas e experimentais acerca das assimetrias de spin em diferentes processos semi–inclusivos a altas energias; nestes casos, o estado inicial é puramente leptônico ou hadrônico e observa–se o hádron no estado final. Compreender estas assimetrias, no âmbito do modelo partons–quarks, constitui um problema atual para a fenomenologia hadrônica.

Alguns importantes resultados teóricos, mais precisamente os efeitos Collins (v. Refs. [10] e [11]) e Sivers (v. Ref. [12]), relacionados a processos genéricos do tipo $A(S_A)+B(S_B) \longrightarrow CX$, onde A, B e C representam hádrons e $S_{A(B)}$ e X denotam, respectivamente, o spin da partícula $A(B)$ e um conjunto de partículas não identificadas, serão revistos neste primeiro capítulo. O material que será apresentado a seguir é fortemente inspirado na Ref. [13] e consiste da discussão de resultados bastante conhecidos, escritos em uma notação diferente da adotada nos trabalhos originais (Refs. [10], [11] e [12]). Assim sendo, como este texto destina–se a apresentar de forma consistente e uniforme resultados originais, as discussões ao longo deste primeiro capítulo serão mais breves que nos demais.

1.1 Formalismo do espalhamento duro envolvendo partículas polarizadas: caso $\vec{k}_\perp = \vec{0}$

Nesta seção mostra-se como, a partir do teorema de fatorização generalizado (v. Refs. [10] e [11]), podem ser obtidas assimetrias de spin para um processo inclusivo do tipo $A(S_A) + B(S_B) \longrightarrow CX$; onde A é um estado polarizado, B não-polarizado e a polarização de C não é observada. Será visto ainda que tais assimetrias se anulam sempre que os momenta transversos do processo (o momentum relativo entre as partículas do estado inicial e o do hádron final em relação ao momentum do quark que o gerou) são desprezados. A seção de choque para o processo $A(S_A) + B(S_B) \longrightarrow CX$, a grande momentum transverso do hádron final em relação ao eixo de espalhamento, é dada na Ref. [10] e pode ser reescrita na seguinte forma:

$$d\sigma \sim \sum_{a,b,c} \sum_{\lambda_a,\lambda'_a,\lambda_b,\lambda'_b,\lambda_c,\lambda'_c} \int dx_a dx_b G_a^{A,S_A} G_b^{B,S_B} \rho^{a/A,S_A}_{\lambda_a,\lambda'_a} \rho^{b/B,S_B}_{\lambda_b,\lambda'_b}$$
$$\times M_{\lambda_c;\lambda_a\lambda_b} M^*_{\lambda'_c;\lambda'_a\lambda'_b} D_C^{\lambda_c,\lambda'_c}. \tag{1.1}$$

O símbolo $\sim$ indica que os fatores cinemáticos foram omitidos por não serem relevantes nos cálculos que serão feitos neste capítulo pois apenas apenas diferenças entre seções de choque com fatores cinemáticos idênticos serão importantes. x_i denota a fração de momentum carregada pelo parton i; G_i^{I,S_I} a densidade de partons i no interior do hádron I, cujo spin é S_I; $\rho^{i/I,S_I}_{\lambda_i,\lambda'_i}$ o elemento (λ_i, λ'_i) da matriz densidade de helicidade do parton i, no interior do hádron I cujo spin é S_I; os M's representam as matrizes de transição do processo leptônico, na base de helicidade. A dependência no momentum transverso já foi integrada e, ainda de acordo com Collins, as interações dos estados iniciais não contribuem à seção de choque, cancelando-se em *leading twist*; observa-se, entretanto, que isto não exclui possíveis interações entre os estados finais.

A função de fragmentação de um parton c, com spin S_c, cuja matriz densidade de helicidade é $\rho_{\lambda_c,\lambda'_c}$, é

$$
\begin{aligned}
D_C^{c,S_c} &= \sum_{X,\lambda_X} \sum_{\lambda_c,\lambda'_c,\lambda_C} D_{\lambda_X,\lambda_C;\lambda_c} \rho_{\lambda_c,\lambda'_c} D^*_{\lambda_X,\lambda_C;\lambda'_c} \\
&= \sum_{\lambda_c,\lambda'_c} D_C^{\lambda_c,\lambda'_c}; \qquad (1.2)
\end{aligned}
$$

onde definiu-se que

$$
D_C^{\lambda_c,\lambda'_c} = \sum_{X,\lambda_X,\lambda_C} D_{\lambda_X,\lambda_C;\lambda'_c} D^*_{\lambda_X,\lambda_C;\lambda'_c} = \sum_{\lambda_C} D^{\lambda_c,\lambda_c}_{\lambda_C,\lambda_C}; \qquad (1.3)
$$

os D's denotam as amplitudes de fragmentação, na base de helicidade. Obviamente, para que o parton c se fragmente em $C+X$, interações entre os partons finais tem de ocorrer, ou c tem de estar fora da camada de massa.

A Eq. (1.1) aplica-se ao caso em que a polarização de C não é observada (note-se que na Eq. (1.3) há uma soma em λ_C). No caso mais genérico em que λ_C é observado tem-se:

$$
\begin{aligned}
\rho_{\lambda_C,\lambda'_C} d\sigma(A(S_A)+B(S_B) \to C(S_C)X) &\sim \sum_{a,b,c} \sum_{\lambda_a,\lambda'_a,\lambda_b,\lambda'_b,\lambda_c,\lambda'_c} \int dx_a dx_b \\
&\times G_a^{A,S_A} G_b^{B,S_B}\, \rho^{a/A,S_A}_{\lambda_a,\lambda'_a}\, \rho^{b/B,S_B}_{\lambda_b,\lambda'_b} M_{\lambda_c;\lambda_a\lambda_b} M^*_{\lambda'_c;\lambda'_a\lambda'_b}\, D^{\lambda_c,\lambda'_c}_{\lambda_C,\lambda'_C}\,. \qquad (1.4)
\end{aligned}
$$

Tomando a Eq. (1.1) para o caso de mais baixa ordem, *i. e.*, considerando apenas processos elementares $2 \to 2$ (como, por exemplo, $ab \to cd$), tem-se que a seção de choque do processo $A(S_A)B \longrightarrow CX$ — onde A é polarizado, B não-polarizado e a polarização de C não é observada — é dada por:

$$
\begin{aligned}
d\sigma(A(S_A)B \longrightarrow CX) &\sim \frac{1}{2} \sum_{a,b,c,d} \sum_{\lambda_a,\lambda'_a,\lambda_b,\lambda'_b,\lambda_c,\lambda'_c,\lambda_d} \int dx_a dx_b G_a^{A,S_A} G_b^B \rho^{a/A,S_A}_{\lambda_a,\lambda'_a} \\
&\times M_{\lambda_c\lambda_d;\lambda_a,\lambda_b} M *_{\lambda'_c\lambda_d;\lambda'_a,\lambda_b} D_C^{\lambda_c,\lambda'_c}. \qquad (1.5)
\end{aligned}
$$

Utilizando as propriedades da matriz densidade de helicidade, Ref. [15], com um pouco de algebrismo, mostra-se que

$$
G_a^{A,S_A} = \sum_{X,\lambda_X,\lambda_A,\lambda'_A,\lambda_a} \rho^{(A)}_{\lambda_A,\lambda'_A} G_{\lambda_X,\lambda_a;\lambda_A} G^*_{\lambda_X,\lambda_a;\lambda'_A}\;; \qquad (1.6)
$$

onde os G's representam amplitudes de transição na base de helicidade.

A partir da Eq. (1.6) é fácil ver que desprezando as interações dos estados iniciais ou supondo que os momenta transversos dos partons são nulos ($\vec{k}_\perp = 0$) tem-se G_i^{I,S_I} é independente de S_I e, assim, $G_i^{I,S_I} = G_i^I$. Quanto ao processo de fragmentação, considerando $\vec{k}_\perp = \vec{0}$, de acordo com a Ref. [16], a conservação do momentum angular implica

$$D_C^{\lambda_c,\lambda_c'} = \sum_{X,\lambda_X,\lambda_C} D_{\lambda_X,\lambda_C;\lambda_c} D^*_{\lambda_X,\lambda_C;\lambda_c'} \sim \delta_{\lambda_c,\lambda_c'}. \tag{1.7}$$

Com as considerações acima, obtém-se que

$$d\sigma \sim \frac{1}{2} \sum_{a,b,c,d} \sum_{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_c,\lambda_d} \int dx_a dx_b \; G_a^A G_b^B \; |M_{\lambda_c,\lambda_d;\lambda_a,\lambda_b}|^2 \; D_C^{\lambda_c,\lambda_c}. \tag{1.8}$$

Da conservação da paridade, para o caso de partículas de spin 1/2, tem-se que

$$D_C^{\lambda_c,\lambda_c} = D_C^{-\lambda_c,-\lambda_c} = D_C^c \tag{1.9}$$

e, ainda,

$$\sum_{\lambda_b,\lambda_c,\lambda_d} |M_{\lambda_c,\lambda_d;\lambda_a,\lambda_b}|^2 = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_c,\lambda_d} |M_{\lambda_c,\lambda_d;\lambda_a,\lambda_b}|^2 \sim 2d\hat{\sigma}; \tag{1.10}$$

onde $d\hat{\sigma}(ab \to cd)$ representa a seção de choque do processo elementar entre partons. Sabendo que o traço de uma matriz densidade é igual a 1 e utilizando as Eqs. (1.9) e (1.10), a Eq. (1.8) torna-se:

$$d\sigma(A(S_A)B \to CX) \sim \sum_{a,b,c,d} \int dx_a dx_b G_a^A G_b^B d\hat{\sigma} D_C^c. \tag{1.11}$$

Finalmente conclui-se que a Eq. (1.11) implica necessariamente que

$$d\sigma(A(S_A)B \to CX) - d\sigma(A(-S_A)B \to CX) = 0. \tag{1.12}$$

A Eq. (1.12) nos mostra que, desprezando as interações no estado inicial e os momenta transversos no processo $A(S_A)B \to CX$, nenhum tipo de assimetria de spin é obtido. Nas próximas seções será visto como estas assimetrias podem ser obtidas, teoricamente, ao serem considerados os efeitos dos momenta transversos dos contituintes e do hádron final.

1.2 Assimetrias de spin como conseqüência dos momenta tranversos dos constituintes e do estado final observado

Nesta seção será mostrado como podem ser obtidas assimetrias de spin não nulas ao serem considerados, no processo $A(S_A)B \to CX$, os momenta transversos (i) dos partons em relação ao eixo de espalhamento e (ii) do hádron final observado em relação ao momentum do quark que o gerou.

De acordo com Sivers, Ref. [12], e Collins, Ref. [11], a Eq. (1.1) pode ser generalizada para o caso em que $\vec{k}_{\perp_i} \neq \vec{0}$:

$$d\sigma \sim \sum_{a,b,c} \sum_{\lambda_a,\lambda'_a,\lambda_b,\lambda'_b,\lambda_c,\lambda'_c} \int dx_a d^2\vec{k}_{\perp_a} \int dx_b d^2\vec{k}_{\perp_b} \int dx_c d^2\vec{k}_{\perp_c}$$
$$\times G_a^{A,S_A}(x_a,\vec{k}_{\perp_a})\; G_b^{B,S_B}(x_b,\vec{k}_{\perp_b})\; \rho^{a/A,S_A}_{\lambda_a,\lambda'_a}\; \rho^{b/B,S_B}_{\lambda_b,\lambda'_b}$$
$$\times M_{\lambda_c;\lambda_a,\lambda_b}\; M^*_{\lambda'_c;\lambda'_a,\lambda'_b}\; D_C^{\lambda_c,\lambda'_c}(\vec{k}_{\perp_C}). \tag{1.13}$$

Tomando-se o momentum transverso não nulo em uma das funções $G_i^{I,S_I}(x_i,\vec{k}_{\perp_i})$ obtém-se uma assimetria de spin simples diferente de zero, conhecida como efeito Sivers, ao passo que considerando-se que a função de fragmentação depende do momentum transverso do estado final gerado, *i. e.*, $D_C^{\lambda_c,\lambda'_c}(\vec{k}_{\perp_C})$, obtém-se uma assimetria na distribuição azimutal da partícula C, em torno da direção do jato gerado pelo parton c, ao se inverter o spin de A, *i. e.*, o chamado efeito Collins. A seguir será apresentada uma breve discussão dos efeitos Collins e Sivers.

1.2.1 Efeito Collins

Conforme foi dito, o efeito Collins consiste em uma assimetria na distribuição azimutal da partícula C, em torno da direção do jato gerado pelo parton c, ao se inverter o spin de A, no processo $A(S_A)B \to CX$; teoricamente este efeito pode ser obtido a partir da Eq.

(1.13), considerando que a seção de choque do processo $A(S_A)B \longrightarrow C(\vec{k}_{\perp_C}) + X$ depende do momentum transverso do hádron C com relação ao momentum do parton c. Com estas considerações, a seção de choque $d\sigma(A(S_A)B \longrightarrow C(\vec{k}_{\perp_C})X)$ pode ser escrita como:

$$d\sigma(A(S_A)B \longrightarrow C\,X) \sim \sum_{a,b,c,d} \sum_{\lambda_a,\lambda'_a,\lambda_b,\lambda_c,\lambda'_c,\lambda_d} \int d^2\vec{k}_{\perp_c} \int dx_a dx_b\; \rho^{a/A,S_A}_{\lambda_a,\lambda'_a}$$
$$\times G^A_a(x_a)\; G^B_b(x_B)\; M_{\lambda_c,\lambda_d;\lambda_a,\lambda_b}\; M^*_{\lambda'_c,\lambda_d;\lambda'_a,\lambda_b}\; D^{\lambda_c,\lambda'_c}_C(\vec{k}_{\perp_C}). \tag{1.14}$$

A dependência funcional de $D^{\lambda_c,\lambda'_c}_C$ em $\vec{k}_{\perp_C}$ não permite, tal como na seção 1.1, que $\lambda_c = \lambda'_c$. A conservação da helicidade para o processo elementar implica (v. Ref. [16]) que

$$M_{\lambda_c,\lambda_d;\lambda_a,\lambda_b}\; M^*_{\lambda'_c,\lambda_d;\pm\lambda_a,\lambda_b} \sim \delta_{\lambda_c,\pm\lambda'_c}\;; \tag{1.15}$$

com isto, a seção de choque torna-se

$$d\sigma(A(S_A)B \to C\,X) \sim \frac{1}{2} \sum_{a,b,c,d} \sum_{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_c,\lambda_d} \int d^2\vec{k}_{\perp_c} \int dx_a dx_b\; G^A_a(x_a)\; G^B_b(x_B)$$
$$\times \Big[\rho^{a/A,S_A}_{\lambda_a,\lambda_a}\; |M_{\lambda_c,\lambda_d;\lambda_a,\lambda_b}|^2\; D^{\lambda_c,\lambda_c}_C(\vec{k}_{\perp_C})$$
$$+ \rho^{a/A,S_A}_{\lambda_a,-\lambda_a}\; M_{\lambda_c,\lambda_d;\lambda_a,\lambda_b}\; M^*_{-\lambda_c,\lambda_d;-\lambda_a,\lambda_b}\; D^{\lambda_c,-\lambda_c}_C(\vec{k}_{\perp_C}) \Big]\,. \tag{1.16}$$

Ao primeiro termo do integrando da Eq. (1.16), que é diagonal, aplicam-se os mesmos argumentos utilizados para o caso em que a dependência no momentum transverso não era considerada; obtém-se que este termo é independe de S_A e, assim, não contribui para a assimetria de spin. Resta então investigar a segunda integral.

A conservação da paridade, para o caso de partículas de spin 1/2, implica que

$$D^{\lambda_c,\lambda_c}_C = D^{-\lambda_c,-\lambda_c}_C = D^c_C, \tag{1.17}$$

ou seja, $D^{\lambda_c,\lambda_c}_C$ é independente de λ_c. Utilizando as Eqs. (1.10) e (1.16) e que o traço de uma matriz densidade é igual a 1, obtém-se:

$$d\sigma(A(S_A)B \to C\,X) - d\sigma(A(-S_A)B \to C\,X) \sim$$

$$\frac{1}{2}\sum_{a,b,c,d}\int d^2\vec{k}_{\perp_c}\int dx_a dx_b\; G_a^A\; G_b^B \sum_{\lambda_a,\lambda_b,\lambda_c,\lambda_d}(\rho^{a/A,S_A}_{\lambda_a,-\lambda_a}-\rho^{a/A,-S_A}_{\lambda_a,-\lambda_a})$$
$$\times M_{\lambda_c,\lambda_d;\lambda_a,\lambda_b}\; M^*_{-\lambda_c,\lambda_d;-\lambda_a,\lambda_b}\; D_C^{\lambda_c,-\lambda_c}(\vec{k}_{\perp C}). \tag{1.18}$$

Admitindo que um parton de spin 1/2, contido em um hádron A de spin S_A, tem spin paralelo (p) ou antiparalelo (a) a S_A e, ainda, definindo como $P_p^{a/A,S_A}$ e $P_a^{a/A,S_A}$ as respectivas probabilidades de que tais estados ocorram, tem-se que a matriz densidade de partons a contidos em A, cujo spin é S_A, é

$$\rho^{a/A,S_A}(a)=P_p^{a/A,S_A}\rho^{(A,S_A)}+P_a^{a/A,S_A}\rho^{(A,-S_A)}. \tag{1.19}$$

Admitindo ainda que $P_p(a)^{a/A,S_A}=P_p(a)^{a/A,-S_A}$ tem-se que

$$\rho^{a/A,S_A}(a)-\rho^{a/A,-S_A}(a)=P^{a/A}(\rho^{(A,S_A)}-\rho^{(A,-S_A)}); \tag{1.20}$$

onde

$$P^{a/A}\equiv P_p^{a/A,S_A}-P_a^{a/A,S_A} \tag{1.21}$$

é definida como a polarização do parton a, contido em A.

Tomando x–z como o plano de espalhamento, sendo $\vec{p}_A$ paralelo à direção-z e $\vec{p}_B$ antiparalelo a esta mesma direção, e, ainda, denotando por L, S e N, respectivamente, as orientações de spin ao longo dos eixos z, x e y tem-se, para partículas de spin 1/2 (v. Ref. [16]):

$$\rho^{(A,L)}=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\rho^{(A,S)}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix},\rho^{(A,N)}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&-i\\i&1\end{pmatrix},$$
$$\rho^{(A,-L)}=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix},\rho^{(A,-S)}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix},\rho^{(A,-N)}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&i\\-i&1\end{pmatrix}. \tag{1.22}$$

Aplicando as Eqs. (1.22) à Eq. (1.20) tem-se

$$\rho^{a/A,L}_{\lambda_a,-\lambda_a}-\rho^{a/A,-L}_{\lambda_a,-\lambda_a} = 0,$$

$$\begin{aligned}\rho^{a/A,S}_{\lambda_a,-\lambda_a} - \rho^{a/A,-S}_{\lambda_a,-\lambda_a} &= P^{a/A,S},\\ \rho^{a/A,N}_{\lambda_a,-\lambda_a} - \rho^{a/A,-N}_{\lambda_a,-\lambda_a} &= -2i\lambda_a P^{a/A,S}.\end{aligned} \tag{1.23}$$

O resultado expresso pelas Eqs. (1.23) mostra que ao longo da direção L a assimetria de spin é nula, mesmo considerando os efeitos de $\vec{k}_\perp$. Quanto às demais direções, impondo a invariância por transformação de paridade, Ref. [16], com um pouco de algebrismo mostra-se que apenas na direção (de spin) N a assimetria é nula. Finalmente, os resultados obtidos nesta seção podem ser resumidos nas seguintes equações:

$$d\sigma(A(L,S)B \to C\,X) - d\sigma(A(-L,-S)B \to C\,X) = 0 \tag{1.24}$$

e

$$\begin{aligned}& d\sigma(A(N)B \to C\,X) - d\sigma(A(-N)B \to C\,X)\\ & \sim -i\,2 \sum_{a,b,c,d} \int d^2\vec{k}_{\perp_c} \int dx_a dx_b\, G^A_a\, G^B_b\; P^{a/A,N}\\ & \times \sum_{\lambda_b,\lambda_c,\lambda_d} M_{\lambda_c,\lambda_d;+,\lambda_b}\, M^*_{-\lambda_c,\lambda_d;-,\lambda_b}\, D^{\lambda_c,-\lambda_c}_C(\vec{k}_{\perp_C}).\end{aligned} \tag{1.25}$$

A Eq. (1.25) deve ser computada para que se obtenha a magnitude do efeito Collins; a polarização dos quarks, $P^{a/A,N}(x_a)$, pode ser obtida através de modelos fenomenológicos e $-i2D^{\lambda_c,-\lambda_c}_C(\vec{k}_{\perp_C})$ é uma função real e desconhecida que se anula para $\vec{k}_{\perp_C} = \vec{0}$.

1.2.2 Efeito Sivers

O efeito Sivers consiste em uma assimetria de spin simples, diferente de zero, nos processos inclusivos tipo $A(S_A)B \to CX$, com A polarizado, B não–polarizado e a polarização de C não observada; do ponto de vista teórico, esta assimetria pode ser obtida a partir da Eq. (1.13), considerando–se que o momentum transverso do parton a não é nulo, *i. e.*, $\vec{k}_{\perp_a} \neq \vec{0}$; a seção de choque do processo será dada então por:

$$d\sigma(A(S_A)B \to CX) \sim \frac{1}{2} \sum_{a,b,c,d} \sum_{\lambda_a,\lambda'_a,\lambda_b,\lambda_c,\lambda'_c,\lambda_d,\lambda'_d} \int dx_a\, dx_b\, d^2\vec{k}_{\perp_a}$$
$$\times \rho^{a/A,S_A}_{\lambda_a,\lambda'_a}\; G^B_b\; G^{A,S_A}_a(x_a,\vec{k}_{\perp_a})\; M_{\lambda_c,\lambda_d;\lambda_a,\lambda_b}\; M^*_{\lambda'_c,\lambda_d;\lambda'_a,\lambda_b}\; D^{\lambda_c,\lambda'_c}_C\;. \tag{1.26}$$

Admitindo-se $\vec{k}_{\perp_C} = \vec{0}$ tem-se, conforme as Eqs. (1.7) e (1.9), que $\lambda_c = \lambda'_c$ e, então, a conservação da helicidade impõe $\lambda_a = \lambda'_a$; considerando ainda a Eq. (1.10), tem-se

$$d\sigma(A(S_A)B \to CX) \sim 2 \sum_{a,b,c,d} \int dx_a\, dx_b\, d^2\vec{k}_{\perp_a}$$
$$\times\; G^B_b\; G^{A,S_A}_a(x_a,\vec{k}_{\perp_a})\; d\hat{\sigma}(\vec{k}_{\perp_a})\; D^c_C\;. \tag{1.27}$$

A dependência em $\vec{k}_{\perp_a}$, na Eq. (1.27), deve-se às interações no estado inicial; com isso, a Eq. (1.6) torna-se

$$G^{A,S_A}_a = \sum_{X,\lambda_X,\lambda_A,\lambda'_A,\lambda_a} \rho^{(A)}_{\lambda_A,\lambda'_A} G_{\lambda_X,\lambda_a;\lambda_A}(x_a,\vec{k}_{\perp_a}) G^*_{\lambda_X,\lambda_a;\lambda'_A}(x_a,\vec{k}_{\perp_a}). \tag{1.28}$$

A partir da Eq. (1.27), obtém-se

$$d\sigma(A(S_A)B \to CX) - d\sigma(A(-S_A)B \to CX) \sim \sum_{a,b,c,d} \int dx_a dx_b d^2\vec{k}_{\perp_a}$$
$$\times \left[G^{A,S_A}_a(x_a,\vec{k}_{\perp_a}) - G^{A,-S_A}_a(x_a,\vec{k}_{\perp_a})\right] G^B_b\, d\hat{\sigma}(\vec{k}_{\perp_a}) D^c_C. \tag{1.29}$$

A Eq. (1.29) nos dá a assimetria de spin que caracteriza o efeito Sivers. Como a função $G^{A,S_A}_a(x_a,\vec{k}_{\perp_a})$ pode ser obtida a partir dos dados experimentais de alguns processos e utilizada em outros processos (v. Ref. [17]), a partir da Eq. (1.29) pode-se calcular a magnitude do efeito Sivers para uma série de processos.

Neste primeiro capítulo, foi visto que a existência de assimetrias de spin em processos cujos estados iniciais e o estado final observado são hadrônicos depende de se considerar os momenta transversos das partículas do estado intermediário do processo, *i. e.*, dos *partons* ou o momentum transverso do hádron final, em relação ao quark que o gerou. Em outras palavras, é através das interações nos estados intermediários que se podem obter as assimetrias de spin.

Compreender a relação entre o spin das partículas e o de seus constituintes via processos envolvendo estados iniciais hadrônicos é uma tarefa muito árdua, dadas as dificuldades inerentes ao estudo destes processos. Nos próximos capítulos será mostrado como o estudo do processo de hadronização via aniquilação de pares $e^-e^+ \longrightarrow q\bar{q} \longrightarrow hX$ proporciona um caminho mais "limpo" para que se possa compreender o mecanismo de fragmentação. Nos Capítulos 2, 3 e 4 será visto que, considerando o processo de fragmentação coerente, obtem–se previsões para observáveis diferentes das obtidas via modelo de fragmentação incoerente; será mostrado também que os dados experimentais indicam que a primeira das considerações acima é a mais realista.

Capítulo 2

Fragmentação de pares quark-antiquark em hádrons envolvendo diferentes spins

Neste capítulo, calculam-se os elementos da matriz densidade de helicidade que descreve um hádron h produzido via aniquilação de pares elétron–pósitron não–polarizados. O processo observado, $e^- e^+ \longrightarrow hX$ — onde X denota o conjunto das partículas produzidas e não observadas no processo — será tratado, como usual na literatura, em dois "passos": $e^- e^+ \longrightarrow q\bar{q} \longrightarrow hX$.

A abordagem usual da produção de hádrons via processo de hadronização (v. Refs. [2] e [18] a [24]) utiliza apenas probabilidades, *i. e.*, considera que os estados finais observados — o hádron h, neste caso — independem de possíveis interações entre os constituintes do estado intermediário, os pares $q\bar{q}$. Assim, o processo de fragmentação é considerado incoerente, *i. e.*, o quark polarizado fragmenta-se, independentemente, no hádron final e a ignorância dos mecanismos deste processo é "escondida" nas funções (fenomenológicas) de fragmentação, as quais devem ser medidas através do mesmo processo. Este modelo incoerente mostrou-se bastante satisfatório ao prever corretamente distribuições angulares e seções de choque de processos não–polarizados; entretanto, conforme será mostrado neste capítulo, há fortes indícios de que o mesmo não ocorre quando o spin das partículas é considerado.

Nas próximas seções deste capítulo, será apresentado um modelo coerente para o processo de fragmentação dos quarks, aplicado ao processo $e^- e^+ \longrightarrow q\bar{q}$; a partir deste modelo serão obtidas predições acerca de observáveis que divergem das obtidas quando o processo de fragmentação é tratado como incoerente. A confirmação destas predições é de grande importância para que se estabeleça a necessidade de considerar as interações dos pares quark–antiquark na descrição dos processos de hadronização.

2.1 Cálculo da matriz densidade de helicidade do estado h no processo inclusivo $e^-e^+ \longrightarrow q\bar{q} \longrightarrow hX$

Nesta seção, calculam–se, de forma genérica, os elementos da matriz densidade de helicidade de um hádron h, produzido no processo de aniquilação $e^-e^+ \longrightarrow q\bar{q} \longrightarrow hX$. O processo será descrito em dois "passos": primeiro um par quark-antiquark é criado, $e^-e^+ \longrightarrow q\bar{q}$, após o que este se aniquila dando origem ao hádron observado (h) mais outras partículas não observadas (X), $q\bar{q} \longrightarrow hX$.

O processo $e^-e^+ \longrightarrow q\bar{q}$, cujo estado inicial é puramente leptônico, é bem compreendido através do Modelo Padrão, ao passo que o processo $q\bar{q} \longrightarrow hX$ ainda não pode ser *completamente* descrito pelos modelos conhecidos; o procedimento usualmente adotado é o de parametrizar a ignorância acerca deste processo por meio de funções fenomenológicas, as chamadas *funções de fragmentação.*

De acordo com a Ref. [3], a matriz densidade de helicidade de h, $\rho(h)$, está relacionada com a matriz densidade de helicidade do estado intermediário, $\rho(q\bar{q})$, da seguinte forma:

$$\rho_{\lambda_h,\lambda'_h}(h) = \frac{1}{N_h} \sum_{q,X,\lambda_X} \sum_{\substack{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}} \\ \lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}}} D_{\lambda_h,\lambda_X;\lambda_q,\lambda_{\bar{q}}} \; \rho_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}}(q\bar{q}) \; D^*_{\lambda'_h,\lambda_X;\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}} \; ; \tag{2.1}$$

onde

$$\rho_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}}(q\bar{q}) = \frac{1}{N_q} \sum_{\substack{\lambda_{l^-},\lambda_{l^+} \\ \lambda'_{l^-},\lambda'_{l^+}}} M_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};\lambda_{l^-},\lambda_{l^+}} \; \rho_{\lambda_{l^-},\lambda_{l^+};\lambda'_{l^-},\lambda'_{l^+}}(e^-e^+) \times M^*_{\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}};\lambda'_{l^-},\lambda'_{l^+}} \tag{2.2}$$

é a matriz densidade de helicidade do estado $q\bar{q}$. Os M's denotam as amplitudes do processo leptônico, escritas na base de helicidade, e $\rho(e^-e^+)$ representa a matriz densidade de helicidade do estado inicial. Os fatores N_h e N_q têm de ser tais que $tr(\rho) = 1$. Os D's representam as amplitudes de fragmentação, também escritas na base de helicidade; estas amplitudes são relacionadas às funções de fragmentação da seguinte forma:

$$\sum_{\lambda_h, X, \lambda_X; \lambda_q, \lambda_{\bar{q}}, \lambda'_q, \lambda'_{\bar{q}}} D_{\lambda_h, \lambda_X; \lambda_q, \lambda_{\bar{q}}} \; \rho_{\lambda_q, \lambda_{\bar{q}}; \lambda'_q, \lambda'_{\bar{q}}}(q\bar{q}) \; D^*_{\lambda_h, \lambda_X; \lambda'_q, \lambda'_{\bar{q}}} = D^q_h \, . \tag{2.3}$$

A matriz densidade de helicidade associada a estados não–polarizados é a matriz identidade (v. Ref. [16]); logo, para os estados iniciais do processo em análise, tem-se

$$\rho_{\lambda_{l^-}, \lambda_{l^+}; \lambda'_{l^-}, \lambda'_{l^+}}(e^-e^+) = \frac{1}{4} \, \delta_{\lambda_{l^-}, \lambda'_{l^-}} \delta_{\lambda_{l^+}, \lambda'_{l^+}} . \tag{2.4}$$

Substituindo a Eq. (2.4) na Eq. (2.2), obtém-se que

$$\rho_{\lambda_q, \lambda_{\bar{q}}; \lambda'_q \lambda'_{\bar{q}}}(q\bar{q}) = \frac{1}{N_q} \sum_{\lambda_{l^-}, \lambda_{l^+}} M_{\lambda_q, \lambda_{\bar{q}}; \lambda_{l^-}, \lambda_{l^+}} \; M^*_{\lambda'_q, \lambda'_{\bar{q}}; \lambda_{l^-}, \lambda_{l^+}} \tag{2.5}$$

As amplitudes M associadas ao processo eletro–fraco de produção de pares quark–aintiquark, $e^-e^+ \longrightarrow q\bar{q}$, em primeira ordem de perturbação do modelo padrão, desprezando as massas dos quarks e considerando os estados iniciais não–polarizados, são dadas por, Ref. [3]:

$$\begin{aligned} M_{\lambda_q, \lambda_{\bar{q}}; \lambda_{l^-}, \lambda_{l^+}}(s, \theta) = i \, \delta_{\lambda_{l^-}, -\lambda_{l^+}} \Bigg\{ & \left[e_q e^2 - \frac{1}{4} g_Z^2 c_V^e c_V^q \frac{s}{s - M_Z^2 + i M_Z \Gamma_Z} \right] \\ & \times (1 + 4\lambda_{l^-} \lambda_q \cos\theta) + \frac{1}{4} g_Z^2 \frac{s}{s - M_Z^2 + i M_Z \Gamma_Z} \\ & \times [2 c_V^e c_A^q (\lambda_{l^-} \cos\theta + \lambda_q) + 2 c_A^e c_V^q (\lambda_{l^-} + \lambda_q \cos\theta) \\ & - c_A^e c_A^q (\cos\theta + 4\lambda_{l^-} \lambda_q)] \Bigg\}; \end{aligned} \tag{2.6}$$

onde $\sqrt{s}$ é a energia no centro de massa de e^-e^+, θ é o ângulo de produção do quark q, os c's são parâmetros cujas definições são dadas nas Eqs. (3.13), (3.14) e (3.15), de acordo com a Ref. [25]; e_q denota a carga do quark q, M_Z a massa do bóson Z^0 e Γ_Z a sua largura de decaimento.

Da Eq. (2.6), é fácil ver que apenas as (quatro) amplitudes $M_{+,-;+,-}$, $M_{-,+;+,-}$, $M_{-,+;-,+}$ e $M_{+,-;-,+}$ não são nulas; sabendo ainda que as matrizes densidade são sempre hermitianas e têm traço igual a um, com a Eq. (2.5) obtém-se

$$\rho(q\bar{q}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{+,-;+,-} & \rho_{+,-;-,+} & 0 \\ 0 & \rho^*_{+,-;-,+} & 1-\rho_{+,-;+,-} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.7}$$

O resultado expresso na Eq. (2.7) mostra que apenas dois elementos da matriz representando $\rho(q\bar{q})$ são independentes, pois

$$\rho_{+,-;+,-}(q\bar{q}) = 1 - \rho_{-,+;-,+}(q\bar{q}) \tag{2.8}$$

e

$$\rho_{+,-;-,+}(q\bar{q}) = \rho^*_{-,+;+,-}(q\bar{q}). \tag{2.9}$$

Substituindo as Eqs. (2.8) e (2.9) na Eq. (2.1), tem-se

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda_h,\lambda'_h}(h) &= \frac{1}{N_h}\sum_{\substack{X,\lambda_X \\ q}} \Big\{ \Big[D_{\lambda_h,\lambda_X;+,-}\, D^*_{\lambda'_h,\lambda_X;+,-} - D_{\lambda_h,\lambda_X;-,+}\, D^*_{\lambda'_h,\lambda_X;-,+} \Big] \rho_{+,-;+,-} \\ &+ \Big[D_{\lambda_h,\lambda_X;+,-}\, D^*_{\lambda'_h,\lambda_X;-,+} + D_{\lambda_h,\lambda_X;-,+}\, D^*_{\lambda'_h,\lambda_X;+,-} \Big]\, Re(\rho_{+,-;-,+}) \\ &+ i\Big[D_{\lambda_h,\lambda_X;+,-}\, D^*_{\lambda'_h,\lambda_X;-,+} - D_{\lambda_h,\lambda_X;-,+}\, D^*_{\lambda'_h,\lambda_X;+,-} \Big] Im(\rho_{+,-;-,+}) \\ &+ D_{\lambda_h,\lambda_X;-,+}\, D^*_{\lambda'_h,\lambda_X;-,+} \Big\}. \end{aligned} \tag{2.10}$$

A Eq. (2.10) nos dá, de acordo com o esquema aqui adotado, a expressão genérica da matriz $\rho(h)$, na base de helicidade. De acordo com a Ref. [3], os elementos diagonais de $\rho_{\lambda_h,\lambda'_h}(h)$ não são substancialmente alterados pelo efeito das interações nos estados intermediários, sendo as correções oriundas desta hipótese de segunda ordem. Inversamente, conforme será visto mais adiante, os efeitos das interações dos pares $q\bar{q}$, no processo $e^-e^+ \to hX$, implicam que os elementos não–diagonais de $\rho_{\lambda_h,\lambda'_h}(h)$ não sejam nulos; este resultado contradiz aquele advindo do modelo incoerente de fragmentação.

2.2 Cálculo dos elementos não–diagonais da matriz densidade de helicidade $\rho_{\lambda_h,\lambda'_h}(h)$

Nesta seção, serão calculados os elementos não–diagonais da matriz densidade de helicidade do hádron h, produzido no processo $e^-e^+ \to hX$. Considerando, como usual, a hadronização como um processo que ocorre por meio de interação forte, as regras advindas da conservação de paridade podem ser–lhe aplicadas. De acordo com a Ref. [16],

$$D_{-\lambda_h,-\lambda_X;-\lambda_q,-\lambda_{\bar{q}}} = (-1)^{(\lambda_h-\lambda_X)-(\lambda_q-\lambda_{\bar{q}})} \left(\frac{\eta_h\eta_X}{\eta_q\eta_{\bar{q}}}\right) \times (-1)^{S_h+S_X-S_q-S_{\bar{q}}}\, D_{\lambda_h,\lambda_X;\lambda_q,\lambda_{\bar{q}}}\ ; \tag{2.11}$$

onde S_i e η_i denotam, respectivamente, o spin e a paridade intrínseca da partícula i. Utilizando a Eq. (2.11), tem-se

$$\sum_{X,\lambda_X} D_{\lambda_h,\lambda_X;\lambda_q,\lambda_{\bar{q}}}\, D^*_{\lambda'_h,\lambda_X;\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}} = \sum_{X,\lambda_X} \left(\frac{\eta_h\eta_X}{\eta_q\eta_{\bar{q}}}\right)^2 (-1)^{(\lambda_q-\lambda_{\bar{q}})+(\lambda'_q-\lambda'_{\bar{q}})} \times(-1)^{-\lambda_h-\lambda'_h-2\lambda_X}\, (-1)^{2[(S_h+S_X)-(S_q+S_{\bar{q}})]} \times D_{-\lambda_h,\lambda_X;-\lambda_q,-\lambda_{\bar{q}}}\, D^*_{-\lambda'_h,\lambda_X;-\lambda'_q,-\lambda'_{\bar{q}}}\ . \tag{2.12}$$

Considerando a Eq. (2.7), obtém-se que os possíveis valores de $(\lambda_q-\lambda_{\bar{q}})+(\lambda'_q-\lambda'_{\bar{q}})$ para os termos não nulos são 0 ou ± 2; considerando, ainda, que os possíveis valores de S_X sejam $1/2, 1, 3/2$, sendo os demais estados pouco prováveis, obtém-se, após simples algebrismo, que

$$\sum_{X,\lambda_X} D_{\lambda_h,-\lambda_X;\lambda_q,\lambda_{\bar{q}}}\, D^*_{\lambda'_h,-\lambda_X;\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}} = \sum_{X,\lambda_X} (-1)^{(2S_h-\lambda_h-\lambda'_h)} \times D_{-\lambda_h-\lambda_X;-\lambda_q,-\lambda_{\bar{q}}}\, D^*_{-\lambda'_h,\lambda_X;-\lambda'_q,-\lambda'_{\bar{q}}}\ . \tag{2.13}$$

Tomando os D's como amplitudes de helicidade, no centro de massa, do processo $q\bar{q} \longrightarrow hX$ (v. Ref. [3]), de acordo com a Ref. [16], tem-se

$$D_{\lambda_h,\lambda_X;\lambda_q,\lambda_{\bar{q}}} \; D^*_{\lambda'_h,\lambda_X;\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}} \sim \left(\sin\frac{\theta_h}{2}\right)^{|\lambda_h-\lambda_X-\lambda_q+\lambda_{\bar{q}}|+|\lambda'_h-\lambda_X-\lambda'_q+\lambda'_{\bar{q}}|} \; ; \tag{2.14}$$

onde θ_h é o ângulo formado entre os momenta do hádron ($\vec{h} = z\vec{q} + \vec{p}_T$) e do quark ($\vec{q}$); tem-se então que

$$\sin\theta_h = \frac{2p_T}{z\sqrt{s}} \; . \tag{2.15}$$

É fácil ver que, no caso de feixes bem colimados, *i. e.*, $\vec{p}_T \sim \vec{0}$, os produtos dos D's, que aparecem na matriz densidade de helicidade do hádron h, não serão nulos se, e somente se,

$$\lambda_h - \lambda'_h = (\lambda_q - \lambda_{\bar{q}}) - (\lambda'_q - \lambda'_{\bar{q}}) \; . \tag{2.16}$$

Utilizando as Eqs. (2.7) e (2.16), tem-se

$$\lambda_h - \lambda'_h = \{0, \pm 2\} \; . \tag{2.17}$$

É evidente, da Eq. (2.17), que os termos não–diagonais ($\lambda_h \neq \lambda'_h$) não são nulos somente para o caso de $S_h = 1$. Calculando os elementos *não–diagonais* de $\rho(h)$, para hádrons de spin 1, obtém-se:

$$Re[\rho_{1,-1}(h)] = \frac{1}{N_h} \sum_{X,\lambda_X,q} D_{1,\lambda_X;+,-} \; D^*_{-1,\lambda_X;-,+} \; Re[\rho_{+,-;-,+}] \tag{2.18}$$

e

$$Im[\rho_{1,-1}(h)] = \frac{1}{N_h} \sum_{X,\lambda_X,q} D_{1,\lambda_X;+,-} \; D^*_{-1,\lambda_X;-,+} \; Im[\rho_{+,-;-,+}] \; ; \tag{2.19}$$

onde

$$N_h = \sum_{X,\lambda_X,q} \left[|D_{\lambda_h,\lambda_X;+-}|^2 \; \rho_{+-;+-}(q\bar{q}) + |D_{\lambda_h,\lambda_X;-+}|^2 \; \rho_{-+;-+}(q\bar{q}) \right] \; . \tag{2.20}$$

Impondo que o expoente da Eq. (2.14) seja nulo (no limite $\vec{p}_T \sim 0$), tem-se ainda que $\lambda_X = \lambda_h - \lambda_q + \lambda_{\bar{q}} = \lambda'_h - \lambda'_q + \lambda'_{\bar{q}}$ e, assim, $\lambda_X = 0$; obtém-se com isto que

$$\rho_{-1,+1}(V) = \frac{1}{N_h} \sum_{X,q} D_{1,0;+-} \quad D^*_{-1,0;-+} \quad \rho_{+-;-+}(q\bar{q}) \ . \tag{2.21}$$

Note–se que estes resultados referem-se ao processo $e^- e^+ \longrightarrow q\bar{q} \longrightarrow hX$, com feixes iniciais não–polarizados e desprezando-se todos os momenta transversos.

O resultado expresso pelas Eqs. (2.20) e (2.21) aponta para ainda mais uma sutileza da Física de Spin: computando as interações dos pares quark–antiquark, apenas quando o hádron produzido via $e^- e^+ \longrightarrow hX$ tiver spin 1, a matriz densidade de helicidade deste hádrons não será diagonal. A confirmação experimental deste resultado é relevante para a *Física de Spin* pois constitui uma prova, ao que se sabe cabal, de que as interações dos pares quark–antiquark, no processo de hadronização, influenciam a polarização do estado final de spin do processo.

A análise mais aprofundada, no tocante às funções de fragmentação do problema acima referido, bem como cálculos dos elementos não–diagonais da matriz densidade de helicidade para diversos hádrons de spin 1 e a comparação de tais resultados com os valores experimentais constituem a maior parte da contribuição original da presente tese, e será o tema dos próximos capítulos.

Encerra–se aqui a parte de revisão da tese; os próximos capítulos serão dedicados às contribuições originais.

Capítulo 3

Cálculo dos elementos da matriz $\rho_{-1,+1}(V)$ de mésons vetoriais produzidos no LEP

No capítulo anterior mostrou-se que, considerando as possíveis interações no estado intermediário do processo não–polarizado $e^-e^+ \longrightarrow q\bar{q} \longrightarrow VX$, a grande z e momentum transverso nulo, a matriz densidade de helicidade de mésons vetoriais de spin 1 não é diagonal. Sabe–se que, contrariamente, considerando a fragmentação como um processo incoerente, tem-se que as matrizes densidade de helicidade de todos os hádrons são diagonais. O resultado $\rho_{-1,+1}(V) \neq 0$, se confirmado pelos dados experimentais, evidencia que as interações nos estados intermediários influenciam o processo de hadronização e, portanto, devem ser levadas em conta no modelo de Lund (sobre o modelo de Lund, v. Refs. [26] e [27]).

Medidas experimentais recentes feitas pelas colaborações ALEPH e OPAL, ambas do CERN, mostram que $\rho_{1,-1}$ não é nulo para as partículas D^* e, possivelmente, ϕ [28], enquanto $\rho_{+,-} \simeq (p_T/z\sqrt{s})$ para Λ, Ref. [29]. Estes dados estão de acordo com as predições obtidas pelo modelo utilizado nesta tese, como será visto.

Neste capítulo, calcula-se o elemento $\rho_{-1,+1}(V)$ para alguns mésons vetoriais; os resultados obtidos são comparados com os dados experimentais, quando estes existem, e algumas predições são feitas para grandezas que poderão ser medidas no futuro.

3.1 $\rho_{-1,+1}(V)$ no processo $e^-e^+ \longrightarrow q\bar{q} \longrightarrow VX$

Nesta seção calcula-se o elemento não–diagonal da matriz densidade de helicidade de mésons vetoriais de spin 1, produzidos no processo *não-polarizado* $e^-e^+ \longrightarrow q\bar{q}$, a grande z e momentum transverso nulo. De acordo com os resultados obtidos ao final do capítulo anterior, matematicamente expressos nas Eqs. (2.20) e (2.21), para efetuar tal cálculo é necessário conhecer os elementos independentes da matriz densidade de helicidade do estado intermediário, *i. e.*, $\rho_{+,-;+,-}(q\bar{q})$ e $\rho_{+,-;-,+}(q\bar{q})$, para cada tipo de quark. Observa-se, ainda, que este cálculo se insere na parte perturbativa do processo em estudo.

A partir das Eqs. (2.5) e (2.6), tem-se

$$\rho_{+-;+-}(q\bar{q}) = \frac{1}{4N_{q\bar{q}}}\left[|M_{+-;+-}|^2 + |M_{+-;-+}|^2\right] , \tag{3.1}$$

$$\rho_{+-;-+}(q\bar{q}) = \frac{1}{4N_{q\bar{q}}}\left[M_{+-;+-}\ M^*_{-+;+-} + M_{+-;-+}\ M^*_{-+;-+}\right] \tag{3.2}$$

e

$$N_{q\bar{q}} = \frac{1}{4}\sum_{\substack{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}}\\ \lambda_-,\lambda+}} |M_{\lambda_q\lambda_{\bar{q}};\lambda_-\lambda_+}|^2 \ ; \tag{3.3}$$

e, ainda,

$$M_{\substack{+-;+-\\ -+;-+}} = ie(1+\cos\theta)[e_q - g_Z(s)(c_V \mp c_A)_e(c_V \mp c_A)_q] \tag{3.4}$$

e

$$M_{\substack{+-;-+\\ -+;+-}} = ie(1-\cos\theta)[e_q - g_Z(s)(c_V \pm c_A)_e(c_V \mp c_A)_q] \ ; \tag{3.5}$$

onde foi utilizada a seguinte definição:

$$g_Z(s) \equiv \frac{1}{4\sin^2\theta_W\cos^2\theta_W}\frac{s}{(s-M_Z^2)+i\Gamma_Z M_Z} \; ; \tag{3.6}$$

$\sin\theta_W$ denota o seno do ângulo de Weinberg, $\sqrt{s}$ é a energia no centro de massa do processo, M_Z e Γ_Z a massa e a largura de decaimento do bóson Z^0, respectivamente.

Utilizando as Eqs. (3.4) e (3.5) e as Eqs. (3.1), (3.2) e (3.3), com um pouco de algebrismo, obtém-se

$$N_{q\bar{q}} = \frac{1}{2}[(1+\cos^2\theta)f_3^q(s) + (\cos\theta)f_4^q(s)] \; , \tag{3.7}$$

$$\rho_{+-;+-}(q\bar{q}) = \frac{(1+\cos^2\theta)f_1^q(s) + (\cos\theta)f_2^q(s)}{(1+\cos^2\theta)f_3^q(s) + (\cos\theta)f_4^q(s)} \tag{3.8}$$

e

$$\rho_{+-;-+}(q\bar{q}) = (f_5^q(s) + i f_6^q(s))\frac{\sin^2\theta}{(1+\cos^2\theta)f_3^q(s) + (\cos\theta)f_4^q(s)} \; ; \tag{3.9}$$

onde as funções $f_i^q(s)$ são definidas como:

$$\begin{aligned}
f_1^q(s) &\equiv e_q^2 + |g_Z(s)|^2(c_V^2+c_A^2)_e(c_V^2-c_A^2)_q - 2e_q Re(g_Z(s))c_V^e(c_V-c_A)_q \; , \\
f_2^q(s) &\equiv -4c_A^e(c_V-c_A)_q\Big[|g_Z(s)|^2c_V^e(c_V-c_A)_q - e_q Re(g_Z(s))\Big] \; , \\
f_3^q(s) &\equiv 2\Big[e_q^2 + |g_Z(s)|^2(c_V^2+c_A^2)_e(c_V^2+c_A^2)_q - 2e_q Re(g_Z(s))c_V^e c_V^q\Big] \; , \\
f_4^q(s) &\equiv 8\,c_A^e\,c_A^q\Big[|g_Z(s)|^2\,2\,c_V^e\,c_V^q - e_q\,Re(g_Z(s))\Big] \; , \\
f_5^q(s) &\equiv e_q^2 + |g_Z(s)|^2(c_V^2+c_A^2)_e(c_V^2-c_A^2)_q - 2e_q Re(g_Z(s))c_V^e c_V^q \; , \\
f_6^q(s) &\equiv e_q 2 Im(g_Z(s))c_V^e c_A^q \; .
\end{aligned} \tag{3.10}$$

No pólo Z^0, *i. e.*, tomando-se $s = M_Z^2$, as funções $f_i^q(s)$ são reduzidas a:

$$f_1^q = e_q^2 + \zeta^2(c_V^2+c_A^2)_e(c_V-c_A)_q^2 \; ,$$

$$
\begin{aligned}
f_2^q &= -4\zeta^2(c_V c_A)_e(c_V - c_A)_q^2 \\
f_3^q &= 2[e_q^2 + \zeta^2(c_V^2 + c_A^2)_e(c_V^2 + c_A^2)_q] \ , \\
f_4^q &= 16\zeta^2(c_V c_A)_e(c_V c_A)_q \ , \\
f_5^q &= e_q^2 + \zeta^2(c_V^2 + c_A^2)_e(c_V^2 - c_A^2)_q \ , \\
f_6^q &= e_q 2\zeta c_V^e c_A^q \ ; \qquad (3.11)
\end{aligned}
$$

onde, por comodidade, a seguinte definição foi adotada:

$$\zeta \equiv -\frac{M_Z/\Gamma_Z}{4\sin^2\theta_W\cos^2\theta_W} \ . \qquad (3.12)$$

De acordo com a Ref. [25],

$$c_V^e = -\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_W \quad c_A^e = -\frac{1}{2}, \qquad (3.13)$$

$$c_V^{q=u,c,t} = +\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\sin^2\theta_W \quad c_A^{q=u,c,t} = +\frac{1}{2} \qquad (3.14)$$

e

$$c_V^{q=d,s,b} = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\sin^2\theta_W \quad c_A^{q=d,s,b} = -\frac{1}{2} \ ; \qquad (3.15)$$

e, ainda,

$$
\begin{aligned}
\sin^2\theta_W &= 0,2237 \pm 0,0002 \pm 0,0008 \ , \\
M_Z &= 91,1884 \pm 0,0022 \ GeV \ , \\
\Gamma_Z &= 2,497 \pm 0,001 \pm 0,002 \ GeV \ . \qquad (3.16)
\end{aligned}
$$

A partir das Eqs. (3.8), (3.9), (3.11), (3.13), (3.14), (3.15) e (3.16), obtém-se:

$$\rho_{+-;+-}(u\bar{u}) = 0,1538\left[\frac{1+\cos^2\theta - 0,4132\cos\theta}{1+\cos^2\theta + 0,2882\cos\theta}\right], \qquad (3.17)$$

$$\rho_{+-;+-}(d\bar{d}) = 0,0300\left[\frac{1+\cos^2\theta - 0,4132\cos\theta}{1+\cos^2\theta + 0,3909\cos\theta}\right], \tag{3.18}$$

$$\rho_{+-;-+}(u\bar{u}) = -0,3581(1 - i0,0126)\ \frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta + 0,2882\cos\theta} \tag{3.19}$$

e

$$\rho_{+-;-+}(d\bar{d}) = -0,1697(1 + i0,0104)\ \frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta + 0,3909\cos\theta}\ . \tag{3.20}$$

Na soma sobre os q's, que aparece nas Eqs. (2.20) e (3.21), q pode se referir tanto a um quark quanto a um antiquark. Logo, para calcular $\rho_{+1,-1}(V)$ se deve conhecer também $\rho_{+-;+-}(\bar{q}q)$ e $\rho_{+-;-+}(\bar{q}q)$. Estes elementos de matriz podem ser facilmente obtidos modificando-se a cinemática admitida no cálculo das amplitudes de helicidade para o processo duro e repetindo-se os mesmos passos que resultaram nas Eqs. (3.7) a (3.11). Comparando os resultados obtidos para as condições cinemáticas $e^-e^+ \to \bar{q}q$ com aqueles já conhecidos para $e^-e^+ \to q\bar{q}$, obtém-se (v. Ref. [4]):

$$\begin{aligned} \rho_{+-;+-}(\bar{q}q,\theta) &= \rho_{-+;-+}(q\bar{q},\pi-\theta) \\ \rho_{+-;-+}(\bar{q}q,\theta) &= \rho^*_{+-;+-}(q\bar{q},\pi-\theta)\ . \end{aligned} \tag{3.21}$$

Observando as Eqs. (3.19) e (3.20), tem-se que uma boa aproximação da Eq. (3.9), com $s = M_Z^2$, é

$$\rho^Z_{+-;-+}(q\bar{q}) \simeq \frac{1}{2}\ \frac{(c_V^2 - c_A^2)_q}{(c_V^2 + c_A^2)_q}\ \frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta}\ ; \tag{3.22}$$

onde o índice Z foi utilizado para enfatizar que este resultado se refere à uma aproximação no caso em que a interação fraca é considerada; levando em conta somente a interação eletromagnética, o que equivale a fazer $g_Z(s) = 0$ nas Eqs. (3.7), (3.9) e (3.10), obtém-se

$$\rho^\gamma_{+-;-+}(q\bar{q}) = \frac{1}{2}\ \frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta}\ . \tag{3.23}$$

Comparando as Eqs. (3.22) e (3.23), verifica-se, facilmente, que ambas permanecem inalteradas quanto à mudança de cinemática de $e^- e^+ \longrightarrow q\bar{q}$ para $e^- e^+ \longrightarrow \bar{q}q$. Considerando os valores dados pelas Eqs. (3.14) e (3.15), observa-se ainda que a diferença entre $\rho^{\gamma}_{+-;-+}(q\bar{q})$ e $\rho^{Z}_{+-;-+}(q\bar{q})$ é devida apenas a um coeficiente negativo neste último, sendo a dependência angular comum aos dois casos. Este coeficiente negativo, que aparece nas Eqs. (3.19) e (3.20), implica (conforme será visto mais adiante, ainda neste capítulo) que $\rho_{-1,+1}(V)$ também seja negativo; assim, este resultado, que tem sido confirmado experimentalmente (v. Refs. [29] e [28]), ao menos no âmbito do modelo utilizado nesta tese, é devido a efeitos da interação fraca e, conforme será visto no Capítulo 5, a predominância de algumas direções de polarização.

Para finalizar esta seção, a partir da Eq. (3.22), utilizando os valores dados pelas Eqs. (3.14) e (3.15), tem-se que

$$\rho_{+-;-+}(u\bar{u}) = \rho_{+-;-+}(\bar{u}u) = -0,36\,\frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta} \tag{3.24}$$

e

$$\rho_{+-;-+}(d\bar{d}) = \rho_{+-;-+}(\bar{d}d) = -0,17\,\frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta}\,. \tag{3.25}$$

3.2 Estimativas numéricas de $\rho_{-1,+1}(V)$ no pólo Z^0

Nesta seção, utilizando os resultados obtidos no capítulo 2 e na seção anterior do presente capítulo, o valor de $\rho_{-1,+1}(V)$ é estimado para diversos mésons vetoriais produzidos via aniquilação de pares elétron–pósitron no LEP.

De acordo com as Eqs. (2.20) e (2.21), sabe-se que

$$\rho_{-1,+1}(V) = \frac{1}{N_h}\sum_{X,q} D_{1,0;+-}\; D^*_{-1,0;-+}\; \rho_{+-;-+}(q\bar{q})\;; \tag{3.26}$$

onde

$$N_h = D^h_q = \sum_{X,\lambda_X,q}\Big[\,|D_{\lambda_h,\lambda_X;+-}|^2\;\rho_{+-;+-}(q\bar{q}) \;+\; |D_{\lambda_h,\lambda_X;-+}|^2\;\rho_{-+;-+}(q\bar{q})\,\Big]\,. \tag{3.27}$$

Na Eq. (3.27), D_q^h denota a função de fragmentação do quark q no hádron h. Enfatiza-se, ainda mais uma vez, que tais resultados foram obtidos para o processo com feixes iniciais não-polarizados $e^-e^+ \longrightarrow q\bar{q} \longrightarrow VX$, a grande z, $s = M_Z^2$ e $p_T \sim 0$.

Considerando que o processo de hadronização conserva a paridade, tem-se (v. Ref. [16])

$$D_{-\lambda_h,-\lambda_X;-+} = (-1)^{S_h+S_X+\lambda_h-\lambda_X} D_{\lambda_h,\lambda_X;+-} \ , \tag{3.28}$$

implicando que

$$D_{-1,0;-+} = (-1)^{S_X} D_{1,0;+-} \ . \tag{3.29}$$

Assim, a Eq. (3.26) torna-se

$$\rho_{-1,+1}(V) = \frac{1}{N_h} \sum_{q,X} (-1)^{S_X} |D_{1,0;+-}|^2 \rho_{+-;-+}(q\bar{q}) \ , \tag{3.30}$$

ao passo que da Eq. (3.27) tem-se

$$D_q^h = \sum_{\lambda_h,\lambda_X,X} |D_{\lambda_h,\lambda_X;+-}|^2 \ ; \tag{3.31}$$

onde a propriedade $tr(\rho) = 1$ foi utilizada.

Utilizando a Eq. (2.14), vê-se que para a região cinemática de grande z, $p_T \sim 0$ e $s = M_Z^2$, $|D_{\lambda_h,\lambda_X;+-}|^2$ somente não se anula para $\lambda_X = \lambda_h - 1$; aplicando estes resultados à Eq. (3.31), obtém-se, para a função de fragmentação,

$$D_q^h = D_{q,+}^{h,1} + D_{q,+}^{h,0} + D_{q,+}^{h,-1} \ , \tag{3.32}$$

onde

$$D_{q,+}^{h,1} \equiv |D_{1,0;+-}|^2, \quad D_{q,+}^{h,0} \equiv |D_{0,-1;+-}|^2 \ \ e \ \ D_{q,+}^{h,-1} \equiv |D_{-1,-2;+-}|^2 \ . \tag{3.33}$$

Fazendo uso da notação definida nas Eqs. (3.33), bem como da Eq. (3.31), obtém-se que

$$D_q^h = \sum_{\lambda_X} \Big[\ |D_{\lambda_h,\lambda_X;+-}|^2 \rho_{+-;+-}(q\bar{q}) + |D_{\lambda_h,\lambda_X;-+}|^2 \rho_{-+;-+}(q\bar{q}) \ \Big] \ . \tag{3.34}$$

Novamente aplicando a Eq. (2.14) com $p_T \sim 0$, da Eq. (3.34), tem-se:

$$D_q^{h,[1,0,-1]} = D_{q,+}^{h,[1,0,-1]} \; \rho_{+-;+-}(q\bar{q}) + D_{q,-}^{h,[1,0,-1]} \; \rho_{-+;-+}(q\bar{q}) \; . \tag{3.35}$$

A partir deste ponto, se irá supor que, ao menos para os quarks de valência,

$$\begin{aligned} D_{q,-}^{h,1} &= D_{q,+}^{h,-1} = 0 \\ D_{q,+}^{h,0} &= \alpha_q^V \, D_{q,+}^{h,1} \; . \end{aligned} \tag{3.36}$$

A primeira destas hipóteses equivale a dizer que quarks com helicidade $+1/2$ $(-1/2)$ não se fragmentam em mésons vetoriais com helicidade -1 $(+1)$; foi considerado que os quarks de valência são descritos por funções de onda com momento angular orbital nulo, como em SU(6). A segunda das hipóteses, Eqs. (3.36), também é verdadeira para SU(6), com $\alpha_q^V = 1/2$, para qualquer quark de valência. Entretanto, ao invés de admitir que $\alpha_q^V = 1/2$, o valor de α_q^V será dado em função de $\rho_{0,0}(V)$, que pode ser medido (v. Ref. [3] e Cap. 5); tomando o limite $p_T \to 0$, tem-se das Eqs. (2.10), (3.27), (3.34) e (3.36) que

$$\rho_{0,0}(V) = \frac{\sum_q \alpha_q^V D_{q,+}^{h,1}}{\sum_q (1 + +\alpha_q^V) D_{q,+}^{h,1}} \; . \tag{3.37}$$

Supondo ainda que $\alpha_q^V = \alpha^V$, a partir da Eq. (3.36), obtém-se

$$\alpha^V = \frac{\rho_{0,0}(V)}{1 - \rho_{0,0}(V)} \; . \tag{3.38}$$

Note-se que o valor $\alpha_q^V = 1/2$, de SU(6), implica que $\rho_{0,0}(V) = 1/3$, o que significa não alinhamento de spin para mésons vetoriais de spin 1 pois, de acordo com a Ref. [3]), ($A = 1/2\ (3\,\rho_{0,0} - 1)$).

Finalmente, a partir das Eqs. (3.26), (3.27), (3.34) e (3.36), obtém-se

$$\rho_{+1,-1}(V) = \frac{\sum_{q,X} (-1)^{S_X} |D_{1,0;+-}|^2 \rho_{+-;-+}(q\bar{q})}{\sum_{q,X} (1 + \alpha_q^V) |D_{1,0;+-}|^2} \; . \tag{3.39}$$

O numerador do lado direito da Eq. (3.39) depende do módulo quadrado da amplitude de helicidade do processo $q\bar{q} \longrightarrow V + X$, *i. e.*, $|D_{1,0;+-}|^2$, com momenta transverso e angular nulos, e também de S_X. O estado $q\bar{q}$ é tal que $J = J_z = 1$; o estado final não detectado, X, tem de ser tal que $\lambda_X = 0$, com $S_X = 0, 1$ ou 2 pois estes são os únicos estados possíveis que podem se combinar com um méson vetorial no estado $S_h = \lambda_h = 1$, de modo que o estado final seja VX com $J = J_z = 1$. Utilizando simplesmente estatística, tem-se que os três estados possíveis de X têm, respectivamente, as seguintes probabilidades: 1, 1/6 e 1/30. Efetuando a soma sobre os estados X na Eq. (3.39) e considerando $\alpha_q^V = \alpha_V$, tem-se

$$\rho_{+1,-1}(V) = \frac{13}{15}\,[1 - \rho_{0,0}]\,\frac{\sum_q D_{q,+}^{V,1}\rho_{+-;-+}(q\bar{q})}{\sum_q D_{q,+}^{V,1}}\;. \tag{3.40}$$

Observa-se, entretanto, que o estado $S_X = 0$ é dominante sobre os demais e que se pode aproximar o resultado acima por aquele obtido ao serem desprezados os demais estados, a saber:

$$\rho_{+1,-1}(V) = [1 - \rho_{0,0}]\,\frac{\sum_q D_{q,+}^{V,1}\rho_{+-;-+}(q\bar{q})}{\sum_q D_{q,+}^{V,1}}\;. \tag{3.41}$$

A seguir, utilizando a Eq. (3.41), será calculado o valor de $\rho_{+1,-1}(V)$ para algumas partículas específicas. Inicialmente serão considerados apenas os mésons vetoriais $B^{*+}(u\bar{b})$, $B^{*-}(\bar{u}b)$, $B^{*0}(d\bar{b})$, $D^{*+}(c\bar{d})$, $D^{*-}(\bar{c}d)$ e $D^{*0}(c\bar{u})$; para estas partículas considera-se que o processo de fragmentação é devido apenas ao quark pesado. Os resultados obtidos são:

$$\begin{aligned}
\rho_{1,-1}(B^{*+}) &\simeq [1 - \rho_{0,0}(B^{*+})]\,\rho_{+-;-+}(\bar{b}b)\;,\\
\rho_{1,-1}(B^{*-}) &\simeq [1 - \rho_{0,0}(B^{*-})]\,\rho_{+-;-+}(b\bar{b})\\
\rho_{1,-1}(B^{*0}) &\simeq [1 - \rho_{0,0}(B^{*0})]\,\rho_{+-;-+}(\bar{b}b)\;,\\
\rho_{1,-1}(D^{*+}) &\simeq [1 - \rho_{0,0}(D^{*+})]\,\rho_{+-;-+}(c\bar{c})\;,\\
\rho_{1,-1}(D^{*-}) &\simeq [1 - \rho_{0,0}(D^{*-})]\,\rho_{+-;-+}(\bar{c}c)\;,\\
\rho_{1,-1}(D^{*0}) &\simeq [1 - \rho_{0,0}(D^{*0})]\,\rho_{+-;-+}(c\bar{c})\;.
\end{aligned} \tag{3.42}$$

Da mesma forma, para a partícula $\phi(c_1(u\bar{u}+d\bar{d})+c_2(s\bar{s}))$, supondo que $D^{\phi,1}_{s,+}=D^{\phi,1}_{\bar{s},+}$, obtém-se

$$\rho_{+1,-1}(\phi)\simeq\frac{1}{2}\,[1-\rho_{0,0}(\phi)]\,[\rho_{+-;-+}(s\bar{s})+\rho_{+-;-+}(\bar{s}s)]\,. \tag{3.43}$$

Ainda, para o caso das partículas $\rho^+(u\bar{d})$, $\rho^0((u\bar{u}-d\bar{d})\sqrt{2})$ e $\rho^-(d\bar{u})$, supondo que $D^{\rho^+,1}_{u,+}=D^{\rho^+,1}_{\bar{d},+}$, $D^{\rho^0,1}_{u,+}=D^{\rho^0,1}_{\bar{u},+}=D^{\rho^0,1}_{d,+}=D^{\rho^0,1}_{\bar{d},+}$, obtém-se

$$\begin{aligned}
\rho_{1,-1}(\rho^+) &\simeq \frac{1}{2}\,[1-\rho_{0,0}(\rho^+)]\,[\rho_{+-;-+}(u\bar{u})+\rho_{+-;-+}(\bar{d}d)]\\
\rho_{1,-1}(\rho^0) &\simeq \frac{1}{4}\,[1-\rho_{0,0}(\rho^0)]\,[\rho_{+-;-+}(u\bar{u})+\rho_{+-;-+}(\bar{u}u)+\rho_{+-;-+}(d\bar{d})+\rho_{+-;-+}(\bar{d}d)]\,,\\
\rho_{1,-1}(\rho^-) &\simeq \frac{1}{2}\,[1-\rho_{0,0}(\rho^-)]\,[\rho_{+-;-+}(d\bar{d})+\rho_{+-;-+}(\bar{u}u)]\,.
\end{aligned} \tag{3.44}$$

No caso das partículas $K^{*+}(u\bar{s})$, $K^{*0}(d\bar{s})$ e $K^{*-}(\bar{u}s)$, admitindo, por simplicidade, que $D^{K^{*+},1}_{\bar{s},+}=D^{K^{*+},1}_{u,+}$, $D^{K^{*0},1}_{\bar{s},+}=D^{K^{*0},1}_{d,+}$ e $D^{K^{*-},1}_{\bar{u},+}=D^{K^{*-},1}_{s,+}$ — hipótese mais discutível que as outras até aqui admitidas — tem-se

$$\begin{aligned}
\rho_{+1,-1}(K^{*+}) &\simeq \frac{1}{2}\,[1-\rho_{0,0}(K^{*+})]\,[\rho_{+-;-+}(u\bar{u})+\rho_{+-;-+}(\bar{s}s)]\,,\\
\rho_{+1,-1}(K^{*0}) &\simeq \frac{1}{2}\,[1-\rho_{0,0}(K^{*+})]\,[\rho_{+-;-+}(d\bar{d})+\rho_{+-;-+}(\bar{s}s)]\,,\\
\rho_{+1,-1}(K^{*-}) &\simeq \frac{1}{2}\,[1-\rho_{0,0}(K^{*-})]\,[\rho_{+-;-+}(\bar{u}u)+\rho_{+-;-+}(s\bar{s})]\,.
\end{aligned} \tag{3.45}$$

Das Eqs. (3.24), (3.25), (3.42),(3.43),(3.44) e (3.45), obtém-se

$$\begin{aligned}
\rho_{1,-1}(B^{*\pm,0}) &\simeq -0,170\,[1-\rho_{0,0}(B^*)]\,\frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta}\\
&\simeq -(0,109\pm0,015)\,\frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta}\,,
\end{aligned} \tag{3.46}$$

$$\begin{aligned}
\rho_{1,-1}(\phi) &\simeq -0,170\,[1-\rho_{0,0}(\phi)]\,\frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta}\\
&\simeq -(0,078\pm0,014)\,\frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta}\,,
\end{aligned} \tag{3.47}$$

$$\rho_{1,-1}(\rho^{*\pm,0}) \simeq -0,265\ [1-\rho_{0,0}(\rho^{*})]\ \frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta}\ , \tag{3.48}$$

$$\rho_{1,-1}(K^{*\pm}) \ \simeq\ -0,265\ [1-\rho_{0,0}(K^{*})]\ \frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta} \tag{3.49}$$

e

$$\rho_{1,-1}(K^{*0}) \ \simeq\ -0,170\ [1-\rho_{0,0}(K^{*})]\ \frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta}\ ; \tag{3.50}$$

para obter estes resultados foram utilizados os seguintes dados, Ref. [28]:

$$\rho_{0,0}(B^*) = 0,36 \pm 0,09\ ,\ \ \rho_{0,0}(D^*) = 0,40 \pm 0,02\ \ e\ \ \rho_{0,0}(\phi) = 0,54 \pm 0,08\ . \tag{3.51}$$

Dados para as demais partículas ainda não estão disponíveis. Observe-se que utilizando as Eqs. (3.24) e (3.25) (aproximadas), ao invés das Eqs. (3.17), (3.18), (3.19) e (3.20), não aproximadas, obtém-se os $\rho_{+1,-1}$'s reais, além de desaparecer o termo com $\cos\theta$ no denominador destes; este termo introduziria pequenas diferenças entre os valores de $\rho_{1,-1}(B^{*+})$ e $\rho_{1,-1}(B^{*-})$, bem como entre $\rho_{1,-1}(D^{*+})$ e $\rho_{1,-1}(D^{*-})$ e efeitos ainda muito menores nos valores de $\rho_{1,-1}(\phi)$, $\rho_{1,-1}(\rho)$ e $\rho_{1,-1}(K^*)$.

3.3 $< \rho_{1,-1}(V) >$ e comparação dos resultados com os dados existentes

Para concluir este capítulo, comparam-se os resultados obtidos com o modelo aqui apresentado e os valores experimentais disponíveis; no caso das partículas para as quais não existem ainda dados experimentais disponíveis, apenas as predições feitas serão apresentadas. Deve-se salientar que, em geral, os mésons detectados são produzidos para diversos valores de θ ($\alpha < \theta < \pi - \alpha, |\cos\theta| < \cos\alpha$) e, portanto, uma média deve ser feita em θ, pesando os diversos valores de $\rho_{1,-1}(\theta)$ com a seção de choque para o processo $e^-e^+ \to V + X$; tal seção de choque é obtida simplesmente somando sobre o produto da função de fragmentação pela seção de choque do processo $e^-e^+ \to q\bar{q}$, a qual é proporcional ao fator $N_{q\bar{q}}$. Assim,

$$< \rho_{1,-1}(V) >_{[\alpha,\pi-\alpha]} = \frac{\int_\alpha^{\pi-\alpha} d\cos(\theta) \left(\frac{d\sigma}{dz\, d\cos(\theta)}\right)^{e^-e^+\to VX} \rho_{-1,+1}(V)}{\int_\alpha^{\pi-\alpha} d\cos(\theta) \left(\frac{d\sigma}{dz\, d\cos(\theta)}\right)^{e^-e^+\to VX}} \; ; \tag{3.52}$$

onde

$$\left(\frac{d\sigma}{dz\; d\cos(\theta)}\right)^{e^-e^+\to VX} = \sum_q D_q^V(z) \left(\frac{d\sigma}{d\cos(\theta)}\right)^{e^-e^+\to q\bar{q}} . \tag{3.53}$$

Obviamente $D_q^V(z) = D_q^{h=V}(z)$. Da Eq. (3.3), é fácil ver que

$$\left(\frac{d\sigma}{d\cos(\theta)}\right)^{e^-e^+\to q\bar{q}} \sim N_{q\bar{q}} \; . \tag{3.54}$$

Pode-se então escrever que

$$< \rho_{1,-1}(V) >_\alpha = \frac{\int_\alpha^{\pi-\alpha} d\cos(\theta) \left(\sum_q \; D_q^V(z)\; N_q\right) \rho_{1,-1}(V)}{\int_\alpha^{\pi-\alpha} d\cos(\theta) \sum_q \; D_q^V(z)\; N_q} \; . \tag{3.55}$$

Efetuando os cálculos dos valores médios, expressões analíticas simples são encontradas:

$$< \rho_{1,-1}(B^{*\pm,0}) >_{[\alpha,\pi-\alpha]} \simeq -(0,109 \pm 0,015)\; \frac{3-\cos^2\alpha}{3+\cos^2\alpha} \; , \tag{3.56}$$

$$< \rho_{1,-1}(D^{*\pm,0}) >_{[\alpha,\pi-\alpha]} \sim -(0,216 \pm 0,007)\; \frac{3-\cos^2\alpha}{3+\cos^2\alpha} \; , \tag{3.57}$$

$$< \rho_{1,-1}(\phi) >_{[\alpha,\pi-\alpha]} \simeq -(0,078 \pm 0,014)\; \frac{3-\cos^2\alpha}{3+\cos^2\alpha} \; , \tag{3.58}$$

$$< \rho_{1,-1}(\rho^{*\pm,0}) >_{[\alpha,\pi-\alpha]} \simeq -0,265\; [1-\rho_{0,0}(\rho)]\; \frac{3-\cos^2\alpha}{3+\cos^2\alpha} \; , \tag{3.59}$$

$$< \rho_{1,-1}(K^{*\pm}) >_{[\alpha,\pi-\alpha]} \simeq -0,265\; [1-\rho_{0,0}(K^*)]\; \frac{3-\cos^2\alpha}{3+\cos^2\alpha} \tag{3.60}$$

e

$$< \rho_{1,-1}(K^{*0}) >_{[\alpha,\pi-\alpha]} \simeq -0,170\ [1 - \rho_{0,0}(K^*)]\ \frac{3 - \cos^2\alpha}{3 + \cos^2\alpha}\ . \tag{3.61}$$

Até aqui, dentro de um esquema genérico de fatorização, foi calculado o elemento não–diagonal da matriz densidade de helicidade de mésons vetoriais produzidos no processo de aniquilação, $e^-e^+ \longrightarrow q\bar{q} \longrightarrow VX$; tal elemento pode ser — e em alguns casos tem sido — medido via distribuição angular do decaimento do méson em duas partículas, em seu referencial de repouso. Os resultados obtidos se referem ao limite em que os hádrons têm pequeno momentum transverso e grande z; em particular espera-se que os resultados possam descrever o comportamento de mésons pesados para os quais as aproximações feitas são mais plausíveis.

O resultado para ϕ (v. Eq. (3.58)) está de acordo com o valor medido, $Re[\rho_{1,-1}(\phi)] = -0,11 \pm 0,07$, apresentado na Ref. [28]; o dado se refere aos valores $z > 0,7$ e $\cos\alpha = 0,9$, contendo ainda grandes erros. O resultado para D^*, Eq. (3.57), tem o mesmo sinal negativo mas é maior, em módulo, que o valor medido pela colaboração OPAL,
$Re[\rho_{1,-1}(D^*)] = -0,039 \pm 0,016$, Ref. [28]. Existem duas boas razões para tal: os dados para D^* são tomados para $z > 0,5$ e podem, assim, conter eventos para os quais o modelo utilizado neste trabalho não se aplica e para os quais é esperado, no esquema utilizado, $\rho_{1,-1} = 0$; deve-se ainda ressaltar que o módulo do valor estimado apresenta-se reduzido da contribuição do estados $S_X = 1$.

Embora o mero fato de $\rho_{1,-1}$ ser diferente de zero advenha do processo coerente de fragmentação do par $q\bar{q}$, o valor numérico atual depende das constantes de acoplamento do Modelo Standard; por exemplo $\rho_{1,-1}$ poderia ser positiva para níveis mais baixos de energia, nos quais a interação via troca de um γ é dominante e se torna negativo no nível de energia do LEP, onde domina a interação via troca de um Z. Observa–se, ainda, que $\rho_{1,-1}$ apresenta uma peculiar dependência angular, sendo menor para ângulos pequenos e tendo seu valor máximo para $\theta = \pi/2$.

Os efeitos decorrentes de se adotar um esquema coerente para a fragmentação de quarks podem não ter grande importância para a previsão de observáveis não–polarizados, sendo normalmente desprezados; entretanto, eles devem ser considerados quando quantidades que envolvam medidas mais refinadas como elementos não–diagonais da matriz densidade de helicidade sejam consideradas. Muitos destes efeitos se anulam no limite de pequeno momentum intrínseco do hádron no jato, $p_T/E_h \to 0$; isto acontece, por exemplo, na fragmentação de quarks em hádrons de spin 1/2, Ref. [3]. Entretanto, para mésons de spin 1, mesmo no limite de pequeno p_T, os elementos não–diagonais da matriz densidade de helicidade não são nulos.

Capítulo 4

Comentários sobre os estados intermediários do processo polarizado $e^- e^+ \rightarrow q\bar{q} \rightarrow hX$

Nos capítulos 2 e 3, foi visto que considerando a fragmentação de quarks em hádrons como um processo coerente obtém–se para o processo $e^- e^+ \rightarrow q\bar{q} \rightarrow hX$, com feixes iniciais não–polarizados, que os elementos não–diagonais da matriz densidade de helicidade do hádron h não são nulos. Foi mostrado ainda que as previsões obtidas, a partir do modelo apresentado neste trabalho, para os elementos $\rho_{1,-1}(h)$ de alguns mésons vetoriais produzidos no LEP, ao serem confrontadas com os dados experimentais obtidos pelas colaborações OPAL e ALEPH, ambas do CERN, reforçam a credibilidade do modelo coerente.

Apesar das dificuldades técnicas, na verdade, ainda hoje, impossibilidades, de se fazerem experimentos com os feixes de elétrons e pósitrons polarizados a energia $\sqrt{s} = M_Z$ (pólo Z^0), faz-se imperativo, ao menos no tocante à completeza desta tese, saber como o estudo destes processos pode contribuir para a compreensão dos mecanismos da produção hadrônica. Sendo assim, neste capítulo será feita uma análise de como os experimentos envolvendo processos polarizados podem contribuir para ampliar o conhecimento dos mecanismos das interações fundamentais, no âmbito do modelo apresentado nesta tese.

O procedimento seguido ao longo deste quarto capítulo é análogo àquele dos capítulos precedentes (2 e 3), introduzindo as modificações inerentes ao estudo de processos polarizados.

4.1 Cálculo dos elementos da matriz $\rho^{(e^-e^+\to q\bar{q})}(q\bar{q})$

Nesta seção serão calculados os elementos da matriz densidade de helicidade dos quarks gerados pela aniquilação de pares e^-e^+ (polarizados). Este resultado é fundamental para o cálculo da matriz densidade de helicidade do hádron final gerado pelos pares quark–antiquark pois, no esquema adotado nesta tese, de acordo com as Eqs. (2.1) e (2.2), sabe-se que

$$\rho_{\lambda_h,\lambda'_h}(h) = \frac{1}{N_h} \sum_{q,X,\lambda_X} \sum_{\substack{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}} \\ \lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}}} D_{\lambda_h,\lambda_X;\lambda_q,\lambda_{\bar{q}}}\ \rho_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}}(q\bar{q})\ D^*_{\lambda'_h,\lambda_X;\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}}\ ; \tag{4.1}$$

onde

$$\rho_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}}(q\bar{q}) = \frac{1}{N_q} \sum_{\substack{\lambda_{l-},\lambda_{l+} \\ \lambda'_{l-},\lambda'_{l+}}} M_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};\lambda_{l-},\lambda_{l+}}\ \rho_{\lambda_{l-},\lambda_{l+};\lambda'_{l-},\lambda'_{l+}} \times M^*_{\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}};\lambda'_{l-},\lambda'_{l+}} \tag{4.2}$$

e, ainda,

$$N_h = \sum_q D^h_q = \sum_q \sum_{\lambda_h,\lambda_X} \sum_{\substack{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}} \\ \lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}}} D_{\lambda_h,\lambda_X;\lambda_q,\lambda_{\bar{q}}}\ \rho_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}}(q\bar{q})\ D^*_{\lambda_h,\lambda_X;\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}}\ . \tag{4.3}$$

De acordo com a Ref. [15], $\rho_{\lambda_{l-},\lambda_{l+};\lambda'_{l-},\lambda'_{l+}}(e^-e^+) = \rho_{\lambda_{l-},\lambda'_{l-}}(e^-)\rho_{\lambda_{l+},\lambda'_{l+}}(e^+)$; da Eq. (2.6) $M_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};\lambda_{l-},\lambda_{l+}} \sim \delta_{\lambda_{l-},-\lambda_{l+}}\delta_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}}}$. Assim, pode-se reescrever a Eq. (4.2) como

$$\begin{aligned}
\rho_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}}(q\bar{q}) &= \frac{1}{N_q}\Big[\rho_{+,+}(e^-)\,\rho_{-,-}(e^+)\ M_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};+,-}\ M^*_{\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}};+,-} \\
&+\ \rho_{+,-}(e^-)\,\rho_{-,+}(e^+)\ M_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};+,-}\ M^*_{\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}};-,+} \\
&+\ \rho_{-,+}(e^-)\,\rho_{+,-}(e^+)\ M_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};-,+}\ M^*_{\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}};+,-} \\
&+\ \rho_{-,-}(e^-)\,\rho_{+,+}(e^+)\ M_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};-,+}\ M^*_{\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}};-,+}\Big]\ .
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Para a cinemática do processo de aniquilação serão considerados um elétron polarizado que se desloca na direção positiva do eixo z e um pósitron, também polarizado, que se desloca na direção negativa do eixo z. Os vetores de polarização destas partículas — que serão dados em relação ao mesmo sistema em que se observam seus momenta — têm as direções determinadas, respectivamente, pelos ângulos (α_-, β_-) e (α_+, β_+). Dadas estas condições cinemáticas, as matrizes densidade de helicidade destas partículas são:

$$\rho(e^-) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \cos(\alpha_-) & e^{-i\beta_-} \sin(\alpha_-) \\ e^{i\beta_-} \sin(\alpha_-) & 1 - \cos(\alpha_-) \end{pmatrix} \tag{4.5}$$

e

$$\rho(e^+) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 - \cos(\alpha_+) & e^{i\beta_+} \sin(\alpha_+) \\ e^{-i\beta_+} \sin(\alpha_+) & 1 + \cos(\alpha_+) \end{pmatrix} . \tag{4.6}$$

Substituindo as Eqs. (4.5) e (4.6) na Eq. (4.4), obtém-se que

$$\begin{aligned} \rho^{pol}_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}}(q\bar{q})} &= \frac{1}{4N_{q\bar{q}}} \Big[(1+\cos\alpha_-)(1+\cos\alpha_+)\, M_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};+,-}\, M^*_{\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}};+,-} \\ &+ e^{-i(\beta_-+\beta_+)} (\sin\alpha_- \sin\alpha_+)\, M_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};+,-}\, M^*_{\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}};-,+} \\ &+ e^{i(\beta_-+\beta_+)} (\sin\alpha_- \sin\alpha_+)\, M_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};-,+}\, M^*_{\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}};+,-} \\ &+ (1-\cos\alpha_-)(1-\cos\alpha_+)\, M_{\lambda_q,\lambda_{\bar{q}};-,+}\, M^*_{\lambda'_q,\lambda'_{\bar{q}};-,+} \Big] ; \end{aligned} \tag{4.7}$$

onde

$$\begin{aligned} 4N^{pol}_{q\bar{q}} &= (1+\cos\alpha_-)(1+\cos\alpha_+) \left[|M_{+-;+-}|^2 + |M_{-+;+-}|^2 \right] \\ &+ (1-\cos\alpha_-)(1-\cos\alpha_+) \left[|M_{+-;-+}|^2 + |M_{-+;-+}|^2 \right] \\ &+ 2 \sin\alpha_- \sin\alpha_+\, Re\Big[e^{-i(\beta_-+\beta_+)} \Big(M_{+-;+-}\, M^*_{+-;-+} \\ &+ M_{-+;+-}\, M^*_{-+;-+} \Big) \Big] . \end{aligned} \tag{4.8}$$

Da Eq. (4.7) tem-se, diretamente, que

$$\rho^{pol}_{+-;+-}(q\bar{q}) = \frac{1}{4N_{q\bar{q}}} \Big[(1+\cos\alpha_-)(1+\cos\alpha_+)\, |M_{+-;+-}|^2$$

$$
\begin{aligned}
&+ \;\; (1-\cos\alpha_-)\,(1-\cos\alpha_+)\;|M_{+-;-+}|^2 \\
&+ \;\; 2\,Re\big[e^{-i(\beta_-+\beta_+)}\;\sin\alpha_-\,\sin\alpha_+\;M_{+-;+-}M^*_{+-;-+}\big]\Big]
\end{aligned}
\tag{4.9}
$$

e

$$
\begin{aligned}
\rho^{pol}_{+-;-+}(q\bar{q}) &= \frac{1}{4N_{q\bar{q}}}\Big[(1+\cos\alpha_-)\,(1+\cos\alpha_+)\;M_{+-;+-}\,M^*_{-+;+-} \\
&+ \;\; (1-\cos\alpha_-)\,(1-\cos\alpha_+)\;M_{+-;-+}\,M^*_{-+;-+} \\
&+ \;\; e^{-i(\beta_-+\beta_+)}\;\sin\alpha_-\,\sin\alpha_+\;M_{+-;+-}\,M^*_{-+;-+} \\
&+ \;\; e^{i(\beta_-+\beta_+)}\;\sin\alpha_-\,\sin\alpha_+\;M_{+-;-+}\,M^*_{-+;+-}\Big]
\end{aligned}
\tag{4.10}
$$

Substituindo as Eqs. (3.4) e (3.5) nas Eqs. (4.8), (4.9) e (4.10), obtém-se

$$
\rho^{pol}_{+-;+-}(q\bar{q}) = \frac{1}{4N_{q\bar{q}}}\Big[(1+\cos^2\theta)\;F^{pol}_{1,q} + \cos\theta\;F^{pol}_{2,q} + \sin^2\theta\;F^{pol}_{3,q}\Big]\;, \tag{4.11}
$$

$$
\begin{aligned}
\rho^{pol}_{+-;-+}(q\bar{q}) &= \frac{1}{4N_{q\bar{q}}}\Big[(1+\cos^2\theta)\;(F^{pol}_{4,q} + iF^{pol}_{5,q}) + \cos\theta\;(F^{pol}_{6,q} + iF^{pol}_{7,q}) \\
&+ \;\; \sin^2\theta\;(F^{pol}_{8,q} + iF^{pol}_{9,q})\Big]
\end{aligned}
\tag{4.12}
$$

e

$$
N_{q\bar{q}} = (1+\cos^2\theta)\;F^{pol}_{10,q} + \cos\theta\;F^{pol}_{11,q} + \sin^2\theta\;F^{pol}_{12,q}\;; \tag{4.13}
$$

onde foram adotadas as seguintes definições:

$$
\begin{aligned}
F^{pol}_{1,q} &\equiv (1+\cos\alpha_+)\,(1+\cos\alpha_-)\Big[e_q^2 + |g_Z|^2(c_V-c_A)_e^2\,(c_V-c_A)_q^2 \\
&- \;\; e_q\,2\,Re(g_Z)\;(c_V-c_A)_e\,(c_V-c_A)_q\Big] \\
&+ \;\; (1-\cos\alpha_+)\,(1-\cos\alpha_-)\Big[e_q^2 + |g_Z|^2\,(c_V+c_A)_e^2\;(c_V-c_A)_q^2 \\
&- \;\; e_q\,2\,Re(g_Z)\,(c_V+c_A)_e\;(c_V-c_A)_q\Big], \\
F^{pol}_{2,q} &\equiv (1+\cos\alpha_+)\,(1+\cos\alpha_-)\,2\,\Big[e_q^2 + |g_Z|^2(c_V-c_A)_e^2(c_V-c_A)_q^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& - \quad e_q\, 2\, Re(g_Z)\; (c_V - c_A)_e\; (c_V - c_A)_q\Big] \\
& - \quad (1-\cos\alpha_+)\,(1-\cos\alpha_-) 2 \Big[e_q^2 + |g_Z|^2\, (c_V + c_A)_e^2\; (c_V - c_A)_q^2 \\
& - \quad e_q\, 2\, Re(g_Z)\, (c_V + c_A)_e\; (c_V - c_A)_q \Big],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F^{pol}_{3,q} \;\equiv\;& 2\, \sin\alpha_+\; \sin\alpha_- \Big[\cos(\beta_+ + \beta_-)\; \Big(e_q^2 + |g_Z|^2\, (c_V^2 - c_A^2)_e\; (c_V - c_A)_q^2 \\
& - \quad e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\; (c_V - c_A)_q \Big) + \sin(\beta_+ + \beta_-)\, e_q\, 2\, Im(g_Z)\; c_A^e\; (c_V - c_A)_q \Big],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F^{pol}_{4,q} \;\equiv\;& 2\; \sin\alpha_+\; \sin\alpha_- \Big[\cos(\beta_+ + \beta_-)\; [e_q^2 + |g_Z|^2\, (c_V^2 - c_A^2)_e\; (c_V^2 - c_A^2)_q \\
& - \quad e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\, c_V^q] + \sin(\beta_+ + \beta_-)\, e_q\, 2\, Im(g_Z)\, c_A^e\; c_V^q \Big],
\end{aligned}
$$

$$
F^{pol}_{5,q} \;\equiv\; 2\; \sin\alpha_+\; \sin\alpha_- \Big[\cos(\beta_+ + \beta_-) e_q\; 2 Im(g_Z) c_V^e c_A^q + \sin(\beta_+ + \beta_-)\, e_q\, 2\, Re(g_Z\,) c_A^e\; c_A^q \Big],
$$

$$
F^{pol}_{6,q} \;\equiv\; 4\; \sin\alpha_+\; \sin\alpha_- \Big[-\cos(\beta_+ + \beta_-)\, e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_A^e\; c_A^q + \sin(\beta_+ + \beta_-)\, e_q\; 2\, Im(g_Z)\, c_V^e\; c_A^q \Big],
$$

$$
\begin{aligned}
F^{pol}_{7,q} \;\equiv\;& 4\; \sin\alpha_+\; \sin\alpha_- \Big[\cos(\beta_+ + \beta_-)\, e_q\; 2\, Im(g_Z)\, c_A^e\; c_V^q - \sin(\beta_+ + \beta_-) \\
& \times \quad [e_q^2 + |g_Z|^2\, (c_V^2 - c_A^2)_e\; (c_V^2 - c_A^2)_q - eq\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\; c_V^q] \;\; \Big],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F^{pol}_{8,q} \;\equiv\;& (1+\cos\alpha_+)\,(1+\cos\alpha_-) \Big[e_q^2 + |g_Z|^2\, (c_V - c_A)_e^2\; (c_V^2 - c_A^2)_q - e_q\, 2\, Re(g_Z)\; (c_V + c_A)_e\, c_V^q \Big] \\
& - \quad (1-\cos\alpha_+)\,(1-\cos\alpha_-) \Big[e_q^2 + |g_Z|^2\, (c_V + c_A)_e^2\; (c_V^2 - c_A^2)_q - e_q\, 2\, Re(g_Z)\, (c_V + c_A)_e\; c_A^q \Big],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F^{pol}_{9,q} \;\equiv\;& (1+\cos\alpha_+)\,(1+\cos\alpha_-) \Big[e_q\, 2\, Im(g_Z)\, (c_V - c_A)_e\; c_A^q \Big] \\
& + \quad (1-\cos\alpha_+)\,(1-\cos\alpha_-) \Big[e_q\, 2\, Im(g_Z)\, (c_V + c_A)_e\; c_A^q \Big],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F^{pol}_{10,q} \;\equiv\;& (1+\cos\alpha_+)\,(1+\cos\alpha_-)(1/2)\; \Big[e_q^2 + |g_Z|^2\, (c_V - c_A)_e^2\; (c_V^2 + c_A^2)_q \\
& - \quad e_q\, 2\, Re(g_Z)\, (c_V - c_A)_e\; c_V^q \Big] + (1-\cos\alpha_+)\,(1-\cos\alpha_-)(1/2)\; \Big[e_q^2 \\
& + \quad |g_Z|^2\; (c_V + c_A)_e^2\; (c_V^2 + c_A^2)_q - e_q\, 2\, Re(g_Z)\; (c_V + c_A)_e\; c_V^q \Big],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F^{pol}_{11,q} \;\equiv\;& (1+\cos\alpha_+)\,(1+\cos\alpha_-)\, 2\, \Big[e_q\, Re(g_Z)\, (c_V - c_A)_e\; c_A^q - |g_Z|^2\, (c_V - c_A)_e^2\; (c_V c_A)_q \Big] \\
& - \quad (1-\cos\alpha_+)\,(1-\cos\alpha_-)\, 2\, \Big[e_q\, Re(g_Z)\, (c_V + c_A)_e\; c_A^q - |g_Z|^2\, (c_V + c_A)_e^2\; (c_V c_A)_q \Big],
\end{aligned}
$$

$$
F^{pol}_{12,q} \;\equiv\; (\sin\alpha_+\; \sin\alpha_-)\; \Big[cos(\beta_+ + \beta_-)\, [e_q^2 - e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\; c_V^q + |g_Z|^2\, (c_V^2 - c_A^2)_e\; (c_V + c_A^2)_q\,]
$$

$$+ \sin(\beta_+ + \beta_-)\,[e_q\, 2\, Im(g_Z)\, c_A^e\, c_V^q\,]\Big]. \tag{4.14}$$

4.2 Casos particulares dos vetores de polarização

Os resultados obtidos na seção anterior dependem, explicitamente, das direções dos vetores de polarização do elétron (α_-, β_-) e do pósitron (α_+, β_+). Nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos para os principais casos particulares de polarização; abaixo mostra-se uma lista com todos os casos particulares agrupados nos nove casos em que se obtêm conjuntos distintos de F's. Na notação utilizada $P(e^-, +\hat{x})$ denota que o vetor de polarização do elétron aponta na direção positiva do eixo-x:

Caso 1:

$\{P(e^-, +\hat{z})\,,\ P(e^+, +\hat{z})\}$;

Caso 2:

$\{P(e^-, +\hat{z})\,,\ P(e^+, +\hat{x})\}$, $\{P(e^-, +\hat{z})\,,\ P(e^+, -\hat{x})\}$, $\{P(e^-, +\hat{z})\,,\ P(e^+, +\hat{y})\}$,
$\{P(e^-, +\hat{z})\,,\ P(e^+, -\hat{y})\}$, $\{P(e^-, +\hat{x})\,,\ P(e^+, +\hat{z})\}$, $\{P(e^-, -\hat{x})\,,\ P(e^+, +\hat{z})\}$,
$\{P(e^-, +\hat{y})\,,\ P(e^+, +\hat{z})\}$, $\{P(e^-, -\hat{y})\,,\ P(e^+, +\hat{z})\}$;

Caso 3:

$\{P(e^-, +\hat{z})\,,\ P(e^+, -\hat{z})\}$, $\{P(e^-, -\hat{z})\,,\ P(e^+, +\hat{z})\}$;

Caso 4:

$\{P(e^-, -\hat{z})\,,\ P(e^+, -\hat{z})\}$;

Caso 5:

$\{P(e^-, +\hat{x})\,,\ P(e^+, +\hat{x})\}$, $\{P(e^-, -\hat{x})\,,\ P(e^+, -\hat{x})\}$, $\{P(e^-, +\hat{y})\,,\ P(e^+, -\hat{y})\}$,
$\{P(e^-, -\hat{y})\,,\ P(e^+, +\hat{y})\}$, $\{P(e^-, -\hat{y})\,,\ P(e^+, -\hat{y})\}$;

Caso 6:

$\{P(e^-, +\hat{x})\,,\ P(e^+, -\hat{x})\}$, $\{P(e^-, -\hat{x})\,,\ P(e^+, +\hat{x})\}$, $\{P(e^-, +\hat{y})\,,\ P(e^+, +\hat{y})\}$;

Caso 7:
$\{P(e^-,+\hat{x})\,,\,P(e^+,+\hat{y})\}$, $\{P(e^-,+\hat{y})\,,\,P(e^+,+\hat{x})\}$, $\{P(e^-,-\hat{x})\,,\,P(e^+,-\hat{y})\}$,
$\{P(e^-,-\hat{y})\,,\,P(e^+,-\hat{x})\}$;

Caso 8:
$\{P(e^-,+\hat{x})\,,\,P(e^+,-\hat{y})\}$, $\{P(e^-,-\hat{y})\,,\,P(e^+,+\hat{x})\}$, $\{P(e^-,-\hat{x})\,,\,P(e^+,+\hat{y})\}$,
$\{P(e^-,+\hat{y})\,,\,P(e^+,-\hat{x})\}$;

Caso 9:
$\{P(e^-,-\hat{z})\,,\,P(e^+,+\hat{x})\}$, $\{P(e^-,-\hat{z})\,,\,P(e^+,+\hat{y})\}$, $\{P(e^-,-\hat{z})\,,\,P(e^+,-\hat{x})\}$,
$\{P(e^-,-\hat{z})\,,\,P(e^+,-\hat{y})\}$, $\{P(e^-,+\hat{x})\,,\,P(e^+,-\hat{z})\}$, $\{P(e^-,-\hat{x})\,,\,P(e^+,-\hat{z})\}$,
$\{P(e^-,+\hat{y})\,,\,P(e^+,-\hat{z})\}$, $\{P(e^-,-\hat{y})\,,\,P(e^+,-\hat{z})\}$.

Os resultados obtidos para as funções $F^{pol}_{i,q}$ nos casos particulares acima listados são:

Caso 1:

$$
\begin{aligned}
F^{pol,C1}_{1,q} &= 4\Big[e_q^2 + |g_Z|^2\,(c_V-c_A)_e^2\,(c_V-c_A)_q^2 - e_q\,2\,Re(g_Z)\,(c_V-c_A)_e\,(c_V-c_A)_q\Big]\,, \\
F^{pol,C1}_{2,q} &= 8\Big[e_q^2 + |g_Z|^2\,(c_V-c_A)_e^2\,(c_V-c_A)_q^2 - e_q\,2\,Re(g_Z)\,(c_V-c_A)_e\,(c_V-c_A)_q\Big]\,, \\
F^{pol,C1}_{3,q} &= F^{pol,C1}_{4,q} = F^{pol,C1}_{5,q} = F^{pol,C1}_{6,q} = F^{pol,C1}_{7,q} = F^{pol,C1}_{12,q} = 0\,, \\
F^{pol,C1}_{8,q} &= 4\Big[e_q^2 + |g_Z|^2\,(c_V-c_A)_e^2\,(c_V-c_A)_q^2 - e_q\,2\,Re(g_Z)\,(c_V-c_A)_e\,(c_V^q)\Big]\,, \\
F^{pol,C1}_{9,q} &= e_q\,4\,Im(g_Z)\,(c_V-c_A)_e\,c_A^q\,, \\
F^{pol,C1}_{10,q} &= 2\Big[e_q^2 + |g_Z|^2\,(c_V-c_A)_e^2\,(c_V^2+c_A^2)_q - e_q\,2\,Re(g_Z)\,(c_V-c_A)_e\,(c_V^q)\Big]\,, \\
F^{pol,C1}_{11,q} &= 8\Big[e_q\,2\,Re(g_Z)\,(c_V-c_A)_e\,(c_A^q) - |g_Z|^2\,(c_V-c_A)_e^2\,(C_V c_A)_q\Big]
\end{aligned}
\tag{4.15}
$$

Caso 2:

$$
\begin{aligned}
F^{pol,C2}_{1,q} &= 2\Big[e_q^2 + |g_Z|^2\,(c_V-c_A)_e^2\,(c_V-c_A)_q^2 - e_q\,2\,Re(g_Z)\,(c_V-c_A)_e\,(c_V-c_A)_q\Big] \\
F^{pol,C2}_{2,q} &= 4\Big[e_q^2 + |g_Z|^2\,(c_V-c_A)_e^2\,(c_V-c_A)_q^2 - e_q\,2\,Re(g_Z)\,(c_V-c_A)_e\,(c_V-c_A)_q\Big]\,,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F_{3,q}^{pol,C2} &= F_{4,q}^{pol,C2} = F_{5,q}^{pol,C2} = F_{6,q}^{pol,C2} = F_{7,q}^{pol,C2} = F_{12,q}^{pol,C2} = 0 \;, \\
F_{8,q}^{pol,C2} &= 2\Big[e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V - c_A)_e^2 \;(c_V - c_A)_q^2 - e_q\, 2\, Re(g_Z)\,(c_V - c_A)_e \;(c_V^q)\Big] \;, \\
F_{9,q}^{pol,C2} &= e_q\, 2\, Im(g_Z)\,(c_V - c_A)_e \; c_A^q \;, \\
F_{10,q}^{pol,C2} &= \Big[e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V - c_A)_e^2 \;(c_V^2 + c_A^2)_q - e_q\, 2\, Re(g_Z)\,(c_V - c_A)_e \;(c_V^q)\Big] \;, \\
F_{11,q}^{pol,C2} &= 4\Big[e_q\, 2\, Re(g_Z)\,(c_V - c_A)_e \;(c_A^q) - |g_Z|^2 \,(c_V - c_A)_e^2 \;(C_V c_A)_q\Big] \;.
\end{aligned}
\tag{4.16}
$$

Caso 3:

$$
F_{i,q}^{pol,C3} = 0 \;. \tag{4.17}
$$

Caso 4:

$$
\begin{aligned}
F_{1,q}^{pol,C4} &= 4\Big[e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V + c_A)_e^2 \;(c_V - c_A)_q^2 - e_q\, 2\, Re(g_Z)\,(c_V + c_A)_e \;(c_V - c_A)_q\Big] \;, \\
F_{2,q}^{pol,C4} &= -8\Big[e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V + c_A)_e^2 \;(c_V - c_A)_q^2 - e_q\, 2\, Re(g_Z)\;(c_V + c_A)_e \;(c_V - c_A)_q\Big] \;, \\
F_{3,q}^{pol,C4} &= F_{4,q}^{pol,C4} = F_{5,q}^{pol,C4} = F_{6,q}^{pol,C4} = F_{7,q}^{pol,C4} = F_{12,q}^{pol,C4} = 0 \;, \\
F_{8,q}^{pol,C4} &= 8\Big[e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V + c_A)_e^2 \;(c_V^2 - c_A^2)_q - e_q\, 2\, Re(g_Z)\,(c_V + c_A)_e \;(c_V^q)\Big] \\
F_{9,q}^{pol,C4} &= e_q\, 8\, Im(g_Z)\,(c_V + c_A)_e \; c_A^q \\
F_{10,q}^{pol,C4} &= 2\Big[e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V + c_A)_e^2 \;(c_V^2 + c_A^2)_q - e_q\, 2\, Re(g_Z)\,(c_V + c_A)_e \;(c_V^q)\Big] \\
F_{11,q}^{pol,C4} &= 8\Big[-e_q\, 2\, Re(g_Z)\;(c_V + c_A)_e \;(c_A^q) + |g_Z|^2 \,(c_V - c_A)_e^2 \;(c_V c_A)_q\Big]
\end{aligned}
\tag{4.18}
$$

Caso 5:

$$
\begin{aligned}
F_{1,q}^{pol,C5} &= 2\Big[e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V^2 + c_A^2)_e \;(c_V - c_A)_q^2 - e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e \;(c_V - c_A)_q\Big] \;, \\
F_{2,q}^{pol,C5} &= 4\Big[-|g_Z|^2\, 2 (c_V c_A)_e \;(c_V - c_A)_q^2 + e_q\, 2\, Re(g_Z)\; c_A^e \;(c_V - c_A)_q\Big] \;, \\
F_{3,q}^{pol,C5} &= 2\Big[e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V^2 - c_A^2)_e \;(c_V - c_A)_q^2 - e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e \;(c_V - c_A)_q \;,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F_{4,q}^{pol,C5} &= 2\Big[e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V^2 - c_A^2)_e \;(c_V - c_A)_q^2 - e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\; c_V^q \\
F_{5,q}^{pol,C5} &= e_q 4 Im(g_Z) c_V^e c_A^q \\
F_{6,q}^{pol,C5} &= -8 e_q Re(g_Z) c_A^e c_A^q \\
F_{7,q}^{pol,C5} &= e_q 8 Im(g_Z) c_A^e c_V^q \\
F_{8,q}^{pol,C5} &= 2\Big[e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V^2 + c_A^2)_e\, (c_V^2 - c_A^2)_q - e_q 2 Re(g_Z)\, c_V^e\, (c_V^q)\Big] \\
F_{9,q}^{pol,C5} &= e_q 4 Im(g_Z) c_V^e c_A^q \\
F_{10,q}^{pol,C5} &= e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V^2 + c_A^2)_e\, (c_V^2 + c_A^2)_q - e_q 2 Re(g_Z)\, c_V^e c_V^q \\
F_{11,q}^{pol,C5} &= 4\Big[-e_q 2 Re(g_Z)\, c_V^e c_A^q + |g_Z|^2\, 2 (c_V c_A)_e\, (c_V c_A)_q\Big] \\
F_{12,q}^{pol,C5} &= e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V^2 - c_A^2)_e\, (c_V^2 + c_A^2)_q - e_q 2 Re(g_Z)\, c_V^e c_V^q
\end{aligned} \tag{4.19}
$$

Caso 6:

$$
\begin{aligned}
F_{1,q}^{pol,C6} &= 2\Big[e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V^2 + c_A^2)_e\, (c_V - c_A)_q^2 - e_q 2 Re(g_Z)\, (c_V^e\, (c_V - c_A)_q\Big] , \\
F_{2,q}^{pol,C6} &= 4\Big[-|g_Z|^2\, 2 (c_V c_A)_e\, (c_V - c_A)_q^2 + e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_A^e\; (c_V - c_A)_q\Big] , \\
F_{3,q}^{pol,C6} &= -2\Big[e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V^2 - c_A^2)_e\; (c_V - c_A)_q^2 - e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\; (c_V - c_A)_q \\
F_{4,q}^{pol,C6} &= -2\Big[e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V^2 - c_A^2)_e\; (c_V - c_A)_q^2 - e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\; c_V^q\; , \\
F_{5,q}^{pol,C5} &= -e_q\, 4\, Im(g_Z)\, c_V^e\; c_A^q\; , \\
F_{6,q}^{pol,C5} &= 8\, e_q\, Re(g_Z)\, c_A^e\; c_A^q\; , \\
F_{7,q}^{pol,C5} &= -e_q\, 8\, Im(g_Z)\, c_A^e\; c_V^q\; , \\
F_{8,q}^{pol,C6} &= 2\Big[e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V^2 + c_A^2)_e\; (c_V^2 - c_A^2)_q - e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\; (c_V^q)\Big] , \\
F_{9,q}^{pol,C6} &= e_q\, 4\, Im(g_Z)\, c_V^e\; c_A^q\; , \\
F_{10,q}^{pol,C6} &= e_q^2 + |g_Z|^2 \,(c_V^2 + c_A^2)_e\; (c_V^2 + c_A^2)_q - e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\; c_V^q \\
F_{11,q}^{pol,C6} &= 4\Big[-e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\; c_A^q + |g_Z|^2\, 2 (c_V c_A)_e\; (c_V c_A)_q\Big] ,
\end{aligned}
$$

$$F^{pol,C6}_{12,q} = -e_q^2 - |g_Z|^2 (c_V^2 - c_A^2)_e (c_V^2 + c_A^2)_q + e_q 2Re(g_Z)\, c_V^e c_V^q \,. \tag{4.20}$$

Caso 7:

$$\begin{aligned}
F^{pol,C7}_{1,q} &= 2\left[e_q^2 + |g_Z|^2 (c_V^2 + c_A^2)_e\ (c_V - c_A)_q^2 - e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\ (c_V - c_A)_q\right] ,\\
F^{pol,C7}_{2,q} &= 4\left[-|g_Z|^2\, 2(c_V c_A)_e\ (c_V - c_A)_q^2 + e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_A^e\ (c_V - c_A)_q\right] ,\\
F^{pol,C7}_{3,q} &= e_q\, 4\, Im(g_Z)\, c_A^e\ (c_V - c_A)_q \,,\\
F^{pol,C7}_{4,q} &= e_q\, 4\, Im(g_Z)\ c_A^e\ c_V^q \,,\\
F^{pol,C7}_{5,q} &= e_q\, 4\, Re(g_Z)\, c_A^e\ c_A^q \,,\\
F^{pol,C7}_{6,q} &= e_q\, 8\, Im(g_Z)\, c_V^e\ c_A^q \,,\\
F^{pol,C7}_{7,q} &= -4\left[e_q^2 + |g_Z|^2 (c_V^2 - c_A^2)_e\ (c_V^2 - c_A^2)_q + e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\ c_V^q\right] ,\\
F^{pol,C7}_{8,q} &= 2\left[e_q^2 + |g_Z|^2 (c_V^2 + c_A^2)_e\ (c_V^2 - c_A^2)_q - e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\ (c_V^q)\right] ,\\
F^{pol,C7}_{9,q} &= e_q\, 4\, Im(g_Z)\, c_V^e\ c_A^q \,,\\
F^{pol,C7}_{10,q} &= e_q^2 + |g_Z|^2 (c_V^2 + c_A^2)_e\ (c_V^2 + c_A^2)_q - e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\ c_V^q \,,\\
F^{pol,C7}_{11,q} &= 4\left[-e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\ c_A^q + |g_Z|^2\, 2(c_V c_A)_e\ (c_V c_A)_q\right] ,\\
F^{pol,C7}_{12,q} &= e_q\, 2\, Im(g_Z)\, c_A^e\ c_V^q \,.
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Caso 8:

$$\begin{aligned}
F^{pol,C8}_{1,q} &= 2\left[e_q^2 + |g_Z|^2 (c_V^2 + c_A^2)_e\ (c_V - c_A)_q^2 - e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_V^e\ (c_V - c_A)_q\right] ,\\
F^{pol,C8}_{2,q} &= 4\left[-|g_Z|^2\, 2(c_V c_A)_e\ (c_V - c_A)_q^2 + e_q\, 2\, Re(g_Z)\, c_A^e\ (c_V - c_A)_q\right] ,\\
F^{pol,C8}_{3,q} &= -e_q\, 4\, Im(g_Z)\, c_A^e\ (c_V - c_A)_q \,,\\
F^{pol,C8}_{4,q} &= -e_q\, 4\, Im(g_Z)\, c_A^e\ c_V^q \,,\\
F^{pol,C8}_{5,q} &= -e_q\, 4\, Re(g_Z)\, c_A^e\ c_A^q \,,\\
F^{pol,C8}_{6,q} &= -e_q\, 8\, Im(g_Z)\, c_V^e\ c_A^q \,,
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
F_{7,q}^{pol,C8} &= 4\left[e_q^2 + |g_Z|^2\,(c_V^2 - c_A^2)_e\,(c_V^2 - c_A^2)_q + e_q\,2\,Re(g_Z)\,c_V^e\,c_V^q\right] , \\
F_{8,q}^{pol,C8} &= 2\left[e_q^2 + |g_Z|^2\,(c_V^2 + c_A^2)_e\,(c_V^2 - c_A^2)_q - e_q\,2\,Re(g_Z)\,c_V^e\,(c_V^q)\right] \\
F_{9,q}^{pol,C8} &= e_q\,4\,Im(g_Z)\,c_V^e\,c_A^q , \\
F_{10,q}^{pol,C8} &= e_q^2 + |g_Z|^2\,(c_V^2 + c_A^2)_e\,(c_V^2 + c_A^2)_q - e_q\,2\,Re(g_Z)\,c_V^e\,c_V^q , \\
F_{11,q}^{pol,C8} &= 4\left[-e_q\,2\,Re(g_Z)\,c_V^e\,c_A^q + |g_Z|^2\,2(c_Vc_A)_e\,(c_Vc_A)_q\right] , \\
F_{12,q}^{pol,C8} &= -e_q\,2\,Im(g_Z)\,c_A^e\,c_V^q .
\end{aligned}
\tag{4.22}
$$

Caso 9:

$$
\begin{aligned}
F_{1,q}^{pol,C9} &= 2\left[e_q^2 + |g_Z|^2\,(c_V + c_A)_e^2\,(c_V - c_A)_q^2 - e_q\,2\,Re(g_Z)\,(c_V + c_A)_e\,(c_V - c_A)_q\right] , \\
F_{2,q}^{pol,C9} &= -4\left[e_q^2 + |g_Z|^2\,(c_V + c_A)_e^2\,(c_V - c_A)_q^2 - e_q\,2\,Re(g_Z)\,(c_V + c_A)_e\,(c_V - c_A)_q\right] , \\
F_{3,q}^{pol,C9} &= F_{4,q}^{pol,C9} = F_{5,q}^{pol,C9} = F_{6,q}^{pol,C9} = F_{7,q}^{pol,C9} = F_{12,q}^{pol,C9} = 0 , \\
F_{8,q}^{pol,C9} &= 4\left[e_q^2 + |g_Z|^2\,(c_V + c_A)_e^2\,(c_V^2 - c_A^2)_q - e_q\,2\,Re(g_Z)\,(c_V + c_A)_e\,(c_V^q)\right] , \\
F_{9,q}^{pol,C9} &= e_q\,4\,Im(g_Z)\,(c_V + c_A)_e\,c_A^q , \\
F_{10,q}^{pol,C9} &= e_q^2 + |g_Z|^2\,(c_V + c_A)_e^2\,(c_V^2 + c_A^2)_q - e_q\,2\,Re(g_Z)\,(c_V + c_A)_e\,(c_V^q) , \\
F_{11,q}^{pol,C9} &= 4\left[-e_q\,2\,Re(g_Z)\,(c_V + c_A)_e\,(c_A^q) + |g_Z|^2\,(c_V - c_A)_e^2\,(c_Vc_A)_q\right] .
\end{aligned}
\tag{4.23}
$$

4.3 Estimativas dos elementos não–diagonais de $\rho^{e^-e^+\to q\bar{q}}(q\bar{q})$ para o pólo Z^0

Considerando, tal qual no capítulo anterior, que o processo $e^-e^+ \to hX$ se dá a $s = M_Z^2$, *i. e.*, no pólo Z^0, tem-se que

$$
g_z(s = M_Z^2) = -i\,\frac{M_Z/\Gamma_Z}{4\,\sin^2\theta_W\,\cos^2\theta_W}\;; \tag{4.24}
$$

utilizando as Eqs. (3.16), tem-se ainda que

$$
\begin{aligned}
c_V^e &= -\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_W \\
c_A^e &= -\frac{1}{2} \\
c_V^{[u,c,t]} &= \frac{1}{2} - \frac{4}{3}\sin^2\theta_W \\
c_A^{[u,c,t]} &= \frac{1}{2} \\
c_V^{[d,s,b]} &= -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\sin^2\theta_W \\
c_A^{[d,s,b]} &= -\frac{1}{2}\,.
\end{aligned}
\tag{4.25}
$$

Substituindo as Eqs. (3.38) e (4.25) nas Eqs. (4.15) a (4.23), os seguintes resultados são obtidos para os elementos da matriz densidade de helicidade, para estados intermediários de diversos sabores, em função dos ângulos de espalhamento:

$$
\begin{aligned}
\rho^{pol,C1,C2}_{+-;+-}(u\bar{u}) &= 0,1548\left[\frac{(1+\cos\theta)^2}{1+\cos^2\theta - 1,3808\,\cos\theta}\right], \\
\rho^{pol,C4,C9}_{+-;+-}(u\bar{u}) &= 0,1514\left[\frac{(1-\cos\theta)^2}{1+\cos^2\theta - 1,3887\,\cos\theta}\right], \\
\rho^{pol,C5}_{+-;+-}(u\bar{u}) &= 0,1528\left[\frac{0,0180+\cos^2\theta - 0,2031\,\cos\theta}{0,0149+\cos^2\theta + 0,1492\,\cos\theta}\right], \\
\rho^{pol,C6}_{+-;+-}(u\bar{u}) &= 0,1528\left[\frac{1+0,0180\,\cos^2\theta - 0,2031\,\cos\theta}{1+0,0149\,\cos^2\theta + 0,1492\,\cos\theta}\right], \\
\rho^{pol,C7}_{+-;+-}(u\bar{u}) &= 0,1725\left[\frac{0,7143+\cos^2\theta - 0,3406\,\cos\theta}{1+0,9336\,\cos^2\theta + 0,2844\,\cos\theta}\right], \\
\rho^{pol,C8}_{+-;+-}(u\bar{u}) &= 0,1725\left[\frac{1+0,7143\,\cos^2\theta - 0,3406\,\cos\theta}{0,9336+\cos^2\theta + 0,2844\,\cos\theta}\right],
\end{aligned}
\tag{4.26}
$$

$$
\begin{aligned}
\rho^{pol,C1,C2}_{+-;+-}(d\bar{d}) &= 0,0300\left[\frac{(1+\cos\theta)^2}{1+\cos^2\theta + 1,3887\,\cos\theta}\right], \\
\rho^{pol,C4,C9}_{+-;+-}(d\bar{d}) &= 0,0300\left[\frac{(1-\cos\theta)^2}{1+\cos^2\theta + 1,8760\,\cos\theta}\right], \\
\rho^{pol,C5}_{+-;+-}(d\bar{d}) &= 0,0298\left[\frac{0,0163+\cos^2\theta - 0,2082\,\cos\theta}{0,0116+\cos^2\theta + 0,1978\,\cos\theta}\right],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\rho^{pol,C6}_{+-;+-}(d\bar{d}) &= 0,0298\left[\frac{1+0,0163\cos^2\theta-0,2082\cos\theta}{1+0,0116\cos^2\theta+0,1978\cos\theta}\right],\\
\rho^{pol,C7}_{+-;+-}(d\bar{d}) &= 0,0340\left[\frac{0,7129+\cos^2\theta-0,3531\cos\theta}{1+0,9551\cos^2\theta+0,3820\cos\theta}\right],\\
\rho^{pol,C8}_{+-;+-}(d\bar{d}) &= 0,0340\left[\frac{1+0,7129\cos^2\theta-0,3531\cos\theta}{0,9551+\cos^2\theta+0,3820\cos\theta}\right],
\end{aligned}
\tag{4.27}
$$

$$
\begin{aligned}
\rho^{pol,C1,C2}_{+-;-+}(u\bar{u}) &= -0,3622\ (1+i\,0,1350)\left[\frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta-1,3808\cos\theta}\right],\\
\rho^{pol,C4,C9}_{+-;-+}(u\bar{u}) &= -0,3550\ (1+i\,0,1103)\left[\frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta+1,3915\cos\theta}\right],\\
Re[\rho^{pol,C5}_{+-;-+}(u\bar{u})] &= -0,3612\left[\frac{(0,0069-\cos^2\theta+0,0028\cos\theta)}{0,0149+\cos^2\theta+0,1493\cos\theta}\right],\\
Im[\rho^{pol,C5}_{+-;-+}(u\bar{u})] &= 0,3612\left[\frac{(0,0125+0,0001\cos^2\theta+0,0492\cos\theta)}{0,0149+\cos^2\theta+0,1493\cos\theta}\right.\\
Re[\rho^{pol,C6}_{+-;-+}(u\bar{u})] &= -0,3612\left[\frac{1-0,0069\cos^2\theta+0,0028\cos\theta}{0,0149+\cos^2\theta+0,1493\cos\theta}\right],\\
Im[\rho^{pol,C6}_{+-;-+}(u\bar{u})] &= 0,3612\left[\frac{0,0001+0,0125\cos^2\theta+0,0492\cos\theta}{0,0149+\cos^2\theta+0,1493\cos\theta}\right],\\
Re[\rho^{pol,C7}_{+-;-+}(u\bar{u})] &= -0,3616\left[\frac{0,9083-\cos^2\theta-0,0238\cos\theta}{1+0,9336\cos^2\theta+0,2844\cos\theta}\right],\\
Im[\rho^{pol,C7}_{+-;-+}(u\bar{u})] &= 0,3616\left[\frac{0,0096-0,0148\cos^2\theta-1,8873\cos\theta}{1+0,9336\cos^2\theta+0,2844\cos\theta}\right],\\
Re[\rho^{pol,C8}_{+-;-+}(u\bar{u})] &= -0,3616\left[\frac{1-0,9083\cos^2\theta+0,0238\cos\theta}{0,9336+\cos^2\theta+0,2844\cos\theta}\right],\\
Im[\rho^{pol,C8}_{+-;-+}(u\bar{u})] &= 0,3616\left[\frac{0,0148-0,0096\cos^2\theta+1,8873\cos\theta}{0,9336+\cos^2\theta+0,2844\cos\theta}\right],
\end{aligned}
\tag{4.28}
$$

$$
\begin{aligned}
\rho^{pol,C1,C2}_{+-;-+}(d\bar{d}) &= -0,1699\ (1-i\,0,1120)\left[\frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta-1,8835\cos\theta}\right],\\
\rho^{pol,C4,C9}_{+-;-+}(d\bar{d}) &= -0,1696\ (1+i\,0,0903)\left[\frac{\sin^2\theta}{1+\cos^2\theta+1,8766\cos\theta}\right],\\
\rho^{pol,C5}_{+-;-+}(d\bar{d}) &= -0,1698\left[\frac{(0,0114-\cos^2\theta-0,0023\cos\theta)-i\,(0,0105+0,0705\cos\theta)}{0,0116+\cos^2\theta+0,1978\cos\theta}\right],\\
\rho^{pol,C6}_{+-;-+}(d\bar{d}) &= -0,1698\left[\frac{(1-0,0114\cos^2\theta+0,0023\cos\theta)-i\,(0,0105+0,0705\cos\theta)}{1+0,0116\cos^2\theta+0,1978\cos\theta}\right],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Re[\rho^{pol,C7}_{+-;-+}(d\bar{d})] &= -0,3247\left[\frac{0,4740-0,5467\cos^2\theta-0,0106\cos\theta}{1+0,9551\cos^2\theta+0,3820\cos\theta}\right],\\
Im[\rho^{pol,C7}_{+-;-+}(d\bar{d})] &= 0,3247\left[\frac{0,0037-0,0060\cos^2\theta-\cos\theta}{1+0,9551\cos^2\theta+0,3820\cos\theta}\right],\\
Re[\rho^{pol,C8}_{+-;-+}(d\bar{d})] &= -0,3247\left[\frac{0,5467-0,4740\cos^2\theta+0,0106\cos\theta}{1+0,9551\cos^2\theta+0,3820\cos\theta}\right],\\
Im[\rho^{pol,C8}_{+-;-+}(d\bar{d})] &= 0,3247\left[\frac{0,0060-0,0037\cos^2\theta+\cos\theta}{1+0,9551\cos^2\theta+0,3820\cos\theta}\right].
\end{aligned}
\tag{4.29}
$$

Os resultados obtidos neste capítulo mostram que os valores advindos das diferentes direções de polarização são, claramente, distintos. Os gráficos nas Figs. (4.1) a (4.6) mostram os valores dos elementos não–diagonais da matriz densidade de helicidade para cada direção de polarização.

As Figs. (4.1) e (4.2) mostram que os valores de $\rho_{+-;+-}(q\bar{q})$ (para $q = u, d$) são diferentes para cada uma das direções de polarização, mas são sempre positivos. Já as Figs. (4.3) e (4.5) mostram que os valores de $Re(\rho_{+-;-+})(q\bar{q})$ também variam para cada uma das direções de polarização, sendo, entretanto, seus valores negativos para os casos $1, 2, 4, 6, 7, 8$ e 9 e positivo para o caso 5, em uma determinada região de θ; obviamente o resultado $Re(\rho_{+-;-+})(q\bar{q}) < 0$, encontrado no Capítulo 3 para o caso não–polarizado, deve–se à predominância de valores negativos. Assim sendo, o valor negativo encontrado no quarto capítulo para o elemento $\rho_{-1,+1}(h)$ é devido não somente aos efeitos da interação fraca mas também à predominância de alguns estados particulares de polarização.

As Figs. (4.4) e (4.6) mostram que os valores de $Im(\rho_{+-;-+})(q\bar{q})$ são também diferentes para cada uma das direções de polarização, sendo os valores positivos para alguns casos e negativos para outros. Entretanto, a pequenez dos valores mostra que, mesmo para o caso de processos de colisões com feixes de elétrons e pósitrons polarizados, os efeitos desta parte imaginária são desprezíveis. Em resumo, a partir das Figs. (4.1) a (4.6) tem–se que o comportamento dos elementos não–diagonais de $\rho(q\bar{q})$, para diferentes direções de polarização, com relação à variação do ângulo de produção dos jatos no processo $e^-e^+ \to h + X$, constitui um forte indício de que mais do que regras simples de estatística devem ser utilizadas para a descrição dos estados de spin.

Concluindo, pode-se dizer que experimentos com feixes iniciais polarizados podem, realmente, fornecer importantes informações acerca das interações fundamentais da natureza; informações estas que são escondidas pelas combinações e cancelamentos que ocorrem nos processos não–polarizados.

Figura 4.1: elemento $\rho_{+-;+-}(u\bar{u})$, para cada um dos casos particulares $C_{1....9}$, em função do ângulo θ.

Figura 4.2: elemento $\rho_{+-;+-}(d\bar{d})$, para cada um dos casos particulares $C_{1\ldots9}$, em função do ângulo θ.

Figura 4.3: elemento $Re\Big(\rho_{+-;-+}(u\bar{u})\Big)$, para cada um dos casos particulares $C_{1,...,9}$, em função do ângulo θ.

Figura 4.4: elemento $Im\Big(\rho_{+-;-+}(u\bar{u})\Big)$, para cada um dos casos particulares $C_{1\ldots9}$, em função do ângulo θ.

Figura 4.5: elemento $Re\Big(\rho_{+-;-+}(d\bar{d})\Big)$, para cada um dos casos particulares $C_{1,...,9}$, em função do ângulo θ.

Figura 4.6: elemento $Im\Big(\rho_{+\,-;-\,+}(d\bar{d})\Big)$, para cada um dos casos particulares $C_{1,...,9}$, em função do ângulo θ.

Capítulo 5

Sobre a fragmentação de quarks em mésons vetoriais e pseudo–vetoriais produzidos no LEP

Neste capítulo algumas observações sobre a fragmentação de quarks em mésons vetoriais e pseudo–vetoriais produzidos no LEP são apresentadas; tais observações referem–se ao limite em que os elementos não–diagonais da matriz densidade de helicidade do hádron h são desprezíveis, em virtude de seu pequeno valor; são também desprezíveis as correções advindas das interações dos estados $q\bar{q}$ aos elementos diagonais de $\rho(h)$. Apesar de neste capítulo não serem consideradas as interações entre quarks e antiquarks criados (e aniquilados) no processo de hadronização— hipótese fundamental do modelo apresentado nos Capítulos 2, 3 e 4 —, serão mostrados argumentos favoráveis a algumas das demais *hipóteses* adotadas nesta tese como, por exemplo, nos capítulos 3 e 4, $\alpha_V \neq 1/3$.

5.1 Relação entre $\rho_{0,0}(h)$ e P_V

Ao longo dos capítulos 3 e 4, foi visto que a produção de hádrons via processos de aniquilação de pares $e^-e^+ \longrightarrow h + X$ é muito útil para o estudo do processo de fragmentação dos quarks; tal processo de fragmentação tem recebido muita atenção por parte dos físicos teóricos (v. Refs. [6], [7], [14], [30] e [31]) bem como dos experimentais (v. Refs. [8], [9] e [32] a [37]). Através deste tipo de processo são obtidas informações sobre aspectos básicos das interações fortes, no limite não–perturbativo; no caso de quarks pesados, serve para que se estude como as funções de fragmentação podem ser estimadas.

A compreensão do mecanismo de fragmentação dos quarks é crucial para as predições acerca das seções de choque de processos inclusivos de produção hadrônica; em geral, no estudo destes processos, são utilizados simples modelos não–perturbativos nas simulações com os programas de Monte Carlo e nas teorias efetivas com quarks pesados. Nesta seção, ao invés de tentar obter um novo modelo dinâmico para os processos não–perturbativos de fragmentação de quarks, serão obtidos, a partir de dados experimentais, algumas propriedades gerais e independentes de modelos. Estes resultados podem ser úteis para os modelos de fragmentação de quarks bem como para os programas de simulação dos mesmos. Será considerada a dependência nos spins dos processos de fragmentação, *i. e.*, a produção de mésons vetoriais e pseudo–vetoriais, as probabilidades relativas da produção destes e a probabilidade de um méson vetorial ser encontrado no estado zero de helicidade. Dados experimentais sobre estas quantidades foram publicados nas Refs. [8], [9] e [32] a [37]; será mostrado como estes dados podem ser relacionados às funções de fragmentação de quarks polarizados, ou não, e às probabilidades de ocorrência de estados pseudo–escalares e vetoriais com helicidade 0 ou ± 1. Também será visto como modelos que utilizam estatísticas simples — os quais são usualmente adotados nas simulações com os programas de Monte Carlo — fornecem resultados incompatíveis com aqueles obtidos para quarks leves.

Os quarks produzidos via aniquilação de pares $e^- e^+$, no LEP, são polarizados longitudinalmente com probabilidade $\rho_{\pm,\pm}(q)$ de estarem no estado de helicidade $\pm$; em relação aos valores dos elementos diagonais da matriz densidade de helicidade, $\rho_{\pm,\mp}(q)$, os elementos não–diagonais podem ser desprezados (v. cap. 3 e Ref. [4]). Assim, a probabilidade de um hádron

h, no estado de helicidade λ_h, ser gerado num processo de fragmentação de um quark q é dada por (v. Cap. 3):

$$\rho_{\lambda_h,\lambda_h}(h) = \frac{1}{\sum_q D_q^h} \sum_q \left[D_{q,+}^{h,\lambda_h}\ \rho_{+,+}(q) + D_{q,-}^{h,\lambda_h}\ \rho_{-,-}(q) \right] ; \tag{5.1}$$

onde $D_{q,\lambda_q}^{h,\lambda_h}$ denota a função de fragmentação de um quark q, polarizado, cuja helicidade é λ_q, em um hádron h cuja helicidade é λ_h. A função de fragmentação para o caso não–polarizado é

$$D_q^h = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_h,\lambda_q} D_{q,\lambda_q}^{h,\lambda_h} = \sum_{\lambda_h} D_q^{h,\lambda_h} \ . \tag{5.2}$$

A Eq. (5.1) se aplica em um esquema puramente probabilístico, onde um único quark se fragmenta de forma independente do antiquark; esta é uma boa aproximação para o cálculo dos elementos diagonais da matriz densidade de helicidade (v. Refs. [2], [3] e Cap. 2), pois a hipótese de que o processo de fragmentação seja coerente apenas introduz, nestes termos, correções da ordem de $(p_T/(x\sqrt{s}))^2$, onde p_T é o momentum transverso do hádron em relação ao eixo do jato, x é fração de energia do quark carregada pelo hádron e $\sqrt{s}$ a energia do centro de massa.

Inicialmente serão considerados hádrons cuja produção, via processo de fragmentação, seja oriunda de apenas um tipo de quark, ou seja, mésons contendo apenas um sabor pesado: D, D^*, B, B^* e, possivelmente, K e K^* a grande x. Nestes casos, tem-se:

$$\begin{aligned}
\rho_{1,1} &= \frac{1}{D_q^V} \left[D_{q,+}^{V,1}\ \rho_{+,+}(q) + D_{q,-}^{V,1}\ \rho_{-,-}(q) \right] \\
\rho_{0,0} &= \frac{1}{D_q^V} D_q^{V,0} \\
\rho_{-1,-1} &= \frac{1}{D_q^V} \left[D_{q,+}^{V,-1}\ \rho_{+,+}(q) + D_{q,-}^{V,-1}\ \rho_{-,-}(q) \right]
\end{aligned} \tag{5.3}$$

e

$$P_V \equiv \frac{V}{V+P} = \frac{D_q^V}{D_q^V + D_q^P} ; \tag{5.4}$$

V e P representam, respectivamente, a probabilidade de mésons vetoriais e pseudo-escalares serem produzidos; logo P_V denota a probabilidade relativa de mésons vetoriais serem produzidos. Aplicando as regras de invariância por paridade às amplitudes de fragmentação, tem-se que:

$$\begin{aligned} D^{V,0}_{q,+} &= D^{V,0}_{q,-} = D^{V,0}_{q} \\ D^{V,1}_{q,+} + D^{V,-1}_{q,+} &= D^{V,1}_{q,-} + D^{V,-1}_{q,-} = D^{V,1}_{q} + D^{V,-1}_{q} \ . \end{aligned} \tag{5.5}$$

Para os quarks de valência e funções de onda de mésons com momentum angular orbital nulo, de acordo com a simetria de $SU(6)$, é esperado que:

$$D^{V,1}_{q,-} = D^{V,-1}_{q,+} = 0 \ . \tag{5.6}$$

Nas equações até então apresentadas, apenas podem ser medidos experimentalmente o elemento $\rho_{0,0}(V)$ [1] e a razão $V/(V+P)$; será discutido, a seguir, o que pode ser aprendido sobre o processo de hadronização dos quarks, a partir destas medidas. Note-se que os dois observáveis $\rho_{0,0}(V)$ e $V/(V+P)$ independem do estado de polarização do quark, mas dependem do estado de spin e helicidade do méson final.

Serão definidas a seguir, por questão de simplicidade, as seguintes quantidades:

$$\gamma^V_q \equiv \frac{D^{V,1}_q + D^{V,-1}_q}{D^{V,0}_q} \quad e \quad \beta^V_q \equiv \frac{D^P_q}{D^{V,0}_q} \ , \tag{5.7}$$

que podem depender de x; será visto, posteriormente, que elas podem também ser escritas em termos das probabilidades relativas dos estados vetorial e pseudo-escalar.

Utilizando as Eqs. (5.7), os observáveis $\rho_{0,0}(V)$ e $V/(V+P)$ podem ser reescritos como:

$$\rho_{0,0}(V) = \frac{1}{1+\gamma^V_q} \tag{5.8}$$

[1] esta observação pode ser feita medindo–se a distribuição angular do decaimento de mésons vetoriais em duas partículas, Ref. [3]

e

$$P_V = \frac{1+\gamma_q^V}{1+\gamma_q^V+\beta_q^V} \ ; \tag{5.9}$$

implicando que

$$P_V = \frac{1}{1+\beta_q^V\ \rho_{0,0}} \ . \tag{5.10}$$

Em um modelo puramente estatístico para a abundância relativa dos estados de spin das partículas tem-se

$$\gamma_q^V = 2 \quad e \quad \beta_q^V = 1 \ , \tag{5.11}$$

de onde

$$\rho_{0,0} = \frac{1}{3} \quad e \quad P_V = \frac{3}{4} \tag{5.12}$$

e, portanto, o alinhamento spinorial do méson, dado por

$$A = \frac{1}{2}\left(3\rho_{0,0} - 1\right) \tag{5.13}$$

deve ser nulo.

As Eqs. (5.8) e (5.9) mostram a relação entre as quantidades mensuráveis $\rho_{0,0}(V)$ e P_V e os parâmetros γ_q^V e β_q^V, cujos significados físicos são claros a partir das suas definições, Eqs. (5.7). Tais resultados dão informações quanto à magnitude relativa das funções de fragmentação, as quais não podem ser obtidas de outra forma. A Eq. (5.10) fornece, em termos do parâmetro β_q^V, a relação entre a probabilidade de um quark se fragmentar em um méson vetorial e a probabilidade do méson vetorial ter helicidade zero; para um valor fixo de β_q^V, observa-se que um aumento de $\rho_{0,0}$ implica em um decréscimo de P_V e vice–versa.

Na literatura existem alguns modelos que predizem relações entre $\rho_{0,0}$ e P_V; na Ref. [39]: $\beta = 1$ e $P_V = 1/(1+\rho_{0,0})$, ao passo que na Ref. [40], $\gamma = 1+\beta$ e $P_V = 1/(2-2\rho_{0,0})$.

Considerando os casos em que mais de um sabor contribuem para o processo de fragmentação, como é o caso dos mésons π e ρ, as expressões para $\rho_{0,0}$ e P_V são, respectivamente,

$$\rho_{0,0} = \frac{\sum_q D_q^{V,0}}{\sum_q D_q^{V,0}\,(1+\gamma_q^V)} \tag{5.14}$$

e

$$P_V = \frac{\sum_q D_q^{V,0}(1+\gamma_q^V)}{\sum_q D_q^{V,0}(1+\gamma_q^V+\beta_q^V)}\ ; \tag{5.15}$$

a generalização da Eq. (5.10) é

$$P_V = \frac{\sum_q D_q^{V,0}}{\sum_q D_q^{V,0}\,(1+\beta_q^V\,\rho_{0,0})}\ . \tag{5.16}$$

É digno de nota que os resultados contidos nas Eqs (5.8), (5.9) e (5.10) são reobtidos não somente no caso em que apenas um sabor contribui para o processo de hadronização do méson mas também no caso em que os parâmentros γ_q^V e β_q^V independem do sabor q; este deve ser o caso dos quarks de valência (v. Ref. [4]).

5.2 Valores numéricos e suas interpretações

Para fazer estimativas dos parâmetros γ e β, serão utilizados os seguintes resultados obtidos pela Colaboração OPAL (v. Refs. [8], [9], [33] e [34] a [37]), a partir da análise dos processos de produção das partículas K, K^*, D, D^*, B e B^*,

$$\rho_{0,0}(K^*) \;=\; 0,550 \pm 0,050\ ,\quad P_V(K) = 0,750 \pm 0,102\ ,\quad para\ x > 0,5 \tag{5.17}$$

$$\rho_{0,0}(D^*) \;=\; 0,400 \pm 0,020\ ,\quad P_V(D) = 0,570 \pm 0,060\ ,\quad para\ x > 0,2 \tag{5.18}$$

$$\rho_{0,0}(B^*) \;=\; 0,360 \pm 0,092\ ,\quad P_V(D) = 0,760 \pm 0,090\ ,\quad para\ x > 0,33; \tag{5.19}$$

onde x representa a fração de energia transportada pelos mésons. As contribuições devidas aos decaimentos fracos foram subtraídas quando apropriado, Ref. [6]. Das Eqs. (5.17), (5.18), (5.19), (5.8) e (5.9), obtém–se que

$$\gamma_s^{K^*} = 0,82 \pm 0,17\ , \quad \beta_s^{K^*} = 0,61 \pm 0,33 \tag{5.20}$$

$$\gamma_c^{D^*} = 1,50 \pm 0,12\ , \quad \beta_c^{D^*} = 1,89 \pm 0,47 \tag{5.21}$$

$$\gamma_b^{B^*} = 1,78 \pm 0,71\ , \quad \beta_b^{B^*} = 0,88 \pm 0,49. \tag{5.22}$$

Apesar dos parâmetros γ e β serem definidos em termos das funções de fragmentação, Eqs. (5.7), os resultados experimentais podem ser interpretados em termos dos números de ocupação relativos de todos os estados vetoriais e pseudo–vetoriais, Ref. [32]. Será denotado por P_S^λ a probabilidade de um quark fragmentar-se em um méson de spin S e helicidade λ; será considerada somente a produção de mésons vetoriais e pesudo–vetoriais; assim,

$$\rho_{0,0}(V) = \frac{P_1^0}{P_1^{\pm 1} + P_1^0} \tag{5.23}$$

e

$$P_V = P_1^{\pm 1} + P_1^0 \tag{5.24}$$

com

$$P_1^{\pm 1} \equiv P_1^1 + P_1^{-1}\ \ e \quad P_1^{\pm 1} + P_1^0 + P_0^0 = 1\ . \tag{5.25}$$

Apenas reescrevendo estas probabilidades em termos dos parâmetros γ e β, tem-se

$$P_1^{\pm 1} = \frac{\gamma}{1+\gamma+\beta}\ ; P_1^0 = \frac{1}{1+\gamma+\beta};\ P_0^0 = \frac{\beta}{1+\gamma+\beta}\ . \tag{5.26}$$

As estimativas numéricas para estas grandezas, obtidas a partir dos dados experimentais, Eqs. (5.17), (5.18) e (5.19), são:

$$P_1^{\pm 1}(K^*) = 0,34 \pm 0,06 \qquad P_1^0(K^*) = 0,41 \pm 0,07 \qquad P_0^0(K) = 0,25 \pm 0,10 \tag{5.27}$$

$$P_1^{\pm 1}(D^*) = 0,34 \pm 0,04 \qquad P_1^0(D^*) = 0,23 \pm 0,03 \qquad P_0^0(D) = 0,43 \pm 0,06 \tag{5.28}$$

$$P_1^{\pm 1}(B^*) = 0,49 \pm 0,09 \qquad P_1^0(B^*) = 0,27 \pm 0,08 \qquad P_0^0(D) = 0,24 \pm 0,09 \tag{5.29}$$

e estão de acordo com as Eqs. (5.27), (5.28) e (5.29). Utilizando regras simples de estatística para os estados de spin, os resultados obtidos são

$$P_1^{\pm 1} = 0,5 \quad e \quad P_1^0 = P_0^0 = 0,25 \ , \tag{5.30}$$

independente do tipo de méson de spin 1. Os resultados expressos nas Eqs. (5.27), (5.28) e (5.29), que estão em desacordo com os da Eq. (5.30), fornecem informações básicas sobre propriedades do processo de fragmentação de quarks em mésons vetoriais e escalares, pois dizem quais as abundâncias relativas com que estes são produzidos, de acordo com suas helicidades.

5.3 Comentários sobre as predições

Neste capítulo, mostrou-se que as medidas simultâneas da razão $V/(V+P)$ e do elemento $\rho_{0,0}(V)$ fornecem informações básicas acerca do processo de fragmentação de quarks; informações estas independentes da helicidade do quark, mas dependentes do spin e da helicidade do méson produzido no processo. Os dados experimentais disponíveis para os mésons K, D e B mostram, em alguns casos, evidente desacordo com os resultados advindos de se considerarem regras estatísticas simples para os spins, bem como daqueles obtidos de modelos dinâmicos (v. Refs. [39] e [40]). Estas informações podem ser de grande importância para a formulação correta dos programas de Monte Carlo para a fragmentação de quarks, os quais, simplesmente, supõem probabilidades estatísticas relativas simples, *i. e.*, admitem, por exemplo, as Eqs. (5.30).

No que concerne aos resultados obtidos neste capítulo para mésons estranhos, Eqs. (5.20) a (5.22) e (5.27) a (5.29), os dados estão de acordo com o resultado obtido via combinações estatísticas simples para K, mas não para K^* pois, dentre os estados vetoriais, o de helicidade zero é o mais abundantemente produzido, $P_1^0(K^*) = 0,41$. No caso dos mésons charmosos, ambos os parâmetros $\gamma_c^{D^*}$ e $\beta_c^{D^*}$ diferem dos resultados obtidos com estatística simples, sugerindo maior abundância dos estados pseudo-escalares, $P_0^0(D) = 0,43$ e, dentre os mésons vetoriais, o mesmo ocorre para os estados de helicidade zero; os resultados também estão em desacordo com aqueles obtidos via modelos dinâmicos das Refs. [39] e [40] os quais predizem, respectivamente, $\beta = 1$ e $\gamma = 1 + \beta$. Por último, conforme esperado, os b-mésons pesados são produzidos de acordo com os resultados obtidos via regras simples de estatística.

Capítulo 6

Comentários finais, conclusões e perspectivas

Ao longo dos capítulos 2 a 5 desta tese, foi visto que o estudo dos estados de spin dos hádrons produzidos no processo de aniquilação e^-e^+ é de grande importância para a Física de Spin; com esta análise, importantes informações podem ser obtidas a respeito da intrincada relação entre o spin dos hádrons e o dos quarks que os constituem.

Nesta tese foram apresentadas algumas *novas* observações sobre o mecanismo de "transferência" da polarização dos quarks criados nos processos de aniquilação de pares aos estados finais gerados, os hádrons. As conseqüências de se adotar um modelo coerente para o processo de fragmentação de quarks em hádrons produzidos via processo de aniquilação de pares e^-e^+ no LEP, considerando o processo em dois "passos": $e^-e^+ \to q\bar{q} \to hX$ foram analisadas. No Capítulo 2 foi visto que considerando a ocorrência de interações entre os quarks e os antiquarks do estado intermediário — o que equivale a dizer que a fragmentação é um processo coerente — e, ainda, que estas interações influenciam o estado de spin do hádron final, obtém-se que a matriz densidade de helicidade do estado final não é diagonal; resultado este oposto ao obtido com o modelo incoerente. Mostrou-se também que, considerando a largura dos jatos observados experimentalmente, muitos dos elementos não-diagonais são desprezíveis na escala de altas energias e, surpreendentemente, a matriz densidade de helicidade do estado final é diagonal ou não, dependendo do spin do hádron; para hádrons de spin 1/2 ela é diagonal, ao passo que para os de spin 1 não o é. Dados experimentais sobre a produção do híperon Λ polarizado, via fragmentação de quarks s, confirmam os resultados previstos para partículas de spin 1/2. Cabe ressaltar que a confirmação, ou não, da existência de elementos não–diagonais diferentes de zero na matriz densidade de helicidade dos hádrons de spin 1, produzidos no processo de aniquilação $e^- e^+$, é uma prova, considerada cabal, para se determinar se o processo de fragmentação é coerente ou incoerente.

No Capítulo 3 foram calculados, de acordo com o esquema coerente de fragmentação, os elementos não–diagonais de $\rho(h)$ para alguns mésons de spin 1 produzidos no LEP. As predições feitas para as partículas ϕ, D^* e $K^{*\,0}$ são coerentes com os dados obtidos pela Colaboração OPAL (CERN); a Colaboração DELPHI (CERN) mediu $\rho_{1,-1}$ das partículas ρ, $K^{*\,0}$ e ϕ, para regiões diferentes de x_E e encontrou resultados compatíveis com zero; portanto, de acordo com as predições feitas com o esquema incoerente. Entretanto, as barras de erro destas medidas são largas e também compatíveis com as predições advindas do esquema coerente. Obviamente, mais dados experimentais e investigações mais acuradas, possivelmente com dados exclusivamente referentes à região de x_E, no qual o modelo coerente pode ser melhor testado são necessários. A confirmação dos dados de OPAL constitui uma indicação de quão relevantes são as interações nos pares quark–antiquark para a determinação dos estados de spin dos hádrons produzidos nos processos de aniquilação de pares.

No Capítulo 5 mostrou–se como medindo, simultaneamente, a razão entre a abundância de mésons vetorias e a abundância de mésons vetoriais mais pseudo–vetoriais, produzidos via processo de aniquilação de pares, além do elemento $\rho_{0\,0}(V)$ da matriz densidade de helicidade do méson vetorial, podem ser obtidas informações básicas acerca do processo de fragmentação de quarks em hádrons; estas informações são independentes da helicidade dos quarks mas dependem do spin do hádron produzido. O resultado da análise feita a partir dos dados experimentais do LEP para os mésons vetoriais K, D e B, em alguns casos, diverge das predições feitas com regras simples de estatística e dos resultados provenientes de outros modelos fenomenológicos. É interessante enfatizar que estas simples regras de estatística para a abundância de estados de spin produzidos, assim como o modelo incoerente de fragmentação, são adotados nos programas de Monte Carlo. A aplicação do tratamento dado à produção de mésons vetoriais (v. Capítulo 5 e Ref. [6]) pode ser estendida à produção de bárions, Ref. [41]; entretanto, a falta de dados experimentais impossibilita que seja verificada a ocorrência de desvios com relação as predições do modelo que utiliza simples estatística. Espera–se que no futuro próximo estes dados experimentais estejam disponíveis.

Os resultados originais desta tese, comentados nos parágrafos anteriores, contribuem para um dos grandes desafios atuais da Física de Altas Energias: compreender como o spin dos hádrons produzidos nos processos de fragmentação de quarks depende do spin dos quarks. Os resultados originais contidos nos Capítulos 3 e 4 mostram como o modelo coerente de fragmentação, aplicado à produção de hádrons no LEP contribui a este fim. Por outro lado, os resultados, também originais, do Capítulo 5 apontam para mais um desvio da produção hadrônica (mesônica) no LEP das predições feitas a partir de regras simples de estatística para a abundância de estados de spin produzidos.

Estes resultados formam um conjunto coeso e completo no tocante ao estudo da aplicação do modelo coerente de fragmentação ao processo $e^-e^+ \to hX$ do LEP. Além disso, abrem também uma série de perspectivas para futuras pesquisas, pois, para que se admita, totalmente, que o modelo estudado nesta tese seja capaz de descrever o processo de fragmentação de quarks em hádrons, deve–se ainda aplicá–lo a outros processos de hadronização, que poderão ser objeto de estudo em futuros experimentos.

Concluindo, quanto às perspectivas de futuros testes do modelo de fragmentação coerente, vários Anéis de Colisão capazes de explorar a escala de energia de TeV's tem sido propostos;

em particular, o CERN aproveitará o túnel do LEP para colidir feixes de prótons com uma energia no centro de massa de 14 TeV (LHC) e uma luminosidade de $10^{34} cm^{-2} s^{-1}$. Apesar de em Anéis de Colisão não ser possível realizar experimentos com feixes iniciais polarizados, a extensão da análise apresentada nesta tese para outros processos, com níveis de energia mais altos pode representar um fértil campo para que se teste o modelo de fragmentação coerente e, também, para que sejam estabelecidos os limites em que seus efeitos são relevantes.

Ainda relevantes são os resultados contidos no Capítulo 4 para processos com feixes iniciais polarizados, pois sugerem ainda mais uma perspectiva real para futuras investigações nos processos de produção de hádrons. Espera–se que, no futuro próximo, novos experimentos de Altas Energias em aceleradores lineares com colisões tipo $e^- e^+$ e $\gamma\gamma$ polarizados possam esclarecer como as interações quark–antiquark influenciam o estado de spin dos hádrons produzidos nos processos de fragmentação. Estudos vêm sendo feitos para a construção de uma nova geração de aceleradores $e^+ e^-$ lineares, tais como o NCL/TLC (Stanford), JLC (Japão), CLIC (CERN) e VLEEP (Novosibirsk), que deverão atingir uma energia no centro de massa de $500 - 2000\, GeV$ com luminosidade $1 - 10 \times 10^{33}\, cm^{-2} s^{-1}$. Seria muito interessante aplicar o modelo de fragmentação coerente a processos de colisões elétron–fóton a altíssimas energias que poderão ser realizadas nos futuros aceleradores $e^+ e^-$ através do mecanismo de "laser backscattering": quando um laser de alguns eV é focado em um feixe de partículas de várias centenas de GeV, fótons são espalhados por efeito Compton. Estes fótons são fortemente colimados na direção dos elétrons incidentes e carregam grande parte de sua energia (até $\sim$ 80%), sendo possível, desta forma, obter grande energia no centro de massa do sistema $e\gamma$ e $\gamma\gamma$. Além do mais, neste tipo de processo é possível atingir aproximadamente a mesma luminosidade do feixe de elétrons iniciais.

Bibliografia

[1] Veja, por exemplo, M. Anselmino e E. Leader, *Z. Phys.* **C 41**, 239 (1988)e, ainda, Anselmino, M., Caruso, F., Piovano, U., *Helicity Formalism and Spin Effects, CBPF–NF–045/90,* (1990)

[2] Anselmino, M., Kroll, P., Pire, B., *Z. Phys.* **C 29** 135 (1985)

[3] Anselm, A., Anselmino, Murgia, F., Ryskin, M.G., *On the parton interpretation of quark fragmentation into hadrons with different spins, DFTT48/93* (1993)

[4] Anselmino, M., Bertini, M., Murgia, F., Quintairos, P., *Eur. Phys. J.* **C 2** 539 (1998)

[5] *"Quark fragmentation and off-diagonal helicity density matrix elements"*, M. Anselmino, M. Bertini, F. Murgia e P. Quintairos. Proceeding do SPIN98, realizado de 8 a 12 de Setembro de 1998, Protvino, Russia

[6] Anselmino, M., Bertini, M., Burgard, C., Caruso, F., Quintairos, P., *Phys. Lett.* **B 427** 356 (1998)

[7] Anselmino, M., Bertini, M., Murgia, F., e Quintairos, P., em preparação

[8] OPAL Collaboration, Ackerstaff, R. *et al.*, *Z. Phys.* **C 74** 437 (1997);

[9] OPAL Collaboration, Ackerstaff, R. *et al.*, CERN–PPE/97–094;

[10] Collins, J., *Nucl. Phys.* **B 394** 169 (1993)

[11] Collins, J., *Nucl. Phys.* **B 396** 161 (1993)

[12] Sivers, *Phys. Rev.* **D 41** 83 (1990)

[13] Anselmino, M., *Hard scattering formalism with polarized particles*, não publicado

[14] Boer, D., Jacob, R., Mulders, P.J., hep-ph/970228

[15] Sakurai, J. J., *Modern Quantum Mechanics*, Addison Wesley (1994)

[16] Bourrely, C., Leader, E., Soffer, J., *Phys. Rep.* **59** 95 (1980)

[17] Anselmino, M., Boglione, M., Murgia, F., *DFTT 48/94* (1995)

[18] Nieves, J. F., *Phys. Rev.* **D 20** 2775 (1979)

[19] Bartl, A., Fraas, H., Majerotto, W., *Z. Phys.* **C 6** 335 (1980)

[20] Augustin, J. E., Renard, F. M., *Nucl. Phys.* **B 162** 341(1980)

[21] Anselmino, M., Kroll, P., *Phys. Rev.* **D 30** 36 (1984)

[22] Kroll, P., *Proc. of the 6th International Symposium on High Energy Physics*, Marseille (1984)

[23] Gustafson, G., Häkkinen, J., *Lund Preprint LUTP92-29* (1992)

[24] Burkardt, M., Jaffe, R. L., *MIT Preprint CPT#*2186 (1993)

[25] Particle Data Group, *Phys. Rev.* **D 54** (1996)

[26] Anderson, B., Gustafson, G., Ingelman, G., Sjöstrand, T., *Phys. Rep.* **97** 31 (1983) e Sjöstrand, T., *Comp. Phys. Comm.* **82** 74 (1994);

[27] Artru, X., *Phys. Rep.* **97** 147 (1983);

[28] OPAL Collaboration, CERN *preprint* CERN-PPE/97-05, a ser publicado em *Z. Phys.* **C**

[29] ALEPH Collaboration, *Phys. Lett.* **B 374** 319 (1996)

[30] Adamov, A. D., Goldstein, G. R., hep–ph/9706491

[31] Binnewies, J., hep–ph/9707269

[32] Burgard, C., *Measurements of the production of charm hadrons with the OPAL detector at LEP*, Anais da 1996 DPF Conference, Mineapolis, a ser publicado pela World Scientific

[33] OPAL Collaboration, Akers, R. *et al.*, *Z. Phys.* **C 67** 389 (1995)

[34] OPAL Collaboration, Alexander, G. *et al.*, *Z. Phys.* **C 72** 1 (1996);

[35] OPAL Collaboration, Ackerstaff, R. *et al.*, *Z. Phys.* **C 74** 413 (1997);

[36] OPAL Collaboration, Ackerstaff, R. *et al.*, CERN–PPE/97–093;

[37] OPAL Collaboration, Ackerstaff, R. *et al.*, *Identified charged particle production in quark and gluon jets*, anais do XVIII International Symposium on Lepton–Photon Interactions, Hamburgo, 1997

[38] OPAL Collaboration, Ackerstaff, R. *et al.*, CERN–PPE/97–063;

[39] Falk, A. F., Peskin, M. E., *Phys. Rev.* **D 49** 3320 (1994)

[40] Donoghue, J. F., *Phys. Rev.* **D 19** 2806 (1979)

[41] Anselmino, M., Bertini, M., Burgard, C., Caruso, C. e Quintairos, P., em preparação

“O PROBLEMA SPIN NA HADRONIZAÇÃO DE QUARKS: UM MODELO PARA FRAGMENTAÇÃO COERENTE APLICADO A PROCESSOS DE ANIQUILAÇÃO DE PARES ELÉTRONS-PÓSITRONS”

PAULO CESAR RIBEIRO QUINTAIROS

Tese apresentada no Centro Brasileiro de Pesquisas Física, fazendo parte da Banca examinadora os seguintes Professores:

Francisco Caruso Neto/CBPF

Mauro Anselmino/Univ. Torino-Itália

Vitor Orguri/UERJ

Alberto Franco de Sá Santoro/CBPF

Sérgio Joffily/CBPF

Rio de Janeiro, 23 de fevereiro de 1999