

EDGAR CORRÊA DE OLIVEIRA

Simulação de Reações Profundamente Inelásticas
entre Íons Pesados por Equações de Langevin.

Tese de
DOUTORADO

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

Rio de Janeiro, 1990

-A minha mãe.

-A Alcina.

-A meus filhos.

Reflexão

.....

“Ó amada de Deus, ó senhora, vossa palavra me inunda de glória, exalta-me e eleva-me sempre mais! Não pode o meu afeto ser tão grande que logre agradecer de modo suficiente a tais mercês. Supra minha falta Aquele que tudo vê e tudo pode! Bem entendo que o intelecto humano jamais alcança penetrar os mistérios divinos se não for iluminado pela verdade da qual todas as verdades procedem. Uma vez penetrados, encontram-se neles fruição e descanso, qual a fera recentrando em seu covil. Não é vedado ao homem compreendê-los, pois, se o fosse, frustrados seriam todos os intentos. Bem por isso a dúvida, qual vergôntea, nasce ao pé da certeza e, seguindo o seu natural, de grau em grau nos conduz para junto de Deus. Este raciocínio, ó senhora, convidame e assegura-me que posso, com a devida reverência, rogar-vos seja-me esclarecida outra verdade que me está obscura. Desejo conhecer se é permitido, aos homens que romperam votos, suprir tal falta com a prática de obras pias que não pareçam poucas ou insignificantes para equilibrar a balança da justiça divina”.

Beatriz voltou-me seus olhos tão plenos de ardor divino, que rui a minha capacidade de olhar, e quase perdi o domínio dos sentidos.

.....

“ O maior dom que a munificência divina concedeu ao mundo, o que mais revela a sua bondade, o que mais traduz o seu apreço ao homem, foi o livre-arbítrio, dado a todas as criaturas raciocinantes, com exclusividade entre a Criação inteira. Isto posto, podes valorar qual seja diante de Deus a alta valia de um voto, pois nesse ato a aceitação d’Ele une-se ao querer humano. Ao firmar tal pacto entre Deus e o homem, este sacrifica o tesouro precioso do livre-arbítrio e o faz exercendo esse mesmo privilégio. Que outro bem pode então compensar o rompimento de tal voto? Se pensas poder usar outra vez aquilo que já tenha ofertado, estarás pretendendo fazer bom uso de mérito fraudulentamente ganho. Com isto, ficas esclarecido no tocante ao ponto capital. Mas pensarás que a Igreja, dispensando por vezes a alguém dos votos, pratica contrariamente àquilo que ensinei. (Para compreender) é preciso que, raciocinando largamente sobre estes complexos temas, aguarde melhores esclarecimentos, sem os quais desta doutrina

não se alcança entendimento completo. Presta atenção ao que explico e guarda-o na alma, pois não resulta em aprendizado aquilo que é ouvido e não guardado.

“Dois valores são necessários para constituir a essência do sacrifício que é o voto religioso: um deles é o objeto que se sacrifica (o livre arbítrio), o outro é o pacto assumido. Esse último, quando não observado, jamais conhece cancelamento. Mas a tal propósito, já fiz, conforme ouviste, bem ampla exposição. Daí que os hebreus estiveram obrigados a cumprir perenemente o voto feito, embora, em alguns casos, conforme sabes tenha sido possível permutar o objeto das promessas. Quer dizer: da matéria do voto é permitida alguma mudança quando haja ensejo, sem que com isso falta seja cometida. Mas ninguém ouse, por sua própria sentença, sem o beneplácito da Igreja, mudar o peso que livremente aceitou. Esteja, além disso, seguro de que toda permuta será falaz se o objeto substituto não for maior do que o substituído, da mesma forma pela qual o quatro está no seis contido. Assim, se o voto feito for de tal importância que incline ao máximo o prato da balança, naturalmente não haverá voto maior que o possa compensar. Portanto, ó mortais, não contraí votos futilmente! Sede fiéis a tal propósito, não agindo como Jefté em relação à filha. A ele melhor fora haver dito ‘Fiz mal!’, faltando ao voto, do que agir pior ainda ao cumpri-lo. Insensato foi também o voto do chefe supremo dos gregos quando, pela lembrança de sua Ifigênia, fez chorar tanto aos sábios quanto aos tolos, todos enfim que ouviram narrar a história de seu trágico sacrifício. Ó cristãos, sede mais ponderados em vossos votos, não agindo a tal respeito qual pluma sensível a todos os ventos, acreditando que qualquer voto vos eleve aos olhos divinos. Para orientar-vos, tendes o Velho e o Novo Testamento e o chefe da Igreja. Isso vos basta para alcançar a salvação. Não permitais que a cobiça material empane vossa virtude. Sede homens e não rudes animais, a fim de que os judeus que habitam entre vós de vossa fé não zombem, vendo-vos tão irrefletidos. Não procedais como cordeirinho que, mal deixando de sugar o leite materno, inexperto, vivaz, por capricho puro contra si mesmo combate.”

Trechos de A Divina Comédia – Dante Alighieri – (1265–1321).

Cantos IV e V de “O Paraíso”, versão em prosa por Hernâni Donato.

Agradecimentos

Ao professor Luiz Carlos Gomes sou grato pela sugestão do tema, pela orientação e por ter proporcionado condições de trabalho as mais favoráveis possíveis.

Aos professores e amigos Takeshi Kodama, Sérgio Barbosa Duarte e Valmar Barbosa com os quais mantive discussões sobre os mais variados temas contribuindo decisivamente para a realização deste trabalho.

Aos companheiros Luis Reis, Gerson Pech e Paulo Mendo pelas contribuições respectivamente em computação, na revisão do texto e na preparação dos gráficos. Ao professor Odilon Tavares pela revisão cuidadosa deste trabalho em todos os seus aspectos.

Desde que me engajei neste trabalho tive a oportunidade de travar conhecimento e fazer amizade com inúmeros profissionais ligados ao Centro Brasileiro de Pesquisa Físicas e à Universidade Federal do Rio de Janeiro que muito me auxiliaram tanto profissionalmente como afetivamente e a eles sou profundamente grato.

Aos companheiros da UFRJ: Ana Cristina, Armando Aleixo, Carlos Bertulani, Carlos E. Aguiar, Curt Roloff, Felipe Canto, Joaquim L. Neto, Leandro de Paula, Paulo Carrilho Soares, Rafael de Haro, Raul Donangelo, Rui Nazareth, Sérgio de Souza e Valmar Barbosa.

Aos companheiros do CBPF: Alberto dos Reis, Alfredo Marques, Anna Chame, Arnaldo Santiago, Chung K. Cheong, Dirceu Portes Jr., Eduardo Paiva, Emil Medeiros, Gerson Pech, Helena Ferreira, Henrique de Oliveira, Hilário Rodrigues, Jader Martins Benuzzi, José Heitor de Souza, Léa El-Jaick, Luis Carlos Oliveira, Luiz Antônio dos Reis, Marcello Gonçalves, Maria Nazareth, Marita Maestrelli, Mioco Foshina, Myriam Coutinho, Neuma Rodrigues, Odilon Tavares, Sérgio Duarte, Takeshi Kodama, Vitor D'Avilla e Vitor Hollup.

Aos meus familiares pelo apoio constante.

Resumo

As reações profundamente inelásticas, RPI, ocorrem para energias dos íons da ordem de 10Mev/nucleon e exibem diversas características facilmente associadas a processos de transporte. Os principais observáveis destas reações são a dissipação de energia, a transferência de momento angular e a transferência de massa.

De forma a interpretar os aspectos estatísticos das RPI defendemos neste trabalho o emprego de um modelo de trajetórias clássicas aliado à simulação de equações de Langevin. Os principais ingredientes deste modelo clássico são os parâmetros de inércia, o potencial coulombiano, o potencial nuclear e a força dissipativa considerando relevante como graus de liberdade coletivos o movimento relativo dos centros de massa dos íons, suas rotações e deformações.

O método de simulação por equações de Langevin fornece soluções equivalentes àquelas de uma equação de Fokker-Planck. A vantagem do método de simulação decorre de oferecer uma solução numericamente exata, dependente apenas da escolha do passo de integração na variável tempo, em contrapartida às soluções aproximadas da equação de Fokker-Planck como usualmente encontramos na literatura.

SUMÁRIO

<u>Agradecimentos</u>	vi
<u>Resumo</u>	vii
<u>INTRODUÇÃO</u>	1
<u>CAPÍTULO I</u> - Modelos Clássicos Determinísticos das RPI.	9
1.1 - Modelo de Gross-Kalinowski.	11
1.2 - Modelos com Rotações.	14
1.3 - Modelos com Deformações.	20
<u>CAPÍTULO II</u> - Um Modelo Fenomenológico Padrão para as RPI.	39
2.1 - Características gerais do modelo.	39
2.2 - Aproximação para deformações elipsoidais.	43
2.3 - Função dissipação do movimento relativo.	45
2.4 - Dissipação interna do fluido.	49
2.5 - A energia potencial.	50
2.6 - Equações de movimento.	53
2.7 - Estimativa da fricção e o papel da deformação na transferência de energia e de momento angular.	55
2.8 - Estabelecimento dos parâmetros do modelo padrão.	67
<u>CAPÍTULO III</u> - Método de Simulação das RPI por Equações de Langevin.	68
3.1 - Forças de Langevin e equação de Fokker-Planck.	68
3.2 - Aplicações preliminares do método de simulação.	71
3.3 - Simulação com o modelo padrão.	85
<u>CAPÍTULO IV</u> - Linearização da Equação de Fokker-Planck Versus Simulação de Langevin.	88
4.1 - Comparação dos resultados dos dois métodos.	94
<u>CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES</u>	102
<u>APÊNDICE A</u>	105
<u>BIBLIOGRAFIA</u>	109

INTRODUÇÃO

Após o surgimento dos grandes aceleradores* tornou-se possível a produção de feixes de íons pesados com energia suficiente para colocar os seus núcleos em contato. Não há dúvidas que estas máquinas criaram novas perspectivas para a Física Nuclear da qual poderíamos dizer que ocupava-se de estudar fenômenos nucleares com contornos bem definidos no que diz respeito às excitações nucleares. Os dados experimentais obtidos por excitações com feixes de fótons ou partículas leves exibiam nítidas características quânticas resultantes da excitação de graus de liberdade de partícula independente ou da excitação coerente de muitos estados geralmente abordados pela introdução de variáveis coletivas. A interpretação dos mecanismos de reação fazia-se segundo uma destas duas alternativas ou, no máximo, requeria uma forma híbrida fazendo o acoplamento perturbativo de modos coletivos com excitações de partícula independente.

A partir do momento em que ficamos diante da possibilidade de realizar experimentos com íons pesados numa larga faixa de massas e energias de até alguns GeV/nucleon, uma grande variedade de mecanismos de reação, que vão desde a formação de núcleo composto até a fragmentação completa dos núcleos, tem sido utilizada na explicação dos dados que se acumularam. Um dos pontos fundamentais para a compreensão destes fenômenos é a necessidade de um tratamento adequado para o acoplamento dos graus de liberdade coletivos e microscópicos do sistema.

Neste trabalho estamos interessados em estudar as colisões entre íons pesados com $A > 40$ e com energia incidente suficiente para superar a barreira coulombiana** (energias de 2 a 10 MeV/nucleon), aonde ocorre predominantemente o que denominamos

* 1966-Dubna e Berkeley para íons de Argônio, 1970-Orsay para íons de Kriptônio, 1975-Berkeley para íons de Xenônio e 1976-Darmstadt para íons de Chumbo e Urânio. Mais detalhes em (Bar84).

** O potencial nuclear é fortemente atrativo mas de pequeno alcance ($\sim 1fm$), enquanto que o potencial coulombiano tem alcance infinito. O efeito aditivo de ambos é deixar uma parte repulsiva coulombiana que representa uma barreira atuando contra a aproximação dos íons.

de reação profundamente inelástica (RPI).

As características marcantes destas reações são:

— grande parte da energia incidente é consumida na excitação dos graus de liberdade dos íons, correspondendo a uma perda de várias centenas de MeV.

— as distribuições de massa após a reação concentram-se nos valores do início da reação, caracterizando um processo de colisão onde os núcleos não se desagregam.

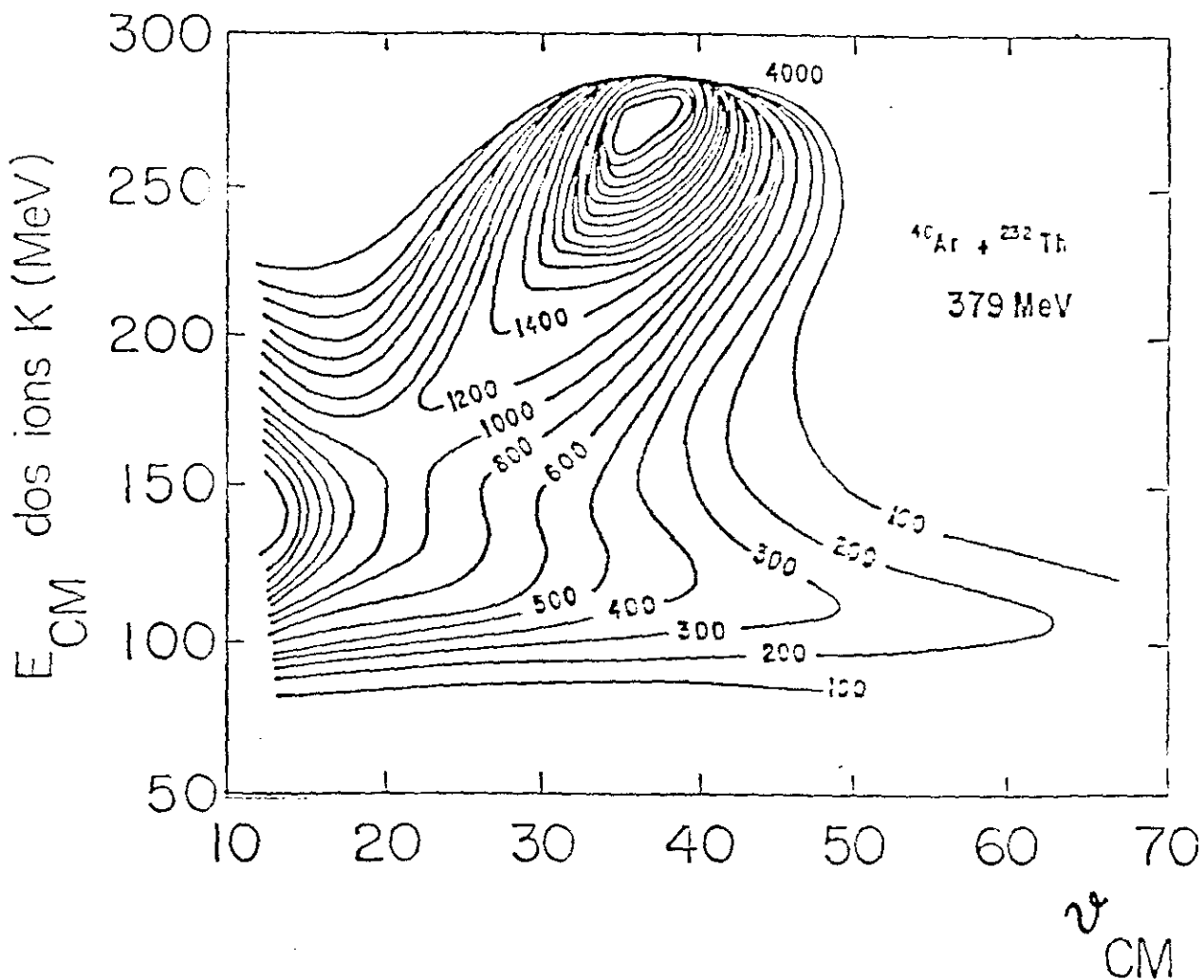
— cerca de 40-50 unidades de \hbar do momento angular orbital são convertidas em momento angular intrínseco dos fragmentos.

— a distribuição angular é bastante anisotrópica, caracterizando um processo rápido e periférico – colisões razantes.

— ocorre a transferência de um grande número de nucleons (~ 20), de um núcleo para outro.

Destacamos, ainda, o fato das medidas de seção de choque das RPI, dependerem suavemente da transferência de massa e carga. Além disso observa-se que a seção de choque total para as RPI cresce com as massas dos núcleos envolvidos na colisão e com a energia de incidência. Para núcleos pesados a seção de choque para RPI é da ordem de vários barns. Nestas reações a energia de excitação envolvida é muito alta o que leva a um número muito grande de estados finais da reação. Este fato impõe limitações para as observações experimentais levando em geral à medidas de seções de choque inclusivas.

Um aspecto bastante interessante destas reações é a possibilidade de interpretá-las utilizando argumentos da mecânica clássica, ao menos para explicar a correlação entre a energia cinética dos fragmentos e a sua distribuição angular ou, entre o momento angular e a energia transferida durante a colisão. Um exemplo de explicação para as características dos resultados experimentais fazendo uso de idéias simplesmente clássicas é a interpretação de Wilczyński, (Wil73), para os dados da reação $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$ ($E_{LAB} = 379 \text{ MeV}$). A figura abaixo exhibe um diagrama de curvas de nível da seção de



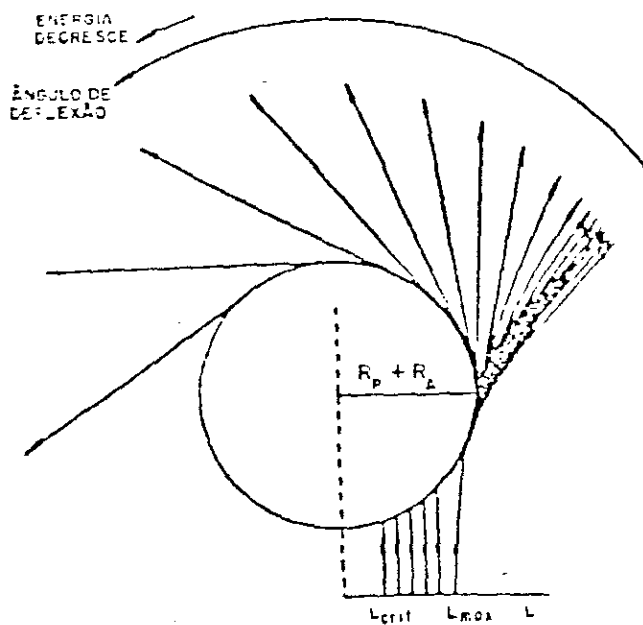
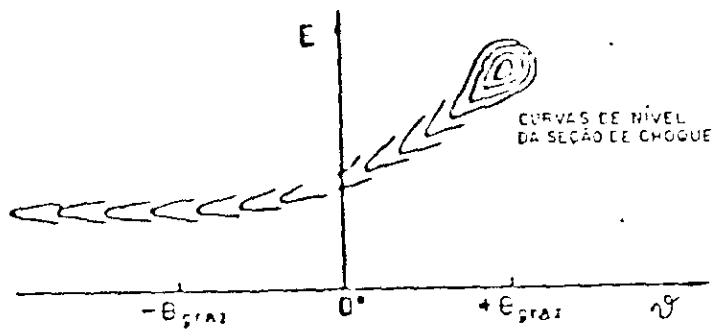
-Curvas de níveis da seção de choque diferencial ($d^2\sigma/dE d\nu_{CM}$) (em $\mu\text{b}/\text{MeV}\cdot\text{rad}$) da reação $^{232}\text{Th}(^{40}\text{Ar}, K)$ a 379 MeV, como função do ângulo de espalhamento ν_{CM} e da energia dos ions K detetados.

choque duplamente diferencial, $d^2\sigma/d\Omega d\epsilon_M$ da reação $Ar(Th, A)K$ ($E_{Ar} = 37\text{MeV}$) em função da energia e do ângulo de espalhamento no sistema do centro de massa para o íon potássio. Neste diagrama, introduzido por Wilczyński (Wil73), podemos observar duas montanhas distintas. A primeira, que possui um pico em $\theta \approx 37$, está direcionada para ângulos frontais e para baixas energias. A segunda, que apresenta um pico em ângulos frontais $\theta \approx 10$, vai em direção oposta à primeira, com relação ao eixo dos ângulos de espalhamento, e energias ainda menores. Podemos associar estas montanhas respectivamente aos eventos quase elásticos e profundamente inelásticos da colisão dos íons.

Wilczyński propôs também uma interpretação esquemática, representada na figura abaixo, utilizando argumentos simples de trajetórias clássicas. As trajetórias com momento angular em torno de L_{max} , são trajetórias razantes e não sofrem ação da força nuclear. As trajetórias com momento angular $L < L_{max}$, defletem-se com ângulos cada vez maiores devido a ação da força nuclear que cresce para trajetórias mais penetrantes. Um ponto crítico é atingido quando a força nuclear é equilibrada pela soma das forças coulombiana e centrífuga. Sob esta condição o sistema orbita podendo desunir-se ou realizar a fusão, daí definirmos o momento angular crítico, L_{cr} .

Simultaneamente estas trajetórias estão sob a ação de forças dissipativas. À medida que a deflexão aumenta, isto é, para momentos angulares menores, maior é a perda de energia do sistema. A ação desta fricção pode ser distribuída em duas componentes principais, uma que atua na direção radial e outra na direção tangencial. A componente radial é responsável pela dissipação da maior parte da energia cinética, cerca de 80%. Sendo a componente tangencial responsável pela transferência de momento angular do movimento relativo para a rotação dos íons. Sem querermos estabelecer uma correspondência rígida, podemos dizer que a força de fricção radial está associada à primeira montanha do diagrama de Wilczyński, enquanto a fricção tangencial está associada à segunda montanha do mesmo diagrama, de grande deflexão angular.

Se os dados experimentais obedecessem fielmente este modelo as trajetórias



-Descrição esquemática da interpretação dada por Wilczyński para as reações de transferência a altos momentos angulares.

incidentes pela direita ou pela esquerda contribuiriam indistintamente para um dado ponto do diagrama de Wilezyński. Assim, devemos fazer uma reflexão em torno do eixo das energias para compreendermos os dados experimentais em termos deste modelo esquemático.

Para completar a descrição, a possibilidade de deformação dos núcleos deve ser levada em conta. A principal razão é que as energias observadas para as trajetórias mais inelásticas estão abaixo da energia coulombiana dos núcleos quando considerados esféricos durante a colisão. Devemos lembrar que o alongamento da forma dos íons resulta em diminuir a energia de interação coulombiana.

Estas idéias têm sido exploradas resolvendo-se equações clássicas de movimento para algumas variáveis coletivas do sistema em colisão. O acoplamento entre estas variáveis coletivas é feito através de forças conservativas (nuclear e coulombiana) e o acoplamento destas com os graus de liberdade não explicitamente considerados é feito por forças de fricção.

Esta descrição determinística é muito limitada para a compreensão dos resultados experimentais que exibem nitidamente aspectos estatísticos característicos de processos de difusão. De fato, a grande transferência de energia do movimento relativo para os núcleos leva a excitação de graus de liberdade intrínsecos dos íons. Entretanto, o amortecimento destes graus de liberdade, nos modelos determinísticos, acontece sem que um aspecto muito importante, a existência de flutuações no mecanismo de dissipação, seja considerado. Estas flutuações nas variáveis coletivas estariam associadas à excitação de inúmeros outros graus de liberdade do sistema não considerados explicitamente.

Este é o quadro típico encontrado na mecânica estatística de não equilíbrio ao descrever fenômenos dissipativos. Aqui podemos considerar que os graus de liberdade que não são explicitamente levados em conta desempenham o papel de um banho térmico que dissipa energia dos graus de liberdade coletivos levando-os em direção ao equilíbrio.

Um passo adiante, a partir das equações clássicas de movimento, apenas sugerido por Weidenmüller, (Wei80), é a inclusão de forças de Langevin nestes modelos, de maneira a interpretar as flutuações nos dados experimentais. Entretanto, esta idéia não foi levada a efeito, cedendo lugar ao emprego de uma solução semi-analítica de uma equação de Fokker-Planck equivalente. A equivalência dos dois métodos já havia sido estabelecida por Chandrasekhar, (Cha43), no estudo do movimento browniano. No entanto, a solução semi-analítica da equação de Fokker-Planck propõe na verdade apenas uma solução para primeiro e segundo momento da função distribuição no espaço de fase, (Nör74). Além disto, estas soluções são, na verdade, falhas para regiões críticas do espaço de fase.

O presente trabalho tem como objetivo principal estabelecer o método de simulação de Langevin para as RPI. Ressaltamos aqui que a utilização deste método foi pela primeira vez apresentada por nós na literatura ao longo do desenvolvimento deste trabalho, (Soa83, Bar84a, Bar84b, Bar85). Além disso, demonstramos, (Pat88), que, de fato, o método de simulação é potencialmente superior aos métodos aproximados correntemente utilizados na literatura. Posteriormente, outros autores, (Abe86, Frö88 e Agu89), fizeram emprego deste método na análise de reações com íons pesados.

Outra contribuição do presente trabalho é a construção de um modelo de equações clássicas de movimento para reproduzir as principais características da RPI. Este modelo visa sobretudo sua utilização para o método de simulação de Langevin, uma vez que escolhemos representar o potencial e a fricção nuclear por funções analíticas de formas simples contendo o mínimo de parâmetros capazes de reproduzir, por exemplo, a linha de máximos dos diagramas de Wilczyński.

Organizamos a apresentação deste trabalho da seguinte forma.

O capítulo I é dedicado à apresentação dos principais modelos de equações clássicas determinísticas para as RPI utilizados na literatura. Com isto pretendemos apenas traçar um perfil destes modelos e por certo deixaremos de citar inúmeros trabalhos que no nosso entender guardam muitas semelhanças entre si. Logo a título de

alertar o leitor desejoso de mais detalhes, remetemo-lo à leitura dos excelentes artigos e livros de revisão sobre as RPI aqui relacionados, (Lef78), (Bas80), (Wei80), (Bar84a) e (Bro84).

No capítulo II os aspectos coletivos são examinados e estabelecemos um modelo de equações clássicas tendo em vista sua utilização na simulação das equações de Langevin. A simulação de Langevin e o papel das flutuações estatísticas das variáveis coletivas nas RPI são apresentados no capítulo III.

No capítulo IV confrontamos a simulação de Langevin com a solução aproximada por momentos gaussianos da equação de Fokker-Planck. Fizemos isto para um caso simples que considera apenas dois graus de liberdade, mostrando ser o método de simulação potencialmente superior para o tratamento das RPI. Explicitamos aí que a solução aproximada por momentos é falha para trajetórias críticas.

Em seguida, apresentamos as nossas considerações finais e conclusões.

CAPÍTULO 1

Modelos Clássicos Determinísticos das RPI

A aplicação de modelos clássicos na descrição das reações nucleares entre íons pesados não é imediata. Destas reações participa um número finito de partículas, da ordem de centenas, cuja interação mútua, em princípio, deve ser descrita por uma teoria quântica de muitos corpos. Surpreendentemente, algumas reações nucleares, em particular as RPI, exibem aspectos coletivos que podemos descrever fazendo apelo à Mecânica Clássica.

Nas RPI, apesar da grande perda de energia do movimento relativo dos dois íons, observamos que o produto final da reação apresenta uma distribuição de massa concentrada nos valores das massas iniciais. Diante deste fato somos tentados a tratar estas reações como resultantes da colisão de dois objetos clássicos sujeitos a ação de forças conservativas e dissipativas. Favorável a este procedimento, notamos que o comprimento de onda de-Broglie associado ao movimento relativo dos íons é suficientemente pequeno em comparação com as dimensões do sistema em interação, viabilizando o emprego do conceito de trajetórias clássicas.

Uma vez que admitimos a idéia de tratar classicamente a RPI, o primeiro problema é escolher os graus de liberdade coletivos convenientes para descrever os núcleos em colisão. Segundo a interpretação dada por Wilczyński. (Wil73), aos dados da reação $Ar + Th(E_{LAB} = 379 MeV)$, podemos identificar como relevantes os graus de liberdade do movimento relativo dos centros de massa, rotações e deformações dos núcleos. Outros graus de liberdade, tais como transferência de massa e carga e orientação espacial das rotações dos núcleos, também devem ser considerados.

Especificados os graus de liberdade, cuja evolução temporal estamos interessados, devemos estabelecer a lagrangeana para o problema tendo como ingredi-

entes básicos: os parâmetros de inércia, o potencial coulombiano e nuclear, funções das variáveis dinâmicas. Ao sistema constituído pelos núcleos pesados em colisão podemos atribuir um grande número de graus de liberdade, entretanto é do nosso interesse tratar explicitamente apenas alguns graus de liberdades coletivos. Uma função dissipação de Rayleigh é introduzida, e esta acopla de forma aproximada e irreversível, os diferentes graus de liberdade coletivos levados em conta no modelo com os graus de liberdade não explicitamente considerados.

Escrevemos, de uma maneira geral, as equações de movimento para as variáveis q_i s segundo a equação de Euler-Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = - \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \dot{q}_i}, \quad (1.1)$$

onde a função de Rayleigh, \mathcal{R} , é uma forma homogênea e quadrática nas velocidades generalizadas.

$$\mathcal{R} = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \Gamma_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j, \quad (1.2)$$

onde q_i especifica a coordenada associada ao grau de liberdade coletivo do sistema.

A definição dos parâmetros de inércia, do potencial nuclear e das componentes do tensor de fricção Γ_{ij} é o que de fato especifica um modelo particular. É objetivo deste capítulo apresentar alguns dos modelos mais empregados na análise das RPI.

O emprego destes modelos deve-se originalmente a Gross et al. (Gro78), sendo seguidos por outros autores, como teremos oportunidade de descrever neste capítulo. As diferenças principais na aplicação destes modelos ficam portanto na escolha dos graus de liberdade coletivos e no emprego de potenciais e fricções nucleares particulares. Resta, então, uma vez feita a escolha das variáveis coletivas, estabelecer as equações de movimento a partir da lagrangeana e da função dissipação de Rayleigh.

1.1 - Modelo de Gross-Kalinowski.

Este é um dos modelos mais simples de trajetórias clássicas oferecendo uma boa estimativa da energia dissipada e da seção de choque de fusão para um grande número de sistemas. Somente são levados em conta a posição relativa dos centros de massa dos íons e o ângulo de espalhamento. Assim, o potencial de interação considerado é central e descreve o movimento de uma partícula de massa reduzida μ no referencial do centro de massa do sistema obedecendo as seguintes equações de movimento:

$$\mu\ddot{r} - \mu r\dot{\vartheta}^2 + \frac{dV(r)}{dr} + \Gamma_r \dot{r} = 0 \quad (1.3)$$

e

$$\frac{d(\mu r^2 \dot{\vartheta})}{dt} + \Gamma_\vartheta r^2 \dot{\vartheta} = 0. \quad (1.4)$$

Nas equações acima definimos as seguintes quantidades:

r - distância entre os dois íons

ϑ - deflexão sofrida pela partícula de massa μ no CM

Γ_r - fricção radial

Γ_ϑ - fricção tangencial

$V(r)$ - potencial de interação Nuclear + Coulombiano

A Eq.(1.3) justifica grande parte da perda de energia descrevendo as trajetórias para diferentes momentos angulares L ($L = \mu r^2 \dot{\vartheta}$) sob a ação de um potencial efetivo,

$$V_{eff} = V(r) + \frac{L^2}{2\mu r^2}, \quad (1.5)$$

e de uma força de fricção proporcional a velocidade radial, $\Gamma_r \dot{r}$. A Eq.(1.4) descreve a perda de momento angular e o restante da perda de energia devido à ação de uma força de fricção proporcional à velocidade tangencial, $\Gamma_\vartheta r^2 \dot{\vartheta}$.

Na Fig.1.1, acompanhando as trajetórias L_1 e L_2 percebemos que existe um certo momento angular crítico, L_{cr} , tal que $L_1 < L_{cr} < L_2$, abaixo do qual as partículas não possuem energia suficiente para superar a barreira de potencial, ficando assim aprisionadas.

Definimos, então, dentro deste modelo, uma seção de choque de fusão dada por :

$$\sigma_F = \pi\lambda^2 \sum_{l=0}^{l_{CR}} (2l+1) = \pi\lambda^2 (l_{CR} + 1)^2, \quad L = \hbar l \quad (1.6)$$

onde λ é o comprimento de onda reduzido associado ao movimento relativo.

Para partículas com momento angular $L > L_3$, a perda de energia é desprezível. As trajetórias com L entre L_{cr} e L_3 contribuem para a seção de choque inelástica. O valor de L_3 é escolhido para ajustar a seção de choque experimental das RPI.

$$\sigma_{RPI} = \pi\lambda^2 \sum_{l=l_{CR}+1}^{l_3} (2l+1) = \pi\lambda^2 [(l_3 + 1)^2 - (l_{CR} + 1)^2]. \quad (1.7)$$

Portanto, é possível, com este modelo simples, uma comparação com os dados experimentais de seção de choque de fusão, seção de choque de RPI e diagramas de Wilczyński. A falha principal deste modelo é a sua impossibilidade de explicar corretamente a perda de energia, uma vez que graus de liberdade de deformação não são levados em conta. Como este modelo trata explicitamente apenas dos graus de liberdade do movimento relativo, r e ϑ , ele não descreve corretamente a perda de energia e a transferência de momento angular. Devemos ter sempre em mente que nas RPI também ocorrem transferência de massa e de carga. Fica claro, desde já, que uma melhor comparação com os resultados será dependente da inclusão dos graus de liberdade de rotação, deformação, massa e carga.

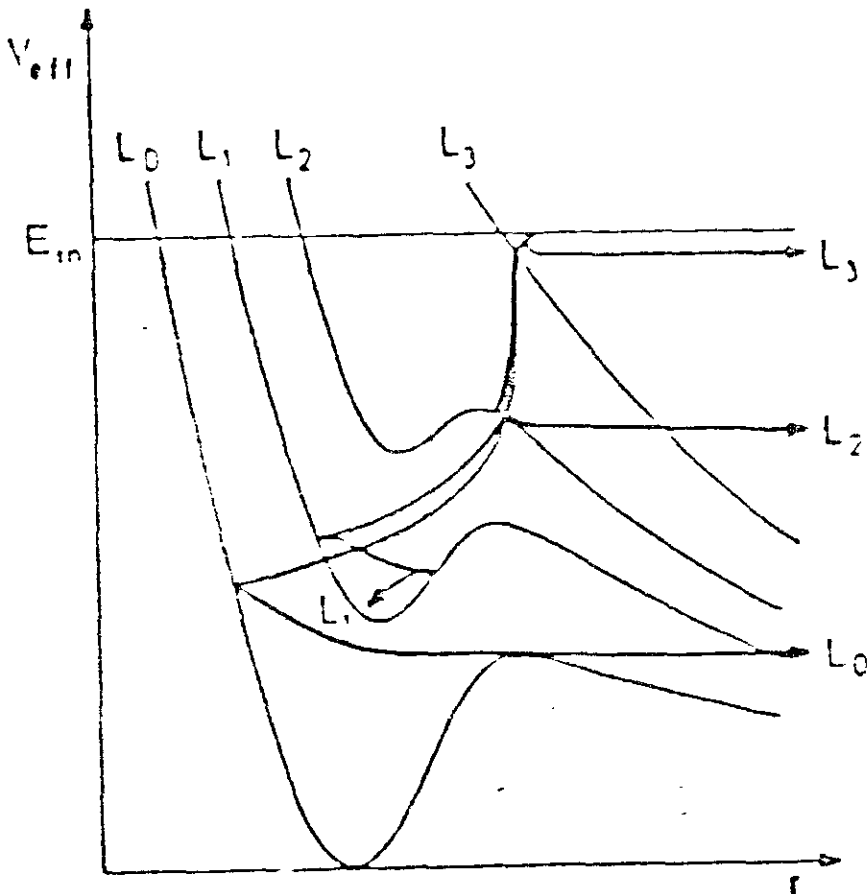


Fig.1.1-Potenciais efetivos e trajetórias para diferentes momentos angulares L . A trajetória L_1 contribui para a seção de choque de fusão, a trajetória L_2 contribui para a seção de choque profundamente inelástica.

1.2 - Modelos com Rotações.

O modelo de Gross e Kalinowski, (Gro78) não permite reproduzir os dados de transferência de momento angular para os íons que são deduzidos da medida de multiplicidade de raios gamas. Neste modelo a intensidade da fricção tangencial é muito pequena comparada com a fricção radial, resultando numa transferência de momento angular muito menor que a prevista pelos dados experimentais. Como as intensidades das fricções são ajustadas conjuntamente, o necessário aumento da fricção tangencial para a correta reprodução das medidas de multiplicidade gama implica na perda do ajuste da seção de choque de fusão.

Esta dificuldade é superada no modelo de Tsang, (Tsa74), esquematicamente descrito na Fig.1.2. Tal como nos modelos anteriores, este também admite que os núcleos permaneçam esféricos durante a colisão. Por outro lado, as rotações intrínsecas de cada um dos íons são tratadas explicitamente admitindo-se momentos de inércia rígidos.

Neste modelo as forças de fricção são introduzidas pela expressão,

$$\vec{F} = -K \int \rho_P \rho_A \vec{v}_{PA} d^3r, \quad (1.8)$$

onde K é uma constante, ρ_P e ρ_A são, respectivamente, as densidades locais de nucleons para o projétil e alvo, enquanto \vec{v}_{PA} é a velocidade relativa entre os nucleons dos dois íons. Assim, esta força de fricção é análoga à interação de curto alcance de dois fluídos clássicos que se interpenetram. A fricção é completamente especificada pela constante K , com as fricções radial e tangencial interrelacionadas.

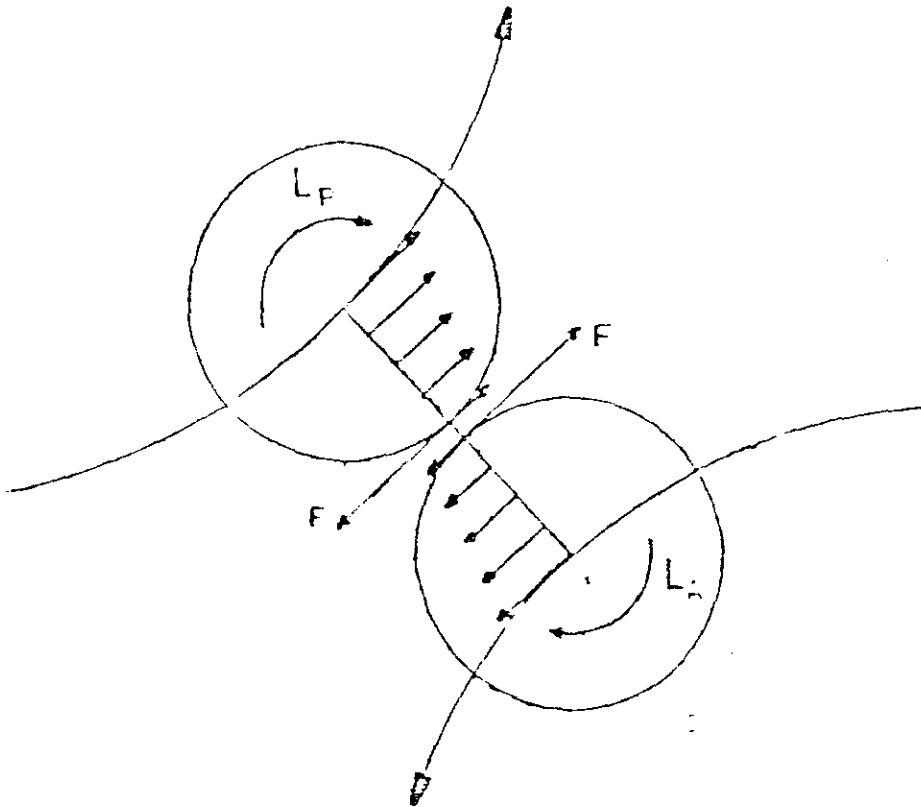


Fig.1.2-Representação esquemática dos graus de liberdade rotacionais e da força de fricção tangencial na colisão núcleo-núcleo.

Para este modelo a função de dissipação de Rayleigh é dada por:

$$\mathcal{R} = \frac{1}{2}C(r)[(r\dot{\nu} - \xi_P\dot{\varphi}_P - \xi_A\dot{\varphi}_A)^2 + b^2(\dot{\varphi}_P - \dot{\varphi}_A)^2], \quad (1.9)$$

onde $C(r)$ define a intensidade da fricção que é dada pela expressão abaixo.

$$C(r) = K \int \rho_F \rho_A d^3r, \quad (1.10)$$

e que permite escrever as seguintes equações de movimento:

$$\mu \frac{d^2r}{dt^2} = -\frac{\partial}{\partial r}[V(r) + \frac{L^2}{2\mu^2}] - C(r) \frac{dr}{dt}, \quad (1.11)$$

$$\frac{dL}{dt} = -\frac{dJ_P}{dt} - \frac{dJ_A}{dt}, \quad (1.12)$$

$$\frac{dJ_P}{dt} = C(r)[(r\dot{\nu} - \xi_P\dot{\varphi}_P - \xi_A\dot{\varphi}_A)\xi_P - b^2(\dot{\varphi}_P - \dot{\varphi}_A)] \quad (1.13)$$

e

$$\frac{dJ_A}{dt} = C(r)[(r\dot{\nu} - \xi_P\dot{\varphi}_P - \xi_A\dot{\varphi}_A)\xi_A + b^2(\dot{\varphi}_P - \dot{\varphi}_A)] \quad (1.14)$$

Nas equações acima J_i ($i=P,A$) representa o momento angular transferido do movimento relativo para os íons.

Nas Eq.(1.13) e Eq.(1.14) ξ_P e ξ_A são as distâncias entre o centro de massa da região de superposição e os centros dos íons e b é um raio de giração efetivo desta região, relativo ao seu centro de massa. A primeira equação é idêntica à equação de movimento do modelo de Gross, e a segunda equação expressa a conservação de momento angular. Interpretamos b^2 como descrevendo a rigidez de um "pescoço" imaginário entre os dois íons, sendo da ordem do produto do raio nuclear pela espessura da superfície.

No lado direito das Eq.(1.13) e Eq.(1.14) o primeiro termo é proporcional à velocidade relativa das superfícies dos íons e a força resultante é, portanto, atribuída à fricção de deslizamento, enquanto o segundo termo é proporcional à diferença de

velocidades angulares e, portanto, surge da fricção de rolamento de uma superfície sobre a outra. A fricção de deslizamento é responsável pelo rolamento de uma superfície sobre a outra, enquanto a fricção de rolamento é responsável pela rotação rígida do sistema como um todo. Os cálculos de Tsang, (Tsa74), apontam para um valor da fricção de rolamento de uma ordem de magnitude menor que a fricção de deslizamento.

Das Eq.(1.13) e Eq.(1.14) notamos que ao anular a fricção de rolamento obtemos como primeira integral do movimento*

$$\frac{I_P \omega_P}{R_P} = \frac{I_A \omega_A}{R_A}, \quad (1.15)$$

onde aproximamos ξ_i por R_i , e I_i é o momento de inércia do núcleo.

Da minimização da função dissipação, Eq.(1.9), resulta o comportamento assintótico.

$$(R_P + R_A)\omega = R_P \omega_P + R_A \omega_A, \quad (1.16)$$

e se ainda levarmos em conta a conservação de momento angular

$$\begin{aligned} L_0 &= \mu r^2 \dot{\vartheta} + I_P \omega_P + I_A \omega_A \\ &= L + J_P + J_A. \end{aligned} \quad (1.17)$$

É fácil deduzirmos que no caso de rolamento das superfícies temos que

$$J = J_P + J_A = \frac{2}{7} L_0. \quad (1.18)$$

estabelecendo que o momento angular transferido, J , é $2/7$ do momento angular inicial L_0 , independente do sistema em questão.

Se entretanto as duas fricções são diferentes de zero não obtemos a Eq.(1.15), mas em lugar disso, além da Eq.(1.16), a função dissipação prediz uma nova equação para o movimento assintótico

* Doravante designaremos as velocidades angulares $\dot{\vartheta}$ e $\dot{\varphi}_i$ respectivamente por ω e ω_i

$$\omega_P = \omega_A. \quad (1.19)$$

Assim, as Eq.(1.16) e Eq.(1.19) fornecem

$$\omega = \omega_P = \omega_A. \quad (1.20)$$

que é chamado de limite de rotação rígida. Neste limite os íons fazem um movimento rígido devido à forte atuação das fricções de deslizamento e de rolamento. Com as Eq.(1.17) e Eq.(1.20) facilmente obtemos que

$$J_i = \frac{J_i}{\mu(R_P + R_A)^2 + I_P + I_A} L_0 \quad (1.21)$$

e

$$J = \frac{1}{1 + \frac{\mu(R_P + R_A)^2}{I_P + I_A}} L_0. \quad (1.22)$$

Quando as massas dos íons são idênticas verificamos que os limites de rolamento e rotação rígida também são idênticos, impossibilitando distinguí-los fisicamente. Isto tem como consequência a necessidade de fazer experimentos com sistemas bastante assimétricos de forma a distinguir entre os vários modos de acoplamento de momento angular nas reações profundamente inelásticas.

O modelo de Bondorf et al, (Bon75), adota o mesmo procedimento de Tsang introduzindo entretanto as coordenadas generalizadas $q_1 = r$, $q_2 = \tilde{R}_P(\varphi_P - \varphi_A) + \tilde{R}_A(\varphi_P - \vartheta)$, $q_3 = \varphi_A - \varphi_P$ e $q_4 = \vartheta$, em função das quais o tensor de fricção Γ_{ij} , na Eq(1.2), é diagonal. Estas coordenadas permitem identificar de imediato os dois possíveis regimes extremos da rotação dos núcleos durante a colisão. No primeiro deles a coordenada q_2 anula-se e um núcleo rola sobre a superfície do outro. No segundo regime anula-se também a coordenada q_3 e os núcleos passam a executar em conjunto um único movimento rígido de rotação em torno do centro de massa do sistema.

Birkelund et al, (Bir79), aplicam as mesmas equações de movimento para analisar a seção de choque de fusão de diferentes sistemas em um grande intervalo de

massa e energia dos núcleos. Este modelo baseia-se no potencial nuclear de proximidade de Blochi et al. (Blo77), na fricção de proximidade de Blochi et al. (Blo78), e no potencial coulombiano de Bondorf. (Bon79). Esta combinação de parâmetros proporciona uma boa representação das seções de choque de fusão disponíveis, exceto para sistemas mais pesados.

1.3 - Modelos com Deformações.

Nas RPI os fragmentos de reação são observados com energia cinética abaixo do limite mínimo que é calculado com os modelos esféricos. Este limite é imposto pela barreira coulombiana e não pode ser superado, mesmo que aumentemos a intensidade da fricção. A solução que permite aumentar a dissipação de energia, para reproduzir os resultados experimentais, é incluir nos modelos de trajetórias clássicas o grau de liberdade de deformação. Isto dá chance aos núcleos de se alongarem na fase de separação, tendo como consequência uma barreira coulombiana menor que aquela dos modelos esféricos.

Deubler e Dietrich, (Deu77), introduzem no modelo de trajetórias clássicas o grau de liberdade de deformação, tratando-o dinamicamente. Inicialmente os núcleos são supostos esféricos e têm a possibilidade de se deformarem elipsoidalmente durante a colisão. Os graus de liberdade do movimento relativo, de rotação e de deformação são descritos pelas seguintes coordenadas: r , ϑ , φ_P , φ_A , α_P e α_A (ver Fig.1.3).

As coordenadas α_P e α_A descrevem as deformações elipsoidais do núcleo e são definidas pelas razões dos semi-eixos perpendiculares pelos semi-eixos paralelos ao eixo de simetria dos núcleos.

$$\alpha_i = b_i/a_i; \quad i = P(\text{projétil}), A(\text{alvo}).$$

A lagrangeana é dada por :

$$\mathcal{L} = T - V \tag{1.23}$$

$$T = \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \frac{1}{2}\mu r^2 \dot{\omega}^2 + \sum_{i=P,A} \left[\frac{1}{2}I_i(\alpha_i)\dot{\omega}_i^2 + \frac{1}{2}\mu_i(\alpha_i)\dot{\alpha}_i^2 \right] \tag{1.24}$$

$$V = V_C(r, \varphi_P, \varphi_A, \alpha_P, \alpha_A) + V_N(r, \varphi_P, \varphi_A, \alpha_P, \alpha_A) + V_P(\alpha_P) + V_A(\alpha_A) \tag{1.25}$$

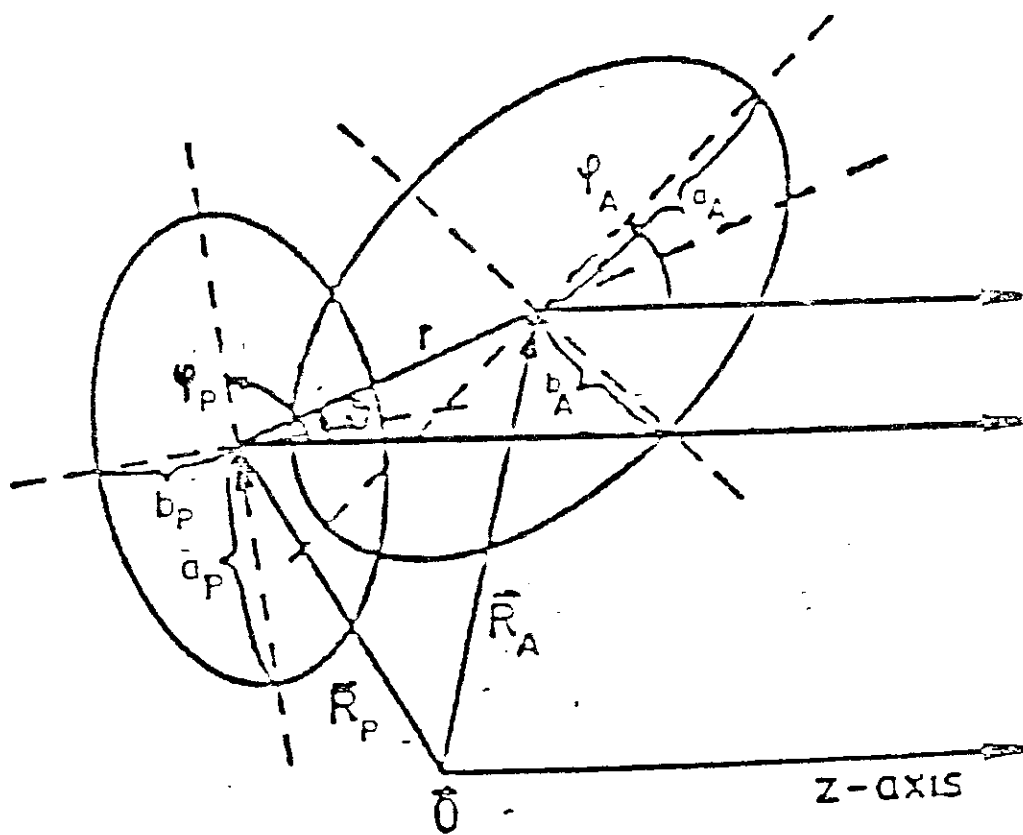


Fig.1.3-Definição das variáveis a partir do eixo z fixado no referencial do laboratório.

onde :

$$I_i(\alpha_i) = \frac{1}{5} M_i R_i^2 \alpha_i^{2/3} \left(1 + \frac{1}{\alpha_i^2}\right) \quad (1.26)$$

é o momento de inércia de rotação do íon i , aproximados pelos valores do elipsóide rígido e

$$\mu_i(\alpha_i) = \frac{1}{5} \mu_{0i} \left(1 + \frac{1}{\alpha_i^2}\right) \quad (1.27)$$

é o parâmetro de inércia da deformação com μ_{0i} , V_P e V_A deduzidos dos valores experimentais das energias e vida média dos estados nucleares vibracionais de baixa energia 2^+ .

O potencial coulombiano V_C é calculado supondo a interação de duas gotas deformadas e de carga uniformemente distribuída. O potencial nuclear V_N é obtido pela convolução das distribuições de densidades dos núcleos, de acordo com

$$V_N(r, \varphi_P, \varphi_A, \alpha_P, \alpha_A) = -\tilde{C} \int d^3x \tilde{\rho}_P(\vec{x} - \vec{R}_P) \tilde{\rho}_A(\vec{x} - \vec{R}_A) + C \int d^3x \rho_P(\vec{x} - \vec{R}_P) \rho_A(\vec{x} - \vec{R}_A). \quad (1.28)$$

As densidades dos dois íons deformados ρ_P e ρ_A foram consideradas uniformemente distribuídas e anulando-se abruptamente na superfície. A constante $C > 0$ controla a intensidade da repulsão que surge quando as densidades dos dois íons se superpõem. As densidades $\tilde{\rho}_i$ têm as mesmas características de ρ_i , excedendo-as por uma camada superficial de espessura $\Delta = 1.5 fm$ de forma a reproduzir o alcance finito da parte atrativa da força nuclear. A constante $\tilde{C} > 0$ controla a intensidade da atração entre os dois íons. As intensidades \tilde{C} e C são ajustadas a fim de reproduzir o potencial de interação entre dois núcleos esféricos, obtido com o formalismo de densidade de energia (Ngô75).

Os fatores de forma das fricções radial e tangencial são calculados considerando também a convolução das distribuições de densidade dos núcleos, resultando nas forças de fricção

$$K_r = -C_r \dot{r} \int d^3x \hat{\rho}_P(\vec{x} - \vec{R}_P) \hat{\rho}_A(\vec{x} - \vec{R}_A) \quad (1.29)$$

e

$$K_i = -C_i \sum_{\alpha=P,A} \omega_i \int d^3x |\vec{x} - \vec{R}_i| \hat{\rho}_P(\vec{x} - \vec{R}_P) \hat{\rho}_A(\vec{x} - \vec{R}_A). \quad (1.30)$$

O amortecimento do movimento interno é tratado de acordo com o modelo da gota líquida com a força viscosa, (Sch73), dada por

$$K_{vis}^i = -\frac{16}{9} \pi \eta R_i^2 \dot{a}_i. \quad (1.31)$$

Os parâmetros C_r e C_i são ajustados para reproduzir a perda de energia observada nas RPI. O parâmetro η é obtido a partir do estudo de fissão, tendo sido adotado o valor $\eta = 1 \times 10^{-23} \text{MeV.s.f.m}^{-3}$, (Wie73).

Dentro deste modelo são derivadas as seguintes equações de movimento:

$$\mu \ddot{r} - \mu r \omega^2 + \frac{\partial V_N}{\partial r} + \frac{\partial V_C}{\partial r} = K_r, \quad (1.32)$$

$$\mu r^2 \dot{\omega} + 2\mu r \dot{r} \omega + \sum_{i=P,A} (I_i \dot{\omega}_i + \frac{\partial I_i}{\partial \alpha_i} \alpha_i \omega_i) = 0. \quad (1.33)$$

$$I_i \dot{\omega}_i + \frac{\partial I_i}{\partial \alpha_i} \omega_i \frac{\partial V_N}{\partial \varphi_i} + \frac{\partial V_C}{\partial \varphi_i} = K_i \quad (1.34)$$

e

$$\mu_i(\alpha_i) \ddot{a}_i + \frac{1}{2} \frac{\partial \mu_i(\alpha_i)}{\partial \alpha_i} \dot{a}_i^2 + \frac{\partial V_N}{\partial \alpha_i} + \frac{\partial V_C}{\partial \alpha_i} + \frac{\partial V_i}{\partial \alpha_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial I_i}{\partial \alpha_i} \omega_i^2 = K_{vis}^i. \quad (1.35)$$

A importância deste modelo deve-se ao fato de ter sido o primeiro a incluir explicitamente na dinâmica da reação os graus de liberdade adequados ao tratamento das RPI. Infelizmente os seus resultados são piores que os resultados do modelo esférico de Gross et al, (Gro78). Isto pode ser atribuído ao potencial escolhido e a força de fricção muito fraca e de longo alcance.

No modelo de Wilczyńska e Wilczyński, (Wil76), o grau de liberdade de deformação é tratado de maneira bastante simplificada, sem especificar a forma geométrica

da deformação dos núcleos. Neste modelo são derivadas equações de movimento semelhantes às equações de Tsang, (Tsa74), onde igualmente comparece na fricção radial o termo que considera efeitos de segunda ordem devido a região de superposição. Está claro que este modelo também inclui os limites de rolamento e de rotação rígida dos núcleos.

A estratégia adotada, para considerar o grau de liberdade de deformação nestas equações, é definir dois diferentes potenciais, um para o canal de entrada $V_N^i(r)$ e outro para o canal de saída $V_N^f(r)$, ambos tendo a forma do potencial de Wood-Saxon.

No canal de entrada os parâmetros do potencial nuclear $V_N^i(r)$, na Eq.(1.36), são ajustados, impondo-lhes duas condições de contorno, de acordo com valores fornecidos pelo modelo da gota líquida. A primeira condição de contorno obriga que o máximo da força nuclear ocorra na situação de contato dos íons, isto é, quando houver superposição dos íons à meia densidade. A segunda obriga que o mínimo do potencial ocorra quando os íons formarem um único íon esférico com densidade normal. Explicitamente,

$$V_N^i(r) = \begin{cases} \infty & r \leq R_C; \\ -V_0/\{1 + \exp[(r - R_0)/a]\} & r > R_C \end{cases} \quad (1.36)$$

onde, $R_0 = R_F + R_A$.

No canal de saída, o potencial nuclear $V_N^f(r)$, Eq.(1.37), resulta da soma do termo de Woods-Saxon à energia de deformação. A energia de deformação é postulada ser proporcional à energia de superfície no estágio inicial da reação (dois íons esféricos) e também proporcional ao valor do potencial $V_N^i(r)$ para a distância de máxima aproximação, R_{min} . Os parâmetros da parte Woods-Saxon de $V_N^f(r)$ são determinados impondo a continuidade do potencial e de sua derivada na região de transição do canal de entrada para o canal de saída. Com isto temos finalmente,

$$V_N^f(r) = \begin{cases} \infty & r \leq R_C; \\ 2\alpha A |V_N^i(R_{min})| - V_C^f / \{1 + \exp[(r - R_{min})/a_f]\} & r > R_C \end{cases} \quad (1.37)$$

onde,

$$A = (A_P^{2/3} + A_A^{2/3}) / [A_P^{2/3} + A_A^{2/3} - (A_P + A_A)^{2/3}]. \quad (1.38)$$

O parâmetro α , na Eq.(1.37), que descreve a deformação, é deixado livre para permitir o seu ajuste com os valores experimentais de energia dissipada.

Para considerar efeitos associados com a incompressibilidade da matéria nuclear, um termo fortemente repulsivo é adicionado ao potencial. A posição R_C , em que este corte abrupto no potencial ocorre é determinada comparando as predições do modelo com resultados experimentais da seção de choque de fusão. A Fig.1.4 exibe como exemplo os potenciais para o sistema $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$. Nesta figura vemos que a diferença entre o potencial no canal de entrada e o potencial no canal de saída cresce à medida que decresce R_{min} . Quando ocorre uma interpenetração grande das superfícies nucleares em $r = R_{min}$, o potencial atua mais fortemente no canal de saída aumentando a energia final de deformação.

Um aspecto positivo deste modelo é que ele reproduz a energia dissipada e a seção de choque de fusão para diferentes sistemas. Outro excelente resultado é a reprodução da correlação entre as medidas dos ângulos de espalhamento e a energia final no sistema do CM para o sistema $\text{Ar} + \text{Th}$, ver Fig.1.5. A energia de deformação não é estimada corretamente, resultando subestimada a energia do sistema composto. O momento angular também não é predito corretamente.

Uma vez mais percebemos que um problema crítico é definir o potencial nuclear e a fricção, adequados à descrição das RPI. Assim, a simples adição de graus de liberdade, na tentativa de obter resultados melhores pode revelar-se ineficaz.

Gross, Nayak e Satpathy, (Gro81), estenderam o modelo de Gross-Kalinowski, (Gro78), ao incluir o grau de liberdade de deformação, empregando o mesmo potencial e o mesmo conjunto de parâmetros. Explicitamente, neste modelo, são tratadas as coordenadas do movimento relativo dos centros de massa dos íons, r e ϑ , e a coordenada relativa a deformação, α . Da mesma forma que o modelo de Deubler e Dietrich, (Deu77), Gross et al consideram que os núcleos se deformam segundo um elipsóide de revolução e adotam a mesma definição para a coordenada de deformação, α . A adoção desta geometria traz algumas dificuldades, pois tanto a energia interna

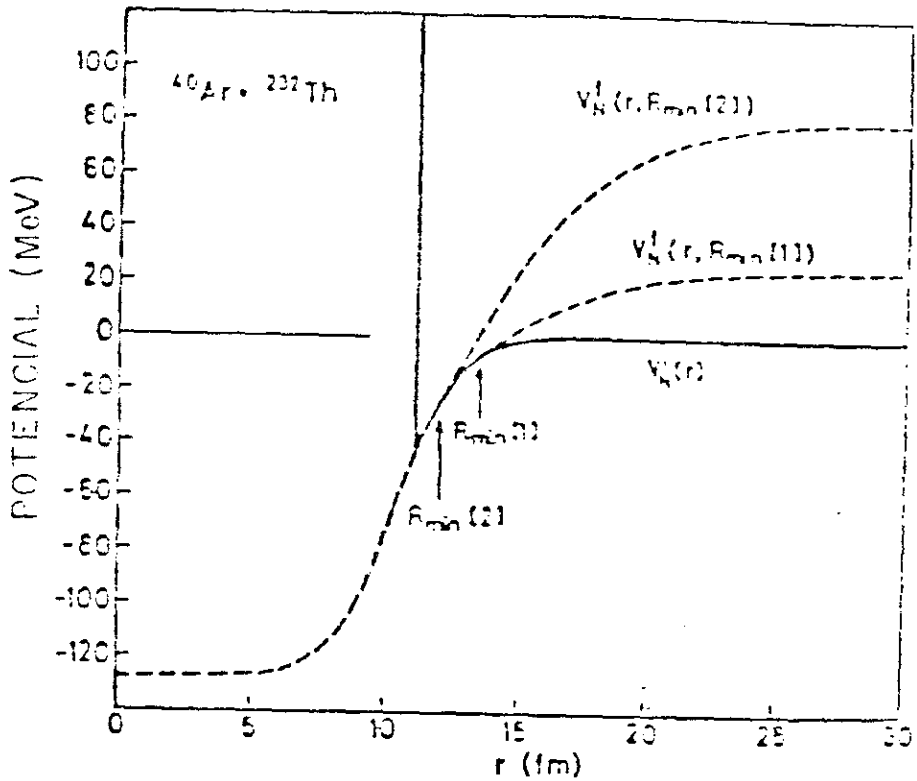


Fig.1.4-Potenciais no canal de entrada e no canal de saída para a reação $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$. O potencial no canal de saída ($\alpha = 0.25$) foi calculado para dois diferentes valores da distância de máxima aproximação: $R_{\min} = 12$ fm, e $R_{\min} = 13.5$ fm.

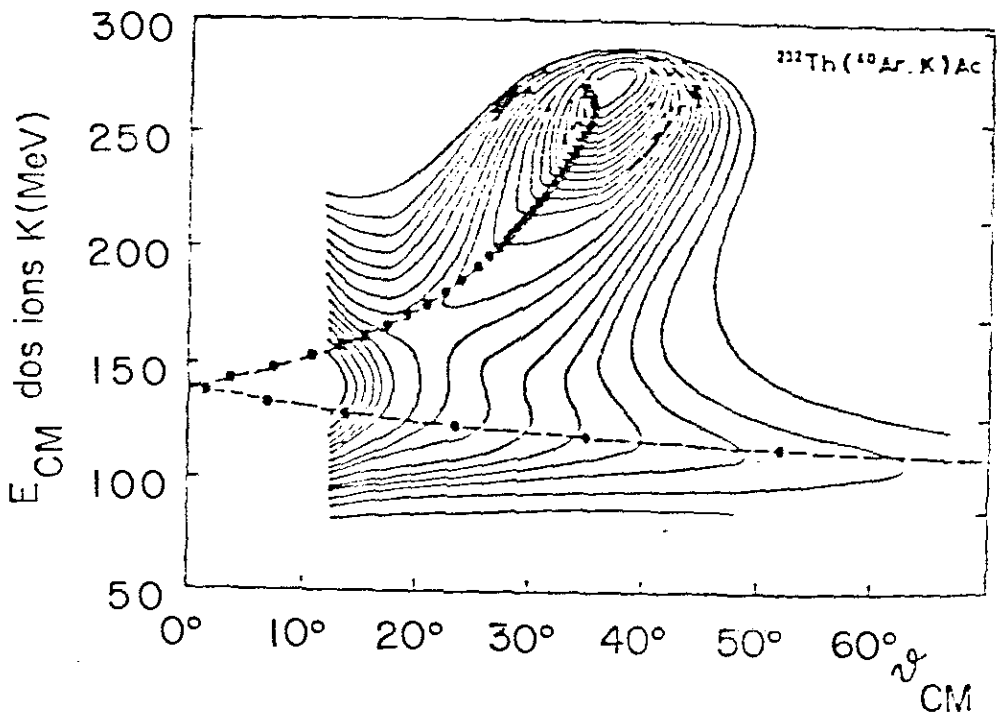


Fig.1.5-Comparação entre resultados experimentais (Fig.1.1) e os resultados do modelo de Wilczyński-Wilczyńska para a correlação entre o ângulo de espalhamento e a energia final (linha de máximos) para diferentes valores do momento angular total variando de $L = 180\hbar$ a $L = 250\hbar$. Cálculos realizados com $\alpha = 0.25$ e $K = 2 \times 10^{-20} \text{ MeV} \cdot \text{fm} \cdot \text{s}$.

devido à deformação dos núcleos como a energia de interação entre os núcleos dependem de suas deformações, de suas orientações e de suas distâncias relativas. Isto nos obriga a calcular estas quantidades nos intervalos de tempo escolhidos para a solução numérica das equações.

Duas restrições são feitas para simplificar drasticamente o cálculo numérico. A primeira impõe que a deformação dos núcleos seja descrita por um único parâmetro, e a segunda impõe que os semi-eixos de simetria fiquem alinhados todo o tempo, correspondendo a um movimento rígido de rotação do sistema.

Para este modelo temos a seguinte Lagrangeana,

$$\mathcal{L} = T - V \quad (1.39)$$

com

$$T = \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \frac{1}{2}\mu r^2\omega^2 + \frac{1}{2}\mu(\alpha)\dot{\alpha}^2 \quad (1.40)$$

e

$$V = V_C(r, \alpha) + V_N(r, \alpha) + V_P(\alpha) + V_A(\alpha). \quad (1.41)$$

Nestas equações, as energias potenciais $V_i(\alpha)$ e a energia coulombiana $V_C(r, \alpha)$ seguem os cálculos de (Nix64).

No caso da força de fricção radial ela é por hipótese proporcional à velocidade relativa das duas superfícies, d , em lugar da velocidade relativa dos centros de massa, \dot{r} . Com esta fricção o sistema continua a dissipar energia devido à vibração dos núcleos, mesmo que a distância dos seus centros de massa permaneça constante. A distância de separação entre as superfícies dos elipsóides é dada por

$$d = r - \frac{R_P + R_A}{\alpha^{2/3}}. \quad (1.42)$$

A dissipação da energia interna dos núcleos devido às vibrações é proporcional a $\dot{\alpha}$. Assim a função dissipação de Rayleigh tem a forma

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2} K_r \dot{r}^2 + \frac{1}{2} K_\omega r^2 \omega^2 + \frac{1}{2} K_\alpha \dot{\alpha}^2, \quad (1.43)$$

e as equações de movimento são dadas por,

$$\mu \ddot{r} - \mu r \omega^2 + \frac{\partial}{\partial r} [V_C(r, \alpha) + V_N(r, \alpha)] + K_r (\dot{r} + \frac{\partial d}{\partial \alpha} \dot{\alpha}) = 0, \quad (1.44)$$

$$\mu r^2 \dot{\omega} + 2\mu r \dot{r} \omega + K_\omega r^2 \omega = 0 \quad (1.45)$$

$$\begin{aligned} [\mu_P(\alpha) + \mu_A(\alpha)] \ddot{\alpha} + \frac{\partial}{\partial \alpha} [V_C(r, \alpha) + V_N(r, \alpha) + V_P(\alpha) + V_A(\alpha)] + \\ K_\alpha \left[\frac{\partial d}{\partial \alpha} \dot{r} + \frac{\partial d}{\partial \alpha} \dot{\alpha}^2 \right] + K_\alpha \dot{\alpha} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \alpha} [\mu_P(\alpha) + \mu_A(\alpha)] \dot{\alpha}^2 = 0. \end{aligned} \quad (1.46)$$

Os parâmetros da fricção radial e tangencial são os mesmos do modelo de Gross-Kalinowski. O parâmetro para a dissipação interna tem a mesma forma empregada por Deubler e Dietrich, (Deu77), Eq.(1.31) e é dado por,

$$K_\alpha = \frac{16}{9} \pi \eta (R_J^3 + R_A^3), \quad (1.47)$$

onde $\eta = 0.75 \text{T} \times 10^{-22} \text{MeV s fm}^{-3}$ e T é a temperatura do sistema dada em função da energia dissipada Q , definida por

$$T = \left[\frac{8 |Q|}{A_P + A_A} \right]^{1/2}. \quad (1.48)$$

O parâmetro de inércia dos núcleos deformados, $\mu(\alpha)$ também é dada pela Eq.(1.27).

Este modelo, com alterações insignificantes, foi aplicado com sucesso por Gross e Salpatty, (Gro82), na análise de diagramas de Wilczyński e de seções de choque de fusão para uma grande variedade de sistemas e em diferentes energias.

Uma outra aplicação do modelo de Gross et al, (Gro81), é o trabalho de Fröbrich, (Frö84), que analisa as seções de choque de captura de íons pesados

acima da barreira coulombiana para um grande intervalo de massas e energia. Neste caso o modelo foi estendido para permitir aos íons realizarem diferentes deformações quadrupolares independentemente. A conclusão principal desta análise é que tanto a fusão como a captura acima da barreira, ao menos para energias onde o processo de fusão incompleta se inicia, são essencialmente determinadas por propriedades do canal de entrada. Isto significa que a fusão ou a captura ocorre quando as trajetórias passam sobre o ponto de "sela" da superfície de energia em função da distância radial e da deformação.

Entretanto, a principal dificuldade destes modelos continua sendo a reprodução de dados de transferência de momento angular.

Continuando a apresentação dos modelos clássicos para as RPI chegamos ao modelo de Münchow e Scheid, (MünS7) que trata dinamicamente os graus de liberdade de orientação e de deformação dos núcleos de forma detalhada. Os graus de liberdade coletivos considerados são os seguintes: a posição relativa dos CM dos núcleos, $r = (r, \theta, \phi)$, os ângulos de Euler, $\Omega = (\omega_i, \chi_i, \psi_i)$, que definem a orientação dos eixos principais do projétil e do alvo com relação ao sistema de referência do laboratório (ver Fig.1.6) e as coordenadas β_i e γ_i para as deformações quadrupolares.

Tanto o potencial como a fricção são obtidos de um procedimento de dupla integração sobre as densidades dos núcleos deformados elipsoidalmente. A dificuldade em calcular estas integrais dinamicamente, levando em conta as deformações e orientações dos núcleos, é superada com a introdução de expressões que traduzem as seguintes hipóteses simplificadoras:

- i) a superfície elipsoidal dos núcleos é expressa em coordenadas multipolares,
- ii) as densidades nucleares tem superfícies de equidensidades da forma elipsoidal e são expandidas em gaussianas,
- iii) o termo do potencial que expressa a interação entre dois corpos é do tipo gaussiano e

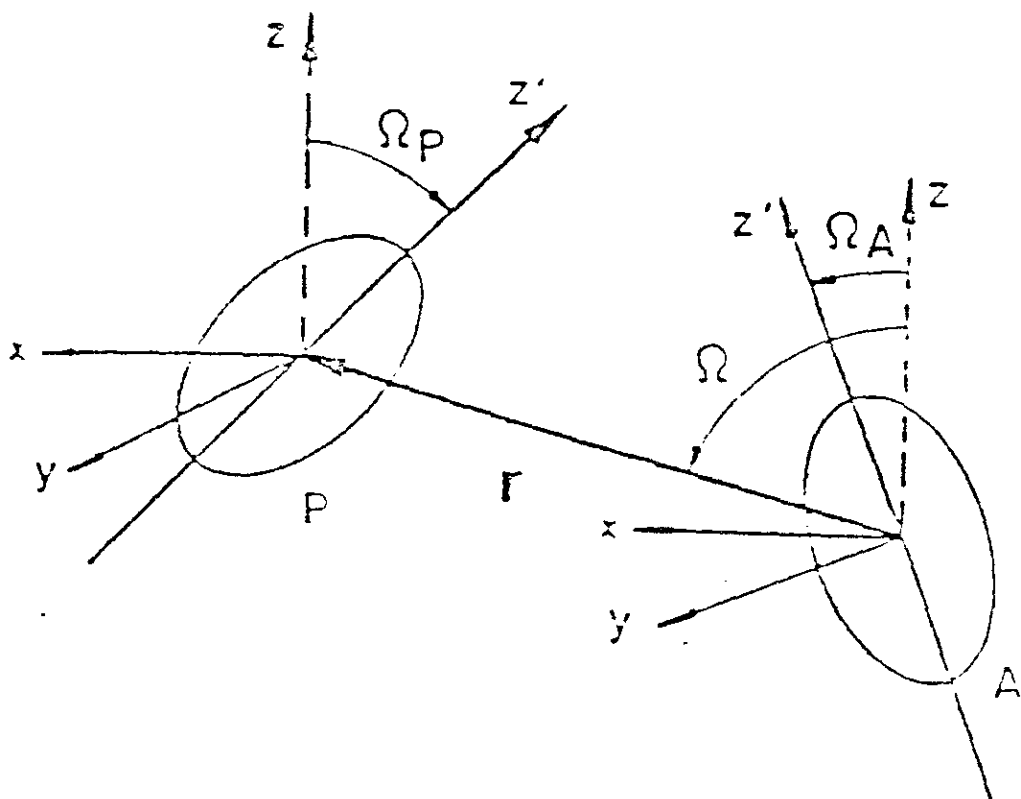


Fig.1.6-Definição das variáveis: \vec{r} - posição relativa dos centros dos núcleos deformados, coordenadas do laboratório e intrínsecas dos núcleos e os ângulos de Euler, Ω_P e Ω_A , para a descrição da orientação dos núcleos. Inicialmente o plano xy é o plano de espalhamento e o projétil (P) move-se na direção negativa de x .

iv) a fricção que resulta de uma extensão do modelo de Tsang. (Tsa74) tem o mesmo peso gaussiano presente no potencial.

Por último, as expressões derivadas para o potencial nuclear, para a fricção e para o potencial coulombiano são expandidos em termos das coordenadas multipolares da superfície. Os detalhes para a expansão em multipolos da superfície, do potencial nuclear e do potencial coulombiano são dados por Münchow, Hahn e Scheid, (Mün82), e os detalhes para a fricção e equações de movimento são dados em (Mün87). Em ambas referências os cálculos são aplicados ao caso da reação $^{238}\text{U} + ^{238}\text{U}$ ($E_{LAB} = 7.42 \text{ MeV/u}$). Um diagrama de Wilczyński para esta reação é obtido supondo uma distribuição isotrópica das orientações iniciais dos eixos de simetria dos núcleos.

No modelo de Broglia et al., (Bro80), além do movimento relativo dos íons, são tratados explicitamente a deformação, a carga e a massa dos fragmentos. As deformações são devidas a vibrações harmônicas das superfícies. A introdução da variável ϕ no movimento relativo dá conta da mudança do plano de colisão. Os nucleons transferidos de um íon para outro carregam energia e momento angular. A energia transferida contribui para o aumento da temperatura enquanto a transferência de momento angular contribui globalmente para a rotação dos íons.

A equação da superfície deformada de cada íon é expressa em termos de harmônicos esféricos da seguinte forma,

$$R(\vartheta, \varphi) = R_0 \left[1 + \sum_{\ell m} \alpha_{\ell m} Y_{\ell m}(\vartheta, \varphi) \right]. \quad (1.49)$$

A equação de movimento clássica para as amplitudes dos modos vibracionais, $\alpha_{\ell m}$ é dada por

$$B_{\ell} \ddot{\alpha}_{\ell m} + \gamma_{\ell} \dot{\alpha}_{\ell m} + C_{\ell} \alpha_{\ell m} + F_{\ell m} = 0 \quad (1.50)$$

Nas equações acima são definidas as seguintes quantidades:

R - distância radial na direção que une os centros de massa dos íons.

R_0 - raio de equilíbrio



a_{lm} - amplitude de vibração de multipolaridade l

B_l, γ_l, C_l e F_{lm} são respectivamente a inércia, o amortecimento, a rigidez

e a força externa associados a cada modo vibracional.

Estas quantidades são obtidas por um cálculo aproximado empregando os valores experimentais de energia de excitação, seções de choque e larguras destes modos vibracionais de reações nucleares menos complexas e melhor estudadas. Se o acoplamento dos modos vibracionais com a equação de movimento relativo for linear nas amplitudes, o tratamento dos osciladores torna-se totalmente equivalente aos resultados quânticos. Isto possibilita tratar classicamente as flutuações que são de natureza quântica associando-as com a excitação de modos superficiais.

Um ponto comum entre todos os modelos até aqui descritos é considerar que a identidade das superfícies dos íons isoladamente é mantida durante a colisão. Isto pode não ser razoável para trajetórias mais penetrantes, isto é, para parâmetros de impacto pequenos. Para considerar a possibilidade de interpenetração das superfícies dos íons, um outro grau de liberdade, denominado pescoço, é introduzido por alguns autores. Em particular Swiatecki, (Swi80), derivou equações bem simples para um pescoço de forma cônica que se desenvolve num movimento superamortecido. As variáveis de interesse são a assimetria D , a separação ρ e o tamanho da janela α que se abre entre os dois íons, Fig.1.7.a. Em função destas variáveis são definidas novas variáveis, a saber, o raio reduzido do pescoço ν e a separação das superfícies σ . Para uma colisão frontal e assimetria constante são derivadas as seguintes equações:

$$\nu \ddot{\sigma} + \nu^2 \dot{\sigma} + \nu - \chi = 0 \quad (1.51)$$

e

$$\dot{\nu} = (2\nu - 3\nu^2 - \sigma)/(\nu\sigma + \nu^3). \quad (1.52)$$

As variáveis ν e σ mantêm com D, ρ e α as relações

$$\nu = \sqrt{\alpha} \quad (1.53)$$

$$\tau = (\rho^2 - 1)/(1 - D^2), \quad (1.54)$$

onde

$$\alpha = (\sec\vartheta/\sec\vartheta_{max})^2, \quad (1.55)$$

$$\rho = r/(R_P + R_A), \quad (1.56)$$

$$D = (R_A - R_P)/(R_A + R_P), \quad (1.57)$$

e ϑ_{max} é a máxima abertura do cone para uma dada distância r . A e P designam o alvo e o projétil respectivamente. χ é o parâmetro generalizado de fissionabilidade.

A função dissipação é descrita dentro do formalismo "parede + janela" que considera a dissipação como resultante da colisão dos núcleons com as "paredes" dos íons e da transferência de nucleons através da "janela" que se abre entre os dois.

Este modelo continua sendo amplamente empregado na análise das colisões dos íons pesados, e é interessante ressaltar a sua recente aplicação por Donangelo e Canto, (Don86), que inclui na fórmula de dissipação "parede + janela" um termo de fricção assimétrica que permite o fluxo de massa entre os íons para "pescoços" de pequeno tamanho. Como resultado são obtidos novos valores para as energias necessárias para o início da relaxação do grau de liberdade de assimetria.

De forma similar Blocki et al, (Blo81), incluem efeitos de variação da forma e assimetria dos íons durante a colisão. O modelo permite que formas com simetria axial ocorram dinamicamente durante a colisão onde duas esferas são conectadas suavemente por um hiperbolóide ou um esferóide, Fig.1.7.b. Somente três parâmetros independentes são empregados, resultante de considerações de conservação do volume e da conexão suave das superfícies. Estes parâmetros são o alongamento D (distância

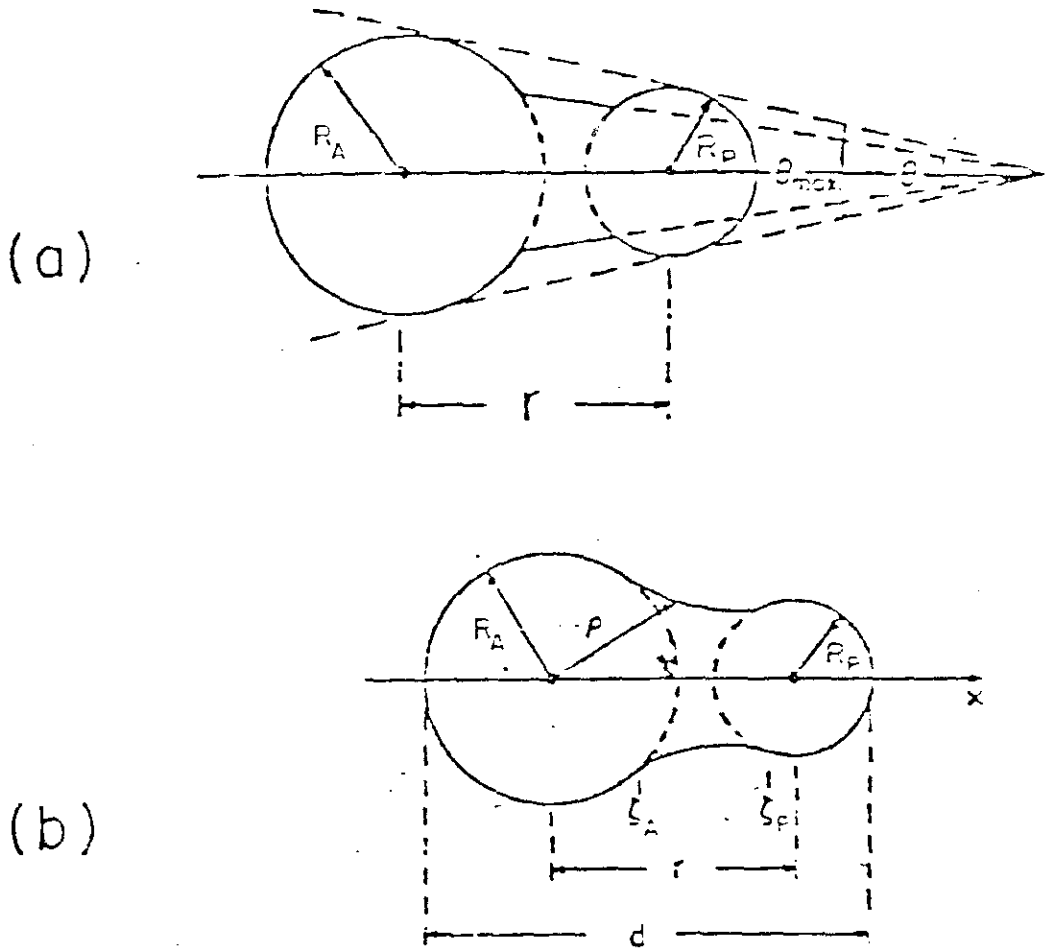


Fig.1.7-Graus de liberdade de "pescoço".(a) Cônico-(Swi79) e (b)Parabólico-(Blo80).

entre as extremidades dos íons σ , a variável do pescoço e e a assimetria α que é dada pela razão do volume das duas esferas. Assim,

$$\alpha = (R_P/R_A)^3 \quad (1.58)$$

e

$$\sigma = \left(\frac{\Delta V}{V_P^0 + V_A^0} \right)^{1/2}, \quad (1.59)$$

onde ΔV é o volume da região do pescoço e $V_P^0 + V_A^0$ é a soma dos volumes dos dois íons esféricos com $\Delta V = 0$.

A energia potencial em função dos parâmetros de deformação é calculada pelo modelo da gota líquida considerando a energia de superfície, a coulombiana e a nuclear de proximidade. A força dissipativa é dada pela fórmula de proximidade de Randrup (efeito "janela"), (Ran78), antes dos íons se tocarem e pela fórmula "janela + parede", (Blo78), depois que os íons se tocam.

Além dos graus de liberdade de deformação são consideradas também as variáveis angulares ϑ , φ_P e φ_A que se acoplam transformando momento angular orbital em momento angular intrínseco.

Após os íons se tocarem o movimento é descrito pela Lagrangeana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\mu\dot{D}^2 + \frac{1}{2}I_{rel}(D, \sigma, \alpha)\omega^2 + \frac{1}{2}I_P(D, \sigma, \alpha)\omega_P^2 + \frac{1}{2}I_A(D, \sigma, \alpha)\omega_A^2 - V_{RDP}(D, \sigma, \alpha) \quad (1.60)$$

onde

μ - massa reduzida do sistema.

I_{rel} - momento de inércia total menos a soma dos momentos de inércia I_P e I_A das rotações internas considerando esferas rígidas. O momento de inércia I_{rel} fica reduzido a μr^2 quando os íons estão separados, onde r designa a distância entre os seus centros de massa.

A função de Rayleigh neste caso é dada por,

$$c = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \lambda_{i,j} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad q_i = \{D, \sigma, \alpha, \vartheta, \varphi_D, \varphi_A\} \quad (1.61)$$

onde $\lambda_{i,j}$ é o tensor dissipação que acopla o conjunto $\{D, \sigma, \alpha\}$ de coordenadas coletivas e o conjunto de variáveis angulares $\{\vartheta, \varphi_D, \varphi_A\}$ sem entretanto acoplá-los mutuamente.

Resultados típicos destes cálculos estão apresentados na Fig.1.8 onde aparecem também resultados que não incluem efeitos de deformação, (Fel85).

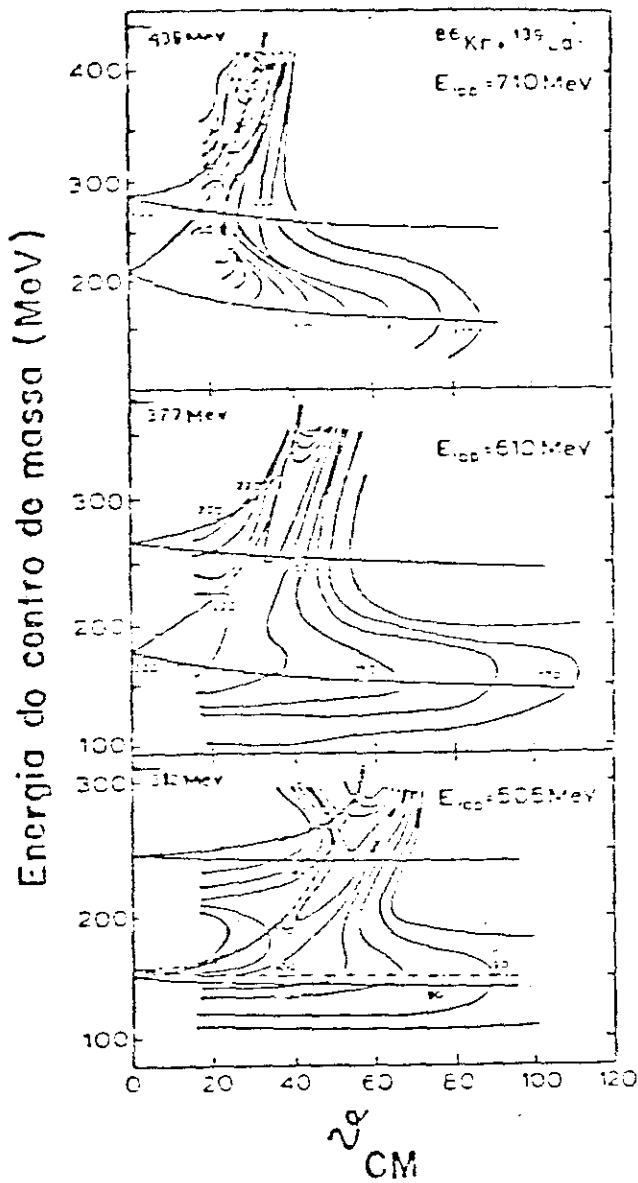


Fig.1.8-Diagrama de Wilczński para a reação $^{86}\text{Kr} + ^{135}\text{La} + (710, 610 \text{ e } 505) \text{ MeV}$. Curvas de cima sem deformação. Nas curvas de baixo a deformação é uma variável dinâmica. Curva traços e pontos para $E_{LAB} = 505 \text{ MeV}$ inclui o grau de liberdade de assimetria.

CAPÍTULO II

Um Modelo Padrão para as RPI

No capítulo anterior, observamos que os modelos de trajetórias clássicas exercem um papel relevante na interpretação sistemática dos resultados experimentais das RPI. De qualquer forma é bom enfatizarmos que estes modelos não se propõem de forma nenhuma a substituir qualquer teoria microscópica, mesmo que os ajustes revelem-se excelentes, e sim formular uma imagem dentro da física clássica de um fenômeno que necessariamente é de grande complexidade do ponto de vista microscópico. Portanto não nos causará surpresa se estes modelos fenomenológicos se mostrarem inconsistentes à luz de uma teoria microscópica.

Neste capítulo vamos apresentar o modelo clássico utilizado por nós para interpretar as RPI contendo o nosso ponto de vista a cerca deste fenômeno. Este modelo foi construído de maneira a minimizar o tempo de cálculo das trajetórias clássicas de movimento recorrendo ao emprego de formas analíticas para os potenciais e fricções. Este aspecto vai revelar-se bastante vantajoso no próximo capítulo pela necessidade do cálculo de numerosas trajetórias exigido pelo método de simulação.

2.1 – Características gerais do modelo.

O nosso ponto de partida é considerar o fluido nuclear especificado pela densidade $\rho(\vec{r}; t)$ e pelo campo de velocidades $\vec{v}(\vec{r}; t)$. A incompressibilidade do fluido nuclear impõe que

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0. \quad (2.1)$$

Além disto, a equação da continuidade para o escoamento de fluido estabelece que

$$\frac{d\rho}{dt} + (\vec{v} - \vec{v}_0) \cdot \vec{\nabla} \rho = 0 \quad , \quad (2.2)$$

onde \vec{v}_0 é a velocidade do centro de massa do íon.

De um modo geral, o campo de velocidades $\vec{v}(\vec{r}, t)$ pode ser expandido em uma série de potências nas coordenadas espaciais, isto é,

$$v_i(\vec{r}; t) = v_i^0(t) + a_i^j(t)x_j + \frac{1}{2}a_2^{ijk}(t)x_jx_k + \dots \quad (2.3)$$

A expansão do campo de velocidades, Eq.(2.3), nas coordenadas espaciais corresponde à expansão da densidade dos íons em deformações multipolares.

Por ora, por razão de simplicidade, vamos resolver as Eq.(2.1) e Eq.(2.2) truncando a expansão do campo de velocidades no segundo termo, reescrevendo

$$\vec{v}(\vec{r}; t) = \vec{v}_0 + A\vec{r} \quad (2.4)$$

onde \vec{v}_0 e A são funções do tempo.

Então, resulta da Eq.(2.1)

$$TrA = A_{ii} = 0. \quad (2.5)$$

Para resolvermos a Eq.(2.2) admitimos que a distribuição de partículas do íon é dada por

$$\rho(\vec{r}; t) = \rho_0(B\vec{r}), \quad (2.6)$$

onde $\rho_0(\vec{r})$ é a distribuição do íon em equilíbrio e B é uma matriz dependente do tempo.

Decorre, então

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \vec{\nabla} \rho_0 \cdot \dot{B}\vec{r}$$

e

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \rho = \vec{\nabla} \rho_0 \cdot BA\vec{r}$$

Empregando a Eq.(2.2) obtemos

$$A = -B^{-1} \frac{dB}{dt}. \quad (2.7)$$

Como a matriz A está relacionada ao campo de velocidade $\vec{v}(\vec{r}, t)$, a Eq.(2.7) permite interpretar os elementos de B como sendo as coordenadas para o movimento coletivo do íon.

A Eq.(2.5) estabelece uma condição de vínculo, para os movimentos coletivos, isto é:

$$\text{Tr}(A) = \text{Tr}(-B^{-1} \frac{dB}{dt}) = -B_{ij}^{-1} \frac{dB_{ji}}{dt} = 0 \quad (2.8)$$

Esta equação pode ser reescrita como

$$B_{ij}^{-1} \frac{dB_{ji}}{dt} = \frac{d}{dt} \log(\det B) = 0 \quad (2.9)$$

cuja integral fornece um valor constante para o determinante de B . Escolhemos então

$$\det B = 1. \quad (2.10)$$

O valor unitário para a contante de integração decorre da suposição de que antes da colisão os dois íons encontravam-se em seus estados fundamentais.

A condição de vínculo estabelecida pela Eq.(2.5) permite que o íon tenha oito graus de liberdade internos. Destes graus de liberdade três são associados ao movimento de rotação rígido do íon, e cinco ao modo de vibração quadrupolar. Para chegar a esta conclusão basta escrever a matriz A como a soma de duas matrizes, uma antisimétrica que descreve o movimento de rotação e a outra simétrica que descreve a vibração quadrupolar. A diagonalização da matriz simétrica fornece os dois eixos dos modos normais de vibração e os três parâmetros restantes dão os ângulos de Euler da orientação destes eixos.

Em termos das coordenadas coletivas podemos formular a lagrangeana que descreve o movimento dos dois íons como sendo

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \mu \dot{\vec{r}}^2 + T_P(B_P, \dot{B}_P) + T_A(B_A, \dot{B}_A) - V_P(B_P) - V_A(B_A) - V_{PA}(\vec{r}, B_P, B_A), \quad (2.11)$$

onde μ é a massa reduzida do sistema, P e A designam respectivamente o projétil e o alvo. Observamos que a parte cinética da lagrangeana contém os termos correspondentes

ao movimento interno do fluido, T_P e T_A , definidos por

$$T_i(B_i, \dot{B}_i) = \frac{1}{2} \int (\vec{v}_i - \vec{v}_i^0) \rho^i d^3 r_i, \quad (2.12)$$

Os potenciais $V_i(B_i)$ e $V_{PA}(\vec{r}, B_P, B_A)$ representam, respectivamente, o potencial interno do íon i e o potencial de interação entre os íons. Este último podemos, por exemplo, supor dado diretamente pela integral

$$V_{PA}(B_P, B_A, \vec{r}) = \int \rho_0^P(B_P \vec{r}_P) \rho_0^A(B_A \vec{r}_A) U(\vec{r}_A - \vec{r}_P + \vec{r}) d^3 r_P d^3 r_A \quad (2.13)$$

onde U é a soma da parte nuclear e coulombiana de um potencial nucleon-nucleon.

A dissipação neste modelo fica caracterizada pela função de Raileigh

$$\mathcal{R}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, B_P, B_A, \dot{B}_P, \dot{B}_A) = \mathcal{R}_{PA}(\vec{r}, B_A, \dot{B}_A) + \mathcal{R}_P(B_P, \dot{B}_P) + \mathcal{R}_A(B_A, \dot{B}_A) \quad (2.14)$$

onde \mathcal{R}_P e \mathcal{R}_A são por suposição quadráticas e homogêneas respectivamente em \dot{B}_P e \dot{B}_A e descrevem a dissipação interna dos modos coletivos de cada íon. O acoplamento do movimento relativo com os modos internos é feito por \mathcal{R}_{PA} cuja expressão é dada por

$$\mathcal{R}_{PA} = \frac{1}{2} \int \gamma^{ij} (\vec{v}_i^P - \vec{v}_i^A) (\vec{v}_j^P - \vec{v}_j^A) d\Omega, \quad (2.15)$$

onde γ^{ij} é o tensor de densidade de viscosidade, que é um tensor simétrico.

As coordenadas generalizadas do sistema são \vec{r} , B_P e B_A . Ao considerarmos a condição de vínculo dada pela Eq.(2.5), que diminui um grau de liberdade para cada íon, notamos que são 19 os graus de liberdade envolvidos. Denominando, genericamente, por q_i e \dot{q}_i , respectivamente, as coordenadas e velocidades generalizadas, as equações de movimento podem ser montadas a partir do esquema geral

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = - \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \dot{q}_i}. \quad (2.16)$$

2.2 - Aproximação para deformações elipsoidais.

Neste ponto especializamos o modelo para considerar as deformações elipsoidais dos íons. Esta deformação pode ser descrita por um único parâmetro, α , que definimos como sendo a razão do semi-eixo de simetria do elipsóide, a , pelo raio do núcleo esférico de igual volume, R_0 . Portanto, temos as relações,

$$a = R_0\alpha, \quad b = c = \frac{R_0}{\sqrt{\alpha}} \quad (2.17)$$

e

$$\dot{a} = R_0\dot{\alpha}, \quad \dot{b} = \dot{c} = -\frac{R_0}{2} \frac{\dot{\alpha}}{\alpha^{3/2}} \quad (2.18)$$

onde b e c são os eixos ortogonais ao eixo de simetria do elipsóide.

Para o íon isolado admitimos que a matriz B referida aos seus eixos principais, tenha a forma:

$$B = \begin{pmatrix} 1/\alpha & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\alpha} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

cuja característica é ter $\det B = 1$ qualquer que seja α .

A inclusão de um único parâmetro implica que estamos tratando de íons inicialmente esféricos com um único modo normal de vibração. Se o eixo de simetria da vibração está ao longo do eixo-x obtemos das Eq.(2.5) e Eq.(2.7) a expressão do campo de velocidades,

$$\vec{v} = A\vec{r} = -B^{-1}\dot{B}\vec{r} = \frac{\dot{\alpha}}{2\alpha}C\vec{r} \quad (2.20)$$

onde

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Fazemos também a hipótese de que a velocidade de rotação do modo de vibração é a mesma da rotação rígida dos íons e que se dá segundo um eixo perpendicular ao eixo de simetria interna do íon, (eixo-z).

Substituindo este último resultado na Eq.(2.12) chegamos à seguinte expressão para os termos T_P e T_A da energia cinética:

$$T(\alpha, \dot{\alpha}) = \frac{1}{2}I(\alpha)\omega^2 + \frac{1}{2}\mu(\alpha)\dot{\alpha}^2 \quad (2.22)$$

onde

$$\begin{aligned} I(\alpha) &= \int \rho_0 \left(\frac{x^2}{\alpha^2} + \alpha y^2 + \alpha z^2 \right) (x^2 + y^2) d\Omega \\ &= \left(\alpha^2 + \frac{1}{\alpha} \right) \int \rho_0 (x^2 + y^2 + z^2) x^2 d\Omega \\ &= \left(\alpha^2 + \frac{1}{\alpha} \right) I_0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

e

$$\begin{aligned} \mu(\alpha) &= \int \rho_0 \left(\frac{x^2}{\alpha^2} + \alpha y^2 + \alpha z^2 \right) \frac{1}{\alpha^2} (C\vec{r})_z^2 d\Omega \\ &= \left(1 + \frac{1}{2\alpha^3} \right) I_0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

2.3 - Função dissipação do movimento relativo.

A quebra de simetria produzida pelas vibrações não permite que façamos qualquer hipótese simplificadora quanto ao tensor de viscosidade que está presente na Eq.(2.15). De forma a prosseguirmos a nossa análise vamos admitir ad hoc que o tensor γ_{ij} reduz-se a um escalar e definimos as quantidades, (ver Fig.2.1),

$$\Gamma = \int \gamma d\Omega, \quad \Gamma \vec{\xi}_P = \int \gamma \vec{r}_P d\Omega \quad \text{e} \quad \Gamma \vec{\xi}_A = \int \gamma \vec{r}_A d\Omega \quad (2.25)$$

onde $\vec{\xi}_P$ e $\vec{\xi}_A$ dão a posição do centro de impulso das forças dissipativas resultantes da interação dos dois íons, se os campos de velocidades fossem uniformes. Neste caso temos que

$$\vec{\xi}_P - \vec{\xi}_A = \vec{r}. \quad (2.26)$$

A função dissipação de Rayleigh do movimento relativo \mathcal{R}_{PA} de ser então explicitada

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{PA} = & \frac{1}{2} \Gamma (\dot{\vec{r}} + \vec{\omega}_A \wedge \vec{\xi}_A - \vec{\omega}_P \wedge \vec{\xi}_P + \frac{\dot{\alpha}_A}{2\alpha_A} C_A \vec{\xi}_A - \frac{\dot{\alpha}_P}{2\alpha_P} C_P \vec{\xi}_P)^2 + \\ & \frac{1}{2} \int \gamma [(\vec{\omega}_A - \vec{\omega}_P) \wedge \vec{r}' + (\frac{\dot{\alpha}_A}{2\alpha_A} C_A - \frac{\dot{\alpha}_P}{2\alpha_P} C_P) \vec{r}']^2 d\Omega \end{aligned} \quad (2.27)$$

onde \vec{r}' define a posição de um ponto genérico do domínio de integração em relação ao centro de impulso dado por $\vec{\xi}_P$ ou $\vec{\xi}_A$. Na Eq.(2.27) o primeiro termo representa a velocidade relativa dos íons no centro de impulso. Se a ação do tensor γ for de curto alcance podemos, por enquanto, ignorar o segundo termo e procurarmos entender o papel do primeiro. Para isso, vamos supor ainda uma colisão frontal, pois nesse caso, não teremos rotações e podemos escrever

$$\mathcal{R}_{PA} \cong \frac{1}{2} \Gamma [\dot{r} - (\frac{\dot{\alpha}_P \xi_P}{2\alpha_P} + \frac{\dot{\alpha}_P \xi_A}{2\alpha_A})]^2, \quad (2.28)$$

onde foram introduzidos os módulos

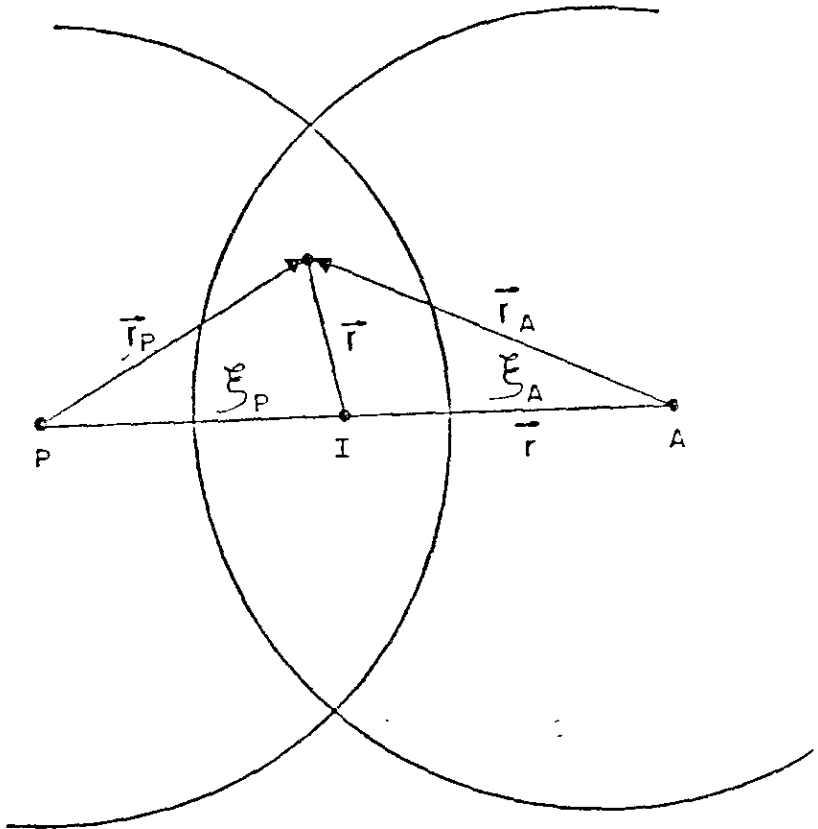


Fig.2.1-Coordenadas do centro de impulso, I, da força de fricção relativamente aos centros de massa dos íons.

$$r = |\vec{r}|, \quad \xi_P = |\vec{\xi}_P|, \quad \xi_A = |\vec{\xi}_A|$$

O papel dinâmico da dissipação é procurar anular o valor da função \mathcal{R}_{PA} . Se Γ for apreciável a colisão se dará de forma a excitar as vibrações dos íons à medida que elimina o movimento do centro de massa do sistema. Ou seja, a viscosidade estanca o movimento na interface da colisão e, por inércia, as duas gotas elásticas se deformam achatando-se, excitando ao mesmo tempo as vibrações quadrupolares isoscalares.

Uma opção não tão simplificada como a que acabamos de ver e de acordo com as evidências experimentais de que os íons giram como um corpo rígido, seria supor que $C_P = C_A = C$ na integral (2.27). Nesse caso, podemos obter explicitamente a função dissipação \mathcal{R}_{PA} como

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{PA} = & \frac{1}{2}\Gamma(\dot{\vec{r}} + \vec{\omega}_A \wedge \vec{\xi}_A - \vec{\omega}_P \wedge \vec{\xi}_P + \frac{\dot{\alpha}_A}{2\alpha_A} C \vec{\xi}_A - \frac{\dot{\alpha}_P}{2\alpha_P} C \vec{\xi}_P)^2 + \\ & \frac{1}{2}\Gamma\{[(\omega_P - \omega_A) + (\frac{\dot{\alpha}_P}{2\alpha_P} - \frac{\dot{\alpha}_P}{2\alpha_P})]^2 \bar{y}^2 + \\ & [(\omega_P - \omega_A) + (\frac{\dot{\alpha}_A}{\alpha_A} - \frac{\dot{\alpha}_P}{\alpha_P})]^2 \bar{x}^2 + (\frac{\dot{\alpha}_P}{2\alpha_P} - \frac{\dot{\alpha}_P}{2\alpha_P})^2 \bar{z}^2\} \end{aligned} \quad (2.29)$$

onde

$$\bar{x}^2 = \int \gamma x'^2 d\Omega, \quad etc...$$

O desenvolvimento dos produtos escalares da Eq.(2.29) em conjunto com as as relações,

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{u}_r + \vec{\omega}_P \wedge \vec{r}$$

$$\omega = \dot{\vartheta}, \quad \omega_i = \dot{\varphi}_i,$$

permite, após o reagrupamento dos termos, reescrever a seguinte expressão,

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{PA} = & \frac{1}{2}\Gamma_r(\dot{r} - \xi_P \frac{\dot{\alpha}_P}{\alpha_P} - \xi_A \frac{\dot{\alpha}_A}{\alpha_A})^2 + \frac{1}{2}\Gamma_r B_\vartheta (r\omega - \xi_P \omega_P - \xi_A \omega_A)^2 + \frac{1}{2}\Gamma_r B_\varphi \bar{C}^2 (\omega_P - \omega_A)^2 + \\ & \frac{1}{2}\Gamma_r B_\alpha \bar{C}^2 (\frac{\dot{\alpha}_P}{\alpha_P} - \frac{\dot{\alpha}_A}{\alpha_A})^2 + \Gamma_r B_{\alpha\varphi} \bar{C}^2 (\omega_P - \omega_A) (\frac{\dot{\alpha}_P}{\alpha_P} - \frac{\dot{\alpha}_A}{\alpha_A}) \end{aligned} \quad (2.30)$$

Os coeficientes B_r , B_ϑ , B_α e $B_{\alpha\varphi}$ dão a intensidade dos outros termos da função dissipação relativamente à contribuição radial.

Na Eq.(2.30), ζ_P e ζ_A são as coordenadas do centro de impulso das forças de fricção, ver Fig.2.1, resultantes das interações entre os dois íons, com relação ao seus respectivos centros de massa. A razão \dot{a}/a descreve o campo de velocidade quadrupolar na direção do eixo de deformação. Os três primeiros termos desta equação dizem respeito às fricções que atuam na região de superposição dos íons e que se opõem ao movimento relativo do centro de massa dos íons, se opõem ao mútuo deslizamento e ao mútuo rolamento, respectivamente.

Para a intensidade da fricção radial, Γ_r , introduzimos uma função parametrizada. Esta escolha não tem nenhum compromisso com uma teoria microscópica e sim com o comportamento da distribuição de densidade dos nucleons no núcleo. Em essência esperamos que a força viscosa seja proporcional a convolução das distribuições de densidade. Utilizamos a expressão abaixo para a intensidade da fricção radial. Nesta expressão dois parâmetros são deixados livres para permitir o ajuste com os resultados experimentais. Assim temos

$$\Gamma_r = \Gamma_0 \bar{C} \begin{cases} e^{-\frac{\zeta - \zeta_f}{a}}, & \zeta \geq \zeta_f; \\ [1 - \frac{\zeta - \zeta_f}{a}], & \zeta < \zeta_f. \end{cases} \quad (2.31)$$

Os parâmetros Γ_0 e ζ_f foram ajustados para o sistema $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$ ($E_{\text{Elab}} = 379 \text{ MeV}$).

Esta função e sua derivada são contínuas em $\zeta = \zeta_f$.

2.4 - Dissipação interna.

Consideramos que a dissipação da energia interna de deformação dos íons pode ser associada ao modo de decaimento de uma ressonância gigante isoescalar de quadrupolo. Assim, as funções de Rayleigh para cada um dos íons é dada por

$$\mathcal{R}_P = \frac{1}{2} \mu_P (\alpha_P) \gamma_P \dot{\alpha}_P^2 \quad (2.32)$$

$$\mathcal{R}_A = \frac{1}{2} \mu_A (\alpha_A) \gamma_A \dot{\alpha}_A^2 \quad (2.33)$$

onde

$$\gamma_P = \frac{\Gamma_P}{h} \quad (2.34)$$

e

$$\gamma_A = \frac{\Gamma_A}{h} \quad (2.35)$$

com Γ_P e Γ_A sendo respectivamente as larguras das ressonâncias gigantes isoescalares de quadrupolo do projétil e do alvo. Os valores de Γ_P e Γ_A são fornecidos em (Ber76) por

$$\Gamma_i = \frac{90}{A_i^{2/3}} \text{MeV} \quad (2.36)$$

2.5 - A energia potencial.

Potencial nuclear íon-íon.

O potencial íon-íon, por nós escolhido, tem como característica uma parte atrativa de curto alcance e um carrego repulsivo que não permite que a superposição das distribuições de densidade dos íons supere a densidade normal da matéria nuclear. Para os nossos objetivos, de tratar as RPI, a parte repulsiva não tem relevância uma vez que este é um processo periférico. Assim escrevemos para o potencial nuclear íon-íon.

$$V_N = -(G_1\bar{C} + G_2)\mathcal{F}_N \quad (2.37)$$

com

$$\mathcal{F}_N = \begin{cases} \zeta^{-\zeta/d}, & \zeta \geq \zeta_0; \\ \zeta^{-\zeta_0/d} \left[1 - \frac{\zeta - \zeta_0}{d} \left(1 - \frac{\zeta - \zeta_0}{2d} \right) \right], & \zeta_1 \leq \zeta < \zeta_0; \\ \zeta^{-\zeta_0/d} \left\{ 1 - \frac{\zeta_1 - \zeta_0}{d} \left(1 - \frac{\zeta_1 - \zeta_0}{2d} \right) - \frac{1}{d} \left[1 - \frac{\zeta_1 + \zeta_2 - 2\zeta_0}{2d} \right] (\zeta - \zeta_1) \right\}, & \zeta_1 < \zeta < \zeta_1; \\ \frac{1}{6d^2} \left[\frac{(\zeta - \zeta_2)^3}{\zeta_1 - \zeta_2} - (\zeta_1 - \zeta_2)^2 \right], & \zeta < \zeta_1 \end{cases} \quad (2.38)$$

onde o fator de forma \mathcal{F}_N é uma função contínua com derivadas primeira e segunda contínuas em ζ_0 e ζ_1 , com a derivada $dV/d\zeta$ tendo um mínimo em ζ_2 . Ao escolhermos $\zeta_2 = 0$ surge uma parte repulsiva no potencial pois nesta condição ocorre a superposição dos íons à meia densidade de suas distribuições de massa. A escolha da forma exponencial para $\zeta \geq \zeta_0$ recai na sua simplicidade e por descrever bem a queda acentuada presente em todos potenciais de interação nuclear íon-íon.

Potencial Coulombiano íon-íon.

Para dois íons deformados elipsoidalmente que não se superpõem, temos o seguinte potencial de interação coulombiana

$$\begin{aligned}
 V_C = \frac{Z_P Z_A e^2}{r} \{ & 1 + \\
 & \frac{1}{r^2} [(\alpha_P^2 - \frac{1}{\alpha_P} \mathcal{D}_P \mathcal{P}_A(\varphi_P) + (\alpha_A^2 - \frac{1}{\alpha_A} \mathcal{D}_A \mathcal{P}_A(\varphi_A))] \mathcal{P}_A(\vartheta) + \\
 & \frac{1}{r^4} [6(\alpha_P^2 - \frac{1}{\alpha_P})(\alpha_A^2 - \frac{1}{\alpha_A}) \mathcal{D}_P \mathcal{D}_A \mathcal{P}_A(\varphi_P) \mathcal{P}_A(\varphi_A) + \\
 & (\alpha_P^4 - \frac{1}{\alpha_P^2} - 2\alpha_P) C_P \mathcal{P}_4(\varphi_P) + (\alpha_A^4 - \frac{1}{\alpha_A^2} - 2\alpha_A) C_A \mathcal{P}_4(\varphi_A)] \mathcal{P}_4(\vartheta) \} \quad (2.39)
 \end{aligned}$$

onde

$$D_i = \frac{1}{5} R_i^2 \quad (2.40)$$

$$C_i = \frac{15}{7} D_i^2 \quad (2.41)$$

$$\mathcal{P}_2(x) = \frac{3\cos^2 x - 1}{2} \quad (2.42)$$

$$\mathcal{P}_4(x) = \frac{35\cos^4 x - 30\cos^2 x + 3}{8} \quad (2.43)$$

A Eq.(2.39) é obtida a partir da expansão em harmônicos esféricos da distribuição das cargas levando em conta apenas os três primeiros termos. Esta expressão foi extrapolada para situações em que os íons se superpõem.

Energia interna de deformação dos íons.

Para a energia interna de deformação dos íons tomamos como relevante, a exemplo do modelo da gota líquida, as contribuições devidas às variações da superfície e da distribuição da carga. Assim, estas energias são definidas relativamente à situação de equilíbrio na forma esférica. Assim escrevemos

$$V_i(\alpha_i) = V_{si}(\alpha_i) + V_{ci}(\alpha_i), \quad (2.44)$$

onde

$$V_{si} = 18.56A_i^{2/3} \cdot S_i \quad (2.45)$$

com S_i sendo a razão entre a superfície do elipsóide e a superfície da esfera equivalente, dada por

$$S_i = \begin{cases} \frac{1}{2\alpha_i} \left[1 + \frac{\alpha_i^3}{\sqrt{\alpha_i^3 - 1}} \operatorname{scn}^{-1} \left(\frac{\sqrt{\alpha_i^3 - 1}}{\alpha_i^{3/2}} \right) \right], & \alpha_i > 1; \\ 1 + \frac{1}{2}(\alpha_i - 1)^2, & \alpha_i \sim 1; \\ \frac{1}{2\alpha_i} \left[1 + \frac{\alpha_i^3}{\sqrt{1 - \alpha_i^3}} \ln \left(\frac{1 + \sqrt{\alpha_i^3 - 1}}{\alpha_i^{3/2}} \right) \right], & \alpha_i < 1; \end{cases}$$

e o termo V_{ci} é dado por

$$V_{ci} = \frac{3}{5} \cdot \frac{(Z_i e)^2}{R_i} \cdot C_i, \quad (2.46)$$

onde C_i é a razão entre o volume do elipsóide e o volume da esfera equivalente, dado por

$$C_i = \begin{cases} \frac{1}{\alpha_i} \sqrt{\frac{\alpha_i^3}{\alpha_i^3 - 1}} \operatorname{coth}^{-1} \sqrt{\frac{\alpha_i^3}{\alpha_i^3 - 1}}, & \alpha_i > 1; \\ 1 - \frac{1}{5}(\alpha_i - 1)^2, & \alpha_i \sim 1; \\ \frac{1}{\alpha_i} \sqrt{\frac{\alpha_i^3}{1 - \alpha_i^3}} \operatorname{cot}^{-1} \sqrt{\frac{\alpha_i^3}{1 - \alpha_i^3}}, & \alpha_i < 1. \end{cases}$$

2.6 - Equações de movimento.

Agora estamos em condições de escrever a lagrangeana do modelo.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\mu(\dot{r}^2 + r^2\omega^2) + \sum_{i=P,A} \left[\frac{1}{2}I_i(\alpha_i)\omega_i^2 + \frac{1}{2}\mu_i(\alpha_i)\dot{\alpha}_i^2 - V_i(\alpha_i) \right] - V_{PA}(r, \alpha_P, \alpha_A) \quad (2.47)$$

que juntamente com a função dissipação (2.29) via as equações Euler-Lagrange (2.16) nos fornece as seguintes equações de movimento:

$$\mu\ddot{r} - \mu r\omega^2 + \frac{\partial V_{PA}}{\partial r} = -\Gamma_r(\dot{r} - \bar{\xi}_P \frac{\dot{\alpha}_P}{\alpha_P} - \bar{\xi}_A \frac{\dot{\alpha}_A}{\alpha_A}) \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_P(\alpha_P)\dot{\alpha}_P + \mu_P(\alpha)\ddot{\alpha}_P &= \frac{1}{2}\dot{\alpha}_P^2 \frac{d\mu_P(\alpha_P)}{d\alpha_P} + \frac{1}{2}\omega_P^2 \frac{dI_P(\alpha_P)}{d\alpha_P} - \frac{dV_A(\alpha_P)}{d\alpha_P} - \frac{\partial V_{PA}}{\partial \alpha_P} - \\ &\mu_P(\alpha_P)\gamma_P\dot{\alpha}_P + \Gamma_r \frac{\bar{\xi}_P}{\alpha_P} (\dot{r} - \bar{\xi}_P \frac{\dot{\alpha}_P}{\alpha_P} - \bar{\xi}_A \frac{\dot{\alpha}_A}{\alpha_A}) \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_A(\alpha_A)\dot{\alpha}_A + \mu_A(\alpha)\ddot{\alpha}_A &= \frac{1}{2}\dot{\alpha}_A^2 \frac{d\mu_A(\alpha_A)}{d\alpha_A} + \frac{1}{2}\omega_A^2 \frac{dI_A(\alpha_A)}{d\alpha_A} - \frac{dV_A(\alpha_A)}{d\alpha_A} - \frac{\partial V_{PA}}{\partial \alpha_A} - \\ &\mu_A(\alpha_A)\gamma_A\dot{\alpha}_A + \Gamma_r \frac{\bar{\xi}_A}{\alpha_A} (\dot{r} - \bar{\xi}_P \frac{\dot{\alpha}_P}{\alpha_P} - \bar{\xi}_A \frac{\dot{\alpha}_A}{\alpha_A}) \end{aligned} \quad (2.50)$$

$$\frac{dI_P(\alpha_P)}{d\alpha_P} \dot{\alpha}_P \omega_P + I(\alpha_P) \dot{\omega}_P = \bar{\xi}_P \Gamma_r B_\theta (r\omega - \bar{\xi}_P \omega_P - \bar{\xi}_A \omega_A) - \Gamma_r B_\varphi (\omega_P - \omega_A) \quad (2.51)$$

$$\frac{dI_A(\alpha_A)}{d\alpha_A} \dot{\alpha}_A \omega_A + I(\alpha_A) \dot{\omega}_A = \bar{\xi}_A \Gamma_r B_\theta (r\omega - \bar{\xi}_P \omega_P - \bar{\xi}_A \omega_A) + \Gamma_r B_\varphi (\omega_P - \omega_A) \quad (2.52)$$

$$2\mu r \dot{r} \omega + \mu r^2 \dot{\omega} = -r \Gamma_r B_\theta (r\omega - \bar{\xi}_P \omega_P - \bar{\xi}_A \omega_A) \quad (2.53)$$

onde μ é a massa reduzida do sistema, $\mu(\alpha_i)$ é o parâmetro de massa associado ao grau de liberdade α_i , $I(\alpha_i)$ é o momento de inércia do íon devido a uma distribuição elipsoidal

de sua massa, $V_i(\alpha_i)$ é a soma das energias internas Coulombianas e Nuclear de cada íon e $V_{PA}(\vec{r}, \alpha_P, \alpha_A)$ é a soma dos potenciais de interação Coulombiano e Nuclear entre os íons, desprezadas as orientações de seus eixos de simetria. Estas equações descrevem a colisão de dois núcleos que se deformam de forma elipsoidal com a liberdade de fazer um movimento de rotação em torno de seus respectivos eixos perpendiculares ao plano de colisão.

Somando as três últimas equações obtemos a lei de conservação de momento angular do sistema,

$$L + J_P + J_A = L_0 \tag{2.54}$$

como consequência do acoplamento nulo entre a vibração e a rotação, isto é, fazendo $B_{\alpha\varphi} = 0$.

Na Eq.(2.54) L_0 é o momento angular inicial do sistema. Esta equação permite-nos obter o momento angular orbital, L , sem necessidade de resolver a Eq.(2.53). Entretanto é interessante resolver todas as equações e utilizar a expressão (2.54) para verificar o grau de precisão do cálculo numérico.

Estabelecidas as equações de movimento resta-nos apenas fixar os valores dos parâmetros livres do modelo. Entretanto antes de encetarmos essa tarefa procedemos preliminarmente a uma estimativa dos parâmetros da fricção e do papel da deformação na transferência de energia e momento angular. Com esta finalidade, como veremos na seção seguinte, não faremos emprego diretamente do nosso modelo padrão, mas sim de esquemas mais simplificados de cálculos.

2.7 – Estimativa da fricção e o papel da deformação na transferência de energia e de momento angular.

Inicialmente, para estimativa da intensidade da fricção, utilizamos um cálculo simplificado descartando a dependência da deformação α_P e α_A no potencial e na fricção. A lagrangeana, Eq.(2.47), e a função dissipação de Rayleigh, Eq.(2.30), ficam reduzidas a

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\mu(\dot{r}^2 + r^2\omega^2) + \frac{1}{2}I_P(\alpha_P)\omega_P^2 + \frac{1}{2}I_A(\alpha_A)\omega_A^2 - V_{PA}(r) \quad (2.55)$$

e

$$\mathcal{R} = \frac{1}{2}\beta\Gamma_r[\dot{r}^2 + B_\eta(r\omega - \bar{\xi}_P\omega_P - \bar{\xi}_A\omega_A)^2 + B_\varphi\bar{C}^2(\omega_P - \omega_A)^2] \quad (2.56)$$

O parâmetro β permite o ajuste da intensidade da fricção radial enquanto B_η e B_φ fixam respectivamente as intensidades das fricções de deslizamento e de rolamento com relação a radial.

Como ponto de referência para os nossos cálculos empregamos o potencial e a fricção de proximidade que aparecem respectivamente em (Blo77) e (Ran78). Para o potencial temos,

$$V_N(r) = 4\pi\gamma\bar{C}b\Phi_0(\zeta) \quad (2.57)$$

com

$$\Phi_0 = \begin{cases} -3.437e^{-\zeta/0.75}, & \zeta > 1.2511; \\ -\frac{1}{2}(\zeta - 2.54)^2 - 0.0852(\zeta - 2.54)^3, & \zeta \leq 1.2511 \end{cases}$$

$$b = 1fm$$

$$\gamma = 1MeVfm^{-2}$$

$$\bar{C} = C_P C_A / (C_P + C_A)$$

onde C_P e C_A são os raios à meia densidade da distribuição de massa dos núcleos. Para a fricção radial adotamos o coeficiente,

$$\Gamma_r = 4\pi\eta_0\bar{C}b\phi_0(\zeta). \quad (2.58)$$

com

$$\phi_0 = \begin{cases} 0, & \zeta > 3.2; \\ 1.6 - 0.5\zeta - \frac{1.8}{\pi}\sin\left(\frac{\zeta+0.4\pi}{3.6}\right), & -0.4 \leq \zeta \leq 3.2; \\ 1.4 - \zeta, & \zeta \leq -0.4 \end{cases}$$

No caso de: $\beta = 1$, $B_\partial = 0.5$ e $B_p = 0$ as forças de fricção derivadas da Eq.(2.56) são idênticas aquelas empregadas por Blocki et al, (Blo77), na simulação do sistema $^{86}Kr + ^{197}Au$.

Assim, chegamos às seguintes equações de movimento:

$$\mu\ddot{r} - \mu r\omega^2 + \frac{\partial V_{PA}}{\partial r} = -\beta\Gamma_r \dot{r} \quad (2.59)$$

$$I_P\dot{\omega}_P = \bar{\xi}_P\Gamma_r B_\partial(r\omega - \bar{\xi}_P\omega_P - \bar{\xi}_A\omega_A) - \Gamma_r B_\varphi(\omega_P - \omega_A) \quad (2.60)$$

$$I_A\dot{\omega}_A = \bar{\xi}_A\Gamma_r B_\partial(r\omega - \bar{\xi}_P\omega_P - \bar{\xi}_A\omega_A) + \Gamma_r B_\varphi(\omega_P - \omega_A) \quad (2.61)$$

$$2\mu r\dot{\omega} + \mu^2\dot{\omega} = r\Gamma_r B_\partial(r\omega - \bar{\xi}_P\omega_P - \bar{\xi}_A\omega_A) \quad (2.62)$$

Novamente, a soma das três últimas equações nos dá a conservação de momento angular do sistema.

$$L + J_P + J_A = L_0 \quad (2.63)$$

onde L_0 é o momento angular inicial do sistema.

Por simples comparação verificamos que estas equações são equivalentes às Eq.(1.11-1.14) derivadas por Tsang, (Tsa74). Aqui continua válida a discussão feita anteriormente sobre os regimes extremos de transferência de momento angular de rolamento e rotação rígida.

Para ilustrar os resultados que podem ser obtidos a partir das equações de movimento apresentadas variando os parâmetros B_θ e B_φ , consideramos o sistema $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$ $E_{\text{lab}} = 379\text{Mev}$. Este sistema foi escolhido por dois motivos. O primeiro por ter sido um sistema exaustivamente estudado por Gross et al, (Gro78) e (Gro81), utilizando um modelo clássico já discutido na seção anterior. O segundo por tratar-se de um sistema de grande assimetria e portanto com limites de rolamento e rotação rígida bem distintos.

A Fig.2.2 mostra os resultados para diferentes valores de B_θ e B_φ . No eixo horizontal estão os valores do momento angular inicial L_0 em unidades de \hbar e no eixo vertical estão os valores de J também em unidades de \hbar . As duas linhas retas assinaladas (1) e (2) correspondem respectivamente aos limites de rolamento e rotação rígida dados pelas Eq.(1.18) e Eq.(1.22) quando $r = R_P + R_A$. Em todos os cálculos foi adotado o valor $\beta = 40$ que permite um bom ajuste para a perda de energia em função do ângulo do centro de massa (diagramas de Wilczyński), o que será discutido ao analisar a Fig.2.3. As curvas (a), (b) e (c) foram obtidas colocando $B_\theta = 0.05, 1$ e 5 respectivamente com $B_\varphi = 0$ para todas. Elas correspondem ao mecanismo de rolamento.

A transferência de momento angular ocorre somente para valores de L_0 abaixo do valor de momento angular razante de $220\hbar$. À medida que B_θ aumenta a transferência é mais brusca até um valor máximo limitado pelo comportamento assintótico das equações de movimento (2.59 - 2.62). Este limite corresponde a região entre $155\hbar$ a $195\hbar$ para as curvas (b) e (c). Observamos que a distância radial fixada para que os íons rolem um sobre o outro é maior que $R_P + R_A$ em razão das curvas (b) e (c) estarem abaixo do limite estabelecido pela linha reta (1). No caso da curva (a), para a qual $B_\theta = 0.5$, é interessante observar o crescimento suave de J para valores decrescentes de L_0 e que esta não acompanha um dos comportamentos assintóticos expressos pelas curvas (1) e (2). Este é um caso que poderíamos considerar como uma mistura dos mecanismos de deslizamento e rolamento. As curvas (d) e (e) correspondem respectivamente a $B_\theta = B_\varphi = 1.0$ e 0.1 . A curva (d) exhibe o comportamento assintótico

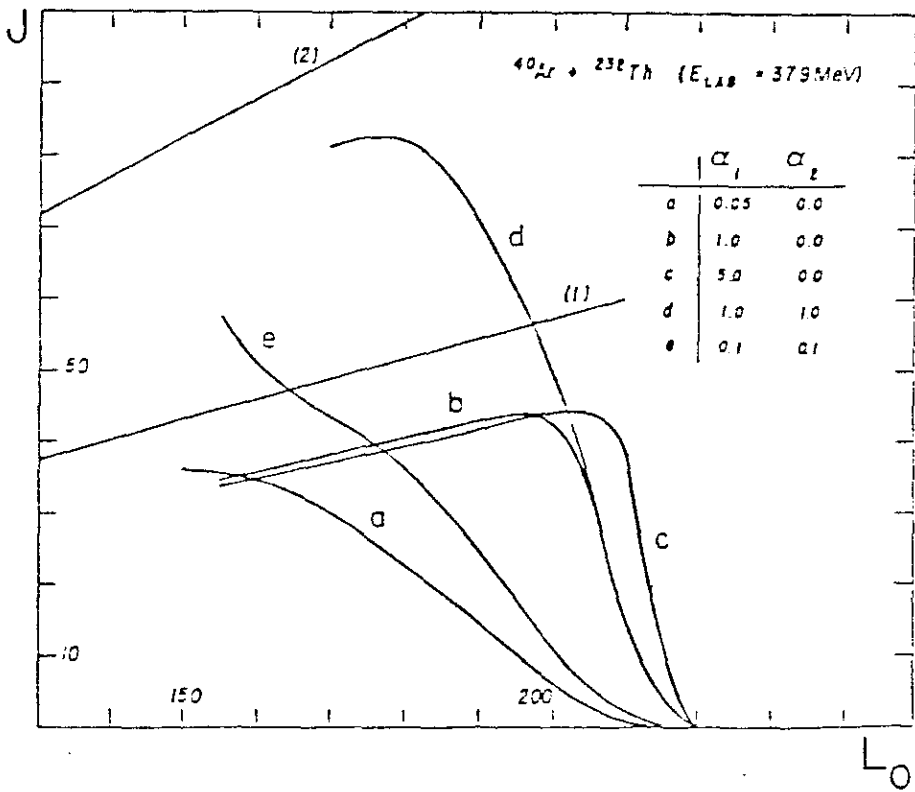


Fig.2.2-Transferência de momento angular para diferentes valores de fricção de rolamento e deslizamento (B_r e B_s) com a intensidade da fricção radial mantida 40 vezes maior que a fricção de $(\text{Ran}78)-3 = 40$.

característico do limite de rotação rígida dado pela Eq.(1.20) (novamente para um valor de r maior que $R_P + R_A$) como é esperado para valores grandes de B_θ e B_φ . A curva (e) é similar a curva (a) mas com a inclusão de uma fricção de deslizamento. Embora J fique com valores acima do limite estabelecido pela Eq.(1.18) ele não exibe o comportamento assintótico tal como dado pela Eq.(1.20).

A Fig.2.3 mostra o diagrama de Wilczyński para a reação considerada. No eixo horizontal está o ângulo de espalhamento no CM em graus e no vertical está a energia no CM para os canais inelásticos. As curvas (b) e (a) são idênticas às obtidas por Gross et al, (GroS1 - Gro78), com e sem vibração, respectivamente. As curvas (d) e (e) foram obtidas das equações de movimento, Eq.(2.59 - 2.62) com os seguintes parâmetros: $\beta = 1$, $B_\theta = 0.5$ e $B_\varphi = 0$ para a curva (e) e $\beta = 40$, $B_\theta = B_\varphi = 0.05$ para a curva (d). Portanto a curva (e) corresponde à fricção de um corpo descrita por Randrup, (Ran78), que revela-se insuficiente para reproduzir a grande perda de energia nos canais profundamente inelásticos. A curva (d) fica muito próxima da curva (a) obtida por Gross principalmente na região de grande inelasticidade e é ela que fixa o valor de $\beta = 40$ que empregamos ao longo desta seção. Uma melhor concordância entre as curvas (a) e (d) na região do ângulo razante teria sido conseguida por nós se tivéssemos permitido uma variação do potencial de proximidade. Neste ponto não consideramos importante a diferença de três graus para os ângulos razantes das curvas (a) e (d) que podemos atribuir ao fato de que o potencial não é suficientemente atrativo.

Consideremos agora os efeitos de deformação na dissipação de energia durante a reação evitando a introdução de variáveis de deformação. A idéia, aqui, é fazermos um cálculo esquemático admitindo que cada íon se comporte como uma esfera elástica que pode vibrar em um modo quadrupolar a exemplo de uma ressonância gigante de quadrupolo (isoescalar). Vamos desta forma estimar a energia de vibração de cada um dos íons.

Denominamos por y a coordenada do ponto da superfície de um dos íons, relativamente ao seu centro de massa, ao longo da direção que une os seus centros

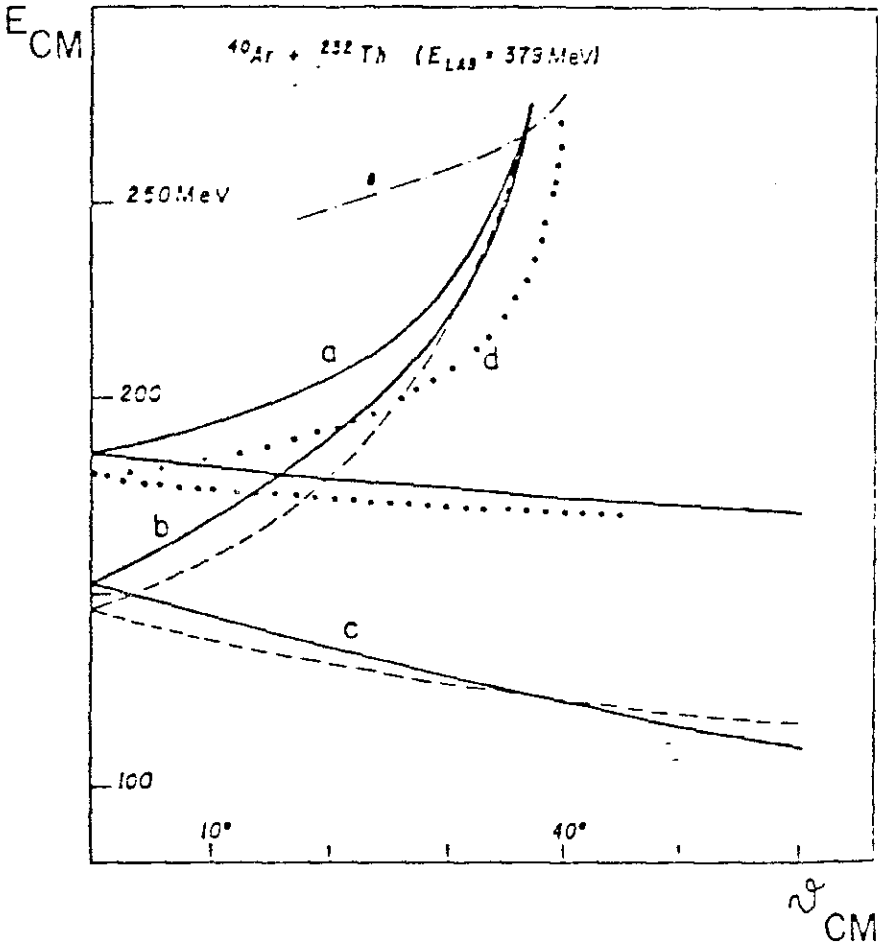


Fig.2.3-Diagramas de Wilczyński para diferentes intensidades da fricção radial—curva (a) fricção de proximidade (Ran7S) e curva (d) este trabalho com $\beta = 40$. A curva (c) considera efeitos de deformação, detalhes no texto.

de massa. A equação de movimento deste ponto é uma equação de um oscilador amortecido submetido a ação de uma força externa,

$$\mu' \ddot{y} + \gamma \mu' \dot{y} + \mu' \omega_0^2 y = f \quad (2.64)$$

onde

μ' é a inércia associada a oscilação quadrupolar do íon.

ω_0 é a frequência da ressonância gigante de quadrupolo.

γ é a dissipação interna responsável pela dissipação da energia do movimento e

f é a força produzida pelo outro íon que vamos considerar proveniente exclusivamente da força de fricção radial.

Durante a colisão o ponto de contato entre as superfícies move-se devido a fricção forçando a excitação da vibração. Este movimento é muito mais lento que a vibração natural dos íons. Isto nos leva a fazer a hipótese simplificadora de que os termos em \ddot{y} e \dot{y} na Eq.(2.64) são desprezíveis. Obtemos então,

$$y = \frac{f}{\mu' \omega_0^2}. \quad (2.65)$$

Resulta que a energia de vibração é dada por

$$E_{vib} = \frac{1}{2} \mu' \omega_0^2 y^2 = \frac{1}{2} \frac{f^2}{\mu' \omega_0^2}. \quad (2.66)$$

Vamos admitir também que f é dado aproximadamente por

$$|f| = \frac{|Q|}{\Delta}, \quad (2.67)$$

onde Q é a energia perdida do movimento relativo dos íons sem incluir vibrações e Δ é a distância média que os íons percorrem quando estão sob a ação da força de fricção radial. As Eq.(2.66) e Eq.(2.67) fornecem como energia transferida para os íons

$$E_{vib} = \frac{Q^2}{2\mu'\omega_0^2\Delta^2}. \quad (2.68)$$

Notemos que o parâmetro de inércia μ' é proporcional ao número de massa do íon

$$\mu' = \eta A \quad (2.69)$$

e que a energia da ressonância de quadrupolo isoescalar, (Ber76), é dada por

$$\hbar\omega_0 = \epsilon A^{-1/3}, \quad (\epsilon = 64.7 MeV). \quad (2.70)$$

Assim a energia total transferida para a vibração de ambos os íons é

$$E_{Tot} = \frac{Q^2}{Q_0} \quad (2.71)$$

onde

$$Q_0 = \delta \left[\frac{A_P^{1/3} A_A^{1/3}}{A_P^{1/3} + A_A^{1/3}} \right] \quad (2.72)$$

com

$$\delta = 2\eta \left(\frac{\epsilon \Delta}{\hbar} \right)^2. \quad (2.73)$$

Logo, a perda real de energia durante a reação incluindo a vibração é

$$|Q^*| = |Q| + \frac{Q^2}{Q_0}. \quad (2.74)$$

Se por hipótese consideramos que o valor de Δ é constante a Eq.(2.72) nos garante uma variação de Q_0 dependente apenas do parâmetro δ . O valor de δ pode ser estimado a partir dos dados de (Gro81). Encontramos $Q_0 = 200 MeV$ e $\delta = 91.03 MeV$.

Na Fig.2.3 a curva (c) é obtida substituindo os valores de $|Q|$ referentes a curva (a) pelos valores corrigidos $|Q^*|$ dados pela Eq.(2.74). A concordância entre a curva (c) obtida a partir da nossa estimativa de energia de vibração e a curva (b) obtida por Gross é muito boa.

O valor de η usado é $(3/10)m$, valor este associado à vibração isoescalar de quadrupolo do íon, sendo m a massa do nucleon. Por substituição deste resultado na

Eq.(2.73) obtemos

$$\Delta = 1.23fm \quad (2.75)$$

que é um valor razoável, sendo comparável ao alcance da força nuclear para estas reações

Agora nos ocuparemos de estabelecer as intensidades das forças de fricção que permitam reproduzir as curvas de transferência de momento angular em função da energia perdida. Temos a pretensão de que tanto os parâmetros que dão conta da perda de energia devido a deformação quanto a relação entre as fricções possam ser aplicáveis a outros sistemas. Em palavras mais simples a análise destas reações servirão para "calibrar" o nosso modelo com vistas a uma aplicação mais ampla.

Apliquemos, inicialmente, a correção dos valores de Q dados pela Eq.(2.74) na análise da transferência de momento angular das reações induzidas por ^{165}Ho em ^{176}Yb , ^{148}Sm e ^{Nat}Ag para energia do laboratório $E_{Lab} = 1400MeV$, (Pac83).

O primeiro resultado relevante ao reproduzir esta reação com as Eq.(2.59-2.62) é que o momento angular transferido revela-se insensível ao valor de B_{ϕ} . Isto pode ser entendido pelo fato de que estes sistemas estão próximos da situação simétrica que já foi apontada ser insensível à diferença entre os mecanismos de rolamento e rotação rígida. Em razão disto não nos é possível respaldar a conclusão contida em (Pac83) de que os dados experimentais favorecem claramente o mecanismo de rotação rígida. Os parâmetros δ e β foram fixados na análise da reação $^{40}Ar + ^{232}Th$ e a reação induzida pelo ^{165}Ho permite fixar o parâmetro B_{ϕ} que determina a intensidade da fricção tangencial.

A Fig.2.4 tem em seu eixo horizontal a energia perdida durante a reação, $|Q|$, em MeV, e no eixo vertical o momento angular transferido em unidades de \hbar e resume a discussão acima. Os círculos, quadrados e triângulos correspondem respectivamente aos dados experimentais para os alvos ^{176}Yb , ^{148}Sm e ^{Nat}Ag . As três curvas, excluindo a curva (a), foram obtidas empregando o valor $B_{\phi} = 0.05$ que melhor ajusta os dados experimentais, lembrando que foi mantido o valor de $\beta = 40$ fixado previamente pela reação $^{40}Ar + ^{232}Th$.

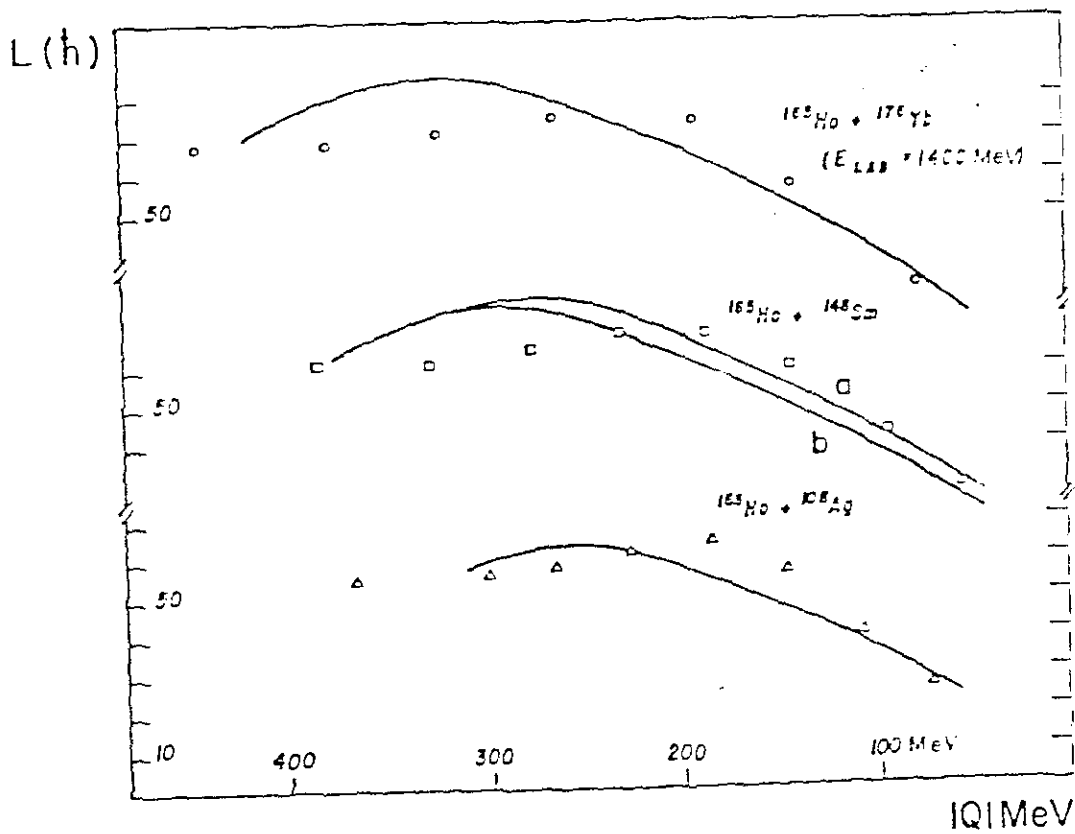


Fig.2.4-Momento angular total transferido. Resultados teóricos com a fricção radial 40 vezes maior que a fricção de (Rau75), $\beta = 40$ e $\beta_c = 0.05$. Os pontos são os resultados experimentais.

O valor de $|Q^*|$ foi obtido a partir da Eq.(2.74) com o valor de q^* fixado pela Eq.(2.72) com o mesmo valor $\delta = 91.03\text{MeV}$ obtido também no ajuste da reação $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$. A sensibilidade dos resultados com relação à variação do parâmetro B_θ está exibida na curva (a) ($B_\theta = 0.063$ quando comparada com a curva (b) ($B_\theta = 0.05$).

Concluindo a nossa análise da transferência de momento angular vemos a reação $^{86}\text{Kr} + ^{156}\text{Sm}$ para $E_{L_{av}} = 610\text{ MeV}$ medida por Christensen et al. (Chr82), na Fig.2.5. Nesta figura os eixos tem a mesma descrição daqueles da Fig.2.4 com os dados experimentais representados por pontos circulares e as curvas são resultados teóricos para diferentes valores de B_φ . Apesar do sistema em questão ser bastante assimétrico, nota-se que a influência de B_φ é quase desprezível nos resultados. Os outros parâmetros têm os mesmos valores daqueles empregados nas reações induzidas por ^{16}O , isto é, $\beta = 40$, $B_\theta = 0.05$ e $\delta = 91.03\text{MeV}$. A concordância dos cálculos com o resultado experimental é razoavelmente boa para valores de Q até aproximadamente 150 MeV. Não foi possível reproduzir os dados para valores de Q maiores, pois os cálculos preveem a fusão do sistema para $|Q| > 150\text{ MeV}$.

Neste ponto é conveniente enfatizarmos que o objetivo inicial desta seção foi atingido ao estabelecermos os parâmetros, β , δ , B_θ e B_φ , capazes de melhor descrever os resultados experimentais de momento angular para quatro diferentes reações assim como o diagrama de Wilczyński para o sistema $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$. Este fato também indica que é válida a fórmula de proximidade empregada que leva em conta, de maneira correta, as variações de tamanho dos diferentes sistemas. Confiantes nos valores encontrados para os parâmetros surpreende-nos que em particular B_θ e B_φ são muito pequenos o que vale dizer que a fricção radial é cerca de 20 vezes maior que a fricção de deslizamento ou de rolamento.

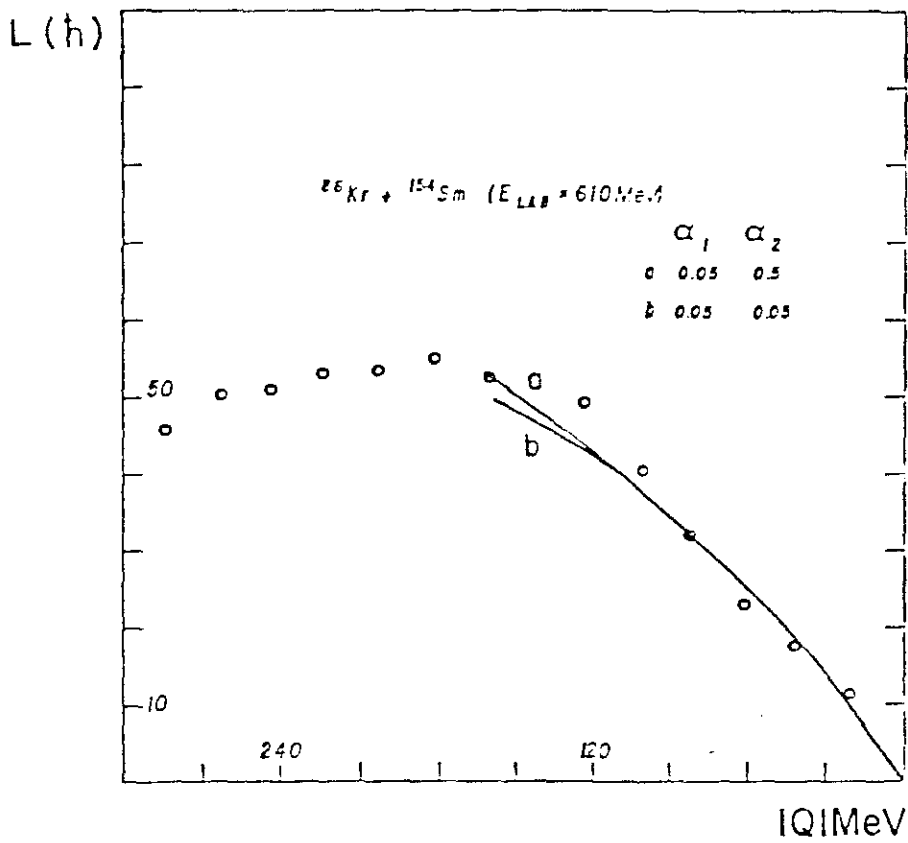


Fig. 2.5-Momento angular total transferido. Sensibilidade para a variação da força de deslizamento ($B_f = 0.5$ e 0.05).

2.8 - Estabelecimento dos parâmetros do modelo padrão.

O conjunto de parâmetros necessários para a fricção e o potencial foram obtidos a partir de um ajuste de mínimos quadrados com os seguintes resultados experimentais: o momento angular transferido em função da energia perdida para a reação $Ho + Sm$ e a linha de máximos do diagrama de Wilczynski do sistema $Ar + Th$. Para tal ajuste empregamos o código MINUIT. (Jam76), levando em conta na inicialização dos parâmetros, a relação entre as fricções e a intensidade do potencial obtido na seção anterior. A partir deste procedimento obtivemos, respectivamente, o seguinte potencial nuclear e tensor de fricção:

$$V_N = -(94.379\bar{C} - 68.263)\mathcal{F}_N \quad (2.76)$$

com

$$\mathcal{F}_N = \begin{cases} e^{-\zeta/0.90267}, & \zeta \geq 3.05; \\ 0.34383 - 0.16535\zeta + 0.020916\zeta^2, & 0.1 \leq \zeta < 3.05; \\ 0.34344 - 0.10141\zeta - 0.16927\zeta^2 + 1.6927\zeta^3, & \zeta < 0.1 \end{cases}$$

onde $\zeta = (r - C_P - C_A)/b$, $b = 1fm$ e C_P , C_A são os raios nucleares para densidade metade. O potencial é dado em unidades de MeV.

$$\Gamma_r = 76934.\bar{C} \begin{cases} e^{-\frac{\zeta-2.75}{0.3627}}, & \zeta \geq 2.75; \\ [1 - \frac{\zeta-2.75}{0.3627}], & \zeta < 2.75. \end{cases} \quad (2.77)$$

Esta função fixa a intensidade da fricção radial em unidades de $MeV \cdot 10^{-33} s \cdot fm^{-2}$. As razões entre as fricções de rolamento e deslizamento são dadas respectivamente por $B_\theta = 0.047407$ e $B_\varphi = 0.047407$. As outras componentes do tensor de fricção são consideradas nulas.

Para as definições de C_P e C_A adotamos aquelas dadas em (Blo77).

CAPÍTULO III

Método de Simulação das RPI por Equações de Langevin

No capítulo anterior, escolhemos os graus de liberdade coletivos relevantes para as RPI os quais foram tratados no contexto da dinâmica clássica fornecendo um bom acordo com os valores médios dos resultados experimentais. É evidente que este tipo de abordagem determinística não reproduz as larguras em torno dos valores experimentais observados para algumas das grandezas medidas. Este aspecto dos resultados experimentais é devido a impossibilidade de tratarmos explicitamente o fantástico número de graus de liberdade envolvidos nas RPI. Teoricamente podemos estudar o efeito daqueles graus de liberdade não considerados explicitamente introduzindo nas equações clássicas de movimento uma força dissipativa de Langevin. Efetivamente este é o procedimento que adotaremos.

Assim, iniciamos este capítulo introduzindo os fundamentos estatísticos e as idéias físicas que servem de base para a aplicação de métodos de simulação por equações de transporte para a dinâmica das RPI.

3.1 – Forças de Langevin e equação de Fokker-Planck.

A essência do tratamento das trajetórias clássicas, adotadas anteriormente, é considerar que a dinâmica dos graus de liberdade coletivos não é alterada drasticamente em razão do seu acoplamento com os graus de liberdade internos. Ou seja, o sistema não tem chance de equilibrar-se completamente durante o processo de colisão. Se isto ocorresse, as forças de fricção que regulam o fluxo de energia para os graus de liberdade internos atuariam por um tempo muito longo acarretando uma distribuição

homogênea da energia disponível entre todos os graus de liberdade.

Nos modelos clássicos de reações com íons pesados a escolha dos graus de liberdade coletivos a serem tratados dinamicamente é de certa forma arbitrária. Neste trabalho, nossa proposta é tratar os inúmeros graus de liberdade microscópicos, não explicitamente introduzidos, como flutuações estatísticas do movimento coletivo. Isto torna o tratamento da evolução do sistema nuclear formalmente equivalente ao tratamento do movimento de uma partícula que descreve um movimento browniano. Ou seja, nas equações clássicas de movimento para as variáveis coletivas introduzimos uma força de Langevin ($\ell_i(t)$) para cada coordenada generalizada para dar conta das flutuações. Assim, numa formulação hamiltoniana temos

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \quad (3.1)$$

e

$$\dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i} - \Gamma_{ij} \frac{\partial H}{\partial p_j} + \ell_i(t), \quad (3.2)$$

onde Γ_{ij} é o tensor de fricção e $\ell_i(t)$ é a força de Langevin. Além disso impomos que $\ell_i(t)$ é uma distribuição normal com

$$\langle \ell_i(t) \rangle = 0 \quad (3.3)$$

e

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \langle \ell_i(t) \ell_j(t') \rangle \\ &= 2K_{ij} \delta(t - t'). \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde $i, j = r, \alpha_P, \alpha_A, \varphi_P, \varphi_A$ e K_{ij} é o coeficiente de difusão.

Observamos que as equações de movimento, Eq.(3.1) e Eq.(3.2), com a força aleatória satisfazendo as condições estabelecidas pelas Eq.(3.3) e Eq.(3.4) descrevem um sistema físico cuja função distribuição, $f(q,p;t)$, para as variáveis coletivas do sistema obedecem a seguinte equação de Fokker-Planck, ver (Bal75) e (Nix82):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + [f, H] = \frac{\partial}{\partial p_i} \left[\Gamma_{ij} \frac{\partial H}{\partial p_j} f + K_{ij} \frac{\partial f}{\partial p_j} \right]. \quad (3.5)$$

Na condição de equilíbrio a Eq.(3.5) tem como solução a distribuição de Boltzmann,

$$f(H) = \text{cte} \cdot e^{-H/T}, \quad (3.6)$$

que estabelece entre a dissipação e a difusão das variáveis coletivas do sistema, a conhecida relação de Einstein,

$$K_{ij} = T\Gamma_{ij}. \quad (3.7)$$

A temperatura T é calculada ao longo de cada trajetória pressupondo um modelo particular para a excitação térmica do sistema.

Na integração numérica das equações de movimento, Eq.(3.1) e Eq.(3.2), adotamos um passo finito, $\Delta t = 0.5 \times 10^{-23}$ s., para a variável de integração t . A força de Langevin é gerada a cada passo de integração com o impulso aleatório obtido a partir de uma distribuição normal com valor médio nulo e matriz de covariância, σ_{ij} , dada por

$$\sigma_{ij} = 2T\Delta t\Gamma_{ij}. \quad (3.8)$$

Para permitir a solução numérica das equações de movimento é conveniente contruirmos as forças de Langevin, $\ell_i(t)$, a partir de distribuições gaussianas independentes, z_i , de valor médio nulo e variância unitária.

Assim, introduzimos a matriz c que vai estabelecer a relação entre as forças generalizadas de Langevin, $\ell_i(t)$, e as distribuições gaussianas independentes, z_i através da expressão

$$\begin{aligned} \ell_i(t) &= \sqrt{2T\Delta t}(cz)_i \\ &= \sqrt{2T\Delta t}c_{ij}z_j. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Então, a partir da Eq.(3.4), podemos relacionar a matriz c à matriz de covariância σ_c , isto é,

$$\begin{aligned}
 \sigma_{ij} &= \langle \ell_i(t)\ell_j(t) \rangle \\
 &= 2T\Delta t \langle cz(cz)^T \rangle \\
 &= 2T\Delta t \langle czz^T c^T \rangle \\
 &= 2T\Delta t c \langle zz^T \rangle c^T \\
 &= 2T\Delta t c c^T.
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Logo, comparando a Eq.(3.8) com a Eq.(3.10) chegamos à seguinte igualdade:

$$c c^T = \Gamma_{ij}. \tag{3.11}$$

Os elementos da matriz c podem ser obtidos a partir do esquema proposto em (Jam80) da seguinte forma:

$$c_{i1} = \frac{\Gamma_{i1}}{\sqrt{\Gamma_{11}}} \quad \text{se } 1 \leq i \leq m, \tag{3.12}$$

$$c_{ii} = \left| \Gamma_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} c_{ik}^2 \right|^{\frac{1}{2}} \quad \text{se } 1 < i \leq m \tag{3.13}$$

e

$$c_{ij} = \frac{\Gamma_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} c_{ik}\Gamma_{jk}}{c_{jj}} \quad \text{se } 1 < j < i \leq m. \tag{3.14}$$

3.2 – Aplicações preliminares do método de simulação.

Escolhemos o modelo esquemático de osciladores amortecidos, descrito na seção 2.7, para aplicação preliminar do método por questão de simplicidade. Relembramos que este modelo inclui a rotação dos fragmentos e corrige a energia dissipada

durante o processo admitindo que os íons se comportem como osciladores amortecidos independentes.

A temperatura do sistema é fixada pela relação

$$E_{dissipada} = \frac{A}{a} T^2 \quad (3.15)$$

onde $E_{dissipada}$ é a energia de excitação do sistema composto tratado como um gás de Fermi livre (Boh69). A é o número de massa total e a é o parâmetro de densidade de níveis para o qual adotamos o valor de δMcV .

Na seção 2.7 a energia dissipada ao longo da trajetória foi obtida empregando a Eq.(2.74) que reescrevemos aqui

$$E_{dissipada} = Q^*(t) = -Q(t) + \frac{Q^2(t)}{Q_0}, \quad (3.16)$$

onde $Q(t)$ é a energia perdida ao longo da órbita e o termo $\frac{Q^2(t)}{Q_0}$ é a correção devida ao mecanismo de vibração.

A partir da função dissipação (2.56) obtemos o tensor de fricção

$$\Gamma_{ij} = \beta \Gamma_r \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_\vartheta r^2 & -B_\vartheta r \xi_P & -B_\vartheta r \xi_A \\ 0 & -B_\vartheta r \xi_P & B_\vartheta \xi_P^2 + B_\varphi \bar{C}^2 & B_\vartheta \xi_P \xi_A - B_\varphi \bar{C}^2 \\ 0 & -B_\vartheta r \xi_A & B_\vartheta \xi_P \xi_A - B_\varphi \bar{C}^2 & B_\vartheta \xi_A^2 + B_\varphi \bar{C}^2 \end{pmatrix}. \quad (3.17)$$

Logo, a matriz c que introduz adequadamente os termos de Langevin na equação de movimento fica

$$c = \sqrt{\beta \Gamma_r} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r\sqrt{B_\vartheta} & 0 & 0 \\ 0 & -\xi_P \sqrt{B_\vartheta} & \bar{C} \sqrt{B_\varphi} & 0 \\ 0 & -\xi_A \sqrt{B_\vartheta} & -\bar{C} \sqrt{B_\varphi} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Neste ponto vale ressaltar que, como vimos anteriormente, as equações de movimento de determinísticas têm como consequência a conservação do momento angular total do sistema. Para a particular função de Rayleigh (2.56) isto continua sendo válido na presença de forças de Langevin, bastando observar que a soma termo a termo das três últimas linhas da matriz c é nula. Isto é, podemos ainda levar em conta que

$$L = L_0 - (J_P + J_A) \quad (3.19)$$

onde L_0 é o momento angular orbital total do sistema.

Como consequência desta relação, o cálculo numérico é simplificado pois dispensa-nos de resolver uma das equações de movimento e grosseiramente podemos dizer que o tempo de cálculo exigido fica reduzido de um quarto.

Simulamos cerca de 50 órbitas para cada valor de L_0 partindo de $L_0 = 40\hbar$ até o valor correspondente ao ângulo razante da reação em intervalos de $1\hbar$. Em consequência simulamos cerca de dez mil órbitas para o sistema $^{86}Kr + ^{154}Sm$, vinte mil órbitas para o sistema $^{165}Ho + ^{148}Sm$ e finalmente vinte e três mil órbitas para o sistema $^{165}Ho + ^{176}Yb$. Para cada órbita armazenamos os valores assintóticos de L , J_P , J_A , Q^* e ϑ .

A análise estatística dos dados foi possível com a ajuda de um programa de computador (Bar84a), que fornece um peso estatístico W para cada órbita, dado por

$$W(b) = \frac{2\pi b \Delta b}{n(L_0)} \quad (3.20)$$

onde $n(L_0)$ é o número total de órbitas para um dado L_0 , b é o parâmetro de impacto correspondente e Δb é a variação em b equivalente à variação em $\Delta L_0 = 1\hbar$.

- Resultados para o sistema $^{86}Kr + ^{154}Sm(E_{Lab} = 610 MeV)$

Mostramos na Fig.3.1 a seção de choque diferencial da reação profundamente inelástica e de fusão como função do momento angular inicial (L_0) do sistema

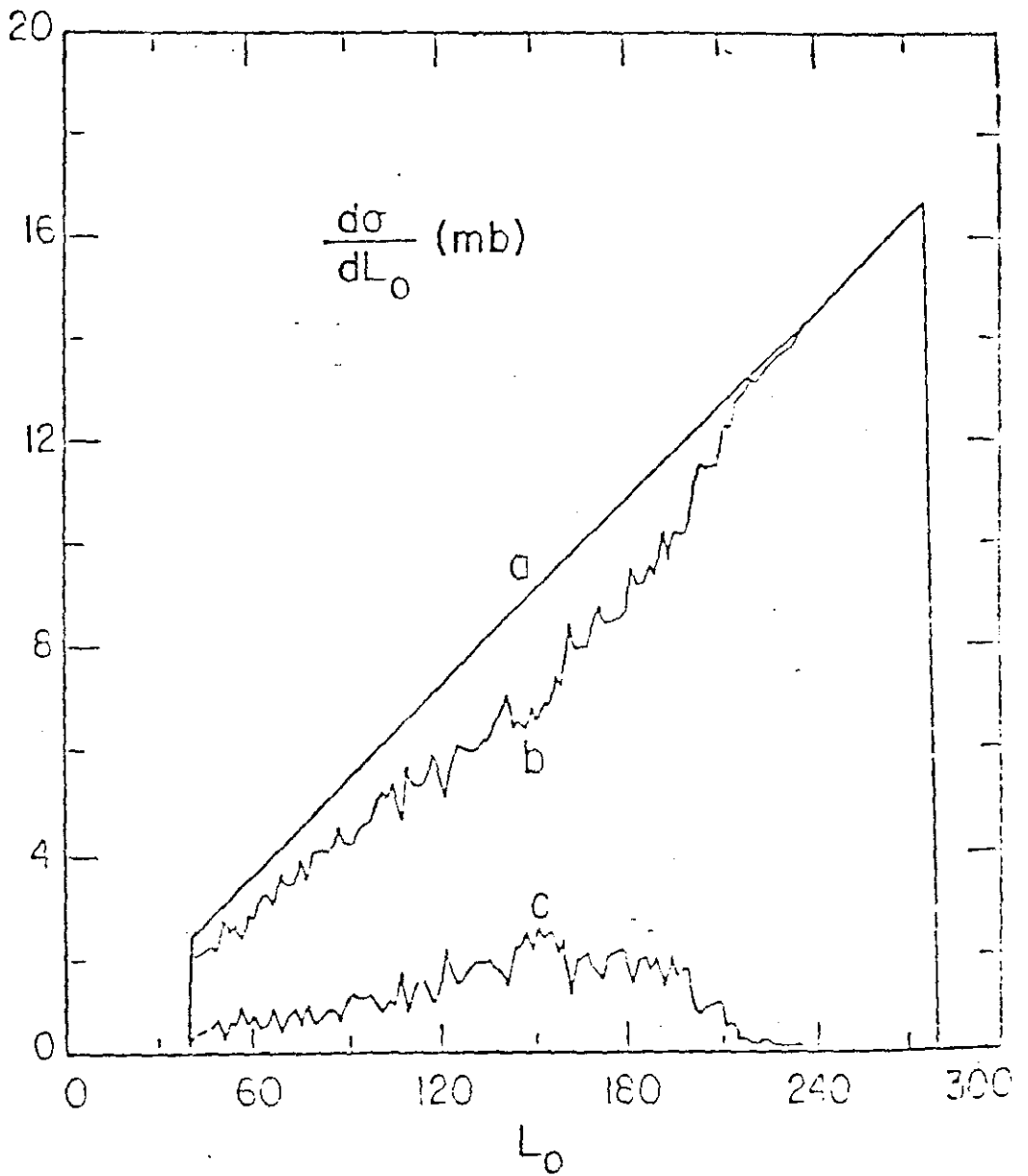


Fig.3.1-Seção de choque diferencial em função do momento angular inicial L_0 para a reação $^{86}Kr + ^{154}Sm + 610 MeV$ -(a) total, (b) RPI e (c) fusão. Para a seção de choque de fusão foi empregado o limite $\tau_{FUS} = 3.5 \times 10^{-21} s$ e a hipótese de "rolling" ($B_s = 0$).

$^{86}Kr + ^{154}Sm$ para $E_{Lab} = 610 MeV$. A seção de choque de fusão é pequena para todo o intervalo de L_0 , tornando-se praticamente zero acima de $220\hbar$ e até $276\hbar$ (valor de L_0 razante). Notamos também que para o valor de L_0 igual ao valor de L_{CR} do cálculo determinístico, neste caso $197\hbar$, não ocorre uma transição brusca da seção de choque de fusão tal como era de se esperar. Logo, não podemos tomar o valor de L_{CR} para determinar a seção de choque de fusão. Isto nos levou a adotar um tempo limite τ_{FUS} em que o fenômeno da reação profundamente inelástica ocorre baseado no seguinte argumento. Para a reação considerada, a temperatura máxima atingida pelo sistema composto é de aproximadamente 3 MeV. A estimativa das larguras de partícula única para esta energia de excitação é próxima de 210 KeV, correspondendo a um tempo de decaimento da ordem de $3 \times 10^{-21}s$. Este tempo foi tomado como um valor máximo típico para as reações profundamente inelásticas. No caso considerado na Fig.3.1, foi adotado o valor de $\tau_{FUS} = 3.5 \times 10^{-21}s$.

A seção de choque total de fusão predita para o sistema determinístico correspondente é 1180mb. Caso tivéssemos tomado $\tau_{FUS} = 2.5 \times 10^{-21}s$ teríamos obtido $\sigma_{FUS} = 541mb$. Para $\tau_{FUS} = 3.5 \times 10^{-21}s$ obtivemos $\sigma_{FUS} = 244mb$. Verificamos então que σ_{FUS} é bastante sensível ao valor de τ_{FUS} . Uma das razões desta grande sensibilidade está ligada ao emprego de uma energia potencial de proximidade que oferece uma pequena energia de ligação para o sistema. Portanto o sistema facilmente dissocia-se pela agitação térmica. Assim sendo, quanto maior o valor de τ_{FUS} menor será σ_{FUS} .

Na Fig.3.2 o momento angular total médio transferido para os ions, $\langle J \rangle$, aparece como função da energia perdida Q^* . Os círculos foram obtidos dos resultados experimentais admitindo que as partículas evaporadas carregam cerca de $14\hbar$ de momento angular. As curvas (b) e (c) mostram os nossos resultados para dois valores diferentes de τ_{FUS} sob a hipótese de ocorrer o mecanismo de rolamento, ($B_\theta = 0$). Notamos que o valor de $\langle J \rangle$ é bastante insensível ao valor de τ_{FUS} . A curva (a) corresponde a hipótese de ocorrer o mecanismo de rotação rígida, ($B_\varphi = 0.05$ e $\tau_{FUS} = 3.5 \times 10^{-21}s$). Verificamos então que os resultados obtidos pelo método de simulação estocástica são

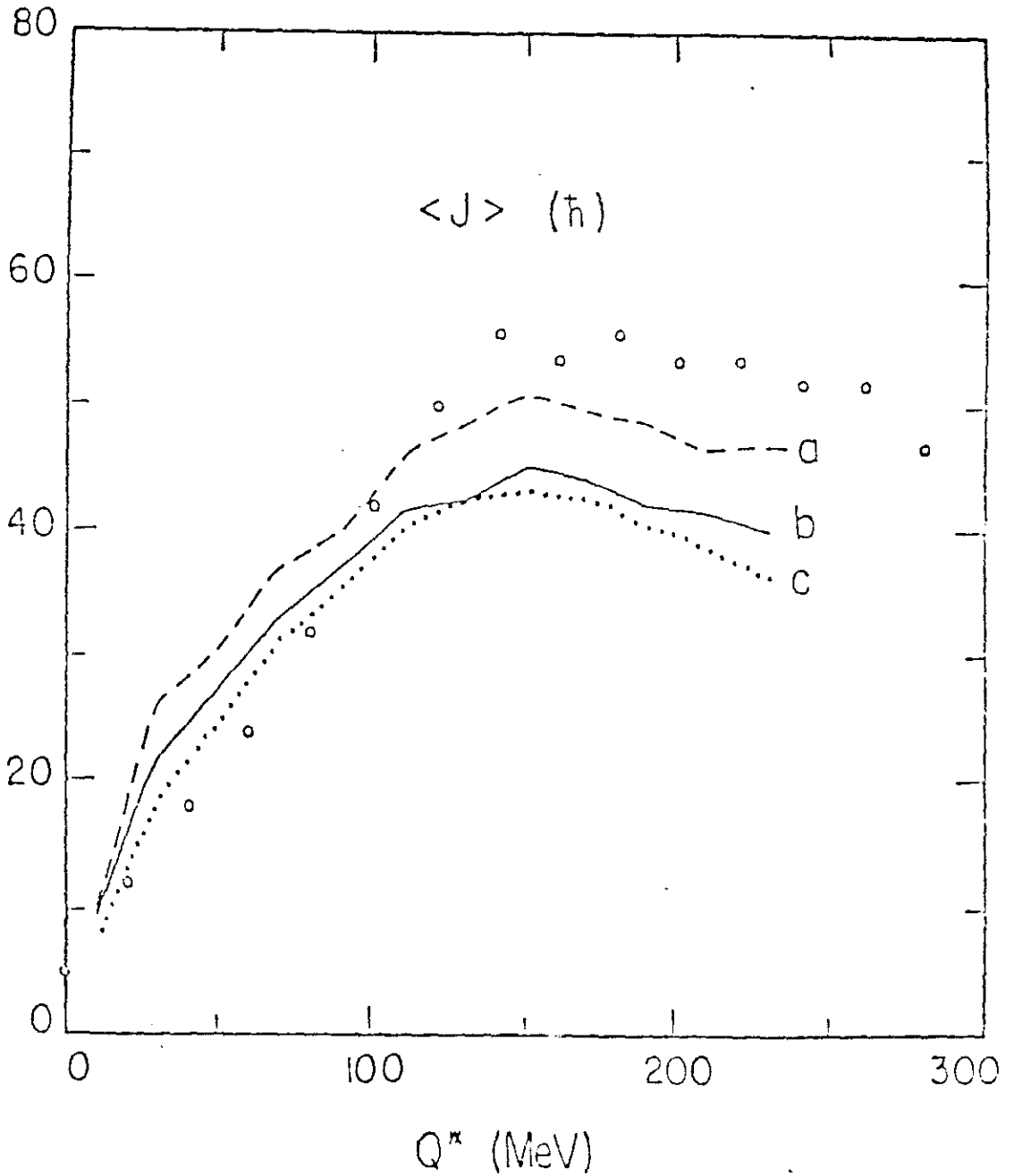


Fig.3.2-Momento angular total médio transferido. Os círculos são os resultados experimentais (Chr82). As curvas são as predições do modelo: curva (a) hipótese de rotação rígida. (b) hipótese de rolamento com $\tau_{FUS} = 3.5 \times 10^{-21}$ s e (c) hipótese de rolamento com $\tau_{FUS} = 2.5 \times 10^{-21}$ s.

sensíveis ao parâmetro de rotação rígida, e esta hipótese parece estar em melhor concordância com os resultados experimentais. Este efeito não foi encontrado quando do cálculo determinístico na seção (2.7). Outro fator importante é que os valores de $\langle J \rangle$ obtidos através das simulações aparecem para valores de $Q^* = 250 \text{ MeV}$ enquanto que no caso determinístico, devido à fusão abaixo de $L_{cr} = 197\hbar$, não poderíamos obter predições para valores de $\langle J \rangle$ acima de 150 MeV .

Apresentamos na Fig.3.3 o desvio padrão do momento angular total transferido (σ_J) como função de Q^* . Os círculos representam os dados experimentais, (Chr82). As curvas (b) e (c) mostram os nossos resultados sob a hipótese de ocorrer o mecanismo de rolamento, ($B_\phi = 0$). Contrariamente ao que acontece com os resultados para $\langle J \rangle$, o desvio padrão σ_J é mais sensível ao valor de τ_{FUS} . A curva (a) corresponde a hipótese de rotação rígida, ($B_\phi = 0.05$) e $\tau_{FUS} = 3.5 \times 10^{-21} \text{ s}$. Vale a pena mencionar que a hipótese de rotação rígida contribui no sentido de aumentar os valores de $\langle J \rangle$ e σ_J .

- Resultados para os sistemas $^{165}\text{Ho} + ^{148}\text{Sm}$ e

$^{165}\text{Ho} + ^{176}\text{Yb} (E_{Lab} = 1400 \text{ MeV})$

As Fig.3.4 e Fig.3.5 mostram para cada uma destas reações os valores de $\langle J \rangle$ e σ_j como função de Q^* . Os círculos representam os dados experimentais para $\langle J \rangle$, (Pac83). Os resultados da simulação, curvas contínuas, reproduzem essencialmente os resultados determinísticos obtidos previamente na seção (2.7) e em (Bar84b).

Nas Fig.3.6, Fig.3.7 e Fig.3.8 nos atemos à reação $^{165}\text{Ho} + ^{148}\text{Sm}$ para discutir o uso de Q^* como um indicador experimental do valor de L_0 .

A Fig.3.6 mostra o valor médio de L_0 ($\langle L_0 \rangle$) para os casos simulado (curva contínua) e determinístico (curva pontilhada). Os valores médios foram tomados em intervalos de 30 MeV de Q^* de forma similar a utilizada na análise dos dados experimentais. É fácil concluirmos que estes valores diferem muito entre si.

A Fig.3.7 mostra o desvio padrão do momento angular inicial (σ_{L_0}) como função de Q^* também para os casos simulado (curva contínua) e determinístico (curva

pontilhada). No caso determinístico as flutuações permanecem em torno de $5\hbar$ enquanto no caso simulado elas têm valores da ordem de $40\hbar$, isto é, cerca de oito vezes maior que o caso determinístico. Esta comparação sugere que a correlação entre Q^* e L_0 preditas pelo caso determinístico não deve ser seriamente considerada. Esta conclusão é reforçada pelo resultado do coeficiente de correlação ($\rho(L_0, Q^*)$) que aparece na Fig.3.8.

Na Fig.3.8 o coeficiente de correlação $\rho(L_0, Q^*)$ para o caso simulado é pequeno (~ -0.2) na maior parte do intervalo de Q^* , enquanto que para o caso determinístico este coeficiente é constante e igual a -1 .

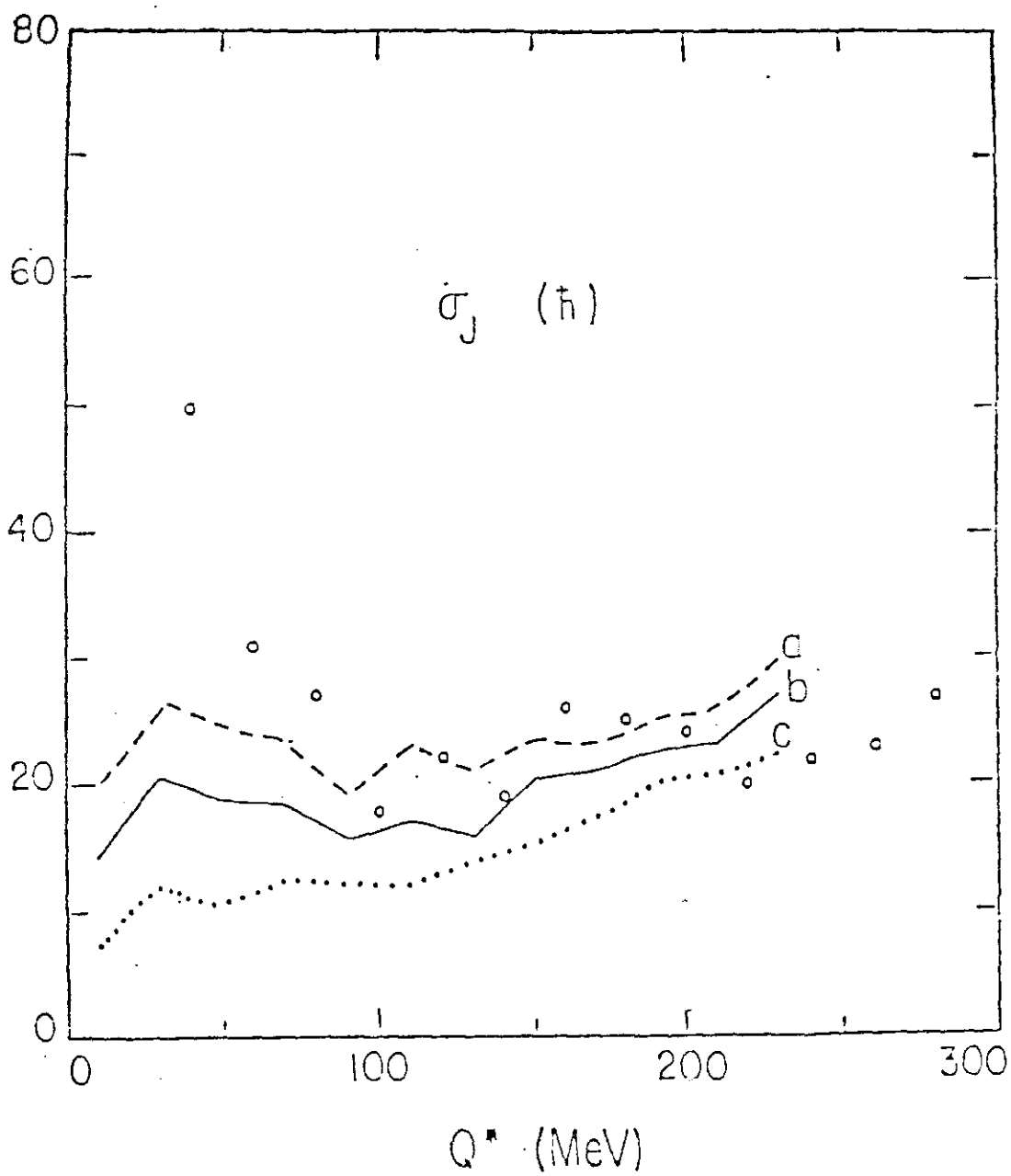


Fig.3.3-Resultados para o desvio padrão. As situações correspondem àquelas descritas na Fig.3.2.

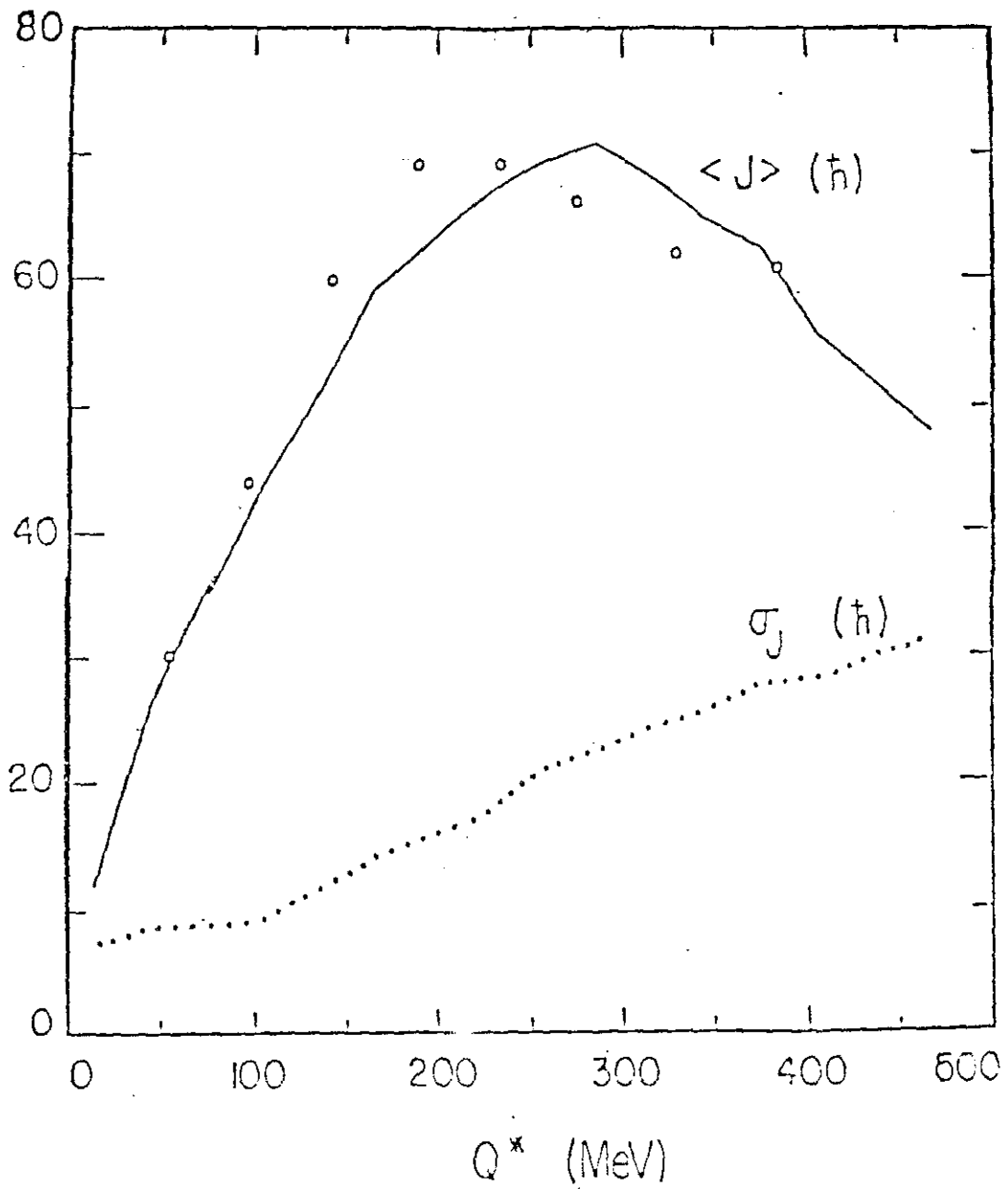


Fig.3.4-Valor médio $\langle J \rangle$ e desvio padrão σ_J do momento angular total transferido como função de Q^* para a reação $^{165}\text{Ho} + ^{148}\text{Sm} + 1400\text{MeV}$. Os círculos são o resultado experimental (PacS3). As curvas são os resultados da simulação.

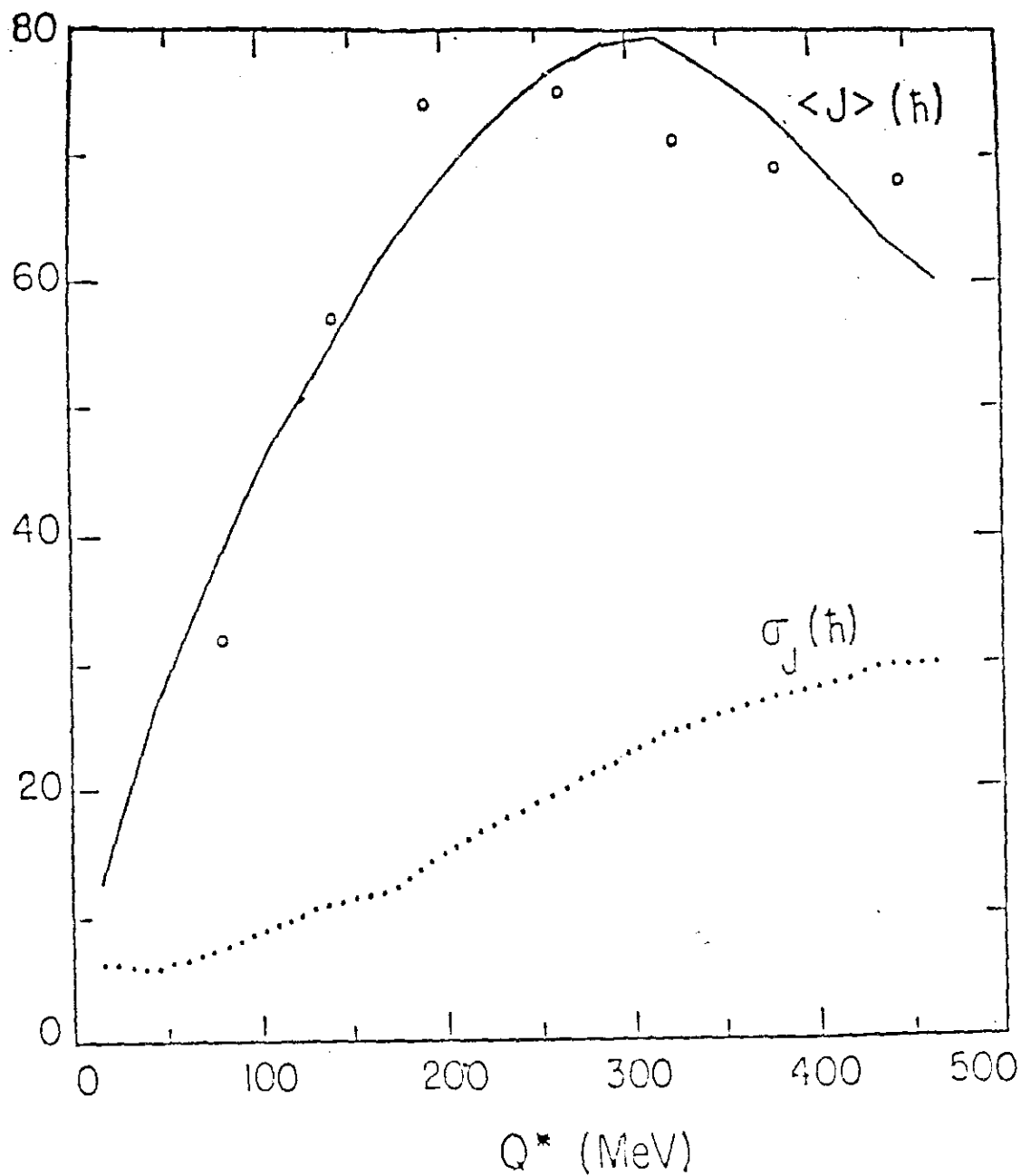


Fig.3.5-Resultados idênticos aos da Fig.3.4 para a reação $^{163}\text{Ho} + ^{176}\text{Yb} + 1400\text{ MeV}$.

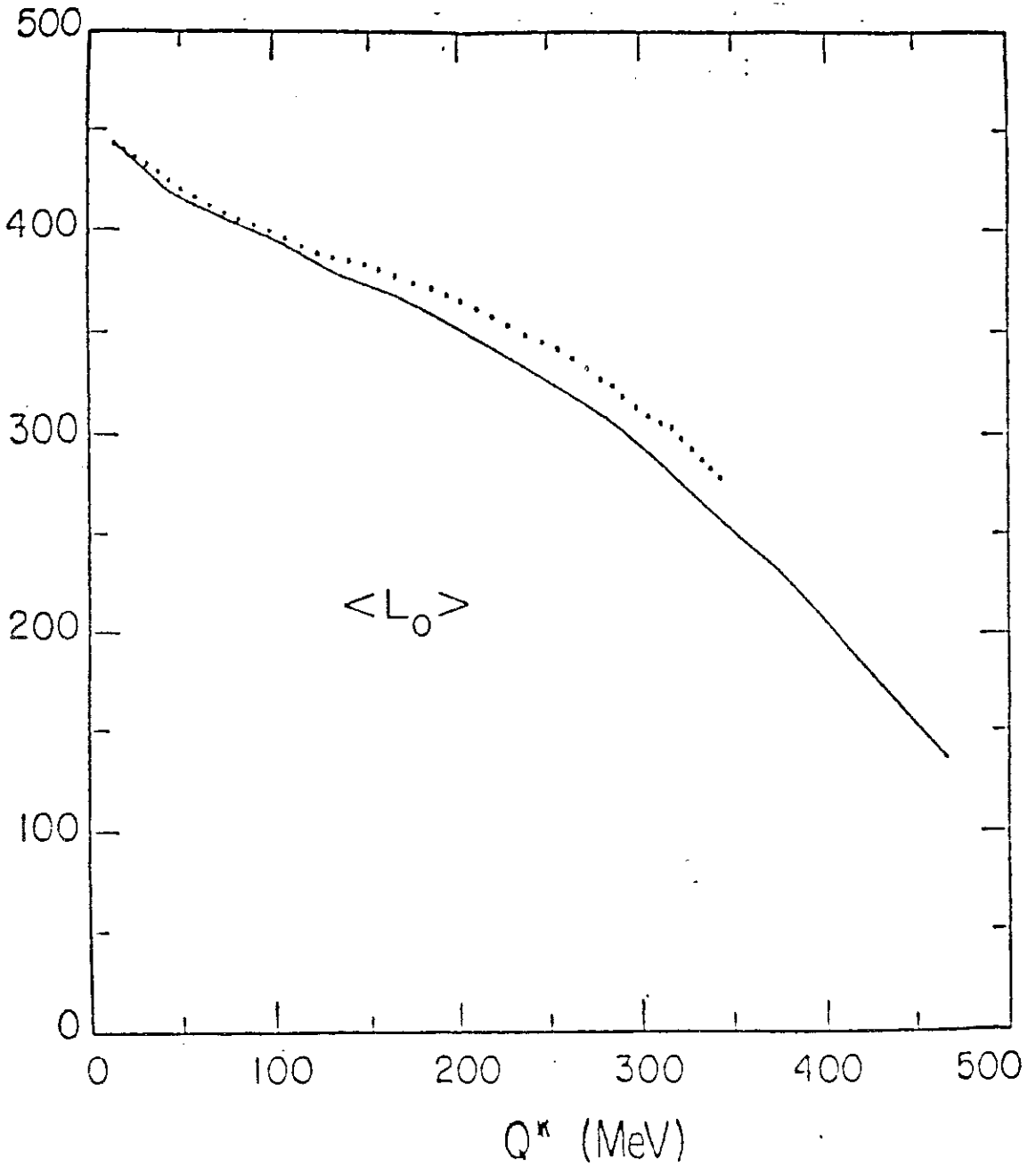


Fig.3.6-Média do momento angular inicial em função de Q^* para a reação $^{165}\text{Ho} + ^{148}\text{Sm}$. Simulação de Langevin curva contínua e caso determinístico curva pontilhada.

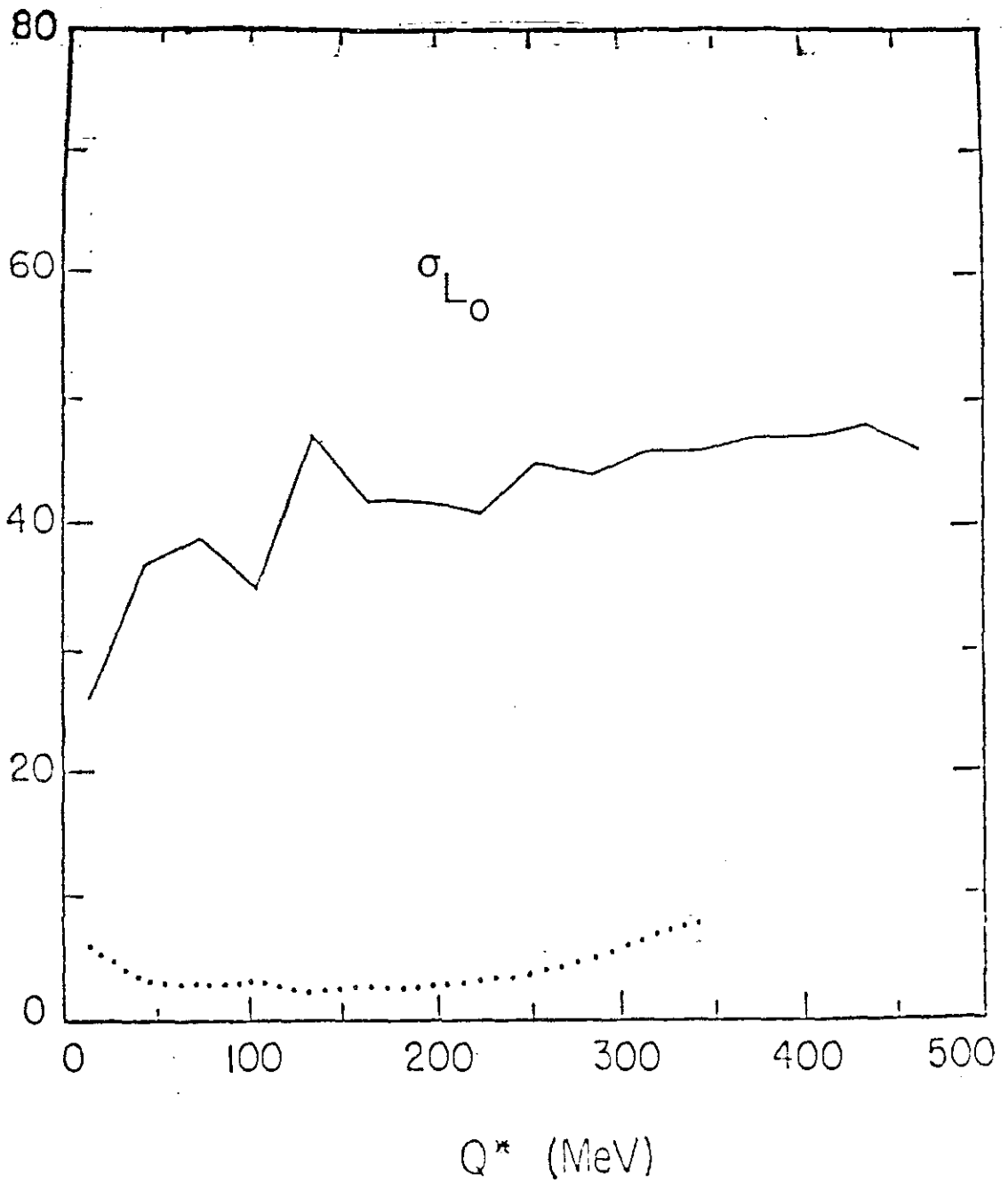


Fig.3.7-Resultados para o desvio padrão do momento transferido com comparações idênticas aos da Fig.3.6.

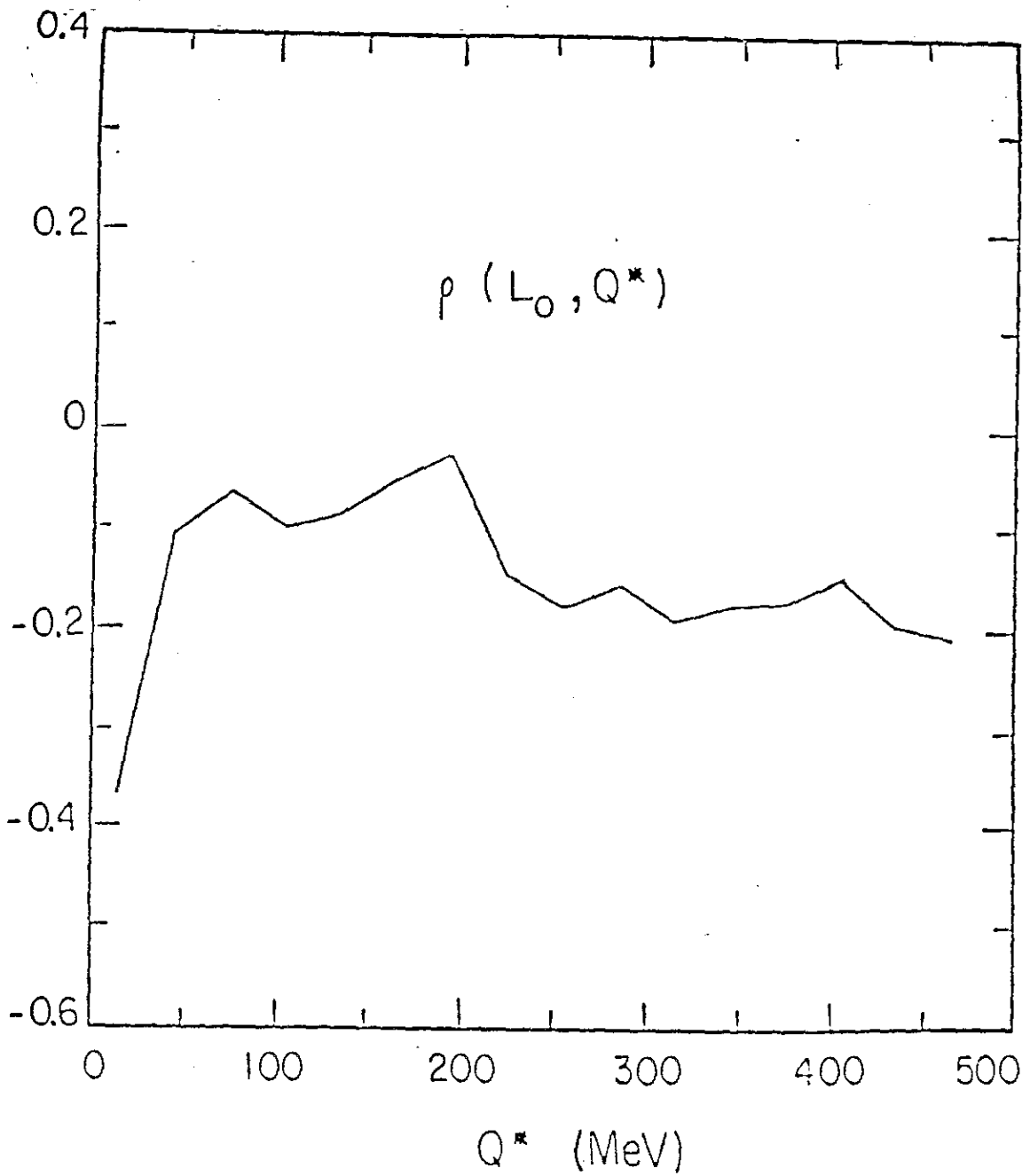


Fig.3.8-Coefficiente de correlação do par(L_0, Q^*) em função de Q^* para a reação $^{165}\text{Ho} + ^{148}\text{Sm}$.

3.3 – Simulação com o modelo padrão.

Com o nosso modelo de trajetórias clássicas estabelecido no capítulo anterior somos capazes de reproduzir bem as linhas de máximos do diagrama de Wilczyński para um grande número de sistemas com íons pesados como ilustramos no Apêndice A. Este fato é bastante encorajador para que prossigamos na tentativa de reproduzir os aspectos estatísticos das RPI incorporando neste modelo determinístico as forças de Langevin. De fato foi o que fizemos ao simularmos a reação $Ar + Th$ $E = 379 MeV$. A temperatura foi fixada pela Eq.(3.15) onde a energia dissipada foi igualada a energia de excitação do sistema, sendo este tratado como um gás de Fermi, (Boh69). A Fig.3.9 mostra o resultado do nosso cálculo enquanto a Fig.3.10 mostra o resultado experimental.

Comparando as Fig.3.9 e Fig.3.10 verificamos que os nossos cálculos apenas reproduzem qualitativamente os resultados experimentais.

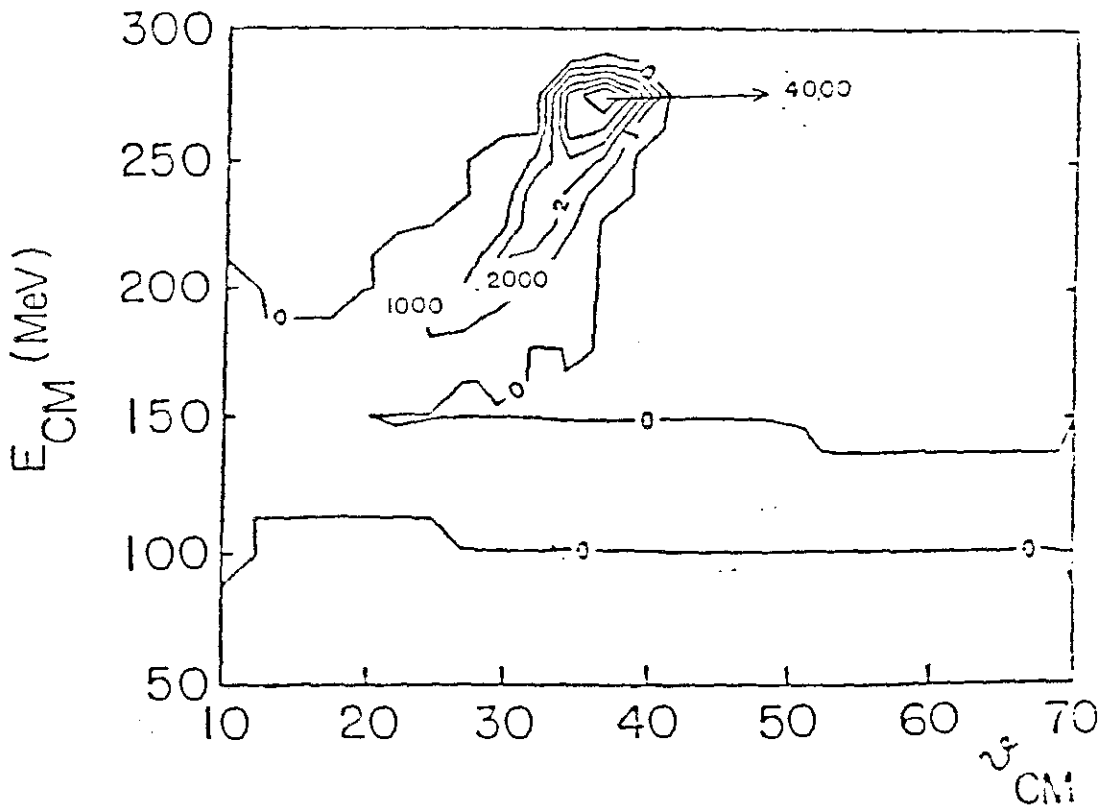


Fig.3.9-Diagrama de Wilczyński obtido pela simulação por equações de Langevin com o nosso modelo padrão para a reação Ar + Th $E = 379.MeV$. As cotas nas curvas de níveis são os valores de seção de choque em $\mu b/MeV.rad$.

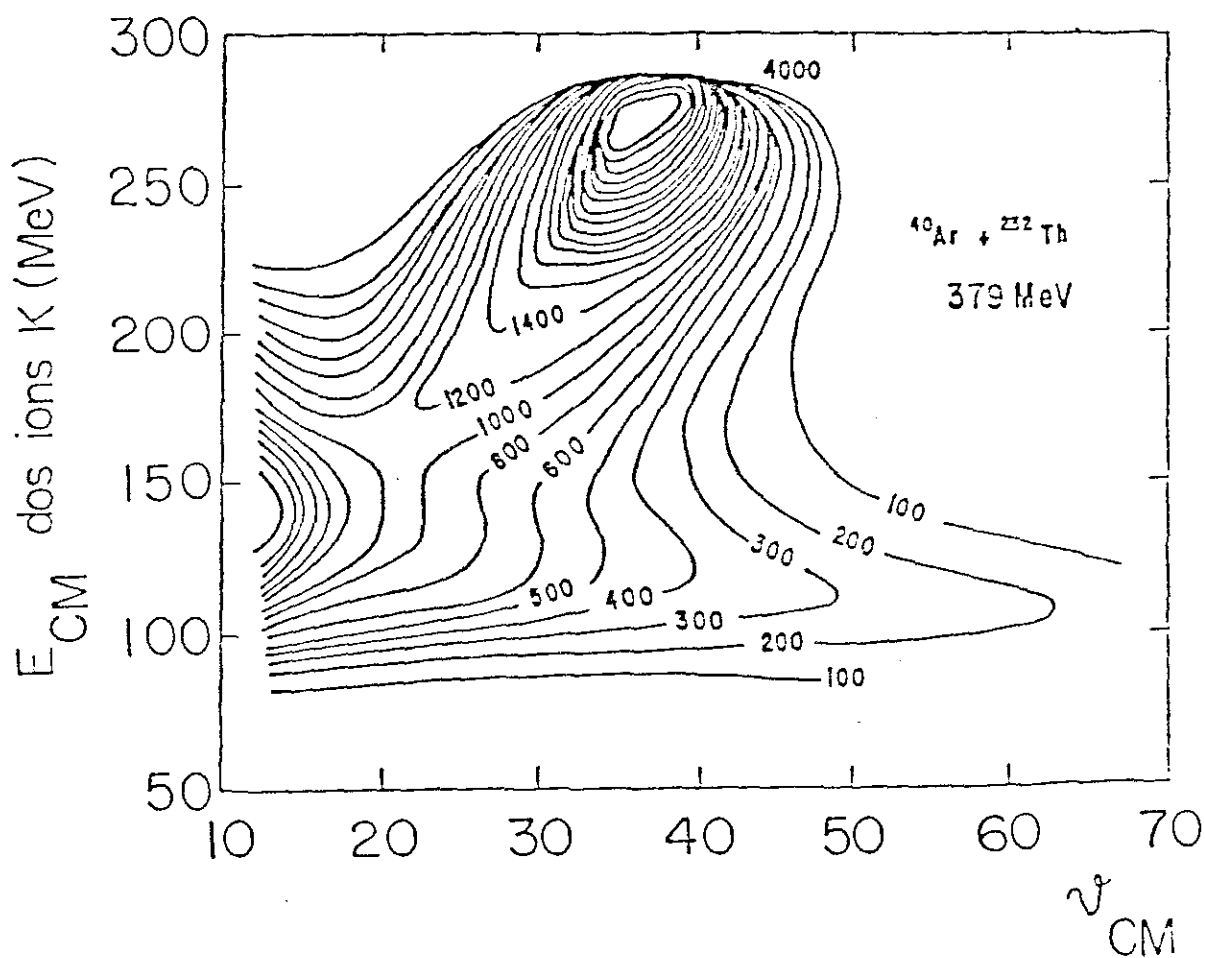


Fig.3.10-Curvas de níveis da seção de choque diferencial experimental $(d^2\sigma/dE d\theta_{CM})$ (em $\mu\text{b}/\text{MeV}\cdot\text{rad}$) da reação $^{232}\text{Th}(^{40}\text{Ar}, K)$ a 379 MeV, como função do ângulo de espalhamento θ_{CM} e da energia dos ions K detetados.

CAPÍTULO IV

Linearização da Equação de Fokker-Planck

Versus

Simulação de Langevin

O emprego de forças de Langevin nas equações clássicas de movimento, como visto no capítulo III, demonstrou ser capaz de dar uma boa interpretação para as flutuações exibidas pelas RPI. Dentro deste tipo de abordagem aparecem flutuações nos graus de liberdade coletivos como consequência direta da omissão dos muitos graus de liberdade que não podem ser explicitamente considerados.

Neste capítulo compararemos o método de simulação de equações de Langevin introduzido na análise das RPI por, (Bar84a) e (Bar85) com o procedimento equivalente de resolver uma equação de Fokker-Planck. Vale lembrar que este último procedimento foi originalmente introduzido na física de íons pesados por Nörenberg, (Nör74).

O grande mérito do método de simulação por equações de Langevin é superar a difícil tarefa de resolver numericamente a equação de Fokker-Planck que fica com a sua aplicação praticamente limitada a espaços de fase de dimensão quatro. Esta restrição tem origem na dificuldade de trabalharmos computacionalmente com equações diferenciais que dependam de mais de quatro variáveis independentes. A razão desta dificuldade é que necessitamos de uma malha com um grande número de pontos para garantir a precisão numérica e evitar soluções não físicas. Esta restrição é grave pois, como tivemos oportunidade de observar no decorrer dos capítulos anteriores, em colisões com íons pesados são exigidos espaços de fase de dimensões maiores que quatro, sendo oportuno lembrar que neste trabalho fizemos opção por um espaço de fase de dimensão doze, para incluir rotações e deformações do sistema.

O procedimento corrente, encontrado na literatura, (Ngô77), (Ber78) e (Rie80), quando muitos graus de liberdade estão envolvidos é admitir que os coeficientes da equação de Fokker-Planck são lineares nas coordenadas do espaço de fase. Isto conduz a uma distribuição gaussiana e equações de movimento para os valores médios e respectivas variâncias, isto é, o primeiro e segundo momento das variáveis que representam os graus de liberdade coletivos.

Entretanto, este procedimento é invalidado em certas regiões do espaço de fase devido a existência de trajetórias críticas, (Bro82). Como o procedimento de simulação é insensível a tais regiões críticas, a sua precisão depende tão somente do tempo de computação disponível. Indubitavelmente esta é uma das razões que torna atrativo o método de simulação.

Então, neste capítulo, vamos comparar os diferentes momentos da distribuição no espaço de fase preditos pelos dois procedimentos para o caso simples do espaço de fase de dimensão quatro do modelo de Gross-Kalinowski. (Gro78).

Consideremos que a reação profundamente inelástica que estamos estudando tenha os seus graus de liberdade coletivos governados por uma função hamiltoniana $H(p,q)$. A equação de Fokker-Planck que descreve a distribuição no espaço de fase é dada por:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial p_i} \left[(F_i - \frac{\partial H}{\partial q_i}) f \right] + \frac{\partial}{\partial q_i} \left(\frac{\partial H}{\partial p_i} f \right) = K_{ij} \frac{\partial^2 f}{\partial p_i \partial p_j} \quad (4.1)$$

onde, F_i é a força de fricção e K_{ij} é o tensor de difusão.

Por outro lado, o procedimento correspondente ao método apresentado no capítulo anterior consiste em resolver as seguintes equações de movimento com a introdução de uma força de Langevin, $\ell_i(t)$,

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \quad (4.2)$$

$$\dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i} + F_i + \ell_i \quad (4.3)$$

onde as flutuações, l_i , da força dissipativa têm as seguintes propriedades:

$$\langle l_i \rangle = 0 \quad (4.4)$$

e

$$\langle l_i(t)l_j(t') \rangle = 2K_{ij}\delta(t-t') \quad (4.5)$$

Neste ponto é bom enfatizarmos que, dentro do limite de precisão numérica exigido pelo problema, a simulação de Langevin, Eq.(4.3) é solução exata da equação de Fokker-Planck, dada pela Eq.(4.1).

Agora iremos reescrever a Eq.(4.1) introduzindo a aproximação de expansão linear dos seus coeficientes o que chamamos usualmente de aproximação gaussiana. Antes, porém, vamos introduzir uma notação genérica ω_α para p ou q ($\omega_i = p_i$ e $\omega_{n+i} = q_i, i = 1, \dots, n$) que nos permite escrever a forma compacta

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \omega_\alpha} [\dot{\omega}_\alpha + A_{\alpha\beta}(\omega_\beta - \bar{\omega}_\beta)] f = K_{\alpha\beta} \frac{\partial^2 f}{\partial \omega_\alpha \partial \omega_\beta} \quad (4.6)$$

onde, $\dot{\omega}_\alpha = \frac{d\bar{\omega}_\alpha}{dt}$, $A_{\alpha\beta}$ e $K_{\alpha\beta}$ são funções dependentes apenas do tempo, representando os valores para a trajetória clássica*

$$\dot{\omega}_i = \dot{p}_i \quad i = 1, \dots, n \quad (4.7)$$

$$\dot{\omega}_{n+i} = \dot{q}_i \quad (4.8)$$

$$A_{ij} = \left[\frac{\partial}{\partial p_j} (F_i - \frac{\partial H}{\partial q_i}) \right]_{cl} \quad (4.9)$$

$$A_{i,n+j} = \left[\frac{\partial}{\partial q_j} (F_i - \frac{\partial H}{\partial q_i}) \right]_{cl} \quad (4.10)$$

* A notação $[]_{cl}$ é para lembrar que as expressões são calculadas ao longo da trajetória clássica.

$$A_{n+i,j} = \left[\frac{\partial}{\partial p_j} \frac{\partial H}{\partial p_i} \right]_{cl} \quad (4.11)$$

$$A_{n+i,n+j} = \left[\frac{\partial}{\partial q_j} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right]_{cl} \quad (4.12)$$

$$K_{ij} = [K_{ij}]_{cl} \quad (4.13)$$

Por uma simples verificação podemos mostrar que a Eq.(4.5) admite uma solução particular na forma de uma distribuição gaussiana, (Wan45),

$$f = N \exp\left[-\frac{1}{2} \sigma_{\alpha\beta}^{-2} (\omega_\alpha - \bar{\omega}_\alpha)(\omega_\beta - \bar{\omega}_\beta)\right], \quad (4.14)$$

com

$$N = [(2\pi)^n \det \sigma_{\alpha\beta}^2]^{-\frac{1}{2}} \quad (4.15)$$

e

$$\sigma_{\alpha\beta}^2 = A_{\alpha\gamma} \sigma_{\gamma\beta}^2 + A_{j\gamma} \sigma_{\gamma\alpha}^2 + 2K_{\alpha\beta} \quad (4.16)$$

Vamos, neste capítulo, considerar o modelo simples especificado pela hamiltoniana

$$H = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 + \frac{1}{2} \mu r^2 \dot{\vartheta}^2 + V(r) \quad (4.17)$$

onde (r, ϑ) são as coordenadas polares que descrevem o movimento relativo dos dois íons, e $V(r)$ a soma dos potenciais nuclear e coulombiano. O potencial coulombiano é tomado na aproximação de cargas puntiformes e, para o potencial nuclear, expresso em MeV, adotamos a forma parametrizada

$$V_N(r) = \begin{cases} 157.22e^{-\zeta/4}, & \zeta > 3.05; \\ -3.29\zeta^2 + 26.013\zeta - 54.10, & \zeta < 3.05, \end{cases} \quad (4.18)$$

onde $\zeta = (r - C_1 - C_2)/b$ com $b = 1fm$, $a = 0.903$ e C_1, C_2 são os raios nucleares para o valor da densidade igual a 0.5. Além disso, admitimos a hipótese de que a fricção seja linear com as velocidades, ou seja,

$$F_i = -\Gamma_{ij}\dot{q}_j. \quad (4.19)$$

O coeficiente de difusão está relacionado à temperatura do sistema pela relação de Einstein, tal como no capítulo anterior, isto é,

$$K_{ij} = T\Gamma_{ij}. \quad (4.20)$$

Também admitimos que o coeficiente de fricção seja diagonal e que a componente tangencial seja 400 vezes menor que a radial, da mesma forma que em (Gro78). A dependência em r de Γ_r tem a forma

$$\Gamma_r = \begin{cases} 1.831 \times 10^{18} e^{-\zeta/a_1}, & \zeta > 2.75; \\ 8.006 \times 10^{-21} - 2.572 \times 10^{-21}\zeta, & \zeta < 2.75, \end{cases} \quad (4.21)$$

com $a_1 = 0.363$ e Γ é dado em unidades de $MeV.s.fm^{-2}$.

Os fatores de forma do potencial e da fricção foram escolhidos diferentes daqueles que aparecem em (Gro78) com o propósito de favorecer a linearização dos coeficientes da equação de Fokker-Planck. De fato estes fatores de forma dão uma força nuclear e um coeficiente de fricção lineares em quase toda a região de interação.

Então, introduzindo as Eq.(4.19) e Eq.(4.20) nas Eq.(4.7-4.11) e Eq.(4.15) chegamos às seguintes equações para a aproximação gaussiana,

$$\dot{r} = \frac{1}{\mu}p$$

$$\dot{\vartheta} = \frac{l}{\mu r^2}$$

$$\dot{p} = -V' + \frac{l^2}{\mu r^3} - \Gamma_r \frac{p}{\mu}$$

$$\dot{l} = -\Gamma_{\vartheta} \frac{l}{\mu r^2}$$

$$\dot{\sigma}_{rr}^2 = \frac{2}{\mu} \sigma_{pr}^2$$

$$\dot{\sigma}_{\vartheta\vartheta}^2 = \frac{2}{\mu r^2} \sigma_{i\vartheta}^2 - \frac{4l}{\mu r^3} \sigma_{r\vartheta}^2$$

$$\dot{\sigma}_{pp}^2 = -2\left(\frac{3l^2}{\mu^4} + V''\right) \sigma_{rp}^2 + \frac{4l}{\mu r^3} \sigma_{pl}^2 - 2\Gamma_r \frac{\sigma_{pp}^2}{\mu} + 2\Gamma_r T - 2\Gamma'_r \frac{p}{\mu} \sigma_{rp}^2$$

$$\dot{\sigma}_{ll}^2 = -2\Gamma_{\vartheta} \frac{\sigma_{ll}^2}{\mu r^2} + \Gamma_{\vartheta} \frac{4l}{\mu r^3} \sigma_{lr}^2 + 2\Gamma_{\vartheta} T - 2\Gamma'_{\vartheta} \frac{l}{\mu r^2} \sigma_{lr}^2$$

$$\dot{\sigma}_{r\vartheta}^2 = \frac{\sigma_{p\vartheta}^2}{\mu} + \frac{1}{\mu r^2} \sigma_{lr}^2 - \frac{2l}{\mu r^3} \sigma_{rr}^2$$

$$\dot{\sigma}_{rp}^2 = -\left(\frac{3l^2}{\mu r^4} + V''\right) \sigma_{rr}^2 + \frac{2l}{\mu r^3} \sigma_{rl}^2 + \frac{\sigma_{pp}^2}{\mu} - \Gamma_r \frac{\sigma_{rp}^2}{\mu} - \Gamma'_{\vartheta} \frac{p}{\mu} \sigma_{rr}^2$$

$$\dot{\sigma}_{rl}^2 = \frac{\sigma_{pl}^2}{\mu} - \Gamma_{\vartheta} \frac{\sigma_{lr}^2}{\mu r^2} + 2\Gamma_{\vartheta} \frac{l}{\mu r^3} \sigma_{rr}^2 - \Gamma'_{\vartheta} \frac{l}{\mu r^2} \sigma_{rr}^2$$

$$\dot{\sigma}_{p\vartheta}^2 = -\left(\frac{3l^2}{\mu r^4} + V''\right) \sigma_{r\vartheta}^2 + \frac{2l}{\mu r^3} \sigma_{i\vartheta}^2 + \frac{\sigma_{pl}^2}{\mu r^2} - \frac{2l}{\mu r^3} \sigma_{pr}^2 - \Gamma_r \frac{\sigma_{p\vartheta}^2}{\mu} - \Gamma'_r \frac{p}{\mu} \sigma_{r\vartheta}^2$$

$$\dot{\sigma}_{i\vartheta}^2 = \frac{\sigma_{ll}^2}{\mu r^2} - \frac{2}{\mu r^3} \sigma_{lr}^2 - \Gamma_{\vartheta} \frac{\sigma_{i\vartheta}^2}{\mu r^2} + 2\Gamma_{\vartheta} \frac{l}{\mu r^3} \sigma_{r\vartheta}^2 - \Gamma'_{\vartheta} \frac{l}{\mu r^2} \sigma_{r\vartheta}^2$$

$$\dot{\sigma}_{pl}^2 = -\left(\frac{3l^2}{\mu r^4} + V''\right) \sigma_{lr}^2 + \frac{2l}{\mu r^3} \sigma_{ll}^2 - \Gamma_r \frac{\sigma_{pl}^2}{\mu} - \Gamma_{\vartheta} \frac{\sigma_{pl}^2}{\mu r^2} + \Gamma_{\vartheta} \frac{2l}{\mu r^3} \sigma_{pr}^2 - \Gamma'_r \frac{p}{\mu} \sigma_{lr}^2 - \Gamma'_{\vartheta} \frac{l}{\mu r^2} \sigma_{pr}^2 \quad (4.22)$$

4.1 – Comparação dos resultados dos dois métodos.

Calculamos os primeiros e segundos momentos na aproximação gaussiana dadas pelas Eq.(4.22) e integramos as equações de Langevin (4.2-4.3) para o sistema $^{40}\text{Ar} + ^{232}\text{Th}$ $E_{Lab} = 279\text{MeV}$ para dois casos distintas: i) $L_0 = 180\hbar$ e $T = 1\text{MeV}$ (próximo de L_{gr}) e ii) $L_0 = 90\hbar$ e $T = 2\text{MeV}$ (próximo de L_{cr}).

Com as equações de Langevin foram simuladas cerca de 1000 trajetórias para cada caso. Até certo ponto da trajetória somente a interação coulombiana é atuante, o que corresponde a um afastamento dos centros dos ions de 22.75 fm. Este é o ponto escolhido por nós para dar início a contagem do tempo da interação nuclear em unidades de 10^{-23}s .

A Fig.4.1 mostra σ_{pp} e $\sigma_{\vartheta\vartheta}$ para $L_0 = 180\hbar$ num intervalo de tempo que vai de zero até $500 \times 10^{-23}\text{s}$. σ_{pp} aparece em unidades de $\hbar\text{fm}^{-1}$ na escala vertical à esquerda e $\sigma_{\vartheta\vartheta}$ aparece em radianos à direita. Observamos uma boa concordância entre os resultados da aproximação gaussiana e da simulação de Langevin.

Examinando as duas principais fontes de erro da simulação de Langevin verificamos que as discrepâncias entre as duas estimativas de σ_{pp} são devidas exclusivamente à própria simulação. A primeira delas é devida ao passo de integração finito Δt . O erro é equivalente a uma correção da ordem de $\Delta t/\tau$ nos coeficientes da equação de Fokker-Planck, onde τ é o tempo característico do sistema. Uma vez que empregamos $\Delta t = 0.2 \times 10^{-23}\text{s}$ e que o tempo típico de colisão para tais órbitas é $\approx 20 \times 10^{-23}\text{s}$, o erro desta fonte é de 1%. A segunda fonte de erro é devida a amostragem empregada, no caso 1000 órbitas, que dá uma expectativa de erro de 3%. Para $\sigma_{\vartheta\vartheta}$ as duas estimativas coincidem. Para os demais momentos os resultados são similares.

Este quadro fica bastante diferente para $L_0 = 90\hbar$. Comparemos as curvas contínuas que aparecem na Fig.4.2 e Fig.4.3 que correspondem respectivamente a simulação de Langevin e a aproximação gaussiana. Nestas figuras a escala vertical está em unidades de $\hbar\text{fm}^{-1}$ e a horizontal em 10^{-23}s . Os resultados dos dois métodos são

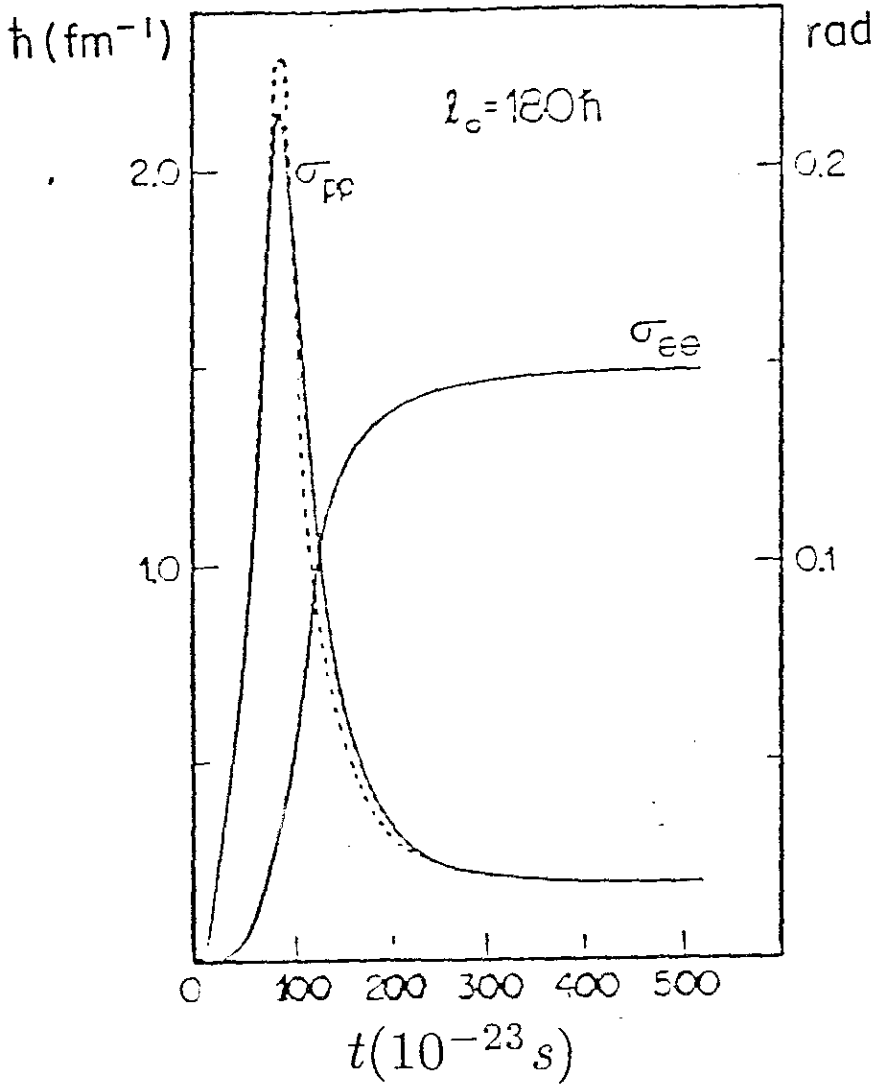


Fig.4.1-Simulação de Langevin (curva continua) e aproximação gaussiana (curva pontilhada) para os momentos σ_{pp} e σ_{ee} para $L_0 = 180\hbar$.

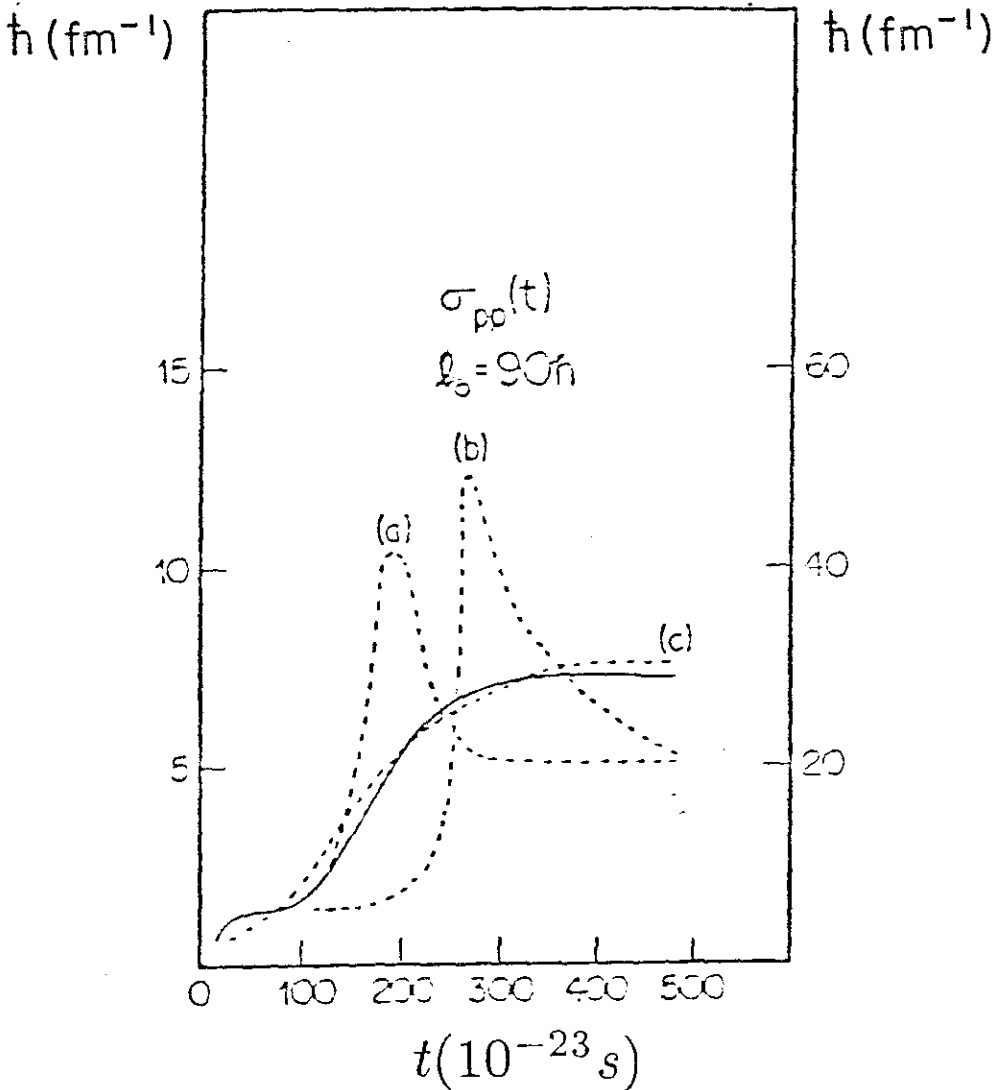


Fig.4.2- σ_{pp} para $L_0 = 90h$. A curva continua é a simulação de Langevin. As curvas (a),(b) e (c) são aproximações intermediárias (ver texto). A escala vertical à esquerda é para a curva continua e (c), enquanto a da direita é para as curvas (a) e (b).

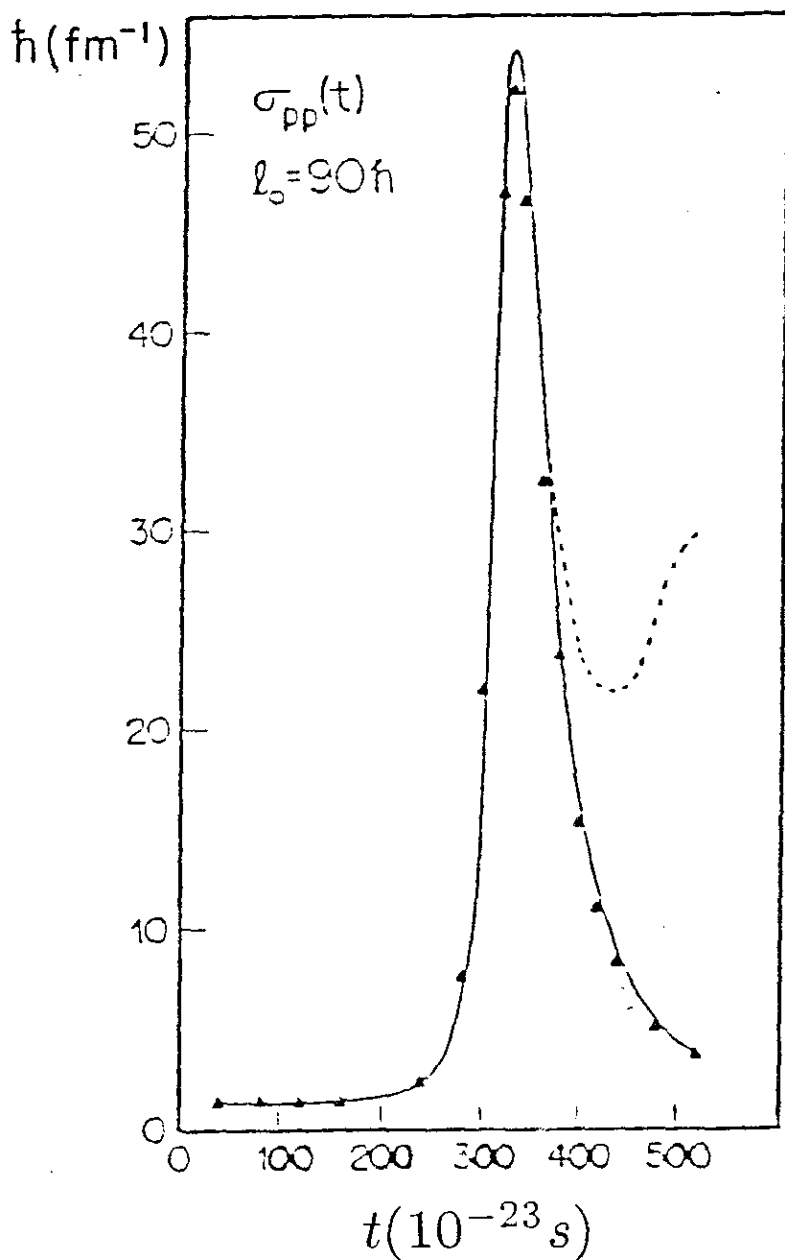


Fig.4.3- σ_{pp} calculado com a aproximação gaussiana (curva continua).Aproximação (a) + (b) curva pontilhada. Os triângulos correspondem a aproximação gaussiana calculada pela simulação de Langevin.

completamente diferentes com a aproximação gaussiana excedendo a de Langevin em uma ordem de grandeza para $t = 340 \times 10^{-23}s$.

A nossa intenção é avançar um pouco mais na comparação entre os dois métodos tentando explicitar as origens de suas discrepâncias. O ponto de partida é o conhecimento de que a simulação por equações de Langevin fornece a solução exata para a equação de Fokker-Planck. Como a aproximação por gaussianas da equação de Fokker-Planck resulta da linearização de seus coeficientes podemos, também, lançar mão de três diferentes aproximações intermediárias na simulação por equações de Langevin, Eq.(4.3):

- a) linearização das forças potenciais (nuclear, coulombiana e centrífuga)

$$F_p(r) \cong F_p(\bar{r}) + \frac{\partial F_p}{\partial R} |_{\bar{r}} (r - \bar{r}) \quad (4.23)$$

- b) linearização da força de fricção

$$F_f(r, p) \cong F_f(\bar{r}, \bar{p}) + \frac{\partial F_f}{\partial p} |_{\bar{r}} (p - \bar{p}) + \frac{\partial F_f}{\partial \bar{r}} |_{\bar{r}} (r - \bar{r}) \quad (4.24)$$

e

- c) aproximação do coeficiente de difusão pelo seu valor ao longo da trajetória média

$$K_{ij}(r) \cong K_{ij}(\bar{r}). \quad (4.25)$$

A nossa expectativa imediata é de que o emprego simultâneo destas aproximações forneça um resultado equivalente ao da aproximação por gaussianas. Isto realmente ocorre como veremos mais adiante. Uma prova detalhada que dá validade desta afirmação é apresentada em (Fel85).

Ao simularmos estas diferentes aproximações empregamos os valores médios das variáveis calculadas no passo Δt anterior. A Fig.4.2, obtida do cálculo com simulação, mostra os resultados destas três aproximações tratadas separadamente

para σ_{pp} . As curvas (a), (b) e (c) resultam respectivamente das aproximações dadas pela Eq.(4.23), Eq.(4.24) e Eq.(4.25). A principal fonte de erro é facilmente atribuída às duas primeiras equações. A Fig.4.3 mostra os resultados de σ_{pp} , do método de momentos gaussianos (curva contínua), da simulação considerando o efeito simultâneo das aproximações (4.23) e (4.24) (curva pontilhada) e também o efeito simultâneo das três aproximações (triângulos). Resulta que a soma dos três efeitos tem uma concordância excelente com a aproximação gaussiana, como seria de se esperar. As Eq.(4.23) e Eq.(4.24) são responsáveis pela reprodução do enorme pico que ocorre em $t = 350 \times 10^{-23}s$ mas falha em reproduzir a queda de σ_{pp} para tempos maiores. Esta parte é dada pela Eq.(4.25).

A Fig.4.4 mostra $\bar{r}(t)$ (em fm). As curvas (a) e (b) correspondem, respectivamente, às aproximações (4.23) e (4.24). As aproximações gaussiana, (a) + (b) e (a) + (b) + (c) coincidem dentro da precisão do gráfico (curva G). A curva L é a simulação de Langevin sem aproximações.

Notamos que o valor de $\bar{r}(t)$ é bastante diferente daquele proveniente da trajetória clássica próxima de L_{cr} (aproximação gaussiana).

A Fig.4.5 mostra σ_{rr} para a simulação de Langevin(L), aproximação gaussiana (G), a simulação de Langevin com a soma das aproximações (4.23) e (4.24) (a) e somente com a aproximação (4.24) (b). A aproximação gaussiana prevê um valor muito alto para σ_{rr} . Tal resultado permite compreender porque a aproximação (4.25) tem um papel importante quando os dois íons estão a 30 fm de distância como se pode observar na Fig.4.3. Comparando os resultados da aproximação gaussiana concluímos que esta é boa para momentos angulares próximos do razante e sofrível para aqueles próximos do crítico.

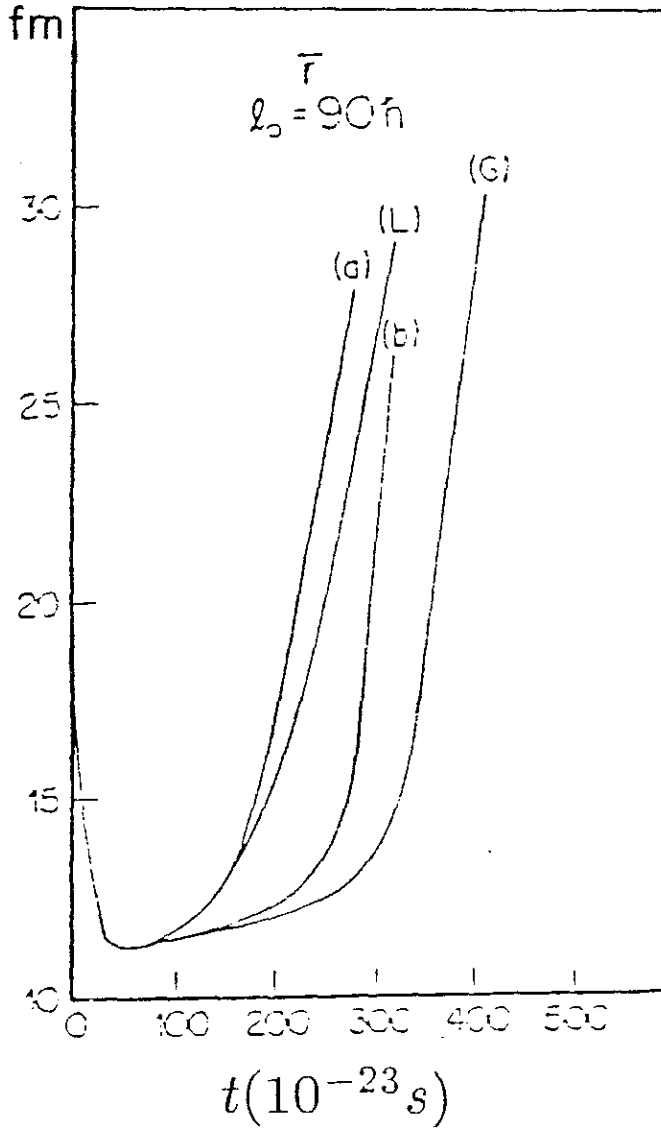


Fig.4.4-Valor médio da distância dos íons em função do tempo: (L) Langevin, (G) Gaussiana e (a) e (b) são aproximações intermediárias.

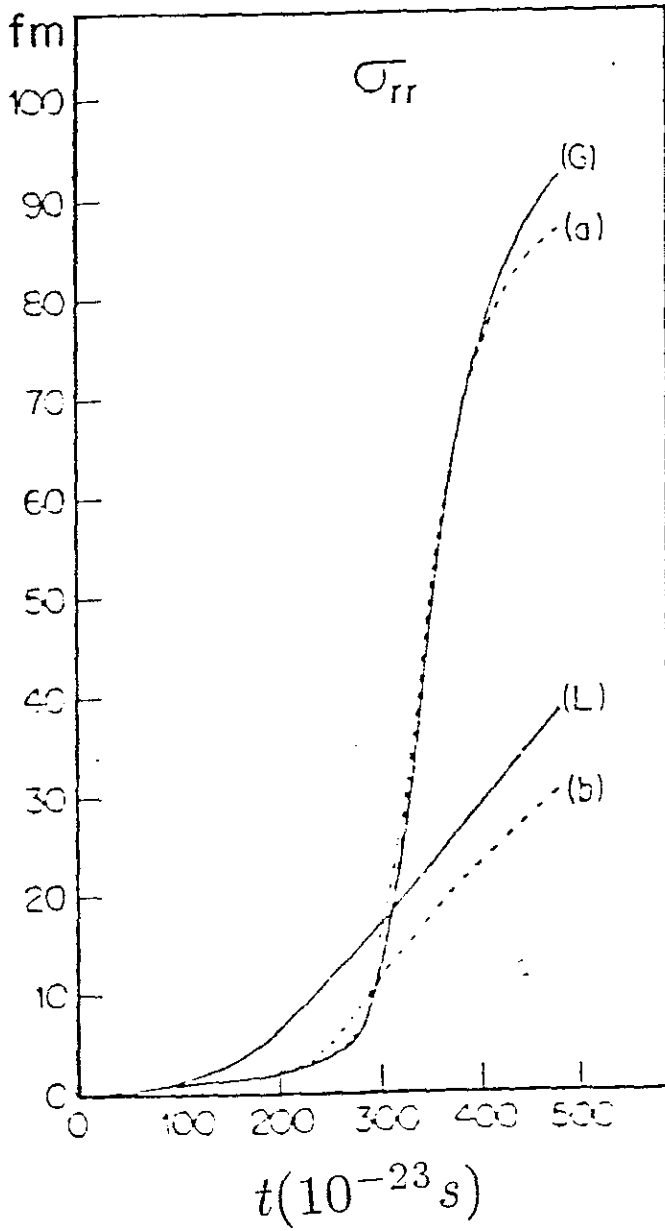


Fig.4.5- σ_{rr} para a simulação de Langevin (L), para a aproximação gaussiana (G) e para as duas aproximações intermediárias.

Considerações Finais e Conclusões

Iniciamos este trabalho com uma breve revisão dos modelos existentes na literatura para o tratamento das RPI. A ênfase desses modelos é o emprego de equações clássicas de movimento na análise dos resultados experimentais. O principal objetivo desses modelos determinísticos é explicar a correlação entre a perda de energia do canal de entrada e o ângulo de espalhamento. A diferença básica entre esses vários modelos está na escolha dos graus de liberdade a serem tratados dinamicamente, na forma do potencial nuclear e na função de dissipação.

Em seguida desenvolvemos o nosso modelo de trajetórias clássicas capaz de reproduzir diagramas de Wilczyński para uma grande variedade de sistemas analisados experimentalmente (Apêndice A). Este modelo contém vários outros como casos particulares. Um outro aspecto importante é a sua eficiência no que se refere à possibilidade de efetuar um grande número de cálculos de trajetórias nas simulações estatísticas para as RPI. Estas simulações constituem o principal objetivo deste trabalho.

Como era de se esperar, os modelos determinísticos não conseguem dar conta da riqueza de informações contidas nos resultados experimentais. Em particular, a difusão em torno da linha de máximos do diagrama de Wilczyński sugere a necessidade de uma descrição estatística do processo dissipativo. Com este objetivo introduzimos no Capítulo III o método de simulação por equações de Langevin para o tratamento das flutuações estatísticas nas RPI, sendo esta a contribuição relevante deste trabalho. A solução que este método oferece é equivalente a resolver de forma exata uma equação de Fokker-Planck. Esta equação descreve corretamente as flutuações estatísticas dos graus de liberdade coletivos. Portanto, o problema da compreensão dos aspectos estatísticos das RPI passa pela solução desta equação de transporte. O que encontramos na literatura é a obtenção de soluções aproximadas para a equação de Fokker-Planck. Esta aproximação consiste em tomar apenas os dois primeiros momentos gaussianos da função distribuição correspondendo à linearização dos coeficientes da equação de

Fokker-Planck. Este procedimento é invalidado em certas regiões do espaço de fase devido a existência de trajetórias críticas. Como o método de simulação é insensível às regiões críticas, a sua precisão depende tão somente do tempo de computação disponível. Esta é uma das grandes vantagens da simulação em relação à solução aproximada por momentos gaussianos.

No capítulo IV deste trabalho explicitamos as discrepâncias entre as soluções oferecidas pelos dois métodos ao aplicá-los a um modelo simplificado com dois graus de liberdade apenas.

Concluimos que a utilização do método de simulação de Langevin se mostra atualmente como o instrumento teórico mais adequado para a análise das reações profundamente inelásticas. No capítulo III exibimos a potencialidade de método para explicar a transferência de momento angular médio e seu desvio padrão adotando uma simplificação do modelo padrão. Quanto ao alargamento em torno das linhas de máximo dos diagramas de Wilczyński mostramos de forma qualitativa que o método também é capaz de reproduzi-los. Um estudo mais aprofundado se faz necessário para a reprodução quantitativa dos mesmos. Gostaríamos, é claro, de manter os mesmos parâmetros para a fricção e o potencial nuclear estabelecidos no modelo padrão em razão do seu sucesso nos cálculos determinísticos.

Passamos então a enumerar algumas possíveis alterações ou acréscimos no nosso esquema de cálculo que permitam levar adiante o emprego do modelo padrão na reprodução quantitativa dos resultados experimentais das RPI:

- Reexaminar o papel da temperatura e a sua definição dada pela Eq.3.15 para determinar em que extensão ela atua no alargamento da linha de máximo do diagrama de Wilczyński.
- Introduzir o grau de liberdade de transferência de massa e carga.
- Alterar as condições iniciais permitindo que os íons apresentem deformações no estado fundamental.
- Verificar se as excitações coulombianas, já consideradas no modelo,

realmente correspondem àquelas observadas nos resultados experimentais provenientes da análise do canal quase elástico. Isto poderia ser útil no ajuste da fricção interna que preliminarmente fixamos como sendo o mesmo da ressonância gigante de quadrupolo.

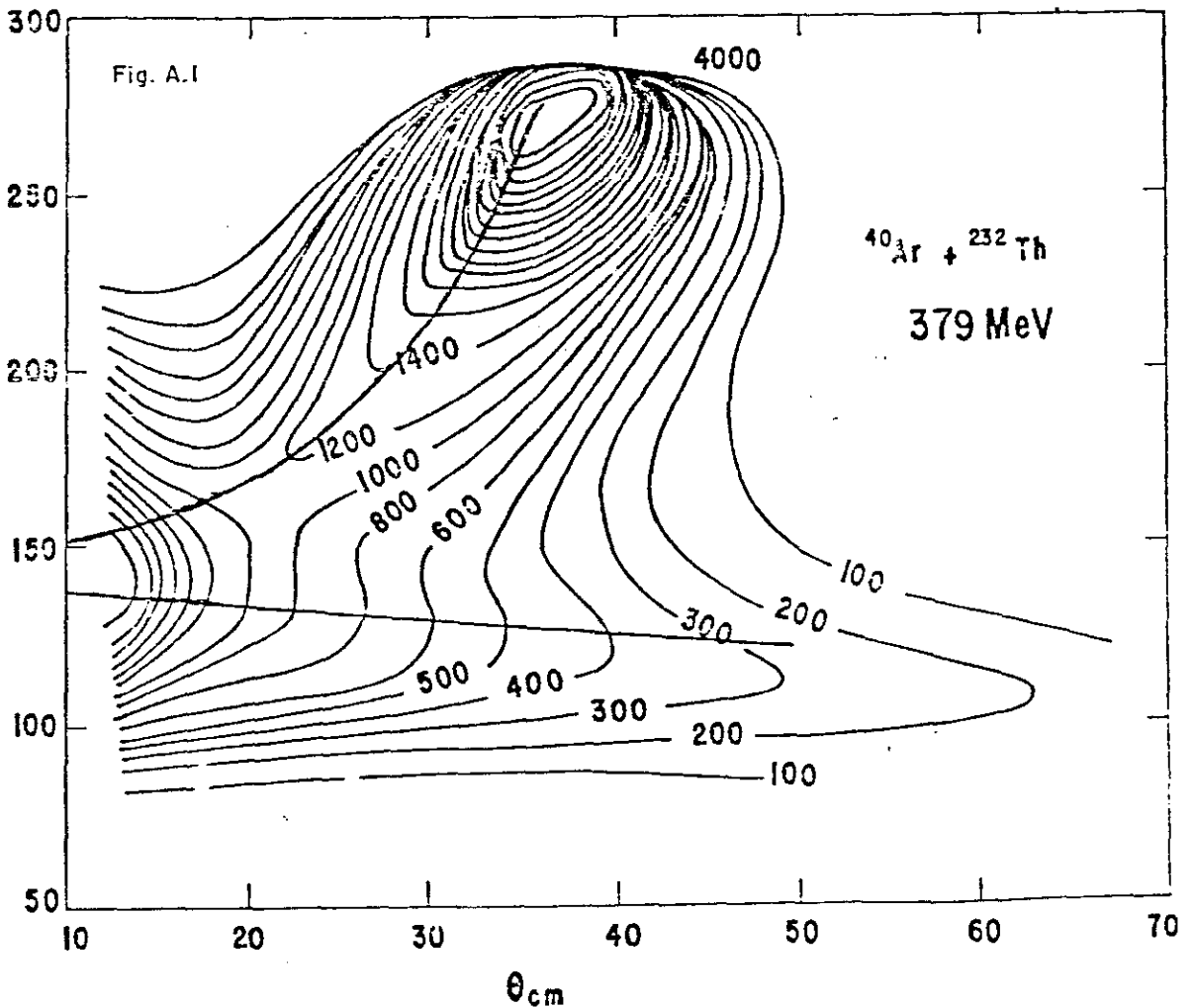
– Considerar a perda de massa pela evaporação de nucleons.

Estes são alguns aspectos que representam pontos de partida para a continuidade natural do presente trabalho.

APÊNDICE A

Linha de Máximo do Diagrama de Wilczyński para Diferentes Reações

Aqui, apresentamos, para diferentes sistemas, a linha de máximo do diagrama de Wilczyński obtidas com o modelo padrão descrito no Capítulo II e verificamos uma boa concordância com os resultados experimentais.



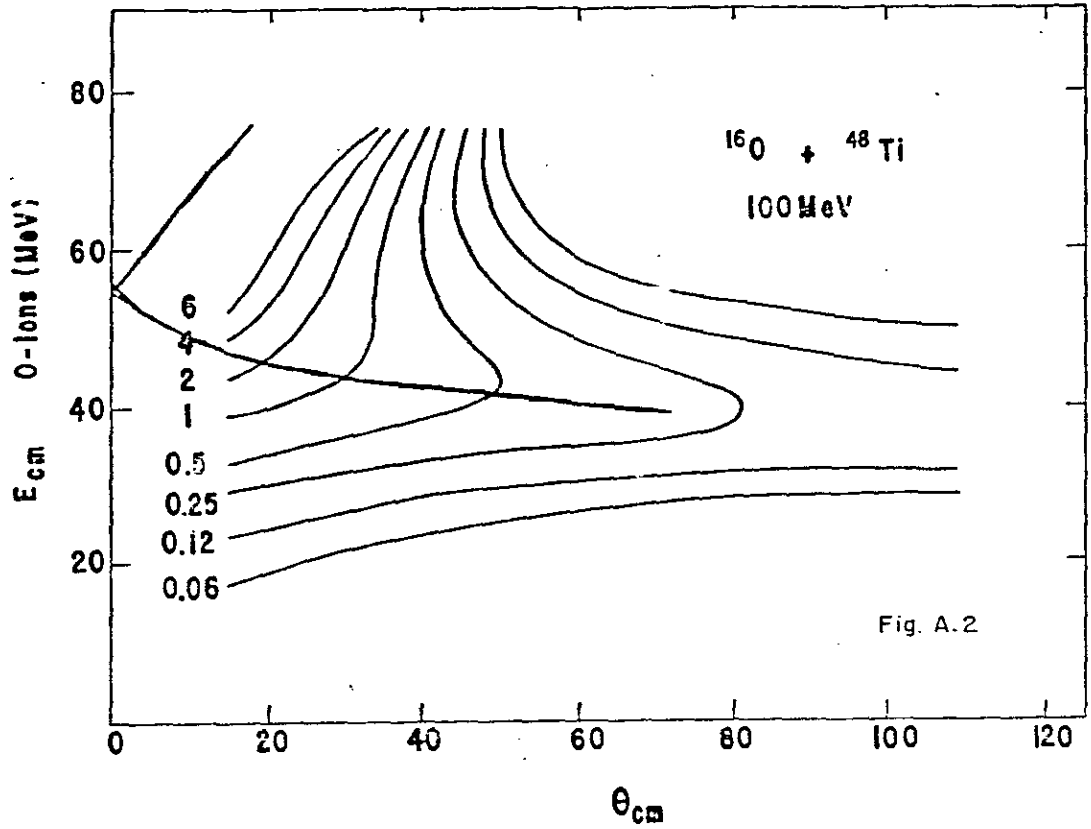


Fig. A.2

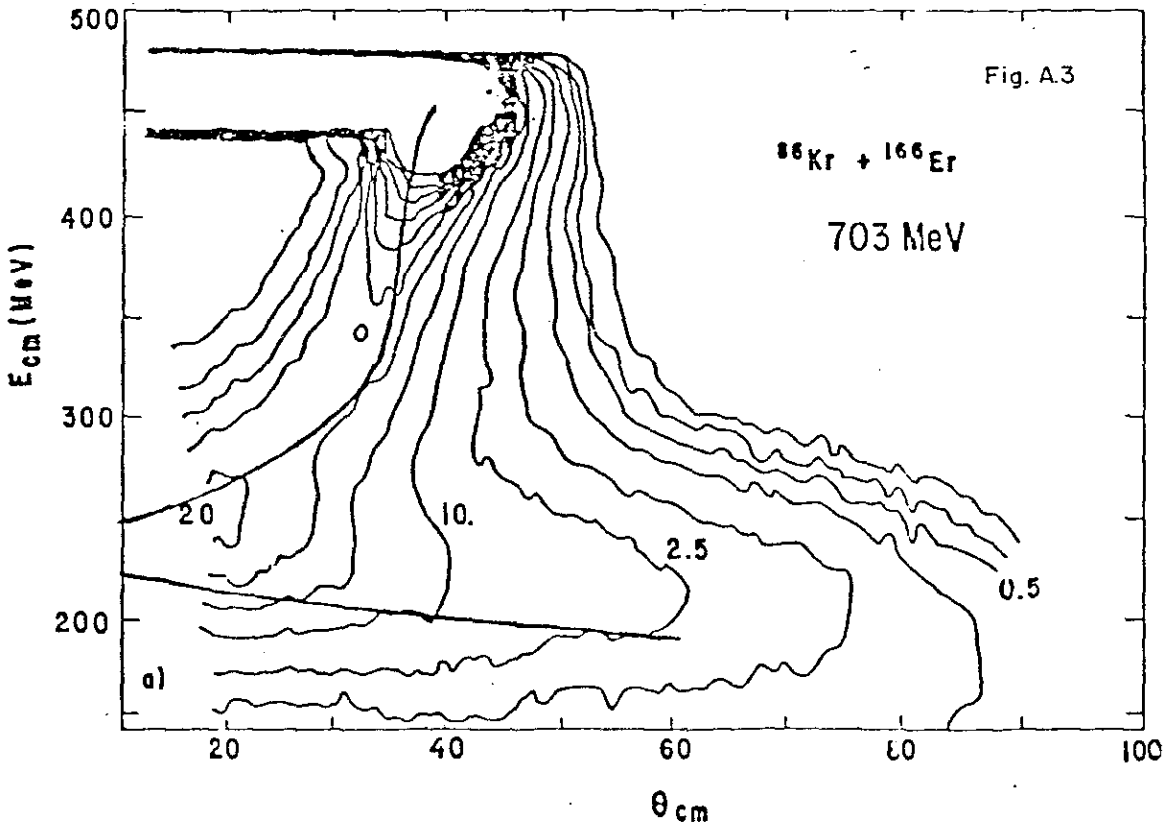
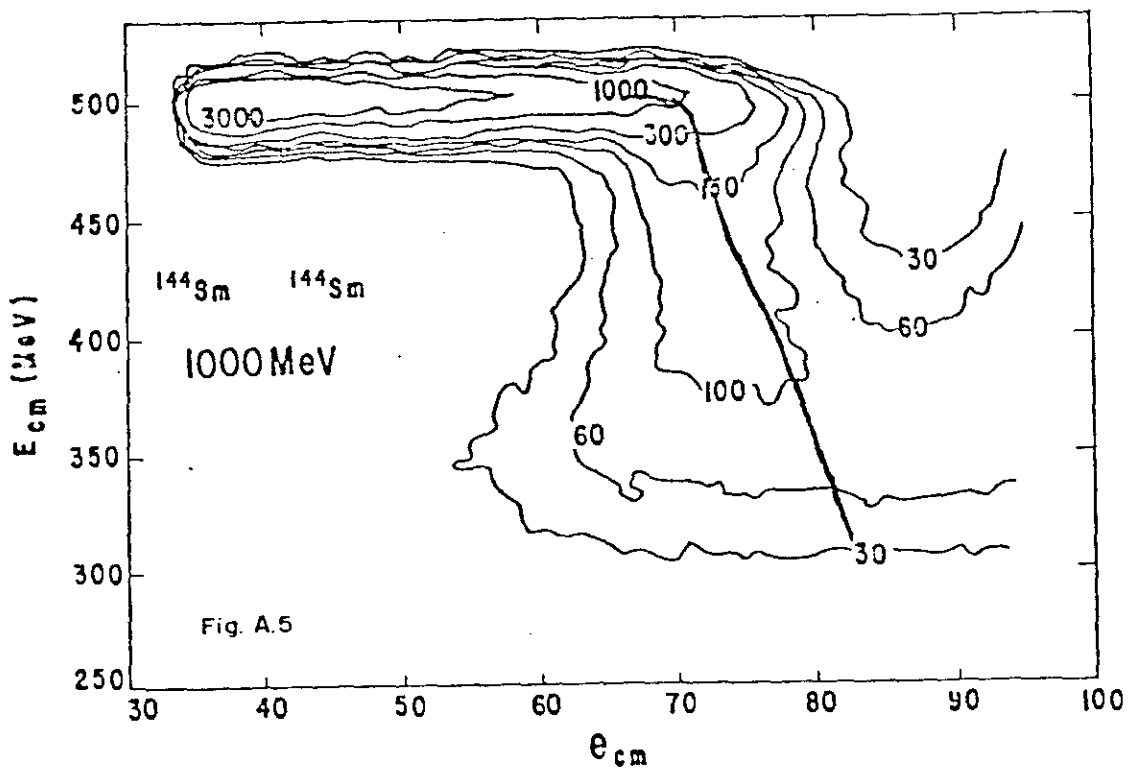
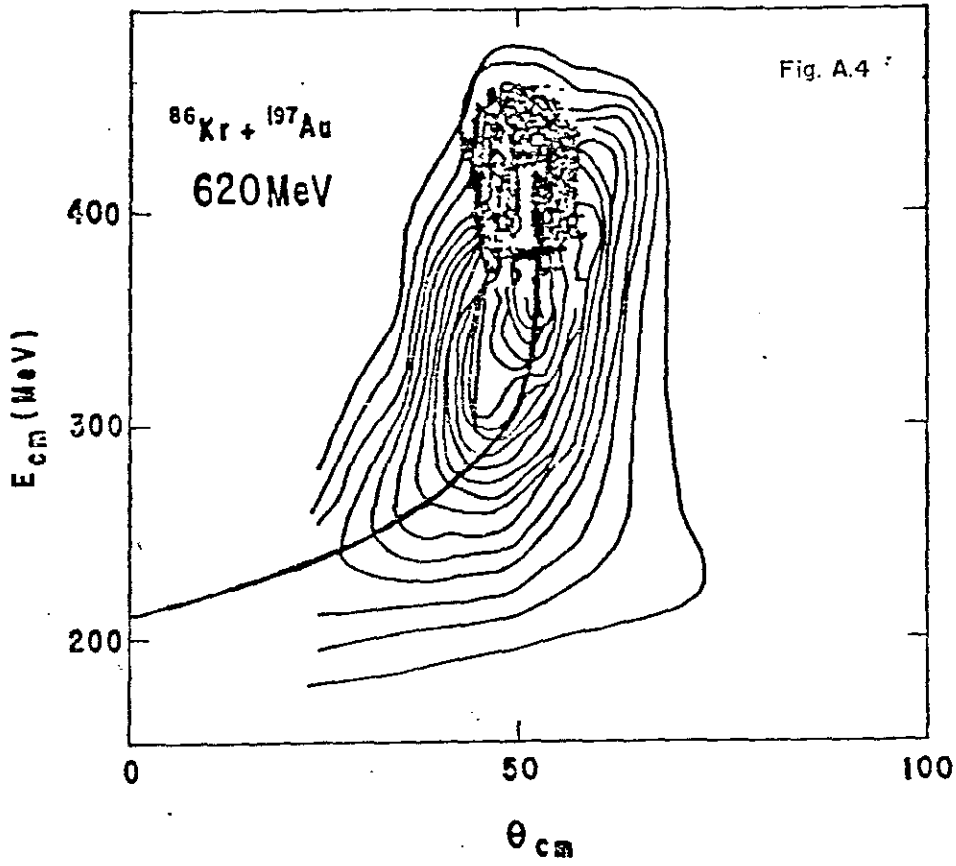
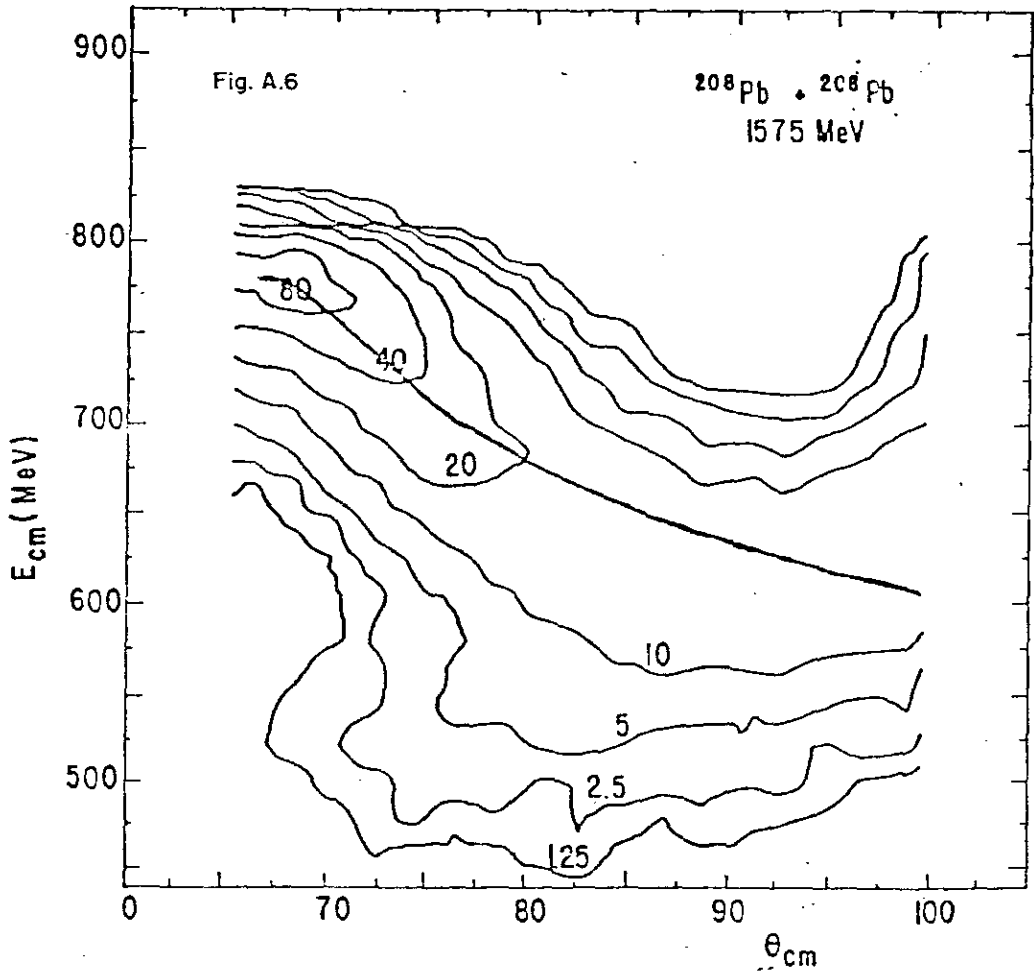


Fig. A.3





Os resultados experimentais dos diagramas de Wilczyński acima foram retirados respectivamente de (Wil73) para Fig.A.1. de (Rit55) para Fig.A.2, de (Bro79) para Fig.A.3 e Fig.A.4, de (Hil83) para Fig.A.5 e de (Tan80) para Fig.A.6.

Bibliografia

- [Abe86] Abe Y., Grégoire c. and Delagrange H. - Langevin Approach to Nuclear Dissipative Dynamics. *Journal de Physique. Colloque C4 Supplément au n^o 8 Tome 47 (1986)*, 329.
- [Agu89] Aguiar C. E., Barbosa V. C., Donangelo R. and Souza S. R. - Thermal Fluctuations in Heavy-Ion Fusion Reactions. *Nucl. Phys. A491 (1989)*, 301.
- [Bal75] Balescu R. - *Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Mechanics*, John Wiley and Sons, New York (1975).
- [Bar84a] Barbosa V. C. - *Reações Profundamente Inelásticas entre Íons Pesados: Dissipação e Difusão*. Tese de Mestrado IFUFRRJ (1984).
- [Bar84b] Barbosa V. C., Soares P. C., De Oliveira E. C. and Gomes L. C. - A Phenomenological Approach to Angular Momentum Transfer in DIC. *Revista Brasileira de Física 14 (1984)*.
- [Bar85] Barbosa V. C., Soares P. C., De Oliveira E. C. and Gomes L. C. - Angular Momentum Transfer in Deep Inelastic Heavy Ion Collisions. *Revista Brasileira de Física 15 (1985)*.
- [Bas80] Bass R. - *Texts and Monographs in Physics Nuclear Reactions with Heavy-Ions*, Springer Verlag (1980).
- [Ber76] Bertrand F. E. - *Ann. Rev. Nucl. Sci. 26 (1976)*, 457.

- [Ber78] Berlander M., Ngô C., Grangé P., Richert J. and Hofmann H. – Z. Phys A284 (1978), 61.
- [Bir79] Birkelund J. R., Tubbs L. E., Huizenga J. R., De J. N. and Sperber D.. Phys. Rep. 56 (1979), 107.
- [Blo77] Blocki J., Randrup J., Swiatecki W. J. and Tsang C. F. – Proximity Forces. Ann. of Phys. 105 (1977), 427.
- [Blo78] Blocki J., Boneh Y., Nis J. R., Randrup J., Robel M., Sierk A. J. and Swiatecki W. J.. One-Body Dissipation and the Super- Viscidity of Nuclei. Ann. Phys. 113 (1978), 330.
- [Blo81] Blocki J., Dworzecka M., Beck F. and Feldmeier H. – Collective Degrees of Freedom and One-Body Dissipation in HIC. Phys. Lett. 99B (1981), 13.
- [Boh69] Bohr A. and Mottelson B. R. – Nuclear Structure vol I Benjamin W. A., New York (1969).
- [Bon75] Bondorf J. P., Sobel M. I. and Sperber D. – Phys. Lett. 15C (1975), 83.
- [Bro79] Broglia R. A., Ricci R. A. and Dasso C. H. – Proc. of the Int. School of Physics "Enrico Fermi" (1979), Nuclear Structure and HIC.
- [Bro80] Broglia R. A., Dasso C. H. and Winther A. – Coherent Surface Excitation Model of Heavy Ion Reactions. Nordita Preprint 80/16 (1980).
- [Bro82] Brosa U. and Cassing W. – Z. Phys. A307 (1982), 167.
- [Bro84] Bromley A. D., Eds. – Treatise on Heavy-Ion Science, Vol. 2, Plenum

Press (1984).

- [Cha43] Chandrasekhar S. – Stochastic Problems in Physics and Astronomy. Rev. of Mod. Phys. 15 (1943), 1.
- [Chr82] Christensen P. H., Ole Hansen, Nathan O., Videbaer F, Freiesleben H., Butt H. C. and Van der Werf S. Y. – Nucl. Phys. A390, (1982), 336.
- [Deu77] Deubler H. H. and Dietrich K. – A Classical Phenomenological Description of Strongly Damped Collisions. Nucl. Phys. A277 (1977), 493.
- [Don86] Donangelo R. and Canto L. F. – Studies of Nucleus-Nucleus Collisions with a Schematic Liquid-Drop Model and One-Body Dissipation. – Nucl. Phys. A451, (1986), 349.
- [Fel85] Feldmeier H. and Sppangenberger H. – Nucl. Phys. A435 (1985), 229.
- [Frö84] Fröbrich P. – Fusion and Capture of Heavy Ions above The Barrier: Analysis of Experimental Data with the Surface Friction Model. Phys. Rep. 116 (1984), 337.
- [Frö88] Fröbrich P. and Xu S. Y. – The Treatment of HIC by Langevin Equations. Nucl. Phys. A477 (1988), 143.
- [Gro78] Gross D. H. E. and Kalinowski H. – Friction Model of Heavy-Ion Collisions. Phys. Rep. 45 (1978), 175.
- [Gro81] Gross D. H. E., Nayak R. C. and Satpathy L. – A Classical Description of DIC with Surface Friction and Deformation. Z. Phys. A299 (1981), 63.

- [Gro82] Gross D. H. E. and Satpathy L. – Surface Friction Model Description of Deep Inelastic Collisions and Capture. Dasso C. H. and Broglia R. A. Eds., North Holland (1982), 691.
- [Hil83] Hildebrand K. D., Freiesleben H., Gobbi A., Lynen V., Olmi A., Sann H. and Wu E. C.. Nucl. Phys. A405 (1983), 557.
- [Jam76] James F. and Roos M. – MINUIT- A System for Function Minimization and Analysis of the Parameter Errors and Correlation, CERN Computer Centre Program Library, (1976).
- [Jam80] James F. – Monte Carlo Theory and Practice. Rep. Prog. Phys. 43 (1980), 1102.
- [Lef78] Lefort M. and Ngô Ch. – Deep Inelastic Reaction with Heavy-Ions. A Probe for Nuclear Macrophysics Studies. Ann. Phys., 3, (1978), 5.
- [Mün82] Münchow M., Hahn D. and Scheid W. – Heavy-Ion Potentials for Ellipsoidally Deformed Nuclei and Application to the System $^{238}\text{U} + ^{238}\text{U}$. Nucl. Phys. A388 (1982), 381.
- [Mün87] Münchow M. and Scheid W. – Frictional Forces for Deep Inelastic HIC of Deformed Nuclei and Application to ^{238}U on ^{238}U . Nucl. Phys. A468 (1987), 59.
- [Ngô75] Ngô C., Tamain B., Beiner M., Lombard R. J., Mas D., Deubler H. H.. Nucl. Phys. A252 (1975), 237.
- [Ngô77] Ngô C. and Hofmann H. – Z. Phys. A282 (1977), 83.

- [Nix64] Nix J. R. – LBL Berkeley, Report UCRL 11338 (1964), 178.
- [Nör74] Nörenberg W. – Phys. Lett. 53 (1974), 289.
- [Nix82] Nix J. R. – Nuclear Dissipation in Heavy-Ion Reactions and Fission. Preprint 1A-UR-82-3651 (1982).
- [Pac83] Pacheco A. J., Wozniak G. J., MacDonald R. J., Diamond R. M., Hsu C. C., Moretto L. G., Morrissey D. J., Sobotka L. G., Stephens F. S. – Nucl. Phys. A397, (1983), 313.
- [Pat88] Pato M., De Oliveira E. C. and Gomes L.C. – A comparison of the Gaussian Approximation and Langevin's Simulation in DIC. Z. Phys. A329 (1988), 189.
- [Ran78] Randrup J. – Ann. Phys. 112, (1978), 356.
- [Ran84] Randrup J. and Swiatecki W. J. – Nucl. Phys. A429 (1984), 105.
- [Rie80] Riedel C. and Wolschin G. – Z. Phys. A294 (1980), 167.
- [Rit85] Ritzka R., Dünneweber W., Glaesler A. and Hering W. – Phys. Rev. C 31 (1985), 133.
- [Soa83] Soares Filho P. C. – Equações de Fokker Planck e de Difusão para Sistemas Vinculados. Tese de Doutorado IFUFRJ, (1983).
- [Sch73] Schirmer J., Knaak S.m and Süssmann G. – Viscosity Coefficients for Nuclear Fission. Nucl. Phys. A199 (1973), 31.

- [Swi80] Swiatecki W. J. - Prog. Part. Nucl. Phys. 4, (1980), 383.
- [Tan80] Tanabe T., Bock R., Dakowski M., Gobbi A., Sann H. and Stelzer H. - Nucl. Phys. A342 (1980), 194.
- [Tsa74] Tsang C. F. - Phys. Scr. 10A (1974), 90.
- [Wan45] Wang M. C. and Uhlenbeck G. E. - On the Theory of the Brownian Motion II. Rev. Mod. Phys. 17 2 and 3, (1945), 323.
- [Weg74] Wegmann G. - Static Viscosity of Nuclear Matter. Phys. Lett. B 50 3 (1974), 327.
- [Wei80] Weidenmüller H. A. - Transport Theories of Heavy-Ion Reactions. Prog. Nucl. and Part. Phys. 3 (1980), 490.
- [Wie73] Wieczorek R., Hasse R. W. and Süßmann G. - Proc. Symp. on the Physics and Chemistry of Fission, Rochester, Vol 1 (1973), 523.
- [Wil73] Wilczyński J. - Nuclear Molecules and Nuclear Friction. Phys. Lett. 47B 6 (1973), 484.
- [Wil76] Wilczyńska K. S. and Wilczyński J. - A Phenomenological Model of DIC Between Complex Nuclei. Nucl. Phys. A264 (1976), 115.



CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS - CBPF

Rua Dr. Xavier Sigaud, 150
22290 - Rio de Janeiro

Telefone: (021) 541.0337
Telex (21) 22563 CBPFq

Ílmo. Sr. Coordenador de Formação Científica do CBPF

A Banca Examinadora constituída pelos Professores LUIZ CARLOS GOMES (IF/USP), CARLOS EDUARDO AGUIAR (UFRJ), LUIZ FELIPE ALVAHYDO DE ULLOA CANTO (UFRJ), CHUNG KAI CHEONG (CBPF) e SÉRGIO JOFFILY (CBPF), no dia 10 de agosto de 1990, em reunião que precedeu a exposição da Tese de Doutorado intitulada "SIMULAÇÃO DE REAÇÕES PRO FUNDAMENTE INELÁSTICAS ENTRE ÍONS PESADOS POR EQUAÇÕES DE LANGEVIN" por EDGAR CORRÊA DE OLIVEIRA, considerou a Tese Apta para defesa imediata.

Rio de Janeiro, 10 de agosto de 1990

Luiz Carlos Gomes (Orientador)

Carlos Eduardo Magalhães de Aguiar

Luiz Felipe Alvahydo de Ulloa Canto

Chung Kai Cheong

Sérgio Joffily