

Marcello Gomes Gonçalves

MODELO DE PRÉ-CISÃO
PARA DESINTEGRAÇÕES NUCLEARES RARAS

Tese de

Mestrado

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

Rio de Janeiro

— 1992 —

Este trabalho é dedicado às pessoas que foram a base de toda a minha formação pessoal. Aos meus avós,

Heitor Gomes — in memoriam

José Gonçalves Pinheiro — in memoriam

Agradecimentos

- *Ao professor Sergio José Barbosa Duarte, de quem partiu a idéia deste trabalho e que foi, acima de um orientador com um extremo sentido de profissionalismo, um grande amigo que soube dar o devido apoio nas horas mais difíceis de minha carreira.*
- *A toda a minha família que apoiou-me de todas as maneiras durante este tempo de dedicação exclusiva ao meu trabalho, mostrando o verdadeiro sentido da palavra amizade.*
- *Aos Pesquisadores Anna M. F. Endler, Chung K. Cheong, Edgar C. Oliveira, Emil L. Medeiros, Jader B. Martins, Luis C. Santos, Mioco Foshina, Odilon A. P. Tavares e T. Kodama, pelos cursos ministrados, discussões geradas e o constante clima de harmonia e solidariedade, tornando a minha estada no CBPF durante o desenvolvimento deste trabalho, estimulante e agradável.*
- *À Helena de Souza Ferreira e à Maria Neuma G. Rodrigues pelo suporte na área de secretaria.*
- *Aos companheiros alunos do DNE, Arnaldo J. Santiago, Dirceu A. Portes Jr., Dirk Noetzold, Eduardo de Paiva, Gerson B. Costamilan, Gerson Pech, Hilário A. R. Gonçalves e Victor A. D'Avila, pelas contribuições durante o estágio de elaboração do trabalho, com idéias, promovendo discussões que tiveram como saldo final o enriquecimento deste trabalho, bem como pelo apoio nas áreas de revisão de redação e suporte computacional, fundamental no desenvolvimento deste trabalho.*
- *A Alexandra Gomes Gonçalves e a Kaori Kodama pelo carinho no trabalho de revisão do texto.*
- *Ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas pelo fornecimento de toda infra-estrutura para o meu desenvolvimento científico.*
- *Ao CNPq pela ajuda financeira durante o período de evolução deste trabalho.*

Resumo

No presente trabalho é proposto um modelo para a descrição da fase molecular de separação dos fragmentos nos processos de desintegrações nucleares raras. Neste modelo, a interação coulombiana entre os fragmentos em formação é determinada pela solução exata da equação de Poisson para a distribuição de carga do sistema. A interação nuclear está representada pela inclusão de um potencial de superfície, similar ao do modelo de gota líquida para fissão. O cálculo da penetrabilidade de barreira para a determinação das taxas do decaimento é reduzido a um tratamento unidimensional com auxílio de condições de vínculos que caracterizam o sistema dinuclear nesta fase. Uma lagrangeana efetiva para a evolução unidimensional do sistema é explicitada, e a expressão da massa reduzida que nela comparece é determinada como uma função da configuração do sistema. As meias vidas das desintegrações obtidas experimentalmente são determinadas com este modelo, estando em excelente acordo com os dados experimentais existentes. Finalmente, salientamos que não se fez uso de nenhum ajuste de parâmetro no modelo para a obtenção destes resultados.

CONTEÚDO

Conteúdo	iv
Lista de Figuras	vi
Lista de Tabelas	viii
Introdução	1
I Técnicas Experimentais e Observações de Desintegrações Raras	5
I.1 Utilização de Detectores Sólidos de Traços	6
I.2 Utilização de Espectrômetros Magnéticos Associados à Câmara de Gás . . .	8
I.3 Tipos de Desintegrações Observadas	12
II Abordagens Teóricas e Modelos para Desintegrações Nucleares Raras	23
II.1 Modelos Esquemáticos – Barreira Puramente Coulombiana	25
II.2 Modelo de <i>Cluster</i>	29
II.3 Modelo Numérico de Fissão Super-Assimétrica (NSAFM)	30
II.4 Modelo Analítico de Fissão Super-Assimétrica (ASAFM)	32

II.5	Modelo de Pic-Pichak	35
II.6	Modelo de Shi e Swiatecki	38
III	Modelo de Pré-cisão para Desintegrações Nucleares Raras	45
III.1	Apresentação do Modelo	46
III.2	Potenciais no Modelo	48
III.3	Raios e Massas Nucleares	59
III.4	Evolução Dinâmica e as Relações de Vínculos	61
III.5	Determinação da Meia Vida	68
IV	Apresentação dos Resultados, Discussões e Conclusões	71
IV.1	Resultados e Discussões	71
IV.2	Conclusões e Considerações Finais	83
A	Aproximação Semi-Clássica	86
B	Códigos Computacionais	91
	Bibliografia	115

LISTA DE FIGURAS

I.1	Esquema da câmara de vácuo do SOLENO.	9
I.2	Curva de transmissão do SOLENO.	10
I.3	Evidências da emissão do C^{14} pelo Ra^{226}	11
I.4	Evidências da emissão do C^{14} pelo R^{223}	12
I.5	Cápsula coletora de isótopos de Rádio em experimentos no CERN.	14
I.6	Traços de C^{14} emitido pelo Ra^{223}	15
I.7	Evidência para a desintegração do U^{232} e do U^{233} por Ne^{24}	17
I.8	Resultados para a desintegração do U^{234} por Neônio e Mg^{28}	18
II.1	Valores de pré-formação segundo Tolhoek e Brussaard.	27
II.2	Potencial obtido numericamente no NSAFM.	31
III.1	Representação geométrica da evolução da forma dos fragmentos.	48
III.2	Potenciais no modelo.	56
III.3	Comparação de potenciais.	58
III.4	Representação esquemática da evolução <i>quase-rígida</i> dos fragmentos.	63

III.5 Massa reduzida livre e massa reduzida efetiva.	67
IV.1 Integrando da exponencial de Gamow.	73
IV.2 Meia vida para as desintegrações nucleares raras e o desintegração nuclear alfa.	76
IV.3 Comparação de meia vida em diferentes modelos.	79
IV.4 Efeitos da massa reduzida sobre as meias vidas.	81
IV.5 Meias vidas com a barreira centrífuga.	82

LISTA DE TABELAS

I.1	Características das fontes de Rádio nas experiências de Orsay.	10
I.2	Desintegrações nucleares raras observadas até a presente data.	21
I.3	Desintegrações nucleares raras observadas até a presente data (continuação).	22
II.1	Modelos Tipo Fissão.	42
II.2	Modelos Tipo Desintegração Alfa.	43
III.1	Tensão superficial equivalente versus tensão superficial de gota líquida.	54
IV.1	Meia vida obtida com o nosso modelo para as desintegrações nucleares raras e as desintegrações alfa.	77

Introdução

O estudo da radioatividade natural nas primeiras décadas deste século marca o início das pesquisas em Física Nuclear. Naquela época, verificou-se que núcleos pesados ($A > 200$) eram capazes de emitir partículas alfa. Já em meados deste século foi verificada a existência de uma outra forma de desintegração, bem diferente para estes núcleos pesados. Observou-se que o Urânio, entre outros elementos, desintegrava-se em dois fragmentos com elevado grau de simetria e massas situadas na região intermediária da tabela periódica. O fenômeno foi interpretado como sendo a ruptura do núcleo pai em dois fragmentos de massas aproximadamente iguais e foi denominado fissão nuclear^[1].

Observou-se em experiências posteriores que não somente o Urânio sofria esse tipo de transformação, mas também elementos de massa próxima a sua, como o Tório ou o Neptúnio, por exemplo. Abriu-se então um novo leque para o estudo das reações nucleares, com o desenvolvimento de modelos que prediziam com relativa precisão a meia vida de fissão de um certo nuclídeo radioativo. Porém, é somente em meados da década de setenta que uma nova forma de radioatividade nuclear, diferente das até então conhecidas foi observada.

No ano de 1974, durante o estudo de traços de fissão do U^{238} , H. de Carvalho e colaboradores^[2, 3] observaram traços que não se identificavam com aqueles oriundos da fissão espontânea, e sim traços atribuíveis a nuclídeos de massa maior que a da partícula alfa, mas ao mesmo tempo, muito inferiores às massas dos fragmentos de fissão. Identificou-se, posteriormente, o núcleo de C^{14} como produto deste modo de desintegração nuclear^[4]. Ficava assim evidenciada a existência de um novo tipo de desintegração nuclear.

Este tipo de desintegração foi denominado desintegração nuclear rara ou fissão altamente assimétrica. Hoje, tem sido observada em diversos experimentos a existência de desintegrações com emissão de *clusters* ainda mais pesados que o C^{14} , tais como Ne^{24} , Ne^{25} , Mg^{30} ou Si^{34} . O grande impedimento à observação de *clusters* de massa elevada foi por muito tempo o fato de que, acompanhando o processo de desintegração nuclear rara, exista uma radiação alfa de fundo extremamente intensa. A grandeza física medida diretamente nos experimentos é a taxa dos decaimentos nucleares raros em relação ao decaimento alfa*. Os resultados obtidos até a presente data mostram que estas desintegrações nucleares são, de fato, eventos extremamente raros na natureza. Observa-se, por exemplo, que para a emissão do C^{14} pelo Ra^{226} , a taxa em relação ao decaimento alfa é da ordem de 10^{-10} e à medida que o número de massa do nuclídeo emitido aumenta, a taxa diminui ainda mais acentuadamente.

Do lado do desenvolvimento teórico nesta área, o grande desafio tem sido estabelecer modelos que descrevam adequadamente os dados experimentais existentes. Alguns destes modelos são inspirados na teoria de fissão, ou seja, tratam a desintegração nuclear rara como um processo onde o núcleo pai divide-se em dois fragmentos, como uma fissão com um elevado grau de assimetria. Outros por sua vez, são fortemente influenciados pela teoria de decaimento alfa, onde considera-se que o núcleo pai emite um *cluster* pré-formado. Estes modelos diferenciam-se essencialmente pelo tipo de potencial utilizado para descrever a interação entre as partes do sistema em separação. Os modelos que se inclinam a uma abordagem do tipo desintegração alfa, preocupam-se em descrever apenas a interação entre os fragmentos quando completamente formados, desprezando completamente a fase molecular dos fragmentos^[4, 5]. Por outro lado, abordagens voltadas para uma descrição do fenômeno de forma similar ao processo de fissão^[6, 8, 9], apresentam nas versões mais aprimoradas um tratamento para a interação entre os fragmentos fundamentado essencialmente na superposição de interações nucleon-nucleon isolados. Em alguns

*Do inglês, *branching ratio*. Ou ainda, a razão entre as larguras de canais de desintegração.

casos, a interação para a fase molecular dos fragmentos é introduzida até mesmo de forma empírica^[6].

No presente trabalho, apresentamos um modelo em que a interação entre os fragmentos durante a fase molecular é incluída explicitamente, traduzida por expressões completamente analíticas. A interação coulombiana é a solução exata da equação de Poisson para a distribuição de carga do sistema, e a interação nuclear relevante é representada por um potencial de superfície similar ao do modelo de gota líquida de fissão.

Por outro lado, a principal contribuição do presente trabalho consiste na introdução de um tratamento unidimensional efetivo para a descrição da fase molecular do sistema. É feita uma redução dos graus de liberdade do sistema para o caso unidimensional, através da introdução de relações de vínculos que traduzem condições físicas que devem ser observadas na evolução dinâmica dos graus de liberdade coletivos do sistema. Uma lagrangeana unidimensional efetiva é então estabelecida, e a inércia do movimento é explicitada com a incorporação dos vínculos na dinâmica do sistema. No cálculo das taxas de desintegrações, a penetrabilidade de barreira é realizada utilizando-se a massa reduzida efetiva deste movimento unidimensional. A fase de separação com os fragmentos já formados, isto é, a fase de pós-cisão, é tratada de forma similar à maioria dos outros modelos. O modelo oferece resultados para a meia vida das desintegrações nucleares raras em excelente concordância com os dados experimentais, ao mesmo tempo que também reproduz os resultados de meia vida de desintegrações alfa em muito boa concordância com os dados existentes. Vale a pena salientar aqui que não existe nenhum parâmetro de ajuste no modelo.

A estrutura de apresentação deste trabalho é como descreveremos a seguir.

No capítulo I, com o propósito de situar o leitor dentro do atual panorama experimental desta área, mostramos algumas técnicas experimentais empregadas na obtenção dos dados, ao mesmo tempo que apresentamos os mais recentes resultados divulgados na

literatura.

No capítulo II estão discutidos brevemente os principais modelos formulados para a descrição do fenômeno. O objetivo aqui é destacar as idéias físicas neles contidas, e os pontos onde possam surgir eventuais controvérsias. São mencionados e discutidos alguns resultados por eles obtidos.

O capítulo III encerra o conteúdo principal deste trabalho. Este capítulo é dedicado à formulação de nosso modelo e fundamentação das idéias nele contidas. Os cálculos mais relevantes para a compreensão e desenvolvimento são então apresentados. Os resultados obtidos com nossa proposta e a comparação com outros modelos são deixados para o capítulo IV. Neste último, apresentamos ainda nossas conclusões e considerações finais sobre o presente trabalho.

Apresentamos ainda uma breve discussão a respeito da aproximação semi-clássica no apêndice A, e tão somente com o objetivo de documentação, anexamos no apêndice B uma listagem dos códigos computacionais por nós elaborados na obtenção dos resultados.

CAPÍTULO I

TÉCNICAS EXPERIMENTAIS E OBSERVAÇÕES DE DESINTEGRAÇÕES NUCLEARES RARAS

Desde a comprovação de sua descoberta no início da década passada, muito esforço tanto experimental quanto teórico tem sido empreendido no sentido de chegar-se a uma explicação plausível deste fenômeno.

Neste capítulo apresentamos algumas das técnicas experimentais utilizadas na detecção das desintegrações nucleares raras, procurando situar as dificuldades na obtenção dos dados experimentais de medidas de tão longa meia-vida destas desintegrações.

A primeira indicação desse fenômeno, como já mencionamos na introdução deste trabalho, data de 1974 quando um grupo de pesquisadores^[2, 3] do CBPF na procura de traços de fissão do Urânio, detectou uma provável nova forma de desintegração nuclear. Nos anos setenta muito pouca coisa foi publicada sobre a investigação experimental deste processo, até que em 1984, Rose e Jones^[4], seguidos por Alessandrov *et. al.*^[12], fizeram a detecção de um nuclídeo de massa leve como produto da desintegração nuclear do Rádio, que logo a seguir foi comprovado ser o nuclídeo C^{14} .

O êxito destes experimentos depende da análise prévia de alguns fatores determinantes para a viabilidade da experiência. Assim, devem ser analisado cuidadosamente, por exemplo, se

- A taxa de decaimento é alta o suficiente para que se possa detectar alguma desintegração no período de um ou no máximo alguns anos — neste ponto são as estimativas teóricas um elemento decisivo, e faz-se necessário o uso de modelos mais e mais aperfeiçoados.
- As amostras são tais que a quantidade de núclídeos radioativos existente proporcione a detecção de um número mínimo de eventos, isto é, uma boa confiabilidade na ocorrência dos eventos.
- A técnica de detecção é eficiente no sentido de permitir a identificação dos produtos de decaimento, apesar da presença dominante do decaimento alfa pelo núclídeo emissor.

I.1 Utilização de Detectores Sólidos de Traços

Os detectores de traço são ionizados pela passagem rápida dos fragmentos de fissão, mostrando após uma revelação química^[13], os traços registrados. Detectores dielétricos sólidos vêm sendo utilizados desde 1958 quando Young^[14], e Silk e Barnes^[15], detectaram traços de fissão em mica. A técnica somente começou a ser aprimorada na década de 60 com significativos trabalhos de Price e Walker^[16]. O método de revelação usado permitiu registrar legivelmente os traços dos fragmentos de fissão, ao mesmo tempo que poucos traços de partículas alfa tornaram-se visíveis. Deste modo, o fundo indesejável proveniente de partículas de baixa ionização (partículas alfa, elétrons, radiação gama e prótons de recuo) foi completamente eliminado. Empregam-se os detectores de traços sólidos hoje em vários ramos, incluindo a Física Nuclear, Geocronologia, Astrofísica e pesquisas de fenômenos anômalos em colisões de altas energias. Também é notório o uso destes detectores na pesquisa da emissão de Carbono, Neônio, Magnésio e Silício, oriundos das desintegrações nucleares raras.

Na investigação das desintegrações onde ocorre a emissão do C^{14} , são empregadas folhas de policarboneto^[17]; já para a emissão de Ne^{24} , são empregadas folhas de poliéster^[18, 19]; enquanto que para a emissão de Ne^{24} ou do Mg^{30} utilizam-se vidros fosfatados^[20]. A detecção de fragmentos de Mg e Si é feita usualmente com vidros fosfatados do tipo LG-750^[21].

É fundamental a escolha adequada do tipo de detector de traço utilizado nestes experimentos uma vez que é a relação carga-massa do íon e sua energia que estabelece as características dos traços registrados. Além disto, cada detector possui um limite da quantidade de partículas alfa detectável sem prejudicar a identificação de traços dos núcleos produtos das desintegrações.

Experimentos realizados em Berkeley^[20] e Dubna^[22] identificaram C, Ne e Mg como produtos de desintegrações de núcleos pesados, com uma taxa de decaimento em relação ao decaimento alfa da ordem de 10^{-15} . Isto mostra ainda que a eliminação dos erros sistemáticos na medida e a calibração destes detectores são também elementos de importância fundamental para estes experimentos.

A calibração é feita expondo-se o detector a partículas de energia na faixa daquela das partículas a serem coletadas pelo detector. Em geral, a calibração é feita com um feixe de teste monoenergético de aceleradores. Para cada *cluster* procurado deve-se usar um detector apropriado, sendo que cada detector apresenta uma maior sensibilidade a uma específica grandeza, como por exemplo, a carga do *cluster*. São assim, por exemplo, os plásticos de policarboneto bisfenol A (conhecidos por Tuffak e Rodyne-P), que respondem a partículas com $Z > 4$; plásticos de terafetalato de polietileno (conhecidos por Cronar), respondendo à partículas com $Z > 6$, e o vidro fosfatado 1501 que somente grava partículas com $Z > 10$.

Em experimentos no SuperHilac de Berkeley, as amostras de Cronar e Tuffak foram irradiadas por íons Be^{11} de 29 Mev, íons C^{12} de 30 Mev e íons Ne^{20} de 73 Mev de

energia. Amostras do vidro fosfatado # 1501 foram expostas aos nuclídeos Ne^{20} de 73 Mev, nuclídeos Mg^{24} de 74 Mev, aos nuclídeos Si^{28} de 101 Mev e íons Ar^{40} de 109 Mev, também no SuperHilac. Além disto, para uma avaliação do fundo de radiação alfa, amostras de cada tipo de detector foram expostas durante 12 horas, 5 e 15 dias a uma fonte de U^{232} de 0.5 miliCurie, produzindo densidades alfa de 8×10^{10} , 8×10^{11} e $2.4 \times 10^{12} \alpha/cm^2$, respectivamente.

A procura dos traços nestes experimentos é feita através da microscopia ótica das amostras reveladas. A maior desvantagem dos detectores de traço reside no fato da difícil identificação da massa do fragmento, devido à baixa resolução na energia dos íons. Este tipo de dificuldade tem conduzido os experimentos para a utilização de espectrômetros magnéticos associados a câmaras de gás, como meio detector.

I.2 Utilização de Espectrômetros Magnéticos Associados à Câmara de Gás

Experimentos mais recentes^[23], levados a efeito em Orsay (França), para detecção da desintegração do Ra^{223} em C^{14} foram realizados tendo em vista a melhoria da resolução da energia e conseqüentemente, a melhor identificação da massa do isótopo de carbono resultante da desintegração. Nestes experimentos, foi feito uso de espectrômetros magnéticos característicos. Destacaremos aqui o SOLENO e o SPLIT-SPOLE.

- SOLENO → consiste de um solenóide supercondutor envolvido por uma cobertura de ferro, localizado no interior de uma câmara de vácuo^[24], como mostra esquematicamente a figura I.1.

Observemos que são emitidos nestes processos vários isótopos de um dado elemento, cabendo ao espectrômetro focalizar, identificar e separar os diferentes isótopos originados

no processo de emissão. Nos experimentos de Orsay foram usadas fontes de U^{230} e Ac^{227} para gerar Ra^{222} e Ra^{223} , respectivamente. A fonte de Ra^{223} era 300 vezes mais intensa que aquela usada por Rose e Jones, no experimento citado na introdução. O diâmetro desta fonte era de aproximadamente 16 mm, que ajudou na eficiência do SOLENO.

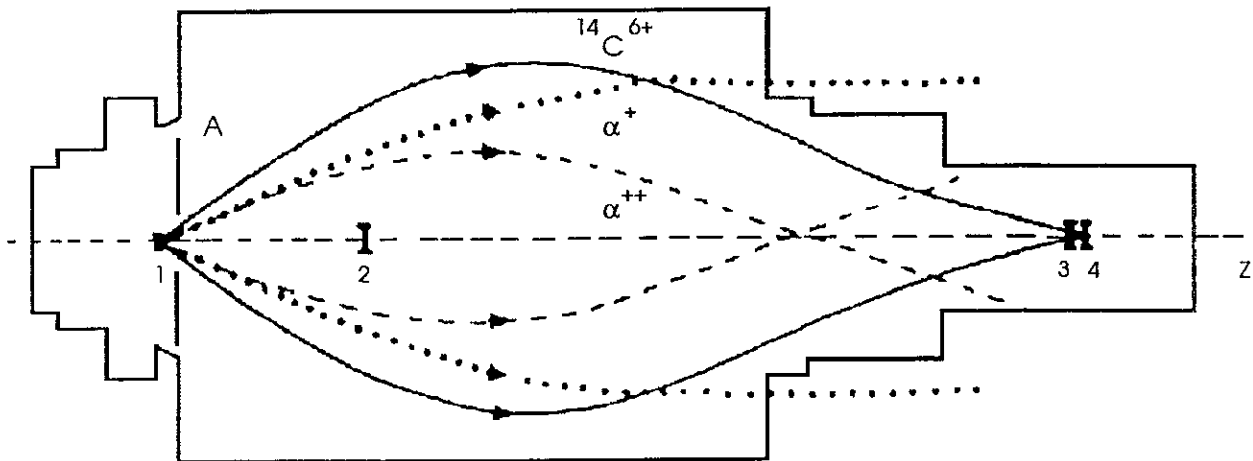


Figura I.1: Representação esquemática do aparato de medidas para experiências no SOLENO. Na figura, (1) é a fonte, (2) é um obstáculo para partículas alfa da fonte, e (3) e (4) são os telescópios $\Delta E \times E$. Está esquematizada a focalização de íons de C^{14} de 29.7 MeV, e das partículas α^{++} com foco bem antes do telescópio de contagem. As partículas α^+ não estão focalizadas.

Fonte	Depósito Radioativo	Atividade da Fonte
Ra ²²³	Ac ²²⁷	210 μCi no Ra ²²³
Ra ²²²	U ²³⁰	600 μCi no Ra ²²²
Ra ²²⁶	SO ₄ Ra	2.5 μCi no Ra ²²⁶

Tabela I.1: Características das fontes de Rádio nas experiências de Orsay.

A tabela I.1 mostra as características gerais das fontes utilizadas. A eficiência do SOLENO, em termos da análise de carga-massa dos íons, pode ser avaliada por sua curva de transmissão. A curva de transmissão traduz a dependência do ângulo sólido de aceitação das partículas carregadas versus a rigidez magnética* do SOLENO. Na figura I.2 está apresentada a curva de transmissão do SOLENO para partículas alfa com energia de 2.88 MeV.

Tendo em conta a calibração do detector com um feixe de C¹⁴ do Tandem Orsay, com energias deduzidas das estimativas

feitas a partir do valor Q da desintegração no C¹⁴ pelo Ra²²³, foram encontrados onze eventos com emissão de C¹⁴, com uma taxa em relação ao decaimento alfa em boa concordância com os resultados obtidos por Rose e Jones.*

Uma outra etapa, a experiência realizada em Orsay teve por objetivo observar

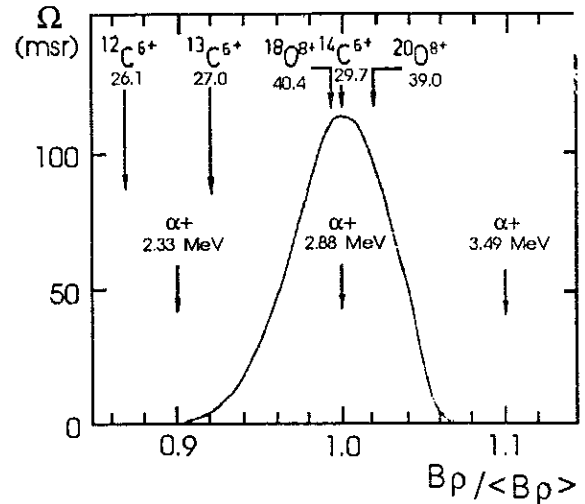


Figura I.2: Curva de transmissão do SOLENO para partículas α de 2.88 MeV. As setas mostram as posições dos picos das curvas para os fragmentos com energias especificadas. A rigidez magnética $\langle B\rho \rangle$ é a rigidez do SOLENO no ponto médio de seu eixo.

*A rigidez magnética é definida como o valor do campo ao longo do eixo multiplicado pelo valor do raio do solenóide supercondutor.

nuclídeos C^{14} emitidos pelo Ra^{226} e nuclídeos Si^{34} emitidos pelo Am^{241} .

Detectou-se C^{14} oriundo do decaimento dos nuclídeos de Ra^{222} e Ra^{226} ($Rn^{222} + \alpha$) e os resultados são apresentados na figura I.3. A grande taxa de emissão de partículas alfa pelo Ra^{226} foi um grande problema para esta etapa da experiência, e na desintegração do Am^{241} não foi detectado nenhum nuclídeo de Si.

Os autores atribuíram os eventos 1-4 da figura I.3 à desintegração Ra^{226} com emissão de C^{14} , investigando as possíveis emissões do Ra^{226} e dos subprodutos da desintegração.

A principal vantagem das experiências com o SOLENO é a possibilidade de medidas de taxas de decaimento em relação ao decaimento alfa da ordem de até 10^{-13} , e medir-se com boa precisão a massa e energia cinética destes fragmentos.

- SPLIT-SPOLE → outro tipo de espectrômetro é o SPLIT-SPOLE de Argonne (USA).

Inicialmente, emprega-se um detector de gás colocado no plano imagem do espectrômetro, e, para cada íon, é obtida sua energia média, E , a largura do espectro ΔE , e a posição.

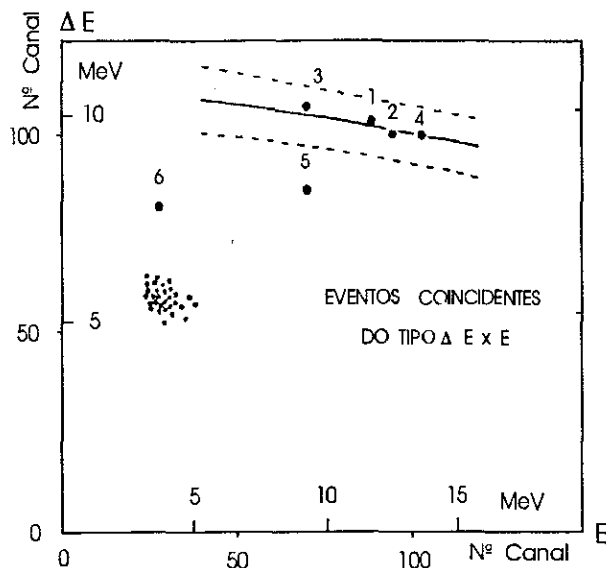


Figura I.3: Resultados obtidos por Hourani *et al*(Referência [25]), considerados como uma boa evidência para a emissão do C^{14} pelo Ra^{226} . Os eventos rotulados 1-4 no espectro $E \times \Delta E$ são caracterizados como emissão do nuclídeo C^{14} pelo Ra^{226} .

A figura I.4 mostra os resultados do experimento no gráfico da energia total das partículas detectadas versus a rigidez magnética dos íons. Estes resultados levam à conclusão de que os eventos detectados também estão dentro da faixa de energia esperada para o C^{14} , e também estão de acordo com a calibração feita com o feixe do Tandem de Argonne. Portanto é evidenciado que o *cluster* emitido neste tipo de desintegração é realmente o C^{14} .

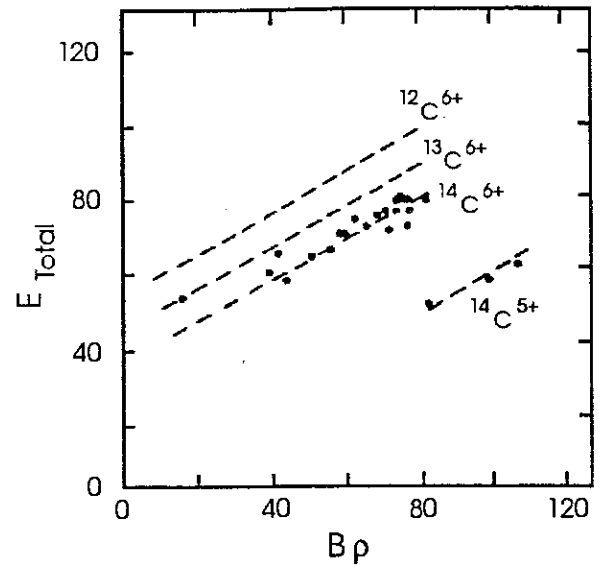


Figura I.4: Resultados dos experimentos de Kutschera *et. al.* obtidos com uma fonte de Th^{227} produzindo 9.2 *mCi* de Ra^{223} . Um número de 24 eventos de núclídeos de C^{14} foi medido em experimentos de 6 dias de duração sendo a taxa de contagem de $\sim 700 \alpha/s$. Dados retirados da referência [26].

I.3 Tipos de Desintegrações Observadas

Nesta seção apresentamos alguns experimentos realizados por diferentes grupos, reunindo-os pelo tipo de *cluster* que é observado na desintegração nuclear.

♠ Desintegrações por Emissão de C^{14}

Nos experimentos realizados pelo grupo de Berkeley^[27], produziu-se o Fr e diferentes isótopos de Ra, com exceção do Ra^{226} , em reações de espalação do Tório por prótons de 600 Mev no Sincro Cicloton do CERN. Estes isótopos ionizavam-se ao atravessar a câmara e eram separados de acordo com suas massas no separador eletromagnético ISOLDE, obtendo-se assim feixes de massas 221, 222, 223, 224 e 225 que foram depositados na base de cápsulas de Alumínio cobertas por detectores de plástico capazes de registrar partículas com $Z \geq 5$. A figura I.5 esquematiza a experiência, mostrando a abertura para o feixe e a localização dos detectores plásticos implantados.

Outra seção de experimentos também foi realizada no CERN pelo mesmo grupo. Alterou-se agora apenas a geometria do experimento com o propósito de aumentar a eficiência do coletor^[27]. Substituiu-se a cápsula por uma folha de Alumínio de 0.9 microns que se encontrava dentro de uma esfera, também de Alumínio. Havia uma abertura na esfera de 15 cm de diâmetro com um detector linear de Rodyne- P^{\dagger} , centrado na esfera. Esta geometria permitiu uma eficiência do coletor de aproximadamente 4π , e o grande tamanho do aparato reduziu a radiação por unidade de área. Durante a execução, o feixe de íons radioativo entrava na abertura da esfera e atingia o fino coletor colocado no centro da mesma. Consequentemente, partículas α e íons C^{14} podiam escapar do coletor, sendo emitidos em todas as direções sem perder energia, exceto na região próxima à lâmina

[†]Detector de material plástico sensível principalmente a partículas pesadas ($A > 10$).

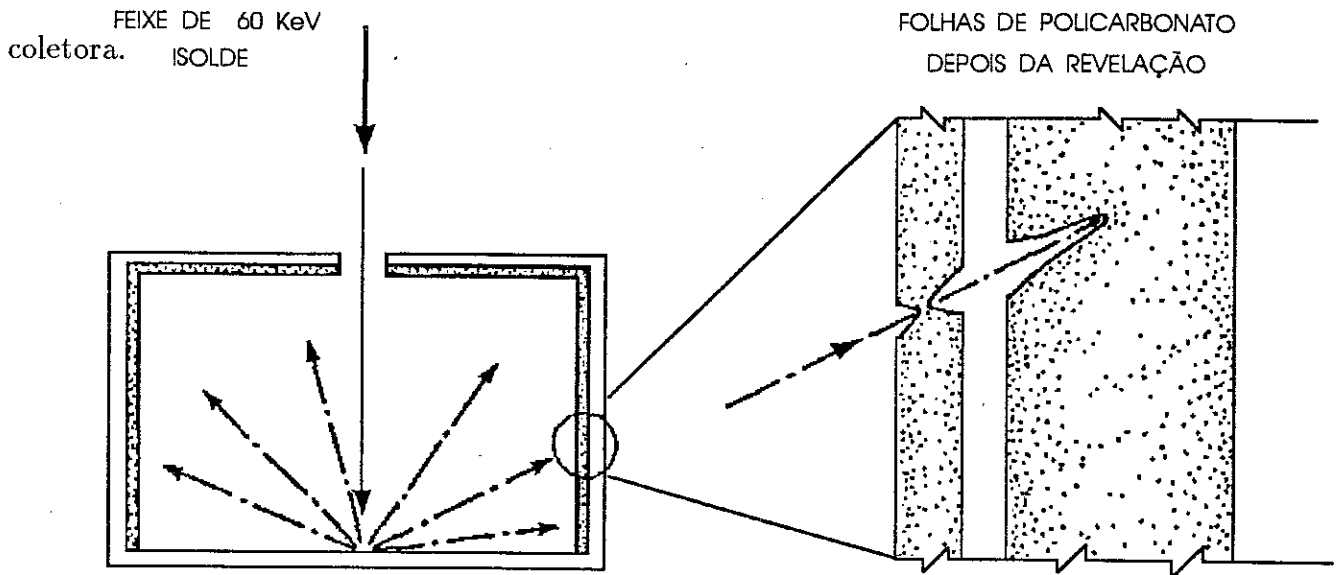


Figura I.5: Cápsula coletora de C^{14} emitidos por isótopos de Rádio, depositados na base e em vôo, usada em experimentos no CERN. As emissões espontâneas de íons de C^{14} foram registradas em detectores plásticos expostos á radiação de isótopos emissores com $A = 221, 222, 223, 224$ e 225 . Figura extraída da referência [27].

No último experimento do grupo de Berkeley^[27], foram expostas duas folhas de policarboneto Rodyne-P a uma fonte de 2.5 miliCurie de Ra^{226} durante um dia. Como os nuclídeos de Carbono emitidos possuem trajetórias que apontam para a posição inicial da fonte, ficou mais fácil identificar os traços de C^{14} . Nas fontes com $A = 221, 224$ e 225 , a posição das linhas de calibração de carga não diferem daquela da figura I.6 por mais que 10%.

Para fontes com $A = 222$ e 226 os *clusters* detectados alargaram as linhas de calibração da figura I.6. Nenhum evento de C^{14} foi observado nas fontes com $A = 221$ ou 225 . Ainda na figura I.6, V_T representa a velocidade de ataque ao longo do traço no processo de revelação, enquanto que V_G representa a velocidade global no mesmo processo.

Na tabela I.2 resumimos o resultado para a taxa de decaimento em C^{14} em relação ao decaimento alfa para os diferentes experimentos realizados. Uma observação é que a meia vida para a emissão do C^{14} sugere um efeito de emparelhamento entre os nucleons, similar aos efeitos de emparelhamento para a desintegração alfa.

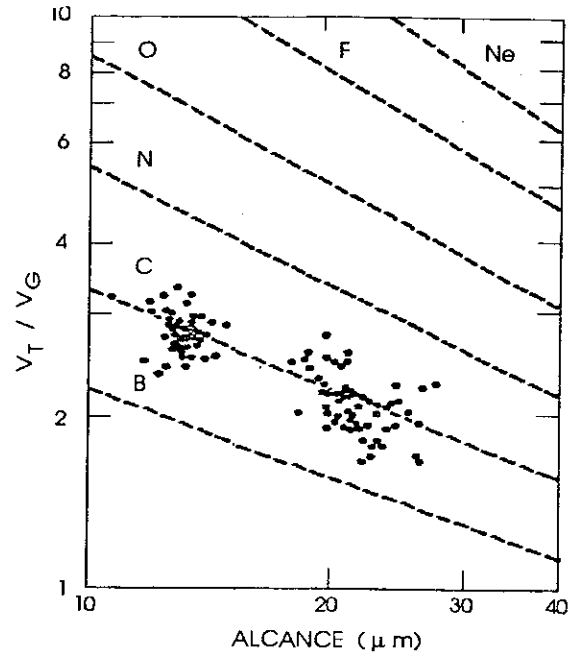


Figura I.6: Comparação do sinal de C^{14} emitido pelo Ra^{223} com calibrações (linhas pontilhadas) obtidas com feixes de B^{11} , C^{14} , O^{18} e Ne^{20} , produzidos pelo SuperHilac do LBL. Os eventos observados nos detectores plásticos expostos aos Ra^{222} , Ra^{224} e Ra^{226} têm uma distribuição similar a curva de calibração do Carbono. Dados da referência [28].

♠ Desintegrações Nucleares com Emissão de Ne^{24} e de Mg^{30}

Para a observação das desintegrações nucleares com emissão de Ne^{24} , foi utilizado o detector plástico conhecido por Cronar. O plástico de terafetalato de polietileno é capaz de detectar partículas com $Z > 6$, e energia dentro da faixa estimada pelo cálculo do valor Q para estas desintegrações.

Fontes de (0.5 ± 0.05) miliCurie de U^{232} e de (0.1 ± 0.01) miliCurie de U^{233} foram usadas, pois estes isótopos do Urânio eram vistos por estimativas teóricas como os mais prováveis emissores de Neônio. O Urânio foi depositado em um disco de Alumínio coberto por uma camada de $100 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ de espessura de ouro, com o fim de evitar que núcleos de recuo fossem registrados no detector. Os detectores foram arrumados de forma a compor um hemisfério e a câmara de vácuo onde eram mantidos os detectores encontrava-se em um vácuo de 0.01 torr. Fez-se uma exposição de um mês à fonte de U^{232} , e outra exposição de seis meses à fonte de U^{233} , para um outro conjunto de detectores dispostos da mesma maneira.

Com a revelação do Cronar exposto ao U^{232} localizou-se 24 traços de Ne^{24} , e o Cronar exposto ao U^{233} revelou 6 traços de Ne^{24} . O tempo de revelação do Cronar exposto ao U^{233} foi menor (6.5 hs) que o tempo de revelação do Cronar exposto ao U^{232} (8.0 hs), porque os traços no primeiro caso eram mais suaves e uma revelação demorada poderia consumi-los, tornando difícil sua identificação visual. Encontrou-se ainda uma pequena radiação de fundo de fragmentos de fissão ($\sim 20/\text{cm}^2$ para o U^{232} e $\sim 50/\text{cm}^2$ para o U^{233}), porém, estes fragmentos foram distinguidos facilmente dos eventos com emissão de Neônio pelo seu curto alcance e um maior poder de ionização.

A figura I.7 mostra a distribuição de medidas de alcance para vinte e quatro eventos emitidos pelo U^{232} .

Da mesma forma que nos experimentos com observação de emissão de Carbono não foi possível determinar diretamente a massa do isótopo emitido, também no experimento de Barwick não foi possível discriminar entre as massas dos isótopos de Neônio emitidos. Contudo, as estimativas teóricas mostram que, para a desintegração do U^{233} , os núclídeos que apresentam maior taxa de decaimento em relação ao decaimento alfa são o Ne^{24} e o Ne^{25} , enquanto que para a desintegração do U^{232} , as estimativas teóricas apontam para uma taxa de decaimento maior para o isótopo Ne^{24} .

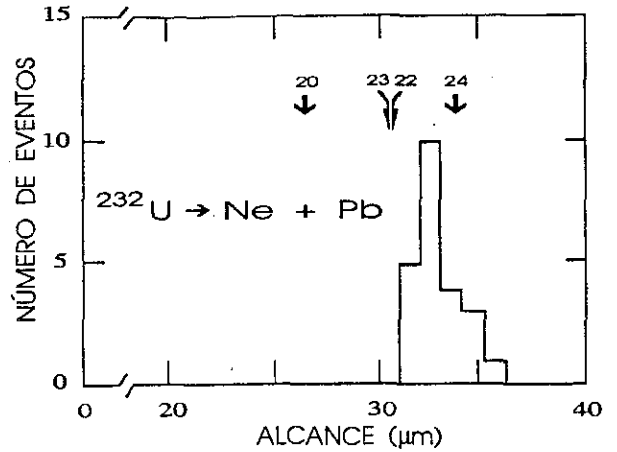


Figura I.7: Resultados de Barwick *et. al.* para medidas de rendimento que fornecem boa evidência para a desintegração do U^{232} e do U^{233} em Ne^{24} . As setas indicam a localização esperada dos vários isótopos de Ne^{24} . Dados de [29].

A taxa de decaimento em relação ao decaimento alfa medido experimentalmente por Barwick *et. al.*^[16] é $(2.00 \pm 0.50) \times 10^{-12}$ para a emissão realizada pelo U^{232} , e $(5.5 \pm 2.3) \times 10^{-13}$ para o U^{233} , concordando satisfatoriamente com aqueles publicados por Tretyakova *et. al.*^[30].

Paralelamente, o grupo de Dubna também encontrou sinais da desintegração nuclear do Pa^{231} em Ne^{24} . O experimento^[31] consistiu na exposição do filme de terafetalato de polietileno de 170 μm de espessura a uma fonte de Pa^{231} , a uma distância de 0.1 mm. O detector plástico foi previamente calibrado por um feixe de Ne^{20} no Sincro Ciclotron do JINR, e os traços detectados identificam os fragmentos emitidos como sendo o Ne^{24} , com uma taxa de decaimento relativa à desintegração alfa de $\sim 6 \times 10^{-12}$. Posteriormente,

este grupo realizou outra experiência^[23] na busca dos fragmentos de Neônio emitidos pelo U^{233} . O experimento também não foi capaz de definir o número de massa do *cluster* emitido, se Ne^{24} ou se Ne^{25} . Outra pesquisa feita por este grupo^[32] observou isótopos de Neônio emitidos pelo Th^{230} . Eles encontraram uma taxa de decaimento em relação à desintegração alfa de $(5.6 \pm 1.0) \times 10^{-13}$, concluindo então que se tratava da emissão do Ne^{24} .

A utilização de detectores do tipo PSK-50, próprios para o estudo de íons de Neônio, Magnésio e Silício, com energia da ordem de 2 Mev por nucleon, permitiu a observação de dois tipos de nuclídeos distintos oriundos do U^{234} , o Neônio e o Magnésio, com taxa de decaimento em relação à desintegração alfa de $\sim 6.6 \times 10^{-13}$ e $\sim 2.2 \times 10^{-13}$, respectivamente. A figura I.8 mostra os resultados de contagem de desintegrações do Urânio, onde em três eventos são observadas as emissões de Magnésio e em quatorze eventos as emissões de Ne^{24} e Ne^{25} , emitidos pelo U^{234} com intensidades compatíveis com as estimativas teóricas.

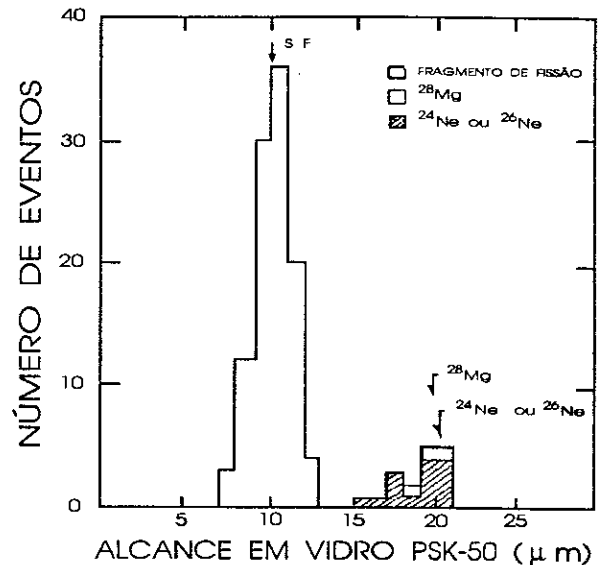


Figura I.8: Resultados de contagem para a desintegração do U^{234} em Neônio e Mg^{28} . À esquerda está a distribuição dos fragmentos de fissão do U^{234} . À direita são mostradas medidas de distribuição de alcance para íons de Neônio e íons de Magnésio emitidos pela fonte de U^{234} . Extraído da referência [31].

♠ Desintegrações com Emissão de Si^{34}

A observação de eventos com emissão de Silício apresenta alguns problemas inerentes à técnica de detecção dos produtos desta desintegração. Entre eles destaca-se a

grande probabilidade de fissão espontânea do núcleo pai tomado como provável emissor. Por outro lado, o alcance dos fragmentos de fissão não atinge mais que 70% do alcance dos íons leves emitidos nas desintegrações nucleares raras, favorecendo a detecção destas últimas.

O grupo de Berkeley propôs o emprego do vidro fosfatado no lugar do Cronar na pesquisa de desintegrações com emissão de Silício, devido a fraca sensibilidade do Cronar à carga dos fragmentos. O vidro fosfatado suporta uma dose muito maior de partículas alfa e, de fato, medidas feitas na calibração mostram que este tipo de detector resiste a doses de $5 \times 10^{12} \alpha/cm^2$ sem sofrer qualquer dano em sua superfície. Como uma complementação da experiência, o Cronar também foi usado, já que sua sensibilidade à energia perdida possibilitava a identificação rápida dos eventos de forte ionização e de longo alcance. As fontes radioativas propostas para este tipo de experimento foram fontes de Pu^{240} e Am^{241} . Os critérios para a seleção destas fontes devem-se as seguintes fatos:

- Uma estimativa teórica para a taxa do decaimento em relação à desintegração alfa, favorável à observação de eventos com emissão de *cluster* com número atômico $Z = 14$,
- A disponibilidade de fontes mais potentes de isótopos emissores.
- As estimativas teóricas para o valor do rendimento de fragmentos de fissão, em relação a taxa de emissão do Si^{34} , não previam dificuldades para a identificação dos traços de Si^{34} nos detectores.

As fontes foram preparadas por eletrodeposição de uma camada de Am^{241} em um disco de Alumínio, e de seis camadas de Pu^{240} em discos de Cronar. Entre o Cronar e o Plutônio foi antes fixada uma fina camada de Alumínio com o intuito de frear os fragmentos emergentes da fonte. As fontes de Pu^{240} continham 0.03% de impureza de Pu^{242} . Para a gravação dos traços de desintegrações nucleares raras, as fontes foram

envolvidas por detectores à temperatura e pressão ambientes. Os resultados indicaram apenas a existência da possibilidade real desta desintegração nuclear.

Para finalizar este capítulo, mostramos uma tabela resumindo os principais resultados experimentais obtidos mais recentemente, para a taxa das desintegrações nucleares raras observadas. As tabelas I.2 e I.3 são uma coletânea dos resultados existentes na literatura.

Desintegração	Q (MeV)	Resultados Exper.			Ref
		Log $T_{1/2}^\alpha$ (seg)	λ_X/λ_α	Log $T_{1/2}^X$ (seg)	
$\text{Fr}^{221} \rightarrow \text{C}^{14} + \text{Th}^{207}$	31.20	2.46	$< 4.4 \times 10^{-12}$	> 13.82	[17]
			$< 5.0 \times 10^{-14}$	> 15.76	[23]
$\text{Ra}^{221} \rightarrow \text{C}^{14} + \text{Pb}^{207}$	32.39	1.48	$< 4.4 \times 10^{-12}$	> 12.84	[17]
			$< 1.2 \times 10^{-13}$	> 14.40	[23]
$\text{Ra}^{222} \rightarrow \text{C}^{14} + \text{Pb}^{208}$	33.05	1.58	$(3.7 \pm 0.6) \times 10^{-10}$	11.01 ± 0.06	[17]
			$(3.1 \pm 1.0) \times 10^{-10}$	11.09 ± 0.17	[25]
$\text{Ra}^{223} \rightarrow \text{C}^{14} + \text{Pb}^{209}$	31.85	5.99	$(8.5 \pm 2.5) \times 10^{-10}$	15.06 ± 0.15	[4]
			$(5.5 \pm 2.0) \times 10^{-10}$	15.25 ± 0.20	[38]
			$(7.6 \pm 3.0) \times 10^{-10}$	15.11 ± 0.22	[12]
			$(6.1 \pm 1.0) \times 10^{-10}$	15.20 ± 0.07	[17]
			$(4.7 \pm 1.3) \times 10^{-10}$	15.32 ± 0.14	[26]
$\text{Ra}^{224} \rightarrow \text{C}^{14} + \text{Pb}^{210}$	30.54	5.49	$(4.3 \pm 1.2) \times 10^{-11}$	15.87 ± 0.12	[17]
$\text{Ac}^{225} \rightarrow \text{C}^{14} + \text{Bi}^{211}$	30.47	5.93	$< 4.0 \times 10^{-13}$	> 18.1	[23]
$\text{Ra}^{226} \rightarrow \text{C}^{14} + \text{Pb}^{212}$	28.21	10.70	$(3.2 \pm 1.6) \times 10^{-11}$	21.19 ± 0.30	[25]
$\text{Th}^{230} \rightarrow \text{Ne}^{24} + \text{Hg}^{206}$	57.78	12.38	$(5.6 \pm 1.0) \times 10^{-13}$	24.64 ± 0.09	[33]
$\text{Pa}^{231} \rightarrow \text{Ne}^{24} + \text{Tl}^{207}$	60.42	12.00	$(4.3 \pm 0.9) \times 10^{-12}$	23.38 ± 0.10	[34]

Tabela I.2: Desintegrações nucleares raras observadas até a presente data. Na coluna 1, especificamos as desintegrações nucleares. A coluna 2 mostra o valor Q dos mesmos. A coluna 3 mostra a meia vida do decaimento alfa do núcleo pai correspondente. Na coluna 4, as taxas da desintegração nuclear rara em relação ao decaimento alfa. Na coluna 5 mostramos a meia vida para as desintegrações nucleares raras. Na última coluna, estão as referências de onde foram extraídos estes dados.

Continuação ...

Desintegração	Q (MeV)	Resultados Exper.			Ref
		Log $T_{1/2}^{\alpha}$ (seg)	$\lambda_X/\lambda_{\alpha}$	Log $T_{1/2}^X$ (seg)	
Th ²³² → Ne ²⁴ + Hg ²⁰⁸	55.62				
Th ²³² → Ne ²⁶ + Hg ²⁰⁶	55.97	17.64	$< 5 \times 10^{-11}$	> 27.8	[28]
Th ²³² → Mg ²⁸ + Pt ²⁰⁴	69.43				
U ²³² → Ne ²⁴ + Pb ²⁰⁸	62.31	9.35	$(2.0 \pm 0,5) \times 10^{-12}$	21.36 ± 0.12	[47]
U ²³³ → Ne ²⁴ + Pb ²⁰⁹	60.50	12.70	$(7.5 \pm 2,5) \times 10^{-13}$	24.82 ± 0.18	[35]
U ²³³ → Ne ²⁵ + Pb ²⁰⁸	60.85				
U ²³⁴ → Ne ²⁴ + Pb ²¹⁰	58.84	12.88	$(6.6 \pm 1,8) \times 10^{-13}$	25.06 ± 0.12	[20]
U ²³⁴ → Ne ²⁶ + Pb ²⁰⁸	59.47				
U ²³⁴ → Mg ²⁸ + Hg ²⁰⁶	74.13		$(2.2 \pm 1,4) \times 10^{-13}$	25.54 ± 0.12	[20]
Np ²³⁷ → Mg ³⁰ + Tl ²⁰⁷	75.02	13.81	$< 4 \times 10^{-14}$	> 27.21	[33]
Np ²³⁷ → Si ³² + Au ²⁰⁵	88.41				
Pu ²⁴⁰ → Si ³⁴ + Hg ²⁰⁶	90.35	11.31	$< 1.3 \times 10^{-13}$	> 24.20	[28]
Am ²⁴¹ → Si ³⁴ + Tl ²⁰⁷	93.84	10.13	$< 3 \times 10^{-12}$	> 21.65	[25]
Am ²⁴¹ → Si ³⁴ + Tl ²⁰⁷			$< 4.2 \times 10^{-13}$	> 22.51	[36]
Am ²⁴¹ → Si ³⁴ + Tl ²⁰⁷			$< 1.6 \times 10^{-14}$	> 23.93	[37]
Am ²⁴¹ → Si ³⁴ + Tl ²⁰⁷			$< 3 \times 10^{-15}$	> 24.65	[33]
Am ²⁴¹ → Si ³⁴ + Tl ²⁰⁷			$< 7.4 \times 10^{-16}$	> 25.26	[13]

Tabela I.3: Desintegrações nucleares raras observadas até a presente data (continuação).

CAPÍTULO II

ABORDAGENS TEÓRICAS E MODELOS PARA DESINTEGRAÇÕES NUCLEARES RARAS

No capítulo anterior apresentamos alguns aspectos experimentais da detecção das desintegrações nucleares raras. O presente capítulo é dedicado a uma breve revisão dos modelos que mais recentemente se apresentaram na literatura para o cálculo da meia vida destas desintegrações nucleares. O objetivo aqui é pôr em destaque as idéias teóricas que serviram de base para a elaboração destes modelos.

Duas diferentes imagens físicas para o processo têm sido utilizadas; de um lado o mecanismo de decaimento é encarado como uma fissão altamente assimétrica, onde o processo de formação dos fragmentos é inerente à deformação nuclear, não sendo possível desvinculá-lo da própria dinâmica dos graus de liberdade coletivos do processo de fissão. Por outro lado, pode-se imaginar um processo de desintegração similar ao decaimento alfa, admitindo que a emissão acontece em duas etapas. A primeira sendo a de pré-formação do fragmento a ser emitido, e a segunda, o tunelamento de uma barreira de potencial por este fragmento. Quer dentro da imagem de uma fissão altamente assimétrica, quer admitindo um processo tipo decaimento nuclear, o cálculo da meia vida necessita do conhecimento da probabilidade de tunelamento da barreira de potencial. Em geral, os cálculos do fator de penetrabilidade de barreira são feitos com a utilização da aproximação wkb para as funções de onda do movimento relativo dos fragmentos. A penetrabilidade

de uma barreira é estabelecida através da expressão

$$\mathcal{P} = \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{2\mu [V(r) - E]} dr \right\} , \quad (\text{II.1})$$

também conhecida como fator de Gamow para a decaimento nuclear, onde $V(r)$ representa o potencial de interação entre os fragmentos. Os limites de integração r_1 e r_2 são os pontos de retorno clássico para o potencial, e μ representa a massa reduzida do sistema. Em geral, a energia E do sistema no processo de separação dos fragmentos é tomada como sendo o valor Q do decaimento nuclear, dado por

$$Q = M(A, Z) - [M(A_1, Z_1) + M(A_2, Z_2)] ,$$

onde A e Z são o número de massa e o número atômico do núcleo pai, e A_1, Z_1, A_2 e Z_2 são o número de massa e o número atômico dos filhos.

Com a penetrabilidade determinada pela eq. II.1, é estabelecida a taxa de desintegração nuclear, λ . Neste ponto, os modelos apresentam algumas características próprias, incluindo ou não fatores de pré-formação, frequências de oscilação dos modos nucleares, ou frequências de assaltos sobre a barreira. A taxa de desintegração nuclear é calculada através da expressão

$$\lambda = \lambda_0 \mathcal{P} . \quad (\text{II.2})$$

com λ_0 sendo um fator que contempla as oscilações e taxas de pré-formação incluídas nos modelos.

Estabelecida a taxa de desintegração nuclear, define-se a meia vida do processo como

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} . \quad (\text{II.3})$$

Seguiremos neste capítulo, fazendo uma breve apresentação de alguns dos principais modelos apresentados recentemente na literatura.

II.1 Modelos Esquemáticos – Barreira Puramente Coulombiana

Com o objetivo de fazer uma primeira estimativa de meias-vidas das desintegrações nucleares, muitos modelos limitaram-se a considerar apenas a penetrabilidade de uma barreira puramente coulombiana, sendo a integral na eq.II.1 feita a partir da configuração onde os fragmentos estão completamente formados. O surpreendente neste caso é que, mesmo na simplicidade destes tratamentos, quando comparados a alguns dados experimentais existentes, os resultados obtidos são razoavelmente bons. O potencial coulombiano é o de cargas punctiformes, e em alguns casos, levam em conta ainda um potencial centrífugo. Desta forma, o potencial no modelo é dado por

$$V = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} + \frac{\hbar^2 \ell(\ell + 1)}{2\mu r^2}, \quad (\text{II.4})$$

É importante notar que a definição do raio nuclear é fundamental nestes modelos esquemáticos. Em alguns casos funcionam até mesmo como parâmetros livres do modelo. Rose e Jones^[4] por exemplo, usaram este tipo de abordagem com a integral de Gamow estendendo-se desde $R = r_0 \left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3} \right)$, até o segundo ponto de retorno ($r_c = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{Q}$). Os cálculos foram realizados com três valores diferentes para r_0 : 1.15, 1.20 e 1.25 fm. A diferença que ainda permanecia entre os valores estimados para a taxa das desintegrações nucleares raras e do decaimento alfa, e aqueles valores obtidos experimentalmente, foi atribuída ao fator de pré-formação, λ_0 , visto na eq. II.2.

Recentemente, Barwick^[27] utilizou uma definição tentativa para o fator de pré-formação nos modelos esquemáticos. Foi proposto que se utilizasse uma extensão do cálculo de Tolhoek e Brussaard^[39] para a pré-formação de partícula alfa. Dentro desta abordagem, a probabilidade de formação dos *clusters* seria dada por

$$P = (A_1)^3 \left[\frac{r}{R_p} \right]^{3(A_1 - 1)} \quad (\text{II.5})$$

com A_1 representando o número de massa do *cluster*, r seu raio e R_p o raio do núcleo pai da desintegração nuclear. A figura II.1 mostra o resultado da expressão acima em linhas cheias. Os círculos e triângulos cheios são valores de pré-formação necessários para que os resultados dos modelos esquemáticos, com diferentes definições de raios nucleares, sejam levados a um bom acordo com os dados experimentais.

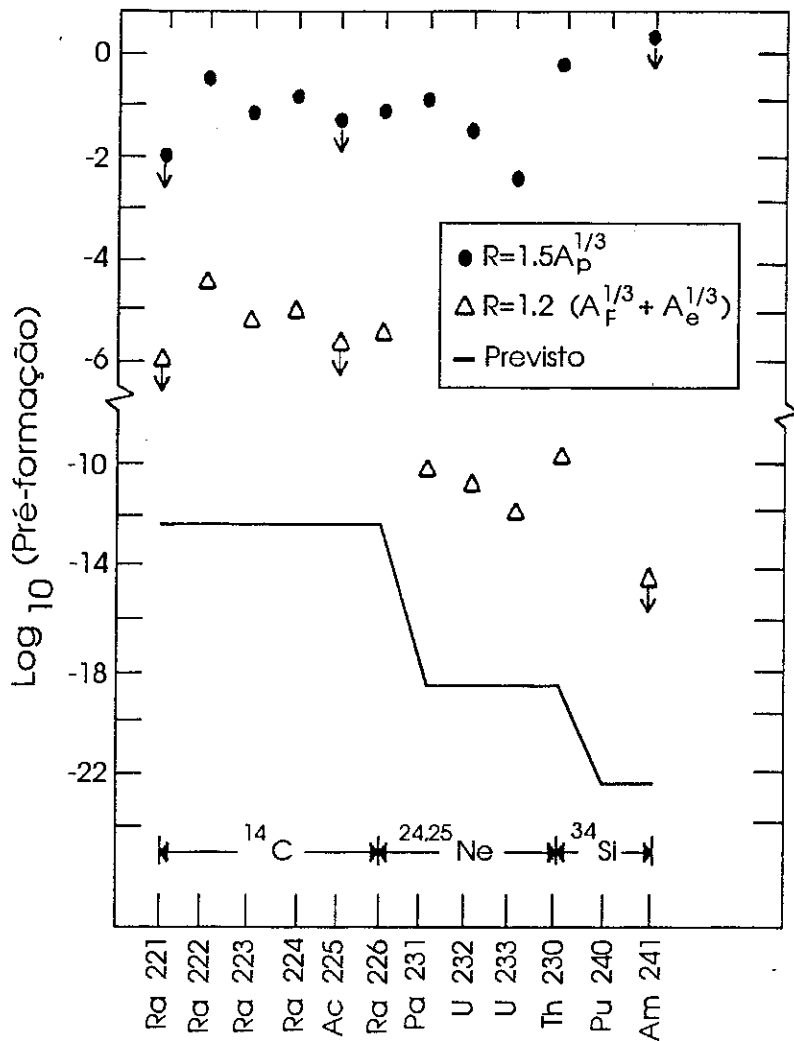


Figura II.1: Valores de pré-formação segundo Tolhoek e Brussaard. A linha foi obtida com o uso de $P = (A_1)^3 \left[\frac{r}{R_p} \right]^{3(A_1 - 1)}$ enquanto que os valores plotados (círculos e triângulos) representam o valor do pré-fator necessário para trazer as estimativas teóricas com modelos esquemáticos à um acordo com os valores medidos experimentalmente. Os círculos cheios representam os valores de pré-formação para o modelo com poço quadrado nuclear com uma extensão de $R = 1.5 A_p^{1/3}$. Os triângulos são os valores de pré-formação para um poço com $R = 1.2(A_{filho}^{1/3} + A_{cluster}^{1/3})$. Extraída da ref. [27]

Outro modelo nesta mesma linha esquemática para o cálculo foi proposto por de Carvalho *et. al.*^[5]. Também neste modelo, considera-se que o núcleo pai desintegra-se em dois núcleos filhos, com energia cinética dos fragmentos igual ao valor Q . Isto é, a desintegração nuclear acontece deixando os produtos em seus respectivos estados fundamentais. Leva-se em conta para o cálculo da taxa de desintegração nuclear um fator de frequência de assaltos à barreira, calculado semi-classicamente por

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= \frac{v_1 + v_2}{2(C_1 + C_2)} \\ &= \frac{\sqrt{Q/\mu}}{(C_1 + C_2)} ,\end{aligned}\quad (\text{II.6})$$

onde C_1 e C_2 são respectivamente os raios centrais do *cluster* e do filho maior da desintegração nuclear. O *cluster* com velocidade $v_1 + v_2$ em relação ao filho maior, alcança a parede interna do núcleo pai com uma frequência λ_0 . Utiliza-se $\mu = M_1 M_2 / (M_1 + M_2)$ como massa reduzida do sistema, sendo M_1 e M_2 as massas dos núcleos filhos da desintegração nuclear.

A penetrabilidade é calculada analiticamente fazendo uso da (Eq. II.1), onde $r_1 = c = C_1 + C_2$, obtendo-se a expressão para a meia vida

$$T_{1/2} = 3.16 \times r_1 \sqrt{\frac{\mu}{Q}} \times 10^{[(G/\ln 10) - 30]} ,\quad (\text{II.7})$$

onde

$$\begin{aligned}G &= 0.62994397 \times Z_1 Z_2 \sqrt{\frac{\mu}{Q}} F_0 , \\ F_0 &= \arccos(c/d)^{1/2} - [c/d - (c/d)^2]^{1/2} .\end{aligned}$$

onde d é o ponto de retorno externo.

Os resultados para as meias vidas de emissão do ^{14}C pelos isótopos do Rádío estão em bom acordo com os experimentos, isto é, apresentam uma discrepância de, no máximo, duas ordens de grandeza em relação aos dados.

II.2 Modelo de *Cluster*

Também aqui supõe-se que o núcleo pai, de número de massa A , esteja em uma configuração onde um *cluster*, de número de massa A_1 , apresenta-se pré-formado^[9]. A interação nuclear entre o *cluster* e o filho maior, de massa A_2 , é estabelecida através da convolução das funções de distribuição de nucleons com um potencial nucleon-nucleon. O resultado desta convolução é ajustado numericamente à forma analítica com a utilização de alguns parâmetros. Resulta então, a seguinte forma analítica

$$V_{Nuc} = -V_0 \times \frac{[1 + \cosh(\frac{R}{a})]}{[\cosh(\frac{r}{a}) + \cosh(\frac{R}{a})]} , \quad (\text{II.8})$$

onde V_0 é a profundidade do potencial na origem, R , o parâmetro de extensão do poço de potencial, a , a difusibilidade e r é a variável de separação entre os centros geométricos dos fragmentos. Os valores utilizados para os parâmetros a e R foram

$$\begin{aligned} a &= 0.75 \text{ fm} , \\ R &= 1.04 \left(A_1^{2/3} + A_2^{2/3} \right)^{1/2} \text{ fm} . \end{aligned}$$

O potencial nuclear é acrescido do potencial Coulombiano e do potencial centrífugo, sendo finalmente o potencial de interação entre os núcleos filhos da desintegração nuclear, dado por

$$V_T(r) = V_{Nuc}(r) + V_{Coul}(r) + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\ell(\ell + 1)}{r^2} , \quad (\text{II.9})$$

onde μ é a massa reduzida do sistema definida como no modelo de de Carvalho *et. al.*. O potencial de Coulomb, V_{Coul} , é tomado dentro da aproximação monopolar (cargas punctiformes), e V_{Nuc} é o potencial de interação nuclear, explicitado na eq. II.8.

Com o cálculo da meia vida dentro desta aproximação, o que se observa é que a concordância com o valor experimental é maior para núcleos pai do tipo par-par que do tipo par-ímpar ou ímpar-par. Os autores argumentam que este tipo de desintegração não necessariamente ocorre do estado fundamental do núcleo pai para o estado fundamental dos fragmentos filhos desta desintegração. Como acontece para o decaimento alfa, o núcleo filho ímpar-par prefere na maioria das vezes, um nível excitado de energia, e isto sugere que o mesmo possa acontecer para as desintegrações nucleares raras. Buck *et. al.*^[9] alteraram o valor da energia disponível para a desintegração nuclear rara de um núcleo par-ímpar, mostrando que a inclusão do nível excitado de energia do núcleo filho maior traz os resultados do modelo para valores em melhor acordo com os dados experimentais.

II.3 Modelo Numérico de Fissão Super-Assimétrica (NSAFM)

Com a comprovação experimental da desintegração nuclear do Ra^{223} em C^{14} e Pb^{209} por diferentes laboratórios, foi proposto um modelo mais elaborado^[40, 41, 42] para o cálculo da meia vida destas desintegrações nucleares raras. Este trabalho, inspirado na fissão nuclear, faz uso de um potencial de deformação obtido pela convolução da distribuição de nucleons com um potencial de interação nucleon-nucleon do tipo Yukawa adicionada a uma forma Exponencial. Com esta formulação foram feitas estimativas da meia vida das desintegrações nucleares envolvendo a emissão de *cluster* com número de massa $A < 40$. O resultado numérico para uma forma típica do potencial de interação nuclear neste modelo é mostrado na figura II.2.

A meia vida é calculada como nos outros modelos, determinando-se o fator de Gamow para a penetrabilidade segundo a Eq. II.1. Neste modelo, introduz-se uma frequência de assaltos

$$\lambda_0 = \frac{2E_\nu}{h} , \quad (\text{II.10})$$

onde E_ν é a energia de ponto zero e h a constante de Planck. O valor da energia de ponto zero é considerado constante

$$E_\nu = 0.51 \text{ MeV} \quad (\text{II.11})$$

Na fig. II.1 o valor Q' é o valor Q acrescido da energia de ponto zero.

A introdução da energia de ponto zero para o movimento relativo dos fragmentos faz com que a taxa das desintegrações nucleares raras em relação ao decaimento alfa seja dada por

$$\begin{aligned} B &= \frac{T}{T_\alpha} \\ &= \frac{E_\nu}{E_\nu^\alpha} \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_\alpha} , \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

com \mathcal{P} e \mathcal{P}_α sendo as integrais de Gamow para a desintegração nuclear rara e o decaimento alfa respectivamente. Como a razão entre as energias de ponto zero não é conhecida, esta razão torna-se um parâmetro livre do modelo.

II.4 Modelo Analítico de Fissão Super-Assimétrica (ASAFM)

Com o objetivo de estabelecer uma maior eficiência no cálculo e, desta forma, permitir a utilização do modelo para averiguar a ocorrência de desintegrações nucleares

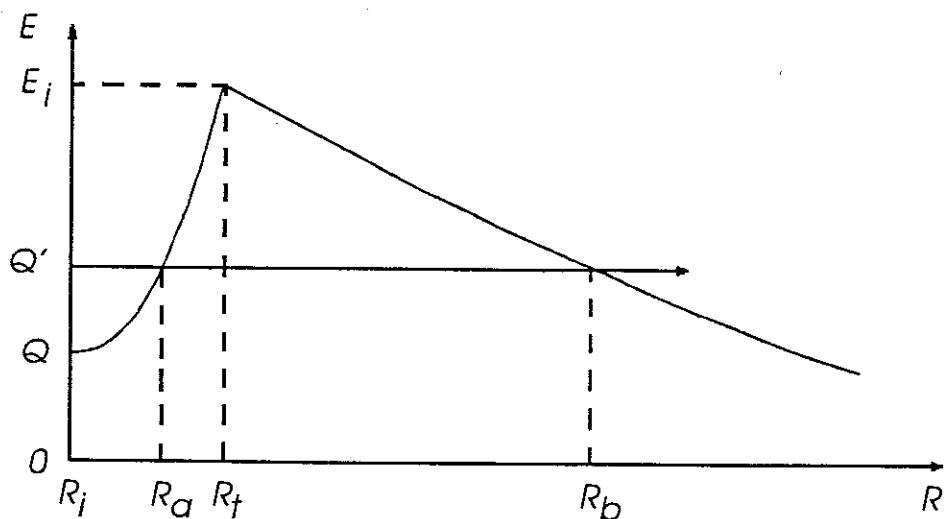


Figura II.2: Potencial obtido numericamente no NSAFM. Na figura R_i é o raio do núcleo pai na configuração inicial, R_a é o primeiro ponto de retorno, R_t é o ponto de contato externo dos fragmentos filhos do decaimento, R_b é o segundo ponto de retorno, R é a separação entre os centros geométricos, Q é a energia disponível do canal de decaimento, Q' é a energia disponível acrescida do valor da energia de ponto zero, e E_t é o valor do potencial para a configuração correspondente a situação de contato externo.

raras para um grande número de possíveis núclídeos emissores (~ 2000 núclídeos), o modelo de fissão super-assimétrica^[43] foi reformulado de forma a permitir o cálculo analítico. Isto é feito utilizando-se uma forma parabólica na coordenada de separação entre os fragmentos, R , para o potencial na fase que antecede a cisão do sistema (vide fig.II.2). Assim, o potencial é estabelecido da seguinte forma

$$V(R) \simeq \begin{cases} Q + (E_\nu - Q) [(R - \bar{R}) / (R_t - \bar{R})]^2, & R \leq R_t \\ (Z_1 Z_2 e^2) / R + [\ell(\ell + 1) \hbar^2] / (2\mu R^2) & R \geq R_t \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

onde utiliza-se o valor de E_ν constante dado pela Eq. II.11, numa primeira formulação do modelo. Na equação II.13, $\bar{R} = R_p - R_1$ e $R_t = R_1 + R_2$, com R_1 e R_2 os raios dos núcleos produtos da desintegração nuclear.

Com este potencial nuclear estabelece-se a expressão para a meia vida da desintegração nuclear

$$T_{1/2} = \frac{1.433 \times 10^{-21}}{E_\nu} \times \exp(K_{ov} + K_s) \quad (\text{II.14})$$

onde K_{ov} e K_s são as integrais de Gamow para a região de interseção dos fragmentos (*overlapping*) e a região pós-cisão, respectivamente.

Como mostra a equação II.13, neste modelo, contempla-se também a barreira centrífuga devida ao momento angular orbital dos fragmentos. Contudo, neste modelo o efeito da barreira centrífuga na meia vida é significativo apenas para a emissão de fragmentos muito leves (núcleos alfa) ou nucleons isolados (prótons e/ou nêutrons).

Este modelo não levou em conta a deformação dos fragmentos, considerando-os esféricos em seu estado final. A energia E_ν , em utilizações posteriores foi considerada como um parâmetro de ajuste dos cálculos, com o intuito de obter-se a minimização do



desvio médio quadrático para a meia vida

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\log T_i - \log T_i^{exp})^2} .$$

Para a emissão de *cluster* mais pesados como, por exemplo, o ^{24}Ne ou o ^{34}Si , Poenaru *et. al.*^[44] tentaram relacionar o parâmetro E_ν com o número de massa do *cluster*, A_1 , estabelecendo a seguinte expressão empírica

$$E_\nu = 0.51 \frac{A_1}{4} \text{ MeV} . \quad (\text{II.15})$$

Mais tarde, para minimizar o valor do desvio médio quadrático, reformulou-se a expressão da energia de ponto zero, expressando-a em termos do valor Q do decaimento^[27]

$$E_\nu = Q \times \left[0.056 + 0.039 \times \exp\left(\frac{4 - A_1}{2.50}\right) \right] ,$$

com $Q > 0$ e $A_1 > 4$. O efeito de emparelhamento entre nucleons no interior do núcleo pai foi considerado pela introdução de um fator de correção^[44], dado por

$$E'_\nu = E_\nu \times \begin{cases} 1.105 & \text{par - par} \\ 0.947 & \text{par - impar} \\ 1.000 & \text{impar - par} \\ 0.789 & \text{impar - impar.} \end{cases}$$

Em outro trabalho, Barwick^[27] alterou mais uma vez o valor de E_ν , levando em

consideração também efeitos devido a carga do *cluster* emitido. Isto resultou na expressão

$$E_\nu = Q \times \begin{cases} \left(0.172 Z_1^{-1/2}\right) - 0.026 \exp(1.6 - 0.4 A_1) ; & \text{par - par} \\ \left(0.127 Z_1^{-1/2}\right) - 0.009 \exp(1.6 - 0.4 A_1) ; & \text{par - impar} \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

A utilização desta expressão conduziu à resultados teóricos em boa concordância com os dados experimentais, já que a expressão II.16 levou a um desvio médio quadrático nos logaritmos das meias vidas das desintegrações da ordem de 2.5.

II.5 Modelo de Pic-Pichak

Este é outro modelo em que o processo é descrito como uma fissão altamente assimétrica^[8]. A parametrização geométrica para a deformação é feita por uma forma elipsoidal para o núcleo pai no início do processo e o filho maior, enquanto que o fragmento mais leve mantém-se sempre na forma esférica.

De maneira oposta ao que foi visto nos modelos anteriores, a massa reduzida é agora função da separação espacial entre os centros de massa dos fragmentos. Esta é obtida a partir da determinação da energia cinética do sistema, quando é levado em conta o campo de velocidade extraído da equação da continuidade na aproximação de Werner-Wheeler para o escoamento do fluido nuclear. A massa reduzida assim obtida fornece valores que no início do processo são muito maiores (cerca de três vezes maior) que a massa reduzida constante de outros modelos, tendendo para este valor à medida que o sistema aproxima-se do ponto de cisão.

O potencial a que estão submetidos os dois fragmentos é definido distintamente

para cada fase do processo de separação. Na região de pós-cisão, considera-se apenas o potencial de Coulomb entre o elipsóide deformado (filho maior) e o esferóide (*cluster*), ambos com densidade de carga uniforme. Quando o filho maior é prolato, o potencial coulombiano é dado por

$$V(R_L) = \frac{3}{2} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_1 (c_1^2 - 1/c_1)^{1/2}} \left\{ \frac{1 - \nu^2}{2} \ln \frac{\nu + 1}{\nu - 1} + \nu \right\} - Q \quad , \quad (\text{II.17})$$

onde R_L é a separação entre os centros de massa das partes do sistema, e

$$\nu = \frac{R_L}{R_1 \left(c_1^2 - \frac{1}{c_1} \right)^2} \quad ,$$

com c_1 sendo o semi-eixo de simetria do elipsóide de revolução.

Para o caso do filho maior ser oblato, o potencial Coulombiano vale

$$V(R_L) = \frac{3}{2} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_L} \left\{ \nu (1 + \nu^2) \operatorname{arctg} \nu^{-1} - \nu^2 \right\} - Q \quad . \quad (\text{II.18})$$

Para a região de pré-cisão, a energia de interação é aproximada por uma soma entre uma forma polinomial cúbica e outra quadrática. Assim, o potencial para $R_L \leq R_L^{cis}$ (coordenada do ponto de cisão), fica

$$V(R_L) = -E_\nu + (E_C^{cis} + E_\nu - Q) f(k, p) \quad , \quad (\text{II.19})$$

onde as formas cúbica e quadrática são dadas pela função

$$f(k, p) = (1 + k) p^2 - k p^3 \quad ,$$

onde R_L^C é o ponto de retorno mais externo para a barreira coulombiana. Para o caso de desintegrações nucleares raras ocorridas com produtos duplo mágicos ou mágicos, estes fragmentos emitidos são esféricos, e S_C toma a forma

$$S_C = (2\mu Z_1 Z_2 e^2) \left\{ \frac{\pi}{2\lambda} - \lambda(1 - \lambda)^{1/2} - \arcsin \lambda \right\} , \quad (\text{II.22})$$

onde

$$\lambda = \left[\frac{Q R_L^{Cis}}{Z_1 Z_2 e^2} \right]^{1/2} .$$

e e é a carga do elétron.

O cálculo realizado com esta barreira de potencial para o caso esférico ofereceu resultados concordantes com os experimentais dentro de uma faixa de erro de, no máximo, duas unidades nos logaritmos das meias vidas.

II.6 Modelo de Shi e Swiatecki

Uma outra tentativa de unificação dos processos de desintegrações super-assimétricas, de decaimento alfa, e de fissão simétrica, é apresentada no modelo desenvolvido por Shi e Swiatecki^[6]. Como tentativa, uma lei de potência semi-empírica é utilizada para o potencial nuclear durante a fase molecular do sistema dinuclear. Assim temos

$$V_N = a (L - L_c)^\nu , \quad L_0 \leq L \leq L_c , \quad (\text{II.23})$$

onde L é a coordenada que mede a maior dimensão longitudinal do sistema; L_c , a soma dos diâmetros dos fragmentos; e L_0 , o diâmetro do núcleo pai. Os coeficientes a e ν são

com k sendo o parâmetro de peso entre a função quadrática e a cúbica, e p , uma variável expressa em termos da separação entre os centros de massa dos fragmentos por

$$p = \frac{R_L - R_L^{(1)}}{R_L^{cis} - R_L^{(1)}} ,$$

onde $R_L^{(1)}$ é o valor da separação entre os centros de massa dos fragmentos quando ocorre a completa interpenetração. Na equação II.19 ainda, E_ν é a energia de ponto zero e $E_C^{cis} = V(R_L^{cis})$ é o potencial de Coulomb no ponto de cisão.

A equação de Schroedinger para a parte radial na variável R_L fica

$$-\frac{\hbar^2}{2\sqrt{M(R_L)}} \frac{d}{dR_L} \frac{1}{\sqrt{M(R_L)}} \frac{d\Psi}{dR_L} + V(R_L) \Psi(R_L) = E \Psi(R_L) . \quad (\text{II.20})$$

A meia vida (τ) é obtida através da expressão

$$\ln \tau = \ln \left(2\pi \sqrt{\frac{M_0}{C}} \right) + \frac{2}{\hbar} S_N + \frac{2}{\hbar} S_C , \quad (\text{II.21})$$

onde M_0 é a massa do núcleo pai, \hbar é a constante de Planck dividida por 2π , e C é definido em termos da energia de ponto zero como

$$E_\nu = \hbar \sqrt{\frac{C}{M_0}} .$$

S_N e S_C são definidos por

$$S_N = \int_{R_L^{(1)}}^{R_L^{cis}} \sqrt{2M(R_L) V(R_L)} dR_L ,$$

$$S_C = \int_{R_L^{cis}}^{R_L^C} \sqrt{2\mu V(R_L)} dR_L .$$

determinados de acordo com as condições de continuidade do potencial e sua derivada no ponto $L = L_c$. É assumido para o raio nuclear dos fragmentos e do núcleo pai, o raio nuclear central (raio onde a densidade nuclear cai à metade de seu valor máximo), C , dado por

$$C \simeq R - \left(\frac{b^2}{R} \right) ,$$

com

$$R = r_0 A^{1/3} - 0.76 + 0.8 A^{-1/3} \text{ fm} , \quad (\text{II.24})$$

onde A é o número de massa do núcleo, b a difusibilidade da superfície nuclear ($b \approx 1 \text{ fm}$) e $r_0 = 1.28 \text{ fm}$. O ponto de separação dos fragmentos, L_c , é considerado como a soma dos diâmetros médios dos fragmentos filhos, $L_c = 2C_1 + 2C_2$.

O potencial no modelo de Shi e Swiatecki é dado por

$$V(r, L) = Q + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} + V_p(L) , L > L_c , \quad (\text{II.25})$$

onde $r = L - C_1 - C_2$ e V_p é o potencial de proximidade de Blochi^[45] *et. al.**.

O modelo considera, para a região de pós-cisão, uma barreira de potencial constituída por um potencial coulombiano monopolar acrescido de um potencial de proximidade. Este potencial de proximidade é introduzido mediante a argumentação de que a matéria nuclear não é uniforme em todo o volume do núcleo, devido a difusibilidade de

*Segundo Blochi e colaboradores^[45], a força entre dois objetos curvos em contato é proporcional ao potencial por unidade de área de duas superfícies achatados do mesmo material, sendo o termo de proporcionalidade um fator geométrico.

sua superfície. Desta forma, o potencial de proximidade nuclear é incorporado ao cálculo do fator de penetrabilidade de Gamow.

Neste trabalho é feita a consideração de que a frequência de assaltos sobre a barreira é a mesma para a desintegração nuclear rara e para o decaimento alfa. Sendo assim, a razão entre as penetrabilidades fornece diretamente a taxa da desintegração nuclear rara em relação ao decaimento alfa (*branching ratio*). Contudo, cálculos feitos para todos os emissores alfa que vão do Po ao Fm fornecem sistematicamente resultados de cerca de uma ordem de grandeza acima daqueles observados experimentalmente, para a taxa da desintegração nuclear rara em relação ao decaimento alfa.

Uma das tentativas de melhorar os resultados do modelo consistiu na introdução de efeitos de deformação nuclear. Neste caso, tanto o nuclide pai quanto o filho maior possuem uma deformação elipsoidal^[46]. O efeito líquido da deformação é então reduzir levemente a taxa da desintegração nuclear rara em relação ao decaimento alfa, mostrando que a inclusão da deformação acarreta em uma melhora do modelo em relação aos resultados experimentais inferior a uma ordem de grandeza.

Petrascu, Buta e Simion^[47] substituíram a lei de potência pela lei de potência com um fator exponencial

$$V_N = a (L - L_c)^\nu \exp [\nu (L - L_c)^2] \quad L_0 < L < L_c \quad (\text{II.26})$$

A introdução deste fator é justificada fisicamente como decorrência de flutuações na densidade de matéria nuclear que inibem a formação de *cluster*. Observe que em pontos próximos a L_0 , o potencial de Shi e Swiatecki fica amplificado e a meia vida para o decaimento alfa é superestimada com a inclusão deste fator exponencial no potencial.

Por outro lado, verificou-se posteriormente^[6] que uma simples alteração no valor de r_0 na equação II.24 consegue ser eficiente no sentido de melhorar os resultados do modelo.

Assim, a mudança no valor de r_0 ($r_0 = 1.28$), para o valor utilizado na referência [48], $r_0 = 1.335$, conduziu os resultados de meia vida a uma melhor concordância com os valores experimentais.

Para finalizar este capítulo, apresentamos duas tabelas que resumem as principais características dos modelos aqui mencionados.

Tabela II.1: Modelos tipo fissão, isto é, os modelos influenciados pelas idéias da teoria de fissão.

	Inércia do mov. relativo	Geom. dos fragmentos	Potencial de pré-cisão	Potencial de pós-cisão	En. p ^{to} zero
ASAFM	$\mu = c^{te}$	Nuc. Esf.	Quadrático	V_C	$E_\nu = f(Q, A)$
NSAFM	$\mu = c^{te}$	Esfér. Superf. Difusa.	$\int \int \rho \rho' V_{nn}(\vec{r} - \vec{r}')$	V_C	$E_\nu = 0.51 \text{ MeV}$
Shi e Swi.	$\mu = c^{te}$	Esfér. ^[6] Elips. ^[46]	Lei de Pot.	$V_p + V_C$	—
Pic-Pichak	$m(r) = f(r)$	Elips.	Quad. + Cub.	V_C	$E_\nu \simeq 2 \text{ MeV}$
<i>Cluster</i>	$\mu = c^{te}$	Esférica	$\int \int \rho \rho' V_{nn}(\vec{r} - \vec{r}')$	V_C	—

Tabela II.2: Modelos tipo desintegração alfa, isto é, modelos que supõe um *cluster* pré-formado, calculando-se o tunelamento de uma barreira de potencial.

	Inércia mov. rel.	Geom. dos fragmentos	Potencial de pré-cisão	Potencial de pós-cisão	Pré Fator
Rose e Jones	$\mu = c^{te}$	Nuc. Esf.	—	$\frac{Z_1 Z_2 e^2}{r^2} + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2}$	Parâm. Ajuste.
Barwick	$\mu = c^{te}$	Nuc. Esf.	—	$\frac{Z_1 Z_2 e^2}{r^2} + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2}$	$P = (A)^3 \left[\frac{r}{R} \right]^{3(A-1)}$
de Carvalho	$\mu = c^{te}$	Nuc. Esf.	—	$\frac{Z_1 Z_2 e^2}{r^2} + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2}$	$\lambda_0 = \frac{v_1 + v_2}{2(C_1 + C_2)}$

CAPÍTULO III

MODELO DE PRÉ-CISÃO PARA DESINTEGRAÇÕES NUCLEARES RARAS

Neste capítulo, que é a parte central do presente trabalho, apresentamos um modelo que descreve a fase de contato dos fragmentos quando inicia-se o processo de deformação do núcleo pai. Denominaremos adiante esta fase de fase de pré-cisão. No capítulo anterior observamos que os modelos que utilizam uma interação entre os fragmentos para esta fase não justificam satisfatoriamente esta interação^[6, 46]. Em alguns casos, a função que descreve o potencial é estabelecida *ad hoc*, e seus parâmetros são fixados pela mera continuidade da função e sua primeira derivada, na junção com o potencial de pós-cisão. Em outros casos^[9, 7], a interação é introduzida por intermédio de uma função pré-estabelecida que se ajuste ao resultado da convolução (*folded*) da densidade nuclear com um potencial nucleon-nucleon. Sendo assim, fica a interação entre os fragmentos estabelecida como sendo a superposição de interações nucleon-nucleon isolados. Neste último caso, a proposta é, em última análise, um modelo para a interação nucleon-nucleon com vários parâmetros a ajustar.

No presente trabalho apresentamos um modelo com expressões analíticas para os potenciais, essencialmente livre de parâmetros, onde são contempladas de forma explícita no cálculo da penetrabilidade de barreira as interações coulombiana e nuclear entre os fragmentos.

III.1 Apresentação do Modelo

Inicialmente, devemos fixar a evolução geométrica da forma dos fragmentos. Neste ponto, o modelo é bastante simples, considerando que no estado inicial do sistema o núcleo pai tem forma esférica e desintegra-se em dois filhos também esféricos no estado final. Durante a fase de pré-cisão os fragmentos em formação são considerados como calotas esféricas em contato por um círculo de base comum, através do qual pode-se estabelecer uma transferência de massa e carga entre as partes do sistema.

Quatro coordenadas geométricas ζ , ξ , R_2 e R_1 , como mostra a figura III.1, especificam o estado do sistema durante esta fase. As coordenadas R_1 e R_2 são, respectivamente, os raios das calotas que originam o *cluster* e o fragmento maior. A coordenada ζ é a distância entre os centros geométricos das calotas* e ξ representa a distância do centro do fragmento maior ao plano do círculo de base (vide figura III.1). Portanto, o sistema apresenta-se nesta fase com quatro graus de liberdade a princípio independentes, que definem sua deformação.

O cálculo da meia vida dos decaimentos, que é o objetivo final a que se propõe o modelo, envolve a determinação da penetrabilidade de barreira, feita através da utilização da aproximação *wkb* para a função de onda. Para continuar com o cálculo convencional da penetrabilidade de barreira, somos levados a uma eliminação dos graus de liberdade do sistema, de forma a reduzir o problema ao caso unidimensional. Neste sentido, imporemos restrições através de relações de vínculos que devem ser respeitadas na evolução dinâmica do sistema. A primeira delas, resultante da consideração da incompressibilidade da matéria nuclear, é a manutenção do volume total do sistema.

O volume do sistema nesta fase é dado pela soma dos volumes das calotas, ou seja

*Entendemos por centros geométricos das calotas os centros das esferas das quais as calotas são uma secção. Esta nomenclatura será adotada daqui em diante neste trabalho.

$$V = \frac{\pi}{3} \{2(R_1^3 + R_2^3) + 3[R_1^2(\zeta - \xi) + R_2^2 \xi] - [(\zeta - \xi)^3 + \xi^3]\} \quad (III.1)$$

A manutenção do volume é então estabelecida pela equação

$$2(R_1^3 + R_2^3) + 3[R_1^2(\zeta - \xi) + R_2^2 \xi] - [(\zeta - \xi)^3 + \xi^3] = 4 R_p^3 \quad (III.2)$$

onde R_p é o raio do núcleo pai na configuração inicial.

Outro vínculo que pode ser estabelecido para evolução do sistema dentro do modelo é representado pela condição geométrica de que o círculo de base é comum às duas calotas que, através dele, mantêm-se em contato. A relação que estabelece este vínculo pode ser escrita como

$$R_1^2 - (\zeta - \xi)^2 = R_2^2 - \xi^2 \quad (III.3)$$

Os vínculos representados pelas equações III.2 e III.3 devem eliminar dois dos quatro graus de liberdade do sistema. Para finalmente reduzirmos o problema à situação unidimensional imporemos que o raio da calota que origina o *cluster* seja constante durante todo o processo. Isto é, imporemos que

$$R_1 = \bar{R}_1 = c^{te} \quad (III.4)$$

com \bar{R}_1 o valor do raio do *cluster* no estado final.

A barreira de potencial em nosso modelo, a exemplo dos cálculos de fissão, será considerada como uma soma entre o termo coulombiano e o termo de superfície que passaremos a discutir na próxima seção.

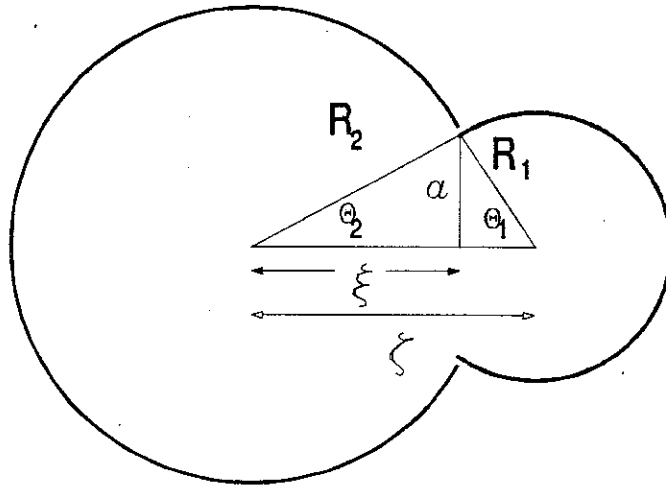


Figura III.1: Representação geométrica da evolução da forma dos fragmentos.

III.2 Potenciais no Modelo

Apresentaremos aqui as expressões analíticas para os potenciais que compõem a barreira de potencial empregada em nosso cálculo da penetrabilidade para a determinação das taxas dos decaimentos.

◇ Potencial Coulombiano

A determinação da energia coulombiana para a fase molecular dos fragmentos não é imediata. O sistema afasta-se da simetria esférica, preservando apenas a simetria axial, que é a única simetria que pode auxiliar na resolução do problema eletrostático que se coloca. Na década de setenta, uma solução analítica para a equação de Poisson com uma distribuição de carga uniforme, encerrada por uma geometria idêntica a do nosso modelo, foi publicada por M. Gaudin^[11]. Neste trabalho, a solução analítica é obtida graças a escolha adequada do sistema de coordenadas (coordenadas toroidais), de forma a acomodar as condições de contorno para a energia potencial coulombiana do sistema. No presente trabalho adotaremos o cálculo acima referido para a energia coulombiana durante a fase de pré-cisão.

Esta expressão da energia coulombiana é dada em termos de um fator de forma ε , função dos parâmetros angulares τ_1 e τ_2 e do raio do círculo de base comum às duas calotas, a . Explicitamente,

$$V_C = \frac{8}{9} \pi a^5 \varepsilon(-\tau_1, \tau_2) \rho_c \quad (\text{III.5})$$

onde ρ_c é a densidade homogênea de carga do sistema.

O fator ε é apresentado em termos de outras funções, f e g , dos parâmetros angulares τ_1 e τ_2 , ou seja

$$\begin{aligned} \varepsilon(x_1, x_2) = & \left(\frac{1}{\sin^2 x_2} - \frac{1}{\sin^2 x_1} \right) \left[\frac{f(x_2)}{\sin^2 x_2} - \frac{f(x_1)}{\sin^2 x_1} \right] - \\ & (\cotg x_2 + \cotg x_1) \left[\frac{f'(x_2) + \frac{\pi}{4}}{\sin^2 x_2} + \frac{f'(x_1) + \frac{\pi}{4}}{\sin^2 x_1} \right] + \\ & \frac{1}{\sin^2 x_1 \sin^2 x_2} \left[f(x_1 + x_2) + \frac{1}{3} \sin^2(x_1 + x_2) \right] + \\ & \frac{\pi}{8} [g(x_1) + g(x_2)] \quad , \end{aligned}$$

onde x_1 e x_2 desempenham o papel das variáveis angulares correspondentes a cada configuração, sendo utilizadas as funções auxiliares

$$f(x) = 1 - x \cotg x - \frac{\pi}{2} \operatorname{tg} \frac{x}{2},$$

$$f'(x) + \frac{\pi}{4} = \frac{2x - \sin(2x)}{2 \sin^2 x} - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} \text{ e}$$

$$g(x) = \frac{1}{10} \operatorname{tg} \frac{x}{2} \left(15 + 10 \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} + 3 \operatorname{tg}^4 \frac{x}{2} \right) + \frac{2}{\sin^3 x}.$$

com x sendo os diferentes argumentos destas funções, que comparecem na expressão de ε . As variáveis angulares τ_1 e τ_2 são definidas como

$$\tau_1 = \theta_1 - \pi$$

$$\tau_2 = \theta_2 - \pi.$$

onde θ_1 e θ_2 são os ângulos mostrados na figura III.1.

Observamos que a densidade homogênea de carga, ρ_c , é constante ao longo dos diferentes estágios do processo de formação dos fragmentos. Isto porque estamos estabelecendo o vínculo de manutenção do volume total do sistema. Vale salientar que a carga total de cada fragmento em formação varia, uma vez que os volumes das calotas mudam. Esta variação da carga total de cada fragmento em formação é interpretada como resultado da transferência de carga estabelecida através do círculo de base. Com a utilização da expressão de Gaudin para o potencial coulombiano este efeito de troca de carga já está automaticamente contemplado.

Observe que a expressão para a energia coulombiana de Gaudin reduz-se, no limite em que o volume da calota que origina o *cluster* aproxima-se de zero, à auto-energia

coulombiana de uma esfera de raio R_p , uniformemente carregada com carga $Z_p e$. Ou seja, neste limite, a expressão da energia coulombiana tende para o resultado bem conhecido

$$V_C = \frac{3 Z_p^2 e^2}{5 R_p} , \quad (\text{III.6})$$

isto é, a auto-energia coulombiana do núcleo pai. Este limite é alcançado quando $\zeta \rightarrow \zeta_0 = R_p - R_1$, e a energia coulombiana mantém-se constante e igual ao valor acima para $0 \leq \zeta \leq \zeta_0$. No ponto ζ_0 , tanto a expressão da energia coulombiana como sua derivada são contínuas.

Outro limite notável na expressão de Gaudin é aquele correspondente à situação de iminência de separação dos fragmentos recém formados (esferas tangentes exteriores). Neste caso a expressão fornece a auto-energia coulombiana de duas esferas de raios \bar{R}_1 e \bar{R}_2 uniformemente carregadas, com as respectivas cargas $Z_1 e$ e $Z_2 e$, acrescida da energia coulombiana de interação monopolar (cargas punctiformes) entre elas. Ou seja,

$$V_C = \frac{3}{5} \left(\frac{Z_1^2 e^2}{\bar{R}_1} + \frac{Z_2^2 e^2}{\bar{R}_2} \right) + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\zeta_t} . \quad (\text{III.7})$$

Este limite é alcançado quando $\zeta \rightarrow \zeta_t$, onde $\zeta_t = \bar{R}_1 + \bar{R}_2$ é o ponto de tangência externa. Em ζ_t a expressão da energia coulombiana é ainda contínua, embora sua derivada não o seja, pelo fato de não se considerar a difusibilidade da superfície, ou efeitos devidos à formação de um pescoço que desaparecesse continuamente com a separação das partes do sistema. Em qualquer das duas alternativas estaríamos dificultando em muito o cálculo da energia coulombiana, e sem dúvida, comprometendo o caráter exato de sua solução, obrigando-nos ao emprego de métodos aproximativos. As situações limites acima mencionadas estão analisados com o devido rigor no artigo original de Gaudin⁽¹¹⁾.

No presente trabalho tomamos por empréstimo o resultado de Gaudin para a energia coulombiana apenas expressando-o em termos das coordenadas do nosso modelo, ficando

as variáveis angulares τ_1 e τ_2 da expressão de Gaudin como

$$\tau_1 = \pi - \arccos \frac{\zeta - \xi}{R_1} ,$$

$$\tau_2 = \pi - \arccos \frac{\xi}{R_2} .$$

Observamos que a energia coulombiana de configurações exteriores ($\zeta > \zeta_t$) segue a expressão da equação III.7, com ζ_t assumindo o valor genérico ζ .

Na figura III.2 a curva pontilhada ilustra o potencial coulombiano para as diferentes configurações do sistema, representada pelos valores da coordenada ζ , observadas as condições das equações III.1-III.2.

◇ Potencial de Superfície

A interação nuclear relevante para o problema é aqui representada por um potencial de superfície similar ao potencial de superfície do modelo de gota líquida. A única peculiaridade em nosso potencial de superfície é a maneira pela qual definimos a constante de tensão superficial. Esta nova definição deve-se ao fato de, pela própria característica do modelo (densidade de cargas uniforme), as calotas representativas dos núcleos não apresentarem o caráter leptodérmico do modelo de gota líquida, assemelhando-se apenas à região central do núcleo. Para incluir pelo menos indiretamente as informações da superfície nuclear, adotaremos uma tensão superficial equivalente para estes objetos representativos do núcleo, ficando a energia potencial de superfície dada por

$$V_s = \sigma_{eq} S , \quad (\text{III.8})$$

onde S é a soma das superfícies das calotas, ou seja,

$$S = \pi \{ R_1 [R_1 + (\zeta - \xi)] + R_2 (R_2 + \xi) \} . \quad (\text{III.9})$$

A constante σ_{eq} será determinada considerando-se que o valor Q do canal de desintegração nuclear seja reproduzido pela diferença de energia total entre as configurações inicial e final do sistema. Aqui, a energia total é a soma das energias coulombiana e de superfície. Assim temos

$$\frac{3}{5} \left(\frac{Z_p^2}{R_p} - \frac{Z_1^2}{\bar{R}_1} - \frac{Z_2^2}{\bar{R}_2} \right) + 4\pi\sigma_{eq} (R_p^2 - \bar{R}_1^2 - \bar{R}_2^2) = Q . \quad (\text{III.10})$$

Como o valor Q da desintegração nuclear é obtido a partir das diferenças de massas nucleares experimentais, σ_{eq} definido na equação III.10, carrega informações da superfície nuclear não contempladas explicitamente no modelo. É neste sentido que nos referimos à tensão superficial assim definida como uma tensão superficial equivalente. Desta forma, por exemplo, os efeitos de assimetria sobre a tensão superficial de gota líquida explicitados na expressão^[45]

$$\sigma_{gl} = 0.9517 \left[1 - 1.7826 \left(\frac{N - Z}{A} \right)^2 \right] , \quad (\text{III.11})$$

estão sendo considerados implicitamente em nossa proposta, por intermédio das massas nucleares.

Para fins de comparação, os resultados para σ_{eq} e σ_{gl} dos processos de desintegrações nucleares raras que serão analisados neste trabalho estão ilustrados na tabela III.2. Enquanto os valores de σ_{gl} mantem-se aproximadamente constante para todas as desintegrações nucleares, σ_{eq} é sempre superior a este, e apresenta uma tendência para valores crescentes com o tamanho do *cluster* emitido.

Desintegração	σ_{eq} (MeV/fm ²)	σ_{gl} (MeV/fm ²)
Fr ²²¹ → C ¹⁴ + Tl ²⁰⁷	0.958	0.875
Ra ²²¹ → C ¹⁴ + Pb ²⁰⁷	0.966	0.881
Ra ²²² → C ¹⁴ + Pb ²⁰⁸	0.951	0.879
Ra ²²³ → C ¹⁴ + Pb ²⁰⁹	0.963	0.876
Ra ²²⁴ → C ¹⁴ + Pb ²¹⁰	0.976	0.874
Ra ²²⁶ → C ¹⁴ + Pb ²¹²	0.996	0.869
Th ²³⁰ → Ne ²⁴ + Hg ²⁰⁶	1.079	0.872
Pa ²³¹ → Ne ²⁴ + Tl ²⁰⁷	1.072	0.875
U ²³² → Ne ²⁴ + Pb ²⁰⁸	1.073	0.879
U ²³³ → Ne ²⁴ + Pb ²⁰⁹	1.087	0.877
U ²³³ → Ne ²⁵ + Pb ²⁰⁸	1.083	0.877
Np ²³⁷ → Mg ³⁰ + Tl ²⁰⁷	1.115	0.873
Am ²⁴¹ → Si ³⁴ + Tl ²⁰⁷	1.128	0.876

Tabela III.1: Tensão superficial equivalente versus tensão superficial de gota líquida, dada pela equação III.11, para o núcleo pai da desintegração nuclear.

Na figura III.2, a linha tracejada ilustra a energia de superfície para todos os valores da variável ζ , observadas as condições das equações III.1-III.3.

◇ Potencial Centrífugo

Além da energia de superfície e coulombiana, pode-se levar em conta ainda efeitos devidos a barreira centrífuga

$$V_\ell = \frac{\hbar^2 \ell(\ell + 1)}{2\mu \zeta^2} , \quad (\text{III.12})$$

onde ℓ é o momento angular orbital (em unidades de \hbar), \hbar sendo a constante de Planck dividida por 2π . Nesta expressão μ é a massa reduzida do sistema constituído pelos fragmentos no estado final.

Adiantamos aqui (no próximo capítulo discutiremos com maiores detalhes) que os efeitos do potencial centrífugo sobre a meia vida dos decaimentos não ultrapassam meia ordem de grandeza, isto é, são comparáveis à menor barra de erro com que se apresentam os resultados experimentais.

◇ Potencial Total

A expressão do potencial de deformação do sistema é então obtido pela soma dos potenciais acima mencionados. Para fins de cálculo no modelo, tomamos como referência de potencial a energia correspondente a configuração dos fragmentos infinitamente afastados. Assim, à soma das expressões da energia coulombiana (eq. III.5 ou III.7), com a energia de superfície (eq. III.8), e o potencial centrífugo (eq. III.12), subtraímos o valor constante correspondente à soma das auto-energias coulombiana dos fragmentos com as energias de superfície dos mesmos na região assintótica. Isto é

$$V = V_c + V_s + V_\ell - V_0 . \quad (\text{III.13})$$

com

$$V_0 = \sum_{i=1}^2 \left[\frac{3 Z_i^2 e^2}{5 \bar{R}_i} + 4\pi\sigma_{eq} \bar{R}_i^2 \right], \quad (\text{III.14})$$

onde \bar{R}_i ($i = 1, 2$), representam os raios dos fragmentos quando completamente formados.

Na figura III.2 a linha cheia ilustra o potencial total de deformação sem a inclusão do potencial centrífugo, ou se preferirmos, com $\ell = 0$. Todas as curvas na figura III.2 representam os potenciais já subtraídos do valor de referência, V_0 .

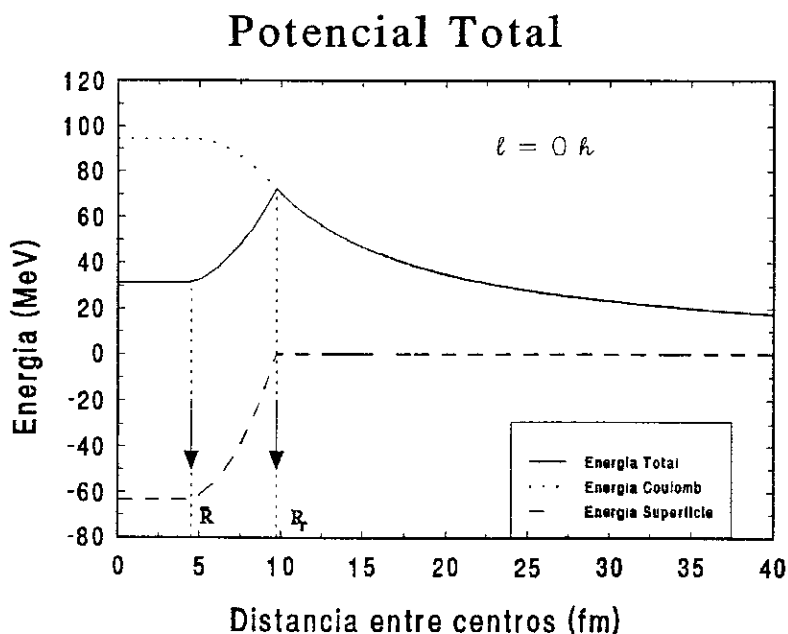


Figura III.2: Potenciais no modelo. A região onde $\zeta \leq \zeta_0$ representa o estado inicial sistema, a região onde $\zeta_0 < \zeta < \zeta_t$ representa a região de pré-cisão e a região onde $\zeta \geq \zeta_t$ representa a fase de pós-cisão.

A figura III.3 mostra a comparação do potencial utilizado em nosso modelo com os de outros trabalhos. Nosso potencial para algumas desintegrações nucleares raras analisadas no presente trabalho é confrontado com o potencial de Shi e Swiatecki^[6] e com o de Poenaru *et. al.*^[49]. Na parte inferior de cada figura, apresenta-se o potencial segundo

nosso modelo para a desintegração alfa do mesmo núcleo pai da desintegração nuclear rara. Em todos os casos foi assumido o valor nulo para o momento angular orbital.

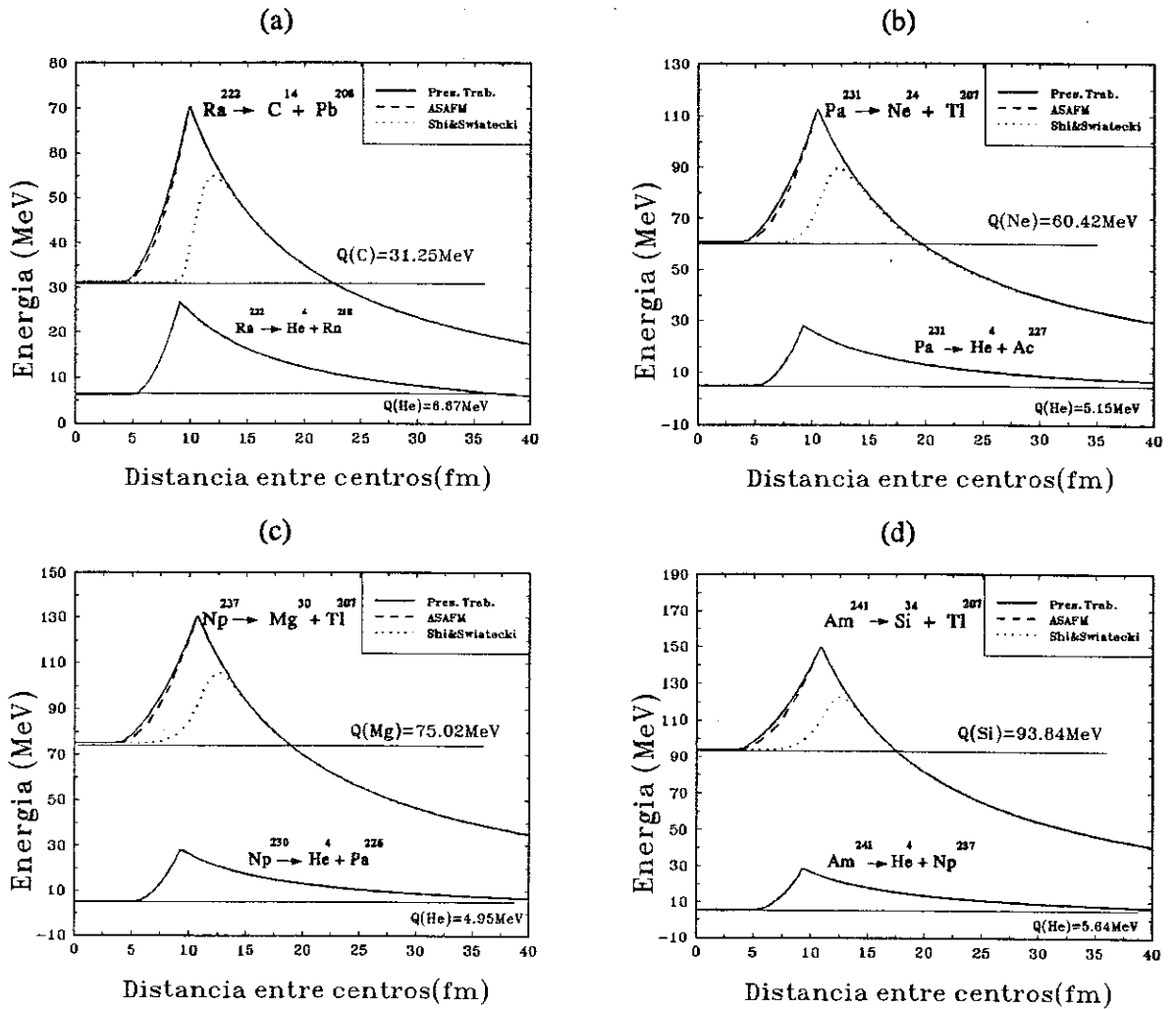


Figura III.3: Comparação de potenciais. As curvas em linha cheia são os nossos potenciais para as desintegrações nucleares raras e alfa. As curvas em linha tracejada representam o potencial de Poenaru *et. al.*^[49]. As linhas pontilhadas representam o potencial de Shi e Swiatecki^[6].

III.3 Raios e Massas Nucleares

◇ Definição dos Raios Nucleares no Modelo

No modelo, a exigência de uma densidade de carga homogênea e o vínculo de conservação do volume, impõem que a densidade de carga mantenha-se a mesma para todas as configurações do sistema. Assim, os raios dos fragmentos finais estão automaticamente fixados como

$$\bar{R}_i = \sqrt[3]{\frac{Z_i}{Z_p}} R_p \quad (\text{III.15})$$

onde o índice i refere-se ao *cluster* ($i = 1$) e ao fragmento maior ($i = 2$). Na equação acima, os Z_i representam os números atômicos dos fragmentos, com Z_p e R_p representando o número atômico e o raio do núcleo pai, respectivamente.

O raio do núcleo pai foi estabelecido pela expressão simplificada

$$R_p = r_0 A_p^{1/3} \quad (\text{III.16})$$

onde A_p é o número de massa do núcleo pai. Fixamos para todos os cálculos do presente trabalho um valor único para r_0 ($r_0 = 1.20$ fm).

◇ Distribuição de Massa do Sistema

Inicialmente, devemos lembrar que na fase de pré-cisão existe uma transferência de massa entre as partes do sistema. Neste sentido, a massa reduzida que comparece no cálculo da penetrabilidade de barreira (equação II.1) somente pode ser considerada constante quando alcança o ponto de contato externo.

Antes mesmo de discutirmos a questão da evolução do sistema, uma primeira tarefa que se coloca, consiste em estabelecer a distribuição de massa do sistema. Uma tentativa

preliminar poderia seguir critério apenas de simplicidade e supor que a massa distribuí-se uniformemente por todo o volume do sistema, mantendo-se com densidade constante para todas as configurações (a exemplo do que foi feito para a distribuição de carga do sistema). Assim procedendo, teríamos para as massas de cada calota

$$\begin{aligned} m_1 &= \rho v_1 , \\ m_2 &= \rho v_2 , \end{aligned} \tag{III.17}$$

com v_1 e v_2 sendo os volumes das calotas e ρ , a densidade de massa do núcleo pai. Dentro desta hipótese simplificadora, no limite de $\zeta \rightarrow \zeta_0$, alcançamos valores compatíveis com a configuração inicial do sistema, pois $v_1 \rightarrow 0$ e v_2 tende ao volume do núcleo pai. Observe que se o volume do sistema for mantido, como estabelece a condição de vínculo da equação III.2, o valor da massa total do sistema fica constante. As massas dos núcleos residuais não serão reproduzidas, continuando a soma delas igual a massa do núcleo pai, o que fica em desacordo com a energética do decaimento. Para corrigir esta distorção redefinimos as densidades de massa das calotas de tal forma que as massas das mesmas, para cada configuração do sistema, sejam dadas pelas seguintes expressões

$$\begin{aligned} m_1 &= \left(\rho_1 + \frac{Q^*}{V} \right) v_1 \\ m_2 &= \left(\rho_2 + \frac{Q^*}{V} \right) v_2 + \left(1 - \frac{v_1}{V_1} \right) M_1 , \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} Q^* &= \left(1 - \frac{v_1}{V_1} \right) Q , \\ \rho_1 &= \frac{M_1}{V_1} \text{ e} \end{aligned}$$

$$\rho_2 = \frac{M_2}{V_2} .$$

Nestas expressões, V é o volume total do sistema, V_1 e V_2 os volumes finais dos núcleos residuais, sendo M_1 e M_2 suas respectivas massas. Aqui, o valor Q é definida como na equação II.2.

Nesta proposta, as calotas têm densidades distintas, mas agora a energética da reação fica preservada. Com esta distribuição de massa para as partes do sistema, determinamos sua massa reduzida

$$\mu_l = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} . \quad (\text{III.18})$$

Lembramos que esta é a massa reduzida do sistema, considerando apenas a variação de massa das partes do sistema. Não estão contemplados os efeitos das relações de vínculos sobre a evolução dinâmica. Denominamos portanto, esta massa reduzida, μ_l , de massa reduzida livre do sistema.

III.4 Evolução Dinâmica e as Relações de Vínculos

Uma vez fixadas as coordenadas coletivas e a distribuição de massa do sistema, o passo subsequente consiste em determinar o seu conteúdo cinético. Este conteúdo cinético pode ser estabelecido dentro de uma abordagem hidrodinâmica^{[50]-[52]}, ou com a utilização do modelo de *cranking* do estudo dos processos de fusão e fissão nuclear^[53, 54]. Para situações muito assimétricas nas massas dos fragmentos, a aplicação do modelo de *cranking* torna-se extremamente complicada^{[55]-[58]}. Sendo assim, recai sobre a abordagem hidrodinâmica uma utilização mais frequente, via de regra, dentro da aproximação

Werner-Wheeler^{[59]-[8]}. Esta aproximação consiste em impor uma forma paramétrica para as componentes cilíndricas do campo. Os parâmetros são fixados por intermédio das condições de contorno na superfície do fluido e pela incompressibilidade local de cada fatia cilíndrica elementar do sistema.

No presente trabalho, no lugar da aproximação de Werner-Wheeler, vamos impor uma forma esquemática para o campo. Embora esta forma do campo não descreva o comportamento local detalhado do escoamento, ela é compatível com as condições de contorno na superfície, ao mesmo tempo que permite incorporar analiticamente a característica de incompressibilidade global do fluido na dinâmica dos graus de liberdade coletivos do sistema. Propomos então que o conteúdo cinético do sistema seja determinado supondo uma evolução *quase-rígida* das suas partes. Isto é, assumiremos um campo de velocidade uniforme em cada uma das calotas, preservado o contato entre elas através da incorporação dos vínculos das equações III.2-III.4 (vide figura III.4). Atribuímos ao valor do campo no interior de cada uma das calotas a velocidade do seu respectivo centro de massa. Desconsiderando as forças de interação entre as partes do sistema, a velocidade dos centros de massa de cada calota é essencialmente ditada pelas condições de vínculos estabelecidas.

Dentro desta imagem para a evolução do sistema segundo uma sucessão de deslocamentos *quasi-rígidos* de suas partes, o conteúdo cinético fica dado por

$$T = \frac{1}{2} \mu \dot{r}_{cm}^2 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{cm}^2 \quad . \quad (\text{III.19})$$

Na expressão acima, \dot{r}_{cm} é a velocidade do movimento relativo dos centros de massa das calotas, e o segundo termo da equação III.19 representa a energia cinética associada ao movimento do centro de massa do sistema como um todo, movendo-se com velocidade v_{cm} . Descrevendo a evolução do sistema no centro de massa, precisamos apenas nos preocupar com o primeiro termo. Vamos expressar esta energia cinética em termos das

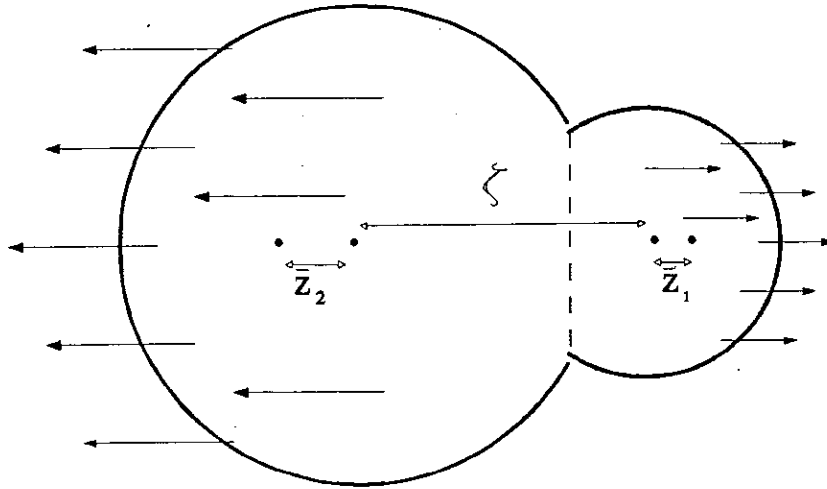


Figura III.4: Representação esquemática da evolução *quase-rígida* dos fragmentos, vista no centro de massa do sistema. As setas indicam o campo de velocidades. As calotas afastam-se com um campo uniforme no seu interior. A manutenção do contato entre as calotas e do volume total do sistema determinam o valor do campo em cada calota.

coordenadas coletivas do modelo. Para isto, chamamos a atenção para a seguinte relação geométrica

$$r_{cm} = \zeta + \bar{z}_1 + \bar{z}_2 . \tag{III.20}$$

Nesta expressão, \bar{z}_i , ($i = 1,2$), representam as distâncias entre o centro de massa e o centro geométrico de uma mesma calota, dadas por

$$\bar{z}_1 = \frac{\pi [R_1^2 - (\zeta - \xi)^2]^2}{4 v_1} , \tag{III.21}$$

e

$$\bar{z}_2 = \frac{\pi (R_2^2 - \xi^2)^2}{4 v_2} , \tag{III.22}$$

onde v_1 e v_2 , são os volumes das respectivas calotas, dados por

$$v_1 = \frac{\pi}{3} [2 R_1^3 + 3 R_1^2 (\zeta - \xi) - (\zeta - \xi)^3]$$

$$v_2 = \frac{\pi}{3} [2 R_2^3 + 3 R_2^2 \xi - \xi^3]$$

A derivada no tempo da equação III.20 oferece

$$\dot{r}_{cm} = \eta_1 \dot{\zeta} + \eta_2 \dot{\xi} + \eta_3 \dot{R}_2 + \eta_4 \dot{R}_1 , \quad (\text{III.23})$$

com

$$\eta_1 = 1 ,$$

$$\eta_2 = \frac{4 \bar{z}_1}{R_1^2 - (\zeta - \xi)^2} (\zeta - \xi \bar{z}_1) - \frac{4 \bar{z}_2}{R_2^2 - \xi^2} (\xi + \bar{z}_2) ,$$

$$\eta_3 = \frac{4 \bar{z}_2}{R_2^2 - \xi^2} \frac{R_2 (R_2 - \xi - 2 \bar{z}_2)}{R_2 - \xi} ,$$

$$\eta_4 = \frac{4 \bar{z}_1}{R_1^2 - (\zeta - \xi)^2} \frac{R_1 (R_1 - \zeta + \xi - 2 \bar{z}_1)}{R_1 - \zeta + \xi} .$$

Sendo assim, a lagrangeana do sistema sem interação, expressa nas coordenadas coletivas do modelo fica

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{S/Int.}(\zeta, \xi, R_2, R_1; \dot{\zeta}, \dot{\xi}, \dot{R}_2, \dot{R}_1) = & \frac{1}{2} \mu (\eta_1^2 \dot{\zeta}^2 + \eta_2^2 \dot{\xi}^2 + \eta_3 \dot{R}_2^2 + \eta_4 \dot{R}_1^2 + \\ & \eta_1 \eta_2 \dot{\zeta} \dot{\xi} + \eta_1 \eta_3 \dot{\zeta} \dot{R}_2 + \eta_1 \eta_4 \dot{\zeta} \dot{R}_1 + \\ & \eta_2 \eta_3 \dot{\xi} \dot{R}_2 + \eta_2 \eta_4 \dot{\xi} \dot{R}_1 + \\ & \eta_3 \eta_4 \dot{R}_2 \dot{R}_1) . \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

Salientamos aqui o fato de que no tratamento de um sistema com vínculos, a lagrangeana por si só não define a trajetória dinâmica do sistema. Esta, por sua vez, apenas fica completamente definida com a especificação da lagrangeana em conjunto com as relações de vínculo. No nosso caso, estas relações são aquelas apresentadas na seção III.1 que aqui repetimos,

$$f_1(\zeta, \xi, R_2, R_1) = 2(R_1^3 + R_2^3) + 3[R_1^2(\zeta - \xi) + R_2^2\xi] - [(\zeta - \xi)^3 + \xi^3] - 4R_p^3 = 0 \quad , \quad (\text{III.25})$$

$$f_2(\zeta, \xi, R_2, R_1) = R_1^2 - R_2^2 - (\zeta - \xi)^2 + \xi^2 = 0 \quad , \quad (\text{III.26})$$

$$f_3(R_1) = R_1 - \bar{R}_1 = 0 \quad . \quad (\text{III.27})$$

O procedimento usual para o tratamento da dinâmica de sistema vinculados consiste na introdução de multiplicadores de Lagrange, contruindo-se uma lagrangeana estendida

$$\mathcal{L}_{Ex.} = \mathcal{L}_{S/Int.} + \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \lambda_3 f_3 \quad . \quad (\text{III.28})$$

Desta lagrangeana extrai-se as equações de movimento, com posterior eliminação dos multiplicadores, λ_i , no sistema de equações constituído pelas equações de movimento, acopladas as equações de vínculos.

Por outro lado, em certos casos é possível eliminar na lagrangeana algumas das variáveis, expressando-as em termos de uma única, utilizando-se diretamente as equações de vínculos. Isto acontece precisamente em nosso problema e será o procedimento aqui adotado. Na lagrangeana III.24 vamos expressar as velocidades generalizadas $\dot{\xi}$, e \dot{R}_2 em termos de $\dot{\zeta}$. Observe que, do vínculo da equação III.27, temos diretamente que

$$\dot{R}_1 = 0 \quad . \quad (\text{III.29})$$

Com auxílio da derivada das equações III.25 e III.26 podemos obter

$$\dot{R}_2 = \frac{\xi - R_2}{2 R_2} \dot{\zeta} , \quad (\text{III.30})$$

$$\dot{\xi} = \frac{1}{2\zeta} (2\zeta - \xi - R_2) \dot{\zeta} . \quad (\text{III.31})$$

Substituindo os resultados de III.29—III.31 na lagrangeana efetiva da equação III.24, temos

$$\mathcal{L}_{ef} = \frac{1}{2} \alpha^2 \mu \dot{\zeta}^2 , \quad (\text{III.32})$$

onde

$$\alpha = 1 - \frac{2}{\zeta(R_2 - \xi)} [(\zeta - \xi)(\bar{z}_1 + \bar{z}_2) + \bar{z}_1^2 - \bar{z}_2^2] \quad (\text{III.33})$$

O efeito dos vínculos sobre a evolução dinâmica é portanto, reduzir a lagrangeana ao caso unidimensional, com a modificação da massa reduzida do sistema. A nova massa reduzida, que denominaremos massa reduzida efetiva, fica dada por

$$\mu_{ef} = \alpha^2 \mu . \quad (\text{III.34})$$

Para a massa reduzida, μ , utilizaremos o valor μ_l dado pela eq. III.18.

Entretanto, é importante ressaltar que esta é a expressão para a massa reduzida efetiva na região de pré-cisão, $\zeta_0 < \zeta \leq \zeta_t$. Para a região de pós-cisão, o valor de α tende à unidade e temos $\mu_{ef} = \mu_l = \mu_0 = M_1 M_2 / (M_1 + M_2)$. A figura III.5 mostra o comportamento da massa reduzida efetiva, dada pela equação III.34, e da massa reduzida livre, dada pela equação III.18 para as desintegrações nucleares raras mostradas na figura III.3.

Para finalizar, ressaltamos que a incorporação dos vínculos na dinâmica do sistema, com a introdução de multiplicadores de Lagrange, leva-nos a uma equação de movimento para variável ζ que é exatamente aquela que se obtém diretamente da equação de Euler-Lagrange com a lagrangeana unidimensional da equação III.32.

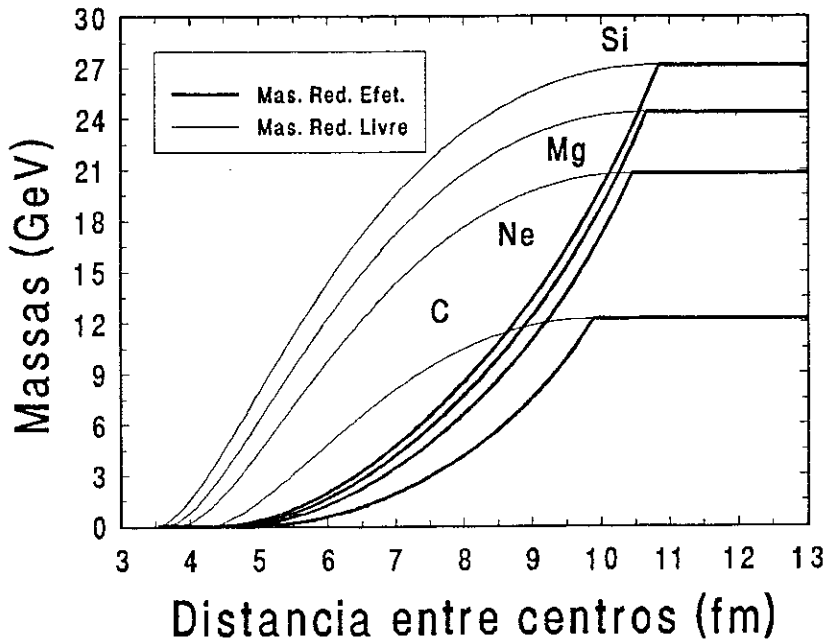


Figura III.5: Massa reduzida livre, μ_l , e massa reduzida efetiva, μ_{ef} . A figura mostra o comportamento destas massas reduzidas contra a separação entre os centros geométricos, ζ , para as desintegrações nucleares analisadas na figura III.3. Para cada par de curvas que tende para o mesmo valor assintótico, a linha mais espessa representa a massa reduzida efetiva (eq. III.34), enquanto que a linha fina superior representa a massa reduzida livre (eq. III.18). Ao lado do par de curvas correspondente a cada decaimento especifica-se o *cluster* emitido.

III.5 Determinação da Meia Vida

Calculamos a meia vida a partir da determinação das taxas de desintegração, como estabelecido na equação II.3. Estas taxas, como nos demais modelos, são dadas pelo produto do termo de penetrabilidade de Gamow (equação II.1) por um pré-fator que discutiremos adiante. A penetrabilidade de Gamow em nossos cálculos é expressa em termos da massa reduzida efetiva, definida na seção anterior. Assim temos

$$\mathcal{P} = \exp \left\{ -\frac{2}{\hbar} \int_{\zeta_0}^{\zeta_c} \sqrt{2\mu_{ef} [V(\zeta) - Q]} d\zeta \right\} , \quad (\text{III.35})$$

onde o ponto de retorno clássico interno é dado por

$$\zeta_0 = R_p - R_1 , \quad (\text{III.36})$$

e o ponto de retorno externo é

$$\zeta_c = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{Q} . \quad (\text{III.37})$$

Estabelecida a expressão para a penetrabilidade de Gamow, resta-nos ainda, para determinação das taxas, a fixação do pré-fator. Neste ponto, vale destacar a imagem física que nos guiou para estabelecermos sua expressão.

Imaginamos que um pulso de densidade estabeleça-se no meio nuclear, oriundo possivelmente de flutuações microscópicas do sistema. É este objeto hidrodinâmico que ao alcançar a superfície do núcleo, origina uma perturbação de superfície, configurando-se como o *cluster* nascente. Dentro desta imagem, é a velocidade de propagação do som na matéria nuclear que desempenha o papel relevante na determinação da frequência de

assaltos sobre a barreira. Assim, definimos a frequência de assaltos, λ_0 da equação II.2, como

$$\lambda_0 = \frac{v_s}{R_p} . \quad (\text{III.38})$$

A velocidade do som na matéria nuclear é determinada por intermédio da equação de estado, sendo dada por

$$v_s^2 = \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_s , \quad (\text{III.39})$$

onde a derivada parcial é tomada à entropia constante e ρ é a densidade de massa. Utilizando a definição termodinâmica de pressão

$$P = \rho^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} , \quad (\text{III.40})$$

onde ε é a energia por unidade de massa, obtemos

$$v_s^2 = 2\rho \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right|_s + \rho^2 \left. \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho^2} \right|_s , \quad (\text{III.41})$$

O primeiro termo do segundo membro da equação acima é nulo uma vez que estamos tratando com a matéria nuclear em equilíbrio ($\rho_0 \approx 0.15 m_n/\text{fm}^3$, com m_n sendo a massa do nucleon). A velocidade do som na matéria nuclear é então dada por

$$v_s^2 = \rho^2 \left. \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho^2} \right|_s , \quad (\text{III.42})$$

que pode ainda ser expressa em termos do módulo de incompressibilidade da matéria nuclear

$$K = 9m_n \rho_0^2 \left[\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \rho^2} \right]_{\rho_0} , \quad (\text{III.43})$$

Ou seja,

$$v_s = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{K}{m_n}} \quad (III.44)$$

com v_s dada em unidades de velocidade da luz.

As diferentes equações de estado da matéria nuclear próxima do equilíbrio encontradas na literatura^[60, 61], oferecem uma faixa de valores de K que varia de 200 a 400 MeV. Assumimos para os nossos cálculos o valor intermediário de 300 MeV, na determinação do pré-fator para todas as desintegrações nucleares analisadas em nosso trabalho.

Assim a frequência λ_0 fica dada por

$$\lambda_0 = \frac{0.2}{R_p} c \quad (III.45)$$

onde c é a velocidade da luz.

Nossos resultados do cálculo da meia vida, segundo a expressão II.3, são apresentados e discutidos no próximo capítulo.

CAPÍTULO IV

APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS, DISCUSSÕES E CONCLUSÃO

Neste capítulo final, os resultados obtidos com o nosso modelo são apresentados, ao mesmo tempo que fazemos nossos comentários na comparação destes resultados com os de outros trabalhos mais recentemente publicados.

Encerramos o capítulo com nossas conclusões finais, discutindo alguns aspectos do trabalho que merecem uma análise mais aprofundada.

IV.1 Resultados e Discussões

O fator de Gamow é, sem dúvida, o elemento determinante para o cálculo das taxas das desintegrações nucleares raras. Sendo assim, na figura IV.1 comparamos os valores do integrando da exponencial de Gamow (equação II.1) no nosso modelo com os valores de outros trabalhos. Este resultado parcial possibilita evidenciar as diferenças marcantes entre nosso modelo e os demais tomados para comparação. Detivemos nossa atenção na região de interesse para a integração, isto é, a região compreendida entre os pontos de retorno clássicos do sistema em cada modelo. Na figura, as linhas cheias são os resultados

obtidos no presente trabalho. As curvas tracejadas são os resultados obtidos no modelo ASAFM (Modelo Analítico de Fissão Super-Assimétrica). As linhas pontilhadas são os resultados do modelo de Shi e Swiatecki. Mostramos os resultados para um representante da família de desintegrações nucleares com a emissão do *cluster* C^{14} , a desintegração nuclear $Ra^{222} \rightarrow C^{14} + Pb^{208}$. Da família de desintegrações nucleares com a emissão de Ne^{24} , mostramos o valor do integrando para a desintegração nuclear $Pa^{231} \rightarrow Ne^{24} + Tl^{207}$. Das desintegrações nucleares com a emissão do *cluster* Mg^{30} , escolhemos a desintegração nuclear $Np^{237} \rightarrow Mg^{30} + Tl^{207}$, e finalmente, como representante da família com emissão do *cluster* Si^{34} , a desintegração nuclear $Am^{241} \rightarrow Si^{34} + Tl^{207}$. Os resultados são obtidos para a situação de momento angular orbital nulo dos fragmentos. Observemos que, para todas as desintegrações apresentadas, a área sob a curva de nosso trabalho na região de pré-cisão é intermediária entre o resultado dos dois outros modelos.

Quando comparado com o modelo ASAFM, nossos resultados para a área sob a curva são menores. Isto deve-se a duas diferenças marcantes entre o presente trabalho e o modelo ASAFM. A primeira delas consiste na introdução de uma energia de vibração de ponto zero no modelo ASAFM, enquanto que não o fizemos em nosso caso. A energia de ponto zero soma-se ao valor Q no modelo ASAFM para compor a quantidade E do integrando, enquanto que em nosso modelo, o valor E é simplesmente o valor Q . Devido a esta diferença, o valor de $V - E$ no modelo ASAFM, seria menor que em nosso caso, deixando a área sob a curva menor que a nossa. Entretanto, existe uma outra diferença que é ainda mais marcante entre nosso modelo e o ASAFM, e que afeta as áreas em sentido oposto ao anterior. O fato é que, em nosso modelo, para a fase de pré-cisão, utilizamos para a massa reduzida do sistema a massa reduzida efetiva μ_{ef} , da equação III.34. No modelo ASAFM a massa reduzida fica constante durante todo o processo, e igual ao valor μ_0 , o valor assintótico da fig. III.5. Como nesta fase μ_{ef} é sempre menor que μ_0 e como os potenciais são muito próximos, os valores do integrando são maiores para o modelo ASAFM e conseqüentemente oferecem uma área maior. O efeito da utilização de μ_{ef} sobrepõe-se, e o efeito líquido observado para a fase de pré-cisão é uma área maior para

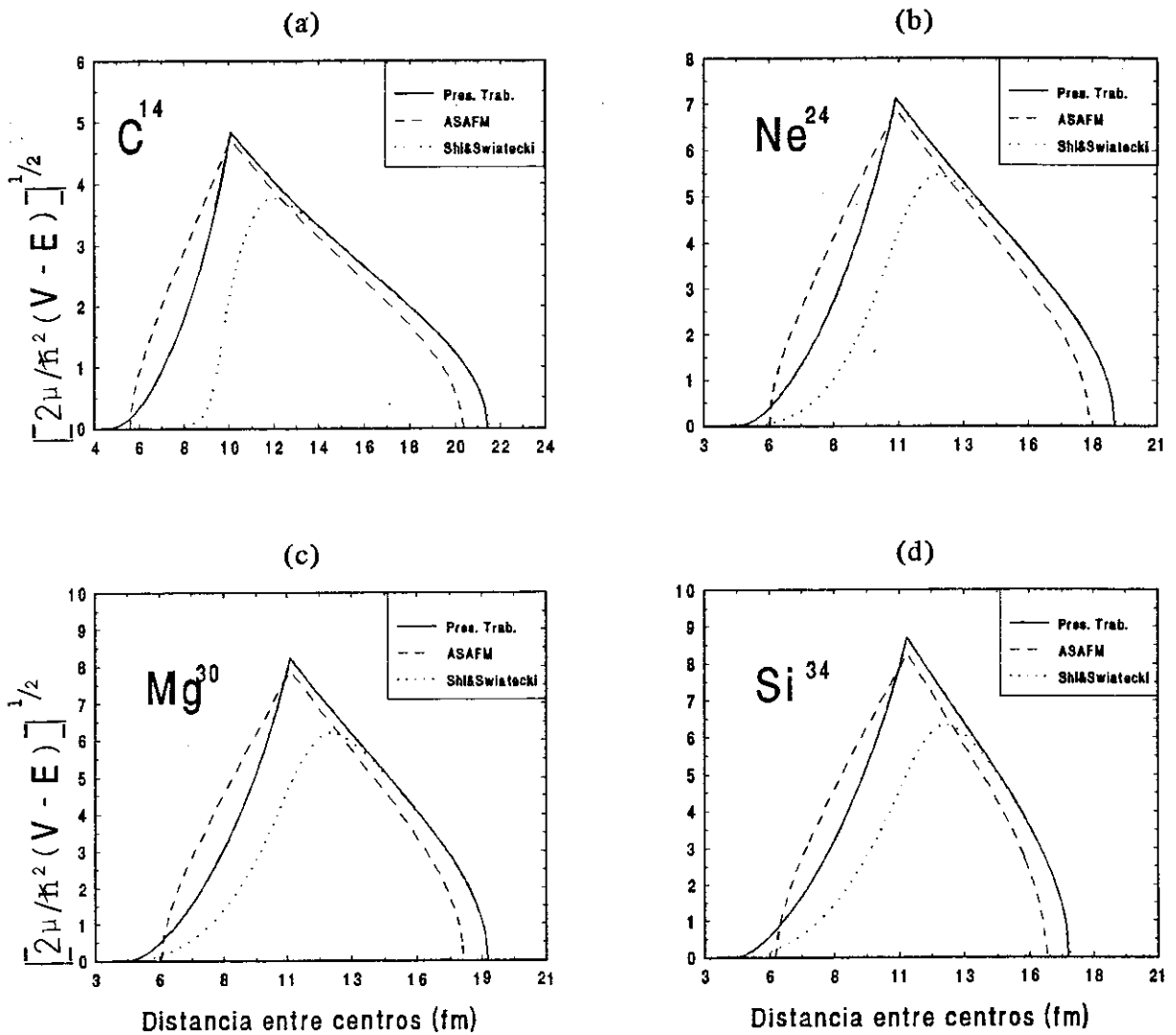


Figura IV.1: Integrando da exponencial de Gamow como função da configuração do sistema. Em (a) apresentamos o resultado para desintegrações nucleares com emissão do *cluster* C^{14} , em (b), desintegrações nucleares com emissão de Ne^{24} , em (c), com emissão do *cluster* Mg^{30} , e finalmente em (d), apresentamos a desintegração nuclear com emissão de Si^{34} . Vide texto para completa especificação das desintegrações nucleares apresentados. As linhas cheias representam o resultado obtido com o nosso modelo. As linhas tracejadas representam os resultados do modelo ASAFM, e as linhas pontilhadas, os resultados do modelo de Shi e Swiatecki.

o modelo ASAFM que em nosso cálculo.

Na fase de pós-cisão, os dois potenciais são idênticos e a única diferença para o gráfico apresentado reside no fato de que o modelo ASAFM utiliza uma energia de ponto zero adicionada ao valor Q . Assim sendo, nesta fase, a área sob o gráfico do integrando para este modelo fica menor que a nossa.

Ainda na figura IV.1 vemos que a área sob a curva do modelo de Shi e Swiatecki é sensivelmente inferior a nossa na fase de pré-cisão. Isto se deve basicamente ao fato de que o potencial utilizado por eles para esta fase (que consiste numa mera interpolação por função suave), subestima a interação entre os fragmentos. Eles, como nós, não fazem uso de energia de ponto zero no modelo, e o valor da energia total do sistema é simplesmente o valor Q . A forma exponencial estabelecida para o potencial na fase de pré-cisão (vide eq. II.23), assume valores tão menores que os nossos que mesmo sendo utilizada por eles a massa reduzida máxima igual a μ_0 , o integrando da penetrabilidade de Gamow obtido mantém-se menor que o nosso. Na fase de pós-cisão as massas reduzidas em nosso modelo e no modelo de Shi e Swiatecki são iguais, e é novamente a diferença entre as formas de potenciais que justifica a desigualdade das áreas. Em nosso caso o potencial é apenas coulombiano monopolar, enquanto que no modelo de Shi e Swiatecki, além deste potencial coulombiano monopolar, é ainda incluído um potencial de proximidade. Este potencial de proximidade é definido por

$$V_p = K\Phi \quad , \quad (IV.1)$$

com

$$K = 4\pi b \left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) \sigma_{gl} \quad , \quad (IV.2)$$

sendo Φ uma função universal da separação entre as superfícies em unidades do parâmetro de difusibilidade b (vide referência [45]). Na expressão acima, σ_{gl} é o mesmo da equação

III.11, e C_i , ($i = 1, 2$), são os raios centrais dos núcleos filhos da desintegração nuclear. O potencial de proximidade depende portanto, explicitamente dos raios nucleares do modelo através do parâmetro K . Esta dependência acontece também, de forma implícita, nos parâmetros a e ν da forma empírica do potencial utilizado na região de pré-cisão (vide equação II.23). Observe que nos trabalhos de Shi e Swiatecki (referências [6, 46]) a maior parte das discussões gira em torno da definição dos raios nucleares utilizados no cálculo.

A figura IV.2 mostra o resultado principal do presente trabalho. Nesta figura, apresentamos o logaritmo decimal da meia vida em segundos, calculados com o nosso modelo para todos as desintegrações nucleares da tabela IV.1. Na figura, a linha superior mais espessa corresponde aos nossos resultados, e os círculos cheios representam os dados. Estes resultados foram obtidos para o valor $\ell = 0$, do momento angular orbital dos fragmentos.

Os melhores resultados calculados para as meias vidas das desintegrações nucleares raras que se apresentam na literatura são os obtidos com o modelo ASAFM. Entretanto, vale salientar que esta boa concordância do modelo ASAFM, deve-se ao fato deste modelo empregar uma energia de ponto zero*, cuja expressão empírica, equação II.16, apresenta parâmetros livres que foram ajustados, de forma a minimizar os desvios médios quadráticos das meias vidas calculadas. Os valores numéricos que comparecem na equação II.16 são os valores ótimos dos parâmetros. Destacamos aqui que no nosso modelo não empregamos qualquer tipo de ajuste e os nossos resultados estão em tão bom acordo com os dados experimentais quanto os do ASAFM.

Tendo em vista o êxito do modelo para as desintegrações nucleares raras, decidimos averiguar o seu comportamento para o decaimento alfa. Sem modificar absolutamente nada no modelo, simplesmente alterando os dados experimentais de massa e valor Q do desintegração nuclear no código computacional, repetimos o cálculo para os decaimentos

*Esta energia de ponto zero é uma expressão empírica dependente do valor Q da desintegração nuclear, bem como do número de massa do *cluster* emitido

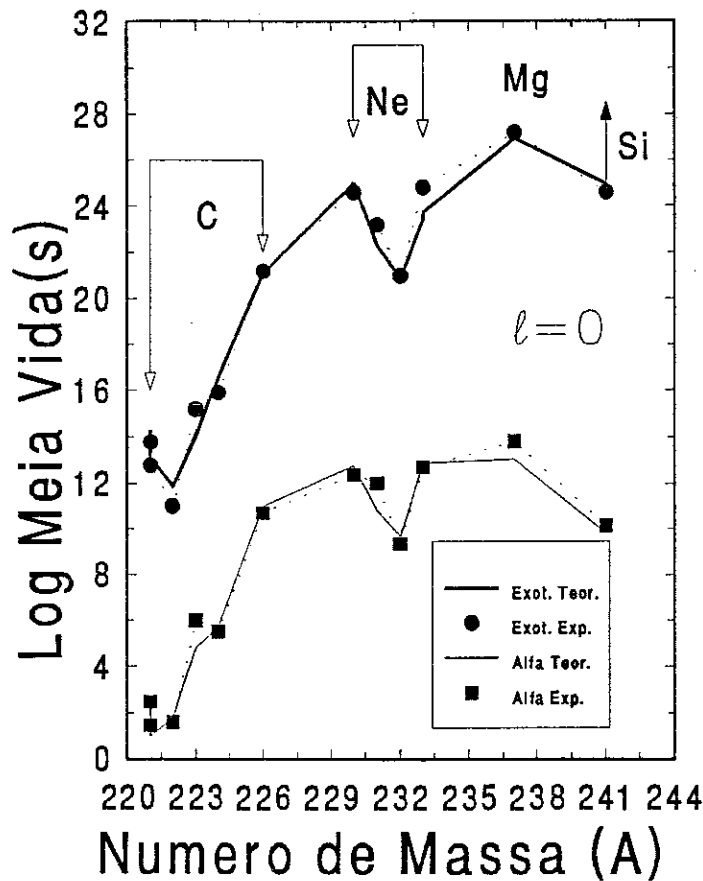


Figura IV.2: Meia vida obtida com nosso modelo para as desintegrações nucleares raras e desintegração alfa. A curva superior e mais espessa mostra a meia vida para as desintegrações nucleares raras obtidos no presente trabalho, comparados com os resultados experimentais das tabs. I.2 e I.3, representadas pelos círculos cheios. Na figura estão assinaladas as famílias de desintegrações nucleares com o mesmo *cluster* (curva superior). A barra de erro experimental é inferior ao diâmetro dos círculos, exceto para a desintegração nuclear do Fr^{221} , do Ra^{221} e do Am^{241} , onde o valor determinado experimentalmente é apenas o limite inferior para a meia vida da desintegração nuclear. A curva inferior é o resultado para a desintegração alfa do mesmo pai da desintegração nuclear rara. Os dados experimentais novamente apresentam barras de erro inferiores ao tamanho dos símbolos e estão também apresentados nas tabs. I.2 e I.3.

Decaimentos	τ (s)	$\text{Log}(\tau^{\text{Teor}})$	$\text{Log}(\tau^{\text{Exper}})$
$\text{Fr}^{221} \rightarrow \text{C}^{14} + \text{Tl}^{207}$	2.0×10^{14}	13.8	14.3
$\text{Ra}^{221} \rightarrow \text{C}^{14} + \text{Pb}^{207}$	1.3×10^{13}	12.8	13.1
$\text{Ra}^{222} \rightarrow \text{C}^{14} + \text{Pb}^{208}$	7.5×10^{11}	11.0	11.8
$\text{Ra}^{223} \rightarrow \text{C}^{14} + \text{Pb}^{209}$	1.0×10^{14}	15.2	14.0
$\text{Ra}^{224} \rightarrow \text{C}^{14} + \text{Pb}^{210}$	3.6×10^{16}	15.9	16.5
$\text{Ra}^{226} \rightarrow \text{C}^{14} + \text{Pb}^{212}$	1.2×10^{21}	21.2	21.0
$\text{Th}^{230} \rightarrow \text{Ne}^{24} + \text{Hg}^{206}$	9.5×10^{24}	24.6	24.9
$\text{Pa}^{231} \rightarrow \text{Ne}^{24} + \text{Tl}^{207}$	1.9×10^{22}	23.2	22.2
$\text{U}^{232} \rightarrow \text{Ne}^{24} + \text{Pb}^{208}$	7.3×10^{20}	21.0	20.8
$\text{U}^{233} \rightarrow \text{Ne}^{24} + \text{Pb}^{209}$	2.5×10^{23}	24.8	23.4
$\text{U}^{233} \rightarrow \text{Ne}^{25} + \text{Pb}^{208}$	5.3×10^{23}	24.8	23.7
$\text{Np}^{237} \rightarrow \text{Mg}^{30} + \text{Tl}^{207}$	9.1×10^{26}	27.2	26.9
$\text{Am}^{241} \rightarrow \text{Si}^{34} + \text{Tl}^{207}$	8.4×10^{24}	24.6	24.9

Tabela IV.1: Meia vida obtida com o nosso modelo para as desintegrações nucleares raras.

Na coluna à esquerda apresentamos desintegrações raras observadas até a presente data. Na segunda coluna estão mostradas as meias vidas destas desintegrações em segundos. Na terceira coluna, o logaritmo da meia vida obtido em nosso modelo. Finalmente, na última coluna, encontramos o logaritmo da meia vida obtida experimentalmente.

alfa com mesmo do núcleo pai da desintegração nuclear rara. A curva inferior e mais fina é o nosso resultado para a desintegração nuclear alfa correspondente. Observe que os poucos desvios em relação aos dados experimentais que acontecem são inferiores a uma ordem de grandeza, e possivelmente, seriam corrigidos se contemplássemos adequadamente o valor do momento angular orbital permitido para aquele decaimento. Este ponto será retomado posteriormente.

A figura IV.3 é um quadro comparativo dos nossos resultados de meias vidas com os de alguns trabalhos já mencionados anteriormente. A primeira delas, figura (a), apresenta os resultados de de Carvalho *et. al.* com um cálculo esquemático (vide capítulo II, seção II.1), onde apenas as desintegrações nucleares correspondentes à família do Carbono foram apresentados. A extensão para desintegrações nucleares com emissão de *clusters* mais pesados talvez não seja possível num cálculo esquemático como o deste modelo. Os resultados de meia vida obtidos com o modelo ASAFM estão apresentados na fig. (b). A excelente concordância dos resultados do modelo com os dados experimentais, repetimos aqui, deve-se ao fato de que a energia de ponto zero, neste modelo, funciona como elemento regulador das áreas sob as curvas da figura IV.1. Os parâmetros nela introduzidos são ajustados de forma a minimizar o desvio padrão entre os resultados teóricos e os dados experimentais. Na parte (c) da figura IV.3, vemos os resultados obtidos com o modelo de Shi e Swiatecki. Neste caso vale a pena esclarecer que neste trabalho, são apresentadas as taxas de desintegração nuclear em relação ao decaimento alfa (*branching ratio*). As meias vidas que estão mostradas na figura são obtidas utilizando os resultados de *branching ratio* de Shi e Swiatecki e a meia vida experimental do desintegração nuclear alfa. Ou seja, utilizamos que $\tau^X = \tau_{\text{exp.}}^\alpha / B$, onde B é o *branching ratio* extraído diretamente do trabalho destes autores^[6]. As meias vidas experimentais do desintegração nuclear alfa são as das tabelas I.2 e I.3. Para os dois últimos pontos experimentais não foram apresentados resultados teóricos de *branching ratio*. Finalmente, na parte (d) da figura, confrontamos os resultados entre si, e com os de nosso trabalho.

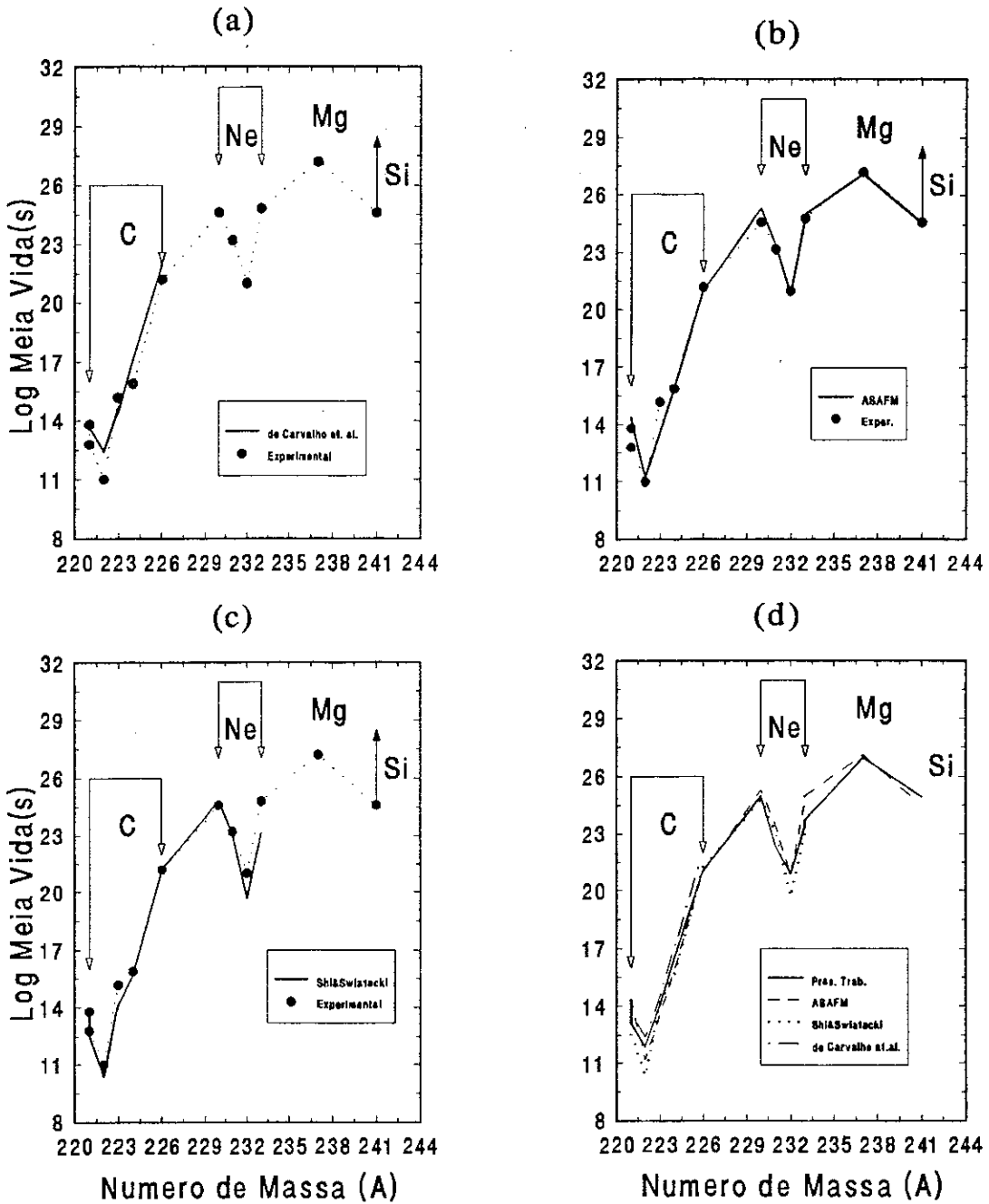


Figura IV.3: Em (a), estão os resultados teóricos de de Carvalho *et. al.* para as desintegrações nucleares com emissão de C^{14} . Em (b), os resultados de Poenaru *et. al.* para os mesmos desintegrações nucleares mostrados na fig. IV.2. Em (c), estão os resultados do trabalho de Shi e Swiatecki. Nas três partes a linha cheia representa o resultado teórico. Em (d), confrontamos os resultados dos três modelos com o resultado do presente trabalho. Nesta, a linha cheia representa o nosso resultado, a linha tracejada, o modelo ASAFM, a linha traço-ponto, os resultados de de Carvalho *et. al.*, e a linha pontilhada, os de Shi e Swiatecki.

Os efeitos da inclusão das relações de vínculo para a redução dos graus de liberdade do sistema resultam, como vimos no capítulo III, na modificação da massa reduzida utilizada na determinação da penetrabilidade de barreira. Com o propósito de evidenciar os efeitos da massa reduzida efetiva do sistema no cálculo da meia vida, apresentamos a figura IV.4. Na parte à esquerda, apresentamos as meias vidas para desintegrações nucleares raras calculadas com massa reduzida constante e igual a μ_0 (curva traço-ponto), com massa reduzida livre definida como na eq. III.18 (curva tracejada), e com massa reduzida efetiva dada pela eq. III.34 (linha cheia). Na parte à direita, mostramos o efeito sobre as meias vida de desintegrações nucleares alfa.

Como podemos observar, é a utilização da massa reduzida adequada, isto é, a massa reduzida efetiva, que leva nossos resultados a um excelente acordo com os dados experimentais. O efeito em relação ao uso de uma massa reduzida constante chega a alcançar dez ordens de grandeza na meia vida das desintegrações nucleares com emissão de *clusters* mais pesados. Na figura da direita vemos que para a desintegração alfa o efeito é consideravelmente menor, reduzindo no máximo três ordens de grandeza. Como para os decaimentos alfa o *cluster* emitido é sempre o mesmo, o efeito global sobre as curvas com a utilização de diferentes expressões para a massa reduzida resulta numa mera translação das mesmas. Já para as desintegrações nucleares raras (figura da esquerda) como os *clusters* são crescentes em massa, a separação entre as curvas de meias vida com diferentes expressões para a massa reduzida aumenta, isto é, as curvas são divergentes em seus ramos terminais. Isto indica, que a dependência da massa reduzida efetiva do sistema com a massa do *cluster* emitido, está contemplada corretamente no nosso modelo. Isto foi obtido sem que se tenha imposto a priori, nenhuma dependência explícita com a massa do *cluster* através de procedimentos empíricos.

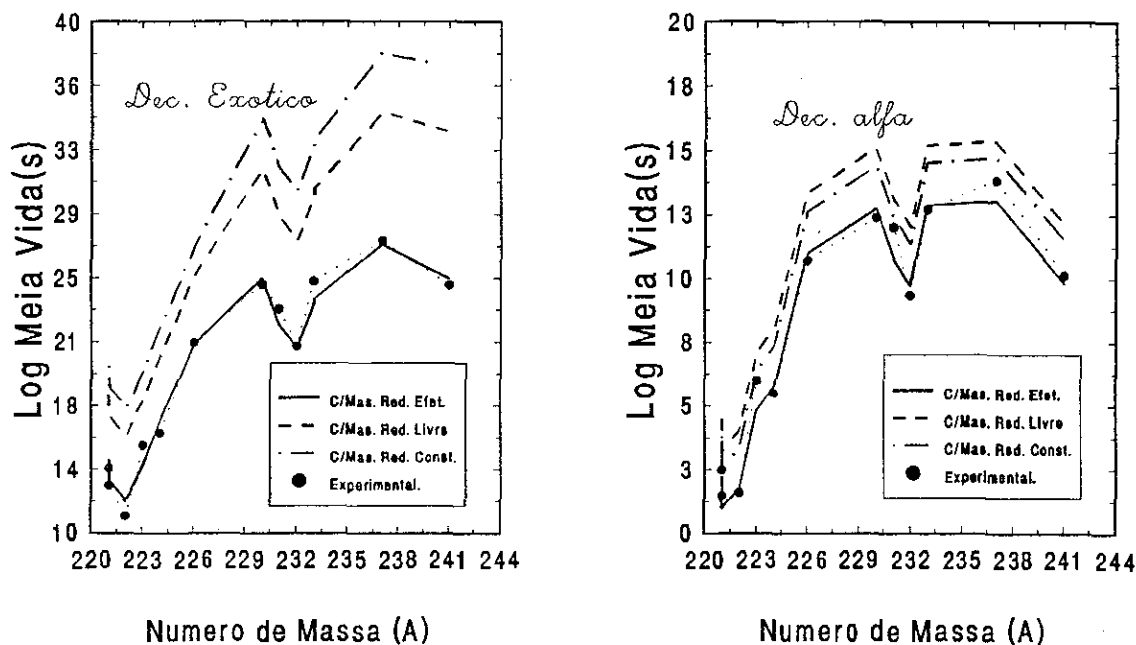


Figura IV.4: Efeitos da massa reduzida sobre o cálculo das meias vidas dos desintegrações nucleares. Na figura à esquerda, a curva cheia representa o cálculo de meia vida para os desintegrações nucleares raras, com a utilização da massa reduzida efetiva dada pela eq. III.34. A curva tracejada é o resultado do cálculo com massa reduzida livre definida pela eq. III.18, e a curva traço-ponto é o resultado do cálculo considerando a massa reduzida constante, μ_0 . Os círculos cheios representam os dados experimentais das tabs. I.2 e I.3. O efeito sobre as meias vidas de desintegrações nucleares alfa são mostradas no lado direito da figura, para a qual é válida a mesma convenção para as curvas teóricas. Os dados experimentais têm seus valores representados por pequenos quadrados cheios, apresentados nas tabs. I.2 e I.3.

Para finalizar a apresentação dos nossos resultados, gostaríamos de mostrar os efeitos da inclusão da barreira centrífuga sobre a meia vida das desintegrações nucleares. Na figura IV.5 (à esquerda) vemos que para as desintegrações nucleares raras, como já é consagrado na literatura^[5, 6], o efeito da barreira centrífuga é desprezível (inferior a meia ordem de grandeza na meia vida). Para o decaimento alfa (à direita), observe que aquelas discrepâncias existentes entre nossos resultados com $\ell = 0$ e os dados experimentais, podem ser corrigidas com a consideração do momento angular orbital do sistema. Para isto, devemos levar em conta a conservação do momento angular total do sistema, do ponto de vista quântico. Isto é, admitir apenas os valores de momento angular orbital permitidos quando conservamos spin total e paridade do sistema.

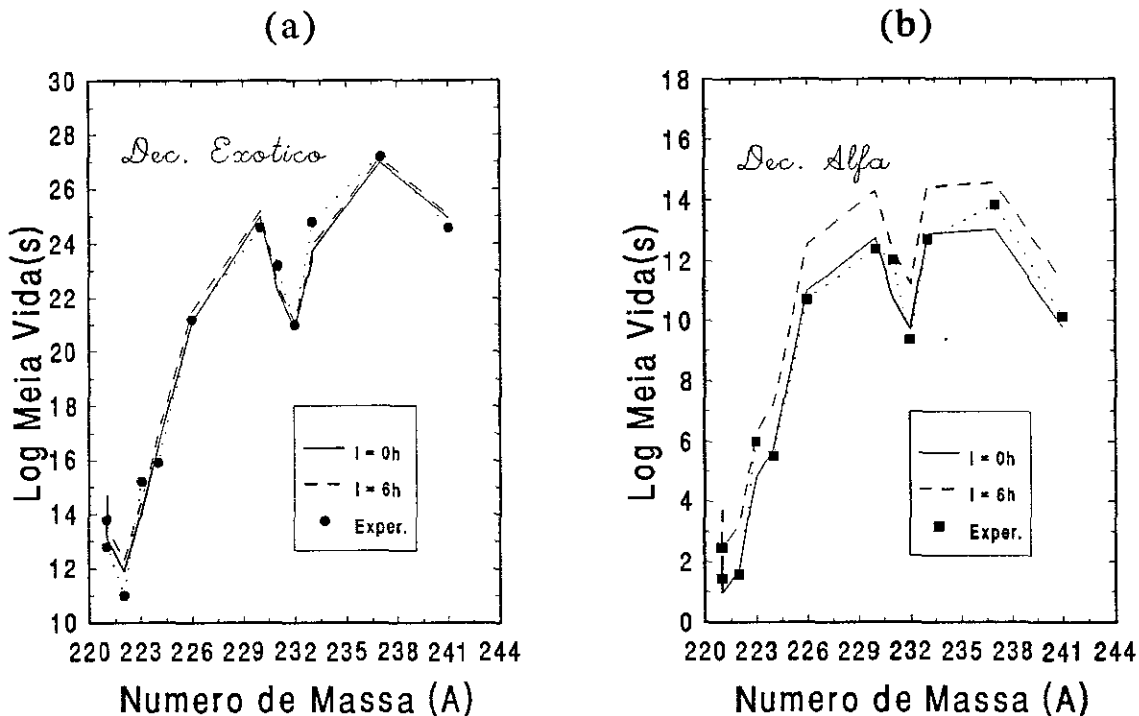


Figura IV.5: Meias vidas calculadas com a barreira centrífuga. As linhas cheias representam a meia vida calculada com momento angular orbital nulo, $\ell = 0$, e as linhas tracejadas representam a meia vida calculada no modelo considerando-se a barreira centrífuga, com $\ell = 6\hbar$. São plotados no mesmo gráfico ainda, para efeito de comparação, os dados que comparecem na fig. IV.4, ligados por pontos.

IV.2 Conclusões e Considerações Finais

No presente trabalho analisamos as meias vidas das desintegrações nucleares raras dentro de uma abordagem teórica que inclui, através de expressões completamente analíticas, as interações coulombiana e de superfície entre os fragmentos na fase de pré-cisão. A interação coulombiana é determinada utilizando-se a solução exata da equação de Poisson para a distribuição de carga do sistema. A interação nuclear relevante é representada por um potencial de superfície similar ao do modelo de gota líquida de fissão. A única peculiaridade do potencial de superfície de nosso modelo, está na definição da tensão superficial equivalente apresentada na eq. III.10.

Do nosso ponto de vista, a contribuição original mais relevante do presente trabalho resume-se num tratamento efetivo para a descrição da fase de pré-cisão do sistema. Para a redução dos graus de liberdade do sistema nesta fase, levando-o a um tratamento unidimensional, é feita a incorporação de relações de vínculos (vide equações III.2-III.4), na sua evolução dinâmica. Uma lagrangeana unidimensional é então estabelecida, extraíndo-se uma expressão para a massa reduzida efetiva do sistema. Esta constitui-se num elemento decisivo para que os resultados de nosso modelo sejam levados a uma excelente concordância com os dados experimentais (vide figura IV.4 e discussões da seção anterior).

Gostaríamos de ressaltar mais uma vez, que os nossos resultados para a meia vida das desintegrações nucleares raras estão em boa concordância com os dados experimentais, sem que para isto tenha sido feito uso de ajuste de parâmetros do modelo. Ao mesmo tempo, sem absolutamente nenhuma modificação, o modelo reproduz também em boa concordância com os dados experimentais, as meias vidas para as desintegrações alfa. O parâmetro tratado mais livremente em nosso modelo aparece na determinação do pré-fator, λ_0 da equação II.2. Nesta determinação, recorreremos ao parâmetro de incompressibilidade da matéria nuclear (Equação III.43). Atribuímos a este parâmetro o valor

de 300 MeV em nosso cálculo, quando os valores razoáveis (oferecidos por um grande número de equações de estado apresentadas na literatura), situam-se na faixa de 200–400 MeV. Contudo, variações no cálculo das meias vidas das desintegrações nucleares raras, tomando os valores extremos desta faixa, não atingem mais que 0.15 unidades no logaritmo da meia vida. Isto é, uma variação comparável apenas a menor barra de erro dos resultados experimentais para desintegrações nucleares raras. Ou seja, de fato, podemos afirmar que não existem parâmetros livres em nosso modelo.

Para finalizar, gostaríamos de chamar a atenção para alguns pontos no modelo que merecem um comentário adicional.

- **Sobre a distribuição de carga do sistema** — Admitimos que a densidade de carga é uniforme e como consequência da introdução da relação de vínculo de conservação do volume total do sistema, além de uniforme, a densidade de carga permanece constante no tempo. A uniformidade da densidade de carga foi apenas uma necessidade imposta pelo fato de que a expressão analítica da energia coulombiana de duas calotas, apresentada por M. Gaudin e utilizada em nosso trabalho, pressupõe esta hipótese. Poderíamos ter considerado uma hipótese menos simplificadora e talvez mais realista, como por exemplo, a homogeneidade de cada uma das calotas que compõe o sistema.

Mesmo utilizando a hipótese de homogeneidade de carga em todo o sistema, a carga das calotas não se mantém constante, uma vez que o volume de cada calota varia. Com isto, estamos contemplando o efeito de transferência de carga entre as partes do sistema na fase molecular dos fragmentos.

- **Sobre a distribuição de massa do sistema** — A densidade de massa do sistema por sua vez, foi feita homogênea dentro de cada uma das calotas representativas dos fragmentos em formação. A massa de cada calota, definida na eq. III.18, inclui uma correção na densidade, de forma que a massa total do sistema assume os valores corretos no estado inicial e final do sistema. Gostaríamos de ressaltar que a alternativa

apresentada na eq. III.17, como uma distribuição preliminar não é de toda ruim. No limite assintótico, com os fragmentos já formados, a massa total difere do valor correto justamente do valor Q da desintegração nuclear. Entretanto, vale salientar que o valor Q é da ordem de algumas dezenas de MeV, enquanto que a massa reduzida do sistema no regime assintótico é da ordem de dezenas de GeV. Portanto, a modificação desta alternativa preliminar deve-se mais a uma questão de preservação da energética da reação.

- **Sobre a inclusão do momento angular orbital do sistema** — Este é um ponto que merece especial atenção quando detemo-nos na fase de pré-cisão. Neste caso, um mecanismo de transferência de momento angular intrínseco do núcleo pai, para momento angular orbital dos fragmentos nascentes, faz-se imprescindível. A inércia de rotação do sistema também deve ser analisada mais cuidadosamente, uma vez que deve ser também uma função da configuração de massa do sistema.

APÊNDICE A

Aproximação Semi-Clássica

Como no presente trabalho e em todos os modelos nele apresentados e discutidos, a penetrabilidade de barreira é calculada dentro da aproximação semi-clássica, ou aproximação wkb (Wentzel, Kramers e Brillouin), para a função de onda, decidimos apresentar, a título de maior completeza didática de nosso trabalho, os fundamentos desta aproximação.

Esta aproximação pode melhor ser compreendida quando, para a solução da equação de Schroedinger do sistema, impõe-se uma forma funcional para a função de onda do tipo

$$\Psi(r) = A e^{i\sigma(r)} . \quad (\text{A.1})$$

Tendo-se em conta que a fase $\sigma(r)$ pode ser expandida em potências de \hbar como

$$\sigma(r) = \sigma_0(r) + \left(\frac{\hbar}{i}\right) \sigma_1(r) + \left(\frac{\hbar}{i}\right)^2 \sigma_2(r) + \dots , \quad (\text{A.2})$$

voltando à equação de Schroedinger com esta solução formal e agrupando os termos de mesma ordem de \hbar , obtemos um sistema de equações diferenciais acopladas para as

funções $\sigma_i(r)$ da expansão acima. A equação correspondente a ordem zero de \hbar neste procedimento, fica

$$\frac{1}{2m}\sigma_0'^2 - \frac{i\hbar}{2m}\sigma_0'' = E - V(r), \quad (\text{A.3})$$

onde $\sigma_0'(r)$ e $\sigma_0''(r)$ são as derivadas em relação a r da função $\sigma_0(r)$.

A primeira etapa do processo aproximativo consiste em supor que $\hbar\sigma_0'' \ll \sigma_0'^2$, ou equivalentemente

$$\left| \frac{d}{dr} \frac{\hbar}{\sigma_0'} \right| \ll 1. \quad (\text{A.4})$$

Desprezando-se então o termo em \hbar na eq. A.3 obtém

$$\sigma_0 = \pm \int p \, dr. \quad (\text{A.5})$$

A aproximação estabelecida na eq. A.4 pode ser traduzida em termos do comprimento de onda de de Broglie da partícula por

$$\left| \frac{d\lambda}{dr} \right| \ll 1, \quad (\text{A.6})$$

Desta primeira etapa aproximativa do método, vemos que sua validade é assegurada apenas para a situação em que o potencial varie lentamente com a distância, de forma tal que o comprimento de onda da partícula submetida a este potencial,

$$\lambda = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(E - V)}}. \quad (\text{A.7})$$

sofra apenas pequenas variações com o deslocamento da partícula.

O vetor de onda associado à partícula com energia E sob a ação do potencial $V(r)$ é dada por

$$k = \frac{\sqrt{2m [E - V(r)]}}{\hbar} \quad (\text{A.8})$$

Assim, a condição traduzida pela eq. A.6 pode ser reescrita como

$$\left| \frac{1}{k^2} \frac{dk}{dx} \right| \ll 1 \quad (\text{A.9})$$

Quando retomamos o sistema de equações diferenciais acopladas, obtido na introdução da eq. A.2, na equação de Schroedinger, e tomamos a equação diferencial correspondente ao termo de primeira ordem em \hbar obtemos

$$\sigma_1' \sigma_0' + \frac{\sigma_0''}{2} = 0 \quad (\text{A.10})$$

tendo-se em conta a segunda etapa do processo aproximativo do método,

$$\left| \frac{1}{k^3} \frac{d^2 k}{dx^2} \right| \ll 1 \quad (\text{A.11})$$

Substituindo na eq. A.10 o valor de $\sigma_0(r)$ obtido anteriormente e integrando o resultado obtemos a solução para a função σ_1 , qual seja

$$\sigma_1 = -\frac{1}{2} \ln p = \ln \frac{1}{\sqrt{p}} \quad ,$$

Fica a função de onda Ψ , na aproximação semi-clássica, escrita como

$$\Psi = \frac{A}{\sqrt{k}} e^{+i \int k dr} + \frac{B}{\sqrt{k}} e^{-i \int k dr} \quad (\text{A.12})$$

Note que o fator \sqrt{k} deixa a densidade de probabilidade de encontrar a partícula em um dado ponto, inversamente proporcional à sua velocidade. Este é um reflexo do caráter semi-clássico da função de onda obtida.

Para regiões onde a energia do sistema é inferior ao potencial, deparamo-nos com o problema de um vetor de onda imaginário. Este vetor de onda não tem nenhum análogo clássico. Porém, podemos explicitar sua parte imaginária de maneira tal que a solução oscilatória (onda plana) torna-se uma solução exponencial, isto é, podemos escrever

$$\Psi_{\pm}(r) = \frac{C}{\sqrt{\gamma}} e^{\pm \int \gamma dr} \quad (\text{A.13})$$

com

$$\gamma = \frac{\sqrt{2m [V(r) - E]}}{\hbar} \quad (\text{A.14})$$

Cabe agora, com a forma da função de onda para a região classicamente proibida e classicamente acessível estabelecer adequadamente a continuidade da função e de sua derivada nos pontos de retorno clássicos. Este procedimento permite a determinação das constantes A , B e C da função de onda wkb para todas as regiões. A razão entre o fluxo de probabilidade emergente na região assintótica e o fluxo de probabilidade incidente sobre a barreira determina a penetrabilidade de barreira.

APÊNDICE B

Códigos Computacionais

Neste apêndice, para fins de documentação, anexamos os dois códigos numéricos utilizados no presente trabalho.

O primeiro, calcula a meia vida dos decaimentos exóticos e alfa, assim como a área da exponencial de Gamow, para o nosso modelo, o ASAFM, e o modelo de Shi e Swiatecki. São criados arquivos externo para a construção dos gráficos apresentados no capítulo IV.

```

C *****
C * ESTE PROGRAMA CALCULA A MEIA VIDA PARA DECAIMENTOS EXOTICOS E
C * ALFA. PREPARA TAMBEM FILES PARA GRAFICO DO INTEGRANDO DA EXP.
C * DE GAMOW E GRAFICOS DE MASSA REDUZIDA.
C *
C *
C *                               VERSAO FINAL : 20/05/92
C *
C *****

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

```

C.....
C.....COMMON C/PPNOS, PNOS, PPOE, PODIL, PLTAREA E NEWTZ
COMMON /RAIOS/RP,R01,R02,RBAR,RTOUCH

```

```

C.....
C.....COMMON C/PPNOS, PPOE, PODIL, PLTAREA, MU E CENTRIF
COMMON /MASSAS/XMUBAR,COEFBAR
COMMON /ENERG/E,HBC

```

```

C.....
C.....COMMON C/PPNOS, PPOE, PSHI, PODIL E PLTAREA
COMMON /CONSTELE/CC12

```

```

C.....
C.....COMMON C/MU E PLTAREA

```

```

COMMON /DENSMAS/ROMAS1,ROMAS2
COMMON /VOLUM/VOLP0,VOL10
COMMON /MASSA/XMAS1
C.....
C.....COMMON C/CENTRIF
COMMON /CENTR/L
C.....
C.....COMMON C/ECOUL
COMMON/ECOULOM/ C1,FATOR
C.....
C.....COMMON C/PPNOS
COMMON /CARGAS/ZK,ZK1,ZK2,CE
C.....
C.....COMMON C/PPOE
COMMON /MASS/AK1
COMMON /EINICP/EI
C.....
C.....COMMON C/PSHI
COMMON /PASHI/ A,XNU,FK,ELE0,ELEC,B
COMMON /RSHI/ RCP,RC1,RC2
C.....
C.....COMMON C/NEWTZ
COMMON /TOLER/EPSS

DATA PI/3.141592653589793D0/

OPEN(1,FILE='XMUCALF.DAT')
OPEN(2,FILE='XMUSALF.DAT')
OPEN(3,FILE='AREASN.DAT')
OPEN(4,FILE='AREASP.DAT')
OPEN(5,FILE='AREASS.DAT')
OPEN(7,FILE='FISSAO.DAD')
OPEN(8,FILE='MASSAS.DAD')
OPEN(9,FILE='ALFA.DAD')
OPEN(10,FILE='TAUT.DAT')

C.....
C.....
C..... Loop de Calculo da Area de Gamow para decaimento
C.....exotico(2) e decaimento alfa(3).
C DO 1000 MD=1,3
  MD=2
  MDR=MD+6
  MDR=MDR
  ND=13

DO 500 KND=1,ND
C do 20 kND=1,nd
  READ(MDR,*)AK,AK1,ZK,ZK1,XMAS,XMAS1,XMAS2,E
5  FORMAT(I3,2X,I2,2X,I2,2X,I2,2X,F12.5,2X,F11.5,2X,F12.5,2X,F8.5)

```

```

20  continue
C.....Especificacao do valor do momento angular orbital
      L=0
      AK2=AK-AK1
      AK2=AK2
      ZK2=ZK-ZK1
      XMAS=XMAS
C.....
C.....Constantes a serem usadas no decorrer do programa
      C1=8.D0/9.D0*PI
      CE=1.4399784D0
      UMA=938.47D0
      HBC=197.47D0
      VLUZ=3.D23
      XMUBAR=XMAS1*XMAS2/(XMAS1+XMAS2)
      COEFBAR=DSQRT(2.D0*XMUBAR)/HBC
      CC12=ZK1*ZK2*CE
      EPSS=1.D-12
C.....
C.....Determinacao do Raio do Nucleo Pai.....
      RP=1.20D0*AK**(1.D0/3.D0)
c     RP=1.26D0*AK**(1.D0/3.D0)
c     RP=1.14D0*AK**(1.D0/3.D0)
C.....
      RP3=RP**3
      VOLP0=4.D0/3.D0*PI*RP3
      VOLP02=VOLP0*VOLP0
      FATOR=CE*ZK*ZK/VOLP02
C.....
C.....Calculo raio final cluster tendo mesma dens. carga do pai
      VOL10=ZK1*VOLP0/ZK
      R01=( 0.75D0*VOL10/PI )**(1.D0/3.D0)
C.....Calculo raio final do filho maior tendo mesma dens. carga do pai
      VOL20=ZK2*VOLP0/ZK
      R02=( 0.75D0*VOL20/PI )**(1.D0/3.D0)
C.....
C.....Calculo da densidade de massa assintotica dos filhos...
      ROMAS1=XMAS1/VOL10
      ROMAS2=XMAS2/VOL20

      RTOUCH=R01+R02
      RBAR=RP-R01
C.....
c.....Energia de pico de barreira de poenaru
      EI= CE*ZK1*ZK2/RTOUCH
      + HBC*HBC*L*(L+1)/(2.D0*XMUBAR*RTOUCH**2)
C.....
C.....Especificacao de parametros de Shi e Swiatecki
      RSP=1.28D0*AK **(1.D0/3.D0)-0.76D0+0.8D0*AK **(-1.D0/3.D0)
      RS1=1.28D0*AK1**(1.D0/3.D0)-0.76D0+0.8D0*AK1**(-1.D0/3.D0)

```

```

RS2=1.28D0*AK2**((1.D0/3.D0)-0.76D0+0.8D0*AK2**(-1.D0/3.D0)
RCP=RSP - B**2/RSP
RC1=RS1 - B**2/RS1
RC2=RS2 - B**2/RS2
ELE0=2.D0*RCP
ELEC=2.D0*(RC1+RC2)
B=1.0D0
RRED=RC1*RC2/(RC1+RC2)
GAMAS=0.9517D0*(1.D0 - 1.7826D0*(1.D0 - 2.D0*ZK/AK)**2 )
FK=4.D0*PI*RRED*GAMAS*B
VPC=-1.7817D0*FK
VEC=CC12/(RC1+RC2)
VC= VEC + VPC - E
VLC=-CC12/(RC1+RC2)**2 + 0.9270D0*FK/B
DIFELE=ELEC - ELE0
XNU=VLC*DIFELE/VC
A=VC/DIFELE**XNU

```

C.....

C.....Numero de passos de integracao.

N=100

SN=0.D0

CALL PPNOS(N,SN)

COMPRES=300.D0

VSOM=VLUZ*DSQRT(COMPRES/UMA)/3.D0

FREQ=VSOM/RP

WRITE(6,*)'FREQ:',FREQ

GAMOWN=-2.D0*SN

XLAMBN=FREQ*DEXP(GAMOWN)

TAUN=DLOG10(2)/XLAMBN

DLGTAU=DLOG10(TAUN)

WRITE(6,*)'SN,LAMBN:',SN,XLAMBN

WRITE(6,*)'TAU:',TAUN

WRITE(10,*) AK,DLGTAU

WRITE(6,*)'***** DECAU:',KND+1,'*****'

CALL PLTMUS(N,RBAR,RTOUCH)

CALL PLTAREA(N,MD)

500 CONTINUE

1000 CONTINUE

STOP

END

C*****

C.....CALCULA INTEGRAL DA EXPONENCIAL DE GAMOW COM NOSSO POTENCIAL

SUBROUTINE PPNOS(N,SN)

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

COMMON /RAIOS/ RP,R01,R02,RBAR,RTOUCH
COMMON /CARGAS/ZK,ZK1,ZK2,CE
COMMON /CONSTELE/CC12
COMMON /MASSAS/XMUBAR,COEFBAR
COMMON /ENERG/E,HBC

C.....

C.....COMMON C/SUP
COMMON /SUPER/CS

C.....

C.....COMMON C/PNOS
COMMON /RENOR/ES012,EC012

DATA PI/3.141592653589793D0/

c.....Valores de self-energia coulombiana e superficial dos fragmentos

c.....finais e do pai

COUL0 =0.6D0*CE*ZK**2/RP
COUL01=0.6D0*CE*ZK1**2/R01
COUL02=0.6D0*CE*ZK2**2/R02
EC012=COUL01+COUL02
GAMA=(E + EC012 - COUL0)/(4.D0*PI*(RP**2 - R01**2 - R02**2))
CS=2.D0*PI*GAMA
ES01= 2.D0*CS*R01*R01
ES02= 2.D0*CS*R02*R02
ES012=ES01+ES02

C.....

C.....Preparando o Loop de integracao para regio de pre-cisao....

DZ=(RTOUCH-RBAR)/(2.D0*N)
Z=RBAR
SPAR=0.D0
SIMPAN=0.D0
EMV0=0.D0

C.....Calculo da integral (metodo Simp-2).....

DO 1 K1=1,N-1
Z=Z+DZ
CALL PNOS(Z,V,V1TIL,V2TIL,ALPHA)
CALL MU(V1TIL,V2TIL,ALPHA,XMU)
COEF=DSQRT(XMU)
EMV=COEF*DSQRT(DABS(V-E))

C EMV=COEFBAR*DSQRT(DABS(V-E))

SIMPAN=SIMPAN + EMV
Z=Z+DZ
CALL PNOS(Z,V,V1TIL,V2TIL,ALPHA)
CALL MU(V1TIL,V2TIL,ALPHA,XMU)
COEF=DSQRT(XMU)
EMV=COEF*DSQRT(DABS(V-E))

C EMV=COEFBAR*DSQRT(DABS(V-E))

```

1   SPAR=SPAR + EMV
    CONTINUE
    Z=Z+DZ
    CALL PNOS(Z,V,V1TIL,V2TIL,ALPHA)
    CALL MU(V1TIL,V2TIL,ALPHA,XMU)
    COEF=DSQRT(XMU)
    EMV=COEF*DSQRT(DABS(V-E))
C   EMV=COEFBAR*DSQRT(DABS(V-E))
    SIMPAR=SIMPAR + EMV
    Z=Z+DZ
    V=CC12/Z
    EMV=COEFBAR*DSQRT(DABS(V-E))
    SPAR=SPAR + EMV
    SN1=DSQRT(2.D0)*(EMV0+4.D0*SIMPAN+2.D0*SPAR-EMV)*DZ/
      (3.D0*HBC)
C   SN1=DSQRT(2.D0)*(EMV0+4.D0*SIMPAN+2.D0*SPAR-EMV)*DZ

C.....Calcula integral para regial pos-cisao.
    CALL PODIL(SN2)

    SN=SN1+SN2
15  FORMAT(1X,F14.5,1X,F14.5)

    RETURN
    END

```

C*****

C.....CALCULO DE NOSSO POTENCIAL PARA REGIAO DE PRE-CISAO.....

```

SUBROUTINE PNOS(Z,V,VOL1,VOL2,ALPHA)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

COMMON /RAIOS/ RP,R01,R02,RTOUCH,RBAR
COMMON /RENOR/ ES012,EC012

DATA PI/3.141592653589793D0/

CALL NEWTZ(Z,R2)
Z2=(R2**2 - R01**2 + Z**2)/(2.D0*Z)
Z1=Z - Z2
AA=DSQRT(R2**2 - Z2**2)
TET1=DACOS(Z1/R01)
TET2=2*PI-DASIN(AA/R2)
TAU1=TET1-PI
TAU2=TET2-PI
CALL ECOUL(TAU1,TAU2,AA,EC)
CALL SUP(TET1,TET2,AA,ES)
ECN=EC - EC012
ESN=ES - ES012
V=ECN + ESN

```


VOL1=PI*(R01+Z1)**2*(2.D0*R01-Z1)/3.D0
 VOL2=PI*(R2 +Z2)**2*(2.D0*R2 -Z2)/3.D0

C.....Calculo de Alpha

Z1BAR=PI*(R01**2 - Z1**2)**2/(4.D0*VOL1)
 Z2BAR=PI*(R2 **2 - Z2**2)**2/(4.D0*VOL2)
 FAT=2.D0/(Z*(R2 - Z2))
 ALPHA=1.D0 - FAT*(Z1*(Z1BAR + Z2BAR) + Z1BAR**2 + Z2BAR**2)

RETURN
 END

C*****

C.....CALCULO DO POTENCIAL DE POENARU.....

SUBROUTINE PPOE(Z,VP)
 IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
 COMMON /RAIOS/ RP,R01,R02,RBAR,RTOUCH
 COMMON /CONSTELE/CC12
 COMMON /EINICP/EI
 COMMON /ENERG/E,HBC
 COMMON /MASS/AK1

C.....

IF(Z.GE.RTOUCH) GO TO 10
 VPOE = E + (E-E)*((Z-RBAR)/(RTOUCH-RBAR))**2
 VP=VPOE
 RETURN

10 CONTINUE
 CALL CENTRIF(Z,VL)
 VPOE = CC12/Z
 VP=VPOE+VL

RETURN
 END

C*****

C.....CALCULO DO POTENCIAL DE SHI E SWIATECKI.....

SUBROUTINE PSHI(Z,ELE,VS)
 IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
 COMMON /CONSTELE/CC12
 COMMON /PASHI/ A,XNU,FK,ELE0,ELEC,B
 COMMON /ENERG/E,HBC

C.....Regiao de pre-cisao.....

IF(ELE.GT.ELEC) GO TO 21
 VS=A*(ELE-ELE0)**XNU
 RETURN

C.....

C.....Regiao de pre-cisao.....

21 CONTINUE

```
ZSHI=ELE-ELEC
QSI=ZSHI/B
PHI=-4.41D0*DEXP(-QSI/0.7176D0)
IF(QSI.LT.1.9475D0) PHI=-1.7817D0+0.9270D0*QSI+
. 0.01696D0*QSI**2-0.05148D0*QSI**3
ECE=CC12/Z
VP=FK*PHI
CALL CENTRIF(Z,VL)
VS=ECE + VP + VL - E
```

```
RETURN
END
```

C*****

C.....CALCULO DA INTEGRAL DA EXPONENCIAL DE GAMOW PARA A PARA A REGIAO
C.....DE POS-CISAO COMO NO CALCULO DE DE CARVALHO.....

```
SUBROUTINE PODIL(SN)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
```

```
COMMON /RAIOS/ RP,R01,R02,RBAR,RTOUCH
COMMON /MASSAS/XMUBAR,COEFBAR
COMMON /CONSTELE/CC12
COMMON /ENERG/E,HBC
```

C.....

```
RC=CC12/E
C=RTOUCH
D=RC
COVERD=C/D
DOVERC=D/C
CALL CENTRIF(C,EL)
ELOVE=EL/E
COVERD2=COVERD*COVERD
RAIZ1=DSQRT(ELOVE*(ELOVE + DOVERC - 1.D0))
RAIZ2=DSQRT(1.D0 + 4.D0*COVERD2*ELOVE)
```

```
TERM1=COVERD*DSQRT(ELOVE)*DLOG((RAIZ1 + ELOVE +0.5D0*DOVERC)/
(2.D0*COVERD*ELOVE/(1.D0 + RAIZ2) + 0.5D0*DOVERC) )
TERM2=DACOS( DSQRT( 0.5D0*( 1.D0 - (1.D0 - 2.D0*COVERD)/
RAIZ2 ) ) )
TERM3 =DSQRT(COVERD2*ELOVE + COVERD - COVERD2)
```

```
G=TERM1 + TERM2 - TERM3
```

```
SN=COEFBAR*CC12*G/DSQRT(E)
```

```
RETURN
END
```

C*****

C.....CALCULO DA BARREIRA CENTRIFUGA.....

```

SUBROUTINE CENTRIF(Z,VL)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON /MASSAS/XMUBAR,COEFBAR
COMMON /CENTR/L
COMMON /ENERG/E,HBC

```

```

VL=HBC*HBC*L*(L+1)/(2.D0*XMUBAR*Z*Z)

```

```

RETURN
END

```

```

C*****

```

```

C.....FUNCAO AUXILIAR PARA CALCULO DA ENERGIA COULOMBIANA DE GAUDIN

```

```

DOUBLE PRECISION FUNCTION F(X)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

```

```

DATA PI/3.141592653589793D0/

```

```

COSX=DCOS(X)
SINX=DSIN(X)
COSXH=DCOS(X/2.D0)
SINXH=DSIN(X/2.D0)

```

```

F=1.D0 - X*COSX/SINX - PI*SINXH/(2.D0*COSXH)

```

```

RETURN
END

```

```

C*****

```

```

C.....FUNCAO AUXILIAR PARA CALCULO DA ENERGIA COULOMBIANA DE GAUDIN

```

```

DOUBLE PRECISION FUNCTION FL(X)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

```

```

DATA PI/3.141592653589793D0/

```

```

XD=2.D0*X
XH=X/2.D0
TEM1=(XD-DSIN(XD))/(2.D0*DSIN(X)**2)
TEM2=(PI*DTAN(XH)**2)/4.D0
FL=TEM1-TEM2

```

```

RETURN
END

```

```

C*****

```

```

C.....FUNCAO AUXILIAR PARA CALCULO DA ENERGIA COULOMBIANA DE GAUDIN

```

```

DOUBLE PRECISION FUNCTION G(X)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

```

```

SIN3=DSIN(X)**3

```

```
XH=X/2.D0
TANH=DSIN(XH)/DCOS(XH)
TANH2=TANH*TANH
```

```
G=0.1D0*TANH*(15.D0+10.D0*TANH2+3.D0*TANH2*TANH2)+2.D0/SIN3
```

```
RETURN
END
```

```
C*****
C.....ESTA SUBROTINA CALCULA O FATOR MULTIPLICATIVO DA ENERGIA NO
C.....ARTIGO DE M. GAUDIN
```

```
SUBROUTINE EPSON(X1,X2,EPS)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
```

```
DATA PI/3.141592653589793D0/
```

```
X12=X1+X2
SIN1=DSIN(X1)
SIN2=DSIN(X2)
CTG1=DCOS(X1)/SIN1
CTG2=DCOS(X2)/SIN2
CSS1=1.D0/(SIN1*SIN1)
CSS2=1.D0/(SIN2*SIN2)
```

```
TER1=(CSS2-CSS1)*( F(X2)*CSS2 - F(X1)*CSS1 )
TER2=(CTG2+CTG1)*( FL(X2)*CSS2 + FL(X1)*CSS1 )
TER3=CSS2*CSS1*( F(X12) + DSIN(X12)**2/3.D0 )
TER4=PI*( G(X2) + G(X1) )/8.D0
EPS = TER1 - TER2 + TER3 + TER4
```

```
RETURN
END
```

```
C*****
C.....CALCULO DA ENERGIA COULOMBIANA DE GAUDIN.....
```

```
SUBROUTINE ECOUL(X1,X2,AA,EC)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON /ECOULOM/ C1,FATOR
```

```
CALL EPSON(-X1,X2,EPS)
EC= FATOR*C1*AA**5*EPS
```

```
RETURN
END
```

```
C*****
C.....CALCULO DA ENERGIA DE SUPERFICIE TIPO GOTA LIQUIDA COM SIGMA
C.....EQUIVALENTE.....
```

```
SUBROUTINE SUP(X1,X2,AA,ES)
```

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON /SUPER/CS

```

```

S1=(1.D0+DCOS(X1))/DSIN(X1)**2
S2=(1.D0+DCOS(X2))/DSIN(X2)**2

```

```

ES=CS*AA**2*(S1+S2)
RETURN
END

```

C*****

C.....PROCURA DE RAIZ COM METODO DE NEWTON-RAPHSON.....

```

SUBROUTINE NEWTZ(Z,R2)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON /RAIOS/ RP,R01,R02,RBAR,RTOUCH
COMMON /TOLER/ EPSS

```

```

R2T=RP
CONST=16.D0*RP**3 + Z**3 - R01**2*(8.D0*R01 + 6.D0*Z +
3.D0*R01**2/Z)

```

1 CONTINUE

```

F=8.D0*R2T**3 + 3.D0*R2T**4/Z + 6.D0*R2T**2*
(Z - R01**2/Z) - CONST
FL=12.D0*( R2T**2*(2.D0*Z + R2T) + R2T*(Z**2 - R01**2) )
R2 = R2T - F/FL
IF (DABS(R2-R2T).LT.EPSS) GO TO 2
R2T= R2

```

GO TO 1

2 RETURN
END

C*****

C.....PREPARACAO DE 'FILES' PARA GRAFICO DE MASSA REDUZIDA.....

```

SUBROUTINE PLTMUS(N,RBAR,RTOUCH)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

```

```

DZ=(RTOUCH-RBAR)/N
Z=RBAR
DO 123 LKM=1,N
Z=Z+DZ
CALL PNOS(Z,V,V1TIL,V2TIL,ALPHA)
CALL MU(V1TIL,V2TIL,ALPHA,XMU)
ALPHA2=ALPHA*ALPHA
XMU=XMU/1000
XMSA=XMU/ALPHA2

```

```

        WRITE(1,15) Z,XMU
        WRITE(2,15) Z,XMSA
123  CONTINUE

15  FORMAT(1X,F14.5,1X,F14.5)

        RETURN
        END
C*****
C.....PREPARACAO DE 'FILES' PARA GRAFICO DO INTEGRANDO DA EXPONENCIAL
C.....DE GAMOW.....

        SUBROUTINE PLTAREA(N,MD)
        IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

        COMMON /RAIOS/ RP,R01,R02,RBAR,RTOUCH
        COMMON /PASHI/ A,XNU,FK,ELE0,ELEC,B
        COMMON /RSHI/ RCP,RC1,RC2
        COMMON /MASSAS/XMUBAR,COEFBAR
        COMMON /DENSMAS/ROMAS1,ROMAS2
        COMMON /VOLUM/VOLP0,VOL10
        COMMON /CONSTELE/CC12
        COMMON /MASSA/XMAS1
        COMMON /ENERG/E,HBC
        COMMON /MASS/AK1

        EP= E + E*( 0.056D0 + 0.039*DEXP((4-AK1)/2.5D0) )
C.....Preparando o Loop de integracao para regio de pre-cisao.....
        DZ=(RTOUCH-RBAR)/N
        Z=RBAR
        DO 1 K1=1,N-1
        Z=Z+DZ
        CALL PNOS(Z,V,V1TIL,V2TIL,ALPHA)
        CALL PPOE(Z,VP)
        CALL MU(V1TIL,V2TIL,ALPHA,XMU)
        COEF=DSQRT(2.D0*XMU)/HBC
        EMVN=COEF *DSQRT(DABS(V -E ))
        EMVP=COEFBAR*DSQRT(DABS(VP-EP))
        IF((VP-EP).LT.0.D0) EMVS=0.D0
        WRITE(3,15) Z,EMVN
        WRITE(4,15) Z,EMVP
1  CONTINUE
        Z=Z+DZ
        V=CC12/Z
        CALL PPOE(Z,VP)
        EMVN=COEFBAR*DSQRT(DABS(V-E))
        EMVP=COEFBAR*DSQRT(DABS(VP-EP))
        WRITE(3,15) Z,EMVN
        WRITE(4,15) Z,EMVP
C.....

```

C.....Calculo da area de Gamow para a regioa externa.....

MD=MD

RC=CC12/E

DZ=(RC-RTOUCH)/N

Z=RTOUCH

DO 10 K=1,N

Z=Z+DZ

ECE=CC12/Z

CALL CENTRIF(Z,VL)

V=ECE+VL

CALL PPOE(Z,VP)

EMVN=COEFBAR*DSQRT(DABS(V-E))

EMVP=COEFBAR*DSQRT(DABS(VP-EP))

WRITE(3,15) Z,EMVN

WRITE(4,15) Z,EMVP

10 CONTINUE

C.....

C.....Calculo da Area de Shi & Swiatecki

ELEI=ELE0

ELEF=2.D0*ELEC

DELE=(ELEF-ELEI)/(2.D0*N)

ELE=ELEI

DO 20 K=1,(2*N)

ELE=ELE+DELE

Z=ELE-RC1-RC2

CALL PSHI(Z,ELE,VS)

EMVS=COEFBAR*DSQRT(DABS(VS))

IF(VS.LT.0.D0) EMVS=0.D0

WRITE(5,15) Z,EMVS

20 CONTINUE

15 FORMAT(1X,F14.5,1X,F14.5)

RETURN

END

C*****

C.....CALCULO DA MASSA REDUZIDA EFETIVA.....

SUBROUTINE MU(V1TIL,V2TIL,ALPHA,XMU)

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

COMMON /DENSMAS/ROMAS1,ROMAS2

COMMON /MASSAS/XMUBAR,COEFBAR

COMMON /VOLUM/VOLP0,VOL10

COMMON /ENERG/E,HBC

COMMON /MASSA/XMAS1

FDPROS=(1.D0-V1TIL/VOL10)

QTIL=FDPROS*E

XMTIL1=(ROMAS1 + QTIL/VOLP0)*V1TIL

```
XMTIL2=(ROMAS2 + QTIL/VOLP0)*V2TIL + FDPROS*XMAS1  
XMUTIL=XMTIL1*XMTIL2/(XMTIL1+XMTIL2)  
ALPHA2=ALPHA*ALPHA  
XMU=ALPHA2*XMUTIL
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
C*****
```


Neste programa é calculado basicamente, o potencial utilizado em nosso modelo e é criado um arquivo externo para a construção do gráfico mostrado na figura III.3.

```
C *****
C *   ESTE PROGRAMA PREPARA FILES PARA GRAFICO DA ENERGIA POTENCIAL
C *   COULOBIANA + SUPERFICIE PARA O CASO ASSIMETRICO
C *
C *
C *
C *
C *
C *
C *****
```

VERSAO FINAL : 20/05/92

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

```
C.....COMMON C/NEWTZ
COMMON /RAIO/RP
COMMON /EPSON/ EPSS
C.....
C.....COMMON C/ SUBROUTINE ECOUL
COMMON /CONST/ C1
COMMON /FAT/FATOR
C.....
C.....COMMON C/SUP
COMMON /SUPER/CS
C.....
C.....COMMON C/ PNOS, PPOE E PSHI
COMMON /RAIOS/R01,R02
C.....
C.....COMMON C/ PNOS
COMMON /ENERG/ES012,EC012
C.....
C.....COMMON C/PPOE E PSHI
COMMON /EINICP/EI,E
C.....
C.....COMMON C/ PSHI,PPOE E PNOS
COMMON /COEFIC/RTOUCH,RBAR,CC12
C.....
C.....COMMON C/PSHI
COMMON /PASHI/ A,XNU,FK,ELE0,ELEC,B
C.....
C.....COMMON C/CENTRIF
COMMON/CENTR/HBC2,XMU,L
C.....
```

DATA PI/3.141592653589793D0/

```
OPEN(1,FILE='VFIS.DAT')
OPEN(2,FILE='VEXO.DAT')
OPEN(3,FILE='VALF.DAT')
```

```

OPEN(4,FILE='VPOE.DAT')
OPEN(5,FILE='VSHI.DAT')
OPEN(7,FILE='FISSAO.DAD')
OPEN(8,FILE='MASSAS.DAD')
OPEN(9,FILE='ALFA.DAD')
OPEN(10,FILE='LIXO.DAT')
C.....
C.....Especificacao do decaimento.....
      ND=8
C.....
C.....Loop de Calculo da Area de Gamow para decaimento exotico e
C.....alfa.....
C      DO 5000 MD=1,3
      MD=2
      MDR=MD+6
C.....
C.....Loop para varrer todos os decaimentos.....
C      DO 1000 ND=1,13
      DO 20 K=1,ND
      READ(MDR,*)AK,AK1,ZK,ZK1,XMAS,XMAS1,XMAS2,E
20  CONTINUE
5   FORMAT(I3,2X,I3,2X,I2,2X,I2,2X,F12.5,2X,F12.5,2X,F12.5,2X,F9.5)
      L=0
      XMAS=XMAS
      XMAS1=XMAS1
      XMAS2=XMAS2
      AK2=AK-AK1
      AK2=AK2
      ZK2=ZK-ZK1
C.....
C.....CONSTANTES A SEREM USADAS NO DECORRER DO PROGRAMA
      C1=8.D0/9.D0*PI
      CE=1.4399784D0
      CC12=CE*ZK1*ZK2
      HBC=197.5D0
      HBC2=HBC*HBC
      XMU=XMAS1*XMAS2/(XMAS1+XMAS2)

      EPSS=1.D-12
C.....
C.....Especificacao do raio do nucleo pai.....
      RP=1.2D0*AK**(1.D0/3.D0)
c.....Constantes geometricas relacionadas ao nucleo pai
      RP3=RP**3
      VOLP0=4.D0/3.D0*PI*RP3
      VOLP02=VOLP0*VOLP0
      FATOR=CE*ZK*ZK/VOLP02
C.....
c.....Calculo raio final cluster tendo mesma dens. carga do pai

```

$$\text{VOL10}=\text{ZK1}*\text{VOLP0}/\text{ZK}$$

$$\text{R01}=(.75\text{D0}*\text{VOL10}/\text{PI})**(1.\text{D0}/3.\text{D0})$$

c.....Calculo raio final do filho maior tendo mesma dens. carga do pai

$$\text{VOL20}=\text{ZK2}*\text{VOLP0}/\text{ZK}$$

$$\text{R02}=(0.75\text{D0}*\text{VOL20}/\text{PI})**(1.\text{D0}/3.\text{D0})$$

C.....

$$\text{RBAR}=\text{RP}-\text{R01}$$

$$\text{RTOUCH}=\text{R01}+\text{R02}$$

c.....Valores de self-energia coullobiana e superficial dos fragmentos

c.....finais

$$\text{COUL0}=0.6*\text{CE}*\text{ZK}*\text{ZK}/\text{RP}$$

$$\text{COUL01}=0.6*\text{CE}*\text{ZK1}*\text{ZK1}/\text{R01}$$

$$\text{COUL02}=0.6*\text{CE}*\text{ZK2}*\text{ZK2}/\text{R02}$$

$$\text{EC012}=\text{COUL01}+\text{COUL02}$$

$$\text{GAMA}=(\text{E} + \text{EC012} - \text{COUL0})/(4.\text{D0}*\text{PI}*(\text{RP}**2 - \text{R01}**2 - \text{R02}**2))$$

$$\text{CS}=2.\text{D0}*\text{PI}*\text{GAMA}$$

$$\text{ES00}=2.\text{D0}*\text{CS}*\text{RP}*\text{RP}$$

$$\text{ES01}=2.\text{D0}*\text{CS}*\text{R01}*\text{R01}$$

$$\text{ES02}=2.\text{D0}*\text{CS}*\text{R02}*\text{R02}$$

C.....

C.....Definicao da constante de renormalizacao da nossa expressao..

$$\text{ES012}=\text{ES01}+\text{ES02}$$

$$\text{EC0}=\text{COUL0}-\text{EC012}$$

$$\text{ES0}=\text{ES00}-\text{ES012}$$

$$\text{V0}=\text{EC0} + \text{ES0}$$

C.....

c.....Energia de pico de barreira de poenaru

$$\text{EI}=\text{CE}*\text{ZK1}*\text{ZK2}/\text{RTOUCH}$$

$$\text{HBC2}*(\text{L}+0.5\text{D0})**2/(2.\text{D0}*\text{XMU}*\text{RTOUCH}**2)$$

C.....

C.....Especificacao de parametros de Shi e Swiatecki

$$\text{RSP}=1.28\text{D0}*\text{AK}**(1.\text{D0}/3.\text{D0})-0.76\text{D0}+0.8\text{D0}*\text{AK}**(-1.\text{D0}/3.\text{D0})$$

$$\text{RS1}=1.28\text{D0}*\text{AK1}**(1.\text{D0}/3.\text{D0})-0.76\text{D0}+0.8\text{D0}*\text{AK1}**(-1.\text{D0}/3.\text{D0})$$

$$\text{RS2}=1.28\text{D0}*\text{AK2}**(1.\text{D0}/3.\text{D0})-0.76\text{D0}+0.8\text{D0}*\text{AK2}**(-1.\text{D0}/3.\text{D0})$$

$$\text{RCP}=\text{RSP} - \text{B}**2/\text{RSP}$$

$$\text{RC1}=\text{RS1} - \text{B}**2/\text{RS1}$$

$$\text{RC2}=\text{RS2} - \text{B}**2/\text{RS2}$$

$$\text{ELE0}=2.\text{D0}*\text{RCP}$$

$$\text{ELEC}=2.\text{D0}*(\text{RC1}+\text{RC2})$$

$$\text{B}=1.0\text{D0}$$

$$\text{RRED}=\text{RC1}*\text{RC2}/(\text{RC1}+\text{RC2})$$

$$\text{GAMAS}=0.9517\text{D0}*(1.\text{D0} - 1.7826\text{D0}*(1.\text{D0} - 2.\text{D0}*\text{ZK}/\text{AK})**2)$$

$$\text{FK}=4.\text{D0}*\text{PI}*\text{RRED}*\text{GAMAS}*\text{B}$$

$$\text{VPC}=-1.7817\text{D0}*\text{FK}$$

$$\text{VEC}=\text{CC12}/(\text{RC1}+\text{RC2})$$

$$\text{VC}=\text{VEC} + \text{VPC} - \text{E}$$

$$\text{VLC}=-\text{CC12}/(\text{RC1}+\text{RC2})**2+0.9270\text{D0}*\text{FK}/\text{B}$$

```

DIFELE=ELEC - ELE0
XNU=VLC*DIFELE/VC
A=VC/DIFELE**XNU

```

```

C.....
WRITE(6,*) '***** DECAY MODE AND NUMBER:',MD,ND,' *****'

```

```

C.....
C.....Numero de pontos para potencial.....
N=200

```

```

C IF(MD.EQ.3) GO TO 150
ZI=0.D0
ZF=RBAR
DZ=(ZF-ZI)/(N/10)
Z=ZI
DO 1 K=1,N/10
WRITE(MD,15) Z,V0
WRITE(4,15) Z,V0
Z=Z+DZ
1 CONTINUE

```

```

150 ZI=RBAR
ZF=40.D0
DZ=(ZF-ZI)/N
Z=ZI
DO 2 K=1,N
Z=Z+DZ
CALL PNOS(Z,VN)
CALL PPOE(Z,VP)
WRITE(MD,15) Z,VN
WRITE(4,15) Z,VP
2 CONTINUE

```

```

C.....Loop para calculo apenas do potencial de Shi e Swiatecki....

```

```

ELEI=ELE0
ELEF=40.D0
DELE=(ELEF-ELEI)/N
ELE=ELEI
DO 3 K=1,N
ELE=ELE+DELE
Z=ELE-RC1-RC2
CALL PSHI(Z,ELE,VS)
WRITE(5,15) Z,VS+E
3 CONTINUE

```

```

1000 CONTINUE
5000 CONTINUE

```

```

15 FORMAT(1X,F14.5,1X,F14.5)

```

```

STOP

```

```
10  CONTINUE
    CALL CENTRIF(Z,VL)
    VPOE = CC12/Z
    VP=VPOE+VL
```

```
    RETURN
    END
```

```
C*****
C.....CALCULO DO POTENCIAL DE SHI E SWIATECKI.....
```

```
    SUBROUTINE PSHI(Z,ELE,VS)
    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
    COMMON /COEFIC/RTOUCH,RBAR,CC12
    COMMON /PASHI/ A,XNU,FK,ELE0,ELEC,B
    COMMON /EINICP/EI,E
```

```
C.....Regiao de pre-cisao.....
    IF(ELE.GT.ELEC) GO TO 21
    VS=A*(ELE-ELE0)**XNU
    RETURN
```

```
C.....
C.....Regiao de pre-cisao.....
```

```
21  CONTINUE
    ZSHI=ELE-ELEC
    QSI=ZSHI/B
    PHI=-4.41D0*DEXP(-QSI/0.7176D0)
    IF(QSI.LT.1.9475D0) PHI=-1.7817D0+0.9270*QSI+
    0.01696D0*QSI**2-0.05148D0*QSI**3
    ECE=CC12/Z
    VP=FK*PHI
    CALL CENTRIF(Z,VL)
    VS=ECE + VP + VL - E
```

```
    RETURN
    END
```

```
C*****
C.....CALCULO DA BARREIRA CENTRIFUGA.....
```

```
    SUBROUTINE CENTRIF(Z,VL)
    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
    COMMON/CENTR/HBC2,XMU,L
```

```
    VL=HBC2*(L+0.5D0)**2/(2.D0*XMU*Z*Z)
```

```
    RETURN
    END
```

```
C*****
```

```
C.....FUNCAO AUXILIAR PARA CALCULO DA ENERGIA COULOMBIANA DE GAUDIN
```

```
    DOUBLE PRECISION FUNCTION F(X)
```

END

C*****
C.....CALCULO DE NOSSO POTENCIAL.....

SUBROUTINE PNOS(Z,VN)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

COMMON /RAIOS/R01,R02
COMMON /ENERG/ES012,EC012
COMMON /COEFIC/RTOUCH,RBAR,CC12

DATA PI/3.141592653589793D0/

IF(Z.GE.RTOUCH) GO TO 10

CALL NEWTZ(Z,R01,R2)
Z2=(R2**2 - R01**2 + Z**2)/(2.D0*Z)
Z1=Z - Z2
AA=DSQRT(R2**2 - Z2**2)
TET1=DACOS(Z1/R01)
TET2=2*PI-DASIN(AA/R2)
TAU1=TET1-PI
TAU2=TET2-PI
CALL ECOUL(TAU1,TAU2,AA,EC)
CALL SUP(TET1,TET2,AA,ES)
ECN=EC - EC012
ESN=ES - ES012
VN=ECN + ESN
RETURN

10 CONTINUE
CALL CENTRIF(Z,VL)
VN = CC12/Z + VL

RETURN
END

C*****
C.....CALCULO DO POTENCIAL DE POENARU.....

SUBROUTINE PPOE(Z,VP)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON /RAIOS/R01,R02
COMMON /COEFIC/RTOUCH,RBAR,CC12
COMMON /EINICP/EI,E

C.....
IF(Z.GE.RTOUCH) GO TO 10
VPOE = E + (EI-E)*((Z-RBAR)/(RTOUCH-RBAR))**2
VP=VPOE
RETURN

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

DATA PI/3.141592653589793D0/

COSX=DCOS(X)

SINX=DSIN(X)

COSXH=DCOS(X/2.D0)

SINXH=DSIN(X/2.D0)

F=1.D0 - X*COSX/SINX - PI*SINXH/(2.D0*COSXH)

RETURN

END

C*****

C.....FUNCAO AUXILIAR PARA CALCULO DA ENERGIA COULOMBIANA DE GAUDIN

DOUBLE PRECISION FUNCTION FL(X)

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

DATA PI/3.141592653589793D0/

XD=2.D0*X

XH=X/2.D0

TEM1=(XD-DSIN(XD))/(2.D0*DSIN(X)**2)

TEM2=(PI*DTAN(XH)**2)/4.D0

FL=TEM1-TEM2

RETURN

END

C*****

C.....FUNCAO AUXILIAR PARA CALCULO DA ENERGIA COULOMBIANA DE GAUDIN

DOUBLE PRECISION FUNCTION G(X)

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

C.....PRECISA DE PROTECAO CONTRA OVERFLOW

SIN3=DSIN(X)**3

XH=X/2.D0

TANH=DSIN(XH)/DCOS(XH)

TANH2=TANH*TANH

G=0.1D0*TANH*(15.D0+10.D0*TANH2+3.D0*TANH2*TANH2)+2.D0/SIN3

RETURN

END

C*****

C ESTA SUBROTINA CALCULA O FATOR MULTIPLICATIVO DA ENERGIA NO
C ARTIGO DE M. GAUDIN

SUBROUTINE EPSON(X1,X2,EPS)

```
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
```

```
DATA PI/3.141592653589793D0/
```

```
X12=X1+X2
```

```
SIN1=DSIN(X1)
```

```
SIN2=DSIN(X2)
```

```
CTG1=DCOS(X1)/SIN1
```

```
CTG2=DCOS(X2)/SIN2
```

```
CSS1=1.D0/(SIN1*SIN1)
```

```
CSS2=1.D0/(SIN2*SIN2)
```

```
TER1=(CSS2-CSS1)*( F(X2)*CSS2 - F(X1)*CSS1 )
```

```
TER2=(CTG2+CTG1)*( FL(X2)*CSS2 + FL(X1)*CSS1 )
```

```
TER3=CSS2*CSS1*( F(X12) + DSIN(X12)**2/3.D0 )
```

```
TER4=PI*( G(X2) + G(X1) )/8.D0
```

```
EPS = TER1 - TER2 + TER3 + TER4
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
C*****
```

```
C.....CALCULO DA ENERGIA COULOMBIANA DE GAUDIN.....
```

```
SUBROUTINE ECOUL(X1,X2,AA,EC)
```

```
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
```

```
COMMON /CONST/ C1
```

```
COMMON /FAT/FATOR
```

```
CALL EPSON(-X1,X2,EPS)
```

```
EC= FATOR*C1*AA**5*EPS
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
C*****
```

```
C.....CALCULO DA ENERGIA DE SUPERFICIE TIPO GOTA LIQUIDA COM SIGMA
```

```
C.....EQUIVALENTE.....
```

```
SUBROUTINE SUP(X1,X2,AA,ES)
```

```
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
```

```
COMMON /SUPER/CS
```

```
S1=(1.D0+DCOS(X1))/DSIN(X1)**2
```

```
S2=(1.D0+DCOS(X2))/DSIN(X2)**2
```

```
ES=CS*AA**2*(S1+S2)
```

```
RETURN
```

```
END
```

```
C*****
```

```
C.....PROCURA DE RAIZ COM METODO DE NEWTON-RAPHSON.....
```



```
SUBROUTINE NEWTZ(Z,R01,R2)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON /RAIO/RP
COMMON /EPSON/ EPSS

R2T=RP
CONST=16.D0*RP**3 + Z**3 - R01**2*(8.D0*R01 + 6.D0*Z +
  3.D0*R01**2/Z)

1  CONTINUE

F=8.D0*R2T**3 + 3.D0*R2T**4/Z + 6.D0*R2**2*
  (Z - R01**2/Z) - CONST
FL= 12.D0*( R2T**2*(2.D0*Z + R2T) + R2T*(Z**2 - R01**2) )
R2 = R2T - F/FL
IF (DABS(R2-R2T).LT.EPSS) GO TO 2
R2T= R2
GO TO 1

2  RETURN
END
C*****
```

BIBLIOGRAFIA

- [1] Nachweis der entstehung aktiver bariumisotope aus Uran and Thorium durch neutronbestrahlung; Nachweis weiterer aktiver bruchstücke bei der Uranspaltung. Hann, O. und Strassmann, F., *Naturwissenschaftler*, 27, 11 (1939).
- [2] I. O. de Souza, Tese de Mestrado, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, 1975.
- [3] O. A. P. Tavares, Tese de Doutorado, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, 1978.
- [4] A new kind of natural radioactivity, H. J. Rose and G. A. Jones, *Nature* 307 (1984) 245.
- [5] Radioactive decay of Radium and Radon isotopes by ^{14}C emission. de Carvalho H. G., Martins J. B., Tavares O. A. P., *Phys. Rev C* 34 (1986) 2261.
- [6] Theoretical estimates of the rates of radioactive decay of Radium isotopes by ^{14}C emission. Shi Yi-Jin and Swiatecki W. J., *Phys. Rev. Lett.*, 54 (1985) 300.
- [7] Folded Yukawa-plus-exponential model from nuclei with different charge densities. Poenaru D. N., Ivascu M., Mazuilu D., *Comp. Phys. Commun.* 19 (1980) 205.
- [8] A New mode for natural radioactivity, Pic-Pichac G. A., *Sov. J. Nucl. Phys.* 44,(6), 1986, pag. 923.
- [9] Can we obtain nuclear structure information from exotic decays of heavy nuclei ? Buck B., Merchant A. C., Perez S. M., *Nucl. Phys.* A512 (1990) 483.
- [10] Zur quantentheorie de atomkernes. Gamow G., *Z. Phys.* 51, 204 (1928).
- [11] Energie coulombienne du solide uniformément chargé limité par deux sphères sécantes, Gaudin M., *Le Journal de Physique*, 35 (1974) 885.

- [12] Observation of the spontaneous emission of C^{14} nuclei from Ra^{223} , Alessandrov D. V., Belyatsky A. F., Gluhov Yu. A, Nikolsky E. Yu, Novatsky B. V., Oglobin A. A., Spepanov D. N. JETP Lett., 40, (1984).
- [13] Search for heavy-ion radioactivity from Am^{241} , Moody K. J., Hulete E. K., Shicheng Wang, Price P. B., Barwick S. W., Phys Rev C36 (1987) 2710.
- [14] Etching of radiation damage in lithium fluoride, D. A. Young, Nature 182, 375 (1958).
- [15] Examination of fission fragment tracks with an electron microscope, C. H. Silk and R. S. Barnes, Phil. Mag., 4, 970 (1959).
- [16] P. B. Price and R. M. Walker, J. Appl. Phys. 33, 3407 (1962).
- [17] Discovery of radioactive decay of Ra^{222} and Ra^{224} by C^{14} emission, P. B. Price, J. D. Stevenson, S. W. Barwick and H. L. Ravn, Phys Rev. Lett. 54 (1985) 297.
- [18] Particle emission from nuclei, Vol II, Chap 8, P. B. Price and S. W. Barwick and D. N. Poenaru and M. Ivascu (CRC Press, Boca Raton, Florida, 1988).
- [19] Particle emission from nuclei, Vol II, Chap9, D. Hasegan and S. P. Tretyakova and D. N. Poenaru and M. Ivascu (CRC, Boca Raton, Florida, 1988).
- [20] Radioactive decay of U^{234} via Ne and Mg emission, Shicheng Wang, P. B. Price, S. W. Barwick, K. J. Moody and K. Hulet, Phys Rev. C, Rapid Comm. 36 (1987) 2717. Ou, Heavy-fragment radioactivity of U^{234} , K. J. Moody, K. Hulet, Shicheng Wang and P. B. Price, Phys Rev. C, Brief Reports, 39 (1989) 2445.
- [21] Heavy-fragment radioactivity of Pu^{238} : Si and Mg emission, Shicheng Wang, D. Snowden-Ifft, P. B. Price, K. J. Moody and K. Hulet, Phys Rev. C, Rapid Comm. (1989).
- [22] Tretyakova S. P., Sandulescu A., Zamyatnim Yu. S., Mischeev V. L., Rapid Comm. 7 (1985) 23.

- [23] Systematics of spontaneous emission of intermediate mass fragments from heavy nuclei, Barwick S. W., Price P. B., Ravn H. L., Hourani E., Houssonnois M., Phys. Rev. C34 (1986) 362.
- [24] SOLENO, A superconducting solenoidal coil used As a spectrometer nuclear charged particle, Schapira J. P., Azaiez F., Fortier S., Gales S., Hourani E., Kumpulainem J., Maison J. M., Nucl Inst. and Meth., 224 (1984) 337.
- [25] Evidence for the radioactive decay of Ra^{226} by C^{14} emission, Hourani E., Houssonnois M., Stab L., Brillard L., Gales S., Schapira J. P., Phys Lett. 160B (1985) 375.
- [26] Spontaneous C^{14} emission from Ra^{223} , Kutschera W., Ahmad I., Armato III S. G., Friedman A. M., Gindler J., Henning W., Issii T., Paul P., Rehm K. E., Phys. Rev. C32 (1985) 2036.
- [27] Observation of novel radioactive decay by espontaneous emission of complex nucley, Barwick S. W., Ph. D. Thesis, Department of Physics, Universit of California at Berkeley (1986).
- [28] Price P. B., 5th Int. Conf. on Nucl. far from Stability, (1987), AIP Conf. Proc. 164, p.800.
- [29] Radioactive decay of U^{232} by Ne^{24} emission, Barwick S. W., Price P. B., Stevenson J. D., Phys Rev C31, (1985) 1984.
- [30] Tretyakova S. P., Sandulescu A., Zamyatnin Yu. S., Korotkin S., Mikeev V. L., LINR Rapid Commun. 5(1984) 5.
- [31] Radioactivity by light fragment (C, Ne, Mg) Emission, Hourani E., Hussonnois M., Poenaru D. N., Ann. Phys. Fr., 14 (1989) 311.
- [32] Tretyakova S. P., Sandulescu A., Micheev V. L., Hasegan D., Lebedev I. A., Zamyatnin Yu. S., Korotkin Yu. S., Myasoedov B. F., JINR Rapid Commun. 13 (1985) 34.

- [33] Tretyakova S. P., Sandulescu A., Micheev V. L., Hasegan D., Lebedev I. A., Zamyatnin Yu. S., Korotkin Yu. S., Myasoedov B. F., JINR, Rapid Commun. 13 (1985) 34.
- [34] Sandulescu A., Zamyatnin Yu S., Lebedev I. A., Myasoedov B. F., Tretyakova S. P., Hasegan D., JINR Rapid Commun. 5 (1984) 5.
- [35] Tretyakova S. P., Sandulescu A., Zamyatnin Yu. S., Korotkin Yu. S., Micheev V. L., Rapid Commun. 7 (1985) 23.
- [36] Search for Si^{34} ions in Am^{241} decay, Paul M., Ahmad I., Kutschera W., Phys. Rev. 34 (1986), 1980.
- [37] Price P. B., Phys. Bull. 36 (1985) 375.
- [38] Exotic nuclear decay of Ra^{223} by emission of C^{14} nuclei, Gales S., Hourani E., Houssonnois M., Schapira J. P., Stab L., Vergnes M, Phys Rev Lett. 53 (1984) 759.
- [39] On the theory of alpha desintegration and the determination of nuclear radii. Tolhoek H. A. and Brussard P. J., Physica 21, 449 (1955).
- [40] New type of decay of heavy nuclei intermediate between fission and α -decay. Sandulescu A., Poenaru D. N., and Greiner W., Sov. J. Part. Nucl. 11, 528 (1980).
- [41] Spontaneous emission of heavy clusters. Poenaru D. N., Ivascu M., Sandulescu A., and Greiner W, J. Phys. G.: Nucl. Phys. 10, (1984) L183.
- [42] Poenaru D. N. et. al., JINR Rapid Commun., 5 29 (1984).
- [43] Calculated half-lives and kinetic energies for spontaneous emission of heavy ions from nuclei. Poenaru D. N., Greiner W., Depta K., Ivascu M., Mazilu D., Sandulescu A., Atomic Data and Nuclear Data Tables, 34, 423 (1986).
- [44] ^5He radioactivity, Poenaru D. N., Ivascu M., J. Physique 45 (1984) 1099.
- [45] Proximity forces. Blochi J., Randrup J., Swiatecki W. J., and Tsang C. F., Ann. Phys., 105, 427-462 (1977).

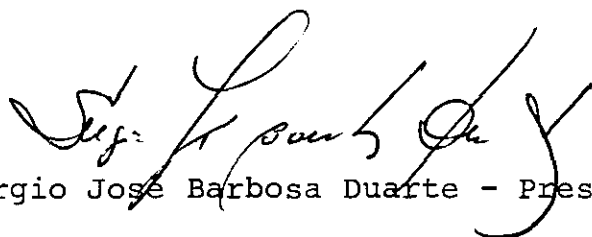
- [46] Trabalho do Shi e do Swi. que trata da deformação dos fragmentos.
- [47] Petrascu M., Buta A., Simion V., Central Institute of Physics, NP-44-1985, Bucharest (1985).
- [48] Hofstadter R., Collard H. R., Nuclear Radii, Landolt-Bornstein, Numerical Data and Function Relationships, Vol. 2 (Springer, Berlin, 1967).
- [49] Odd-Even staggering of heavy cluster spontaneous emission rates, Poenaru D. N., Greiner W., Ivascu M., Mazilu D., Plonski I. H., Z. Phys. A-Atom Nuclei 325 (1986) 435.
- [50] Collective effects on mass asymmetry in fission, Maruhn J. A., Greiner W., Physical Review C13, 2404, 1974.
- [51] Mass parameters in fission, Sobiczewski A., Sov. J. Part. Nuclei 10, 466, 1979.
- [52] Cranking model mass parameters for the asymmetric two center shell model, Schneider V., Maruhn J., Greiner W., Z. Phys. A 323, 111, 1986.
- [53] On the dynamics of fission: the role of reflection asymmetry in the nuclear shape, Ledergerber T., Pauli H-C., Nuclear Physics A207, 1, 1973.
- [54] Collective mass parameters in heavy ion scattering, Fink H. J., Scheid W., Greiner W., J. Phys. G1, 685, 1975.
- [55] Hydrodynamic theory of spontaneous fission, Foland W. D., Present R. D., Phys. Rev. 113, 613, 1959.
- [56] Dynamic calculations of fission of an axially symmetric liquid drop, Kelson I., Phys. Rev. B6, 136, 1667, 1964.
- [57] Effective mass for nuclear fission, Hasse R. W., Ebert R., Süßmann G., Nucl. Phys. A106, 117, 1968.
- [58] Effect of viscosity on the dynamics of fission, Davies K. T. R., Sierk A. J., Nix J. R., Phys Rev. C13, 2385, 1976.

- [59] Further studies in the liquid-drop theory of nuclear fission, Nix J. R., Nucl. Phys A130, 241, 1969.
- [60] Model for statistical properties of nuclear systems at finite temperature, Randrup J., Lima Medeiros E., Nuc. Phys. A529(1991) 115.
- [61] Nuclear matter calculations with mean scalar fields, Pandharipande V. R. and Smith R. A., Physics Letters B 59 (1975) 15.

"MODELO DE PRÉ-CISÃO PARA DECAIMENTOS EXÓTICOS"

MARCELLO GOMES GONÇALVES

Tese de Mestrado apresentada no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, fazendo parte da banca examinadora os seguintes professores:



Sérgio José Barbosa Duarte - Presidente



Carlos Eduardo Magalhães de Aguiar



Odilon Antonio Paula Tavares



Sérgio Joffily - Suplente

Rio de Janeiro, 01 de julho de 1992