

Maurício Werneck de Oliveira

**QUANTIZAÇÃO NO SUPERESPAÇO E CÔMPUTO DE
ANOMALIAS EM MODELOS DE GAUGE HETERÓTICOS**

**Tese de
DOUTORADO**

**CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS
RIO DE JANEIRO**

1992

Vincit omnia veritas

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, desejo agradecer ao Dr. José Abdalla Helayël-Neto, meu orientador de tese, pelo crucial apoio técnico e pelas palavras de incentivo, necessárias à preparação deste trabalho. Ao longo dos últimos quatro anos, tenho acompanhado suas aulas e seminários de incomparável clareza e objetividade, e que muito contribuíram para minha formação. Por esse motivo, julgo oportuno citar as palavras de Boileau:

*“Ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement
Et les mots pour le dire arrivent aisément.”*

Sou devedor também ao Grupo de Física Teórica da Universidade Católica de Petrópolis, Dr. Renato M. Dória e Dr. Fernando A. B. R. de Carvalho, por terem criado as excelentes condições de trabalho que tanto me favoreceram e, à Srta. Eliane C. Jayme, pelo perfeito trabalho de datilografia.

A todo o pessoal do DCP, onde segui meu curso de doutoramento e onde esta tese foi desenvolvida.

Devo ainda agradecer ao pessoal de apoio do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas pelo auxílio inestimável; em particular, menciono a Sra. Rosângela M. de Castro do D.C.P., a Sra. Myriam S. Coutinho da C.F.C. e as Srtas. Denise C. A. da Costa e Vera Lúcia T. de Carvalho da biblioteca.

RESUMO

A presente tese contém uma descrição do comportamento quântico de teorias-de-gauge em duas dimensões com supersimetria-(1,0) e -(2,0). Por intermédio de técnicas de supergráficos de Feynman, calculam-se a expressão da anomalia quirial e contribuições quânticas à ação efetiva, demonstrando a presença de um mecanismo de geração dinâmica de massa para campos-de-gauge. O caso do Modelo- σ Não-linear (1,0)-supersimétrico acoplado ao setor de Yang-Mills também é abordado e, neste caso, são determinadas a anomalia da isometria local e a função- β à ordem de 1-loop.

SUMÁRIO

Agradecimentos	ii
Resumo	iii
Sumário	iv
Capítulo 0 - Introdução e Aspectos Gerais	1
0.1 - Formalismo das Supersimetrias-(p,q) em Duas Dimensões	1
0.2 - Teorias de Gauge na “World-Sheet”	3
0.3 - Anomalias em Teoria Quântica de Campos	5
0.4 - Modelos- σ Não-lineares em Duas Dimensões e o Gauging de Isometrias	8
0.5 - Esquema Geral da Tese	12
Capítulo I - Teorias Quânticas de Campos-de-Gauge Abelianos no Superespaço-(1,0)	14
1.1 - O Superespaço-(1,0), Supercampos Básicos e a Ação da Teoria de Gauge Abeliana	14
1.2 - Propriedades Quânticas da Teorias: a Anomalia Quiral e a Geração Dinâmica de Massa	22
1.3 - Conclusões	29

Capítulo II - Teorias Quânticas de Campos-de-Gauge Abelianos no Superespaço-(2,0)	30
2.1 - O Superespaço-(2,0) e seus Supercampos Básicos	30
2.2 - A Ação de matéria da Supersimetria-(2,0)	36
2.3 - A Covariantização da Ação de Matéria e o Setor de Gauge Abeliano da Supersimetria-(2,0)	46
2.4 - Propriedades Quânticas da Teoria: a Anomalia Quiral e a Geração Dinâmica de Massa	57
2.5 - Conclusões	66
Capítulo III - A Anomalia da Isometria Local e a Função- β do Modelo- σ (1,0)-Supersimétrico	67
3.1 - O Modelo- σ Não-linear com Supersimetria-(1,0) e o Gauging de Isometrias	67
3.2 - A Anomalia da Isometria Local	73
3.3 - A Função- β à Ordem de 1-loop	80
3.4 - Conclusões	83
Conclusões Gerais	84
Apêndice A - O Sistema de Coordenadas do Cone-de-Luz	87
Apêndice B - Detalhe Técnico no Cômputo dos Superpropagadores	89
Apêndice C - O Teorema de Noether no Superespaço-(2,0)	92
Referências	97

CAPÍTULO 0

INTRODUÇÃO E ASPECTOS GERAIS

O presente capítulo tem como propósito abordar, em nível de breve revisão, quatro aspectos importantes em Teoria Quântica de Campos, necessários a uma melhor compreensão desta tese. A primeira questão, tratada na Seção 0.1, consiste na discussão do importante papel da supersimetria em modelos Lagrangeanos de campos, seu desenvolvimento histórico e sua utilidade na solução de problemas conceituais e técnicos. Em particular, discute-se a construção das supersimetrias-(p,q) em duas dimensões ($D=2$) e a sua importância na formulação das teorias de superstrings. A Seção 0.2 é dedicada à descrição de alguns resultados conhecidos de teorias de campo na "world-sheet" e algumas de suas aplicações mais relevantes, como por exemplo, a geração dinâmica de massa para campos-de-gauge e sua relação com um possível mecanismo de quebra da supersimetria no espaço-tempo. O estudo do significado das anomalias é discutido na Seção 0.3, onde se apresenta também um método para sua determinação por meio da inserção de operadores-corrente em funções-de-Green. Finalmente, na Seção 0.4, uma questão bastante significativa no que diz respeito aos modelos- σ não-lineares: o "gauging" de isometrias e sua relevância na formulação de possíveis classes de teorias conformes.

0.1 - O Formalismo das Supersimetrias-(p,q) em Duas Dimensões

A importância da supersimetria em Teoria Quântica de Campos tem-se mostrado indiscutível. Mesmo após vinte anos de seu aparecimento dentro do contexto dos Modelos Duais [1], a supersimetria tem ocupado uma posição destacada no que diz respeito à construção de modelos Lagrangeanos de campos locais, que buscam descrever o conjunto de dados observados que a Física de Partículas oferece. É possível atribuir essa relevância ao fato de a supersimetria poder eliminar, completa ou parcialmente, certas dificuldades

conceituais e técnicas das Teorias Quânticas de Campos. Particularmente, pode-se citar a possibilidade de se poder acomodar, em um mesmo multipletto supersimétrico, matéria (férmions) e radiação (bósons), o que, até agora, não se conseguiu em qualquer outro tipo de formalismo [2]. Uma outra realização muito bem-vinda da supersimetria é a de poder apresentar uma solução para o problema da hierarquia de gauge [3], no qual os contratermos de massa dos escalares (Higgs) trazem, em quatro dimensões espaço-temporais ($D=4$), uma indesejável dependência quadrática no “cut-off” ultravioleta. Entretanto, a mais significativa contribuição da supersimetria é, talvez, a perspectiva de se poder construir teorias completamente livres de divergências no regime ultravioleta. Tal é o caso de certas teorias de super-Yang-Mills com supersimetrias estendidas: $N=2, 3, 4$ [4] e, de uma forma mais relacionada com esta tese, alguns modelos- σ não-lineares em $D=2$, definidos em termos de variedades complexas específicas [5]. É a possibilidade de se utilizarem os resultados da Geometria Diferencial de variedades complexas tipo Kähler ou Hyper-Kähler que faz com que os modelos- σ supersimétricos sejam vistos como interessantes paradigmas de teorias de campos finitas [6]. São muitas as referências que abordam a supersimetria em nível de revisão; como sugestão, mencionam-se: [7], [8] e, para uma apresentação cuidadosa dos detalhes técnicos, indica-se [9]. O restante desta seção é dedicado a uma descrição do formalismo das supersimetrias- (p,q) em $D=2$.

A formulação dos modelos de superstrings leva, de uma maneira natural, à construção das supersimetrias- (p,q) na “world-sheet”, a superfície bidimensional na qual o objeto estendido se propaga [10], [11]. Neste caso, a álgebra destas supersimetrias é dada em termos de p geradores fermiônicos “right-handed”, Q_-^i ($i = 1, \dots, p$) e q geradores fermiônicos “left-handed”, Q_+^j ($j = 1, \dots, q$). A superálgebra em questão é:

$$\{Q_-^i, Q_-^k\} = -2i\delta^{ik}\theta_{--} , \quad (0.1.1a)$$

$$\{Q_-^i, Q_+^j\} = 0 , \quad (0.1.1b)$$

$$\{Q_+^j, Q_+^k\} = -2i\delta^{jk}\theta_{++} , \quad (0.1.1c)$$

onde, $\partial_{++} \equiv \frac{\partial}{\partial x^{++}}$ e $\partial_{--} \equiv \frac{\partial}{\partial x^{--}}$, são as derivadas espaciais escritas em termos das coordenadas do cone-de-luz, viz.,

$$x^{++} \equiv \frac{x^0 + x^1}{\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad x^{--} \equiv \frac{x^0 - x^1}{\sqrt{2}} .$$

É importante notar que as superálgebras do tipo (0.1.1) só são realizadas em espaços onde a condição de Majorana (ou pseudo-Majorana), satisfeita por todo gerador de supersimetria, é compatível com a condição adicional dele ser um espinor de Weyl, ou seja, ter quiralidade definida. Em geral, espinores de Majorana-Weyl só existem em espaços de dimensão $D = 8n + 2$ ($n = 0, 1, \dots$). O conteúdo dinâmico das teorias supersimétricas-(p,q), ou seja, a propagação de seus diversos graus-de-liberdade na “world-sheet” descreve, como mencionado acima, a evolução da superstring em um “background” não-trivial. De fato, a superstring heterótica exhibe supersimetria-(1,0) local [supergravidade-(1,0)], por imposição de argumentos de invariância conforme, e supersimetria-(2,0) global (ou mais estendidas), de modo a garantir supersimetria manifesta no espaço-tempo exterior de dimensão $D=10$ [12].

0.2 - Teorias-de-Gauge na “World-Sheet”

O estudo de teorias de campos definidas em dimensões menores que quatro, ($D < 4$), tem representado uma importante contribuição às investigações de teorias mais realistas em $D=4$. De fato, em dimensões mais baixas, tais modelos são de manipulação significativamente mais simples e, em alguns casos, têm solução exata. Deste modo, é possível obter informações de generalização quase imediata para $D=4$, ou mesmo, encontrar resultados que independam do número de dimensões espaço-temporais. Um exemplo de tal fenômeno é a celebrada conjectura, devida a Polyakov, que estabelece uma estreita conexão entre os modelos- σ não-lineares em $D=2$ e teorias-de-gauge não-Abelianas em $D=4$ [13]. Mostra-se, então, por intermédio de argumentos do Grupo de Renormalização,

que os modelos- σ apresentam liberdade assintótica e que o mecanismo de confinamento é viável em $D=2$.

Nesta tese, deseja-se abordar, contudo, a formulação das teorias-de-gauge em $D=2$, mais especificamente, os modelos de Schwinger vetorial e quiral [14]. Os modelos de Schwinger apresentam uma série de propriedades bastante atraentes, tanto do ponto-de-vista conceitual, como técnico. Tais propriedades se mostram de grande importância em um procedimento, proposto por Porrati e Tomboulis, que possibilita classificar novas teorias de strings por meio da introdução de potenciais-de-gauge na “world-sheet” bidimensional [15], [16]. O argumento é bastante simples: uma vez que as diversas supersimetrias da “world-sheet” dão origem a tipos distintos de teorias de superstrings, é válido supor que a introdução de uma invariância de gauge extra sobre as teorias existentes possa trazer alguma informação adicional, no que se refere a questões estruturais. A primeira propriedade a ser citada corresponde ao fato de os modelos de Schwinger serem teorias super-renormalizáveis, o que pode ser verificado por meio de um imediato cômputo de power-counting, viz.,

$$\delta g = 2 - \frac{E\psi}{2} - V \quad (0.2.1)$$

onde δg é o grau de divergência superficial de um dado gráfico primitivamente divergente, $E\psi$ é o número de linhas fermiônicas externas e V o número de vértices de interação presentes no gráfico. Conseqüentemente, apenas o diagrama de “self-energy” do fóton a 1-loop é “power-counting”-divergente. Em verdade, é possível, na versão vetorial, impor uma condição de transversalidade sobre a amplitude de “self-energy”, tornando-a finita, por imposição da invariância de gauge. A segunda propriedade relevante dos modelos de Schwinger é, em um certo sentido, conseqüência da primeira: a geração dinâmica de massa para o fóton, \mathcal{M}^2 , que resulta ser

$$\mathcal{M}^2 = \frac{e^2}{\pi}, \quad (0.2.2)$$

onde e é a “carga do elétron”. O efeito de uma massa gerada dinamicamente é consequência da presença de uma ambigüidade na regularização do diagrama de “self-energy” mencionado acima [17]. É possível mostrar, equivalentemente, que é a presença da anomalia na lei de conservação da corrente quirial que dá origem ao termo de massa para o fóton. No caso de teorias de gauge definidas na “world-sheet”, o termo de massa do fóton desempenha um papel imprescindível. Os argumentos de Porrati e Tomboulis apontam claramente a necessidade daquele termo, de modo a introduzir a supersimetria de uma forma compatível com a dinâmica da teoria na “world-sheet”, além da usual imposição de estabilidade de uma teoria-de-gauge [16]. Conclui-se que a presença de campos-de-gauge dá origem a uma anomalia na fatorização holomórfica, e o termo de massa do fóton é uma medida desta anomalia. A importância dos campos-de-gauge na “world-sheet” não é, contudo, apenas de caráter formal. Simultaneamente, pode-se demonstrar que a sua presença dá origem a um mecanismo, dentro do contexto dos modelos de superstrings, que permite obter quebra espontânea de supersimetria no espaço-tempo.

Presentemente, deseja-se investigar o comportamento de campos-de-gauge na presença de supersimetrias $(1,0)$ e $-(2,0)$, determinando as implicações quânticas dessas formulações, tais como a geração dinâmica da massa.

0.3 - Anomalias em Teoria Quântica de Campos

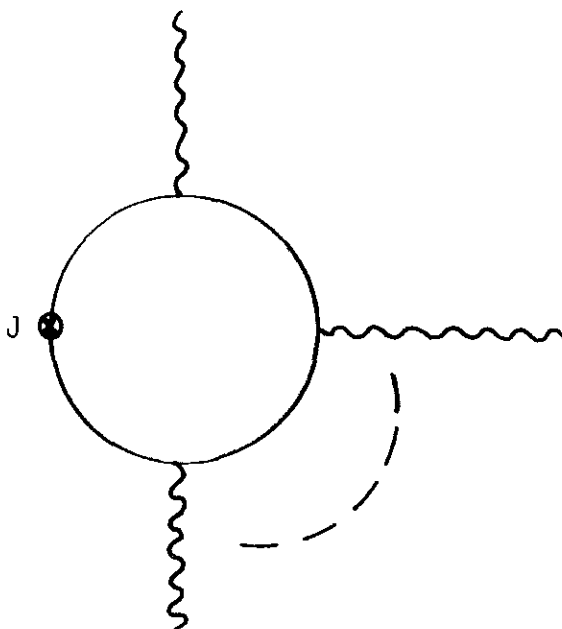
O formalismo das Álgebras de Correntes da década de 60 tornou possível a interpretação de uma série de resultados e propriedades das interações fortes, sem que para isso fosse necessário o conhecimento analítico completo da dinâmica envolvida. De fato, a partir do conhecimento da álgebra do grupo de simetria, no caso $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$, e a imposição das relações de comutação de Heisenberg para operadores de campo a tempos iguais, obtiveram-se regras-de-soma para seções de choque e certos teoremas de baixa energia para a física hadrônica [18]. Contudo, apesar de seu relativo sucesso, o método das Álgebras de Correntes não foi capaz de prever o agora celebrado decaimento do pión neutro em dois fótons:

$$\pi^0 \longrightarrow 2\gamma ,$$

isto se devendo, em parte, ao desconhecimento da forma analítica da interação, no caso uma informação fundamental. Na verdade, o decaimento mencionado só pode ser interpretado pela introdução de uma certa entidade de caráter quântico: a anomalia axial ou anomalia de Adler-Bell-Jackiw [19], [20].

O estudo das anomalias em Teoria Quântica de Campos é, reconhecidamente, de relevância, tanto no sentido de proporcionar uma maior compreensão de mecanismos de quebra de simetria, como também na análise das obstruções à consistência quântica de teorias-de-gauge. Este último aspecto é consequência de uma conjectura proposta por Gross e Jackiw de que teorias-de-gauge anômalas são inaceitáveis, uma vez que é impossível proceder à sua renormalização sem que com isso se comprometa sua unitariedade [21]. Esta hipótese obteve um considerável reforço graças a um memorável trabalho devido a Becchi, Rouet e Stora, em que se prova que, na ausência de anomalia, é possível renormalizar uma teoria-de-gauge e, simultaneamente, obter uma matriz- S unitária [22]. Em vista deste fato, condições específicas que possam propiciar um eventual cancelamento de anomalias, caracterizam um conveniente critério seletivo de modelos viáveis em teorias quânticas. Efetivamente, Green e Schwarz demonstraram o cancelamento de anomalias gravitacionais e de gauge no caso das superstrings formuladas em $D=10$, com apenas duas possibilidades para grupos de simetria interna: o grupo ortogonal especial $SO(32)$ e o produto de grupos excepcionais $E_8 \otimes E_8$ [23]. Entretanto, não é possível ser categórico ao se afirmar que teorias anômalas são inconsistentes. Com efeito, recentemente, Faddeev e Shatashvili manifestaram o ponto-de-vista de que é factível, no âmbito de técnicas não-perturbativas e em $D=2$, dar um significado a teorias-de-gauge com anomalias [24].

A idéia essencial que se deseja expressar aqui é a de que o estudo do papel das anomalias em Física de Partículas e de sua caracterização matemática está longe de ser considerado um assunto esgotado. Pelo contrário, nos últimos anos, novos resultados, relacionados com a utilização de técnicas de cohomologia, têm possibilitado uma maior compreensão do significado das anomalias [25], [26]. Presentemente, têm-se em mãos diversas técnicas apropriadas para o cômputo de anomalias, cada uma delas apresenta vantagens e desvantagens, dependendo do tipo de informação que se pretende obter. Entre elas, podem-se citar: o Método de Fujikawa [27], o Método da Cohomologia [28], o Teorema do Índice de Atiyah-Singer [29], etc... Nesta tese, contudo, escolhe-se utilizar o método de inserção para correntes. Este procedimento consiste em calcular perturbativamente, i.e. por intermédio de diagramas de Feynman, as contribuições quânticas às correntes clássicas. No caso de uma simetria anômala, estas contribuições têm divergência não-nula, dando origem à anomalia. Naturalmente, pelo Teorema de Adler-Bardeen [30], somente diagramas de 1-loop participam do cálculo; sua forma geral envolve uma inserção do operador corrente e campos-de-gauge nas linhas externas, como esquematizado na Fig. (0.1).



Estrutura geral de um diagrama de 1-loop contribuindo para a expressão da anomalia.

FIGURA 0.1

Em geral, as contribuições quânticas provenientes deste gráfico assumem a forma:

$$I_G = \frac{T_\mu}{\epsilon} + \text{PARTE FINITA} \quad (0.3.1)$$

onde ϵ é o parâmetro de regularização dimensional e, T_μ , um objeto de caráter vetorial: o coeficiente da parte divergente de I_G . A contribuição quântica à corrente J_μ , clássica, é dada por este coeficiente:

$$\Delta J_\mu = -iT_\mu. \quad (0.3.2)$$

A expressão quântica da lei de conservação lê-se:

$$\partial^\mu J_\mu^{\text{quântica}} = \partial^\mu J_\mu^{\text{clássica}} - i\partial^\mu T_\mu = 0 + \mathcal{A}, \quad (0.3.3)$$

onde \mathcal{A} é a anomalia da simetria em questão. A técnica de inserção aqui apresentada determina a expressão da chamada anomalia covariante, o cão aqui apresentada determina a expressão da chamada anomalia covariante, o que é verificado nos capítulos subseqüentes.

0.4 - Modelos- σ Não-lineares em Duas Dimensões e o Gauging de Isometrias

Desde sua formulação em 1960, os modelos- σ não-lineares têm representado uma importante fonte de aplicações em Teoria Quântica de Campos [31]. A sua relevância em $D=2$, no que concerne as teorias de strings e a construção de certos modelos dotados de invariância conforme, é bem-conhecida [32], [33].

Um modelo- σ não-linear em $D=2$ é, essencialmente, uma teoria de campos escalares, $\varphi^i(x)$ ($i = 1, \dots, N$), que mapeiam o espaço-tempo de Minkowski bidimensional em um sistema de coordenadas de uma variedade Riemanniana N -dimensional arbitrária, M , o “target space”, com métrica $G_{ij}(\varphi)$. A ação clássica do modelo- σ é dada por:

$$S(\sigma) = \frac{1}{2} \int d^2x G_{ij}(\varphi) \partial_\mu \varphi^i \partial^\mu \varphi^j, \quad (0.4.1)$$

à qual, eventualmente, pode-se se agregar a ação de Wess-Zumino, a saber,

$$S_{wz}(\sigma) = \frac{1}{2} \int d^2x \epsilon^{\mu\nu} B_{ij}(\varphi) \partial_\mu \varphi^i \partial_\nu \varphi^j, \quad (0.4.2)$$

onde $B_{ij}(\varphi)$ é um tensor antisimétrico definido em M , a 2-forma de Wess-Zumino; $\epsilon^{01} = -\epsilon^{10} = 1$ e $\epsilon^{00} = \epsilon^{11} = 0$. O papel geométrico do termo de Wess-Zumino é o de introduzir torção na variedade [32]. A ação clássica (0.4.1) possui, entre outras, duas invariâncias notáveis. Primeiramente, $S(\sigma)$ é invariante por difeomorfismos em M , viz.,

$$\varphi^i \rightarrow \varphi'^i(\varphi), \quad (0.4.3)$$

os quais, simultaneamente, transformam a métrica,

$$G_{ij}(\varphi) \rightarrow G'_{ij}(\varphi') = \frac{\partial \varphi^k}{\partial \varphi'^i} \frac{\partial \varphi^l}{\partial \varphi'^j} G_{kl}(\varphi). \quad (0.4.4)$$

Por conseqüência, a lei expressa em (0.4.4) garante a invariância da ação clássica (0.4.1) sob as transformações (0.4.3). O segundo tipo de transformações de simetria, possíveis em “target spaces” homogêneos, e que deixam $S(\sigma)$ invariante, caracterizam um particular subgrupo finito, G , arbitrário, dos difeomorfismos: as isometrias contínuas da métrica $G_{ij}(\varphi)$. Por uma transformação de isometria nas coordenadas $\varphi^i(x)$, a forma funcional

da métrica não se altera. A correspondente lei infinitesimal de transformação para as coordenadas é:

$$\delta\varphi^i = \Lambda^\alpha k_\alpha^i(\varphi) ; \alpha = 1, \dots, \dim G , \quad (0.4.5)$$

onde Λ^α são parâmetros de transformação globais e k_α^i são os vetores de Killing de M . A condição de Killing lê-se:

$$\nabla_i k_{j\alpha} + \nabla_j k_{i\alpha} = 0 . \quad (0.4.6)$$

Os vetores de Killing devem ainda satisfazer uma condição de integralidade da álgebra, \mathcal{G} , do grupo de isometria. Esta condição é dada por:

$$k_\alpha^i \partial_i k_\beta^j - k_\beta^i \partial_i k_\alpha^j = f_{\alpha\beta\gamma} k_\gamma^j , \quad (0.4.7)$$

com $\partial_i \equiv \frac{\partial}{\partial\varphi^i}$ e $f_{\alpha\beta\gamma}$ representando as constantes de estrutura de \mathcal{G} (totalmente antisimétricas em seus índices). Uma vez de posse da condição de Killing (0.4.6), é imediato mostrar a invariância de $S(\sigma)$ sob as transformações de isometria (0.4.5). O Teorema de Noether permite obter a lei de conservação associada a esta simetria, a saber,

$$\partial^\mu J_{\mu\alpha} = 0 , \quad (0.4.8)$$

com a corrente de isometria dada por

$$J_{\mu\alpha} = G_{ij} k_\alpha^i \partial_\mu \varphi^j . \quad (0.4.9)$$

A importância das isometrias decorre da possibilidade de se poder realizar o seu “gauging”, i.e. de se poderem investigar as conseqüências de sua implementação como uma simetria local. As razões para esse tipo de procedimento são, fundamentalmente, duas. Em primeiro lugar, ao se considerarem os modelos- σ como teorias efetivas associadas a teorias mais fundamentais, pode ser útil exigir que estes modelos apresentem as mesmas invariâncias que as teorias originais, as locais incluídas [34]. A segunda motivação, um pouco mais conectada com esta tese, corresponde ao fato de que modelos- σ , dotados do termo de Wess-Zumino (0.4.2) e definidos em espaços “coset” do tipo $\mathcal{G} \otimes \mathcal{G}/\mathcal{G}$, consistirem em importantes exemplos de teorias que apresentam invariância conforme ao se realizar o “gauging” de algum subgrupo de \mathcal{G} [35]. A lei infinitesimal de transformação da isometria local assume a forma:

$$\delta\varphi^i = \Lambda^\alpha(x)k_\alpha^i(\varphi), \quad (0.4.10)$$

onde, agora, o parâmetro de transformação Λ^α é local. Evidentemente, a ação clássica (0.4.1) não é invariante sob transformações do tipo (0.4.10). Com o objetivo de se obter uma ação clássica invariante, procede-se à covariantização de $S(\sigma)$. Para tal, define-se a derivada covariante de isometria:

$$D_\mu\varphi^i \equiv \partial_\mu\varphi^i + igk_\alpha^i A_\mu^\alpha(x), \quad (0.4.11)$$

com A_μ^α descrevendo as componentes de um campo-de-gauge não-Abeliano transformando-se, por isometrias, como

$$\delta A_\mu^\alpha \equiv -\frac{i}{g}\partial_\mu\Lambda^\alpha - f_{\alpha\beta\gamma}\Lambda^\beta A_\mu^\gamma. \quad (0.4.12)$$

Com estas definições, é possível obter a lei de transformação para o vetor $D_\mu \varphi^i$, viz.,

$$\delta D_\mu \varphi^i = \Lambda^\alpha (\partial_j k_\alpha^i) D_\mu \varphi^j . \quad (0.4.13)$$

A ação clássica covariantizada é dada por:

$$S_{cov.}(\sigma) = \frac{1}{2} \int d^2 x G_{ij}(\varphi) D_\mu \varphi^i D^\mu \varphi^j . \quad (0.4.14)$$

Esta é invariante por transformações locais do tipo (0.4.10), o que pode ser comprovado pela utilização da lei de transformação para a métrica e (0.4.13) [36].

No Capítulo 3 desta tese procede-se ao “gauging” das isometrias do modelo- σ não-linear com supersimetria-(1,0), e se calcula perturbativamente a expressão para a anomalia daquela simetria local.

0.5 - Esquema Geral da Tese

Tendo discutido, em caráter de breve revisão, os tópicos que serão abordados ao longo deste trabalho, gostar-se-ia de finalizar este capítulo de introdução apresentando a sua organização geral:

- No Capítulo I, estudam-se teorias-de-gauge Abelianas formuladas no superespaço-(1,0), dando ênfase a algumas de suas propriedades quânticas, tais como a presença de anomalia e o mecanismo de geração dinâmica de massa para os graus-de-liberdade do setor de gauge;

- O Capítulo II consiste da mesma proposta que a encontrada no capítulo precedente, somente que a supersimetria em questão é a $(2,0)$;

- No Capítulo III, a quantização dos modelos- σ não-lineares $(1,0)$ -supersimétricos é discutida, com enfoque especial dado ao problema do acoplamento destes a campos de Yang-Mills, ao estudo da anomalia associada à corrente de isometria e à discussão da possibilidade de se obter uma função- β nula;

- Finalmente, termina-se a tese com a apresentação de suas Conclusões Gerais, seguidas dos apêndices A, B e C, onde são reunidos aspectos técnicos aos quais se recorreu na derivação de alguns resultados.

CAPÍTULO I

TEORIAS QUÂNTICAS DE CAMPOS-DE-GAUGE ABELIANOS NO SUPERESPAÇO-(1,0)

Neste capítulo, apresentam-se os detalhes necessários à construção de teorias-de-gauge Abelianas bidimensionais no superespaço-(1,0). Investigam-se ainda duas propriedades quânticas relacionadas: a presença de anomalia na supercorrente quirial e o mecanismo de geração dinâmica de massa para o campo-de-gauge. Com este propósito, adotam-se o método de inserção do operador de corrente em funções-de-Green e técnicas de supergráficos de Feynmann.

1.1 - O Superespaço-(1,0), Supercampos Básicos e a Ação da Teoria-de-Gauge Abeliana

A presente seção tem por objetivo fixar a notação utilizada neste capítulo, descrevendo a parametrização do superespaço-(1,0) e a estrutura dos possíveis supercampos de matéria e de gauge. Com isto, é possível apresentar uma ação clássica com simetria de gauge Abeliana que é a versão supersimétrica do modelo de Schwinger vetorial. O material apresentado nesta seção, como também na seguinte, baseia-se substancialmente na referência [37].

O superespaço-(1,0) é parametrizado pelas ordenadas $(x^{++}, x^{--}; \theta_+)$, onde θ_+ é um espinor de Majorana-Weyl "left-handed"; a métrica adotada é aquela do Apêndice A. A supersimetria-(1,0) é induzida por um único gerador fermiônico, Q_- , cuja realização mais natural no superespaço é:

$$Q_- \equiv \partial_\theta + i\theta_+ \partial_{--} , \quad (1.1.1)$$

e que satisfaz à álgebra

$$\{Q_-, Q_-\} = 2i\theta_{--} . \quad (1.1.2)$$

A derivada covariante de supersimetria deve anticomutar com o gerador, conseqüentemente, por simplicidade, propõe-se a representação:

$$D_- \equiv \partial_\theta - i\theta_+ \partial_{--} , \quad (1.1.3)$$

o que, por verificação direta, permite escrever:

$$\{D_-, D_-\} = -2i\theta_{--} . \quad (1.1.4)$$

O supercampo de matéria mais elementar é o supercampo escalar real:

$$\Phi(x; \theta) = \varphi(x) + \theta_+ \lambda_-(x) , \quad (1.1.5)$$

que apresenta como componentes um campo escalar real, φ , e um campo espinorial de Majorana-Weyl, λ_- , “right-handed” e também real. O conjunto de supercampos de matéria resulta completo mediante a introdução de um outro supermultipeto: o supercampo espinorial “left-handed” real, $\Psi_+(x; \theta)$, a saber,

$$\Psi_+(x; \theta) = \chi_+(x) + \theta_+ F(x) , \quad (1.1.6)$$

o qual acomoda entre suas componentes um espinor de Majorana-Weyl “left-handed”, χ_+ , além de um campo escalar auxiliar real, F . Uma vez completamente descrito o setor de supercampos de matéria, passa-se à construção do setor de supercampos de gauge. O primeiro deles é o supercampo de gauge espinorial, $\Gamma_-(x; \theta)$. A sua expansão em componentes lê-se:

$$\Gamma_-(x, \theta) = -i[\gamma_-(x) + \theta_+ A_{--}(x)] , \quad (1.1.7)$$

com γ_- representando um espinor de Majorana-Weyl “right-handed” (uma das componentes do “fotino”) e A_{--} denotando uma componente de cone-de-luz de um campo vetorial real (o “fóton”). O fator $(-i)$ resulta conveniente por razões que serão expostas mais adiante. O outro supercampo de gauge, por sua vez, tem caráter bosônico: o supercampo de gauge vetorial, $\Gamma_{++}(x; \theta)$. Em termos de campos componentes, tem-se:

$$\Gamma_{++}(x; \theta) = A_{++}(x) + i\theta_+ [\eta_+(x) - \partial_{++}\gamma_-(x)] , \quad (1.1.8)$$

onde A_{++} corresponde à outra componente de cone-de-luz do campo do “fóton”, e η_+ descreve um outro espinor de Majorana-Weyl, no caso “left-handed”, o qual representa a componente restante do campo do “fotino”.

A partir do conhecimento das expansões em componentes dos supercampos de matéria e de gauge, procede-se à construção dos funcionais de ação correspondentes. A construção da ação livre de matéria mais geral leva em conta os critérios de invariância de Lorentz e de dimensionalidade canônica. A ação livre, envolvendo os supercampos escalar (1.1.5) e espinorial (1.1.6), lê-se (daqui em diante, omitem-se os argumentos dos supercampos):

$$S_{free} = \int dz_- [(\partial_{++}\Phi)D_-\Phi + \Psi_+D_-\Psi_+ + m\Phi\Psi_+] , \quad (1.1.9)$$

com $dz_- \equiv d^2x d\theta_-$. De modo a considerar o acoplamento dos supercampos de matéria ao setor de gauge Abelian, é conveniente definir os seguintes supercampos complexos:

$$\Phi \equiv \Phi_1 + i\Phi_2 \quad (1.1.10a)$$

e

$$\Psi_+ \equiv \Psi_{+1} + i\Psi_{+2}, \quad (1.1.10b)$$

com Φ_1 , Φ_2 , Ψ_{+1} e Ψ_{+2} representando supercampos reais. O setor livre de matéria correspondente é descrito pela ação:

$$\begin{aligned} S'_{free} = \frac{1}{2} \int dz_- \{ & i[(\partial_{++}\Phi^*)D_-\Phi + (D_-\Phi^*)\partial_{++}\Phi] + \\ & + [\Psi_+^*D_-\Psi_+ + (D_-\Psi_+^*)\Psi_+] + \\ & + m[\Phi^*\Psi_+ + \Psi_+^*\Phi] \}. \end{aligned} \quad (1.1.10c)$$

A expressão acima é o ponto-de-partida para a determinação dos superpropagadores de matéria; maiores detalhes técnicos são discutidos na referência [38]. Explicitamente, tem-se:

$$\langle \Phi(z_1)\Phi^*(z_2) \rangle = \frac{2iD_{1-}}{\square_1 - \frac{m^2}{2}} \delta_+(z_1 - z_2), \quad (1.1.11a)$$

$$\langle \Psi_+(z_1)\Phi^*(z_2) \rangle = -\frac{im}{\square_1 - \frac{m^2}{2}} \delta_+(z_1 - z_2), \quad (1.1.11b)$$

$$\langle \Phi(z_1)\Psi_+^*(z_2) \rangle = \frac{im}{\square_1 - \frac{m^2}{2}} \delta_+(z_1 - z_2), \quad (1.1.11c)$$

$$\langle \Psi_+(z_1)\Psi_+^*(z_2) \rangle = \frac{2\partial_{1++}D_{1-}}{\square_1 - \frac{m^2}{2}} \delta_+(z_1 - z_2), \quad (1.1.11d)$$

com $\delta_+(z_1 - z_2) \equiv \delta^2(x_1 - x_2)\delta_+(\theta_1 - \theta_2)$.

O estudo de teorias de campos no superespaço-(1,0) permite que se defina um certo tipo de simetria quirial. A definição desta simetria quirial resulta bem natural após a análise do conteúdo de componentes dos supercampos de matéria da teoria [ver (1.1.5) e (1.1.6)]. A presença de espinores quirais em supermultipletos diferentes viabiliza a implementação de uma transformação análoga a uma simetria quirial em nível de supercampos. As leis de transformação infinitesimais são definidas por:

$$\delta\Phi \equiv -i\gamma\Phi \quad (1.1.12a)$$

e

$$\delta\Psi_+ \equiv i\gamma\Psi_+ , \quad (1.1.12b)$$

com γ denotando um supercampo escalar real e constante. A lei de conservação associada à simetria quirial em questão assume a forma:

$$\partial_{++}J_-^q + D_-J_{++}^q = 2im(\Phi^*\Psi_+ - \Psi_+^*\Phi) , \quad (1.1.13)$$

onde as duas componentes de cone-de-luz da supercorrente quirial, J_-^q e J_{++}^q , são dadas por:

$$J_-^q = \Phi^*D_-\Phi - (D_-\Phi^*)\Phi \quad (1.1.14a)$$

e

$$J_{++}^q = i\Phi^*\partial_{++}\Phi - i(\partial_{++}\Phi^*)\Phi - 2\Psi_+^*\Psi_+ . \quad (1.1.14b)$$

As expressões das componentes da supercorrente quirial são úteis no cômputo da anomalia quirial pelo método da inserção operatorial (ver a próxima seção).

O passo seguinte consiste na covariantização de gauge da ação de matéria, S'_{free} , dada por (1.1.10c) e na posterior construção do setor de gauge Abelian, dentro do contexto do superespaço-(1,0). A referência [38] contém uma descrição detalhada deste procedimento. As leis de transformação de gauge para os supercampos de matéria lêem-se:

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{i\Lambda} \Phi \quad (1.1.15a)$$

e

$$\Psi_+ \rightarrow \Psi'_+ = e^{i\Lambda} \Psi_+ , \quad (1.1.15b)$$

onde o parâmetro de gauge, $\Lambda \equiv \Lambda(x; \theta)$, é um supercampo escalar real. O procedimento de covariantização frente a (1.1.15a) e (1.1.15b) é o usual, consistindo em substituir, na ação cinética de matéria, as usuais derivadas de superespaço pelas convenientes derivadas covariantes de gauge. A versão covariantizada de gauge da ação cinética de matéria é:

$$S_{kin}^c = \frac{1}{2} \int dz_- \left\{ i [(\nabla_{++} \Phi^*) \nabla_- \Phi + (\nabla_- \Phi^*) \nabla_{++} \Phi] + \right. \\ \left. + [\Psi_+^* \nabla_- \Psi_+ + (\nabla_- \Psi_+^*) \Psi_+] \right\} , \quad (1.1.16)$$

com as derivadas covariantes, ∇_- e ∇_{++} , definidas segundo as expressões:

$$\nabla_{-} \equiv D_{-} - ig\Gamma_{-} \quad (1.1.17a)$$

e

$$\nabla_{++} \equiv \partial_{++} - ig\Gamma_{++} \quad (1.1.17b)$$

As leis de transformações infinitesimais para os supercampos-de-gauge, Γ_- e Γ_{++} , lêem-se:

$$\delta\Gamma_- = \frac{1}{g}D_- \Lambda \quad (1.1.18a)$$

e

$$\delta\Gamma_{++} = \frac{1}{g}\delta_{++}\Lambda .$$

A análise direta da expressão (1.1.16) possibilita a identificação dos vértices de interação matéria-gauge. Efetivamente, têm-se cinco trivértices e apenas um único quadrivértice.

São eles:

TRIVÉRTICES MATÉRIA-GAUGE

$$v_1 = \frac{1}{2}g\Gamma_- \Phi^* \delta_{++} \Phi , \quad (1.1.19a)$$

$$v_2 = -\frac{1}{2}g\Gamma_- (\delta_{++} \Phi^*) \Phi , \quad (1.1.19b)$$

$$v_3 = -\frac{1}{2}g\Gamma_{++} \Phi^* D_- \Phi , \quad (1.1.19c)$$

$$v_4 = \frac{1}{2}g\Gamma_{++} (D_- \Phi^*) \Phi , \quad (1.1.19d)$$

$$v_5 = ig\Gamma_- \Psi_+^* \Psi_+ . \quad (1.1.19e)$$

QUADRIVÉRTICE MATÉRIA-GAUGE

$$v' = ig^2\Gamma_- \Gamma_{++} \Phi^* \Phi . \quad (1.1.20)$$

O setor de gauge Abeliano pode ser agora determinado. A ação cinética de gauge satisfazendo aos critérios de invariância de Lorentz e dimensionalidade canônica resulta dada por

$$S_{k.g.} = -\frac{1}{2} \int dz_- W_+ D_- W_+ , \quad (1.1.21)$$

na qual o supercampo fermiônico “left-handed”, W_+ , é o único supercampo field-strength independente da teoria, sendo dado por:

$$W_+ = D_- \Gamma_{++} - \partial_{++} \Gamma_- . \quad (1.1.22)$$

A ação total que, assim, descreve uma teoria-de-gauge Abeliana com supersimetria-(1,0) é dada pela expressão:

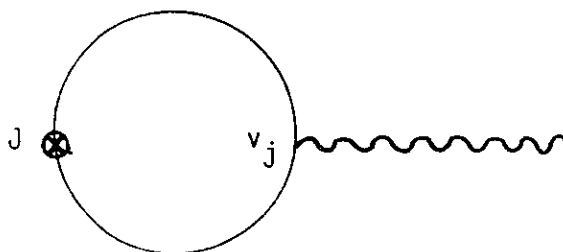
$$S_{tot} = \frac{1}{2} \int dz_- \left\{ -W_+ D_- W_+ + i [(\nabla_{++} \Phi^*) \nabla_- \Phi + (\nabla_- \Phi^*) \nabla_{++} \Phi] + \right. \\ \left. + [\Psi_+^* \nabla_- \Psi_+ + (\nabla_- \Psi_+^*) \Psi_+] + m [\Phi^* \Psi_+ + \Psi_+^* \Phi] \right\} . \quad (1.1.23)$$

A este ponto, já se tem à disposição todos os elementos necessários para se proceder ao estudo de algumas propriedades quânticas de teorias-de-gauge Abelianas, dentro do contexto do superespaço-(1,0). A seção seguinte tem por objetivo justamente esta questão.

1.2 - Propriedades Quânticas da Teoria: a Anomalia Quiral e a Geração Dinâmica da Massa

O estudo de propriedades quânticas de teorias-de-gauge Abelianas com supersimetria-(1,0) é o objetivo da presente seção. Em particular, apresenta-se o cômputo da anomalia quiral associada à lei de conservação (1.1.13). A anomalia quiral procurada é uma medida da violação daquela lei de conservação (já violada classicamente pela presença de termos de massa) devido a efeitos quânticos. Como mencionado no capítulo anterior, o cômputo da anomalia quiral é executado em termos do método de inserção para correntes. O passo seguinte consiste em investigar a viabilidade do mecanismo da geração dinâmica de massa para os supercampos-de-gauge.

O método da inserção de correntes em funções-de-Green é agora empregado, no âmbito do superespaço-(1,0), para a determinação da anomalia quiral. A teoria-de-gauge supersimétrica em questão é Abeliana e bidimensional e, por conseqüência, os supergráficos relevantes ao cômputo das contribuições quânticas às correntes (1.1.14a) e (1.1.14b) são tadpoles com uma inserção do operador corrente e um único supercampo de gauge como linha externa. O superdiagrama de Feynman correspondente é apresentado na Fig. (1.1).



Estrutura geral dos supergráficos contribuindo para a anomalia quiral

FIGURA 1.1

A inserção J designa genericamente uma das duas componentes de cone-de-luz da corrente quirial, e v_j denota um dos cinco trivértices de interação matéria-gauge, apresentados na seção anterior, e dados pelas expressões (1.1.19a)-(1.1.19e). O cômputo das amplitudes associadas a estes supergráficos é inteiramente efetuado no superespaço $-(1,0)$. Neste formalismo, é importante ter em mente algumas identidades envolvendo a derivada covariante de supersimetria, D_- , e funções delta de Dirac do parâmetro Grassmanniano, θ_+ . Dadas no espaço dos momenta, estas identidades lêem-se:

REGRA DE TRANSFERÊNCIA

$$D_-(k)\delta_+(\theta - \theta_1) = -D_{1-}(-k)\delta_+(\theta - \theta_1), \quad (1.2.1)$$

REGRA DO SANDWICH

$$\delta_+(\theta - \theta_1)D_-(k)\delta_+(\theta - \theta_1) = \delta_+(\theta - \theta_1), \quad (1.2.2a)$$

onde

$$D_-(k) = \partial_{\theta_-} + \theta_+ k_{--} \quad (1.2.2b)$$

é a derivada covariante de supersimetria, escrita no espaço dos momenta. As amplitudes quânticas relacionadas às inserções das componentes J_-^q e J_{++}^q são calculadas tendo em vista a estrutura do supergráfico da Fig. (1.1). As contribuições à componente J_-^q resultam:

$$J = J_-^q$$

$$v_1 : -\frac{ig}{2\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{8\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \Gamma_-(p; \theta) e^{ipx} + \frac{ig}{2\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \Gamma_-(p; \theta) e^{ipx}; \quad (1.2.3a)$$

$$\begin{aligned}
v_4 : & -\frac{ig}{2\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{8\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \Gamma_{++}(p; \theta) e^{ipx} + \\
& -\frac{ig}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{m^2}{p^2 + 2m^2} \Gamma_{++}(p; \theta) e^{ipx} + \\
& -\frac{ig}{2\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \Gamma_{++}(p; \theta) e^{ipx}
\end{aligned} \tag{1.2.4d}$$

e

$$v_5 : -\frac{4g}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{p_{++}p_{++}}{p^2 + 4m^2} D_-(p) \Gamma_-(p; \theta) e^{ipx} . \tag{1.2.4e}$$

O método de regularização aqui adotado é o esquema de regularização por redução dimensional [39], de forma que μ é o parâmetro de massa introduzido com o propósito de manter a dimensionalidade do acoplamento de gauge. A anomalia quiral fica determinada pelas partes divergentes das amplitudes. As correções quânticas às componentes J_-^q e J_{++}^q resultam dadas por:

$$\Delta J_-^q = -\frac{2g}{\pi} \Gamma_- \tag{1.2.5a}$$

e

$$\Delta J_{++}^q = \frac{2g}{\pi} \Gamma_{++} . \tag{1.2.5b}$$

Conseqüentemente, a lei de conservação (1.1.13) é modificada de acordo com a relação

$$\langle \partial_{++} J_-^q + D_- J_{++}^q \rangle = 2im (\Phi^* \Psi_+ - \Psi^* \Phi) - \frac{2g}{\pi} (\partial_{++} \Gamma_- - D_- \Gamma_{++}) . \tag{1.2.6}$$

O segundo termo no membro direito de (1.2.6) é a procurada expressão operatorial para a anomalia quiral.

$$v_2 : -\frac{ig}{2\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{8\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \Gamma_-(p; \theta) e^{ipx} +$$

$$+ \frac{ig}{2\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \Gamma_-(p; \theta) e^{ipx} ; \quad (1.2.3b)$$

$$v_3 : \frac{g}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{p_{--}}{p^2 + 2m^2} D_-(p) \Gamma_{++}(p; \theta) e^{ipx} ; \quad (1.2.3c)$$

$$v_4 : \frac{g}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{p_{--}}{p^2 + 2m^2} D_-(p) \Gamma_{++}(p; \theta) e^{ipx} \quad (1.2.3d)$$

e

$$v_5 : -\frac{2ig}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{m^2}{p^2 + 2m^2} \Gamma_-(p; \theta) e^{ipx} . \quad (1.2.3e)$$

A componente J_{++}^q recebe, por sua vez, as contribuições seguintes:

$$J = J_{++}^q$$

$$v_1 :$$

$$ZERO; \quad (1.2.4a)$$

$$v_2 :$$

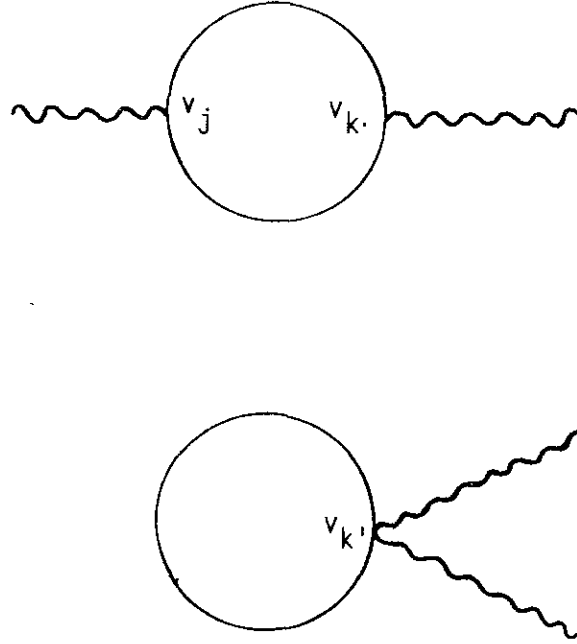
$$ZERO; \quad (1.2.4b)$$

$$v_3 : \frac{ig}{2\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{8\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \Gamma_{++}(p; \theta) e^{ipx} +$$

$$- \frac{ig}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{m^2}{p^2 + 2m^2} \Gamma_{++}(p; \theta) e^{ipx} +$$

$$- \frac{ig}{2\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \Gamma_{++}(p; \theta) e^{ipx} ; \quad (1.2.4c)$$

A geração dinâmica de massa para os supercampos de gauge será agora considerada. Neste caso, devem-se considerar dois tipos distintos de superdiagramas de 1-loop, ambos exibindo dois supercampos de gauge nas duas linhas externas e superpropagadores de matéria nas linhas internas. Na Fig. (1.2) esboça-se a estrutura geral destes dois tipos de supergráficos.



Correções quadráticas à ação efetiva dos supercampos de gauge

FIGURA 1.2

O quadrivértice de interação matéria-gauge (1.1.20) compõe o supergráfico da Fig. (1.2b). As duas categorias de amplitudes acima devem ser consideradas como contribuições de 1-loop à ação efetiva da teoria, Γ_{eff} . As expressões das contribuições provenientes da Fig. (1.2a), relativas à massa dinâmica dos supercampos de gauge, lêem-se:

$$\begin{aligned}
 v_1 - v_3 : \\
 & - \frac{ig}{8\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{8\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta_- \Gamma_-(-p; \theta) \Gamma_{++}(p; \theta) + \\
 & + \frac{ig^2}{4\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta_- \frac{p^2 + m^2}{p^2 + 2m^2} \Gamma_-(-p; \theta) \Gamma_{++}(p; \theta) ; \quad (1.2.7a)
 \end{aligned}$$

$v_1 - v_4 :$

$$\begin{aligned}
& -\frac{ig^2}{8\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{8\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta \Gamma_-(-p; \theta) \Gamma_{++}(p; \theta) + \\
& + \frac{ig^2}{4\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta -\frac{m^2}{p^2 + 2m^2} \Gamma_-(-p; \theta) \Gamma_{++}(p; \theta) ;
\end{aligned} \tag{1.2.7b}$$

$v_2 - v_3 :$

$$\begin{aligned}
& -\frac{ig^2}{8\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{8\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta \Gamma_-(-p; \theta) \Gamma_{++}(p; \theta) + \\
& + \frac{ig^2}{4\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta -\frac{m^2}{p^2 + 2m^2} \Gamma_-(-p; \theta) \Gamma_{++}(p; \theta) ;
\end{aligned} \tag{1.2.7c}$$

$v_2 - v_4 :$

$$\begin{aligned}
& -\frac{ig^2}{8\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{8\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta \Gamma_-(-p; \theta) \Gamma_{++}(p; \theta) + \\
& + \frac{ig^2}{4\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta -\frac{p^2 + m^2}{p^2 + 2m^2} \Gamma_-(-p; \theta) \Gamma_{++}(p; \theta) ;
\end{aligned} \tag{1.2.7d}$$

$v_3 - v_5 :$

$$\frac{ig^2}{2\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta -\frac{m^2}{p^2 + 2m^2} \Gamma_{++}(-p; \theta) \Gamma_-(p; \theta) \tag{1.2.7e}$$

e

$v_4 - v_5 :$

$$\frac{ig^2}{2\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta -\frac{m^2}{p^2 + 2m^2} \Gamma_{++}(-p; \theta) \Gamma_-(p; \theta) . \tag{1.2.7f}$$

Para a contribuição associada ao supergráfico da Fig. (1.2b), encontra-se a expressão:

$$v' : \frac{ig^2}{2\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{8\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta \Gamma_-(-p; \theta) \Gamma_{++}(p; \theta) . \tag{1.2.8}$$

A esta altura, identificam-se cinco divergências independentes. Contudo, a introdução de contratermos não se faz necessária, uma vez que estas quantidades divergentes cancelam-se automaticamente entre si ao serem incorporadas em Γ_{eff} . O termo de massa dos campos de gauge, fóton e fotino, gerado dinamicamente, assume a forma:

$$\Gamma_{mass} = \frac{g^2}{\pi} \int dz_- \Gamma_-(z) \Gamma_{++}(z) , \quad (1.2.9)$$

o que, em termos de componentes, corresponde a:

$$\Gamma_{mass} = \frac{g^2}{\pi} \int d^2x (A_{--} A_{++} - i\gamma_- \eta_+) , \quad (1.2.10)$$

caracterizando um valor específico para a massa dinâmica do fóton, viz.,

$$M^2 = \frac{g^2}{2\pi} . \quad (1.2.11)$$

É possível apresentar um teste de consistência para o resultado (1.2.11). A expressão da lei-de-conservação anômala (1.2.6) e a equação de movimento para o campo do fóton permitem mostrar que o dual do field-strength,

$$\tilde{F} = \frac{1}{2!} \epsilon_{\mu\nu} F^{\mu\nu} , \quad (1.2.12)$$

satisfaz à equação de movimento

$$\left(\square - \frac{g^2}{2\pi} \right) \tilde{F} = 0 , \quad (1.2.13)$$

correspondendo ao resultado obtido para a massa gerada dinamicamente.

1.3 - Conclusões

A formulação de uma teoria-de-gauge Abelianiana no superespaço-(1,0) é viável e corresponde à versão supersimétrica-(1,0) do modelo de Schwinger vetorial. É possível definir uma simetria quirial no âmbito do superespaço-(1,0); mostra-se, então, pelo uso do método de inserção de correntes e técnicas de supergráficos, o aparecimento de um termo anômalo em sua leis de conservação, de maneira similar ao que ocorre no modelo de Schwinger ordinário. A geração dinâmica de massa para o “fóton” ocorre e é determinada, sendo mostrada a sua consistência com o resultado derivado via cálculo da anomalia quirial. Encontra-se, também, que o “fotino” adquire a mesma massa dinâmica, enfatizando, desta forma, a preservação da supersimetria mediante a incorporação das correções quânticas à ação clássica de partida.

CAPÍTULO II

TEORIAS QUÂNTICAS DE CAMPOS-DE-GAUGE ABELIANOS NO SUPERESPAÇO-(2,0)

O presente capítulo contém uma descrição detalhada da construção de teorias de campos de matéria e de gauge bidimensionais, dentro do contexto do superespaço-(2,0). Apresentam-se, ainda, dois aspectos quânticos importantes: a presença de anomalia na supercorrente quirial e o mecanismo de geração dinâmica de massa para o campo-de-gauge. Mostra-se, então, a conexão destes dois efeitos.

2.1 - O Superespaço-(2,0) e seus Supercampos Básicos

O objetivo desta seção é apresentar um desenvolvimento detalhado do formalismo do superespaço-(2,0), tanto para os modelos de matéria, como para os de Yang-Mills, fixando a notação utilizada nos cálculos efetuados posteriormente.

O superespaço-(2,0) é parametrizado pelas coordenadas $(x^{++}, x^{--}; \theta_{1+}, \theta_{2+})$, onde θ_{1+} e θ_{2+} são, assim como no caso (1,0), espinores de Majorana-Weyl "left-handed" totalmente independentes. As duas supersimetrias "left" são induzidas pelos geradores Q_{1-} e Q_{2-} , cuja realização mais natural no superespaço é:

$$Q_{1-} \equiv \partial_{\theta_1} + i\theta_{1+}\partial_{--} \quad (2.1.1a)$$

e

$$Q_{2-} \equiv \partial_{\theta_2} + i\theta_{2+}\partial_{--} \quad (2.1.1b)$$

A álgebra satisfeita por estes geradores lê-se:

$$\{Q_{1-}, Q_{1-}\} = 2i\theta_{--} , \quad (2.1.2a)$$

$$\{Q_{2-}, Q_{2-}\} = 2i\theta_{--} \quad (2.1.2b)$$

e

$$\{Q_{1-}, Q_{2-}\} = 0 . \quad (2.1.2c)$$

As derivadas covariantes de supersimetria devem anticomutar com os geradores, conseqüentemente, a sua realização mais simples é:

$$D_{1-} \equiv \partial_{\theta_1} - i\theta_{1+}\partial_{--} \quad (2.1.3a)$$

e

$$D_{2-} \equiv \partial_{\theta_2} - i\theta_{2+}\partial_{--} , \quad (2.1.3b)$$

obedecendo a uma álgebra similar a (2.1.2). Objetivando uma maior simplicidade notacional, é conveniente introduzir os espinores de Weyl, θ_+ e θ_+^* , definidos por,

$$\theta_+ \equiv \theta_{1+} + i\theta_{2+} \quad e \quad \theta_+^* \equiv \theta_{1+} - i\theta_{2+} ,$$

o que possibilita reescrever D_{1-} e D_{2-} como,

$$D_{1-} = \left(\partial_{\theta} - \frac{i}{2}\theta_+^*\partial_{--} \right) + \left(\partial_{\theta^*} - \frac{i}{2}\theta_+\partial_{--} \right)$$

e

$$D_{2-} = i \left(\partial_{\theta} - \frac{i}{2}\theta_+^*\partial_{--} \right) - i \left(\partial_{\theta^*} - \frac{i}{2}\theta_+\partial_{--} \right) .$$

Definindo-se, então, as novas derivadas covariantes de supersimetria,

$$D_- \equiv \partial_\theta - \frac{i}{2}\theta_+^* \partial_{--}$$

e

$$D_-^* \equiv \partial_{\theta^*} - \frac{i}{2}\theta_+ \partial_{--} , \quad (2.1.4b)$$

encontra-se que:

$$D_{1-} = D_- + D_-^* \quad \text{e} \quad D_{2-} = iD_- - iD_-^* ,$$

ou ainda,

$$D_- = \frac{D_{1-} - iD_{2-}}{2} \quad \text{e} \quad D_-^* = \frac{D_{1-} + iD_{2-}}{2} .$$

Conclui-se, por verificação direta, que:

$$\{D_-, D_-\} = 0 , \quad (2.1.5a)$$

$$\{D_-^*, D_-^*\} = 0 \quad (2.1.5b)$$

e

$$\{D_-, D_-^*\} = -i\partial_{--} . \quad (2.1.5c)$$

Daqui em diante, D_- e D_-^* são adotadas como as derivadas covariantes de supersimetria do formalismo do superespaço-(2,0), satisfazendo à álgebra (2.1.5). Deste modo, deixa-se claro que o setor Grassmanniano do superespaço-(2,0) pode ser parametrizado por duas variáveis reais independentes, θ_{1+} e θ_{2+} , ou, equivalentemente, por uma única variável complexa, θ_+ .

A partir do conhecimento das variáveis que parametrizam o superspaço e das derivadas covariantes D_- e D_-^* , procede-se à construção dos supercampos relevantes à nossa formulação de modelos de gauge. O mais imediato deles é o supercampo escalar complexo não-vinculado,

$$\Phi(x; \theta, \theta^*) = \varphi(x) + \theta_+ \lambda_-(x) + \theta_+^* \eta_-(x) + \theta_+ \theta_+^* V_{--}(x), \quad (2.1.6)$$

que reúne entre suas componentes um campo escalar complexo, φ , dois campos espinoriais “right-handed”, λ_- e η_- , e uma única componente de um campo vetorial, V_{--} , também complexo. Ao se desejar, contudo, descrever o setor de matéria por intermédio do supercampo $\Phi(x; \theta, \theta^*)$, deve-se eliminar a componente de campo vetorial, uma vez que essa última só é útil ao setor de gauge. O procedimento habitual consiste em impor o vínculo de quiralidade sobre $\Phi(x; \theta, \theta^*)$, viz.,

$$D_-^* \Phi(x; \theta, \theta^*) = 0, \quad (2.1.7)$$

o que, pelo uso da equação (2.1.6), permite escrever:

$$\eta_-(x) - \theta_+ V_{--}(x) - \frac{i}{2} \theta_+ \theta_{--} \varphi(x) - \frac{i}{2} \theta_+ \theta_+^* \theta_{--} \eta_-(x) = 0$$

de onde se conclui que,

$$\eta_-(x) = 0 \quad \text{e} \quad V_{--}(x) = -\frac{i}{2} \theta_{--} \varphi(x).$$

Deste modo, a partir do vínculo de quiralidade (2.1.7), o supercampo $\Phi(x; \theta, \theta^*)$ assume a forma geral

$$\Phi(x; \theta, \theta^*) = \varphi(x) + \theta_+ \lambda_-(x) - \frac{i}{2} \theta_+ \theta_+^* \partial_{--} \varphi(x) \quad (2.1.8)$$

e recebe o nome de supercampo escalar quiral. Com isto, a última componente do supermultiplete, $\partial_{--} \varphi$, acomoda os mesmos dois graus-de-liberdade provenientes do campo escalar complexo φ .

É ainda possível tirar vantagem da existência da derivada covariante D_- e impor o vínculo de antiquiralidade sobre um dado supercampo escalar geral,

$$\Omega(x; \theta, \theta^*) = \omega(x) + \theta_+ \gamma_-(x) + \theta_+^* \rho_-(x) + \theta_+ \theta_+^* A_{--}(x), \quad (2.1.9)$$

de modo a se ter:

$$D_- \Omega(x; \theta, \theta^*) = 0 \quad \Rightarrow \quad \Omega(x; \theta, \theta^*) = \omega(x) + \theta_+^* \rho_-(x) + \frac{i}{2} \theta_+ \theta_+^* \partial_{--} \omega(x),$$

que é a forma geral de um supercampo escalar antiquiral. A este ponto, não é difícil verificar que o complexo conjugado de $\Phi(x; \theta, \theta^*)$ tem a estrutura de um supercampo antiquiral, viz. ,

$$\Phi^*(x; \theta, \theta^*) = \varphi^*(x) - \theta_+^* \lambda_-^*(x) + \frac{i}{2} \theta_+ \theta_+^* \partial_{--} \varphi^*(x). \quad (2.1.10)$$

Conclui-se que o complexo conjugado de um campo quiral é antiquiral e vice-versa:

$$D_-^* \Phi(x; \theta, \theta^*) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad D_- \Phi^*(x; \theta, \theta^*) = 0.$$

Com o intuito de completar o conjunto de campos de matéria necessários para os desenvolvimentos apresentados nas seções seguintes, é conveniente introduzir o supercampo espinorial “left-handed”,

$$\Psi_+(x; \theta, \theta^*) = \chi_+(x) + \theta_+ \sigma(x) + \theta_+^* \pi(x) + \theta_+ \theta_+^* \xi_-(x), \quad (2.1.11)$$

que acomoda entre suas componentes um espinor de Weyl “left-handed”, χ_+ , um outro “right-handed”, ξ_- , e dois campos escalares complexos, σ e π . A imposição do vínculo quiral sobre $\Psi_+(x; \theta, \theta^*)$ implica nas condições:

$$\pi(x) = 0, \quad \text{e} \quad \xi_-(x) = -\frac{i}{2} \partial_{--} \chi_+(x),$$

que permitem fixar a estrutura de um supercampo espinorial “left-handed” quiral como

$$\Psi_+(x; \theta, \theta^*) = \chi_+(x) + \theta_+ \sigma(x) - \frac{i}{2} \theta_+ \theta_+^* \partial_{--} \chi_+(x). \quad (2.1.12)$$

Ainda neste caso, o complexo conjugado, $\Psi_+^*(x; \theta, \theta^*)$, é antiquiral:

$$D_- \Psi_+^*(x; \theta, \theta^*) = 0.$$

Uma vez completo o conjunto de supercampos do setor de matéria, introduz-se um último supercampo necessário à construção do setor de gauge de teorias com supersimetria-(2,0): o supercampo vetorial $\Gamma_{++}(x; \theta, \theta^*)$. A sua expansão em componentes é:

$$\Gamma_{++}(x; \theta, \theta^*) = A_{++}(x) + \theta_+ \zeta_+(x) + \theta_+^* \beta_+(x) + \theta_+ \theta_+^* H(x), \quad (2.1.13)$$

onde A_{++} é uma componente complexa de um campo vetorial, ζ_+ e β_+ são espinores de Weyl "left-handed" e H é um campo escalar complexo.

Uma vez de posse das expansões em componentes dos supercampos de matéria e de gauge, procede-se à construção dos funcionais de ação correspondentes, o que é apresentado nas duas seções seguintes.

2.2 - A Ação de Matéria da Supersimetria-(2,0)

A construção da ação de matéria mais geral leva em conta os critérios de invariância de Lorentz e de dimensionalidade canônica. A ação cinética mais geral envolvendo o supercampo escalar quirial e respeitando estes critérios é (daqui em diante, omitem-se os argumentos dos campos):

$$S_{kin} = k \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* (\Phi^* \partial_{++} \Phi - \Phi \partial_{++} \Phi^*) , \quad (2.2.1)$$

onde k é uma constante complexa a ser fixada a partir da expansão de S_{kin} em componentes. A integração em θ_-^* e θ_- leva à ação cinética em componentes; para isto, é conveniente lembrar que

$$\Phi | = \varphi , \quad D_- \Phi | = \lambda_- , \quad (2.2.2a)$$

$$\Phi^* | = \varphi^* , \quad e \quad D_-^* \Phi^* | = -\lambda_- ; \quad (2.2.2b)$$

de modo que S_{kin} é dada em componentes por:

$$k \int d^2x [2i\varphi^* \partial_{++} \partial_{--} \varphi + 2\lambda_-^* \partial_{++} \lambda_-] = k(-i) \int d^2x [\varphi^* \square \varphi + 2i\lambda_-^* \partial_{++} \lambda_-] ,$$

onde $\square = -2\partial_{++} \partial_{--}$. Com isto, a escolha consistente é $k = i$; é ainda conveniente fazer a redefinição,

$$\lambda_- \rightarrow \frac{\lambda_-}{\sqrt{2}} .$$

Conseqüentemente, em termos de supercampos, propõe-se:

$$S_{kin} = i \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* (\Phi^* \partial_{++} \Phi - \Phi \partial_{++} \Phi^*) , \quad (2.2.3)$$

com o supercampo escalar quiral dado agora por,

$$\Phi = \varphi + \theta_+ \frac{\lambda_-}{\sqrt{2}} - \frac{i}{2} \theta_+ \theta_+^* \partial_{--} \varphi , \quad (2.2.4)$$

e ainda,

$$D_- \Phi | = \frac{\lambda_-}{\sqrt{2}} \quad (2.2.5a)$$

e

$$D_-^* \Phi^* | = -\frac{\lambda_-^*}{\sqrt{2}} . \quad (2.2.5b)$$

A ação cinética do supercampo espinorial quirral no superespaço-(2,0) é fixada como sendo:

$$S'_{kin} = \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* \Psi_+^* \Psi_+ , \quad (2.2.6)$$

que, em componentes, escreve-se como

$$S'_{kin} = \int d^2x [i\chi_+^* \partial_- \chi_+ + \sigma^* \sigma] ,$$

onde se nota que o campo σ aparece como campo auxiliar, o que já se pode perceber quando se analisa a dimensionalidade canônica da expansão em θ_+ de seu supermultiplete (lembrar que $[\theta_+] = m^{-\frac{1}{2}}$). Assim, $[\sigma(x)] = m^1$, que é a dimensão canônica de um campo auxiliar em duas dimensões.

Na construção da ação de massa, a invariância de Lorentz impõe que, num espaço de Minkowski, termos de massa de espinores devem conter as duas quiralidades opostas. Por conseguinte, a ação S_{mass} deve conter os produtos $\Phi \Psi_+$ e $\Phi^* \Psi_+^*$:

$$S_{mass} = m \int d^2x d\theta_- \Phi \Psi_+ + m \int d^2x d\theta_-^* \Phi^* \Psi_+^* . \quad (2.2.7)$$

A sua expansão em componentes é imediata, viz. ,

$$S_{mass} = m \int d^2x \left[-\frac{\lambda_-}{\sqrt{2}} \chi_+ - \varphi \sigma + \varphi^* \sigma^* - \frac{\lambda_-^*}{\sqrt{2}} \chi_+^* \right] .$$

A parte livre da ação dos supercampos de matéria no superespaço-(2,0) fica dada, então, por:

$$S_{free} = S_{kin} + S'_{kin} + S_{mass} , \quad (2.2.8)$$

isto é,

$$S_{free} = \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* [i(\Phi^* \partial_{++} \Phi - \Phi \partial_{++} \Phi^*) + \Psi_+^* \Psi_+] + \\ + m \int d^2x d\theta_- \Phi \Psi_+ + m \int d^2x d\theta_-^* \Phi^* \Psi_+^* . \quad (2.2.9)$$

A expressão acima é o ponto-de-partida para a determinação dos superpropagadores, que é feita a seguir. Antes disso, contudo, apresentam-se sumariamente as possíveis ações de interação envolvendo puramente supercampos de matéria. Na sua construção, deve-se satisfazer o critério adicional de renormalizabilidade, para o qual uma condição necessária (mas não suficiente) é a não-dimensionalidade das constantes de acoplamento. As duas possibilidades são:

$$S_{int} = g \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* [P(\Phi) \Phi^* \partial_{++} \Phi - P^*(\Phi) \Phi \partial_{++} \Phi^*] \quad (2.2.10)$$

e

$$S'_{int} = g \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* P'(\Phi, \Phi^*) \Psi_+^* \Psi_+ , \quad (2.2.11)$$

onde P e P' são polinômios arbitrários. É imediato verificar que S_{int} e S'_{int} são similares às expressões dos modelos- σ não-lineares no superespaço-(2,0), o que pode ser verificado nas referências [40] e [41].

A determinação dos superpropagadores de matéria é agora apresentada. O procedimento empregado é o habitual método da integração funcional, sendo S_{free} dada pela equação (2.2.9), como a ação livre da teoria. Nenhuma dificuldade conceitual é encontrada nesse desenvolvimento para o superespaço-(2,0). Contudo, é importante ressaltar que os termos de massa em S_{free} não são integrações no superespaço completo, $(x^{++}, x^{--}; \theta_+, \theta_+^*)$, de modo que essa ação livre não está na forma mais conveniente. Com o objetivo de estender a integração daqueles termos aos dois

parâmetros de Grassmann, introduzem-se certos projetores que são operadores diferenciais no superespaço. A construção desses projetores é muito simples: da quiralidade de Φ e da relação de anticomutação (2.1.5c), tem-se:

$$D_-^* D_- \Phi = -i \theta_{--} \Phi ,$$

atuando, então, nos dois lados dessa equação com $2\theta_{++}$ e, dividindo a expressão resultante por $i \square$, encontra-se,

$$\Phi = -2i \frac{D_-^* D_- \theta_{++}}{\square} \Phi . \quad (2.2.12)$$

É fácil perceber que o supercampo espinorial quiral, Ψ_+ , satisfaz a uma relação idêntica. Conseqüentemente, o produto de supercampos, $\Phi \Psi_+$, pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \Phi \Psi &= -2i \Phi \frac{D_-^* D_- \theta_{++}}{\square} \Psi_+ = \\ &= -2i D_-^* \left(\Phi \frac{D_- \theta_{++}}{\square} \Psi_+ \right) = \\ &= -2i \int d\theta_-^* \Phi \frac{D_- \theta_{++}}{\square} \Psi_+ , \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

onde, na última passagem, ignora-se uma divergência total. O produto de supercampos, $\Phi^* \Psi_+^*$, também pode ser expresso de uma maneira similar:

$$\Phi^* \Psi_+^* = -2i \int d\theta_- \Phi^* \frac{D_-^* \theta_{++}}{\square} \Psi_+^* . \quad (2.2.14)$$

A ação livre, S_{free} , pode agora ser reexpressa como:

$$S_{free} = \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* \left[i(\Phi^* \partial_{++} \Phi - \Phi \partial_{++} \Phi^*) + \Psi_+^* \Psi_{++} - 2im\Phi \frac{D_- \partial_{++}}{\square} \Psi_+ + 2im\Phi^* \frac{D_-^* \partial_{++}}{\square} \Psi_+^* \right]. \quad (2.2.15)$$

Assim, os termos de massa são integrados sobre todo o superspaço-(2,0).

O passo seguinte consiste em construir a ação das fontes externas, que são supercampos acoplados aos supercampos de matéria. Os argumentos de invariância de Lorentz levam a:

$$S_{sources} = \int d^2x d\theta_- [J_+ \Phi + J \Psi_+] + \int d^2x d\theta_-^* [J_+^* \Phi^* + J^* \Psi_+^*], \quad (2.2.16)$$

onde J e J_+ são supercampos quirais, escalar e espinorial "left-handed", respectivamente (naturalmente, seus complexos conjugados são antiquirais). A ação $S_{sources}$ deve também ser escrita como uma integral no superspaço completo. A fim de modificá-la, utilizam-se novamente os projetores convenientes; com isto, obtém-se:

$$S_{sources} = -2i \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* \left[\Phi \frac{D_- \partial_{++}}{\square} J_+ - \Psi_+ \frac{D_- \partial_{++}}{\square} J_+ + \Phi^* \frac{D_-^* \partial_{++}}{\square} J_+^* - \Psi_+^* \frac{D_-^* \partial_{++}}{\square} J_+^* \right],$$

ou ainda,

$$S_{sources} = -i \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* \left[\Phi \frac{D_- \partial_{++}}{\square} J_+ - J_+ \frac{D_- \partial_{++}}{\square} \Phi + \Psi_+ \frac{D_- \partial_{++}}{\square} J_+ + J \frac{D_- \partial_{++}}{\square} \Psi_+ + \Phi^* \frac{D_-^* \partial_{++}}{\square} J_+^* + J_+^* \frac{D_-^* \partial_{++}}{\square} \Phi^* - \Psi_+^* \frac{D_-^* \partial_{++}}{\square} J_+^* + J^* \frac{D_-^* \partial_{++}}{\square} \Psi_+^* \right]. \quad (2.2.17)$$

Deste modo, chega-se a uma ação total $S_{tot} = S_{free} + S_{sources}$, que pode ser representada matricialmente como:

$$S_{tot} = \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* [\Omega^T \mathcal{M} \Omega + \Omega^T \mathcal{J} + \mathcal{J}^T \Omega], \quad (2.2.18)$$

com a notação,

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Phi \\ \Phi^* \\ \Psi_+ \\ \Psi_+^* \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} 0 & -i\partial_{++} & -im \frac{D_- \partial_{++}}{\square} & 0 \\ i\partial_{++} & 0 & 0 & im \frac{D_-^* \partial_{++}}{\square} \\ im \frac{D_- \partial_{++}}{\square} & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -im \frac{D_-^* \partial_{++}}{\square} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix},$$

e

$$\mathcal{J} = \begin{bmatrix} -i \frac{D_- \partial_{++}}{\square} J_+ \\ -i \frac{D_-^* \partial_{++}}{\square} J_+^* \\ i \frac{D_- \partial_{++}}{\square} J \\ i \frac{D_-^* \partial_{++}}{\square} J^* \end{bmatrix}.$$

A partir da forma matricial de S_{tot} , (2.2.18), procede-se à redefinição de campos,

$$\Lambda = \Omega + \mathcal{M}^{-1} \mathcal{J}, \quad (2.2.19)$$

chegando-se a:

$$S_{tot} = \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* [\Lambda^T \mathcal{M} \Lambda - \mathcal{J}^T \mathcal{M}^{-1} \mathcal{J}] . \quad (2.2.20)$$

O funcional gerador das funções de Green, $Z[\mathcal{J}]$, é dado, após integrações nas configurações de campo, por:

$$Z[\mathcal{J}] = \exp \left\{ -i \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* [\mathcal{J}^T \mathcal{M}^{-1} \mathcal{J}] \right\} .$$

O funcional gerador das funções de Green conexas, $W[\mathcal{J}]$, definido por,

$$W[\mathcal{J}] = -i \ln Z[\mathcal{J}] , \quad (2.2.21)$$

escreve-se como,

$$W[\mathcal{J}] = - \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* [\mathcal{J}^T \mathcal{M}^{-1} \mathcal{J}] . \quad (2.2.22)$$

A determinação do funcional $W[\mathcal{J}]$ depende da determinação da matriz inversa \mathcal{M}^{-1} . Visto que \mathcal{M} possui elementos Grassmannianos, a obtenção de sua inversa é, tecnicamente, um pouco mais elaborada e encontra-se apresentada no Apêndice B. Conseqüentemente, $W[\mathcal{J}]$ resulta dado por:

$$W[\mathcal{J}] = - \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* \left[J_+ \frac{i}{\square - m^2} J_+^* - J_+ \frac{2imD_- \partial_{++}}{\square (\square - m^2)} J_+ + J_+^* \frac{2imD_-^* \partial_{++}}{\square (\square - m^2)} J_+^* + J_+ \frac{2i\partial_{++}}{(\square - m^2)} J_+^* \right] . \quad (2.2.23)$$

As expressões dos propagadores dos supercampos de matéria podem agora ser facilmente deduzidas, a partir de $W[\mathcal{J}]$, por intermédio de convenientes derivações funcionais nas fontes. É importante, contudo, que se tome o cuidado de redefinir o conceito de derivação funcional num superspaço com supercampos quirais ou antiquirais. As leis de diferenciação funcional corretas são:

$$\frac{\delta J_+(x; \theta, \theta^*)}{\delta J_+(x_1; \theta_1, \theta_1^*)} = -D_-^* \delta^2(x - x_1) \delta_+(\theta - \theta_1) \delta_+(\theta^* - \theta_1^*) ,$$

$$\frac{\delta J_+^*(x; \theta, \theta^*)}{\delta J_+^*(x_1; \theta_1, \theta_1^*)} = D_- \delta^2(x - x_1) \delta_+(\theta - \theta_1) \delta_+(\theta^* - \theta_1^*) ,$$

$$\frac{\delta J(x; \theta, \theta^*)}{\delta J(x_1; \theta_1, \theta_1^*)} = D_-^* \delta^2(x - x_1) \delta_+(\theta - \theta_1) \delta_+(\theta^* - \theta_1^*)$$

e

$$\frac{\delta J^*(x; \theta, \theta^*)}{\delta J^*(x_1; \theta_1, \theta_1^*)} = -D_- \delta^2(x - x_1) \delta_+(\theta - \theta_1) \delta_+(\theta^* - \theta_1^*) .$$

Os propagadores dos supercampos de matéria são lidos a partir das expressões:

$$\langle \Phi(1) \Phi^*(2) \rangle = \frac{1}{i} \frac{\delta^2 W[\mathcal{J}]}{\delta J_+^*(2) \delta J_+(1)} ,$$

$$\langle \Phi(1) \Psi_+(2) \rangle = \frac{1}{i} \frac{\delta^2 W[\mathcal{J}]}{\delta J(2) \delta J_+(1)} ,$$

$$\langle \Phi^*(1) \Psi_+^*(2) \rangle = \frac{1}{i} \frac{\delta^2 W[\mathcal{J}]}{\delta J^*(2) \delta J_+^*(1)}$$

e

$$\langle \Psi_+(1) \Psi_+^*(2) \rangle = \frac{1}{i} \frac{\delta^2 W[\mathcal{J}]}{\delta J^*(2) \delta J(1)} ,$$

onde se usa a abreviação, $\Phi(1) \equiv \Phi(x_1; \theta_1, \theta_1^*)$ etc ...

As expressões acima podem ser verificadas facilmente por meio de uma inspeção direta das relações (2.2.16) e (2.2.21). Explicitamente, os propagadores são:

$$\langle \Phi(1)\Phi^*(2) \rangle = -\frac{iD_{1-}^* - D_{1-}}{\square_1 - m^2} \delta^2(x_1 - x_2) \delta_+(\theta_1 - \theta_2) \delta_+(\theta_1^* - \theta_2^*) , \quad (2.2.24a)$$

$$\langle \Phi(1)\Psi_+(2) \rangle = -\frac{imD_{1-}^*}{\square_1 - m^2} \delta^2(x_1 - x_2) \delta_+(\theta_1 - \theta_2) \delta_+(\theta_1^* - \theta_2^*) , \quad (2.2.24b)$$

$$\langle \Phi^*(1)\Psi_+^*(2) \rangle = \frac{imD_{1-}}{\square_1 - m^2} \delta^2(x_1 - x_2) \delta_+(\theta_1 - \theta_2) \delta_+(\theta_1^* - \theta_2^*) \quad (2.2.24c)$$

e

$$\langle \Psi_+(1)\Psi_+^*(2) \rangle = \frac{2D_{1-}^* - D_{1-} - \theta_{1++}}{\square_1 - m^2} \delta^2(x_1 - x_2) \delta_+(\theta_1 - \theta_2) \delta_+(\theta_1^* - \theta_2^*) , \quad (2.2.24d)$$

os quais, quando projetados em $\theta = \theta^* = 0$, produzem os propagadores dos campos componentes da teoria.

Uma vez obtidos os propagadores dos supercampos de matéria, conclui-se a presente seção analisando-se um outro aspecto de interesse relacionado com a ação livre, S_{free} , dada por (2.2.9): a possibilidade de se definir uma simetria quiral no superespaço $-(2,0)$. A definição dessa simetria quiral resulta bem natural após a análise do conteúdo de componentes dos supercampos de matéria da teoria [ver (2.1.12) e (2.2.4)]. A presença de espinores quirais (ver Seção 2.1) em supermultipletos diferentes viabiliza a implementação de um análogo de uma simetria quiral em nível de supercampos. Presentemente, deseja-se obter a lei de conservação e as correntes de Noether associadas a essa simetria. As leis de transformação infinitesimais são definidas por:

$$\delta\Phi \equiv -i\gamma\Phi \quad (2.2.25a)$$

e

$$\delta\Psi_+ \equiv i\gamma\Psi_+ , \quad (2.2.25b)$$

com γ denotando um supercampo escalar real e constante. Devido à natureza especial do superespaço-(2,0), os termos de massa presentes na ação livre, S_{free} , não violam a simetria quiral proposta. Assim sendo, a Lagrangeana da teoria é perfeitamente invariante. A lei de conservação é obtida pelo procedimento usual; contudo, é mais uma vez necessário ter em mente a natureza vinculada dos supercampos de matéria. A dedução cuidadosa do teorema de Noether para uma teoria supersimétrica no superespaço-(2,0) e com supercampos quirais é apresentada no Apêndice C. Substituindo as leis de transformação específicas, (2.2.25a) e (2.2.25b), na lei de conservação obtida naquele apêndice, tem-se:†

$$\partial_{--} J_{++}^q + \partial_{++} J_{--}^q = 0, \quad (2.2.26)$$

com as suas componentes de cone-de-luz da supercorrente quiral J_{++}^q e J_{--}^q , dadas por:

$$J_{++}^q = i\Phi^* \partial_{++} \Phi - i(\partial_{++} \Phi^*) \Phi - \Psi_+^* \Psi_+ \quad (2.2.27a)$$

e

$$J_{--}^q = i\Phi^* \partial_{--} \Phi - i(\partial_{--} \Phi^*) \Phi - 2(D_-^* \Phi^*) D_- \Phi. \quad (2.2.27b)$$

Uma vez concluída a análise das propriedades do setor de matéria, dado pela ação descrita por (2.2.9), passa-se a investigar, na seção seguinte, a estrutura do setor de gauge no superespaço-(2,0).

2.3 - A Covariantização da Ação de Matéria e o Setor de Gauge Abelianiano da Supersimetria-(2,0)

Na presente seção, procede-se à covariantização de gauge da ação de matéria, S_{free} , dada por (2.2.9), e à posterior construção do setor de gauge Abelianiano, dentro do contexto do superespaço-(2,0). Ainda aqui, recomendam-se as referências [40] e [41].

com γ denotando um supercampo escalar real e constante. Devido à natureza especial do superespaço-(2,0), os termos de massa presentes na ação livre, S_{free} , não violam a simetria quirial proposta. Assim sendo, a Lagrangeana da teoria é perfeitamente invariante. A lei de conservação é obtida pelo procedimento usual; contudo, é mais uma vez necessário ter em mente a natureza vinculada dos supercampos de matéria. A dedução cuidadosa do teorema de Noether para uma teoria supersimétrica no superespaço-(2,0) e com supercampos quirais é apresentada no Apêndice C. Substituindo as leis de transformação específicas, (2.2.25a) e (2.2.25b), na lei de conservação obtida naquele apêndice, tem-se:

$$\partial_{--} J_{++}^q + \partial_{++} J_{--}^q = 0, \quad (2.2.26)$$

com as suas componentes de cone-de-luz da supercorrente quirial J_{++}^q e J_{--}^q , dadas por:

$$J_{++}^q = i\Phi^* \partial_{++} \Phi - i(\partial_{++} \Phi^*) \Phi - \Psi_+^* \Psi_+ \quad (2.2.27a)$$

e

$$J_{--}^q = i\Phi^* \partial_{--} \Phi - i(\partial_{--} \Phi^*) \Phi - 2(D_-^* \Phi^*) D_- \Phi. \quad (2.2.27b)$$

Uma vez concluída a análise das propriedades do setor de matéria, dado pela ação descrita por (2.2.9), passa-se a investigar, na seção seguinte, a estrutura do setor de gauge no superespaço-(2,0).

2.3 - A Covariantização da Ação de Matéria e o Setor de Gauge Abelianiano da Supersimetria-(2,0)

Na presente seção, procede-se à covariantização de gauge da ação de matéria, S_{free} , dada por (2.2.9), e à posterior construção do setor de gauge Abelianiano, dentro do contexto do superespaço-(2,0). Ainda aqui, recomendam-se as referências [40] e [41].

e

$$V(\boldsymbol{x}; \theta, \theta^*) = C(\boldsymbol{x}) + \theta_+ \gamma_-(\boldsymbol{x}) - \theta_+^* \gamma_-(\boldsymbol{x}) + \theta_+ \theta_+^* A_{--}(\boldsymbol{x}), \quad (2.3.5)$$

onde se observa que, por razões já expostas na Seção 2.1, nenhum desses dois supercampos-de-gauge satisfaz ao vínculo de quiralidade. As constantes de acoplamento, g e G , são, em princípio, tomadas diferentes.

A lei de transformação (2.2.1a) e a definição (2.3.3) levam à lei de transformação infinitesimal do supercampo-de-gauge, Γ_{++} , viz.,

$$\delta\Gamma_{++} = -\frac{1}{g}\partial_{++}\Lambda. \quad (2.3.6)$$

A lei de transformação do supercampo escalar de gauge, V , é facilmente obtida, desde que se tenha em mente a invariância dos termos cinéticos, presentes em S_{kin}^c , e que contém um acoplamento não-mínimo com aquele supercampo. Deste modo, tem-se:

$$\delta V = \frac{i}{G}(\Lambda^* - \Lambda). \quad (2.3.7)$$

O parâmetro de gauge, Λ , um supercampo escalar quiral, expandido em termos de suas componentes é dado por:

$$\Lambda(\boldsymbol{x}; \theta, \theta^*) = \alpha(\boldsymbol{x}) + \theta_+ \beta_-(\boldsymbol{x}) - \frac{i}{2}\theta_+ \theta_+^* \theta_{--} \alpha(\boldsymbol{x}), \quad (2.3.8)$$

onde α é um parâmetro aqui escolhido real e β_- um espinor “right-handed”. A expansão dada acima, juntamente com as expansões (2.3.4) e (2.3.5) e as leis (2.3.6) e (2.3.7), levam às leis de transformação das duas componentes vetoriais dos supercampos de gauge, A_{++} , e A_{--} , viz.,

As leis de transformação de gauge para os supercampos de matéria lêem-se:

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{+i\Lambda}\Phi \quad (2.3.1a)$$

e

$$\Psi_+ \rightarrow \Psi'_+ = e^{-i\Lambda}\Psi_+ , \quad (2.3.1b)$$

onde o parâmetro de gauge, $\Lambda \equiv \Lambda(x; \theta, \theta^*)$, é, necessariamente, um supercampo quiral, uma vez que tanto (2.3.1a), como (2.3.1b), não devem alterar os vínculos de quiralidade impostos sobre Φ e Ψ_+ . É importante notar ainda que o sinal relativo nas fases das leis de transformação desses dois supercampos de matéria é essencial para que se tenham termos de massa invariantes de gauge, o que se pode comprovar através de uma inspeção da (2.2.9). O procedimento de covariantização frente a (2.3.1a) e (2.3.1b) é o usual, consistindo em acoplar na ação cinética supercampos-de-gauge aos de matéria de maneira conveniente. A parte cinética da ação livre, S_{kin} , em sua versão covariantizada, é:

$$S_{kin}^c = \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* \{ i [\Phi^* e^{GV} \nabla_{++} \Phi - (\nabla_{++} \Phi^*) e^{GV} \Phi] + \Psi_+^* e^{-GV} \Psi_+ \} , \quad (2.3.2)$$

com a derivada covariante, ∇_{++} , definida por

$$\nabla_{++} \Phi \equiv \partial_{++} \Phi + ig \Gamma_{++} \Phi , \quad (2.3.3)$$

onde Γ_{++} é um supercampo-de-gauge real que, juntamente com o outro supercampo-de-gauge independente, V , também real, acomoda todos os graus-de-liberdade apropriados como componentes. As suas expansões em componentes lêem-se:

$$\Gamma_{++}(x; \theta, \theta^*) = A_{++}(x) + \theta_+ \rho_+(x) - \theta_+^* \rho_+(x) + \theta_+ \theta_+^* \mathcal{M}(x) \quad (2.3.4)$$

$$\delta A_{++} = -\frac{i}{g} \partial_{++} \alpha \quad (2.3.9a)$$

e

$$\delta A_{--} = -\frac{i}{G} \partial_{--} \alpha . \quad (2.3.9b)$$

Em vista destes resultados, por uma questão de consistência, faz-se a identificação das constantes de acoplamento, ou seja:

$$G = g , \quad (2.3.10)$$

de modo a que as componentes, A_{++} e A_{--} , possam ser encaradas como as componentes, no sistema do cone-de-luz, de um campo vetorial, A_μ , que se transforma infinitesimalmente como,

$$\delta A_\mu = -\frac{1}{g} \delta_\mu \alpha . \quad (2.3.11)$$

Assim sendo, a identificação (2.3.10) modifica a ação dada pela (2.3.2). A versão modificada de S_{kin}^c a ser considerada, portanto, é:

$$S_{kin}^c = \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* \{ i [\Phi^* e^{gV} \nabla_{++} \Phi - (\nabla_{++} \Phi^*) e^{gV} \Phi] + \Psi_+^* e^{-gV} \Psi_+ \} . \quad (2.3.12)$$

A expressão (2.3.12) está agora na forma conveniente para a identificação dos vértices de interação matéria-gauge. Naturalmente, devido à presença do fator de acoplamento não-mínimo, $e^{\pm gV}$, os três termos presentes em S_{kin}^c não assumem forma polinomial. Conseqüentemente, tais termos dão origem a um número infinito de vértices de interação, caso se insista em adotar uma escolha de gauge (2,0)-covariante. Contudo, no estudo de

contribuições quânticas da seção seguinte, utilizam-se, por razões ali esclarecidas, apenas trivértices e quadrivértices. Por esta razão, apenas estes dois tipos de vértices são aqui apresentados. São eles:

TRIVÉRTICES MATÉRIA-GAUGE

$$v_1 = igV\Phi^*\partial_{++}\Phi, \quad (2.3.13a)$$

$$v_2 = -igV(\partial_{++}\Phi^*)\Phi, \quad (2.3.13b)$$

$$v_3 = -2g\Gamma_{++}\Phi^*\Phi, \quad (2.3.13c)$$

$$v_4 = -gV\Psi_+\Psi_+; \quad (2.3.13d)$$

QUADRIVÉRTICES MATÉRIA-GAUGE

$$v'_1 = \frac{i}{2}g^2V^2\Phi^*\partial_{++}\Phi, \quad (2.3.14a)$$

$$v'_2 = -\frac{i}{2}g^2V^2(\partial_{++}\Phi^*)\Phi, \quad (2.3.14b)$$

$$v'_3 = -2g^2V\Gamma_{++}\Phi^*\Phi, \quad (2.3.14c)$$

$$v'_4 = \frac{1}{2}g^2V^2\Psi_+\Psi_+, \quad (2.3.14d)$$

onde, para sua determinação, utilizaram-se a definição de derivada covariante, (2.3.3), e a expansão em série de Taylor,

$$e^{\pm gV} = 1 \pm gV + \frac{1}{2}g^2V^2 + \dots \quad (2.3.15)$$

O setor de gauge Abelianos será agora determinado. A definição da derivada covariante, (2.3.3), associada a ∂_{++} , deve ser suplementada de mais outras três definições, correspondentes aos outros operadores diferenciais do superespaço-(2,0), viz. ,

$$\partial_{--}, D_- \text{ e } D_-^* .$$

As definições em questão são, respectivamente:

$$\nabla_{--}\Phi \equiv \partial_{--}\Phi + ig\Gamma_{--}\Phi, \quad (2.3.16a)$$

$$\nabla_-\Phi \equiv D_-\Phi + g\Gamma_-\Phi \quad (2.3.16b)$$

e

$$\nabla_-^*\Phi \equiv D_-^*\Phi + gH_-\Phi, \quad (2.3.16c)$$

de modo que, além dos supercampos-de-gauge, Γ_{++} e V , existem outros três supercampos,

$$\Gamma_{--}, \Gamma_- \text{ e } H_- ,$$

que, apesar de não desempenharem nenhum papel na covariantização da ação de matéria (2.3.12), podem estar presentes no termo cinético do setor de gauge Abeliano. É possível, contudo, mostrar que estes supercampos-de-gauge extra não acomodam ulteriores graus-de-liberdade independentes daqueles já presentes nos supercampos fundamentais, Γ_{++} e V . A verificação deste fato é feita a partir do estudo das propriedades de transformação das derivadas covariantes definidas: (2.3.16a), (2.3.16b) e (2.3.16c). Primeiramente, observando-se o efeito do operador D_-^* sobre a lei de transformação (2.3.1a), com Λ quirial, percebe-se que esse operador já se comporta como derivada covariante. Conseqüentemente, por consistência, toma-se:

$$H_- \equiv 0 . \quad (2.3.17)$$

A outra derivada covariante de supersimetria, D_- , não é, contudo, covariante de gauge. É conveniente substituí-la por,

$$\nabla_- \equiv e^{-\theta V} D_- e^{\theta V} , \quad (2.3.18)$$

que é o operador que tem a lei de transformação apropriada, a saber,

$$\nabla'_- = e^{i\Lambda} \nabla_- e^{-i\Lambda} . \quad (2.3.19)$$

Naturalmente, ∇_- , dado pela (2.3.18) acima, deve ser identificado com a derivada covariante da definição (2.3.16b), ou seja,

$$g\Gamma_- = e^{-\theta V} (D_- e^{\theta V}) ,$$

ou ainda,

$$\Gamma_- = D_- V . \quad (2.3.20)$$

Conclui-se que o supercampo-de-gauge, Γ_- , não deve ser considerado um supercampo independente da teoria, uma vez que pode ser escrito em termos do supercampo V . É ainda interessante notar que, na forma dada pela equação (2.3.20), Γ_- é antiquiral. O passo seguinte consiste em analisar a álgebra das derivadas covariantes, obtendo informações sobre o supercampo Γ_{--} e os field-strengths da teoria. A álgebra em questão é:

$$\{\nabla_-, \nabla_-\} = 0 , \quad (2.3.21a)$$

$$\{\nabla_-^*, \nabla_-^*\} = 0 , \quad (2.3.21b)$$

$$\{\nabla_-, \nabla_-^*\} = -i\nabla_{--} , \quad (2.3.21c)$$

$$[\nabla_-, \nabla_{--}] = 0 , \quad (2.3.21d)$$

$$[\nabla_-, \nabla_{++}] = igW_+ , \quad (2.3.21e)$$

$$[\nabla_-^*, \nabla_{--}] = 0 , \quad (2.3.21f)$$

$$[\nabla_-^*, \nabla_{++}] = igU_+^* , \quad (2.3.21g)$$

$$[\nabla_{++}, \nabla_{--}] = igZ , \quad (2.3.21h)$$

onde W_+ , U_+^* , e Z são supercampos a serem identificados com os field-strengths da teoria. A relação de anticomutação dada por (2.3.21c) caracteriza a imposição do chamado vínculo convencional. Deve-se notar, contudo, que essa não é a única escolha possível: a referência [41], por exemplo, oferece uma alternativa para ela. A (2.3.21c) proporciona uma relação entre Γ_{--} e V . De fato, tem-se:

$$\{D_- + g\Gamma_-, D_-^*\} = -i\partial_{--} + g\Gamma_{--} ,$$

ou seja

$$gD_-^*\Gamma_- = g\Gamma_{--} .$$

A expressão (2.3.20) permite, então, escrever que,

$$\Gamma_{--} = D_-^* D_- V , \quad (2.3.22)$$

o que caracteriza a dependência em V do supercampo-de-gauge Γ_{--} .

A relação de comutação (2.3.21e) dá o supercampo field-strength, W_+ , em termos de V e Γ_{++} :

$$igW_+ = [D_- + g(D_- V), \partial_{++} + ig\Gamma_{++}] = igD_- \Gamma_{++} - g\partial_{++} D_- V$$

ou seja,

$$W_+ = D_- \Gamma_{++} + i\partial_{++} D_- V . \quad (2.3.23)$$

Analogamente, a relação (2.3.21g) permite determinar o supercampo field-strength U_+^* . De fato, tem-se:

$$igU_+^* = [D_-^*, \partial_{++} + ig\Gamma_{++}] = igD_-^* \Gamma_{++}$$

o que dá,

$$U_+^* = D_-^* \Gamma_{++} . \quad (2.3.24)$$

O supercampo field-strength, Z , pode ser relacionado a W_+ e U_+^* através de uma identidade de Bianchi, viz. ,

$$[\nabla_{++}, \{\nabla_-, \nabla_-^*\}] + \{\nabla_-, [\nabla_-^*, \nabla_{++}]\} - \{\nabla_-^*, [\nabla_{++}, \nabla_-]\} = 0 . \quad (2.3.25)$$

A identidade acima leva a:

$$-i[\nabla_{++}, \nabla_{--}] + ig\{\nabla_-, U_+^*\} + ig\{\nabla_-^*, W_+\} = 0 ,$$

de modo que, tendo em mente a (2.3.21h), escreve-se:

$$Z = -i\nabla_- U_+^* - i\nabla_-^* W_+ . \quad (2.3.26)$$

Com isto conclui-se que Z não é um field-strength independente da teoria.

A construção do termo cinético de gauge deve envolver, portanto, apenas os supercampos field-strength W_+ e U_+ e, possivelmente, seus complexos conjugados. A ação cinética de gauge Abeliana proposta é:

$$S_{k.g.} = \frac{1}{4} \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* [(W_+ - U_+)(W_+^* - U_+^*)] , \quad (2.3.27)$$

onde os complexos conjugados dos supercampos field-strength, W_+ e U_+ , são dados por,

$$W_+^* = -D_-^* \Gamma_{++} + i\theta_{++} D_-^* V , \quad e \quad (2.3.28)$$

$$U_+ = -D_- \Gamma_{++} . \quad (2.3.29)$$

A expansão em componentes é facilmente obtida, desde que sejam levadas em conta as expansões, (2.3.4) e (2.3.5), as expressões dos supercampos field-strength, (2.3.23) e (2.3.24), e seus complexos conjugados, (2.3.28) e (2.3.29). Deste modo, tem-se:

$$S_{k.g.} = -\frac{1}{4} \int d^2x \left[F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \text{PARCEIROS SUPERSIMÉTRICOS} \right] , \quad (2.3.30)$$

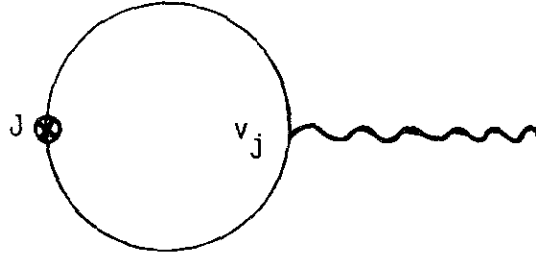
onde se explicita a presença do usual termo cinético bosônico, com o coeficiente correto. Naturalmente, esse termo vem acompanhado dos termos cinéticos relacionados às componentes fermiônicas que caracterizam o parceiro supersimétrico do fóton, o fotino, e, eventualmente, dos campos auxiliares.

A este ponto, já é possível proceder ao estudo de algumas propriedades quânticas de teorias-de-gauge Abelianas supersimétricas, dentro do contexto do superespaço-(2,0). A seção seguinte tem esse estudo por objetivo.

2.4 - Propriedades Quânticas da Teoria: a Anomalia Quiral e a Geração Dinâmica da Massa

As propriedades quânticas da teoria-de-gauge Abeliana com supersimetria-(2,0) são agora apresentadas. Especificamente, deseja-se obter a expressão da anomalia associada à simetria quiral da ação S_{free} , dada por (2.2.9). A anomalia quiral procurada evidencia a impossibilidade de se satisfazer, em nível quântico, à lei de conservação (2.2.25). Em outras palavras, tal anomalia é uma medida da violação da simetria quiral, dada pelas leis de transformação infinitesimais (2.2.24a) e (2.2.24b), devido a efeitos quânticos. O procedimento utilizado aqui para o cálculo da anomalia consiste, como no Capítulo I, no método da inserção de correntes. Uma vez obtida a anomalia quiral, passa-se a investigar a viabilidade do mecanismo da geração dinâmica de massa para os supercampos-de-gauge, de uma maneira análoga à que ocorre nos modelos de Schwinger vetorial e quiral, e na versão supersimetrizada do Capítulo I (ver ainda a referência [42]).

O método da inserção de correntes é agora empregado, no contexto do superespaço-(2,0), para o cálculo da anomalia quiral. Assim como no Capítulo I, a teoria-de-gauge supersimétrica em questão é Abeliana e bidimensional. Conseqüentemente, os supergráficos relevantes para a determinação das contribuições quânticas às correntes, (2.2.26a) e (2.2.26b), são tadpoles com uma inserção do operador corrente e um único supercampo-de-gauge como perna externa. O superdiagrama de Feynman é dado na Fig. (2.1):



Estrutura geral dos supergráficos contribuindo para a anomalia quiral.

FIGURA 2.1

onde J é uma componente de cone-de-luz da corrente quiral, e v_j um dos quatro trivértices de interação matéria-gauge, apresentados na seção anterior e dados pelas equações (2.3.13a)-(2.3.13d). O cômputo das amplitudes associadas a estes supergráficos é inteiramente efetuado no superespaço-(2,0). Neste formalismo, é importante ter em mente algumas identidades envolvendo as derivadas covariantes de supersimetria, D_- e D_-^* , atuando em funções delta de Dirac dos parâmetros Grassmannianos, θ_+ e θ_+^* . Dadas no espaço dos momenta, estas identidades lêem-se:

REGRA DE TRANSFERÊNCIA I

$$D_-(k)\delta_+(\theta - \theta_1)\delta_+(\theta^* - \theta_1^*) = -D_{1-}(-k)\delta_+(\theta - \theta_1)\delta_+(\theta^* - \theta_1^*);$$

REGRA DE TRANSFERÊNCIA II

$$D_-^*(k)D_-(k)\delta_+(\theta - \theta_1)\delta_+(\theta^* - \theta_1^*) = -D_{1-}(-k)D_{1-}^*(-k)\delta_+(\theta - \theta_1)\delta_+(\theta^* - \theta_1^*);$$

REGRA DO SANDWICH I

$$\delta_+(\theta - \theta_1)\delta_+(\theta^* - \theta_1^*)D_-(\mathbf{k})D_-^*(\mathbf{k})\delta_+(\theta - \theta_1)\delta_+(\theta^* - \theta_1^*) = -\delta_+(\theta - \theta_1)\delta_+(\theta^* - \theta_1^*) ;$$

REGRA DO SANDWICH II

$$\delta_+(\theta - \theta_1)\delta_+(\theta^* - \theta_1^*)D_-^*(\mathbf{k})D_-(\mathbf{k})\delta_+(\theta - \theta_1)\delta_+(\theta^* - \theta_1^*) = \delta_+(\theta - \theta_1)\delta_+(\theta^* - \theta_1^*) ,$$

onde,

$$D_-(\mathbf{k}) = \partial_{\theta_-} + \frac{1}{2}\theta_+^*k_{--}$$

e

$$D_-^*(\mathbf{k}) = \partial_{\theta^*_-} + \frac{1}{2}\theta_+k_{--} ,$$

são as derivadas covariantes de supersimetria, escritas no espaço dos momenta. As amplitudes quânticas relacionadas às inserções das componentes, J_{++}^q e J_{--}^q , são calculadas tendo em vista a estrutura do supergráfico da Fig. (2.1). As contribuições à componente J_{++}^q são dadas por:

$$J = J_{++}^q$$

$$\begin{aligned} v_1 : & -\frac{ig}{8\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{4\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} p_{++} V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} + \\ & + \frac{ig}{4\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} p_{++} V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} + \\ & - \frac{ig}{8\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{p^2 p_{++}}{p^2 + 4m^2} V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} ; \end{aligned} \tag{2.4.1a}$$

$$\begin{aligned}
v_2 : & \frac{ig}{8\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{4\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} p_{++} V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} + \\
& + \frac{ig}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{m^2 p_{++}}{p^2 + 4m^2} V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} ;
\end{aligned} \tag{2.4.1b}$$

$$\begin{aligned}
v_3 : & - \frac{ig}{2\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{4\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \Gamma_{++}(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} + \\
& + \frac{ig}{2\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \Gamma_{++}(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} + \\
& + \frac{ig}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{m^2}{p^2 + 4m^2} \Gamma_{++}(p; \theta, \theta^*) e^{ipx}
\end{aligned} \tag{2.4.1c}$$

e

$$\begin{aligned}
v_4 : & \frac{ig}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} D_-(p) D_-^*(p) \frac{p_{++} p_{++}}{p^2 + 4m^2} V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} + \\
& - \frac{ig}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{m^2 p_{++}}{p^2 + 4m^2} V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} .
\end{aligned} \tag{2.4.1d}$$

A componente J_{--}^q recebe, por sua vez, as contribuições:

$$J = J_{--}^q$$

$$\begin{aligned}
v_1 : & - \frac{ig}{4\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{4\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} D_-(p) D_-^*(p) V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} + \\
& + \frac{ig}{8\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{4\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} p_{--} V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} + \\
& + \frac{ig}{4\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} D_-(p) D_-^*(p) V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} + \\
& - \frac{ig}{4\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{p^2 - 4m^2}{p^2 + 4m^2} p_{--} V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} ;
\end{aligned} \tag{2.4.2a}$$

$$\begin{aligned}
v_2 : & -\frac{ig}{4\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{4\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} D_-(p) D_-^*(p) V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} + \\
& + \frac{ig}{8\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{4\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} p_{--} V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} + \\
& + \frac{ig}{4\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} D_-(p) D_-^*(p) V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} + \\
& + \frac{ig}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{m^2 p_{--}}{p^2 + 4m^2} V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} ; \tag{2.4.2b}
\end{aligned}$$

$$v_3 : -\frac{ig}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{p_{--} p_{--}}{p^2 + 4m^2} \Gamma_{++}(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} \tag{2.4.2c}$$

e

$$\begin{aligned}
v_4 : & \frac{2ig}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{m^2}{p^2 + 4m^2} D_-^*(p) D_-(p) V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} + \\
& - \frac{ig}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{m^2 p_{--}}{p^2 + 4m^2} V(p; \theta, \theta^*) e^{ipx} . \tag{2.4.2d}
\end{aligned}$$

O método de regularização adotado é o da regularização por redução dimensional, de modo que μ é o parâmetro de massa usualmente introduzido para manter a dimensionalidade do acoplamento de gauge. A anomalia quiral é obtida a partir das partes divergentes das amplitudes. As componentes J_{++}^q e J_{--}^q são corrigidas à ordem- \hbar segundo as expressões:

$$\Delta J_{++}^q = -\frac{g}{\pi} \Gamma_{++}(x; \theta, \theta^*)$$

e

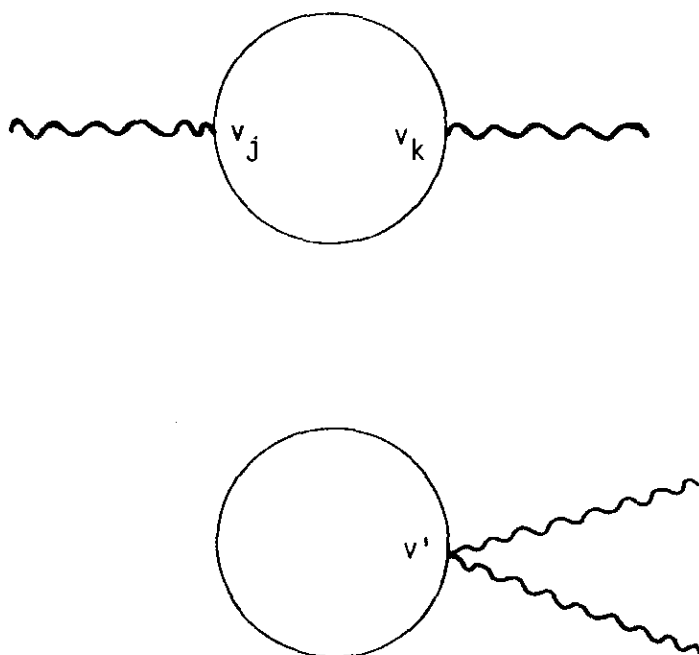
$$\Delta J_{--}^q = -\frac{g}{\pi} D_- D_-^* V(x; \theta, \theta^*) - i \frac{g}{2\pi} \partial_{--} V(x; \theta; \theta^*) .$$

Em vista destes resultados, em nível quântico, a simetria quiral é violada e a lei de conservação (2.2.25) é modificada para:

$$\langle \partial_{--} J_{++}^q + \partial_{++} J_{--}^q \rangle = -i \frac{g}{2\pi} [D_-^*(W_+ - U_+) - D_-(W_+^* - U_+^*)] . \tag{2.4.3}$$

O membro direito da expressão acima é a procurada expressão operatorial para a anomalia quirial, dada em termos dos supercampos field-strength, (2.3.23) e (2.3.24), e seus respectivos complexos conjugados.

A geração dinâmica de massa para os campos-de-gauge (fóton e fotino) é agora investigada. Com este propósito, devem-se considerar dois conjuntos distintos de superdiagramas de 1-loop, ambos exibindo dois supercampos-de-gauge nas duas linhas externas e superpropagadores de matéria nas linhas internas. Os dois conjuntos em questão são apresentados na Fig. (2.2).



Correções quadráticas à ação efetiva dos supercampos-de-gauge.

FIGURA 2.2

Os quadrivértices de interação matéria-gauge, (2.3.14a) a (2.3.14d), compõem a segunda categoria de superdiagramas [Fig. (2.2b)]. Os dois tipos de amplitudes descritos acima podem ser considerados contribuições de 1-loop à ação efetiva da teoria, Γ_{eff} . As expressões das correções provenientes da Fig. (2.2a) lêem-se:

$v_1 - v_1$:

$$-\frac{g^2}{8\pi} \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} d\theta_- d\theta_-^* \frac{p_{++} p_{++}}{p^2 + 4m^2} V(-p; \theta, \theta^*) D_-(p) D_-^*(p) V(p; \theta, \theta^*) ; \quad (2.4.4a)$$

$v_1 - v_2$:

$$\frac{g^2}{4\pi} \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} d\theta_- d\theta_-^* \frac{p_{++} p_{++}}{p^2 + 4m^2} V(-p; \theta, \theta^*) D_-(p) D_-^*(p) V(p; \theta, \theta^*) ; \quad (2.4.4b)$$

$v_1 - v_3$:

$$\begin{aligned} & -\frac{g^2}{4\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{4\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} d\theta_- d\theta_-^* V(-p; \theta, \theta^*) \Gamma_{++}(p; \theta, \theta^*) + \\ & + \frac{g^2}{\pi} \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} d\theta_- d\theta_-^* \frac{m^2}{p^2 + 4m^2} V(-p; \theta, \theta^*) \Gamma_{++}(p; \theta, \theta^*) + \\ & - \frac{g^2}{\pi} \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} d\theta_- d\theta_-^* \frac{p_{++}}{p^2 + 4m^2} V(-p; \theta, \theta^*) D_-(p) D_-^*(p) \Gamma_{++}(p; \theta, \theta^*) ; \end{aligned} \quad (2.4.4c)$$

$v_1 - v_4$:

$$ZERO ; \quad (2.4.4d)$$

$v_2 - v_2$:

$$-\frac{g^2}{8\pi} \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} d\theta_- d\theta_-^* \frac{p_{++} p_{++}}{p^2 + 4m^2} V(-p; \theta, \theta^*) D_-(p) D_-^*(p) V(p; \theta, \theta^*) ; \quad (2.4.4e)$$

$v_2 - v_3 :$

$$\begin{aligned}
& -\frac{g^2}{4\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{4\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} V(-p; \theta, \theta^*) \Gamma_{++}(p; \theta, \theta^*) + \\
& + \frac{g^2}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta_- d\theta_-^* \frac{p_{++}}{p^2 + 4m^2} V(-p; \theta, \theta^*) D_-(p) D_-^*(p) \Gamma_{++}(p; \theta, \theta^*) + \\
& + \frac{g^2}{2\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta_- d\theta_-^* \frac{p^2 + 2m^2}{p^2 + 4m^2} V(-p; \theta, \theta^*) \Gamma_{++}(p; \theta, \theta^*) ; \quad (2.4.4f)
\end{aligned}$$

$v_2 - v_4 :$

$$\text{ZERO} ; \quad (2.4.4g)$$

$v_3 - v_3 :$

$$-\frac{2g^2}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta_- d\theta_-^* \frac{1}{p^2 + 4m^2} \Gamma_{++}(-p; \theta, \theta^*) D_-(p) D_-^*(p) \Gamma_{++}(p; \theta, \theta^*) ; \quad (2.4.4h)$$

$v_3 - v_4 :$

$$-\frac{2g^2}{\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta_- d\theta_-^* \frac{m^2}{p^2 + 4m^2} V(-p; \theta, \theta^*) \Gamma_{++}(p; \theta, \theta^*) \quad (2.4.4i)$$

e

$v_4 - v_4 :$

$$\frac{g^2}{2\pi} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} d\theta_- d\theta_-^* \frac{p_{++} p_{++}}{p^2 + 4m^2} V(-p; \theta, \theta^*) D_-(p) D_-^*(p) V(p; \theta, \theta^*) . \quad (2.4.4j)$$

As contribuições associadas aos superdiagramas da Fig. (2.2b) são dadas por:

$v'_1 :$

$$\text{ZERO} ; \quad (2.4.5a)$$

$v'_2 :$

$$\text{ZERO} ; \quad (2.4.5b)$$

v'_3 :

$$\frac{g^2}{2\pi} \left[\frac{2}{\epsilon} - \gamma + \ln \left(\frac{4\pi\mu^2}{m^2} \right) \right] \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} d\theta_- d\theta_-^* V(-p; \theta, \theta^*) \Gamma_{++}(p; \theta, \theta^*) \quad (2.4.5c)$$

e

v'_4 :

ZERO .

(2.4.5d)

Com estes resultados à disposição, percebe-se a presença de três divergências independentes. Contudo, nenhum contratermo é necessário aqui, já que estas correções infinitas cancelam-se automaticamente entre si. Assim sendo, a correção de 1-loop para a parte quadrática da ação efetiva do setor de gauge lê-se:

$$\begin{aligned} \Delta\Gamma_{eff}^1 = & \frac{2g^2}{\pi} \int d^2 x d\theta_- d\theta_-^* \left[\frac{1}{4} V(x; \theta, \theta^*) \Gamma_{++}(x; \theta, \theta^*) + \right. \\ & + V(x; \theta, \theta^*) \frac{m^2}{\square - 4m^2} \Gamma_{++}(x; \theta, \theta^*) + \\ & + \frac{1}{4} V(x; \theta, \theta^*) \frac{\partial_{++} \partial_{++} D_- D_-^*}{\square - 4m^2} V(x; \theta, \theta^*) + \\ & \left. + \Gamma_{++}(x; \theta, \theta^*) \frac{D_- D_-^*}{\square - 4m^2} \Gamma_{++}(x; \theta, \theta^*) \right]. \quad (2.4.6) \end{aligned}$$

Deste modo, assim como no Capítulo I, a supersimetria garante a finitude do modelo, sem a necessidade de se impor a condição de transversalidade sobre o gráfico de self-energy do fóton, como no modelo de Schwinger vetorial [14]. É ainda possível mostrar que mesmo a versão (2,0)-supersimétrica do modelo de Schwinger quiral é finita. A projeção em componentes $\Delta\Gamma_{eff}^1$ permite obter o valor da massa dinamicamente gerada para o fóton e o fotino. O "shift" no pólo dos propagadores do setor de gauge resulta ser

$$M^2 = \frac{g^2}{2\pi}. \quad (2.4.7)$$

Com o objetivo de concluir o presente capítulo, apresenta-se um teste de consistência para o resultado (2.4.7). A partir das expressões da anomalia quiral (2.4.3) e das equações de movimento para o campo do fóton, conclui-se que o dual do field-strength, viz. ,

$$\tilde{F} = \frac{1}{2!} \epsilon_{\mu\nu} F^{\mu\nu} ,$$

obedece à equação ,

$$\left(\square - \frac{g^2}{2\pi} \right) \tilde{F} = 0 , \tag{2.4.8}$$

o que é perfeitamente compatível com o resultado da massa dinamicamente gerada a 1-loop.

2.5 - Conclusões

A construção de uma teoria-de-gauge Abeliana no superespaço-(2,0) é apresentada passo-a-passo. A partir da definição da simetria quiral, calcula-se a respectiva anomalia pelo uso das mesmas técnicas do capítulo anterior. A geração dinâmica de massa para o “fóton” é demonstrada e é consistente com o resultado obtido via cálculo da anomalia quiral.

CAPÍTULO III

A ANOMALIA DA ISOMETRIA LOCAL E A FUNÇÃO- β DO MODELO- σ (1,0)-SUPERSIMÉTRICO

O propósito deste capítulo é evidenciar alguns aspectos quânticos relevantes do modelo- σ não-linear com supersimetria-(1,0). Considerando a covariantização desta teoria por intermédio do “gauging” das isometrias do “target space”, calcula-se a expressão da correspondente anomalia, apresentando-se, em seguida, uma possível interpretação do resultado encontrado. Em uma segunda etapa, determina-se a função- β da teoria à ordem de 1-loop, demonstrando-se a sua independência das variáveis dinâmicas do setor de gauge.

3.1 - O Modelo- σ Não-linear com Supersimetria-(1,0) e o Gauging de Isometrias

A presente seção contém uma descrição das características básicas da ação clássica que descreve o modelo- σ não-linear com supersimetria-(1,0). Discutem-se ainda as propriedades de invariância desta teoria sob isometrias globais do “target space” e se apresenta um procedimento de covariantização destas simetrias. Os pontos mais relevantes abordados nesta seção encontram-se nas referências: [11], [36], [43] e [44].

A parametrização do superespaço-(1,0) aqui adotada é aquela do Capítulo I; entretanto, por conveniência notacional, modifica-se o símbolo da derivada covariante de supersimetria, viz.,

$$d_- \equiv \partial_\theta + i\theta_+ \partial_{--} . \quad (3.1.1)$$

Presentemente, considera-se apenas um único tipo de supercampo: o supercampo escalar real, $\Phi(x; \theta)$. A sua expansão em componentes lê-se (ver o Capítulo I):

$$\Phi(x; \theta) = \varphi(x) + i\theta_+ \lambda_-(x), \quad (3.1.2)$$

onde φ é um campo escalar real e λ_- é um campo espinorial de Majorana-Weyl “right-handed”. É exatamente este último grau-de-liberdade que desempenha um papel fundamental no cômputo da anomalia descrito na seção seguinte.

O modelo- σ a ser considerado é descrito pela ação clássica, $S(\sigma)$, dada por:

$$S(\sigma) = i \int d^2x d\theta_- G_{ij}(\Phi) (\partial_{++} \Phi^i) d_- \Phi^j. \quad (3.1.3)$$

A teoria em questão é definida em termos de uma variedade Riemanniana N-dimensional arbitrária, M , o “target space”, com coordenadas $\Phi^i (i = 1, 2, \dots, N)$ e tensor métrico $G_{ij}(\Phi)$. A presença da supersimetria-(1,0) não impõe nenhum vínculo adicional sobre M , contudo, é de interesse supor aqui a existência de um grupo de isometria, \mathcal{G} , agindo não trivialmente na variedade. Por definição, a ação desta simetria (um subgrupo dos difeomorfismos de M) deixa o tensor métrico invariante em forma. O conteúdo de componentes da ação clássica dada por (3.1.3) é obtido por expansão direta:

$$S(\sigma) = \int d^2x \left\{ G_{ij}(\partial_{++} \varphi^i) \partial_{--} \varphi^j + i G_{ij} \lambda_-^i (\nabla_{++})_i^j \lambda_-^j \right\}, \quad (3.1.4)$$

com a definição,

$$(\nabla_{++})_i^j \equiv \delta_i^j \partial_{++} + \Gamma_{kl}^j (\partial_{++} \varphi^k) \quad (3.1.5)$$

para a derivada covariante por reparametrizações em M ; a conexão de Christoffel no “target space” , Γ_{kl}^j , lê-se:

$$\Gamma_{kl}^j = \frac{1}{2} G^{jm} (G_{ml, k} + G_{km, l} - G_{kl, m}) . \quad (3.1.6)$$

É imediato verificar que a ação clássica (3.1.4) acomoda, tanto o usual setor bosônico do modelo- σ , como o termo cinético fermiônico (Majorana-Weyl), o que deve ser esperado em uma formulação supersimétrica. O acoplamento destes dois setores se faz por meio da conexão de Christoffel.

A invariância da ação clássica (3.1.3) sob isometrias da métrica é agora investigada. As respectivas leis de transformação infinitesimais das coordenadas $\Phi^i(x; \theta)$ são dadas por:

$$\delta \Phi^i = \Lambda^\alpha k_\alpha^i(\Phi) ; \quad \alpha = 1, \dots, \dim \mathcal{G} \quad (3.1.7)$$

onde os Λ^α são supercampos independentes das coordenadas $(x^{++}, x^{--}; \theta_+)$ e correspondem a parâmetros de transformação globais; os vetores contravariantes, $k_\alpha^i(\Phi)$, são os vetores de Killing da variedade M . Estes vetores satisfazem à condição de Killing, a saber,

$$\nabla_i k_j + \nabla_j k_i = 0 , \quad (3.1.8)$$

e à condição de integrabilidade da álgebra do grupo de isometria, \mathcal{G} , que resulta ser

$$k_\alpha^i \partial_i k_\beta^j - k_\beta^i \partial_i k_\alpha^j = f_{\alpha\beta\gamma} k_\gamma^j . \quad (3.1.9)$$

Deste modo, a ação (3.1.3) é invariante sob as leis de transformação globais (3.1.7), desde que se tenha em mente a condição de Killing (3.1.8).

Com o objetivo de implementar o “gauging” de isometrias do modelo- σ em questão, promovem-se os parâmetros, Λ^α , a parâmetros locais:

$$\Lambda^\alpha \rightarrow \Lambda^\alpha(x; \theta) , \quad (3.1.10)$$

o que significa dizer que se deseja considerar transformações de gauge não-lineares nos supercampos de matéria (coordenadas), viz.,

$$\delta\Phi^i(x; \theta) = \Lambda^\alpha(x; \theta) k_\alpha^i(\Phi) . \quad (3.1.11)$$

De modo a se obter uma ação clássica invariante sob isometrias locais, implementa-se o procedimento de covariantização por acoplamento mínimo. Isto corresponde a substituir as derivadas no superespaço-(1,0) originais pelas correspondentes versões covariantes-de-gauge. As derivadas covariantes em questão são definidas por:

$$d_- \Phi^i \rightarrow D_- \Phi^i \equiv d_- \Phi^i + ig k_\alpha^i \Gamma_-^\alpha(x; \theta) \quad (3.1.12a)$$

e

$$\partial_{++} \Phi^i \rightarrow D_{++} \Phi^i \equiv \partial_{++} \Phi^i + ig k_\alpha^i \Gamma_{++}^\alpha(x; \theta) , \quad (3.1.12b)$$

onde Γ_-^α e Γ_{++}^α são supercampos de gauge, um deles espinorial “right-handed” e o outro vetorial. As específicas expansões em componentes para estes supercampos lêem-se:

$$\Gamma_-^\alpha(x; \theta) = -i [\gamma_-^\alpha(x) + \theta_+ A_{--}^\alpha(x)] \quad (3.1.13a)$$

e

$$\Gamma_{++}^\alpha(x; \theta) = A_{++}^\alpha(x) + i\theta_+ [\eta_+^\alpha(x) - \partial_{++}\gamma_-^\alpha(x)] , \quad (3.1.13b)$$

nas quais podem-se identificar as duas componentes de cone-de-luz do campo de gauge, A_{--}^α e A_{++}^α , acomodadas em diferentes supermultipletos; η_+ e γ_- são, respectivamente, componentes “left-” e “right-handed” necessárias à construção do espinor de Majorana que descreve o “gaugino”. As superconexões de gauge, Γ_-^α e Γ_{++}^α , transformam-se sob a ação das isometrias. Suas leis de transformação infinitesimais são dadas por:

$$\delta\Gamma_-^\alpha = -\frac{i}{g} d_- \Lambda^\alpha - f_{\alpha\beta\gamma} \Lambda^\beta \Gamma_-^\gamma \quad (3.1.14a)$$

e

$$\delta\Gamma_{++}^\alpha = -\frac{i}{g} \partial_{++} \Lambda^\alpha - f_{\alpha\beta\gamma} \Lambda^\beta \Gamma_{++}^\gamma . \quad (3.1.14b)$$

A ação clássica covariantizada assume a forma

$$S_{cov}(\sigma) = i \int d^2x d\theta_- G_{ij}(\Phi) (D_{++}\Phi^i) D_- \Phi^j , \quad (3.1.15)$$

a qual, por verificação direta, resulta invariante pela ação de isometrias locais, desde que se levem em conta as leis de transformação infinitesimais das derivadas covariantes (ver a referência [36]):

$$\delta D_- \Phi^i = \Lambda^\alpha (\partial_l k_\alpha^i) D_- \Phi^l \quad (3.1.16a)$$

e

$$\delta D_{++} \Phi^i = \Lambda^\alpha (\partial_l k_\alpha^i) D_{++} \Phi^l . \quad (3.1.16b)$$

As expressões acima seguem imediatamente do uso da condição de integrabilidade (3.1.9) e das leis de transformação para as superconexões, (3.1.14a) e (3.1.14b).

A direta aplicação do teorema de Noether permite que se escreva uma lei de conservação para a teoria covariantizada, descrita pela ação clássica (3.1.15). A lei de conservação em questão resulta ser:

$$\hat{D}_{++}J_{-\alpha} + \hat{D}_{-}J_{++\alpha} = 0 , \quad (3.1.17)$$

com as supercorrentes de isometria dadas por,

$$J_{-\alpha} = G_{ij}k_{\alpha}^i D_{-}\Phi^j \quad (3.1.18a)$$

e

$$J_{++\alpha} = G_{ij}k_{\alpha}^i D_{++}\Phi^j ; \quad (3.1.18b)$$

são ainda introduzidas as definições das derivadas covariantes “hat”:

$$\hat{D}_{-}\cdot \equiv \nabla_{-}\cdot + [\Gamma_{-}, \cdot] \quad (3.1.19a)$$

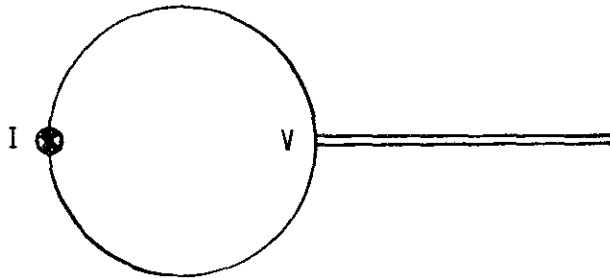
e

$$\hat{D}_{++}\cdot \equiv \nabla_{++}\cdot + [\Gamma_{++}, \cdot] . \quad (3.1.19b)$$

As definições (3.1.19a) e (3.1.19b) são suficientes para garantir a covariância da lei de conservação (3.1.17), tanto por reparametrização, como por transformações locais de isometria do “target space”.

3.2 - A Anomalia da Isometria Local

Nesta seção, são calculadas as correções quânticas às supercorrentes de isometria, (3.1.18a) e (3.1.18b). Em princípio, tais contribuições podem proporcionar a expressão completa da anomalia da isometria local (ver ainda a referência [45]). Com este propósito, são determinadas perturbativamente as inserções dos operadores supercorrente, $J_{-\alpha}$ e $J_{++\alpha}$, por intermédio do método do campo-de-fundo [46]. O superdiagrama de Feynman relevante neste cômputo é, novamente, um tadpole com uma inserção operatorial e um supercampo-de-gauge na linha externa. A Fig. (3.1) apresenta o supergráfico em questão.



Estrutura geral dos supergráficos contribuindo para a anomalia da isometria local

FIGURA 3.1

Na Fig. (3.1), a inserção J representa qualquer um dos dois operadores supercorrente de isometria e v_j designa um trivértice genérico expressando o acoplamento matéria-gauge. Os trivértices de interação matéria-gauge podem ser identificados a partir da ação covariantizada (3.1.15). São eles:

$$V_1 = igG_{ij} (d_- \Phi^i) k_\alpha^j \Gamma_{++}^\alpha \quad (3.2.1a)$$

e

$$V_2 = igG_{ij} (\partial_{++} \Phi^i) k_\alpha^j \Gamma_-^\alpha . \quad (3.2.1b)$$

De modo a efetuar o cálculo das amplitudes descritas na Fig. (3.1), dentro do contexto do método do campo-de-fundo, devem-se utilizar as expansões em coordenadas normais para as supercorrentes (3.1.18a) e (3.1.18b), assim como para os trivértices, (3.2.1a) e (3.2.1b). Com este intuito, relacionam-se as expansões de alguns tensores relevantes no presente cálculo. Até segunda ordem na coordenada normal, ξ^i , tem-se:

$$G_{ij} \rightarrow G_{ij}(\Phi) - \frac{1}{3} R_{imjn}(\Phi) \xi^m \xi^n + 0(\xi^3) , \quad (3.2.2a)$$

$$k_\alpha^i \rightarrow k_\alpha^i(\Phi) + [\nabla_j k_\alpha^i(\Phi)] \xi^j + \frac{1}{3} [\nabla_m \nabla_n k_\alpha^i(\Phi)] \xi^m \xi^n + 0(\xi^3) \quad (3.2.2b)$$

e

$$D_A \Phi^i \rightarrow D_A \Phi^i + \widehat{D}_A \xi^i + \frac{1}{3} R_{mnl}^i(\Phi) \xi^m \xi^n D_A \Phi^l + 0(\xi^3) , \quad (3.2.2c)$$

onde $D_A \equiv (D_-, D_{++})$.

Conseqüentemente, as expansões das supercorrentes de isometria resultam ser:

$$\begin{aligned} J_{-\alpha} \rightarrow & G_{ij} k_\alpha^i D_- \Phi^j + G_{ij} k_\alpha^i \widehat{D}_- \xi^j + G_{ij} (\nabla_l k_\alpha^i) \xi^l D_- \Phi^j + \\ & + G_{ij} (\nabla_l k_\alpha^i) \xi^l \widehat{D}_- \xi^j + R_{imnj} k_\alpha^i \xi^m \xi^n D_- \Phi^j + 0(\xi^3) \end{aligned} \quad (3.2.3a)$$

e

$$\begin{aligned} J_{++\alpha} \rightarrow & G_{ij} k_\alpha^i D_{++} \Phi^j + G_{ij} k_\alpha^i \widehat{D}_{++} \xi^j + G_{ij} (\nabla_l k_\alpha^i) \xi^l D_{++} \Phi^j + \\ & + G_{ij} (\nabla_l k_\alpha^i) \xi^l \widehat{D}_{++} \xi^j + R_{imnj} k_\alpha^i \xi^m \xi^n D_{++} \Phi^j + 0(\xi^3) . \end{aligned} \quad (3.2.3b)$$

Os trivértices de interação matéria-gauge, (3.2.1a) e (3.2.1b), apresentam, por sua vez, as seguintes expansões em coordenadas normais:

$$V_1 \rightarrow ig \left[G_{ij} (d_- \Phi^i) k_\alpha^j + G_{ij} (d_- \Phi^i) (\nabla_l k_\alpha^i) \xi^l + G_{ij} (\nabla_- \xi^i) k_\alpha^j + \right. \\ \left. + G_{ij} (\nabla_- \xi^i) (\nabla_l k_\alpha^i) \xi^l + R_{imnj} (d_- \Phi^i) \xi^m \xi^n k_\alpha^j \right] \Gamma_{++}^\alpha + 0(\xi^3) \quad (3.2.4a)$$

e

$$V_2 \rightarrow ig \left[G_{ij} (\partial_{++} \Phi^i) k_\alpha^j + G_{ij} (\partial_{++} \Phi^i) (\nabla_l k_\alpha^i) \xi^l + G_{ij} (\nabla_{++} \xi^i) k_\alpha^j + \right. \\ \left. + G_{ij} (\nabla_{++} \xi^i) (\nabla_l k_\alpha^i) \xi^l + R_{imnj} (\partial_{++} \Phi^i) \xi^m \xi^n k_\alpha^j \right] \Gamma_-^\alpha + 0(\xi^3) . \quad (3.2.4b)$$

Os superdiagramas de Feynman da Fig. (3.1) são unicamente compostos pelas partes quadráticas em ξ^i provenientes das expansões (3.2.3 a, b) e (3.2.4 a, b). Estes termos quadráticos são aqui dispostos separadamente. As partes quadráticas das inserções são dadas por:

$$I_-^{(1)} = (\nabla_i k_{j\alpha}) \xi^i \hat{D}_- \xi^j , \quad (3.2.5a)$$

$$I_-^{(2)} = R_{imnj} k_\alpha^i \xi^m \xi^n D_- \Phi^j , \quad (3.2.5b)$$

$$I_{++}^{(1)} = (\nabla_i k_{j\alpha}) \xi^i \hat{D}_{++} \xi^j , \quad (3.2.5c)$$

$$I_{++}^{(2)} = R_{imnj} k_\alpha^i \xi^m \xi^n D_{++} \Phi^j . \quad (3.2.5d)$$

As partes quadráticas dos trivértices de interação, por sua vez, lêem-se:

$$V_{1+}^{(1)} = ig (\nabla_i k_{j\alpha}) \xi^i \nabla_- \xi^j \Gamma_{++}^\alpha , \quad (3.2.6a)$$

$$V_{1+}^{(2)} = ig R_{imnj} (d_- \Phi^i) \xi^m \xi^n k_\alpha^j \Gamma_{++}^\alpha, \quad (3.2.6b)$$

$$V_{2+}^{(1)} = ig (\nabla_i k_{j\alpha}) \xi^i \nabla_{++} \xi^j \Gamma_-^\alpha, \quad (3.2.6c)$$

$$V_{2+}^{(2)} = ig R_{imnj} (\partial_{++} \Phi^i) \xi^m \xi^n k_\alpha^j \Gamma_-^\alpha. \quad (3.2.6d)$$

O propagador do supercampo $\xi^i(x; \theta)$ é determinado por meio do procedimento usual e corresponde a:

$$\langle \xi^i(x_1; \theta_1) \xi^j(x_2; \theta_2) \rangle = i \delta^{ij} \frac{d_{1-}}{\square_1} \delta^2(x_1 - x_2) \delta_+(\theta_1 - \theta_2). \quad (3.2.7)$$

As inserções e vértices acima dispostos dão origem a 16 supergráficos com estrutura similar à da Fig. (3.1). Dentre estas amplitudes, contudo, somente aquelas provenientes das combinações, $[I_-^{(1)}, V_{2+}^{(1)}]$ e $[I_{++}^{(1)}, V_{1+}^{(1)}]$, resultam divergentes no ultravioleta. Estas duas contribuições divergentes representam as correções quânticas relevantes, dentro do contexto do método de inserção que se está adotando. O uso de técnicas de supergráficos e do método da regularização dimensional permite que se escrevam os seguintes resultados:

$$\begin{aligned} & [I_-^{(1)}, V_{2+}^{(1)}] : \\ & - \frac{ig}{2\pi \epsilon} (\nabla_i k_{j\alpha}) (\nabla^i k_\beta^j) \Gamma_-^\beta(x; \theta) + \text{TERMOS FINITOS} \end{aligned} \quad (3.2.8a)$$

e

$$\begin{aligned} & [I_{++}^{(1)}, V_{1+}^{(1)}] : \\ & \frac{ig}{2\pi \epsilon} (\nabla_i k_{j\alpha}) (\nabla^i k_\beta^j) \Gamma_{++}^\beta(x; \theta) + \text{TERMOS FINITOS}, \end{aligned} \quad (3.2.8b)$$

onde se tem em mente o limite $\epsilon \rightarrow 0$. Deste modo, as correções quânticas modificam as supercorrentes clássicas de acordo com:

$$J_{-\alpha}^{quant.} = J_{-\alpha}^{clas.} - \frac{g}{2\pi} \int_M (\nabla_i k_{j\alpha}) (\nabla^i k^{j\beta}) \Gamma_{-}^{\beta}(x; \theta) \quad (3.2.9a)$$

e

$$J_{++\alpha}^{quant.} = J_{++\alpha}^{clas.} - \frac{g}{2\pi} \int_M (\nabla_i k_{j\alpha}) (\nabla^i k^{j\beta}) \Gamma_{++}^{\beta}(x; \theta). \quad (3.2.9b)$$

O símbolo, \int_M , representa a integração realizada no “target space” completo, viz.,

$$\int_M (\nabla_i k_{j\alpha}) (\nabla^i k_{\beta}^j) \equiv \int d\Phi \sqrt{G} (\nabla_i k_{j\alpha}) (\nabla^i k_{\beta}^j), \quad (3.2.10)$$

onde $G \equiv \det G_{ij}$. O procedimento geométrico de integração descrito acima garante, para as supercorrentes quânticas, uma total independência das propriedades locais do espaço interno M . Uma tal característica deve ser esperada de observáveis físicos [47]. Uma integração por partes no membro direito da identidade (3.2.10) dá origem a uma expressão bastante sugestiva:

$$\int_M (\nabla_i k_{j\alpha}) (\nabla^i k_{\beta}^j) \equiv \int d\Phi \nabla_i (\sqrt{G} k_{j\alpha} \nabla^i k_{\beta}^j) - \int d\Phi \nabla_i \sqrt{G} k_{j\alpha} \nabla_i \nabla^i k_{\beta}^j \quad (3.2.11)$$

o que, no caso particular de uma variedade sem fronteiras, reduz-se apenas ao segundo termo da direita. O uso de uma bem-conhecida expressão envolvendo vetores de Killing, possibilita reescrever o termo envolvendo o Laplaceano na relação (3.2.11). De fato, lembrando-se que,

$$\nabla_i \nabla_m k_n = R_{nmip} k^p, \quad (3.2.12)$$

pode-se modificar as expressões das supercorrentes de isometria para:

$$J_{-\alpha}^{quant.} = J_{-\alpha}^{clas.} + \frac{g}{2\pi} \int d\Phi \sqrt{G} R_{ij} k_{\alpha}^i k_{\beta}^j \Gamma_{-}^{\beta} \quad (3.2.13a)$$

e

$$J_{++\alpha}^{quant.} = J_{++\alpha}^{clas.} - \frac{g}{2\pi} \int d\Phi \sqrt{G} R_{ij} k_{\alpha}^i k_{\beta}^j \Gamma_{++}^{\beta} , \quad (3.2.13b)$$

onde $R_{ij}(\Phi)$ é o tensor curvatura de Ricci definido na variedade M com métrica G_{ij} . Com isto, é possível apresentar uma expressão para a anomalia da isometria local, a partir da lei de conservação em nível quântico, a saber,

$$\langle \hat{D}_{++} J_{-} + \hat{D}_{-} J_{++\alpha} \rangle = -\frac{g}{2\pi} \int_M R_{ij} k_{\alpha}^i k_{\beta}^j \left(D_{-} \Gamma_{++}^{\beta} - D_{++} \Gamma_{-}^{\beta} \right) . \quad (3.2.14)$$

A este ponto, é possível conjecturar a possibilidade de se apresentar uma condição geométrica que, sendo imposta à variedade, acarreta o cancelamento da anomalia no lado direito da lei de conservação (3.2.14). Em um primeiro momento, a condição de “Ricci-flatness”, viz.,

$$R_{ij} = 0 , \quad (3.2.15)$$

configura uma restrição aceitável a ser imposta sobre a variedade M . Todavia, um tal tipo de variedade deve ser descartado já que, de início, é desprovido de isometrias não-triviais da métrica (variedades Ricci-flat apresentam grupo de isometrias trivial). É provável, entretanto, que a estrutura

$$\int_M R_{ij} k^i k^j \quad (3.2.16)$$

possa ter uma interpretação em termos de certos invariantes topológicos, tais como as Classes de Chern [48]. A discussão desta possibilidade é, contudo, deixada em aberto nesta tese.

Em prosseguimento, deseja-se investigar a particularização do resultado (3.2.14) para o caso de modelos- σ com supersimetria-(2,0) e “target space” tipo Kähler.

A ação clássica de um modelo- σ não-linear com supersimetria-(2,0) é dada por:

$$S(\sigma) = i \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* [K_i(\Phi, \Phi^*)\partial_{++}\Phi^i - K_{i*}(\Phi, \Phi^*)\partial_{++}\Phi^{i*}] , \quad (3.2.17)$$

onde $K_i \equiv \partial_i K$ e $K_{i*} \equiv \partial_{i*} K$, com $K \equiv K(\Phi, \Phi^*)$ designando o potencial de Kähler definido no “target space”, que deve necessariamente ser Kähleriano em virtude da supersimetria-(2,0) [11]. O uso das técnicas empregadas no Apêndice C permite que se escreva a lei de conservação relativa à invariância sob as transformações de isometria,

$$\delta\Phi^i = \Lambda^\alpha k_\alpha^i(\Phi) \quad (3.2.18a)$$

e

$$\delta\Phi^{i*} = \Lambda^\alpha k_\alpha^{i*}(\Phi^*) . \quad (3.2.18b)$$

A lei de conservação clássica em questão resulta ser:

$$\partial_{++}J_{--\alpha} + \partial_{--}J_{++\alpha} = 0 \quad (3.2.19)$$

onde as supercorrentes de isometria, $J_{--\alpha}$ e $J_{++\alpha}$, são dadas por:

$$\begin{aligned} J_{--\alpha} = & (\partial_{i*}\Omega_\alpha)\partial_{--}\Phi^{i*} - (\partial_i\Omega_\alpha)\partial_{--}\Phi^i + \\ & -i(\partial_{i*}D_-\Omega_\alpha)D_-^*\Phi^{i*} + i(\partial_iD_-^*\Omega_\alpha)D_-\Phi^i \end{aligned} \quad (3.2.20a)$$

e

$$J_{++\alpha} = (\partial_{i*}\Omega_\alpha)\partial_{++}\Phi^{i*} - (\partial_i\Omega_\alpha)\partial_{++}\Phi^i , \quad (3.2.20b)$$

com $\Omega_\alpha(\Phi, \Phi^*)$ designando um escalar definido no “target space” e cuja presença é crucial no procedimento do “gauging” de isometrias [43].

A anomalia da isometria local, no caso da teoria descrita pela ação (3.2.17), pode ser deduzida a partir de (3.2.14), desde que se lembre que o tensor de Ricci é híbrido em variedades de Kähler, i.e. tem um índice holomórfico e outro anti-holomórfico [49]. Com isto, a estrutura (3.2.16) pode ser colocada na forma:

$$\int d\Phi d\Phi^* \sqrt{G} R_{i^*j}(\Phi, \Phi^*) k^{i^*}(\Phi^*) k^j(\Phi) , \quad (3.2.21)$$

com o tensor de Ricci sendo dado por

$$R_{i^*j} = \frac{1}{2} \partial_{i^*} \partial_j \ln G . \quad (3.2.22)$$

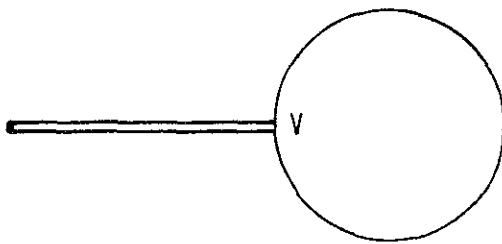
A anomalia da isometria local apresenta, portanto, certos aspectos que, até o presente momento, não têm sido discutidos na literatura. Devido ao importante papel que os modelos- σ têm desempenhado na construção de teorias apresentando invariância conforme, como já visto na Seção 0.4, destaca-se a relevância da questão aqui abordada.

3.3 - A Função- β à Ordem de 1-loop

A presente seção é dedicada ao cômputo da função- β que descreve, à ordem de 1-loop, a renormalização da métrica do modelo- σ não-linear (1,0)-supersimétrico, descrito pela ação (3.1.15), invariante sob isometrias locais. A relevância deste estudo é justificada pela possibilidade de que se obtenham condições restritivas sobre os supercampos-de-gauge, de tal modo a garantir o anulamento da mencionada função- β . Este cancelamento não é suficiente, porém é necessário, a fim de assegurar a invariância de escala e, conseqüentemente, a invariância conforme do modelo [50]. Mostra-se aqui, contudo,

que esta função- β independe dos supercampos associados ao setor de gauge da teoria: o anulamento da mesma não será vinculado a qualquer restrição sobre aquele setor. Somente condições sobre a geometria do “target space” devem interferir neste mecanismo de cancelamento.

A função- β à ordem de 1-loop para o modelo- σ descrito pela ação (3.1.15) é determinada pelas amplitudes representadas pelo supergráfico da Fig. (3.2).



Estrutura geral dos supergráficos de 1-loop contribuindo para a função- β

FIGURA 3.2

Os vértices, v , que compõem o superdiagrama de Feynman são apresentados nas expressões (3.2.6 a, b, c, d). O cômputo destas amplitudes resulta quase imediato, sendo que apenas aquelas com, $v = V_{1+}^{(2)}$ e $v = V_{2+}^{(2)}$, correspondem a contribuições não-nulas. Os respectivos resultados são dispostos abaixo:

$$v = V_{1+}^{(2)} : \quad \frac{g}{2\pi} \frac{1}{\epsilon} \int d^2 x d\theta_- R_{ij} (d_- \Phi^i) k_\alpha^j \Gamma_{++}^\alpha + \text{PARTE FINITA} , \quad (3.3.1a)$$

$$v = V_{2+}^{(2)} : \quad \frac{g}{2\pi\epsilon} \frac{1}{\epsilon} \int d^2x d\theta_- R_{ij} (\partial_{++} \Phi^i) k_\alpha^j \Gamma_-^\alpha + \text{PARTE FINITA} . \quad (3.3.1b)$$

De modo a que tais contribuições divergentes possam ser naturalmente absorvidas na ação de partida, deve-se proceder à renormalização da métrica, definindo-se um tensor métrico “bare” dado por:

$$G_{ij}^B = G_{ij}^R - \frac{1}{2\pi\epsilon} R_{ij} . \quad (3.3.2)$$

Com isto, percebe-se que a renormalização do modelo- σ resume-se a uma renormalização da métrica por um termo divergente, proporcional ao tensor de Ricci. A função- β a 1-loop resulta ser:

$$\beta_{ij}(\Phi) = -\frac{1}{2\pi} R_{ij} . \quad (3.3.3)$$

O procedimento padrão de se impor a condição de “Ricci-flatness” não pode, contudo, ser utilizado, uma vez que se admite de início a presença de isometrias. A possibilidade de se encontrar uma condição sobre os supercampos-de-gauge não resulta ser frutífera, devido à total independência de β_{ij} dos mesmos. Conseqüentemente, resulta necessário obter um mecanismo alternativo que permita restaurar a invariância de escala cuja violação é representada pela função- β . Propõe-se, nesta direção, o gauging das isometrias do modelo- σ com supersimetria-(2,0) modificado pela presença do termo de Wess-Zumino [51]. Este último relaxa a condição de variedade Kähleriana, impondo que M seja uma variedade Hermiteana com torção. O termo de Wess-Zumino pode, então, ser condicionado de tal forma que se consiga efetuar o cancelamento da função- β à ordem de 1-loop.

3.4 - Conclusões

O modelo- σ não-linear com supersimetria-(1,0) é covariantizado de modo a garantir invariância sob isometrias locais do "target space". A partir de sua ação clássica invariante, calcula-se a expressão da anomalia da isometria local pelo uso do método de inserção operatorial das supercorrentes e técnicas de supergráficos. A perspectiva de se obter um possível mecanismo de cancelamento desta anomalia também é considerada. Finalmente, é calculada a expressão da função- β a 1-loop da teoria em questão, mostrando-se a impossibilidade de se obter o seu cancelamento a partir de qualquer condição imposta sobre os supercampos-de-gauge.

CONCLUSÕES GERAIS

O acentuado interesse que as teorias de superstrings têm despertado nos últimos oito anos conduz, de uma maneira natural, ao estudo da dinâmica de campos de matéria e de potenciais-de-gauge em superfícies bidimensionais com topologia trivial ou, mais geralmente, com genus arbitrário. A propagação destes graus-de-liberdade, físicos ou não, é, em muitos modelos, governada por propriedades geométricas de variedades de interesse entre matemáticos como, por exemplo, manifolds de Kähler e Hyper-Kähler, espaços de Calabi-Yau e orbifolds.

Mais especificamente, renovada atenção vem sendo devotada à análise de modelos- σ não-lineares bidimensionais acompanhados do termo de Wess-Zumino-Witten os quais, no contexto das teorias de strings, descrevem a evolução destas em background clássico, i.e. em nível de primeira quantização: correções de loop nos modelos- σ correspondem a correções de ordem superior no parâmetro de tensão das strings, porém de ordem trivial no parâmetro \hbar .

No âmbito dos modelos- σ bidimensionais, tanto o tensor métrico do “target space” como a 2-forma de Wess-Zumino (e, mais além, o campo do dilaton) descrevem graus-de-liberdade não-massivos que especificam a geometria da variedade associada ao específico modelo- σ (ver a Seção 0.4).

Tendo em vista tais fatos, é natural conjecturar-se que a introdução de campos-de-gauge na “world-sheet”, acoplados ou não a modelos- σ , possa trazer novas informações no que concerne à caracterização geométrica das teorias de strings. Com este propósito, Porrati e Tomboulis investigam as conseqüências da presença de uma simetria de gauge na “world-sheet” consistentemente com a supersimetria-(1,0) local [15,16]. Além de consistir num possível esquema de classificação de modelos de strings, a linha proposta por estes autores conduz a um mecanismo de quebra espontânea da supersimetria global do espaço-tempo em modelos compactificados a partir de superstrings. Tal quebra, como se sabe, é essencial na caracterização de uma possível fenomenologia destes modelos [52].

Na linha de investigação proposta nas referências [15,16], é essencial a presença de um termo tipo-massa dinamicamente gerado para o campo-de-gauge. Este termo, por desempenhar um significativo papel na discussão das anomalias de gauge e na quebra da fatorização holomórfica em modelos bidimensionais [53], é tratado na literatura com um nome especial: contratermo de Quillen [54].

Parte substancial desta tese tem por objetivo a determinação explícita do contratermo de Quillen em teorias-de-gauge Abelianas bidimensionais com supersimetria $-(1,0)$ e $-(2,0)$. No caso em que o modelo de partida possui invariância conforme (i.e., a ação clássica não possui o termo de Maxwell e nem massa para os campos de matéria), chega-se à forma exata do contratermo de Quillen computando supergráficos de Feynman. Para isto, implementam-se cálculos perturbativos que revelam o aparecimento de massa dinamicamente gerada para o “fóton” e o “fotino”. O formalismo adotado é o de supercampos cojugado ao método de inserção do operador corrente, realizando-se, ainda, um teste de consistência com os resultados obtidos via cálculo da ação efetiva corrigida a 1-loop. É interessante reproduzir estes resultados em uma formulação de supergravidade $-(1,0)$ e $-(1,2)$, já que este ponto resulta ainda em aberto na literatura e certamente pode esclarecer a questão da quebra da supersimetria espaço-temporal via processos na “world-sheet”.

Em uma segunda etapa de estudos, mais diretamente motivado pelo problema da construção de teorias conformes em duas dimensões [35], especificamente falando, modelos conformes do tipo coset, procede-se à determinação da expressão da anomalia associada às isometrias locais de modelos- σ $(1,0)$ -supersimétricos acoplados a campos de Yang-Mills. O método adotado consiste novamente na inserção operatorial em funções de Green em combinação com a técnica do campo-de-fundo. Uma vez determinada a expressão da anomalia, discute-se sobre a possibilidade de se implementar uma condição geométrica que vise o seu cancelamento. Nesta direção, conjectura-se que este possa ocorrer na presença do termo de Wess-Zumino, que parece ser crucial na construção de uma teoria consistente. Finalizando este estudo de Modelos- σ acoplados a campos-de-gauge, determina-se a função- β à ordem de 1-loop do modelos em questão. Esta não

depende dos supercampos que compõem o background de Yang-Mills: como no caso das isometrias globais, somente o tensor de Ricci comparece na expressão final. Desejando-se propor um modelo conformemente invariante, é necessário proceder-se ao cancelamento desta função- β por alguma condição geométrica. A imposição de que a variedade seja "Ricci-flat", adotada correntemente, não é conveniente para o presente modelo, uma vez que tais variedades possuem grupo de isometria trivial. Deste modo, variedades "Ricci-flat" não são compatíveis com a presença de campos-de-gauge não-Abelianos. Como no caso anterior, em que se discute o cancelamento da anomalia de isometria, o elemento que falta é a torção. Esta discussão será, contudo, objeto de investigação futura.

APÊNDICE A

O SISTEMA DE COORDENADAS DO CONE-DE-LUZ

O sistema de coordenadas do cone-de-luz é muito conveniente no estudo de problemas em duas dimensões e, em particular, na formulação de teorias com supersimetrias-(p,q). A convenção adotada nesta tese corresponde às seguintes redefinições:

$$x^{++} \equiv \frac{x^0 + x^1}{\sqrt{2}} \quad (A.1a)$$

e

$$x^{--} \equiv \frac{x^0 - x^1}{\sqrt{2}} \quad (A.1b)$$

onde (x^0, x^1) designam as duas coordenadas do espaço-tempo de Minkowski. A métrica plana aqui adotada é dada pelas componentes:

$$\eta_{00} = -\eta_{11} = -1 \quad (A.2a)$$

e

$$\eta_{01} = \eta_{10} = 0 . \quad (A.2b)$$

Deste modo, em termos das coordenadas do cone-de-luz, as componentes da métrica lêem-se:

$$\eta_{++++} = \eta_{----} = 0 \quad (\text{A.3a})$$

e

$$\eta_{++--} = \eta_{--++} = -1 . \quad (\text{A.3b})$$

O produto escalar de dois quadrivetores, A_μ e B_ν , quaisquer pode ser colocado na forma seguinte:

$$\begin{aligned} A_\mu B^\mu &= A_{++} B^{++} + A_{--} B^{--} = \\ &= -A_{++} B_{--} - A_{--} B_{++} . \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Em particular, o d'Alembertiano, $\square \equiv \partial_\mu \partial^\mu$, podendo ser escrito como:

$$\square = -2\partial_{++}\partial_{--} . \quad (\text{A.5})$$

APÊNDICE B

DETALHE TÉCNICO NO CÔMPUTO DOS SUPERPROPAGADORES

A determinação da inversa da matriz cinética, \mathcal{M} , na Seção 2.2 é aqui apresentada. Tendo em vista que \mathcal{M} possui elementos Grassmannianos, o procedimento de inversão matricial é um pouco mais elaborado e, como referência padrão, sugere-se o livro de Berezin, [55].

O primeiro passo consiste em subdividir \mathcal{M} em blocos e obter relações entre estes e os blocos formadores da inversa \mathcal{M}^{-1} . Assim, seja \mathcal{M} dada por:

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (B.1)$$

onde,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -i\theta_{++} \\ i\theta_{++} & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -im \frac{D-\theta_{++}}{\square} & 0 \\ 0 & im \frac{D^*\theta_{++}}{\square} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} im \frac{D-\theta_{++}}{\square} & 0 \\ 0 & -im \frac{D^*\theta_{++}}{\square} \end{bmatrix}, \quad e \quad D = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}.$$

A matriz inversa, \mathcal{M}^{-1} , aqui representada por

$$\mathcal{M}^{-1} = \begin{bmatrix} W & X \\ Y & Z \end{bmatrix} \quad (B.2)$$

fica determinada univocamente em termos de A , B , C e D , desde que se lembre que

$$\mathcal{M}^{-1}\mathcal{M} = I = \mathcal{M}\mathcal{M}^{-1}, \quad (B.3)$$

onde I é a matriz identidade. Conseqüentemente, os blocos de \mathcal{M}^{-1} podem ser calculados e resultam ser:

$$W = (A - BD^{-1}C)^{-1}, \quad (B.4a)$$

$$X = -A^{-1}B(D - CA^{-1}B)^{-1}, \quad (B.4b)$$

$$Y = -D^{-1}C(A - BD^{-1}C)^{-1} \quad (B.4c)$$

e

$$Z = (D - CA^{-1}B)^{-1}. \quad (B.4d)$$

Deste modo, têm-se as expressões explícitas para os blocos de \mathcal{M}^{-1} , viz.,

$$W = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\square - m^2} \left(i \frac{\square}{\partial_{++}} - 2m^2 \frac{D_- D_-^*}{\square} \right) \\ \frac{1}{\square - m^2} \left(i \frac{\square}{\partial_{++}} - 2m^2 \frac{D_-^* D_-}{\square} \right) & 0 \end{bmatrix},$$

$$X = \begin{bmatrix} \frac{2mD_-^*}{\square - m^2} & 0 \\ 0 & -\frac{2mD_-}{\square - m^2} \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} -\frac{2mD_-^*}{\square - m^2} & 0 \\ 0 & \frac{2mD_-}{\square - m^2} \end{bmatrix}$$

e

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{\square - m^2} \left(\square + 2im^2 \frac{D - D^* \theta_{++}}{\square} \right) \\ -\frac{2}{\square - m^2} \left(\square + 2im^2 \frac{D - D^* \theta_{++}}{\square} \right) & 0 \end{bmatrix} .$$

APÊNDICE C

O TEOREMA DE NOETHER NO SUPERESPAÇO-(2,0)

A condição de quiralidade, imposta sobre supercampos de matéria, deve ser levada em consideração ao se deduzirem as equações de movimento e as correntes conservadas da teoria. Presentemente, descreve-se um procedimento apropriado para a obtenção do Teorema de Noether de uma teoria genérica com supersimetria-(2,0) e com supercampos quirais.

Considere-se uma Lagrangeana geral de matéria, \mathcal{L}_{++} , contendo o supercampo escalar, Φ , sua derivada espacial, $\partial_{++}\Phi$, o supercampo espinorial, Ψ_+ , e os respectivos complexos conjugados. Naturalmente, ao se integrar \mathcal{L}_{++} sobre todo o superespaço, obtém-se a ação clássica da teoria, viz.,

$$S = \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* \mathcal{L}_{++}, \quad (C.1)$$

um escalar de Lorentz. O Princípio de D'Alembert estabelece que as soluções das equações de movimento extremizam a ação S . Conseqüentemente, para determinar essas equações impõe-se:

$$0 = \delta S = \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* \left[(\delta\Phi) \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Phi} + (\delta\partial_{++}\Phi) \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \partial_{++}\Phi} + (\delta\Phi^*) \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Phi^*} + (\delta\partial_{++}\Phi^*) \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \partial_{++}\Phi^*} + (\delta\Psi_+) \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Psi_+} + (\delta\Psi_+^*) \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Psi_+^*} \right] \quad (C.2)$$

ou ainda,

$$\begin{aligned}
0 = \delta S = \int d^2 x d\theta_- d\theta_-^* \left\{ (\delta\Phi) \left[\frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Phi} - \partial_{++} \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \theta_{++} \Phi} \right] + \right. \\
+ (\delta\Phi^*) \left[\frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Phi^*} - \partial_{++} \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \theta_{++} \Phi^*} \right] + \\
\left. + (\delta\Psi_+) \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Psi_+} + (\delta\Psi_+^*) \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Psi_+^*} \right\}. \quad (C.3)
\end{aligned}$$

As leis de diferenciação funcional corretas levam às expressões,

$$\begin{aligned}
0 = \frac{\delta S}{\delta\Phi(x_1; \theta_1, \theta_1^*)} = \\
= \int d^2 x d\theta_- d\theta_-^* \left\{ \left[D_{1-}^* \delta^2(x - x_1) \delta_+(\theta - \theta_1) \delta_+(\theta^* - \theta_1^*) \right] \cdot \right. \\
\left. \cdot \left[\frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Phi} - \partial_{++} \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \theta_{++} \Phi} \right] \right\}, \quad (C.4a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 = \frac{\delta S}{\delta\Phi^*(x_1; \theta_1, \theta_1^*)} = \\
= \int d^2 x d\theta_- d\theta_-^* \left\{ \left[-D_{1-} \delta^2(x - x_1) \delta_+(\theta - \theta_1) \delta_+(\theta^* - \theta_1^*) \right] \cdot \right. \\
\left. \cdot \left[\frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Phi^*} - \partial_{++} \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \theta_{++} \Phi^*} \right] \right\}, \quad (C.4b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 = \frac{\delta S}{\delta\Psi_+(x_1; \theta_1, \theta_1^*)} = \\
= \int d^2 x d\theta_- d\theta_-^* \left\{ \left[-D_{1-}^* \delta^2(x - x_1) \delta_+(\theta - \theta_1) \delta_+(\theta^* - \theta_1^*) \right] \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Psi_+} \right\}, \quad (C.4c)
\end{aligned}$$

e

$$0 = \frac{\delta S}{\delta \Psi_+^*(x_1; \theta_1, \theta_1^*)} = \int d^2x d\theta_- d\theta_-^* \left\{ \left[D_- \delta^2(x - x_1) \delta_+(\theta - \theta_1) \delta_+(\theta^* - \theta_1^*) \right] \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Psi_+^*} \right\}. \quad (C.4d)$$

A subsequente integração no superspaço fornece as equações de movimento procuradas, viz.,

$$D_-^* \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Phi} - D_-^* \partial_{++} \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \partial_{++} \Phi} = 0, \quad (C.5a)$$

$$D_- \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Phi^*} - D_- \partial_{++} \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \partial_{++} \Phi^*} = 0, \quad (C.5b)$$

$$D_-^* \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Psi_+} = 0 \quad (C.5c)$$

e

$$D_- \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Psi_+^*} = 0. \quad (C.5d)$$

Uma vez obtidas as equações de movimento, é possível proceder à determinação da lei de conservação associada a uma suposta invariância da Lagrangeana \mathcal{L}_{++} . A realização dessa invariância, na forma infinitesimal, escreve-se como:

$$0 = \delta \mathcal{L}_{++} = (\delta \Phi) \frac{\delta \mathcal{L}_{++}}{\delta \Phi} + (\delta \partial_{++} \Phi) \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \partial_{++} \Phi} + (\delta \Phi^*) \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Phi^*} + (\delta \partial_{++} \Phi^*) \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \partial_{++} \Phi^*} + (\delta \Psi_+) \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Psi_+} + (\delta \Psi_+^*) \frac{\partial \mathcal{L}_{++}}{\partial \Psi_+^*} \quad (C.6)$$

ou ainda,

$$\begin{aligned}
0 = \delta\mathcal{L}_{++} = & (\delta\Phi) \left[\frac{\delta\mathcal{L}_{++}}{\partial\Phi} - \partial_{++} \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi} \right] + \\
& + (\delta\Phi^*) \left[\frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\Phi^*} - \partial_{++} \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi^*} \right] + \\
& + (\delta\Psi_+) \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\Psi_+} + (\delta\Psi_+^*) \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\Psi_+^*} + \\
& + \partial_{++} \left[(\delta\Phi) \frac{\delta\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi} + (\delta\Phi^*) \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi^*} \right]. \tag{C.7}
\end{aligned}$$

A atuação dos operadores, D_-^* e D_- , nessa ordem, sobre esta última expressão, produz:

$$\begin{aligned}
& -i\partial_{--} \left\{ (\delta\Phi^*) \left[\frac{\delta\mathcal{L}_{++}}{\partial\Phi^*} - \partial_{++} \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi^*} \right] + (\delta\Psi_+^*) \frac{\delta\mathcal{L}_{++}}{\partial\Psi_+^*} \right\} + \\
& + \partial_{++} \left[(\delta D_- \Phi) D_-^* \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi} + (\delta\Phi) D_- D_-^* \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi} + \right. \\
& \quad - i(\delta\partial_{--} \Phi^*) \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi^*} - (\delta D_-^* \Phi^*) D_- \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi^*} + \\
& \quad \left. - i(\delta\Phi^*) \partial_{--} \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi^*} \right] = 0. \tag{C.8}
\end{aligned}$$

Alternativamente, invertendo a ordem de atuação das derivadas covariantes de supersimetria, obtém-se:

$$\begin{aligned}
& -i\partial_{--} \left\{ (\delta\Phi) \left[\frac{\delta\mathcal{L}_{++}}{\partial\Phi} - \partial_{++} \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi} \right] + (\delta\Psi_+) \frac{\delta\mathcal{L}_{++}}{\partial\Psi_+} \right\} + \\
& + \partial_{++} \left[(\delta D_-^* D_- \Phi) \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi} - (\delta D_- \Phi) D_-^* \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi} + \right. \\
& \quad + (\delta\Phi) D_-^* D_- \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi} + (\delta D_-^* \Phi^*) D_- \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi^*} + \\
& \quad \left. + (\delta\Phi^*) D_-^* D_- \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi^*} \right] = 0. \tag{C.9}
\end{aligned}$$

A lei de conservação completa é obtida subtraindo (C.8) de (C.9), ou seja:

$$\begin{aligned}
& -i\partial_{--} \left\{ (\delta\Phi^*) \left[\frac{\delta\mathcal{L}_{++}}{\delta\Phi^*} - \partial_{++} \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi^*} \right] + (\delta\Phi) \left[\frac{\delta\mathcal{L}_{++}}{\delta\Phi} - \partial_{++} \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi} \right] + \right. \\
& \quad \left. + (\delta\Psi_+^*) \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\Psi_+^*} - (\delta\Psi_+) \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\Psi_+} \right\} + \\
& + \partial_{++} \left\{ 2(\delta D_- \Phi) D_-^* \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi} + (\delta\Phi) \left[D_-^* D_- \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi^*} \right] + \right. \\
& \quad - i(\delta\partial_{--}\Phi^*) \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi^*} - i(\delta\partial_{--}\Phi) \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi} - 2(\delta D_-^* \Phi^*) D_- \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi^*} + \\
& \quad \left. + (\delta\Phi^*) \left[D_-^* D_- \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi^*} D_-^* D_- \frac{\partial\mathcal{L}_{++}}{\partial\partial_{++}\Phi^*} \right] \right\} = 0, \tag{C.10}
\end{aligned}$$

de onde se podem ler imediatamente as componentes do cone-de-luz da supercorrente conservada.

REFERÊNCIAS

- [1] - P. Ramond, Phys. Rev. **D39** (1971) 2415.
- [2] - H. P. Nilles, Phys. Rep. **110** (1984) 1.
- [3] - E. Gildener, Phys. Rev. **D14** (1976) 1667.
- [4] - J. A. Helayël-Neto, "Supersymmetric Theories and Finiteness", X Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos, Caxambu, 1989.
- [5] - B. Zumino, Phys. Lett. **B87** (1979) 203.
- [6] - L. Alvarez-Gaumé e D. Z. Freedman, Comm. Math. Phys. **80** (1981) 443.
- [7] - P.P. Srivastava, "Supersymmetry, Superfields and Supergravity: an Introduction", Adam Hilger, Boston, 1986.
- [8] - S. J. Gates, M. Grisaru, M. Rocek e W. Siegel, "Superspace or One Thousand and One Lessons in Supersymmetry", Benjamin/Cummings, Reading, 1983.
- [9] - J. A. Helayël-Neto, "Supersimetria e Supergravidade em Duas e Quatro Dimensões", notas de aula, Petrópolis, 1987.
- [10] - M. Sakamoto, Phys. Lett. **B151** (1985) 115.
- [11] - C. M. Hull e E. Witten, Phys. Lett. **B160** (1985) 398.
- [12] - P. Candelas, G. Horowitz, A. Strominger e E. Witten, Nucl. Phys. **B258** (1985) 46.

- [13] - A. M. Polyakov, Phys. Lett. **B59** (1975) 79.
- [14] - J. Schwinger, Phys. Rev. **128** (1962) 2425.
- [15] - E. T. Tomboulis, Phys. Lett. **B198** (1987) 165.
- [16] - M. Porrati e E. T. Tomboulis, Nucl. Phys. **B315** (1989) 615.
- [17] - K. Harada, H. Kubota e I. Tsutsui, Phys. Lett. **B173** (1986) 77.
- [18] - S. L. Adler e R. F. Dashen, "Current Algebras and Applications to Particle Physics",
W. A. Benjamin, New York, 1968.
- [19] - S. L. Adler, Phys. Rev. **177** (1969) 2426.
- [20] - J. Bell e R. Jackiw, Nuov. Cim. **A60** (1969) 47.
- [21] - D. J. Gross e R. Jackiw, Phys. Rev. **D6** (1972) 477.
- [22] - C. Becchi, A. Rouet e R. Stora, Phys. Lett. **B52** (1974) 344.
- [23] - M. B. Green e J. H. Schwarz, Phys. Lett. **B149** (1984) 117.
- [24] - L. D. Faddeev e S. L. Shatashvili, Phys. Lett. **B167** (1986) 225.
- [25] - L. Bonora, M. Bregola e L. Lucaroni, "Anomalies and Cohomology",
UCP - HEP - 90/1, Petrópolis.
- [26] - M. Dubois-Violette, M. Talon e C. M. Viallet, Comm. Math. Phys. **102** (1985) 105.
- [27] - K. Fujikawa, Phys. Rev. **D21** (1980) 2848.

- [28] - J. Dixon, "Cohomology and Renormalization of Gauge Fields", Imperial College Preprint, 1977.
- [29] - M. F. Atiyah e I. M. Singer, Proc. Nat. Acad. Sci. **81** (1984) 2597.
- [30] - S. L. Adler e W. A. Bardeen, Phys. Rev **182** (1969) 1517.
- [31] - M. Gell-Mann e M. Lévy, Nuov. Cim. **16** (1960) 705.
- [32] - S. Mukhi, "Non-linear σ -Models, Scale Invariance and String Theories: A Pedagogical Review", Summer Workshop in High Energy Physics and Cosmology, ICTP, Trieste, 1986.
- [33] - E. Witten, Comm. Math. Phys. **92** (1984) 455.
- [34] - E. Witten, Nucl. Phys. **B223** (1983) 422.
- [35] - P. Goddard, A. Kent e D. Olive, Phys. Lett. **B152** (1985) 88;
Comm. Math. Phys. **103** (1986)105.
- [36] - I. Jack, D. R. T. Jones, N. Mohammedi e H. Osborn, Nucl. Phys. **B332** (1990) 359.
- [37] - C. A. S. Almeida, M. A. C. Kneipp e M. Werneck de Oliveira, Mod. Phys. Lett. **A6** (1991) 1443.
- [38] - M. A. C. Kneipp, Tese de Mestrado, CBPF, 1989.
- [39] - W. Siegel, Nucl. Phys. **B156** (1979) 135.
- [40] - R. Brooks, F. Muhammad e S. J. Gates Jr., Nucl. Phys. **B268** (1986) 599.

- [53] - L. Alvarez-Gaumé, G. Moore e C. Vafa, *Comm. Math. Phys.* **106** (1986) 40;
E. Abdalla, M. C. B. Abdalla e K. D. Rothe, "Non-Perturbative Methods in
Two Dimensional Quantum Field Theory", World Scientific, Singapore, 1991.
- [54] - D. Quillen, *Funk. Anal. i Prilosen.* **19** (1985) 37.
- [55] - F. A. Berezin, "The Method of Second Quantization", Academic Press, New York,
1966.

- [41] - N. Chair, J. A. Helayël-Neto e A. W. Smith, Phys. Lett. **B233** (1989) 173.
- [42] - C. A. S. Almeida e M. Werneck de Oliveira, "Quantum Corrections and Gauge-Field Mass Generation in the (2,0)- Supersymmetrised Schwinger Model", submetido para publicação no Phys. Lett. B.
- [43] - J. Bagger e E. Witten, Phys. Lett. **B118** (1982) 103.
- [44] - M. Dine e N. Seiberg, Phys. Lett. **B180** (1986) 364.
- [45] - M. Werneck de Oliveira, "On the Isometry Anomaly of Gauged (1,0)- Supersymmetric Non-linear σ -Models", submetido para publicação no Phys. Lett. B.
- [46] - G. Ecker e J. Honerkamp, Nucl. Phys. **B35** (1971) 481.
- [47] - D. Friedan, Phys. Rev. Lett. **45** (1980) 1057; Ann. of Phys. **163** (1985) 318.
- [48] - T. Eguchi, P. B. Gilkey e A. J. Hanson, Phys. Rep. **66** (1980) 213.
- [49] - K. Yano, "Differential Geometry on Complex and Almost Complex Spaces", Pergamon, Oxford, 1965.
- [50] - J. Polchinski, Nucl. Phys. **B303** (1988) 226.
- [51] - C. A. S. Almeida, J. A. Helayël-Neto e A. W. Smith, "The Superspace Gauging of (2,0) Non-linear σ -Models in the Presence of Torsion", aceito para publicação no Phys. Lett. B.
- [52] - L. E. Ibáñez, H. P. Nilles e F. Quevedo, Phys. Lett. **B187** (1987) 25.

"QUANTIZAÇÃO NO SUPERESPAÇO E CÔMPUTO DE ANOMALIAS EM
MODELOS DE GAUGE HETERÔTICOS"

MAURICIO WERNECK DE OLIVEIRA

Tese de Doutorado apresentada ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, fazendo parte da banca examinadora os seguintes professores:

J. A. Helayël - Neto
José Abdalla Helayël-Neto - Presidente

Fernando A. B. Rabelo de Carvalho
Fernando Antonio Berardo Rabelo de Carvalho

Maria Cristina Battoni Abkalla
Maria Cristina Battoni Abkalla

Juan José Giambiagi

Juan José Giambiagi

Marco Aurélio do Rego Monteiro
Marco Aurélio do Rego Monteiro