

DIRCEU ATANAZIO PORTES JÚNIOR

**CORRELAÇÃO DE RAPIDEZ NA PRODUÇÃO MÚLTIPLA  
DE PARTÍCULAS EM COLISÃO PRÓTON-PRÓTON**

Tese de  
**MESTRADO**

*Quiliana Chermadomais*

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

RIO DE JANEIRO, 1991

- *A Sônia e Dirceu, meus pais.*

- *A Ana, minha esposa.*

## AGRADECIMENTOS

- *Ao Prof. Takeshi Kodama, pela competência e dedicação com que me orientou neste trabalho;*
- *Aos companheiros do Departamento de Física Nuclear e Altas Energias (DNE/CBPF), pelo constante apoio, amizade, e discussões;*
- *Ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas - CBPF, e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pelo suporte e apoio financeiro que me deram durante a elaboração deste trabalho.*

## RESUMO

O modelo de tubo de fogo propõe uma descrição fenomenológica simples para processos de produção múltipla de partículas em colisão próton-próton e próton-antipróton a altas energias. Supõe-se que após a colisão, os prótons transformam-se em objetos coloridos devido à troca de seus quarks e gluons, gerando um fluxo cromodinâmico, confinado num tubo. Numa etapa seguinte, este campo de cor se fragmenta formando objetos massivos intermediários, bolas de fogo, que subsequentemente decaem em píons.

Neste trabalho vamos estudar principalmente aspectos exclusivos do espectro do modelo, como a correlação em rapidez de curto e longo alcance. Para alcançar este objetivo desenvolve-se um cálculo, baseado no método de Monte Carlo, para a reprodução de todas as etapas do processo.

A simulação é feita para energias no centro de massa entre 63 e 900 GeV. Os resultados obtidos são comparados com os dados experimentais, reproduzindo-os satisfatoriamente em muitos aspectos, e abrem perspectivas para estudos futuros.

# SUMÁRIO

Agradecimentos .....	iii
Resumo .....	iv
Lista de Figuras.....	vii
Lista de Tabelas.....	viii
Introdução .....	1
<b>Capítulo 1 – Produção Múltipla em Colisão Próton-Próton.....</b>	<b>5</b>
1.1 – Distribuição de Multiplicidade.....	6
1.2 – Distribuição de Rapidez e Momento Transverso.....	9
1.3 – Correlação em Rapidez.....	11
1.4 – Correlação de Multiplicidade.....	18
<b>Capítulo 2 – O Modelo de Tubo de Fogo.....</b>	<b>22</b>
2.1 – Formação do Tubo de Fogo .....	22
2.2 – Fragmentação do Tubo de Fogo .....	26
2.3 – Produção de Hádrons .....	29

<b>Capítulo 3 – O Método de Monte Carlo.....</b>	<b>34</b>
3.1 – Formação das Bolas de Fogo .....	35
3.2 – Produção de Píons.....	40
3.2.1 – Distribuição de Multiplicidade.....	40
3.2.2 – Distribuição de Momento.....	42
<b>Capítulo 4 – Resultados e Conclusões .....</b>	<b>48</b>
4.1 – Resultados de Correlação .....	48
4.2 – Variações do Modelo .....	53
4.3 – Conclusão .....	57
<b>Apêndice A – Integral do Espaço de Fase.....</b>	<b>60</b>
<b>Apêndice B – Espaço de Fase Deformado.....</b>	<b>71</b>
<b>Bibliografia .....</b>	<b>73</b>

## LISTA DE FIGURAS

1.1 – Dados experimentais da distribuição de multiplicidade de partículas carregadas	8
1.2 – Dados experimentais da distribuição de pseudo-rapidez e momento transversal	10
1.3 – Dados experimentais de correlação em rapidez de curto e longo alcance	14
1.4 – Predições do modelo de Lund e DPM para correlação a $\sqrt{s} = 26$ GeV	17
2.1 – Evolução no espaço-tempo de uma corda clássica unidimensional	24
2.2 – Formação de bolas de fogo a partir da fragmentação do tubo de fogo	27
3.1 – Evolução no espaço-tempo de uma corda com partículas massivas nos extremos	36
3.2 – Resultados do modelo para a distribuição de multiplicidade e de massa para as bolas de fogo	39
3.3 – Resultados do modelo para a distribuição de multiplicidade de partículas finais	42
3.4 – Representação esquemática do decaimento de uma bola de fogo	43
3.5 – Resultados do modelo para a distribuição de pseudo-rapidez	46
4.1 – Resultados do modelo para a correlação de curto alcance	51
4.2 – Resultados do modelo para a correlação de longo alcance	52
4.3 – Distribuição de rapidez para o decaimento anisotrópico de uma bola de fogo, e a correlação de curto alcance obtida com esta forma de decaimento	55
4.4 – Predições para a distribuição de multiplicidade e correlação de curto alcance para uma variação do modelo	56

## LISTA DE TABELAS

1.1 – Dados experimentais para o coeficiente de correlação.....	18
3.1 – Resultados do modelo para a multiplicidade média de partículas carregadas...	41
4.1 – Resultados do modelo para a correlação de multiplicidade.....	53
4.2 – Resultados do modelo para a correlação de multiplicidade, supondo decaimento anisotrópico para as bolas de fogo.....	55



# INTRODUÇÃO

Desde o início dos anos quarenta, a produção múltipla de partículas em interações hadrônicas a altas energias têm atraído a atenção de muitos físicos. Trata-se de um problema complexo que exige o tratamento teórico de um sistema relativístico de muitos corpos interagindo fortemente, o que constitui um desafio ainda não alcançado.

Atualmente acredita-se que a QCD seja a teoria correta das interações fortes. Não obstante, devido à impossibilidade de um tratamento matemático para os seus aspectos não lineares e não perturbativos, não é possível usá-la para a descrição de processos de produção múltipla. No momento, uma análise baseada rigorosamente na teoria da QCD só é possível para processos com alto momento transferido.

No início da década de sessenta, uma tentativa de descrição das interações hadrônicas foi feita através da relação de dispersão da matriz  $S$ , onde se pretende descrever apenas os estados assintóticos pelas propriedades da referida matriz. Apesar de ser muito útil para a descrição de muitos fenômenos, não podemos considerá-la como uma teoria fundamental que consiga sozinha descrever todos os fenômenos da interação hadrônica. Como outra alternativa, a antiga descrição do modelo hidrodinâmico, que consiste numa visão macroscópica com base na termodinâmica e hidrodinâmica, ressurgiu na versão da QCD. Este enfoque não é totalmente satisfatório, pois o sistema apesar de ter muitos graus de liberdade para ser totalmente descrito por uma teoria fundamental, não pode ser conside-

rado macroscópico para um tratamento totalmente estatístico. Isto é, seu ponto de partida, onde se assume um equilíbrio térmico local, é duvidoso para um sistema microscópico.

Dadas as dificuldades teóricas, os modelos fenomenológicos são extremamente úteis. Eles permitem entender e interpretar os resultados experimentais em termos de alguns mecanismos físicos, criando desta forma uma imagem intuitiva que permita a elaboração de uma teoria mais geral e mais fundamental. Diversos são os modelos propostos para descrever diferentes aspectos em diferentes energias. Neste trabalho vamos fixar nossa atenção em processos de produção múltipla de hádrons em colisão inelástica próton-próton e próton-antipróton a altas energias (energia no centro de massa de 53 a 900 GeV).

Existem muitos modelos fenomenológicos que descrevem a produção múltipla em colisão hádron-hádron. Alguns são extensões dos processos perturbativos da QCD como gluon *bremstrahlung*, outros são baseados na formação de cordas. Preparata et al. [1] propuseram que a produção múltipla de partículas ocorre pela formação de uma corda de fogo, originada de um quark e antiquark de cada um dos hádrons incidentes. Esta corda decai em cordas menores ou ressonâncias através da quebra do campo de cor pela formação de par  $q - \bar{q}$ . No modelo de Lund [2] além da corda formada pelo campo de cor entre o quark e antiquark (diquark), o grau de liberdade de gluons é incluído como sendo uma dobra, ou excitação transversal. Na versão Fritiof [3] a colisão de hádrons-hádrons resulta em duas cordas na direção incidente, com um quark em uma das pontas e um diquark na outra. Também há uma forte semelhança entre a colisão hádron-hádron e a aniquilação  $e^+e^-$  que serve de inspiração para vários modelos [4].

Estes modelos estão sendo aplicados a processos mais complexos tais como colisões hádron-núcleo e núcleo-núcleo, com várias sofisticações para calcular a taxa de produção de vários hádrons finais, com efeitos de ressonância hadrônica incorporados. No

entanto, quando se busca a aplicação destes modelos para processo de núcleo-núcleo, ou mesmo para protón-protón em altíssima energia, há indicações experimentais que a simples superposição de cordas elementares não seja suficiente. Em particular, não é trivial a análise da questão da formação de QGP (plasma de quarks e gluons). Uma vez formado o estado de QGP, a visão hidrodinâmica é mais vantajosa. Neste sentido, é desejável desenvolver um modelo que interligue os aspectos de processos de formação de cordas com o hidrodinâmico. Assim, neste trabalho vamos descrever os processos de produção múltipla pelo modelo de tubo de fogo que apresenta esta característica.

O modelo de tubo de fogo tem como ingredientes básicos a produção de bolas de fogo via fragmentação de uma corda efetiva. Admite-se que após a colisão forme-se um fluxo de cor entre os hádrons incidentes confinado na forma de um tubo de fogo. Este campo de cor pode quebrar pela formação de pares  $q - \bar{q}$  em cadeia, formando bolas de fogo que subsequentemente decaem em hádrons observáveis. O modelo é bastante simples e apresenta bom acordo com os dados experimentais para o espectro inclusivo. Está desenvolvido nas referências [16-18], onde se supôs um decaimento com espectro térmico para as bolas de fogo. A nossa contribuição consiste em estudar aspectos mais exclusivos do espectro do modelo baseados no decaimento das bolas de fogo de acordo com o espaço de fase. Esta mudança permite uma extensão do estudo fenomenológico para grandezas que exijam o conhecimento da distribuição de dois corpos ou uma análise mais minuciosa evento por evento.

Do ponto de vista experimental o número de grandezas passíveis de uma análise fenomenológica é praticamente ilimitado, como: distribuição de rapidez, momento transversal, multiplicidade, diversas funções de correlação entre as diferentes variáveis, correlação de multiplicidade, distribuições de três corpos etc.. À medida que aumenta o

número de modelos fenomenológicos, torna-se importante submetê-los ao maior número possível de testes com os dados experimentais estabelecendo claramente os limites de cada modelo.

Portanto, o objetivo deste trabalho consiste em estender o modelo de tubo de fogo para a reprodução dos dados de correlação em rapidez, o que até então só era possível através dos modelos dos *clusters*. O presente trabalho está dividido do seguinte modo:

No primeiro capítulo faremos uma análise das propriedades gerais da produção múltipla de partículas. Não pretendemos apresentar uma discussão completa do assunto, mas apenas alguns aspectos que serão objeto de análise futura.

No segundo capítulo faremos uma apresentação mais detalhada do modelo de tubo de fogo.

O terceiro capítulo conterà o que constitui a nossa contribuição para o modelo. Nele se trata do desenvolvimento do método de Monte Carlo para a reprodução evento por evento de todas as etapas do processo, com o decaimento das bolas de fogo de acordo com o espaço de fase. No que se refere ao decaimento das bolas de fogo, a técnica desenvolvida não se aplica apenas ao nosso modelo, mas pode ser usada de modo mais geral.

Finalmente no quarto capítulo faremos uma análise dos resultados e a conclusão do nosso trabalho.

# CAPÍTULO 1

## PRODUÇÃO MÚLTIPLA EM COLISÃO PRÓTON-PRÓTON

Neste capítulo veremos algumas propriedades gerais da produção de muitos hádrons em colisão próton-próton e próton-antipróton a altas energias. De um modo bem sucinto, podemos dizer que um evento típico caracteriza-se pela abundante produção de píons e a tendência das partículas terem um baixo momento no plano transversal ao eixo da colisão. Pode-se visualizar a distribuição no espaço dos momentos como um cilindro em torno do eixo longitudinal (direção das partículas incidentes).

Dada esta configuração, torna-se conveniente descrever o momento de uma partícula por sua componente transversal,  $\vec{p}_T$ , e substituir a componente longitudinal pela rapidez, definida por

$$y = \frac{1}{2} \log \frac{E + p_L}{E - p_L} . \quad (1.1)$$

Desta forma, a transformação de Lorentz é representada por

$$\begin{aligned} p_T &\rightarrow p'_T = p_T \\ y &\rightarrow y' = y + \frac{1}{2} \log \frac{1 + \beta}{1 - \beta} , \end{aligned} \quad (1.2)$$

onde  $\beta$  é a velocidade associada à transformação. Como vemos por (1.2) a variável rapidez transforma-se aditivamente sob uma transformação de Lorentz; conseqüentemente a forma de sua distribuição mantém-se invariante de um sistema de referência para o outro. A

dificuldade experimental em medir o momento e a energia das partículas produzidas em colisões a altas energias, leva comumente à substituição da rapidez pela pseudo-rapidez, variável definida como

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{2} \log \frac{p + p_l}{p - p_l} \\ &= \log \tan \frac{\theta}{2} \quad , \end{aligned} \tag{1.3}$$

onde  $\theta$  é o ângulo de espalhamento no centro de massa. Para partículas produzidas com alta energia cinética  $p^2 \simeq E^2$  a pseudo-rapidez tende à rapidez. Para partículas sem massa as duas grandezas coincidem.

Para colisões com energia no centro de massa,  $\sqrt{s}$ , acima de 100 GeV só dispomos de dados sobre a distribuição de pseudo-rapidez. Neste trabalho mencionaremos muitas vezes a rapidez, ainda que na maioria das vezes estaremos realmente nos referindo à pseudo-rapidez.

Nas discussões futuras nos limitaremos a processos inelásticos não difrativos (NSD). Tais processos caracterizam-se pelo alto momento transferido. São identificados pela distribuição do momento longitudinal do próton em relação à energia do centro de massa,  $x = 2p_l/\sqrt{s}$ . A distribuição de  $x$  apresenta um pico em  $x \simeq 1$  correspondente aos eventos difrativos, tais eventos equivalem aproximadamente a 20% da seção de choque inelástica total.

## 1.1 – Distribuição de Multiplicidade

Desde a década de sessenta, muitos estudos sistemáticos foram feitos para descrever a distribuição de multiplicidade em colisão hádron-hádron. A mais significativa é, possivelmente, a lei de escala KNO (Koba-Nielsen-Olesen) [5], proposta em 1972, se es-

tabelece como uma lei de escala para distribuição de multiplicidade nas colisões inelásticas próton-próton em processos não difrativos (NSD).

Denotando por  $P(n)$  a probabilidade que no estado final sejam encontradas  $n$  partículas secundárias carregadas,  $\langle n \rangle$  a multiplicidade média e  $z = n / \langle n \rangle$ , a KNO conjectura que

$$\langle n \rangle P(n)_{s \rightarrow \infty} = \Psi(z) \quad , \quad (1.4)$$

onde  $\Psi$  é uma função independente da energia. Para  $\langle n \rangle \gg 1$  podemos escrever a condição de normalização por

$$\int_0^{\infty} \Psi(z) dz \simeq \sum P(n) = 1 \quad . \quad (1.5)$$

Analogamente, podemos expressar o  $p$ -ésimo momento da distribuição de multiplicidade por

$$\int_0^{\infty} \Psi(z) z^p dz = c_p = \frac{\sum P(n) n^p}{\langle n \rangle^p} \quad . \quad (1.6)$$

Como  $\Psi(z)$  é uma função universal para todas as energias, a escala KNO implica que os momentos  $c_p$ , também sejam independentes da energia. Observa-se que realmente para energia incidente abaixo de 100 GeV os momentos são aproximadamente constantes, mas com medidas mais recentes do UA5 *collaboration* a  $\sqrt{s} = 546$  GeV [6] e posteriormente a  $\sqrt{s} = 200$  e 900 GeV [7] observamos claramente que os momentos não são constantes, ao contrário, tendem a crescer com a energia. Este aumento dos momentos significa que não há uma única função  $\Psi(z)$ , mas que a dispersão de  $\Psi(z)$  aumenta com a energia.

Na figura 1.1 apresentamos as distribuições de multiplicidade para várias energias. Nota-se que a escala KNO descreve bem a distribuição de multiplicidade para energia até 63 GeV, mas é violada para energias maiores mostrando que o limite assintótico previsto pela expressão (1.4) não é verdadeiro.

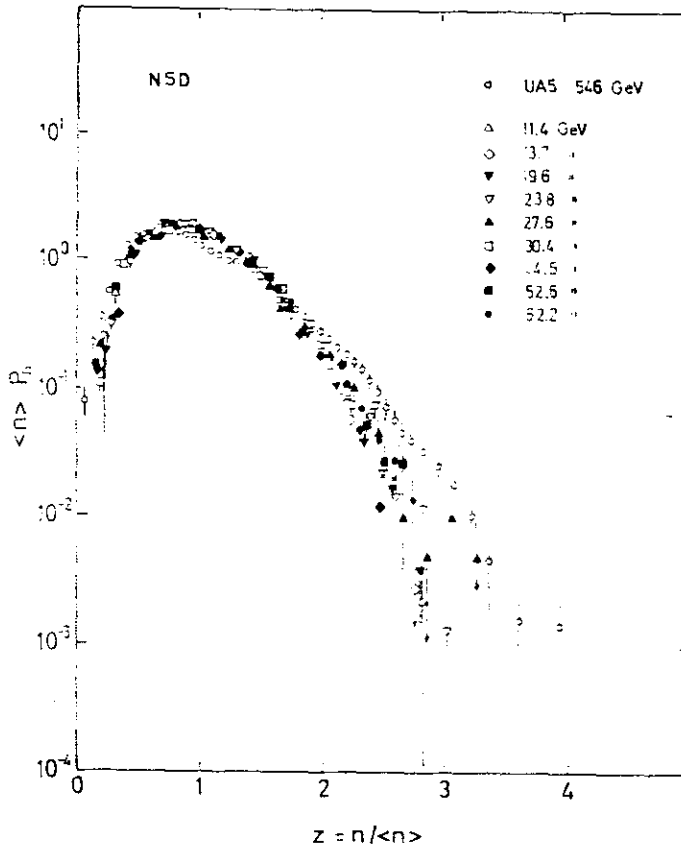


Fig. 1.1. Distribuição de multiplicidade de partículas carregadas para várias energias. Os eixos estão na forma da escala KNO. (figura extraída da referência [6])

Diante da constatação da violação da escala KNO outras formas de parametrização foram propostas. O UA5 *collaboration* obteve bom ajuste com uma distribuição negativa binomial (NBD) definida por

$$P_n(\bar{n}, k) = \binom{n+k-1}{k-1} \frac{(\bar{n}/k)^n}{(1 + \bar{n}/k)^{n+k}}, \quad (1.7)$$

onde  $\bar{n}$  é a multiplicidade média ( $\langle n \rangle$ ) e  $k$  um parâmetro livre. Para  $k = 1$  obtemos a distribuição geométrica, para  $k$  inteiro esta distribuição torna-se a distribuição generalizada Bose-Einstein. No limite  $k \rightarrow \infty$  obtém-se a distribuição de Poisson e para  $\bar{n} \rightarrow \infty$  ela tende para a distribuição gama. A NBD é expressa em termos de transformação de Poisson



de uma família de funções  $f(x)$ ,

$$P(n) = \int_0^{\infty} \frac{x^n e^{-x}}{n!} f(x) dx \quad . \quad (1.8)$$

Por exemplo, para  $f(x) = \delta(x - \bar{n})$  obtemos a própria distribuição de Poisson, para  $f(x) = \exp(-x/\bar{n})/n$  obtemos a distribuição geométrica (Bose-Einstein). Em geral, a NBD é obtida para

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(k)} (\bar{n}/k)^{-k} x^{k-1} e^{-kx/\bar{n}} \quad . \quad (1.9)$$

Os momentos estão relacionados com os parâmetros  $\bar{n}$  e  $k$ , por exemplo

$$c_2 = 1 + k^{-1} + \bar{n}^{-1} \quad . \quad (1.10)$$

Com NBD consegue-se parametrizar as distribuições de multiplicidade para todas as energias. No entanto, diferentemente da KNO, a NBD não é uma lei de escala com a mesma função para todas as energias [7]. Também não possui nenhuma interpretação baseada em algum mecanismo físico, sendo de carácter puramente fenomenológico.

Apesar dos bons resultados obtidos com a NBD, recentes dados da UA5 *collaboration* a  $\sqrt{s} = 900$  GeV mostraram que para esta energia a distribuição de multiplicidade não pode ser parametrizada pela NBD. Este fato induz a se propor outras distribuições, com bons resultados [8].

## 1.2 – Distribuição de Rapidez e Momento Transverso

Como propriedades gerais do momento transverso, temos que  $\langle p_T \rangle$  cresce lentamente com a energia, e a distribuição de  $p_T^2$  apresenta um pico quando  $p_T^2 \simeq 0$ . Na figura 1.2b mostramos a seção de choque inclusiva, para energias incidentes no centro de

massa de 200 a 900 GeV [9]. Notamos que para baixos valores de  $p_T$  a distribuição é aproximadamente a mesma para todas as energias. Isto sugere que a seção de choque para esta faixa possa ser bem parametrizada por

$$E \frac{d^3\sigma}{dp^3} = A \exp(-bm_T) \quad , \quad (1.11)$$

sendo  $m_T = \sqrt{m_\pi^2 + p_T^2}$ . Para altos valores de  $p_T$  a distribuição aumenta mais significativamente com a energia, levando-se a concluir que a contribuição para o aumento de  $\langle p_T \rangle$  ocorra devido à contribuição desta faixa do espectro.

Na figura 1.2a mostramos os resultados experimentais da distribuição de pseudo-rapidez para energias incidente no centro de massa entre 200 e 900 GeV. Notamos que na região central a distribuição apresenta um *plateau* que se eleva com a energia.

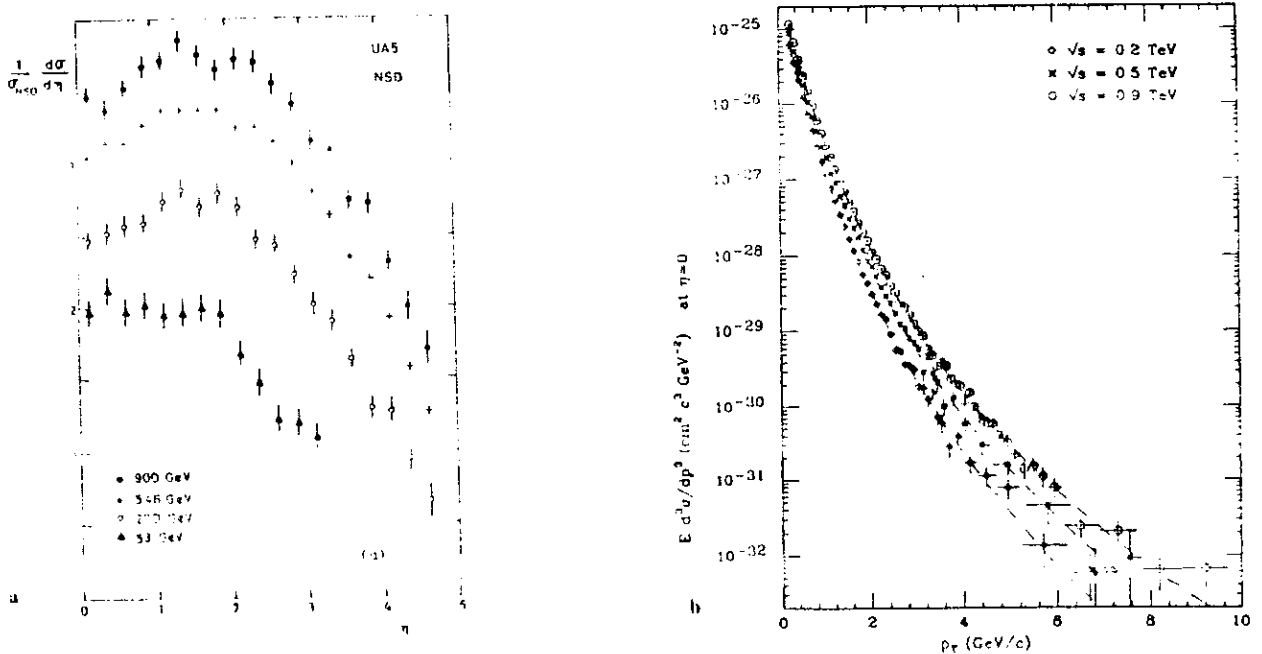


Fig 1.2. Distribuição de partículas carregadas: a) distribuição de pseudo-rapidez. b) distribuição de momento transverso. (figura extraída da referência [9])

### 1.3 – Correlação em Rapidez

De um modo geral, a correlação de dois corpos mede como a distribuição de um par de partículas difere do caso quando cada uma se comporta independentemente. O estudo da correlação é um poderoso instrumento na análise dos processos de produção múltipla de partículas, podendo dar importantes informações da dinâmica hadrônica a altas energias.

A correlação na distribuição de duas partículas pode surgir basicamente de duas naturezas distintas: uma de origem estatística quântica, outra de origem dinâmica. Quando se observa duas partículas idênticas simultaneamente, o efeito de simetrização de suas funções de onda, causa uma correlação mesmo sendo estas partículas produzidas independentemente. Em particular, se uma fonte emite estacionariamente partículas independentes numa região espacial, a correlação na distribuição de momentos relativos entre duas partículas bosônicas está diretamente associada à extensão espacial da fonte. Este mecanismo de correlação foi utilizado primeiramente por Hanbury-Brown e Twiss para medir o tamanho dos objetos astronômicos, e posteriormente introduzido por Goldhaber et al. para reações de produção múltipla de píons. Recentemente, nos processos de colisões de ions a energia ultra-relativística, muitas análises da correlação estão sendo feitas para estimar o volume da fonte como indicador de realização de plasma de quarks e gluons.

Quando o mecanismo da produção também gera a correlação, a correlação observada já não pode ser associada diretamente com o tamanho da fonte. Neste sentido, é importante estudar, numa abordagem clássica, até que ponto a correlação de duas partículas será afetada em função do modelo.

O estado final de duas partículas é caracterizado pela rapidez, momento

transverso, ângulo azimutal, carga e outros números quânticos de cada uma das duas partículas. Muitas funções de correlação diferentes poderiam ser construídas com estas variáveis, mas no momento só trataremos da correlação na rapidez (ou pseudo-rapidez).

Denotando por  $\rho(y) = (1/\sigma)d\sigma/dy$  e  $\rho^2(y_1, y_2) = (1/\sigma)d^2\sigma/dy_1 dy_2$ , onde  $\sigma$  é a seção de choque inelástica total, podemos definir a correlação de dois corpos como

$$C(y_1, y_2) = \rho^2(y_1, y_2) - \rho(y_1)\rho(y_2) \quad . \quad (1.12)$$

Sua normalização está relacionada com o segundo momento e multiplicidade da distribuição,

$$\int C(y_1, y_2) dy_1 dy_2 = \langle n(n-1) \rangle - \langle n \rangle^2 = D^2 - \langle n \rangle \quad , \quad (1.13)$$

onde

$$D^2 = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 \quad (1.14)$$

é o desvio quadrático médio.

Os dados mostram um forte crescimento de  $D^2$  com a energia, apresentando um significativo aumento da diferença  $D^2 - \langle n \rangle$  em função da energia incidente. Entretanto, deve-se notar que um aumento da flutuação na multiplicidade não significa uma forte correlação entre as partículas. Ao contrário, a flutuação pode esconder a informação dinâmica que procuramos obter ao analisar a correlação. Com o fim de excluir a contribuição devido à flutuação  $D^2$ , introduzimos a distribuição semi-inclusiva de correlação com  $n$  fixo,

$$C_n(y_1, y_2) = \rho_n^2(y_1, y_2) - \rho_n(y_1)\rho_n(y_2) \quad , \quad (1.15)$$

onde  $\rho_n(y)$  e  $\rho_n^2(y_1, y_2)$  são respectivamente, as distribuições semi-inclusivas de rapidez de uma e de duas partículas a uma dada multiplicidade  $n$ .  $\rho_n$  está normalizada a  $n$  e  $\rho_n^2$  está

normalizada a  $n^2$ . Estas distribuições estão relacionadas com a distribuição total por

$$\rho(y) = \sum_n \frac{\sigma_n}{\sigma} \rho_n(y) \quad (1.16)$$

e

$$\rho^2(y_1, y_2) = \sum_n \frac{\sigma_n}{\sigma} \rho_n^2(y_1, y_2) \quad , \quad (1.17)$$

onde  $\sigma_n$  é a seção de choque semi-inclusiva a uma multiplicidade  $n$ . Assim podemos separar a correlação em duas partes:

$$C(y_1, y_2) = C_s(y_1, y_2) + C_l(y_1, y_2) \quad , \quad (1.18)$$

onde

$$C_s(y_1, y_2) = \sum_n \frac{\sigma_n}{\sigma} C_n(y_1, y_2) \quad (1.19)$$

e

$$C_l(y_1, y_2) = \sum_n \frac{\sigma_n}{\sigma} (\rho(y_1) - \rho_n(y_1))(\rho(y_2) - \rho_n(y_2)) \quad . \quad (1.20)$$

$C_l$ , chamada de correlação de “longo alcance”, não apresenta a distribuição de dois corpos,  $\rho_n^2(y_1, y_2)$ , portanto não contém nenhuma informação sobre a correlação dinâmica entre as partículas. Como fica explícito na expressão (1.20), sua origem é devido à mistura de eventos de diferentes multiplicidades, dependendo apenas da diferença  $\rho(y) - \rho_n(y)$ . Está diretamente relacionada com a dispersão na multiplicidade com sua integral em todo o espaço de fase valendo  $D^2$ .  $C_s$ , chamada de correlação de “curto alcance”, é a média ponderada de  $C_n$ . É o termo que tem interesse quando se quer estudar a correlação que tem origem dinâmica. Sua integral em todo espaço de fase igual a  $-\langle n \rangle$ .

A figura 1.3 mostra a contribuição de  $C_s(0, \eta)$  e  $C_l(0, \eta)$  separadamente para diferentes energias. Pode-se observar a grande utilidade em separar os dois termos, pois

olhando apenas para  $C(0,\eta)$ , a contribuição devido à “verdadeira” correlação,  $C_s(0,\eta)$ , ficaria completamente escondida, principalmente para altas energias em que  $D^2$  é muito maior que  $\langle n \rangle$ . A figura 1.3 também ajuda a entender as expressões longo e curto alcance que se referem ao intervalo de interesse na distribuição de rapidez, enquanto a correlação de curto alcance apresenta um pico em  $\eta_1 \approx \eta_2$ , a correlação de longo alcance estende-se até largos valores de rapidez.

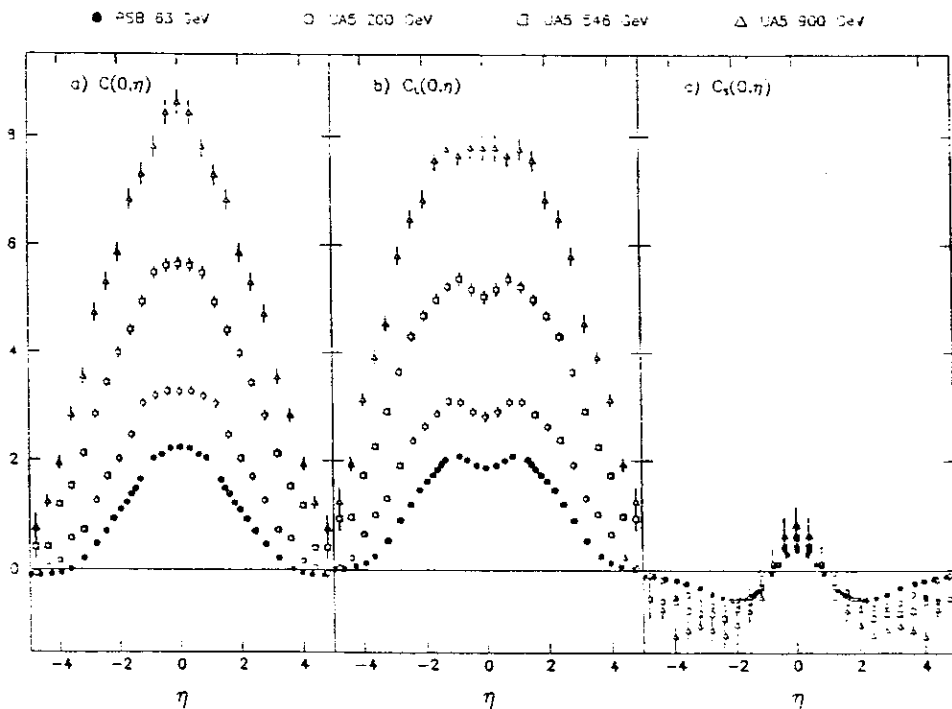


Fig. 1.3. Dados experimentais da função de correlação: a) total, b) contribuição de longo alcance, c) contribuição de curto alcance. (figura extraída da referência [12])

O comportamento de  $C_s(0,\eta)$  na figura acima revela que há uma tendência das partículas se agruparem em *clusters* no seu estado final [6,10-12]. Também pode-se notar que para  $C_s$  não há significativa dependência com a energia.

Os dados experimentais também revelam uma invariância translacional [10], ou seja, os dados de correlação, aproximadamente, só dependem de  $|y_1 - y_2|$ . Isto permite

descrever a correlação usando apenas  $C(\Delta y)$  ou  $C(y_1, y_2)$  com  $y_1 = \text{const.}$ , resultando numa enorme simplificação no tratamento dos dados, pois o estudo de  $C_n$  como função de  $n$  e de duas variáveis  $y_1$  e  $y_2$  exigiria o tratamento de um grande número de dados numéricos.

Um possível mecanismo que gera correlação de curto alcance foi descrito pelos modelos dos *clusters* [12,13], onde as partículas são produzidas pelo decaimento (isotrópico) de *clusters*.

Para um pequeno número de partículas originadas de um mesmo *cluster* efeitos cinemáticos como a conservação de números quânticos e conservação de energia-momento causam correlação de curto alcance.

A origem dinâmica dos *clusters* não está clara (uma possibilidade é identificá-lo como ressonância hadrônica), portanto sua distribuição de rapidez, multiplicidade e decaimento são tratados de modo fenomenológico. A suposição mais simples considera que cada *cluster* decai sempre em  $\kappa_0$  partículas e com uma distribuição gaussiana para espectro de rapidez,

$$D(y, y_c) = \frac{1}{2\delta\sqrt{\pi}} \exp \frac{-(y - y_c)^2}{4\delta^2} , \quad (1.21)$$

onde  $y_c$  é a rapidez do *cluster* e  $y$  a da partícula. Para um intervalo central de rapidez onde podemos admitir  $\rho_n(y) = \text{const.}$  e considerar que os *clusters* distribuem-se homogeneamente neste intervalo, pode-se provar que [13]

$$C_n(y_1, y_2) = \frac{(\kappa_0 - 1)}{2\delta\sqrt{\pi}} \rho_n(y = 0) \exp \frac{-(y_1 - y_2)^2}{4\delta^2} - \frac{\kappa_0}{n} \rho_n(y_1) \rho_n(y_2) . \quad (1.22)$$

Outra alternativa, é considerar que a multiplicidade de partículas provenientes de um *cluster* seja dada por uma distribuição de Poisson com um número médio  $\langle \kappa \rangle$ . Neste

caso teremos

$$C_n(y_1, y_2) = \frac{A_n}{2\delta\sqrt{\pi}} \rho_n(y=0) \exp \frac{-(y_1 - y_2)^2}{4\delta^2} - \frac{1}{n}(1 + A_n)\rho_n(y_1)\rho_n(y_2) \quad , \quad (1.23)$$

onde

$$A_n = \frac{\langle \kappa \rangle (n-1)\sigma_{n-1}}{n\sigma_n} \quad . \quad (1.24)$$

De uma forma geral mesmo para considerações mais complexas sobre a distribuição de rapidez e decaimento de um *cluster* E. L. Berger [13] provou que para a região central, isto é,  $|y_1|$  e  $|y_2|$  menores do que 2, os dados podem ser parametrizados por

$$C_n(y_1, y_2) = \frac{A_n}{2\delta\sqrt{\pi}} \rho_n(y=0) \exp \frac{-(y_1 - y_2)^2}{4\delta^2} - \frac{1}{n}(1 + A_n)\rho_n(y_1)\rho_n(y_2) \quad , \quad (1.25)$$

com

$$A_n = \frac{\langle \kappa(\kappa-1) \rangle}{\langle \kappa \rangle} \quad . \quad (1.26)$$

Este resultado limita-se  $n \geq 1/2 \langle n \rangle$  evitando assim contribuição de processos difrativos. O primeiro termo de (1.25) expressa a correlação proveniente de um *cluster*, enquanto o segundo refere-se à correlação entre *clusters*.

Vemos que para uma distribuição de multiplicidade tipo delta,  $p(\kappa) = \delta(\kappa - \kappa_0)$ ,  $A_n = \kappa_0 - 1$ , portanto independente de  $n$ . Para  $p(\kappa)$  considerado como uma distribuição de Poisson,  $A_n \propto n$ . Considerações mais complexas a respeito da distribuição dos *clusters* no intervalo de rapidez têm pouca influência sobre o comportamento de  $A_n$ . Portanto, o comportamento de  $A_n$  como função da multiplicidade  $n$  pode dar importantes informações à distribuição de multiplicidade de um *cluster*. Para um  $p(\kappa)$  muito estreito teremos um  $A_n$  variando muito pouco com  $n$ , para  $p(\kappa)$  muito largo  $A_n$  crescerá consideravelmente com  $n$ . Esta é a razão do interesse em medir  $A_n$  como função da multiplicidade.



O modelo dos *clusters* descreve muito bem os dados para  $\delta = .6$  e  $\langle \kappa \rangle = 1.5$ . Com todos os parâmetros de decaimento tomados independente da multiplicidade e energia no centro de massa, espera-se que  $\delta$  seja independente da multiplicidade, o que é confirmado. Já dados experimentais de  $A_n$  levam a um resultado intermediário entre Poisson e delta.

Uma análise de outros modelos mostra que, aparentemente, somente o modelo dos *clusters* consegue reproduzir o comportamento da correlação. Na figura 1.4 apresentamos os resultados obtidos para o modelo Lund e DPM [14] para energia de 26 GeV [15], observamos que ambos os modelos subestimam a correlação em rapidez.

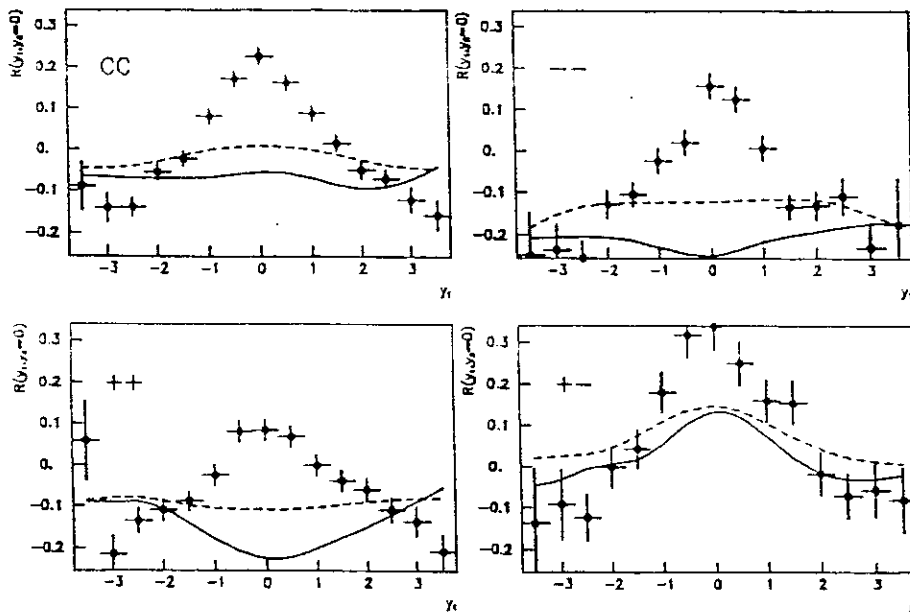


Fig. 1.4. Dados Experimentais de NA 23 a  $\sqrt{s} = 26$  GeV comparados com as previsões do modelo de Lund e DPM. Os pontos referem-se aos dados experimentais, a linha contínua corresponde ao modelo de Lund, e a pontilhada ao DPM. Os gráficos referem-se: a correlação entre todas as partículas carregadas, a correlação entre partículas de mesma carga, e a correlação entre partículas de cargas diferentes. (figura extraída da referência [15])

## 1.4 Correlação de Multiplicidade

Um importante método para o tratamento da correlação de longo alcance é a análise *backward-forward*, que consiste em estudar a correlação entre a multiplicidade de dois intervalos simétricos, não sobrepostos no espaço de rapidez. A cada evento, o intervalo  $y_1 < y < y_2$  terá uma multiplicidade de partículas carregadas  $n_B$  e para o intervalo  $-y_2 < y < -y_1$  a multiplicidade será  $n_F$ . O coeficiente de correlação linear entre  $n_F$  e  $n_B$  é definido como

$$b = \frac{\langle n_F n_B \rangle - \langle n_F \rangle \langle n_B \rangle}{\sqrt{(\langle n_F^2 \rangle - \langle n_F \rangle^2)(\langle n_B^2 \rangle - \langle n_B \rangle^2)}} \quad (1.27)$$

Quanto maior o valor de  $b$ , que por definição é sempre menor do que 1, mais forte será a correlação, que chamamos correlação de multiplicidade ou correlação de longo alcance.

O limite na rapidez  $|y| < y_2$  permite restringir o estudo para uma região onde o detector tem menor perda, e também elimina efeitos puramente cinemáticos como a conservação da energia-momento.

TABELA 1.1. Dados do UA5 *collaboration* [12] para o coeficiente de correlação linear

$\Delta\eta$	200 GeV	546 GeV	900 GeV
$0 <  \eta  < 4$	0.48	0.59	0.65
$0 <  \eta  < 1$	0.50	0.59	0.63
$1 <  \eta  < 4$	0.32	0.45	0.50

Vemos na tabela 1.1 que os dados experimentais revelam um crescimento da correlação com a energia para todos os intervalos de  $\Delta\eta$ .

Também é objeto de estudo a relação entre coeficiente de correlação  $b$  e o intervalo de separação entre as duas regiões  $\Delta y = 2y_1$ . Observa-se que quanto menor o intervalo, maior será a correlação; este efeito reforça a idéia dos *clusters*, pois para  $\Delta y$  menor teremos maior presença nas duas regiões de partículas provenientes de um mesmo *cluster*. Também pode-se analisar a distribuição  $f_s(n_F)$  para multiplicidade combinada fixa,  $n_s = n_F + n_B$ , onde  $f_s(n_F)$  é a probabilidade de encontrar  $n_F$  partículas para uma multiplicidade total  $n_s$ . Devido à simetria do estado inicial (pp) devemos ter  $\langle n_F \rangle = 1/2 n_s$  e  $f_s(n_F) = f_s(n_B)$ . Sendo  $n_s$  fixo se num evento tivermos  $n_F = \langle n_F \rangle + m$  para a região *backward*, obrigatoriamente teremos  $n_B = \langle n_B \rangle - m$  na região *forward*, como  $f_s(n_F) = f_s(n_B)$  concluímos que a distribuição  $f_s(n_F)$  será simétrica em relação a  $\langle n_F \rangle$ .

A distribuição  $f_s$  está relacionada com a correlação linear; no caso extremo  $b = 1$  teremos uma distribuição muito estreita e para  $b$  pequeno a distribuição será mais larga, esta relação é formalmente expressa por

$$b = \frac{D_s^2 - 4 \langle d_s^2(n_F) \rangle}{D_s^2 + 4 \langle d_s^2(n_F) \rangle} \quad (1.28)$$

onde  $D_s^2 = \langle n_s^2 \rangle - \langle n_s \rangle^2$  e  $d_s^2(n_F)$ , analogamente, será o desvio médio quadrático da distribuição  $f_s(n_F)$ .

A correlação de multiplicidade pode dar importantes informações sobre a dinâmica do processo que não estão contidas na correlação de curto alcance. Como, por exemplo, a correlação entre *cluster*; uma vez que a correlação de curto alcance basicamente dá informação sobre as partículas provenientes de um mesmo *cluster*.

É interessante analisar a correlação de multiplicidade para alguns mecanis-

mos simples. Se supusermos que duas bolas de fogo são emitidas em direções opostas e produzem partículas com aproximadamente a mesma multiplicidade teremos um valor alto para correlação, ao contrário, se o processo tende a produzir a cada evento partículas com rapidez muito próximas, como um único *cluster*, teremos  $b$  muito pequeno. No entanto, podemos ter um valor alto para  $b$  para uma produção sem nenhuma correlação. Por exemplo, para uma distribuição aleatória em que cada partícula tem 50% de probabilidade de encontrar-se em um ou outro intervalo, teremos uma distribuição binomial para  $f_s(n_F)$ , o que dá  $d_s^2(n_F) = n_s/4$ . Como  $D_s^2$  e  $\langle n_s \rangle$  são resultados experimentais podemos calcular o coeficiente de correlação obtendo um valor acima dos dados experimentais. Já se supusermos a distribuição homogênea para *clusters* de multiplicidade fixa  $\kappa_0$  teremos  $d_s^2(n_F) = \kappa_0 n/4$ . Um bom acordo com os dados experimentais é obtido para  $\kappa_0$  aproximadamente igual a dois. Para uma imagem análoga à que foi usada na correlação de curto alcance onde *clusters* são produzidos homogeneamente com uma distribuição de Poisson para a multiplicidade  $\kappa$ , pode-se obter [12]

$$b = \frac{D_s^2 - \kappa_{eff} \langle n_s \rangle}{D_s^2 + \kappa_{eff} \langle n_s \rangle} , \quad (1.29)$$

onde

$$\kappa_{eff} = \frac{\langle \kappa(\kappa - 1) \rangle}{\langle \kappa \rangle} + 1 . \quad (1.30)$$

Esta é uma expressão aproximada, obtida para intervalos  $|y_1 - y_2| > 2$ . Vemos que  $\kappa_{eff}$  é independente da energia do centro de massa sendo  $D_s^2/\langle n_s \rangle$  o termo responsável pelo aumento de  $b$  com a energia. Os dados são bem reproduzidos para  $\kappa_{eff} = 3$  o que é coerente com o valor obtido para  $\langle \kappa \rangle$  na análise da correlação de curto alcance.

Concluimos, portanto, que até o momento modelos em que as partículas são produzidas em *clusters*, com multiplicidade média em torno de duas partículas carregadas,

e com parâmetros de decaimento independentes da energia do centro de massa, descrevem tanto a correlação de curto alcance como a correlação de longo alcance.

## CAPÍTULO 2

### O MODELO DE TUBO DE FOGO

O modelo de tubo de fogo propõe uma descrição fenomenológica simples para processos de produção múltipla em colisão inelástica próton-próton a altas energias [16-18]. O processo divide-se em três etapas: 1) formação do tubo de fogo efetivo por um mecanismo análogo à formação da corda no modelo de Lund para a aniquilação  $e^+e^-$  a altas energias; 2) formação das bolas de fogo por fragmentação do tubo de fogo; 3) produção de hádrons pelo decaimento das bolas de fogo.

#### 2.1 – Formação do Tubo de Fogo

No processo de produção múltipla de hádrons em aniquilamento  $e^+e^-$ , um fóton virtual é formado via interação eletromagnética. Em seguida, este fóton decai em um par  $q - \bar{q}$  que, no referencial do centro de massa, separa-se em direções opostas. Pode-se supor uma analogia com a QED na dimensão 1+1 para o mecanismo de confinamento do campo de cor entre os dois quarks. Nesta dimensão o campo não carrega momento e o potencial cresce linearmente com a distância, originando um campo com densidade linear de energia constante,  $dE = \kappa dl$ . Tomando a massa do quark igual a zero, o hamiltoniano

efetivo para o movimento clássico dos quarks pode ser escrito como [19]

$$H = |p_1| + |p_2| + \kappa |x_1 - x_2| \quad , \quad (2.1)$$

onde  $x_i$  e  $p_i$  são coordenadas os momentos dos quarks e  $\kappa = g/4\pi$ . A equação de movimento para os quarks é dada por

$$\frac{dp_i}{dt} = \kappa \frac{(x_i - x_j)}{|x_i - x_j|} \quad (2.2)$$

e

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{p_i}{|p_i|} \quad . \quad (2.3)$$

A figura 2.1a mostra a evolução do sistema no espaço-tempo visto no referencial do centro de massa. Os quarks movem-se sempre à velocidade da luz, inicialmente em direções opostas. À medida que se afastam, vão transferindo sua energia cinética até o instante em que toda energia está contida no campo. Como a densidade linear de energia é constante, neste momento o campo terá elongação máxima igual a  $\sqrt{s}/\kappa$ . No instante seguinte, os quarks começam a aproximar-se recebendo energia do campo até voltar à situação inicial. É fácil ver que o período do movimento também é  $\sqrt{s}/\kappa$  e a área do quadrado da figura 2.1 é  $s/2\kappa^2$ . O movimento do segmento  $L(t) = x_1(t) - x_2(t)$  é igual a uma solução tipo ioiô de uma corda clássica unidimensional [20].

Na figura 2.1b vemos o mesmo movimento a partir de um outro referencial com velocidade  $v$ . Denotaremos  $(t_i, x_i)$  e  $(t_f, x_f)$  os pontos no espaço-tempo onde o sistema inicia e termina um ciclo, e  $M = \sqrt{s}$  a massa invariante do sistema. Neste referencial o período,  $P$ , será

$$P = t_f - t_i = \gamma P_{cm} = \gamma \frac{M}{\kappa} \quad , \quad (2.4)$$

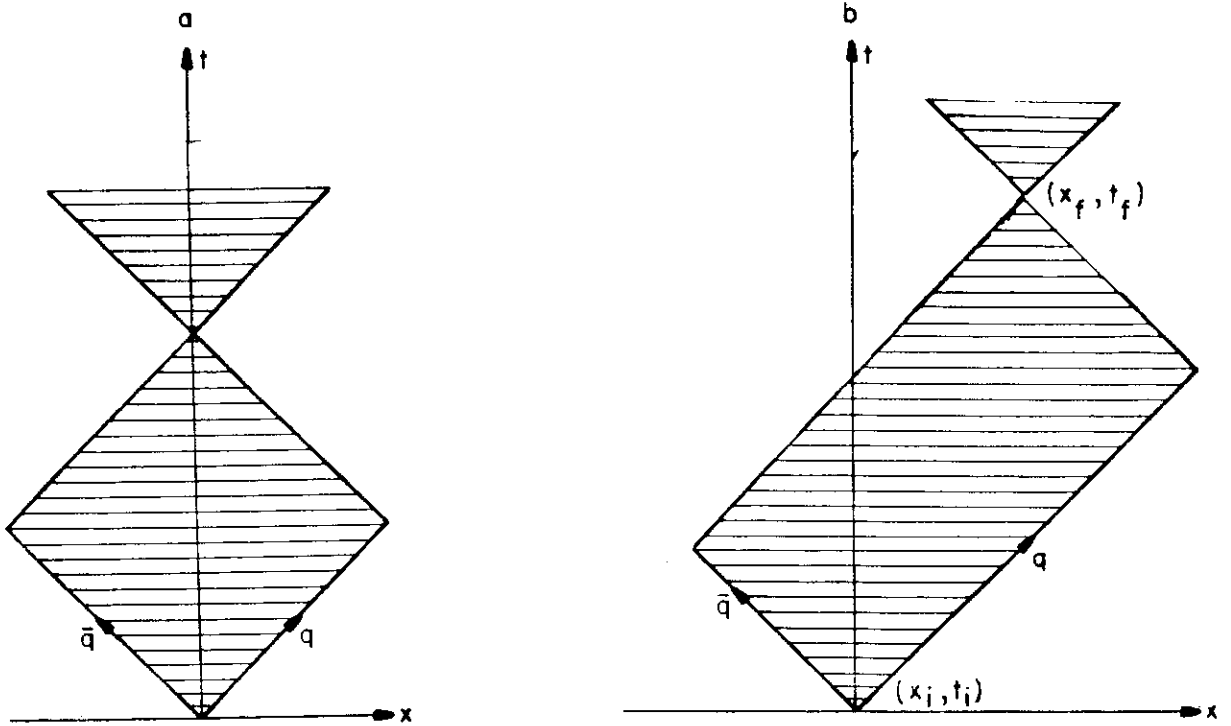


Fig 2.1. Os lados dos quadrado ou retângulo correspondem a trajetória dos quarks; a área hachurada a região com campo; a) o movimento de  $q - \bar{q}$  no referencial do centro de massa; b) o movimento de um outro referencial fora do centro de massa.

logo

$$\begin{aligned}
 E &= \gamma M \\
 &= \kappa (t_f - t_i) \quad ,
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

e

$$\begin{aligned}
 P_x &= \gamma M \frac{(x_f - x_i)}{(t_f - t_i)} \\
 &= \kappa (x_f - x_i) \quad ,
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

portanto de modo geral,

$$(t_f - t_i)^2 - (x_f - x_i)^2 = \frac{M^2}{\kappa^2}
 \tag{2.7}$$

e

$$\frac{(x_f - x_i)}{(t_f - t_i)} = \tanh(y) \quad .
 \tag{2.8}$$

Ou seja, a cada ciclo o movimento dos quarks descreve um retângulo no plano  $x-t$ , onde a razão entre seus lados está relacionada com a rapidez, e a área determina a energia



invariante do sistema no centro de massa.

O modelo de ioiô representa o aspecto cinemático resultante de movimento unidimensional, e funciona bem para processo de formação de  $q-\bar{q}$  na aniquilação  $e^+e^-$ . O modelo do tubo de fogo efetivo estende este mecanismo para processos inelásticos hádron-hádron. Entretanto, temos de lembrar que os hádrons têm estrutura bastante complexa em termos de quarks. Assim, o estudo de campo de cor formado entre dois hádrons após a colisão terá a estrutura mais complexa que no processo  $e^+e^-$ .

No modelo do tubo de fogo supõe-se que após a colisão, os prótons transformam-se em objetos coloridos devido à troca de seu mar de quark (antiquark) formando um fluxo de cor entre eles. Este fluxo cromodinâmico, é o que chamamos de tubo de fogo efetivo. Admite-se que é possível tratar o resultado da combinação das várias linhas de cor que formam o tubo de fogo como um única corda clássica com densidade linear de energia ( $\kappa_{eff}$ ) constante. Denotando por  $\epsilon_0$  a densidade volumétrica de energia do tubo cromodinâmico e  $A(b)$  a área transversal que corresponde à área sobreposta dos hádrons na colisão, temos

$$\kappa_{eff} = \epsilon_0 A(b) \quad , \quad (2.9)$$

com

$$A(b) = \sigma_{tot}(\sqrt{s}) \left[ \frac{2}{\pi} \arcsin(\sqrt{1-z^2}) - z\sqrt{1-z^2} \right] \quad . \quad (2.10)$$

onde  $z = b/R$ ,  $b$  o parâmetro de impacto,  $R$  o raio do próton e  $\sigma_{tot}$  a seção de choque total inelástica. O valor de  $\epsilon_0$  é tomado como um parâmetro do modelo. Uma vez estabelecido o  $\kappa_{eff}$ , de agora em diante denotado apenas por  $\kappa$ , o sistema comporta-se igual a uma corda unidimensional do modelo de Lund, exceto pelas partículas da ponta que carregam

a massa e os números quânticos dos prótons incidentes. Hamiltoniano do sistema é

$$H = (p_1 + m_p)^{1/2} + (p_2 + m_p)^{1/2} + k |x_1 - x_2| \quad . \quad (2.11)$$

O sistema evolui de maneira análoga ao descrito na figura 2.1, com a diferença que as partículas descrevem uma trajetória hiperbólica no plano  $x - t$ , sendo as assíntotas da hipérbole a trajetória no limite de massa zero.

## 2.2 – Fragmentação do Tubo de Fogo

De acordo com o que vimos na seção anterior, o movimento cíclico do ioiô continuaria indefinidamente. Portanto, é necessário introduzir algum mecanismo de hadronização onde a corda original formada após a colisão acabe por formar hádrons observáveis. Isto é feito com a quebra da corda e subsequente formação de bolas de fogo que decaem em partículas finais.

Supõe-se que a quebra ocorra provocada pela formação de pares  $q - \bar{q}$  em cadeia em algum ponto da corda separando a corda original em duas novas subcordas, que por sua vez também podem quebrar. A figura 2.2 apresenta como exemplo uma possível evolução cinemática do sistema, onde supõe-se que a corda original quebrou no ponto  $(x_1, t_1)$  e a subcorda da direita novamente quebrou nos pontos  $(x_2, t_2)$ . Deve-se notar que as partículas massivas da ponta descrevem uma trajetória hiperbólica, já nos pontos de quebra surgem partículas supostas sem massa. Assim, na evolução do sistema podem ocorrer subcordas sem partículas massivas nos extremos, ou com massa em uma ponta e sem massa na outra. No modelo de Lund este processo de fragmentação continua até o ponto em que cada par  $q - \bar{q}$  forma diretamente hádrons observáveis. Neste modelo as

cordas formam bolas de fogo que decaem em hádrons. Estas bolas de fogo são objetos estatísticos intermediários que geram momento transverso para os hádrons observáveis. Os cálculos feitos até o momento supõem que após as cordas completarem um ciclo, ou seja, as partículas da ponta se encontrarem, a corda transforma-se em uma bola de fogo

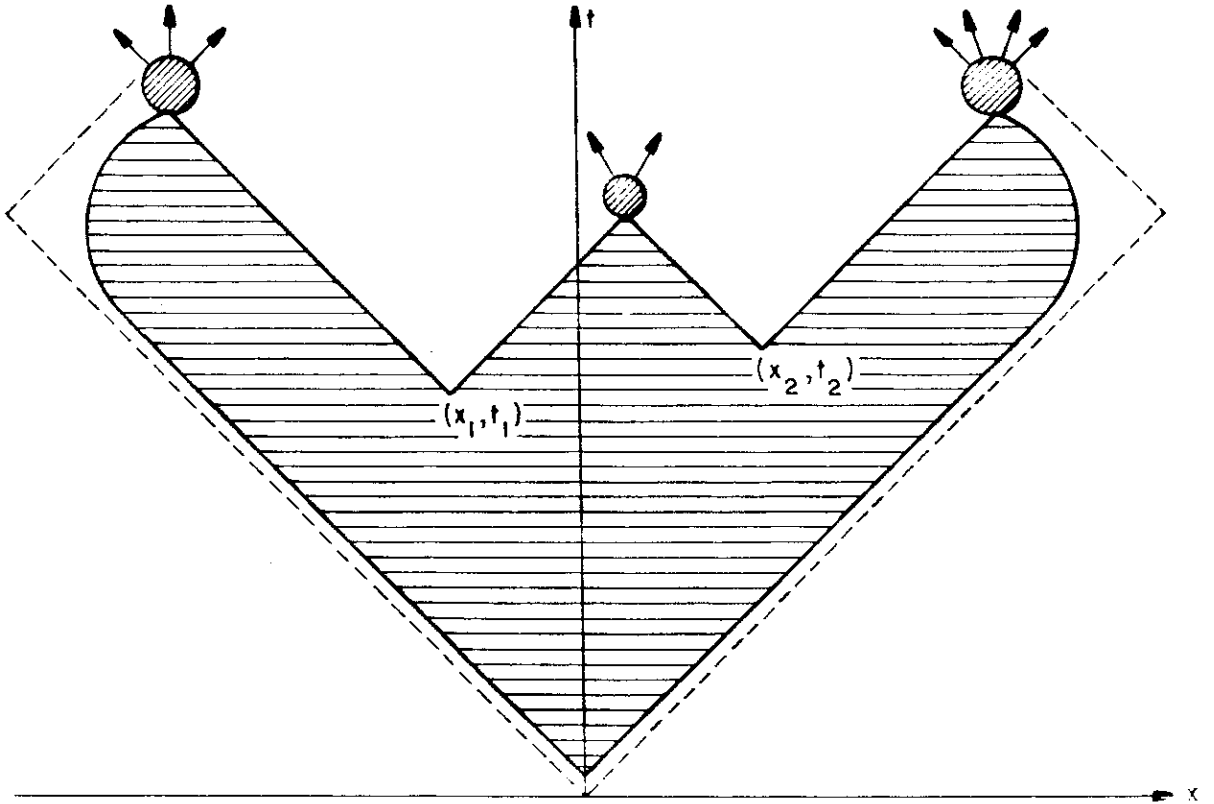


Fig 2.2. A evolução de um sistema visto no referencial do centro de massa. A linha pontilhada corresponde à trajetória de uma partícula sem massa e as hipérbolas correspondem à verdadeira trajetórias das partículas massivas. Neste exemplo formam-se três bolas de fogo que decaem em hádrons observáveis.

Classicamente não se pode determinar a criação do par  $q - \bar{q}$ , no entanto, assume-se um tratamento semi-clássico em que a densidade de probabilidade de quebra por unidade de tempo e comprimento é constante,

$$\frac{d^2 P}{dx dt} = \text{const.} = \omega \quad , \quad (2.12)$$

onde tomamos  $\omega$  como um parâmetro do modelo. Esta é uma hipótese fundamental no

modelo considerando a quebra como um fenômeno puramente local e baseada no fato que a densidade linear de energia do tubo de fogo é constante, tendo portanto em todos os pontos no espaço-tempo, a mesma probabilidade do sistema dissipar energia pela criação de um par  $q - \bar{q}$ .

Esta hipótese não é válida para os extremos do tubo de fogo, onde devemos ter uma estrutura mais complexa devido à proximidade da partícula massiva e, portanto, não devemos esperar nos pontos perto dos extremos um comportamento puramente local. No modelo impõe-se uma massa mínima para as bolas de fogo. Deste modo garante-se que não haverá quebras muito perto das extremidades do tubo de fogo. Esta massa limiar é um parâmetro do modelo, e é também imposta por questões de ordem prática, para evitar bolas de fogo com massa muito pequena.

A distribuição de multiplicidade de bolas de fogo pela quebra do tubo de fogo pode ser obtida formalmente por

$$\begin{aligned}
 P_n &= \lim_{\Delta x \Delta t \rightarrow 0} (\omega \Delta x \Delta t)^n (1 - \omega \Delta x \Delta t)^{A/\Delta x \Delta t} \\
 &= \int d^2 x_1 d^2 x_2 \dots d^2 x_n \omega^n e^{-\omega A(x_1, x_2, \dots, x_n)} ,
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

onde  $P_n$  é a probabilidade do tubo de fogo original fragmentar-se em  $n+1$  subcordas gerando  $n+1$  bolas de fogo e  $A(x_1, x_2, \dots, x_n)$  é a área hachurada na figura 2.2, que corresponde à área percorrida pelas cordas. Esta integral pode ser resolvida recursivamente [17], no limite para altas energias,  $M \gg m_p$ ,  $P_n$  aproxima-se assintoticamente de

$$P_n \rightarrow \frac{1}{M^2/2\kappa^2} \frac{\log(M^2/2\kappa^2)^{n-1}}{(n-1)!} . \tag{2.14}$$

Para altas energias pode-se desprezar a massa do próton. Neste caso a trajetória hiperbólica pode ser aproximada por uma reta. Fazendo esta aproximação

podemos obter expressões analíticas para a distribuição de massa e rapidez das bolas de fogo dadas por [17]

$$\left[ \frac{d^2 P}{dm dy} \right] = \frac{mw}{\kappa^2} \exp \left[ -\frac{wmM}{2\kappa^2} e^{\mp y} \right] \Theta(\mp y + y_{max}) \quad (2.15)$$

para bolas de fogo da ponta que têm número bariônico 1. Para as demais com número bariônico 0

$$\begin{aligned} \left[ \frac{d^2 P}{d\bar{m} dy} \right] = & 2\bar{m} [E_1(wM^2/2\kappa^2) - E_1(\bar{m}^2 e^{y_{max}-y}) \\ & - E_1(\bar{m}^2 e^{y_{max}+y}) - E_1(\bar{m}^2)] \Theta(y_{max}^2 - y^2) \quad , \end{aligned} \quad (2.16)$$

onde

$$E_1(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt$$

e

$$\bar{m} = m\sqrt{\omega/2\kappa^2} \quad .$$

### 2.3 – Produção de Hádrons

A bola de fogo formada por uma corda terá a energia, o momento e os números quânticos da corda que a originou, mas supõe-se que não carrega mais nenhuma informação, sendo seu decaimento tratado totalmente independente da forma com que ela foi gerada. Os cálculos, até o momento, consideram que toda energia dissipada é usada na produção de píons, desprezando a produção de quaisquer outras partículas. Também só consideram o número bariônico não levando em consideração elementos como conservação da carga e outros números quânticos. Esta aproximação implica que a massa limiar  $m_l$  tem que ser no mínimo 0.27 GeV quando a bola de fogo só decai em píons e 1.1 GeV para bolas de fogo que decaem em um próton e pelo menos em um pión.

Um modo bem simples de tratar o decaimento das bolas de fogo é o decaimento térmico onde a distribuição de píons de uma bola de fogo de massa  $M$  e temperatura  $T(M)$  é expressa por

$$E\left(\frac{d^3 N_\pi}{dp^3}\right) = \frac{A}{\pi} e^{-E/T(M)} = \frac{A}{\pi} e^{-E_T \cosh(y-y_f b)/T(M)} \quad (2.17)$$

onde  $E_T = \sqrt{p_T^2 + m^2}$  e  $A$  uma constante de normalização, determinada pelo vínculo da conservação de energia,

$$\int E\left(\frac{d^3 N_\pi}{dp^3}\right) = M \quad . \quad (2.18)$$

A temperatura como função da massa está intimamente relacionada com a multiplicidade média  $\langle n(M) \rangle$ . Se a Temperatura  $T$  for independente da massa teremos um comportamento linear para a multiplicidade média como função da massa. Nós parametrizamos  $\langle n(M) \rangle$  por [17]

$$\langle n(M) \rangle = \sqrt{Const. M^2 + n_0^2} \quad , \quad (2.19)$$

onde  $Const.$  e  $n_0$  são parâmetros do modelo. A temperatura é determinada pela equação

$$\int d^3 p \left( d^3 N / dp^3 \right) = \langle n_\pi(M) \rangle \quad . \quad (2.20)$$

Deste modo pode-se obter a distribuição de rapidez e momento transversal para as bolas de fogo e por convolução com a distribuição de massa e rapidez da expressão (2.15) e (2.16) obter o espectro final de píons.

Os resultados mostram um bom acordo com os dados experimentais para a distribuição de rapidez, mas o momento transversal apresenta-se maior que os observados experimentalmente. Isto se deve ao decaimento isotrópico para as bolas de fogo, o que não parece muito realista, pois não leva em consideração a dinâmica coletiva da bola de fogo.

Do ponto de vista da hidrodinâmica, se uma bola de fogo for gerada a partir de uma corda de grande massa invariante, é de se esperar que ela tenda a expandir longitudinalmente. Portanto, deve-se criar um mecanismo para que o sistema dissipe energia através de uma expansão longitudinal para bolas de grande massa. Isto é feito de acordo com o modelo hidrodinâmico aproximando esta expansão longitudinal por uma distribuição de rapidez gaussiana para os elementos do fluido da bola de fogo. Neste caso temos

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d^3\sigma}{dp^3} = \frac{A}{\pi} \int d\bar{y} e^{-\alpha(\bar{y}-y_f)^2} e^{-E_t \cosh(y-\bar{y})/T(M)} \quad (2.21)$$

onde  $\bar{y}$  é a rapidez do elemento do fluido e  $\alpha$  um parâmetro relacionado com a expansão longitudinal do fluido. A multiplicidade média como função da massa da bola de fogo é determinada de acordo com o modelo hidrodinâmico [21],

$$\langle n(M) \rangle = \beta \sqrt{M} \quad . \quad (2.22)$$

Por outro lado, a temperatura da bola de fogo como função da massa foi parametrizada da forma [16,24]

$$T = \frac{T_{min}}{1 - T_{min}v} \quad , \quad (2.23)$$

onde

$$v = \frac{1.2 (M^{1/7} - 1)}{M^{1/7} + \sqrt{M^{2/7} - 2.24(M^{1/7} - 1)}} \quad , \quad (2.24)$$

e  $T_{min}$  é a temperatura mínima.

O cálculo para a distribuição de rapidez e momento transversal das partículas finais é obtido de modo similar ao caso isotrópico. Os resultados tanto para distribuição de rapidez como momento transversal mostram um bom acordo com os dados experimentais [18]. No entanto, o espectro térmico corresponde a um resultado estatístico, e a conservação de energia e momento para cada evento não é satisfeita. O tratamento preserva a

conservação de energia e momento somente na média sobre muitos eventos. Para a análise de grandezas mais exclusivas como a correlação, é essencial que a lei da conservação de energia e momento seja rigorosamente satisfeita evento por evento.

O decaimento de acordo com o espaço de fase é um modo de tratar a produção de hádrons conservando energia e momento. De um modo geral, a probabilidade de transição de um estado inicial  $|i\rangle$  para um estado final  $|f\rangle$  é obtida pelo elemento de matriz  $\langle f|T|i\rangle$ . A seção de choque para a colisão de duas partículas produzindo  $n$  partículas,

$$p_a + p_b \rightarrow p_1 + p_2 + \dots + p_n ,$$

é obtida quando integramos sobre todos os valores possíveis de  $p_i$ ,

$$\sigma_n = \frac{I_n(s)}{F} , \quad (2.25)$$

onde

$$I_n(s) = \int \prod_j^n \frac{d^3 \vec{p}_j}{2E_j} \delta^4(p_a + p_b - \sum p_j) |\langle p_1 + p_2 + \dots + p_n | T | p_a + p_b \rangle|^2 \quad (2.26)$$

e

$$F = 2\lambda^{1/2}(s, m_a^2, m_b^2)(2\pi)^2 \quad (2.27)$$

é o fator de fluxo. Se o elemento de matriz  $T$  não depende da configuração final, a integral  $I_n(s)$ , descreve um processo puramente cinemático. Neste caso denotamos  $I_n$  por  $R_n$ , que chamamos integral do espaço de fase.

Para um processo puramente cinemático todos os estados finais tem a mesma probabilidade de ocorrer, respeitando o vínculo da conservação de energia e momento. Isto equivale a tratar o sistema como um gás relativístico de partículas idênticas que não interagem entre si. Para uma bola de Fogo com massa  $M$ , volume  $V$  que decai em  $n$



partículas idênticas de massa  $m$ , o número de estados finais será dado pelo volume do espaço de fase,

$$\Omega_n(M) = \frac{V^n}{n!} R_n(M) \quad , \quad (2.28)$$

com

$$R_n(M) = \int \prod_{j=1}^n \frac{d^3 \vec{p}_j}{2E_j} \delta^3(\sum_{j=1}^n \vec{p}_j) \delta(\sum_{j=1}^n E_j - M) \quad . \quad (2.29)$$

A probabilidade  $P_n$  de decair em  $n$  píons será dada por

$$P_n = \frac{C_n R_n(M)}{\sum_{n=1}^{n_{max}} C_n R_n(M)} \quad . \quad (2.30)$$

Também a partir de  $R_n$  é possível obter a seção de choque inclusiva por

$$E \frac{d^3 \sigma}{dp^3} = \sum_n n E \frac{d^3 \sigma_n}{dp^3} \quad , \quad (2.31)$$

com

$$E \frac{d^3 \sigma_n}{dp^3} = \sigma_{tot} \frac{C_n R_{n-1}(M')}{2 \sum_n C_n R_n(M)} \quad , \quad (2.32)$$

onde

$$M' = \sqrt{M^2 + m^2 - 2ME} \quad . \quad (2.33)$$

Uma vez obtida a seção de choque invariante  $E d^3 \sigma / dp^3$  é possível obter as distribuições rapidez,  $d\sigma/dy$ , e momento transverso,  $d\sigma/dp_t$  do espectro final em píons. Para bolas de fogo com número bariônico igual a 1, o tratamento é análogo, exceto que temos de levar em consideração a produção de um próton.

Este procedimento, apesar de conceitualmente simples, apresenta cálculos muito extensos para uma resolução analítica. Uma alternativa é usar a simulação de Monte Carlo, o que será feito no próximo capítulo.

## CAPÍTULO 3

### MÉTODO DE MONTE CARLO

Para o modelo de tubo de fogo descrito no capítulo anterior, bons resultados foram obtidos supondo espectro térmico para o decaimento das bolas de fogo. No entanto, apesar deste procedimento ter a vantagem de ser analítico, ele apresenta uma limitação para aplicar-se no presente trabalho. O espectro térmico para a emissão de partículas, por definição, não trata o fenômeno evento por evento, mas apenas a distribuição inclusiva final de um corpo. De modo que é impossível estudar fenômenos como a correlação em rapidez, que depende da distribuição inclusiva de dois corpos, e correlação de multiplicidade, que depende de uma análise evento por evento. Outro aspecto que não é adequado para análise de correlação, é que as fórmulas (2.15) e (2.16) para a distribuição de massa e de rapidez foram deduzidas para cordas sem partículas massivas nas pontas, portanto só aplicável aos casos em que a massa invariante da subcorda é muito maior que a massa do próton. Não obstante, mesmo para a energia incidente  $\sqrt{s}$  muito maior que a massa do próton ( $\sqrt{s} \gg m_p$ ), há possibilidade de se ter as subcordas com massa bastante pequena. Para os espectros inclusivos, este efeito fica mascarado pela contribuição de cordas de massas maiores, mas para a análise da correlação, a existência de bolas de fogo de massa pequena é crucial.

Isto nos leva a estudar o processo por simulação computacional tanto para a etapa de produção de bolas de fogo por fragmentação do tubo de fogo quanto para a etapa de produção de píons. Deste modo podemos reproduzir fielmente todos as etapas do processo de hadronização do modelo, evento por evento.

Neste capítulo descreveremos o procedimento adotado, sendo a produção de píons obtida por decaimento das bolas de fogo de acordo com o espaço de fase final. Esta técnica é bastante usada e bem conhecida na literatura [22], onde o volume do espaço de fase,  $R_n(M)$ , aparece como um fator cinemático.

### 3.1 Formação das Bolas de Fogo

Como já mencionamos no capítulo anterior, o processo de fragmentação da corda deve satisfazer a condição de que haja uma massa mínima das cordas. Esta massa limiar varia com o número bariônico da corda. Quando a bola de fogo é formada de uma corda com número bariônico nulo, ela só decai em píons, enquanto que a bola de fogo com número bariônico 1 decai em píons e 1 próton.

A figura 3.1 mostra como exemplo uma corda em um instante  $t$ , onde a ponta esquerda pode quebrar no mínimo com massa  $m_e$  e na ponta da direita a massa limiar é denotada por  $m_d$ . A área hachurada,  $A(t)$ , corresponde à possível região de quebra, respeitando o vínculo da massa limiar, percorrida pela corda até o instante  $t$ . O tratamento do sistema com esta condição é análogo ao de uma corda com partículas nas pontas de massa  $m_e$  e  $m_d$ . A trajetória no espaço  $x - t$  para estas partículas é uma hipérbole obtida

da solução da equação de movimento (2.11)

$$(x - x_1)^2 - (t - t_1)^2 = \frac{m_d^2}{\kappa^2} \quad (3.1)$$

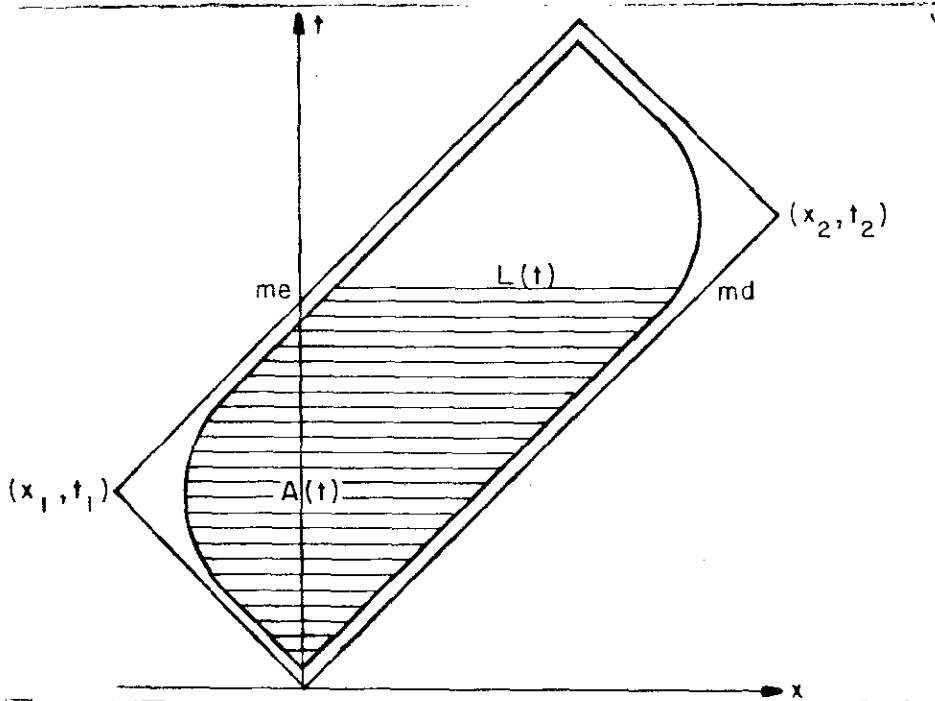


Fig 3.1. As hipérbolas correspondem a trajetória das partículas massivas do extremo da corda; a região hachurada corresponde à área percorrida pela corda até um instante  $t$ .

para a partícula da direita e

$$(x - x_2)^2 - (t - t_2)^2 = \frac{m_e^2}{\kappa^2} \quad (3.2)$$

para a partícula da esquerda. Os pontos  $(x_1, t_1)$  e  $(x_2, t_2)$  correspondem a pontos de quebra ou extremos da corda (veja fig. 3.1). A intersecção das duas curvas determina o limite de tempo superior para a quebra da corda,  $t_{max}$ . A um tempo qualquer o comprimento da corda é dado pela distância das curvas (3.1) e (3.2),

$$L(t) = (x_2 - x_1) - \sqrt{(t - t_2)^2 + \frac{m_d^2}{\kappa^2}} + \sqrt{(t - t_1)^2 + \frac{m_e^2}{\kappa^2}} \quad (3.3)$$

A área  $A(t)$  é calculada por

$$A(t) = \int_{t_i}^t L(t') dt' \quad , \quad (3.4)$$

Onde  $t_i$  depende das condições iniciais. Temos

$$A(t) = \left[ t' [(x_2 - x_1) - (t_2 - t_1)] - \frac{\mu_e}{2} \left[ \log \left( F \left( \frac{t' - t_1}{\mu_e} \right) \right) - \frac{1}{2F \left( \frac{t' - t_1}{\mu_e} \right)^2} \right] - \frac{\mu_d}{2} \left[ \log \left( F \left( \frac{t_2 - t'}{\mu_d} \right) \right) - \frac{1}{2F \left( \frac{t_2 - t'}{\mu_d} \right)^2} \right] \right]_{t_i}^t, \quad (3.5)$$

onde

$$F(x) = \sqrt{x^2 + 1} + x$$

$$\mu_x = m_x^2 / \kappa^2 .$$

A probabilidade da corda quebrar no instante  $t$  será dada por

$$\frac{dP}{dt} = \lim_{\Delta x \Delta t \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{dP^2}{dt dx} \Delta x \Delta t \right)^{A(t)/\Delta x \Delta t} \times \int dx \frac{dP}{dx dt}. \quad (3.6)$$

O primeiro fator corresponde à probabilidade de que a corda não tenha quebrado na área  $A(t)$  e o segundo à probabilidade de quebrar em algum ponto do segmento  $L(t)$ . Sendo  $dP/dxdt = \omega$  a expressão fica

$$\frac{dP}{dt} = \omega L(t) e^{-\omega A(t)} . \quad (3.7)$$

Para construir eventos pelo método de Monte Carlo primeiro geramos homogeneamente a variável  $x_t$ ,

$$x_t = \int_{t_i}^t \frac{dP}{dt'} dt' = 1 - e^{-\omega A(t)} . \quad (3.8)$$

ou

$$A(t) = \frac{1}{\omega} \log \left( \frac{1}{1 - x_t} \right) . \quad (3.9)$$

A partir de  $x_t$  o tempo é obtido resolvendo numericamente a expressão (3.9) em relação a  $t$ . Uma vez determinado o tempo de quebra  $t_i$ , a coordenada  $x_i$  é gerada homogeneamente

ao longo do segmento  $l(t)$ . O par de números  $(x_i, t_i)$  assim determinados definem o ponto de quebra. Caso se encontre um tempo maior que  $t_{max}$  isso significará que a corda não quebrou e, portanto, formou uma bola de fogo. Este processo é feito para cada corda até que não surja mais nenhuma subcorda.

Deste modo, de maneira bastante simples, podemos gerar bolas de fogo com diferentes massas e rapidez. Por exemplo, se supusermos que o sistema quebrou em  $n$  pontos,  $(x_1, t_2), (x_2, t_2) \dots (x_n, t_n)$ , teremos  $n + 1$  bolas de fogo com suas massas dadas por

$$\begin{aligned} \frac{M_1^2}{\kappa^2} &= (x_1 - x_0)^2 - (t_1 - t_0)^2 \\ \vdots &= \quad \quad \quad \vdots \\ \frac{M_{n+1}^2}{\kappa^2} &= (x_{n+1} - x_n)^2 - (t_{n+1} - t_n)^2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

e a rapidez será dada por

$$\begin{aligned} \tanh(y_1) &= \frac{(t_1 - t_0)}{(x_1 - x_0)} \\ \vdots &= \quad \quad \quad \vdots \\ \tanh(y_{n+1}) &= \frac{(t_{n+1} - t_n)}{(x_{n+1} - x_n)} \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde  $(x_0, t_0)$  e  $(x_{n+1}, t_{n+1})$  são pontos extremos da corda original, veja figura 3.1.

Para obter a distribuição final temos que integrar em todos os parâmetros de impacto, o que também é feito pelo método de Monte Carlo. Na figura 3.2 apresentamos um exemplo do espectro final de bolas de fogo, obtido com a simulação.

Neste momento, cabe uma reflexão para colisões com o parâmetro de impacto quase duas vezes o raio do próton. Nestas colisões muito periféricas o nosso modelo cria uma corda extremamente fina ( $\kappa \rightarrow 0$  para  $b \rightarrow 2R$ ). Consequentemente, se uma corda for formada nesta condição, ela terá um comprimento extremamente longo até que armazene

a energia suficiente para satisfazer a massa mínima, o que não seria razoável. O nosso modelo, por ser um modelo clássico, não se aplica para processos tão periféricos onde o efeito quântico é predominante. Assim, estabelecemos um limite superior para o valor do parâmetro de impacto de modo a cobrir 80% da seção de choque inelástica total, o que corresponde aproximadamente à seção de choque não difrativa. Portanto o modelo só se aplica a colisões inelásticas não difrativas (NSD).

É importante notar que a área  $A(t) \propto M^2/\kappa^2$  e conseqüentemente também é proporcional a  $1/\epsilon_0^2$ . Analisando a fórmula (3.8) observa-se que toda a dinâmica é controlada pelo fator  $\omega A(t)$ . Conclui-se, portanto, que o parâmetro  $\omega$  está escalado por  $\omega/\epsilon_0^2$ .

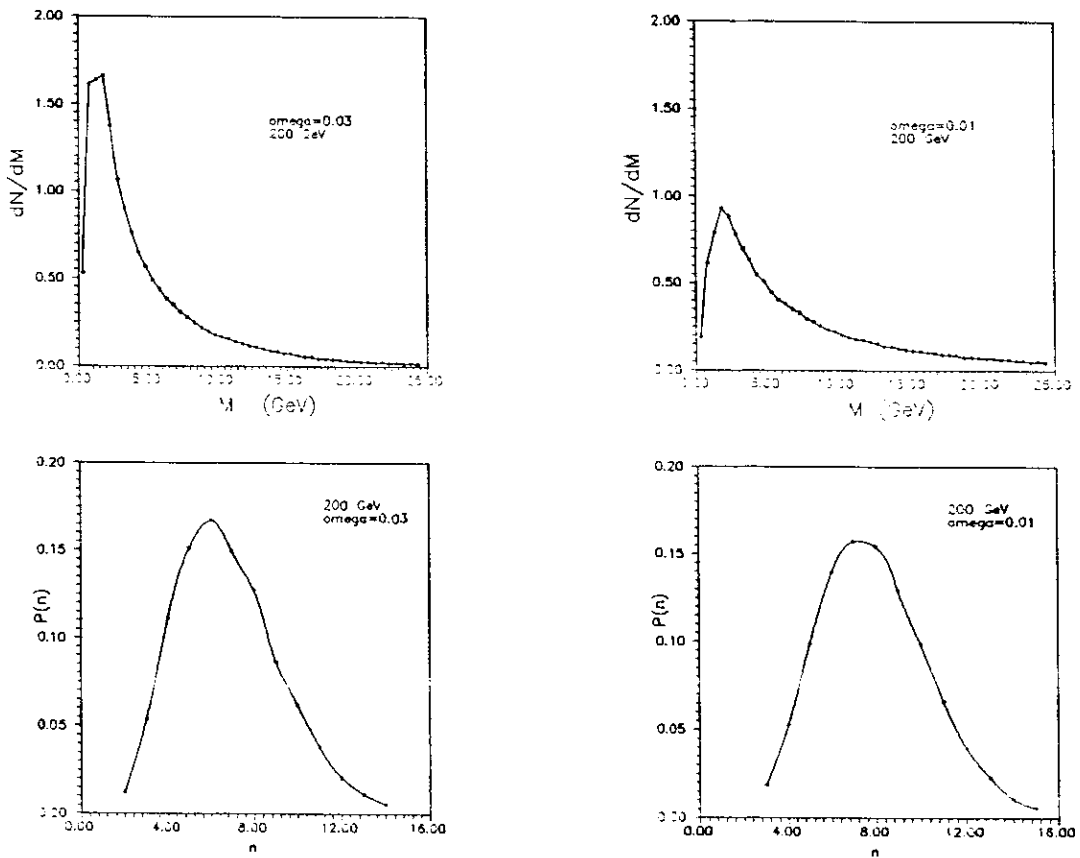


Fig 3.2. a) Distribuições de multiplicidade das bolas de fogo para uma energia  $\sqrt{s} = 200$  GeV; b) distribuição de massa para a mesma energia.

## 3.2 – Produção de Píons

O processo de produção de píons a partir do decaimento das bolas de fogo ocorre em duas etapas, que nós trataremos de modo independente. Na primeira etapa determinaremos o número de píons emitidos, e na segunda etapa trataremos sobre o decaimento da bola de fogo de acordo com a multiplicidade fixada.

### 3.2.1 – Distribuição de Multiplicidade

Para uma bola de fogo de massa  $M$ , supomos que o número médio de píons finais é dado por

$$\langle n \rangle = \alpha \sqrt{M} \quad , \quad (3.12)$$

onde  $\alpha$  é um parâmetro. Esta equação é coerente com a equação (2.22), baseada no modelo hidrodinâmico.

Para a distribuição de multiplicidade, adotamos por simplicidade a distribuição de Poisson,

$$P(n, M) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} \exp(-\langle n \rangle) \quad , \quad (3.13)$$

para cada bola de fogo. A distribuição de multiplicidade final será dada pela convolução desta distribuição sobre todas as bolas de fogo oriundas de uma corda.

$$P^f(n) = \sum_{\{n_i\}} \prod_i P(n_i, M_i) \delta(\sum n_i - n) \quad . \quad (3.14)$$

Na tabela 3.1 mostramos os valores encontrados na simulação.



TABELA 3.1. Predições do modelo para a multiplicidade média de partículas carregada.

$\sqrt{s}$	$\langle n_{exp} \rangle$	$\langle n_{cal} \rangle$
63	12.9	13.6
200	21.4	21.1
546	29.4	29.0
900	35.6	34.0

A multiplicidade média de partículas carregadas,  $\langle n_{ch} \rangle$ , está relacionada à média total ( $\langle n_{\pi} \rangle$ ) obtida na simulação por

$$\langle n_{ch} \rangle = \frac{2}{3} \langle n_{\pi} \rangle + 1 \quad , \quad (3.15)$$

onde supomos que o próton incidente transfira em média a metade de sua carga para os píons criados.

A multiplicidade média está relacionada com os parâmetros  $\alpha$  e  $\omega$ . Os resultados da tabela 3.1 foram obtidos para  $\omega = 0.015/fm^2$  e  $\alpha = 2.1/\sqrt{GeV}$ , apesar de bons não representam o melhor ajuste possível.

Para distribuição de multiplicidade final, notamos que se tem uma dispersão bem menor do que os dados observáveis. Isto indica que a distribuição de Poisson para multiplicidade da bola de fogo não é adequada, ou seja, a mecânica de produção das partículas de uma bola de fogo não é um processo independente.

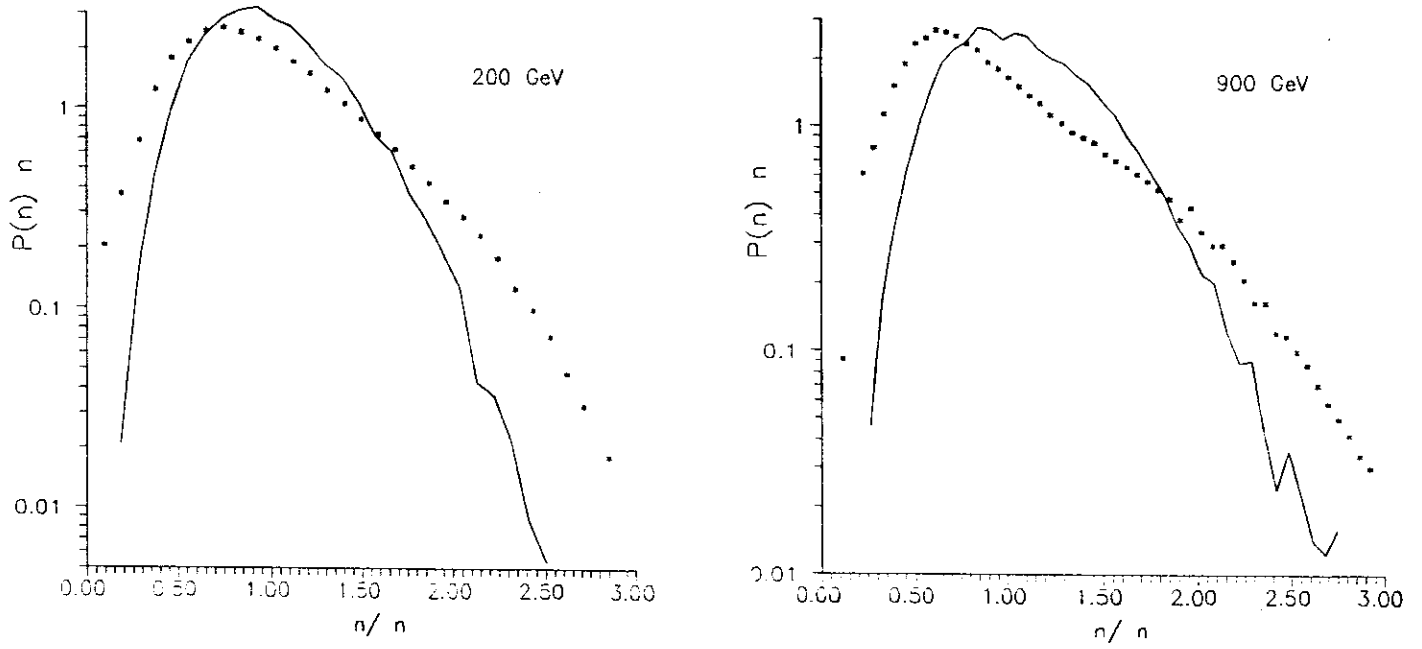


Fig 3.3. Distribuição de multiplicidade para  $\sqrt{s} = 200$  e  $900$  GeV. Os pontos correspondem aos dados experimentais e a linha contínua o resultado obtido com a simulação.

### 3.2.1 – Distribuição de Momento

Uma vez determinada a multiplicidade de píons o problema consiste em gerar  $n$  partículas idênticas com massa  $m$  a partir de uma bola de fogo de massa  $M_n$  conservando a energia e momento. O processo pode ser visualizado como uma sequencial de decaimentos, figura 3.4. Operacionalmente corresponde a gerar uma partícula de cada vez colocando-se a cada passo no referencial do centro de massa do estado intermediário de massa  $M_{n-1}$ . Sendo  $p_n$  o tri-momento e  $E_n$  a energia da partícula emitida, a integral do espaço de fase, eq.(2.29), também pode ser escrita recursivamente como

$$\begin{aligned}
 R_n(M^2) &= \int \frac{d^3 p_n}{2E_n} R_{n-1}(M_{n-1}^2) \\
 &= \int_{\mu_{n-1}^2}^{M_n - m)^2} dM_{n-1}^2 \int d\Omega \frac{\lambda^{\frac{1}{2}}(M_n^2, M_{n-1}^2, m^2)}{8M_n^2} R_{n-1}(M_{n-1}^2) \quad , \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

sendo  $\mu_n = n m$  e

$$\lambda(x, y, z) = (x - y - z)^2 - 4yz \quad . \quad (3.17)$$

$\lambda^{\frac{1}{2}}(M_i^2, M_{i-1}^2, m^2)/8M_i^2 = p_i$ , que corresponde ao módulo do tri-momento de uma partícula de massa  $m$  produzida no processo  $M_n \rightarrow M_{n-1}$ , no referencial do centro de massa da bola de fogo de massa  $M_n$ .

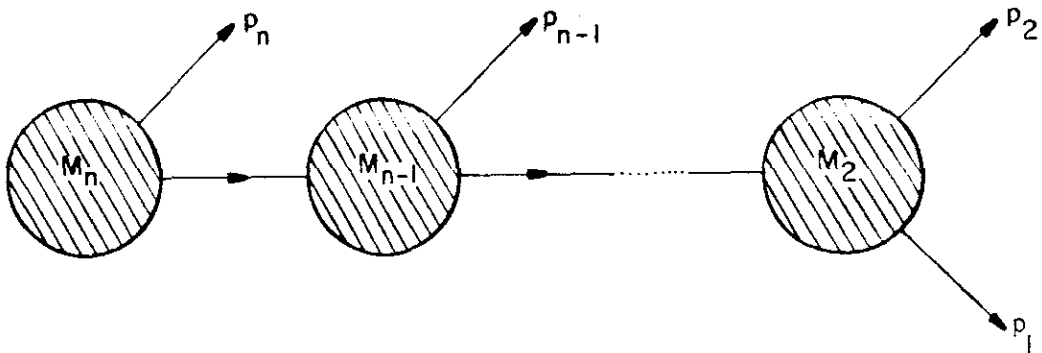


Fig 3.4. Representação esquemática do processo de decaimento de uma bola de fogo.

De um modo geral, devido à conservação de energia e momento, o estado final de  $n$  partículas é caracterizado por um conjunto de  $3n-4$  variáveis. Um ponto neste espaço deve corresponder univocamente a um ponto no espaço dos momentos. Escolhendo estas  $3n-4$  variáveis como as  $n-2$  massa  $M_i$ , dadas pelos estados intermediários na sequência de decaimentos (fig. 3.4), e os  $2(n-1)$  ângulos que definem a direção de cada momento  $p_i$  vistos do referencial de centro de massa do estado intermediário  $M_{i+1}$ , a integral do espaço seria obtida recursivamente de (3.16) como

$$R_n = \int d\Phi \rho_n(\Phi) \quad , \quad (3.18)$$

onde

$$\rho_n(\Phi) = \frac{1}{2^n M} \prod_{i=2}^n p_i \quad (3.19)$$

e

$$d\Phi = \prod_1^{n-1} d\Omega \prod_2^{n-1} dM_i \quad . \quad (3.20)$$

Para gerar eventos precisamos escolher um conjunto de  $3n-4$  variáveis com valor entre 0 e 1. O evento é construído gerando homogeneamente  $\Phi$ , e  $\rho(\Phi)$  será a densidade de pontos correspondentes no espaço de fase. Um conjunto simples de variáveis de Monte Carlo são  $x_m^i, x_\theta^i$  e  $x_\phi^i$  que determinam o evento por

$$M_i = \mu_i + x_m^i (M_{i+1} - \mu_{i+1}) \quad (3.21)$$

e

$$\begin{aligned} \phi &= 2\pi x_\phi^i \\ \cos(\theta) &= 2x_\theta^i - 1 \quad . \end{aligned} \quad (3.22)$$

A densidade do espaço de fase é determinada na mudança das variáveis (3.21) e (3.22) na integral do espaço de fase (3.16), ficando

$$\rho_n = \frac{1}{2M_n} \prod_{i=2}^n 2\pi p_i \prod_{i=3}^n (M_i - \mu_i) \quad . \quad (3.23)$$

Uma melhora na estatística é obtida fazendo o ordenamento das variáveis  $x_m$ , pois o simples sorteio da variável  $x_m$  tenderá a gerar um número excessivo de eventos em que, uma partícula apenas, carregue muito momento, por exemplo, se no primeiro sorteio  $x_m > .5$  só esta partícula carregará mais de 50% da energia total do sistema. Portanto, fazendo

$$M_i = \mu_i + x_m^i (M_n - \mu_n) \quad , \quad (3.24)$$

com

$$x_m^2 \leq x_m^3 \leq \dots \leq x_m^{n-1} \quad , \quad (3.25)$$

obtemos uma estatística bem melhor com a densidade do espaço de fase dada por

$$\rho_n = \frac{1}{2M_n} \frac{1}{(n-2)!} (M_n - \mu_n)^{n-2} \prod_{i=2}^n 2\pi p_i \quad . \quad (3.26)$$

Uma função bem mais uniforme que (3.23) no hiper-espaço  $\Phi$ .

Portanto, seguindo a sequência de decaimentos descritos na figura 3.4, o procedimento operacional para a construção do evento fica o seguinte: Determina-se homogeneamente os conjuntos  $x_m^i$  de variáveis entre 0 e 1, e ordenamos o conjunto  $x_m^i$  por (3.25). Através da equação (3.24) determinamos o módulo do primeiro píon emitido, e por (3.22) determina-se a direção do momento da partícula. Fazendo uma transformação de Lorentz coloca-se no centro de massa do estado intermediário de massa  $M_{n-1}$  e repete-se o processo até a produção das duas últimas partículas que não necessitam da variável  $x_m^i$ , pois o módulo já está determinado por conservação de energia. Para bolas de fogo com número bariônico igual a 0 consideramos todas as partículas como píons; quando o número bariônico é 1 o tratamento é análogo, sendo a última partícula um próton.

O evento terá o peso estatístico  $\omega_k$ , determinado pela densidade no espaço de fase, normalizada pela integral do espaço de fase

$$w_k = \frac{\rho_n(\Phi_k)}{R_n(M)} \quad . \quad (3.27)$$

O último passo demonstra a necessidade de conhecer  $R_n(M)$  para qualquer valor de  $M$  e  $n$ . A estimativa de  $R_n(M)$  baseada na integração de Monte Carlo não é conveniente, pois cada evento é construído a partir de bolas de fogo com massas diferentes. Isto nos levou a desenvolver um método próprio de parametrização do volume do espaço de fase. Tal método encontra-se descrito no apêndice A.

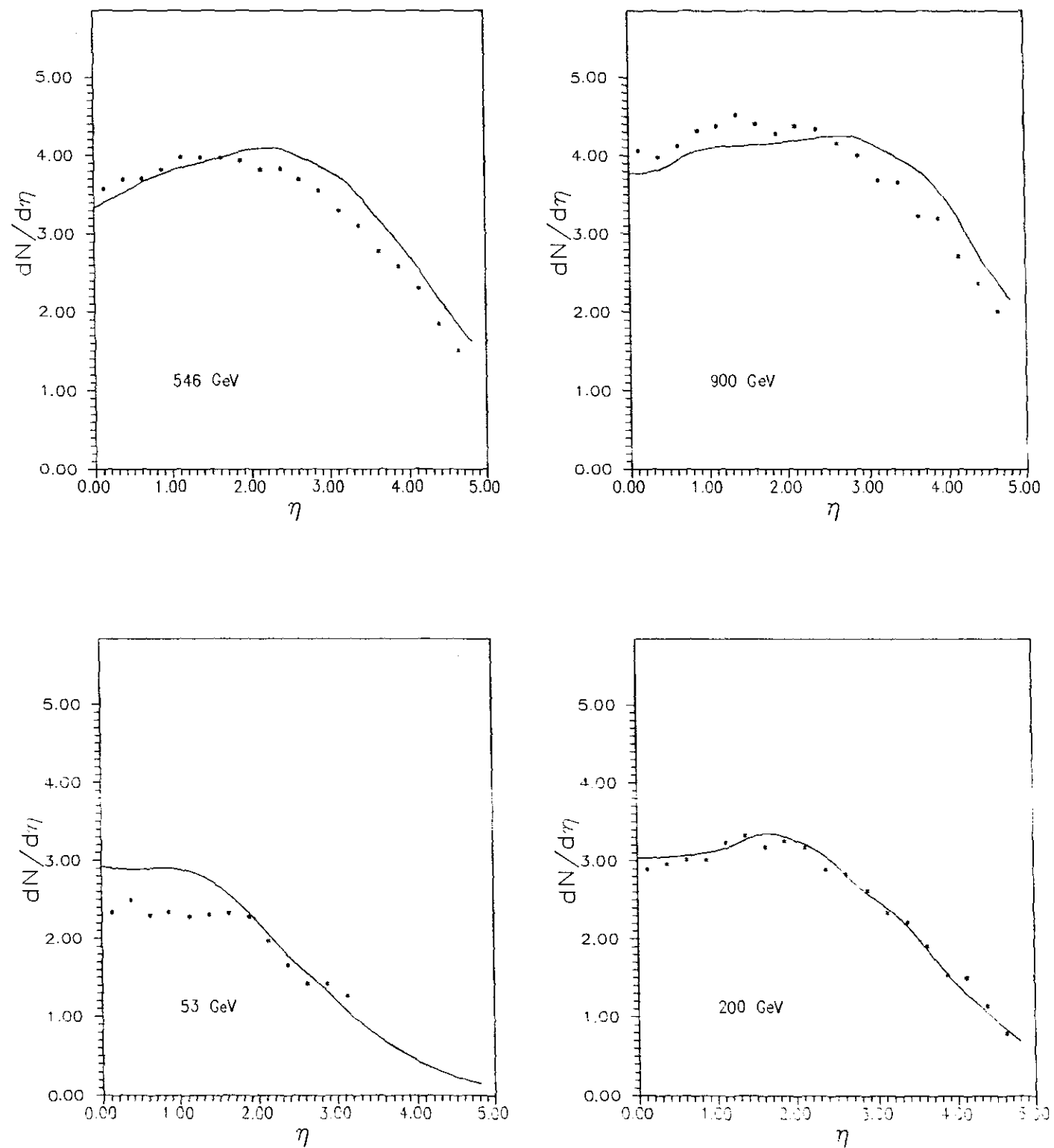


Fig. 3.5. Dados Experimentais para distribuição inclusiva de rapidizes. Os pontos referem-se aos dados experimentais, e a linha contínua ao resultado da simulação.

O espectro final de pions é obtido do decaimento das várias bolas de fogo produzidas pela corda. O peso estatístico do evento será dado pelo produto do peso de cada bola de fogo. De modo que para um evento onde foram produzidas  $N$  bolas de fogo com massas  $M_i$  e pesos  $w_i$ .  $\{M_1, w_1\}, \{M_2, w_2\}, \dots, \{M_N, w_N\}$ . O peso estatístico do evento será:

$$P_e = \prod_{i=1}^n w_i \quad . \quad (3.28)$$

Na figura 3.5 mostramos os resultados obtidos para a distribuição final de pions para diversos valores de energia. Todos os parâmetros são fixados independentes da energia. Com este procedimento obtivemos bons resultados, mas para os casos extremos, 53 e 900 GeV, a reprodução não foi tão boa.

## CAPÍTULO 4

### RESULTADOS E CONCLUSÕES

Neste capítulo apresentaremos os principais resultados obtidos com a simulação de Monte Carlo descrita no capítulo anterior. Alguns resultados, como a distribuição de rapidez e multiplicidade, já foram apresentados em capítulos anteriores, não sendo necessário repetí-los. Na seção 2, discutiremos algumas variações do modelo, apesar das variações serem artificiais, seus resultados podem ajudar a entender os possíveis mecanismos que descrevam o comportamento das colisões hadrônicas. Finalmente na seção 3 apresentaremos a conclusão do nosso trabalho.

#### 4.1 – Resultados de Correlação

O modelo de tubo de fogo tem três parâmetros ajustáveis:  $m_l$ , massa limiar;  $\omega$ , probabilidade de quebra da corda; e  $\alpha$ , parâmetro relacionado com a multiplicidade da bola de fogo ( ver eq (2.12) e (3.12)).

Tais parâmetros já haviam sido estabelecidos em trabalhos anteriores [16], mas as mudanças por nós introduzidas no decaimento das bolas de fogo nos levaram a um novo ajuste. Os parâmetros  $\alpha$  e  $\omega$  estão fortemente relacionados e foram ajustados para



descrever corretamente a distribuição de rapidez para valores de energia que variavam de  $\sqrt{s} = 53$  a 900 GeV. Com estes valores fixados obtivemos os demais resultados como as funções de correlação de curto alcance e a correlação de multiplicidade.

Para a massa limiar o procedimento foi um pouco diferente. Resultados da simulação mostraram que a massa limiar tem pouca influência na distribuição inclusiva de um corpo quando seu valor é pequeno comparado com a energia. A análise fenomenológica baseada nos modelos de *clusters* nos leva a crer que quanto menor a massa limiar, melhor o nosso modelo reproduzirá a correlação. Deste modo, estabelecemos seu valor a priori como

$$m_l = 1.3 \text{ GeV} ,$$

para bolas de fogo com número bariônico 1, e

$$m_l = .3 \text{ GeV}$$

para bolas de fogo que decaem em píons. Estes valores estão bem próximos do mínimo possível, não constituem um ajuste rigoroso, pois a simulação mostrou que variações em torno destes valores não tem influência significativa nos resultados finais.

Para os outros parâmetros os valores obtidos foram  $\omega = 0.015/fm^2$  e  $\alpha = 2.1/\sqrt{GeV}$ . Desta forma atribuímos a todos os parâmetros valores independentes da energia. Na figura 3.5 do capítulo 3 apresentamos os resultados obtidos com este ajuste para a distribuição de rapidez.

Nas figura 4.1 e 4.2 apresentamos respectivamente os resultados da correlação de curto alcance e longo alcance para as energias  $\sqrt{s} = 63, 200, 546$  e 900 GeV. Para a correlação de curto alcance observamos um bom acordo com os dados. Notamos que para todas as energias, o resultado da simulação com o modelo apresentam um pico mais alto

que os dados experimentais, o que poderia ser melhorado diminuindo a multiplicidade média das bolas de fogo. Também notamos que para energias maiores, o pico é um pouco mais largo que os dados. Acreditamos isto se deva ao aumento da massa das bolas de fogo com a energia incidente, gerando, em média, partículas com maior energia cinética, o que levaria a formar *clusters* de maior largura no intervalo de rapidez.

No entanto, os resultados obtidos nos parecem muito significativos. Pois o modelo dos *clusters*, que apresentava-se como único capaz de reproduzir os dados, leva-nos a crer que o evento seja constituído de pequenos *clusters* com multiplicidade em torno de duas partículas carregadas. No nosso modelo, a bola de fogo desempenha um papel análogo aos *clusters* mas o número médio de partículas produzidas é bem maior. Por exemplo, para  $\sqrt{s} = 546$  GeV obtivemos um valor médio de em torno de 8 GeV para a massa das bola de fogo, o que nos dá uma média de 5 ou 6 partículas carregadas.

Normalmente se identifica os *clusters* como ressonância, mas no nosso modelo as bolas de fogo não podem ser identificadas como ressonância devido a sua alta massa, mostrando que outros processos com uma dinâmica mais complexa também podem gerar correlação de curto alcance.

Apesar de não constituir a verdadeira correlação dinâmica, é interessante comparar os resultados do modelo com os resultados experimentais para a correlação de longo alcance. Notamos que a valor absoluto fica bem abaixo dos valores experimentais, mas reproduz bem a forma da curva. Na realidade, a diferença com o valor absoluto já era um resultado esperado, pois, como vimos no capítulo três, a distribuição de multiplicidade em nosso modelo apresenta-se muito mais estreita que os dados experimentais. Como a correlação de longo alcance está normalizada a  $D^2$  (desvio quadrático médio), a normalização das curvas obtidas por simulação, obrigatoriamente, serão menores.

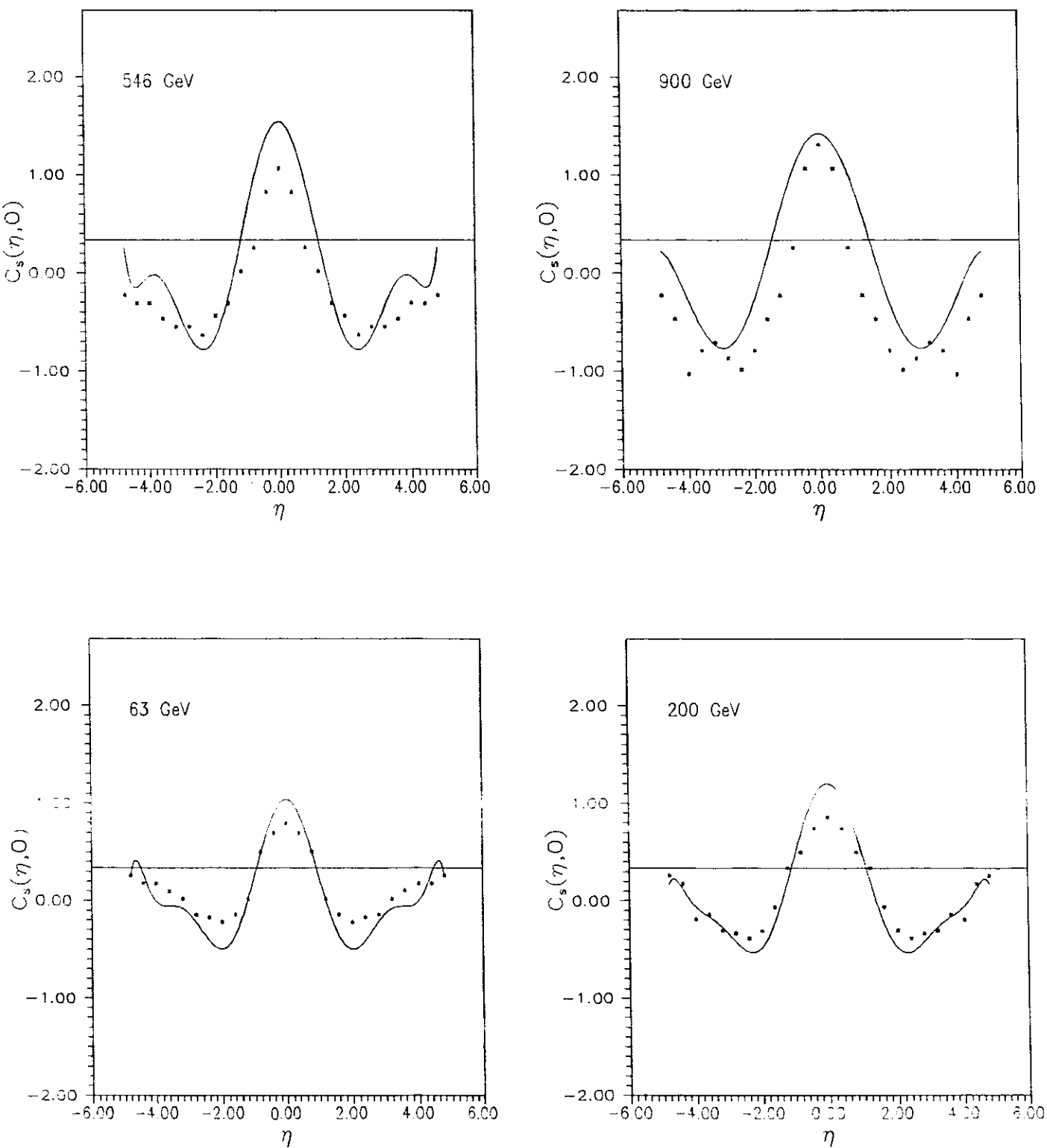


Fig 4.1. Resultados da correlação de curto alcance. Os pontos referem-se aos dados experimentais e a linha contínua ao resultado da simulação com o modelo.

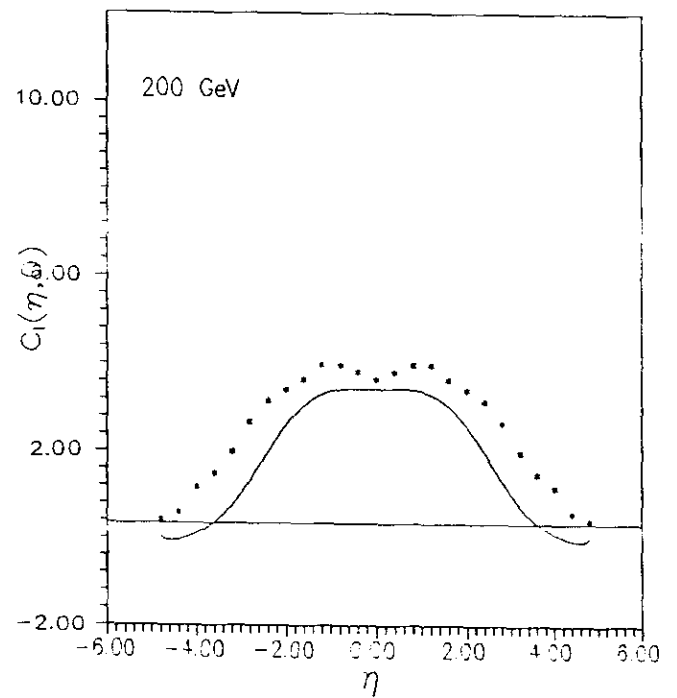
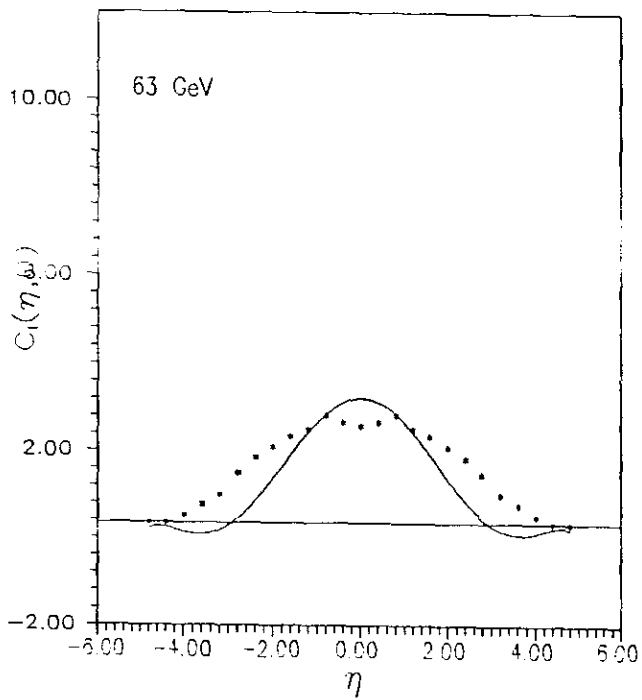
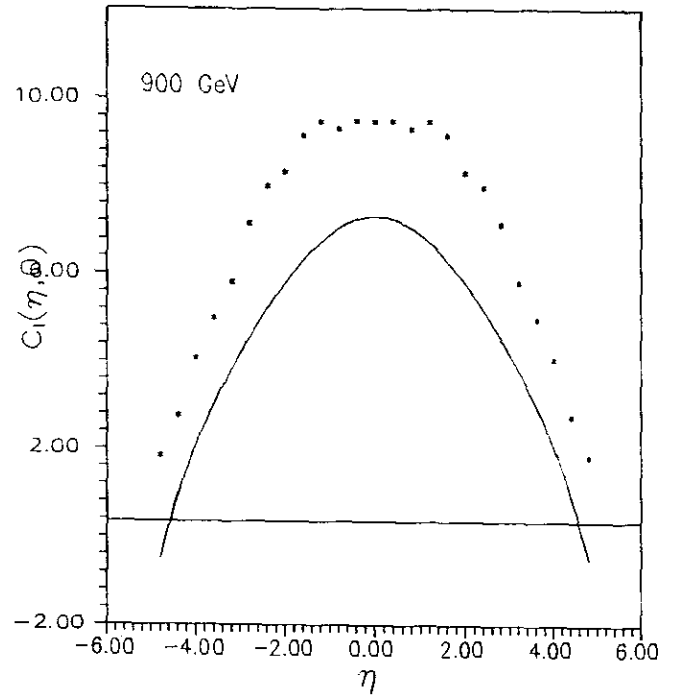
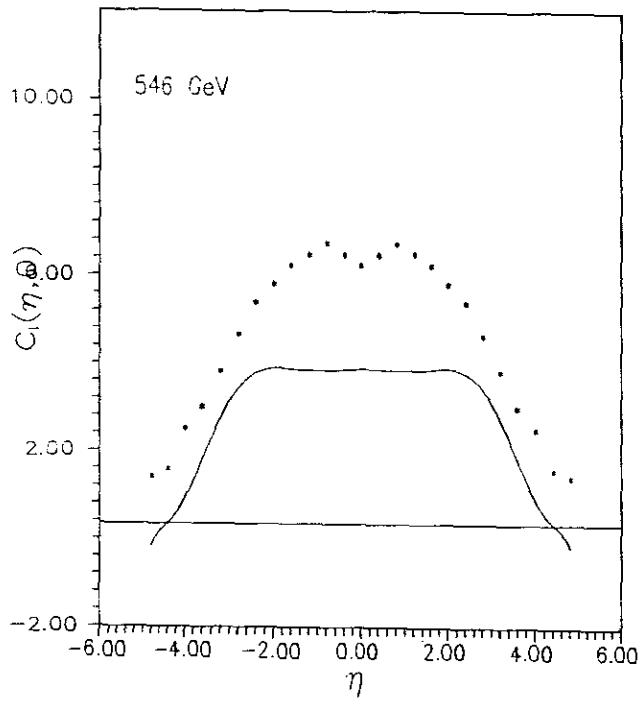


Fig 4.2. Resultados da correlação de longo alcance. Os pontos referem-se aos dados experimentais e a linha contínua ao resultado da simulação com o modelo.

Na tabela 4.1 mostramos os resultados da correlação de multiplicidade considerando dois intervalos de rapidez simétricos com valores de rapidez entre 1 e 4.

TABELA 4.1. Resultado do modelo para o coeficiente de correlação .

$\sqrt{s}$	$b_{exp}$	$b_{cal}$
200	0.32	0.17
546	0.45	0.25
900	0.50	0.26

Os resultados estão bem abaixo dos valores experimentais, o que poderia sugerir que a cinemática da corda tal como aplicada neste modelo não produz as bolas de fogo suficientemente correlacionadas. Não obstante, na próxima seção mostraremos algumas variações do modelo, que conseguem reproduzir bem a correlação de multiplicidade mostrando que a forma do decaimento das bolas de fogo tem uma sensível influência na correlação de multiplicidade. Também devemos notar que o valor da correlação de multiplicidade possivelmente está relacionado com a dispersão na distribuição de multiplicidade como sugere o modelo dos *clusters* (veja eq.(1.29)) Esta é talvez outra causa para a discrepância dos valores mostrados na tabela 4.1

## 4.2 – Variações do Modelo

Com o objetivo de compreender melhor o mecanismo do processo, desenvolve-

mos algumas variações do modelo. Trata-se de um estudo puramente fenomenológico onde estas variações podem indicar um possível caminho para um melhoramento do modelo.

No capítulo dois, notamos que devido à expansão longitudinal das bolas de fogo, é necessário introduzir um decaimento anisotrópico. Um modo simples de fazer isto, é gerar de modo não homogêneo o ângulo entre o momento da partícula emitida e o eixo longitudinal. Observando a expressão (3.26), notamos que o peso estatístico de um evento só depende do módulo do momento das partículas emitidas. Deste modo, pode-se fazer uma mudança nas variáveis em (3.22) que não altere o módulo do momento, mantendo-se assim, o mesmo peso estatístico de cada evento. Substituindo então

$$\cos(\theta) = 2x_{\theta}^i - 1 \quad (4.1)$$

por

$$\cos(\theta) = \operatorname{arcsinh}((2x_{\theta}^i - 1)\sinh(\alpha))/\alpha \quad , \quad (4.2)$$

obteremos um decaimento anisotrópico. Esta mudança equivale a substituir a distribuição homogênea em  $\cos\theta$  por uma dada por

$$\rho(\cos(\theta)) \propto \cosh \alpha \cos\theta \quad . \quad (4.3)$$

Para  $\alpha$  tendendo a 0 obtém-se novamente a distribuição isotrópica.

Na figura 4.3 mostramos os resultados do decaimento de uma bola de fogo com massa de 8 GeV. Nota-se que a distribuição tende a formar dois picos simétricos. Este comportamento não é desejável e deve-se ao fato que mudamos apenas a direção do momento sem alterar seu módulo. Este mecanismo não altera a distribuição de multiplicidade, mas os resultados para a distribuição de rapidez não são bons. É interessante notar que ele reproduz muito bem a correlação de multiplicidade, como pode ser visto na tabela 4.2

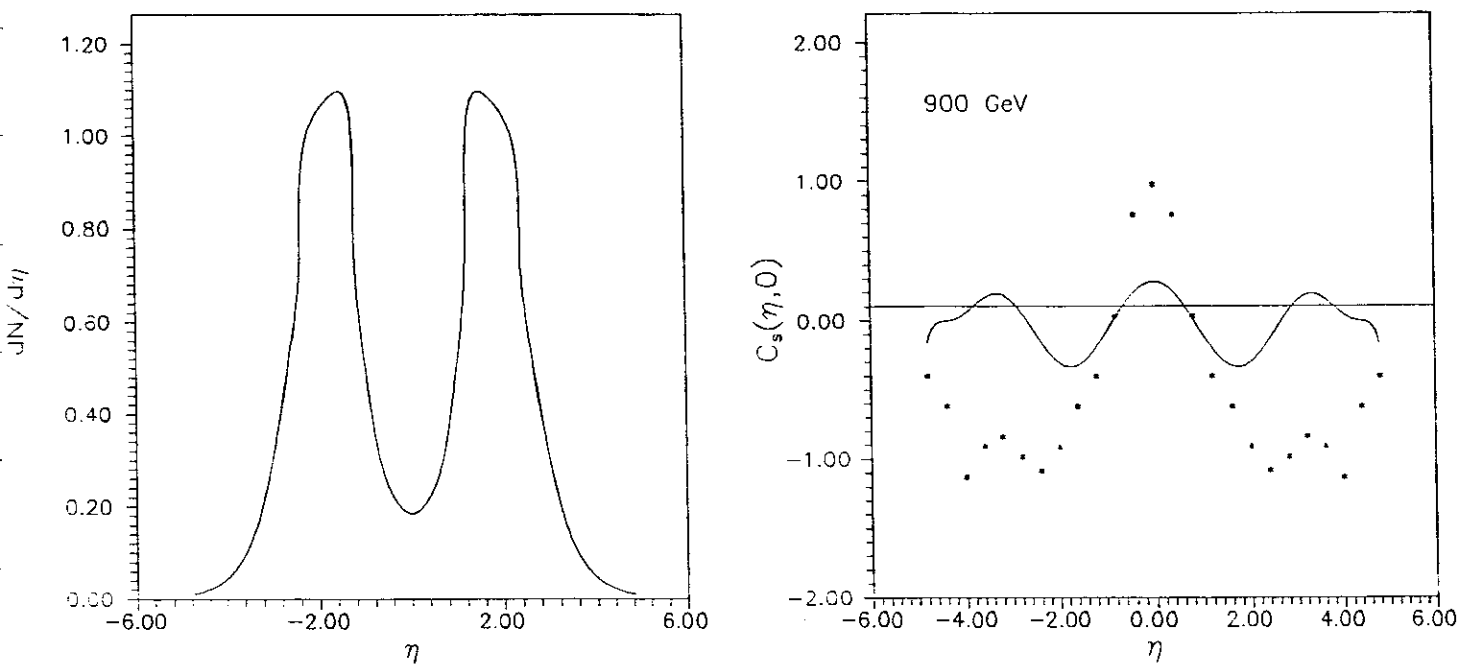


Fig 4.3. a) distribuição de rapidez para o decaimento anisotrópico de uma bola de fogo com  $\langle n \rangle = 6.6$ ; b) resultados da correlação de curto alcance para a versão com decaimento anisotrópico, comparado com os pontos experimentais.

TABELA 4.2. Compara os resultados do coeficiente de correlação  $b$ , com os dados experimentais, supondo um decaimento anisotrópico para as bolas de fogo.

$\sqrt{s}$	$b_{exp}$	$b_{cal}$
200	0.32	0.45
546	0.45	0.47
900	0.50	0.52

Notamos um bom acordo dos resultados, possivelmente pelo modo correlacionado de gerar as partículas em dois lados simétricos como vimos na figura 4.3. A correlação de curto alcance também mostra-se totalmento irreal. Os dois picos simétricos em torno de  $|y| = 3$ , acreditamos que se deva à correlação entre os dois *clusters* que se formam no decaimento de uma bola de fogo.

A introdução deste mecanismo que simula a expansão longitudinal, apesar de bastante artificial, nos dá algumas informações úteis. Concluimos que possivelmente um decaimento anisotrópico para a bola de fogo poderá reproduzir a correlação de multiplicidade. No apêndice B mostramos um outro mecanismo que não apresenta este “buraco” para  $y \approx 0$ .

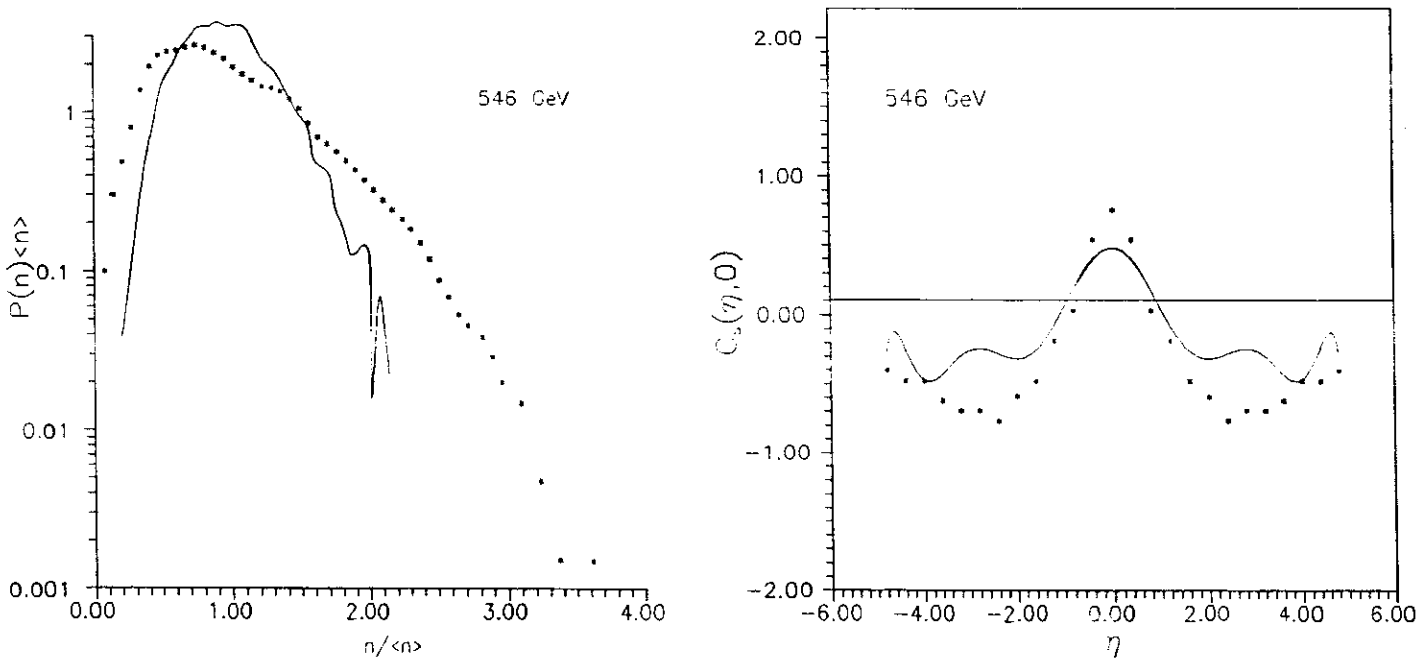


Fig 4.4. Resultados do teste de variação do modelo; a) distribuição de multiplicidade, b) correlação de curto alcance.

Uma outra variação que propomos para tentar reproduzir a expansão longitudinal, é considerar que a bola de fogo se fragmenta unidimensionalmente em bolas



menores antes de decaírem diretamente em píons. Simulando uma possível formação de ressonância hadrônica. Para  $\sqrt{s} = 546$  GeV obtemos  $b = 0.365$  para a correlação de multiplicidade. Comparando com o valor obtido na tabela 4.1 notamos uma significativa melhora. Outra vantagem deste tratamento é que incluindo mais uma etapa conseguimos uma maior dispersão em conformidade com os resultados experimentais. Também se obtém boa distribuição para a rapidez e o momento transverso. Uma análise na correlação de rapidez mostra que o modelo subestima a correlação de curto, e não reproduz totalmente a correlação de longo alcance (veja figura 4.4).

## 4.1 – Conclusão

A contribuição fundamental deste trabalho foi estender o modelo para a análise dos dados de correlação em rapidez, através da introdução do decaimento de acordo com o espaço de fase para as bolas de fogo. Dos resultados obtidos, concluímos que o modelo descreve bem a distribuição de rapidez e a correlação, especialmente a de curto alcance, para uma larga faixa de energia (63 a 900 GeV). Das discrepâncias obtidas, a discussão da seção anterior leva-nos a crer que elas têm basicamente duas causas: a) o alto valor do momento transverso; b) a dispersão na distribuição de multiplicidade, bem menor que os dados observáveis. Acreditamos que resolvendo-se estes dois pontos o modelo reproduzirá praticamente todos os dados experimentais.

Há diversos caminhos para a melhoria do modelo. De imediato podemos mencionar a inclusão de outros números quânticos além do bariônico com a produção de outros hádrons além dos píons. Também podemos incluir a conservação da carga elétrica evento por evento, o que certamente causará uma maior correlação entre as partículas. Tais

refinamentos são perfeitamente factíveis sem uma alteração maior na estrutura teórica do modelo.

Sem alterar o mecanismo básico do modelo que consiste na formação de bolas de fogo a partir da fragmentação de uma corda, podemos propor muitas melhorias sendo que algumas envolvem um estudo teórico mais profundo. Basicamente podemos dividir a evolução do sistema em duas etapas: a) a formação de bolas de fogo via a fragmentação da corda; b) o decaimento das bolas de fogo. A primeira etapa lida com conceitos fundamentais que envolvem o tratamento não perturbativo da QCD pela formação da corda. Na segunda etapa apresentamos um tratamento mais coletivo envolvendo conceitos mais estatísticos como o decaimento da bola de fogo, temperatura etc.. Ambas as etapas apresentam muitas perspectivas para estudos futuros.

Em relação à primeira etapa, uma análise da figura 4.1 mostra que o modelo já apresenta algumas dificuldades para estender-se para uma faixa tão ampla de energia com o parâmetro  $\omega/\epsilon_0^2$  independente da energia. A dependência do  $k_{eff}$  apenas com a área sobreposta apresenta-se como uma boa aproximação, mas é um ponto que pode ser melhorado. O estudo da dependência de  $\epsilon_0$  com a energia no centro de massa, que no nosso trabalho atribuímos como constante, é um possível caminho. Outro caminho interessante está na ligação das duas etapas. No nosso trabalho consideramos que para o decaimento das bolas de fogo, elas não carregam nenhuma informação da subcorda que a gerou. Ao invés desta brusca passagem corda  $\rightarrow$  bola de fogo um mecanismo mais suave poderia ser proposto.

Em relação ao decaimento das bolas de fogo, também há muitos pontos que merecem um estudo futuro. Basicamente há duas versões: uma supondo espectro térmico para a produção de hádrons e outra, por nós desenvolvida, com produção feita de acordo

com o espaço de fase. Ambas apresentam o momento transverso muito alto. Para o tratamento hidrodinâmico há uma versão com o decaimento anisotrópico que resolve este problema. Para o tratamento feito de acordo com o espaço de fase, o decaimento anisotrópico permanece como uma questão aberta. No apêndice B apresentamos um trabalho em andamento neste sentido. Todos estes estudos, no entanto, devem ser feitos sem se perder uma das principais qualidades do modelo que é a sua simplicidade.

Outra área para estudos futuros é estender o modelo para a reprodução de outros dados experimentais que não consideramos neste trabalho, como por exemplo a correlação no momento transverso, no ângulo azimutal etc.. Deve-se mencionar que o modelo ainda não foi testado para estas funções.

Finalmente, também devemos mencionar como perspectiva futura a aplicação dos conceitos desenvolvidos na colisão próton-próton para colisões próton-núcleo e núcleo-núcleo. Já existem trabalhos neste sentido para colisão próton-núcleo [24].

## APÊNDICE A

### INTEGRAL DO ESPAÇO DE FASE

Neste apêndice descreveremos um método de parametrização do volume do espaço de fase, definido por

$$R_n(M) = \int \prod_{i=1}^n \frac{d^3 p_i}{2E_i} \delta^3\left(\sum_{i=1}^n p_i\right) \delta\left(\sum_{i=1}^n E_i - M\right) . \quad (\text{A.1})$$

Tal quantidade aparece como um fator de normalização para o peso estatístico do evento (eq. (3.27)). No nosso trabalho, a estimativa de  $R_n(M)$  baseada na integração de Monte Carlo,

$$R_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \rho(\Phi_{\kappa}) , \quad (\text{A.2})$$

não é conveniente, pois precisamos conhecer  $R_n(M)$  como função da massa e multiplicidade. A integral (A.1) pode ser resolvida numericamente usando sua propriedade recursiva, mas tal procedimento exigiria que o cálculo fosse feito a cada evento, o que levaria a um cálculo computacional muito demorado. Estas dificuldades levaram-nos a desenvolver uma parametrização da quantidade  $R_n(M)$  como função da massa  $m$  e da multiplicidade  $n$ .

Inicialmente a integração foi feita numericamente para valor de  $n$  até 50. Para evitar os problemas técnicos de números muito grandes que ocorrem na integral do espaço de fase, baseamo-nos nas propriedades assintóticas de  $R_n(M)$  para os limites

ultra-relativístico,  $M \gg nm$ , e não relativístico,  $M_n \rightarrow nm$

$$R_n^{ER}(M_n) = \frac{(\pi/2)^{n-1}}{(n-1)!(n-2)!} M^{2n-4} - n$$

$$R_n^{NR}(M) = \frac{(2\pi^3)^{(n-1)/2} (\prod m_i)^{1/2}}{2\Gamma[3/2(n-1)](nm)^{3/2}} (M_n - nm)^{(3n-5)/2} \quad , \quad (A.3)$$

para definirmos a função

$$F_n(M) = \frac{R_n(M)}{R_n^{ER}} \quad . \quad (A.4)$$

Assim, por definição,  $F_n(M) \rightarrow 1$  quando  $M \rightarrow \infty$ , e a fórmula recursiva (3.16) torna-se

$$F_n(M) = (n-1)(n-2) \int_{\mu_{n-1}^2}^{(M-m)^2} dM_{n-1}^2 \frac{M_{n-1}}{M_n} F_{n-1}(M_n) \quad . \quad (A.5)$$

O comportamento de  $F_n(M)$  como função da massa foi aproximado pela forma analítica

$$F_n(M) = \exp\left(\frac{\phi(n, M) - \sqrt{\phi(n, M)^2 + G(n, M)}}{2}\right) \quad (A.6)$$

sendo

$$\phi(n, M) = \log\left(\frac{R_n^{NR}}{R_n^{ER}}\right) + \sum_{i=0}^3 C_i(n) x^i$$

$$G(n, M) = \left(\sum_{i=4}^6 C_i(n) x^{i-5}\right)^2 \quad , \quad (A.7)$$

com

$$x = \log(M/nm) \quad . \quad (A.8)$$

$C_i(n)$  são parâmetros ajustáveis para cada  $n$ .

A seguir seguem-se algumas tabelas com os valores obtidos para os  $C_i(n)$ , e exemplos de alguns valores encontrados para o espaço de fase.

Na tabela A.1 encontram-se os valores para o decaimento de uma bola de fogo com número bariônico 0. Na tabela A.2 encontram-se os mesmos parâmetros para o caso de um bola de fogo com número bariônico 1.

Na tabela A.3 e A.4 temos alguns exemplos do valor encontrado na parametrização comparados com os valores calculados analiticamente. A tabela A.3 refere-se a bolas de fogo com número bariônico 0, enquanto a tabela A.4 refere-se a bolas de fogo com número bariônico 1.

**TABELA A.1**

n	$C_0(n)$	$C_1(n)$	$C_2(n)$	$C_3(n)$	$C_4(n)$	$C_5(n)$	$C_6(n)$
3	0.26668	-1.00338	-0.83549	-0.05221	1.48143	2.40929	-0.58416
4	0.52128	-1.04457	-0.62667	-0.02503	3.69586	1.35981	-0.42041
5	0.73060	-1.26839	-0.49407	-0.06092	5.86937	0.81408	-0.34953
6	0.89173	-1.54629	-0.41309	-0.10297	7.89230	0.64507	-0.34762
7	1.04007	-1.75796	-0.36387	-0.12792	9.97058	0.34847	-0.32918
8	1.17137	-1.98028	-0.32388	-0.15446	11.98548	0.17397	-0.33146
9	1.31804	-2.21695	-0.25599	-0.18436	14.04581	-0.10731	-0.31135
10	1.39634	-2.26137	-0.32036	-0.17203	16.14480	-0.46267	-0.30570
11	1.45883	-2.46165	-0.28022	-0.20555	18.12966	-0.53652	-0.31658
12	1.53813	-2.71083	-0.21358	-0.24696	20.07807	-0.53623	-0.33338
13	1.78306	-3.06252	-0.09019	-0.28585	22.00928	-0.74094	-0.31631
14	1.75793	-3.03407	-0.17006	-0.28011	24.12328	-1.04275	-0.30894
15	1.99040	-3.46524	-0.04692	-0.33535	25.70517	-0.62570	-0.38344
16	2.42672	-3.80960	-0.02998	-0.33700	27.03306	-0.38394	-0.46510
17	2.52770	-3.98411	0.03124	-0.36180	29.12250	-0.76271	-0.42167
18	2.80475	-4.35709	0.16083	-0.40325	30.84737	-0.79573	-0.42232
19	2.94961	-4.60625	0.23026	-0.43789	32.61537	-0.74355	-0.43934
20	3.30111	-5.16134	0.45196	-0.50903	34.07676	-0.39729	-0.47761
21	3.52899	-5.34936	0.46716	-0.51567	35.77407	-0.52239	-0.48566
22	3.70910	-5.56574	0.51031	-0.53903	37.42928	-0.47066	-0.50581
23	4.84547	-6.63221	0.93199	-0.59639	38.56459	-0.85815	-0.43612
24	5.08396	-6.97249	1.07864	-0.63687	40.46315	-1.15957	-0.38598
25	5.22687	-7.10721	1.09899	-0.64543	42.40812	-1.52418	-0.35082
26	5.69696	-7.81287	1.40873	-0.73297	43.65805	-1.10499	-0.37452
27	5.78899	-8.05785	1.52058	-0.77808	45.49299	-1.15614	-0.35369

**TABELA A.1 (continuação)**

n	$C_0(n)$	$C_1(n)$	$C_2(n)$	$C_3(n)$	$C_4(n)$	$C_5(n)$	$C_6(n)$
28	5.87190	-8.17104	1.52977	-0.79474	47.22689	-1.17859	-0.36012
29	6.02373	-8.38480	1.59784	-0.82109	48.99060	-1.27623	-0.34861
30	6.22693	-8.58599	1.64958	-0.83596	50.79932	-1.55654	-0.31683
31	6.22176	-8.69249	1.70443	-0.86315	52.93627	-1.92201	-0.25965
32	6.55190	-9.07955	1.84443	-0.90264	54.38569	-1.85189	-0.25756
33	6.61079	-9.27332	1.90985	-0.94322	55.91772	-1.49402	-0.29796
34	7.74134	-10.66807	2.53720	-1.07892	56.37655	-0.86412	-0.30005
35	8.11340	-10.70283	2.51795	-1.07707	56.85402	-0.88959	-0.27842
36	8.57251	-10.73129	2.47821	-1.06594	57.14519	-0.94053	-0.25696
37	9.04611	-10.81539	2.45817	-1.05819	57.62389	-1.03922	-0.23132
38	9.11340	-10.80857	2.44465	-1.05533	59.71939	-1.80666	-0.12931
39	9.49273	-10.89882	2.43589	-1.05282	60.58994	-1.99558	-0.09433
40	9.98460	-11.04721	2.43635	-1.05026	61.19610	-2.06469	-0.07470
41	10.38871	-11.19985	2.45161	-1.05479	62.07261	-2.16532	-0.04876
42	10.87430	-11.42076	2.48596	-1.05543	63.16264	-2.48723	0.00062
43	11.26218	-11.50094	2.45128	-1.04680	64.12085	-2.67251	0.02612
44	11.15186	-11.56729	2.51099	-1.06828	66.65755	-3.39467	0.12850
45	11.21509	-11.63351	2.54068	-1.08810	68.20084	-3.57495	0.16971
46	11.56284	-11.63982	2.46620	-1.07314	69.03198	-3.66706	0.17823
47	11.79728	-11.71231	2.46031	-1.07920	70.15010	-3.75569	0.20012
48	12.10620	-11.79210	2.43975	-1.07978	71.07527	-3.78050	0.20989
49	12.36879	-11.81635	2.39477	-1.07515	72.10860	-3.88520	0.22656
50	12.49087	-11.93565	2.44543	-1.09814	73.49333	-3.99374	0.26271
51	12.76240	-12.02341	2.43876	-1.10290	74.51095	-4.04030	0.27862
52	13.05499	-12.10360	2.41893	-1.10149	75.62352	-4.19274	0.30222



**TABELA A.2**

n	$C_0(n)$	$C_1(n)$	$C_2(n)$	$C_3(n)$	$C_4(n)$	$C_5(n)$	$C_6(n)$
3	-0.44975	0.78767	0.57878	-0.06912	2.43632	0.10637	-0.15448
4	-0.86309	0.92955	-1.63277	0.27779	5.27462	-0.72478	-0.10779
5	-1.10507	1.51916	-1.93954	0.32682	7.56624	-1.49569	-0.03598
6	-1.32937	1.85268	-2.11913	0.34644	9.98827	-2.26083	0.03056
7	-1.46519	1.39618	-1.91130	0.26874	12.80361	-2.86190	0.06466
8	0.09052	0.22675	-1.62249	0.18325	12.99965	-1.94724	-0.10054
9	0.49385	-0.17885	-1.41270	0.14789	15.28695	-2.84031	0.00939
10	0.75729	-0.46681	-1.27846	0.12082	17.60388	-3.65402	0.10214
11	0.67146	-0.39817	-1.38677	0.11893	19.67130	-3.95336	0.10270
12	0.51510	-0.41865	-1.46451	0.09150	21.56429	-3.83216	0.04189
13	0.32854	-0.20530	-1.63157	0.10659	23.75787	-4.22478	0.05310
14	0.13161	-0.15953	-1.71667	0.08887	25.87571	-4.29949	0.02278
15	0.17628	-0.38606	-1.65426	0.04734	27.91127	-4.40632	0.01070
16	0.10261	-0.07471	-1.82344	0.09607	30.39412	-5.53062	0.13103
17	0.16371	-0.15996	-1.81412	0.08448	32.57951	-6.05512	0.17707
18	0.38553	-0.53320	-1.66835	0.03665	34.55133	-6.29087	0.19417
19	0.26882	-0.67289	-1.64743	-0.00686	36.63248	-6.18083	0.15163
20	0.81306	-0.89511	-1.64616	0.00472	37.92841	-6.46899	0.16327
21	0.94156	-1.02308	-1.60493	-0.00374	40.18455	-7.18602	0.24078
22	1.48745	-1.24610	-1.62379	0.01507	41.60353	-7.52421	0.25138
23	1.51861	-1.57026	-1.47669	-0.04855	43.53617	-7.46738	0.23700
24	1.99948	-1.91763	-1.39828	-0.05968	45.09543	-7.75270	0.25429
25	2.72390	-2.40473	-1.29638	-0.06671	46.39272	-7.96885	0.26122
26	2.97869	-2.74494	-1.14977	-0.10079	48.48959	-8.52086	0.33043
27	3.70067	-3.44035	-0.91195	-0.14173	49.95565	-8.71305	0.34725

**TABELA A.2 (continuação)**

n	$C_0(n)$	$C_1(n)$	$C_2(n)$	$C_3(n)$	$C_4(n)$	$C_5(n)$	$C_6(n)$
28	4.00904	-3.88766	-0.73842	-0.19478	51.50248	-8.63461	0.33446
29	3.97569	-4.09486	-0.63020	-0.24889	53.31362	-8.56017	0.32655
30	4.12552	-4.29793	-0.53756	-0.26590	55.69763	-9.40461	0.43209
31	4.22155	-4.48286	-0.45382	-0.28953	57.92642	-10.00348	0.50591
32	4.20345	-4.59584	-0.40561	-0.31789	59.96954	-10.26093	0.53284
33	4.48889	-4.92253	-0.27549	-0.34389	62.02158	-10.83987	0.60629
34	4.39552	-5.05234	-0.19593	-0.38530	64.16419	-11.04940	0.63621
35	4.80825	-5.75502	0.13199	-0.47550	65.61878	-10.79558	0.63273
36	4.95563	-5.81771	0.14891	-0.45959	68.37751	-12.21465	0.80327
37	5.16610	-6.40333	0.43981	-0.55583	69.84756	-11.71592	0.77117
38	5.44584	-6.54500	0.44989	-0.54520	71.89081	-12.49934	0.85283
39	5.60902	-6.65162	0.44571	-0.54778	73.66869	-12.78462	0.86987
40	6.40868	-6.89519	0.40080	-0.47357	75.95363	-14.54693	1.03805
41	6.43847	-7.07196	0.49222	-0.50746	78.02801	-14.59341	1.08948
42	6.75630	-7.46952	0.64163	-0.54767	79.57943	-14.92851	1.09771
43	6.71146	-7.52040	0.65472	-0.56998	81.42712	-15.01358	1.10339
44	6.93576	-7.69157	0.67757	-0.57585	83.16418	-15.29862	1.12213
45	7.50281	-8.25530	0.87524	-0.61092	84.63694	-15.49494	1.14873
46	7.54259	-8.11692	0.73787	-0.57783	86.68850	-16.08718	1.17956
47	7.65215	-8.35049	0.84909	-0.61139	88.70494	-16.45774	1.23623
48	7.44287	-8.36180	0.88519	-0.64887	90.70224	-16.46915	1.24745
49	7.69912	-8.55024	0.92380	-0.65221	92.61386	-17.01159	1.30363
50	7.47145	-8.54010	0.95098	-0.68690	94.70214	-17.08180	1.32184
51	7.71668	-8.68724	0.95440	-0.68532	96.35331	-17.36788	1.33447
52	8.20794	-9.08554	1.08949	-0.69058	98.60066	-18.47880	1.47126

**TABELA A.3** $n = 3$ 

$M / m$	$F_n(M/m)$	$F_n^{fit}(M/m)$
3.2	0.0091484226	0.0091542210
3.6	0.0614572130	0.0613529161
4.4	0.2042995244	0.2047117501
6.0	0.4435688555	0.4428432286
9.2	0.6941031814	0.6947414875
15.6	0.8657780290	0.8661640286
28.4	0.9503303170	0.9490908384
54.0	0.9835707545	0.9833787680
105.2	0.9948976636	0.9963847995

 $n = 5$ 

$M / m$	$F_n(M/m)$	$F_n^{fit}(M/m)$
5.2	0.0000006486	0.0000007662
6.4	0.0026739175	0.0026739677
8.8	0.0601679981	0.0601636954
13.6	0.2878653407	0.2879119813
23.2	0.6087929010	0.6085683703
42.4	0.8350564241	0.8355811834
80.8	0.9397962689	0.9394835830
157.6	0.9809342027	0.9804960489
311.2	0.9962324500	0.9967807531

n = 10

M / m	F <sub>n</sub> (M/m)	F <sub>n</sub> <sup>fit</sup> (M/m)
10.6	0.0000000000	0.0000000000
13.8	0.0000029537	0.0000029752
20.2	0.0039173481	0.0039173495
33.0	0.0969741344	0.0969739482
58.6	0.4080928564	0.4080960751
109.8	0.7276505828	0.7276356816
212.2	0.8971396089	0.8971644044
417.0	0.9655069709	0.9654940367
826.6	0.9903733730	0.9903719425

n = 30

M / m	F <sub>n</sub> (M/m)	F <sub>n</sub> <sup>fit</sup> (M/m)
40.2	0.0000000000	0.0000000000
51.4	0.0000000000	0.0000000000
73.8	0.0000023853	0.0000023770
118.6	0.0024047755	0.0024047762
208.2	0.0905313864	0.0905312747
387.4	0.4184988439	0.4184986949
745.8	0.7351597548	0.7351720929
1462.6	0.8958621025	0.8958230019
2896.2	0.9603664875	0.9603978395

n = 50

M / m	F <sub>n</sub> (M/m)	F <sub>n</sub> <sup>fit</sup> (M/m)
87.4	0.0000000000	0.0000000000
106.6	0.0000000000	0.0000000000
145.0	0.0000000479	0.0000000451
221.8	0.0001891441	0.0001891444
375.4	0.0264395848	0.0264393706
682.6	0.2531181574	0.2531222999
1297.0	0.6068935990	0.6069074273
2525.8	0.8302780986	0.8301990032
4983.4	0.9283275604	0.9283974171

**TABELA A.4**

$n = 3$

$M / m$	$F_n(M/m)$	$F_n^{fit}(M/m)$
9.4	0.0029577131	0.0029615788
10.2	0.0200874861	0.0200385619
11.8	0.0812504813	0.0813579708
15.0	0.2311581522	0.2311856598
21.4	0.4706394076	0.4701485634
59.8	0.8746451735	0.8739030957
111.0	0.9535089135	0.9522707462
213.4	0.9845191240	0.9850679636
418.2	0.9951642752	0.9969581962

$n = 5$

$M / m$	$F_n(M/m)$	$F_n^{fit}(M/m)$
12.4	0.0000564529	0.0000571766
14.8	0.0030199524	0.0030199473
19.6	0.0398216806	0.0398219712
29.2	0.1982405186	0.1982365400
48.4	0.4858665764	0.4858906269
86.8	0.7483978271	0.7483326197
163.6	0.8980026841	0.8980641961
317.2	0.9643580914	0.9643887281
624.4	0.9900043011	0.9899345636

n = 10

M / m	$F_n(M/m)$	$F_n^{fit}(M/m)$
20.2	0.0000000628	0.0000000620
26.6	0.0001304057	0.0001303909
39.4	0.0116117392	0.0116105592
65.0	0.1331947893	0.1332011670
116.2	0.4373434186	0.4374989271
218.6	0.7310118079	0.7306835651
423.4	0.8935210705	0.8932437897
833.0	0.9620589018	0.9623015523
1652.2	0.9876065254	0.9882448912

n = 30

M / m	$F_n(M/m)$	$F_n^{fit}(M/m)$
57.0	0.0000000000	0.0000000000
79.4	0.0000000735	0.0000000778
124.2	0.0002711227	0.0002711291
213.8	0.0301288683	0.0301260874
393.0	0.2576100826	0.2576777935
751.4	0.6067304611	0.6065960526
1468.2	0.8322945237	0.8320943713
2901.8	0.9328894615	0.9329407811
5769.0	0.9728642702	0.9732288718

n = 50

M / m	$F_n(M/m)$	$F_n^{fit}(M/m)$
87.4	0.0000000003	0.0000000004
125.8	0.0000000229	0.0000000264
202.6	0.0000126733	0.0000131044
356.2	0.0056502456	0.0056502512
663.4	0.1428308189	0.1428278387
1277.8	0.4957445562	0.4958005846
2506.6	0.7679469585	0.7678120136
4964.2	0.8981872797	0.8981278539
9879.4	0.9534127712	0.9536141753

## APÊNDICE B

### ESPAÇO DE FASE DEFORMADO

No capítulo 4 vimos um modo de gerar partículas a partir de uma bola de fogo de modo anisotrópico, simplesmente gerando o ângulo polar por

$$\cos\theta = \frac{\operatorname{arcsinh}\{(2x-1)\sinh(\alpha)\}}{\alpha} . \quad (B.1)$$

Este método apresentava a grande desvantagem de gerar uma distribuição com um “buraco” para  $y = 0$  (veja fig. 4.3), algo totalmente irreal. Neste apêndice proporemos um outro método, sem este inconveniente.

No caso extremo ( $M \gg n < E_T$ ), podemos usar o espaço de fase longitudinal definido como

$$L_n(M) = \int \int \dots \int \prod_{i=1}^n \frac{dp_{z,i}}{2E_i} \delta(\sum p_{z,i}) \delta(\sum E_i - M) , \quad (B.2)$$

onde  $E_i = \sqrt{p_{z,i}^2 + m_T^2}$  e  $m_T$  é a energia transversal média. Analogamente ao espaço de fase total, também temos uma fórmula recursiva dada por

$$\begin{aligned} L_n(M) &= \int \frac{dp_z}{2E(p_z)} L_{n-1}(M'(p_z)) \\ &= \int_{(n-1)m_T}^{M-m_T} \frac{M_{n-1} dM_{n-1}}{\lambda^{1/2}(M, M_{n-1}, m_T)} L_{n-1}(M') . \end{aligned} \quad (B.3)$$

Esta integral pode ser escrita como

$$L_n(M) = \int \int \cdots \int dM_{n-1} dM_{n-2} \cdots dM_2 \rho(M_{n-1}, M_{n-2}, \dots, M_2) \quad , \quad (B.4)$$

onde  $\rho$  desempenhe um papel análogo ao  $\rho(\Psi)$  na expressão (3.22). Assim o peso estatístico de um evento gerado deste modo ficaria dado por

$$\sigma_k = \frac{\rho(M_{n-1}, M_{n-2}, \dots, M_2)}{L_n(M)} \quad . \quad (B.5)$$

De modo que  $\sigma_k$  faz um papel análogo a  $\omega_k$  da expressão (3.23).

De posse deste mecanismo para gerar partículas no caso extremamente anisotrópico, e com a técnica já desenvolvida para o caso isotrópico. Podemos propor uma forma mais geral, onde um evento especificado pelas variáveis (3.18) e (3.19) terá o peso estatístico determinado por

$$P = \omega_k + (1 - \xi)\sigma_k \quad , \quad (B.6)$$

onde  $\xi$  é um parâmetro ajustável como função de  $\langle E_T \rangle / M$ . Deste modo podemos gerar  $n$  partículas para qualquer forma de decaimento anisotrópico [23].



## BIBLIOGRAFIA

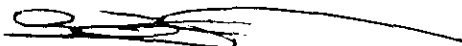
1. L. Angelini, L. Nitti, M. Pellicoro, G. Preparata e G. Valenti – The Structure of Final States Low  $p_t$  pp Interactions at high energies, *Phys. Lett.* **107B**, 446 (1981).
2. B. Andersson, G. Gustafson, I. Holgersson e O. Mansson – A Model for Fragmentation Distributions in Low  $p_t$  Hadronic Interactions, *Nuclear Phys.* **B178**, 242 (1981).
3. B. Andersson, G. Gustafson, B. Nilsson-Almqvist – A Model for Low  $p_t$  Hadronic Reactions whit Generalizations to Hadron-Nucleus and Nucleus-Nucleus collisions, *Nuclear Phys.* **B281**, 289 (1987).
4. S. Pokorski e S. Wolfram – QCD Expectation for High Energy Hadronic Collisions, *Z. Phys. C – Particles and Fields* **15**, 111 (1982).
5. Z. Koba, H. Nielsen e P. Olesen – Scaling of Multiplicity Distrbution in High Energy Hadron Collisions, *Nuclear Phys.* **B40**, 317 (1972).
6. G. J. Alner et al., UA5 Collaboration – A General Study of proton-antiproton physics at  $\sqrt{s} = 546$  CeV, *Phys. Rep.* **154**, 247 (1987).
7. G. J. Alner et al., UA5 Collaboration – Scaling Violations in Multiplicity Distributions at 200 and 900 GeV, *Phys. Letters* **167B**, 476 (1986).
8. R. E. Ansorge et al., UA5 Collaboration – Charged Particle Multiplicity Distributions at 200 and 900 GeV, *Z. Phys. C – Particles and Fields* **43**, 357

- (1989).
9. C. Albajar et al. – A Study of the General Characteristics of Proton-Antiproton Collision at  $\sqrt{s} = .2$  to  $.9$  TeV, *Nuclear Phys.* **B335**, 261 (1989);  
G. J. Alner et al., UA5 Collaboration – Scaling of Pseudorapidity Distributions at C.M. Energies to 0.9 TeV, *Z. Phys. C – Particles and Fields* **33**, 1 (1986).
  10. R. Singer et al – One-, Two-, and Three-Particle Distribution in pp Collisions at 205 GeV/c, *Phys. Rev.* **D16** 1261 (1977).
  11. S. R. Amendolia et al. – Measurement of Two-Particle Semi-Inclusive Rapidity Distribution at CERN ISR, *Nuovo Cimento* **31A**, 17 (1976).
  12. R. E. Ansorge et al., UA5 Collaboration – Charged Particle Correlation in  $p\bar{p}$  Collisions at C.M. Energies of 200, 546 and 900 GeV, *Z. Phys. C – Particles and Fields* **37**, 191 (1988).
  13. E. L. Berger – Rapidity Correlations at Fixed Multiplicity in Cluster Emission Models, *Nuclear Phys.* **B85**, 61 (1975).
  14. A. Capella and J. Tran Thanh Van – Particle Production in Hadron-Hadron Collisions at Collider Energies in Exclusive Multi-String Fragmentation Model, *Z. Phys. C – Particles and Fields* **23** 67 (1984).
  15. J. L. Baily et. al., NA 23, EHS - RCBC Collaboration – Two-Particle Correlation in 360 GeV/c pp Interactions, *Z. Phys. C – Particles and Fields* **40**, 40 (1988).
  16. N. Prado, R. A. M. S. Nazareth, and T. Kodama – Effective Fire-Tube Model for Multiparticle Production in pp Collisions, *Rev Bras. Fis.* **16**, 452 (1986).
  17. R. A. M. S. Nazareth, N. Prado and T. Kodama – Effective Fire-Tube and

"CORRELAÇÃO DE RAPIDEZ NA PRODUÇÃO MÚLTIPLA DE  
PARTÍCULAS EM COLISÃO PROTON-PROTON"

DIRCEU ATANAZIO PORTES JUNIOR

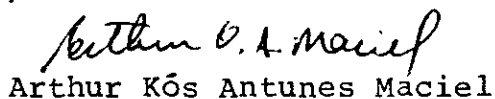
Tese de Mestrado apresentada ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, fazendo parte da Banca Examinadora os seguintes professores:



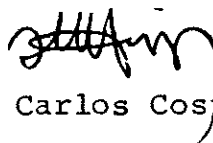
Takeshi Kodama - Presidente



Yojiro Hama



Arthur Kôs Antunes Maciel



João Carlos Costa dos Anjos - Suplente

Rio de Janeiro, 27 de junho de 1991