

EMIL DE LIMA MEDEIROS

ENERGIA DE LIGAÇÃO E MULTIPLICIDADE DE PÍONS EM
COLISÕES NUCLEARES RELATIVÍSTICAS

Tese de

DOCTORADO

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS
Rio de Janeiro, 1989

- A meu filho Eric, com quem eu gostaria de estar em muitas horas que dediquei a este trabalho.
- A meus pais.
- A Marcia.

À memória de minha querida avó,
Maria Luiza da Silva Carvalho.

-AGRADECIMENTOS-

A Takeshi Kodama, professor, orientador e amigo, pelo grande apoio e estímulo durante os anos de doutorado. A sua orientação segura es teve sempre presente e foi essencial em todas as etapas do desenvolvimento deste trabalho. Mais que isso, no entanto, admiro no Kodama sua postura profissional exemplar e capacidade de motivar seus estudantes para a pesquisa científica, influenciando de modo marcante todos que tiveram a oportunidade de discutir física com ele.

Ao Prof. Sérgio Duarte, co-orientador, além de amigo e colaborador, pela paciência e dedicação com que vem me acompanhando desde meu ingresso no grupo de física nuclear teórica do CBPF. Sua participação nas diversas fases do trabalho permitiu resolver mais rapidamente minhas dúvi das sobre física, programação e redação de textos científicos.

Durante os anos em que estive no programa de doutorado, tive a oportunidade de conviver com professores, amigos, colegas e funcionários, do CBPF e de outras instituições, cuja contribuição para o término deste trabalho foi muito importante, principalmente porque com seu auxílio pude desvencilhar-me de vários problemas de física e de computação. Es sas pessoas também me ajudaram em outras atividades, tais como datilografia, artes plásticas, redação, fotografia, engenharia eletrônica e serviços de biblioteca. Agradecendo o apoio, estímulo e atenção a mim dispensados por esses profissionais, expresso meu profundo reconhecimento a:

— Chung Kai Cheong, Raul Donangelo, Odilon A.P. Tavares, Edgar Corrêa de Oliveira, Jader Benuzzi Martins, Luiz Carlos Santos, Luiz Antonio dos Reis, Rui A.M.S. Nazareth, Carlos Eduardo Aguiar, Paulo Carri lho, Nadia Prado, Mário Assad, Djair Lima, Wilton Bandeira, Marcia de Andrade Nogueira, Hilário Rodrigues, Vitor Hollup, Gerson Pech, Helena de Souza Ferreira, Hyram Cordeiro, Myriam Simões Coutinho, João Alves de Oli veira, Geraldo Cernicchiaro, Sandra Amato, Roberto Valois, Marita Maes - trelli, Renato Cardoso, Hêlio Portella, João de Deus P. Filho, Lêa J. El- Jaick, Maria Nazareth, Mioco Foshina, João Lucio, Elizabeth Lima, Luis Carlos Coelho, Vera Lúcia Carvalho e Sérgio Velho.

Agradeço, finalmente, ao CBPF/CNPq, que me vem acolhendo du - rante anos, proporcionando-me oportunidades de estudos de pós-graduação e o desenvolvimento na pesquisa científica.

-R E S U M O-

Apresenta-se um método de cascata para reações nucleares relativísticas que incorpora, covariantemente, os efeitos da energia de ligação dos núcleos. Esses efeitos são tratados em termos de massas efetivas para cada um dos nucleons, permitindo eliminar vários inconvenientes das versões anteriores do método.

Neste trabalho, analisa-se principalmente a multiplicidade de píons em colisões de íons pesados relativísticos. Mostra-se que o efeito do campo médio nuclear, no número de mésons- π produzidos nessas colisões, não pode ser desprezado para energias incidentes inferiores a 4 GeV/A.

Os resultados fornecidos pelo método de cascata intranuclear aqui apresentado são comparados com os cálculos de outros pesquisadores, e com os dados experimentais disponíveis na literatura. Para energias incidentes entre 0,4 e 2,0 GeV/A, verifica-se que o modelo aqui desenvolvido reproduz satisfatoriamente os seguintes resultados experimentais: rendimento de píons negativos, em função da energia incidente, para a reação Ar+KCl; espectros de energia de prótons e píons emitidos nesta reação; multiplicidade de píons carregados versus número de nucleons participantes, para diversas combinações projétil-alvo numa mesma energia.

Discute-se a possibilidade da aplicação do presente modelo na análise de colisões próton-núcleo ultra-relativísticas.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
AGRADECIMENTOS.....	iv
RESUMO	v
LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	x
<u>INTRODUÇÃO</u>	1
<u>CAPÍTULO 1</u> - MODELOS MACROSCÓPICOS E SUA APLICAÇÃO ÀS RNR	12
1.1 - Modelos Térmicos.....	12
1.2 - Modelo Hidrodinâmico	19
<u>CAPÍTULO 2</u> - O MÉTODO DE CASCATA INTRANUCLEAR PARA AS REAÇÕES NUCLEARES RELATIVÍSTICAS	22
2.1 - O Procedimento Geral Seguido na Utilização do Método ...	23
2.2 - Versões Preliminares do Método de Cascata	29
2.3 - Sobre a Validade da Hipótese de Colisões Binárias	40
2.4 - Os Modelos de Cascata de Cugnon e Colaboradores	43
<u>CAPÍTULO 3</u> - EFEITOS DE MUITOS CORPOS NA PRODUÇÃO DE PÍONS EM RNR ...	54
3.1 - O Efeito de Compressão	55
3.2 - O Efeito de Colisões "Off-Shell"	57
3.3 - A Equação de Vlasov-Uehling-Uhlenbeck	60
3.4 - Os Trabalhos de Kitazoe e Colaboradores	64
<u>CAPÍTULO 4</u> - MASSA EFETIVA: UMA APROXIMAÇÃO LOCAL PARA O CAMPO MÉDIO NUCLEAR	72
4.1 - A Energia de Ligação Nuclear e o Método de Cascata para RNR	73
4.2 - Massas Efetivas e o Campo Médio Nuclear	85

<u>CAPÍTULO 5</u> - RESULTADOS, DISCUSSÕES E CONCLUSÕES	96
5.1 - Resultados e Discussões	96
5.2 - Conclusões	107
<u>APÊNDICE A</u> - ESPECIFICAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO INICIAL	113
<u>APÊNDICE B</u> - DETERMINAÇÃO DOS INSTANTES DOS PRÓXIMOS EVENTOS	117
<u>APÊNDICE C</u> - PROCESSAMENTO DOS DIVERSOS EVENTOS	127
C.1 - Colisões Binárias	127
C.2 - Decaimento das Ressonâncias- Δ	130
C.3 - Colisões com a Superfície	131
C.4 - Escape de Partículas com Energia Muito Alta	137
C.5 - Desligamento de Partículas com $\mu \geq m$	139
<u>APÊNDICE D</u> - TESTES REALIZADOS COM O PROGRAMA	142
D.1 - Consequências de se fazer $V_0 = 0$	142
D.2 - Conservação de Energia e Momento	143
D.3 - Invariância dos Resultados de Multiplicidade	144
D.4 - Insensibilidade ao Valor de E_{limiar}	145
<u>BIBLIOGRAFIA</u>	147

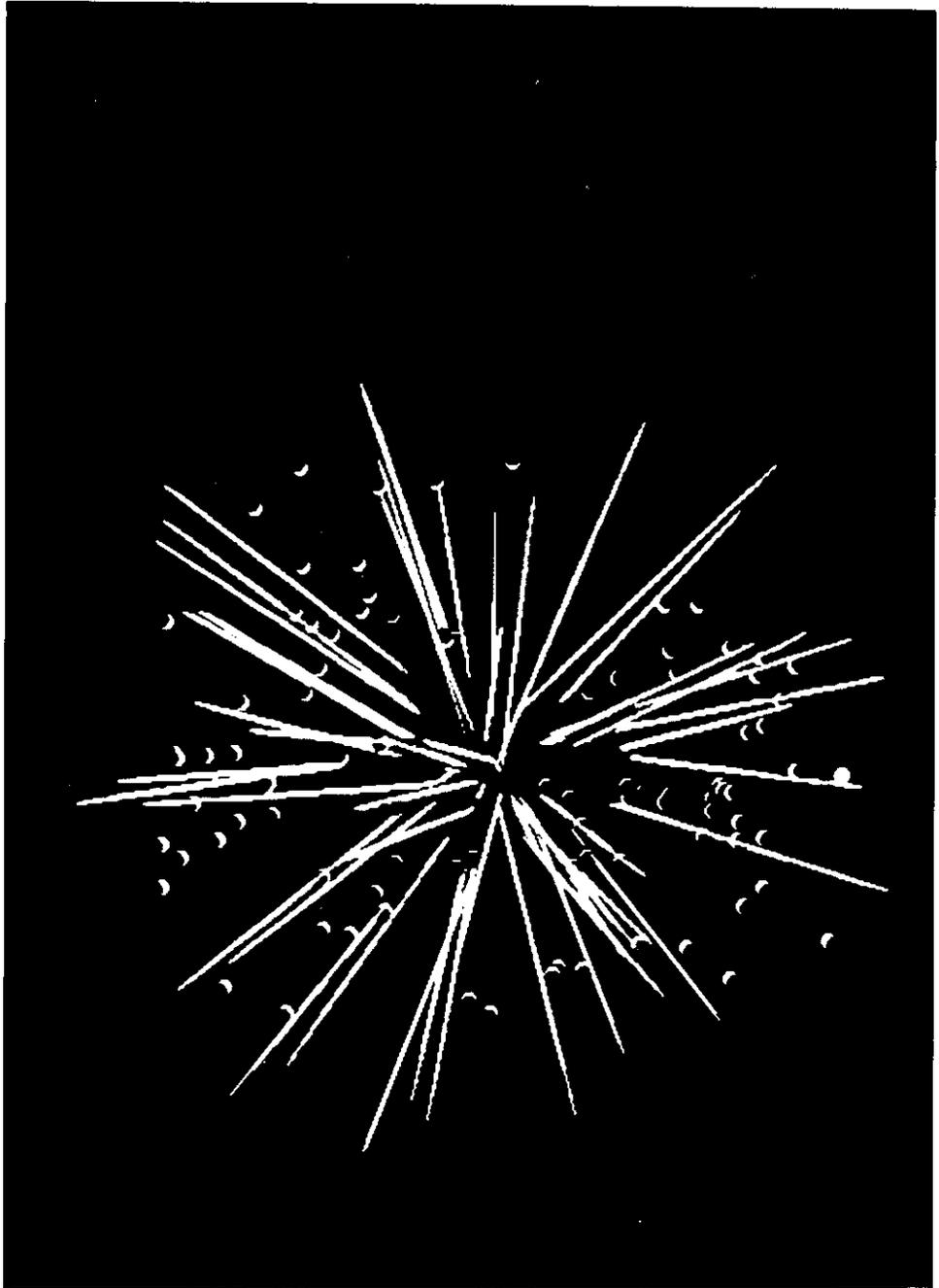
LISTA DE FIGURAS

<u>FIG.</u>	<u>PÁG.</u>
1 - Energias limiares para a produção de partículas em colisões nucleon-nucleon	6
1.1.1 - Razão entre os números de píons e de nucleons presentes na bola de fogo, como função da densidade crítica, para diversas energias incidentes	17
1.1.2 - Razão $\langle N_{\pi^-} \rangle / \langle Q \rangle$ versus energia incidente, para a reação Ar+KCl	17
2.3.1 - Ocorrência média de colisões a m-corpos, como uma função do tempo, para a reação frontal Ne+U na energia incidente $E_{lab} = 393$ MeV/A	42
2.4.1 - Multiplicidades médias de píons negativos calculadas por Cugnon et al. para o sistema Ca+Ca, comparadas com os dados experimentais para a reação Ar+KCl, em diversas energias incidentes	48
2.4.2 - Seção de choque invariante inclusiva, para produção de píons a 90° no centro de massa, em colisões frontais de dois núcleos de cálcio, na energia incidente de 1,8GeV/A...	51
2.4.3 - Multiplicidades de píons negativos calculadas com a terceira versão do modelo de Cugnon et al., comparadas com os dados experimentais para reações Ar+KCl em diversas energias incidentes	53
3.1.1 - Obtenção da energia de compressão por nucleon a partir das multiplicidades de píons calculadas e experimentais, para o caso do sistema Ar+KCl	56
3.2.1 - Efeito de colisões N-N "off-shell" na produção de píons em reações Ar+KCl, como função da energia incidente	60
3.3.1 - Resultados de $\langle M_{\pi^-} \rangle$ obtidos com a teoria de Kruse et al. para o sistema Ar+KCl em diversas energias incidentes, comparados com os dados experimentais	63
3.4.1 - Rendimentos de píons calculados com os modelos de Cugnon e de Kitazoe, comparados com os resultados experimentais, para reações Ar+KCl em várias energias	67
3.4.2 - Dados experimentais de multiplicidade de píons para o sistema Ar+KCl, confrontados com os resultados calculados por Kitazoe et al. com um modelo de cascata que inclui a energia de ligação dos nucleons	71
4.1.1 - Distribuição em S , de colisões N-N durante a reação Ca+Ca	75
4.1.2 - Alguns ingredientes de um método de cascata no qual o núcleo é tratado como um sistema ligado.....	77
4.1.3 - Erro cometido na conservação da energia total versus número de partículas no núcleo residual, para o caso em	

que o momento associado com o recuo nuclear durante a re- fração é distribuído igualmente entre as partículas que permanecem ligadas	80
4.2.1 - Ilustração da idéia de massa efetiva	86
4.2.2 - Fluxograma do algoritmo computacional que construímos pa- ra simular RNR com o método de cascata intranuclear.....	92
5.1.1 - (a) Evolução temporal do número médio de nucleons ligados a um dos dois núcleos do sistema Ca+Ca. (b) Massa efeti- va média, como função do tempo, para os nucleons ligados a um dos dois núcleos de cálcio que colidem quase frontal- mente.....	97
5.1.2 - Evolução temporal das populações de deltas e píons em rea- ções Ca+Ca quase frontais, na energia $E_{lab} = 1,0 \text{ GeV/A}$	99
5.1.3 - Multiplicidade média de píons negativos como função da energia incidente para o sistema Ca+Ca ($b < 2 \text{ fm}$). Nossos cálculos, que incluem o efeito da energia de ligação, são comparados com os resultados de Cugnon et al. e com os da- dos experimentais	100
5.1.4 - Efeito da energia de ligação nuclear na produção de mé- sons- π em RNR.....	101
5.1.5 - Espectros de energia para prótons e píons emitidos em rea- ções Ca+Ca na energia incidente $E_{lab} = 0,8 \text{ GeV/A}$	103
5.1.6 - Duas configurações do sistema p (3 GeV) + Ag, respectiva- mente antes e depois de uma colisão com parâmetro de im- pacto nulo	105
5.1.7 - Multiplicidade de píons carregados <u>versus</u> número médio de participantes, para várias reações na energia $E_{lab} =$ $= 0,8 \text{ GeV/A}$	106
D.3.1 - Invariância dos resultados de M_{π} no método de cascata pa- ra partículas ligadas	145
D.4.1 - Multiplicidade média de píons <u>versus</u> E_{limiar} para a coli- são Ca+Ca, na energia incidente $E_{lab} = 1,0 \text{ GeV/A}$	146

LISTA DE TABELAS

<u>TAB.</u>	<u>PÁG.</u>
1 - Principais laboratórios onde núcleos pesados são acelerados a energias relativísticas e ultra-relativísticas.....	5
2.4.1 - Multiplicidades médias de píons em colisões frontais $\text{Ca}^{40}+\text{Ca}^{40}$	45
3.4.1 - Multiplicidade de píons em reações $\text{Ca}^{40}+\text{Ca}^{40}$ quase frontais, calculadas com um código de cascata padrão, e com um método de cascata que inclui a energia de ligação entre os nucleons	68
3.4.2 - Multiplicidade de píons sob uma variedade de condições, em colisões frontais $\text{Ar}+\text{KCl}$ ($E_{\text{lab}} = 800 \text{ MeV/A}$)	70



A fotografia da página anterior é uma ilustração de um possível estado final para a reação frontal entre dois núcleos de titânio ($A = 50$), na energia incidente $E_{\text{lab}} = 2,0 \text{ GeV/A}$. A reação foi simulada em computador, usando-se o modelo de cascata intranuclear, com o cálculo sendo realizado no sistema de referência do centro de massa núcleo-núcleo. Na foto, foram adotadas as seguintes convenções: as bolas representam nucleons, e as linhas amarelas, trajetórias de mésons- π produzidos na colisão; cada partícula é mostrada em dois instantes sucessivos; os nucleons em vermelho-rosa colidiram pelo menos uma vez durante a reação nuclear, enquanto o nucleon em azul não participou do processo.

INTRODUÇÃO

As Reações Nucleares Relativísticas (RNR) constituem um ramo da Física Nuclear para o qual tem se voltado o interesse de grande número de pesquisadores, principalmente nos últimos dez anos. O termo RNR refere-se a colisões envolvendo núcleos com números de massa A maior ou igual a 4, e com velocidades relativas próximas à velocidade da luz. Especificamente, o núcleo-projétil é considerado relativístico quando sua energia cinética é superior a 400 MeV/nucleon (velocidade $> 0,7 c$)*.

Há cerca de vinte anos, o estudo experimental dessas reações só era possível usando componentes pesados dos raios cósmicos que chegam à Terra. A grande vantagem neste caso é poder dispor de projéteis nucleares de altíssima energia, digamos 10^{10} GeV/A ! Entretanto, núcleos com energia muito alta são bastante raros, e esta é uma das dificuldades no uso de raios cósmicos como fonte de íons relativísticos.

As primeiras máquinas capazes de acelerar núcleos pesados até energias de 2-4 GeV/A entraram em funcionamento por volta de 1970, nos Estados Unidos (Berkeley) e na União Soviética (Dubna). Desde então, tem sido possível realizar experiências controladas no campo das RNR. Com a construção de outros aceleradores e o aperfeiçoamento dos já existentes, esse ramo da Física Nuclear deixou de ser uma ciência puramente observacio -

*As energias cinéticas incidentes mencionadas neste trabalho são relativas ao laboratório, ou sistema de referência no qual o núcleo-alvo encontra-se inicialmente em repouso. Nos casos em que as energias incidentes forem relativas a outro sistema de referência, como por exemplo o centro de massa núcleo-núcleo, isto será dito explicitamente.

nal, o que caracterizava o período anterior a 1970. O progresso que atualmente se verifica no estudo experimental das RNR permite que já se tenha acesso a um grande número de dados sobre essas reações. Paralelamente, o esforço considerável dispendido na interpretação desses dados vem possibilitando a elaboração de novas ferramentas teóricas ⁽¹⁾. Apresentamos a seguir alguns objetivos que se pretende alcançar com a pesquisa nesta área*.

As colisões de núcleos pesados em alta energia permitem investigar, pela primeira vez de forma controlada, as propriedades da matéria nuclear em condições extremas de densidade e temperatura. Anteriormente, as propriedades nucleares eram investigadas ou com projéteis leves (próton, elétron, pión, etc) ou com núcleos de baixa energia. Nestas reações, os núcleos-alvo sofrem apenas perturbações localizadas, as quais não são suficientes para excitar e comprimir o núcleo como um todo. Deste modo, a investigação experimental das propriedades nucleares estava restrita às baixas temperaturas e densidades. Com núcleos pesados relativísticos, espera-se poder comprimir a matéria nuclear até densidades várias vezes maiores que sua densidade bariônica normal, $\rho_0 \approx 0,15 \text{ fm}^{-3}$; há também esperança de atingir, nessas reações, temperaturas de 100 MeV ou mais ⁽³⁾. Se estas situações extremas forem alcançadas, um dos grandes objetivos da pesquisa nesta área terá sido atingido: determinar experimentalmente as características da equação de estado da matéria nuclear, para temperaturas e densidades bem

* Citaremos apenas alguns objetivos gerais do estudo das RNR. Para exposições mais detalhadas sobre este ponto, ver Refs. ⁽¹⁾ a ⁽⁶⁾.

diferentes daquelas nas quais esta matéria é normalmente observada.

Do ponto de vista teórico, é possível que alguma contribuição fundamental nova possa advir da pesquisa em RNR. Devemos ter em mente que fenômenos inesperados podem ocorrer nessas reações, os quais exigiriam uma reformulação de nossos conceitos atuais sobre a estrutura da matéria em seu nível mais elementar. Além do mais, o objetivo em estudo nas RNR é um sistema físico para o qual uma abordagem teórica rigorosa ainda não está disponível. Esta abordagem requer uma teoria quântica relativística para um sistema de muitos corpos, na qual a ligação entre as partículas esteja incluída explicitamente. É possível que as tentativas de se obter uma tal formulação resultem em avanços teóricos significativos.

Finalmente, é importante registrar também uma das metas mais ambiciosas que se pretende alcançar com o estudo das RNR: provocar uma transição de fase de um estado de matéria hadrônica para um novo estado da matéria, chamado plasma de quarks e glúons. Esta expectativa tem como base algumas estimativas teóricas, segundo as quais os quarks constituintes dos prótons e neutrons seriam desconfinados caso o sistema núcleo-núcleo atingisse temperaturas e densidades suficientemente elevadas⁽³⁾. Os valores críticos de temperatura (T_c) e densidade bariônica (ρ_c) necessários para induzir a transição de fase são, segundo essas estimativas, $\rho_c/\rho_0 = 3-7$ e $T_c = 140 - 200$ MeV. Para atingir tais condições, teriam que ser construídas máquinas capazes de acelerar os núcleos mais pesados a energias de 10 GeV/A ou mais ! Para dois núcleos de urânio

colidindo quase frontalmente nestas energias, os cálculos indicam que a maioria dos nucleons presentes na região comprimida e excitada seria dissolvida em seus constituintes elementares. O plasma que então se formaria envolveria centenas de quarks, antiquarks e glúons extremamente comprimidos uns contra os outros. Além disso, não se descarta a possibilidade de que, numa situação como esta, estruturas novas resultem após a condensação do referido plasma. Entretanto, ainda não se dispõe de energias tão altas, pelo menos para os núcleos mais pesados.

Um resumo dos principais centros de pesquisa experimental em colisões nucleares relativísticas é apresentado na Tabela 1. A última linha da tabela refere-se ao acelerador RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider), atualmente em construção no Laboratório Nacional em Brookhaven. Quando concluído, será possível dispor inicialmente de feixes de núcleos de enxôfre na energia de 100 GeV/A. Lembrando que, neste tipo de máquina, ambos os núcleos projétil e alvo são acelerados, a energia acima equivale a 21700 GeV/A no sistema do laboratório. O mesmo projeto tornará também disponíveis, numa etapa posterior, feixes de núcleos de urânio na mesma energia !

O que ocorre quando dois núcleos pesados colidem em altas energias ? Entre os vários fenômenos possíveis temos, por exemplo, a produção de novas partículas. O número e o tipo destas partículas dependem de algumas grandezas envolvidas na reação, as mais importantes sendo a energia cinética relativa e o parâmetro de impacto da colisão. Tomemos como exemplo a faixa de energia disponível em Berkeley, 0,4-2,0 GeV/A. Neste caso, as partículas secundárias dominantes são os mésons- π , como pode

Laboratório	Cidade (País)	Ano do início das atividades	Núcleos acelerados	Energia Máxima Atingida (GeV/A)
LBL	Berkeley (EUA)	1970	Fe ⁵⁶	2,0
			U ²³⁸	1,0
JINR	Dubna (URSS)	1970	Ne ²⁰	4,0
BNL	Brookhaven (EUA)	1986	O ¹⁶	14,5
			S ³²	14,5
CERN	Genebra (Suiça)	1986	O ¹⁶	200
			S ³²	200
BNL	Brookhaven (EUA)	1992 ?	U ²³⁸	21700

TABELA 1 - Principais laboratórios onde núcleos pesados são acelerados a energias relativísticas e ultra-relativísticas.

ser facilmente entendido na Figura 1, na qual são apresentadas as energias limiares para a produção de diversas partículas a partir de colisões nucleon-nucleon (N-N). Como vemos, o processo $NN \rightarrow NN\pi$ é o que tem limiar mais baixo, vindo a seguir a reação $NN \rightarrow N\Delta$, a qual também contribui para a produção de píons em RNR (as ressonâncias- Δ são instáveis e decaem via $\Delta \rightarrow N\pi$). Por outro lado, a produção de mésons estranhos só é possível para energias incidentes superiores a 1,6 GeV. Além de predominarem em relação a outras partículas secundárias, os mésons- π são produzidos em grande número nessas reações (ver fotografia no início deste trabalho). Chamamos atenção para o fato de que, em colisões N-N na energia incidente $E_{lab} = 0,8$ GeV, os processos inelásticos são responsáveis por 50% da seção de choque total de reação.

O objetivo do presente trabalho é discutir, do ponto de vista teórico, a produção de píons nas RNR. Nesta análise, nós nos limitaremos à faixa de energia 0,4 - 2,0 GeV/A. Os píons são, juntamente com nucleons e fragmentos nucleares, as únicas partículas detetadas nos experimentos que envolvem colisões núcleo-núcleo nessas energias. Além disso, eles são importantes como

fonte de informação sobre os mecanismos através dos quais essas reações evoluem. Como exemplo, citamos a importância dos píons no processo de equilíbrio que pode ocorrer enquanto os dois núcleos se interpenetram. Foi mostrado na Ref. (7) que o aparecimento dessas partículas acelera o referido processo, ao transformar energia cinética longitudinal em energia de repouso. Além do mais, os píons favorecem altas compressões do sistema.

Um outro exemplo da importância dos píons como fonte de informação em RNR relaciona-se diretamente com um dos objetivos principais da pesquisa nesta área, qual seja a obtenção da equação de estado da matéria nuclear. Até recentemente, diferenças sistemáticas eram constatadas entre os rendimentos de píons observados nessas reações e os cálculos realizados com o

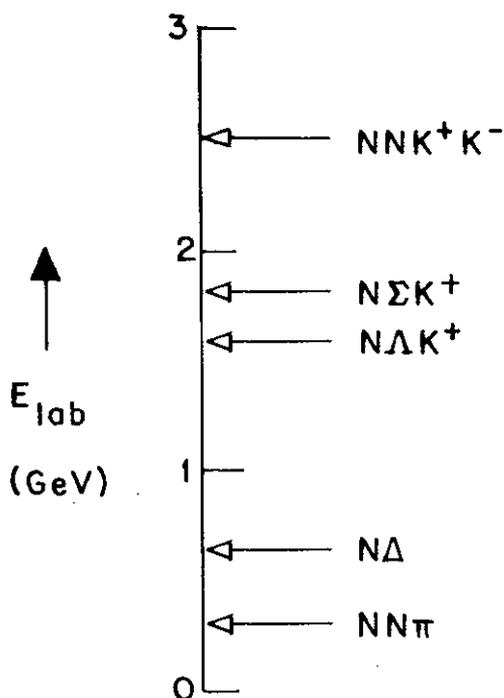


FIGURA 1 - Energias cinéticas mínimas para a produção de partículas em colisões nucleon-nucleon.

método de cascata intranuclear ⁽⁸⁾. Alguns pesquisadores sugeriram extrair a equação de estado da matéria nuclear a partir dessas diferenças ⁽⁹⁾; chegou-se mesmo a obter uma tal equação, a qual é um tanto "dura" comparada com a que é sugerida pela Física Nuclear de baixas energias (nós retornaremos a este ponto no Capítulo 3).

Do ponto de vista experimental, diversas grandezas referentes a píons são medidas: multiplicidade, espectro de energia, distribuição angular, função de correlação, etc. Neste trabalho, fixamos nossa atenção na multiplicidade de píons (M_{π}) em RNR, ou seja, queremos resolver o problema teórico do número de mésons- π que são produzidos numa determinada colisão núcleo-núcleo.

A nossa motivação vem do fato de que os diversos modelos aplicáveis a essas reações na faixa de energia mencionada não conseguem explicar, de forma satisfatória, os rendimentos de píons observados experimentalmente. Este é o caso, por exemplo, dos modelos que se baseiam em tratamentos macroscópicos ^{*} do processo de colisão entre os dois núcleos: modelo térmico ^(10,11) e modelo hidrodinâmico ^(12,13). Estes modelos fornecem resultados de M_{π} que estão em discordância com os dados experimentais. Acrescente-se a isto o fato de que é difícil justificar a aplicação dos referidos modelos na maioria das reações analisadas neste trabalho. Daremos ênfase, portanto, aos tratamentos microscópicos do processo de produção de píons

* Nos tratamentos macroscópicos, grandezas termodinâmicas (pressão, temperatura, densidade, etc) são utilizadas na descrição da dinâmica da colisão. Nos tratamentos microscópicos, procura-se descrever o processo de colisão através do movimento dos nucleons e das partículas que são produzidas durante a reação.

em RNR, concentrando-nos no método de cascata intranuclear. Como, no entanto, abordagens macroscópicas também já foram utilizadas no estudo da produção dessas partículas, incluímos no Capítulo 1 as idéias centrais nas quais se baseiam estes modelos; descrevemos brevemente como os valores de alguns observáveis são calculados e confrontamos alguns resultados fornecidos pelos modelos com dados obtidos experimentalmente.

O modelo de cascata intranuclear descreve a colisão relativística entre os dois núcleos como uma sucessão de colisões binárias entre seus constituintes. Na simulação de RNR com esse modelo, os píons são produzidos nos decaimentos de ressonâncias- Δ formadas no processo inelástico $NN \rightarrow N\Delta$. Este modelo fornece resultados de M_π em melhor concordância com os dados experimentais do que aqueles fornecidos pelos modelos macroscópicos. Entretanto, o método de cascata convencional* superestima os rendimentos de mésons- π (14), mesmo quando os processos de absorção de píons ($\pi N \rightarrow \Delta$) e de recombinação de deltas ($\Delta N \rightarrow NN$) são introduzidos (7,8). No Capítulo 2, descrevemos o procedimento seguido na simulação de RNR com o método de cascata padrão e apresentamos várias versões preliminares deste método. Incluímos também uma discussão sobre a validade da hipótese de trabalho deste modelo (2,15). Finalizamos este capítulo com uma análise dos trabalhos de Cugnon e colaboradores (7,8,14), que estudaram a produção de píons nessas reações usando esse método de cascata.

A discrepância entre os resultados de M_π calculados

* Usaremos os termos convencional e padrão quando nos referirmos àqueles modelos de cascata, como o de Cugnon et al. (ver seção 2.4), que não levam em conta efeitos de muitos corpos no processo de produção de píons.

com o modelo de cascata padrão, e os dados experimentais, parece sugerir a existência de efeitos de muitos corpos no processo de produção de píons. Os mecanismos que foram propostas para explicar essa discrepância formam o conteúdo do Capítulo 3. Inicialmente, descrevemos a proposta de Stock et al. ⁽⁹⁾, que atribuíram a diferença acima à não inclusão, nos cálculos de cascata, de efeitos de compressão. Em seguida, discutimos o trabalho de Cahay e colaboradores ⁽¹⁶⁾, que estimaram os efeitos de colisões N-N "off-shell"* sobre os rendimentos de píons calculados com o método de cascata. Incluímos uma seção sobre como a colisão núcleo-núcleo é descrita no modelo microscópico VUU (Vlasov-Uehling-Uhlenbeck) ⁽¹⁷⁾. Finalizamos o Capítulo 3 com uma descrição dos trabalhos de Kitazoe et al. ⁽¹⁸⁻²⁰⁾, nos quais a energia de ligação nuclear é incluída explicitamente no modelo de cascata.

Entre os mecanismos que podem explicar por que o método de cascata convencional superestima os resultados de M_{π} nas RNR, o mais simples é aquele associado com o efeito do campo médio nuclear. Portanto, devemos examinar primeiro este efeito, antes de considerarmos mecanismos mais sofisticados. Neste sentido, os trabalhos de Cahay e outros ⁽¹⁶⁾, e de Kitazoe e colaboradores ⁽¹⁸⁻²⁰⁾, podem ser vistos como pontos de partida nesta direção. Entretanto, eles apenas aparentemente resolveram o problema. É muito difícil preservar consistentemente a invariância relativística dos cálculos de cascata, com a inclusão do campo médio nuclear.

* O termo "off-shell" é usado sempre que $E^2 \neq IP^2 + m^2$, onde E e IP são, respectivamente, a energia e o momento de uma partícula de massa de repouso m. Para uma partícula "on-shell", tem-se $E^2 = IP^2 + m^2$.

A não covariância relativística desses cálculos aparece em dois aspectos diferentes. O primeiro é a questão do ordenamento dos eventos durante o processo de colisão, um aspecto importante mesmo na ausência do campo médio, e foi discutido anteriormente por Duarte ⁽²⁾, e por Kodama et al. ⁽²¹⁾. O segundo aspecto da não covariância, que discutimos no presente trabalho, é mais delicado uma vez que afeta diretamente a conservação de energia e momento e, por conseguinte, a energia disponível para a produção de píons. Lembramos que nos cálculos de cascata para RNR na faixa de energia 0,4-2,0 GeV/A, as energias relativas de muitas colisões N-N estão próximas do limiar de produção de deltas. Portanto, nós devemos ser muito cuidadosos ao incluir a energia de ligação nuclear nos cálculos dos rendimentos de píons com o modelo de cascata.

No Capítulo 4, fazemos uma crítica a vários aspectos das versões do método de cascata que incluem o campo médio nuclear. Esta crítica mostra claramente a necessidade de reformular o modelo de cascata, de modo a incluir adequadamente a energia de ligação dos nucleons na simulação de RNR. Ainda nesse capítulo, descrevemos a contribuição original deste trabalho ⁽²²⁾: um esquema modificado para o método de cascata, o qual conserva rigorosamente a energia e o momento totais de uma maneira covariante, com a vantagem adicional de ter alguma flexibilidade para incorporar vários mecanismos possíveis para a excitação nuclear.

No Capítulo 5, apresentamos nossos resultados e os comparamos com dados experimentais e com cálculos de outros pesquisadores. Incluímos também neste capítulo algumas discus-

sões, juntamente com as conclusões do presente trabalho. Deixamos para os Apêndices vários detalhes e deduções que achamos conveniente omitir do texto*.

* A leitura de algumas partes do texto não é indispensável para alguém interessado apenas na contribuição dada com este trabalho. Estas partes estarão assinaladas ao longo do texto, e foram incluídas para dar uma visão um pouco mais ampla sobre aspectos teóricos das colisões entre núcleos pesados a altas energias.

CAPÍTULO 1

MODELOS MACROSCÓPICOS E SUA APLICAÇÃO ÀS RNR^{*}

Neste capítulo tratamos sucintamente duas classes de modelos macroscópicos utilizados no estudo das RNR. Apesar de distintos, estes dois conjuntos de modelos têm em comum alguns aspectos, os quais dizem respeito às condições de validade para sua aplicação no âmbito das colisões entre íons pesados a altas energias. A classe que abrange os modelos térmicos é tratada na primeira seção deste capítulo; as idéias centrais do modelo hidrodinâmico são incluídas na parte final do capítulo.

1.1 - MODELOS TÉRMICOS

Alguns dados experimentais^{**} das RNR sugerem uma imagem geométrica para as colisões não centrais entre os dois núcleos: a divisão dos nucleons em participantes e espectraldo-

* A leitura deste capítulo pode ser dispensada.

** Como exemplo, citamos os espectros inclusivos de prótons, medidos a 0° e a 180° , em reações $C^{12} + C^{12}$ a $1,05 \text{ GeV/A}$ (23). Estes espectros indicam a existência de três fontes distintas emissoras de partículas: uma fonte que se move com velocidade aproximadamente igual à do projétil, outra com velocidade próxima à do alvo, e finalmente a terceira com velocidade intermediária àquelas do projétil e do alvo.

res. Os nucleons participantes são aqueles cujas trajetórias retilíneas extrapoladas passariam através do outro núcleo, e os espectadores são os nucleons restantes situados fora da região de superposição geométrica.

A divisão dos nucleons em participantes e espectadores proporciona a base para alguns modelos das colisões entre núcleos pesados a altas energias, como por exemplo o modelo de bola de fogo de Westfall e colaboradores ⁽¹⁰⁾. Este modelo supõe que os participantes do projétil transfiram seu momento para o sistema formado por todos os nucleons participantes (do projétil e do alvo), dando origem a uma bola de fogo que no sistema do laboratório move-se para a frente com uma velocidade intermediária às do projétil e do alvo. O modelo de bola de fogo tem essencialmente três ingredientes: geometria, para calcular o número de nucleons participantes; cinemática, para calcular a velocidade da bola de fogo e sua energia de excitação; e termodinâmica, para descrever o decaimento da bola de fogo ⁽¹¹⁾*.

O volume participante de cada núcleo é função do parâmetro de impacto da colisão núcleo-núcleo. Considerando núcleos esféricos e trajetórias retilíneas, o volume mencionado pode ser obtido calculando-se o volume de interseção de uma esfera e um cilindro ⁽²⁴⁾. Isto permite que a carga Q e o número bariônico B da bola de fogo sejam previamente conhecidos.

A velocidade $\beta_{c.m.}$ do centro de massa da bola de fo

* O decaimento da bola de fogo ocorre na densidade crítica ρ_c , na qual o sistema de nucleons participantes atinge o equilíbrio; abaixo desta densidade as partículas deixam de interagir, e conseqüentemente suas distribuições de momento não mais variam.

go é dada por

$$\beta_{c.m.} = \frac{p_{lab}}{E_{lab}} = \frac{N_p [t_i (t_i + 2m')]^{1/2}}{(N_p + N_t)m' + N_p t_i} \quad (1.1.1)$$

onde E_{lab} e p_{lab} são, respectivamente, a energia total e o momento do sistema no laboratório. Na expressão (1.1.1), N_p e N_t são os números de nucleons participantes do projétil e do alvo, t_i é a energia cinética incidente de cada nucleon do projétil, e m' é a massa de um nucleon ligado. A energia total do sistema no centro de massa da bola de fogo (ou seja, sua massa M) é portanto

$$M = (E_{lab}^2 - p_{lab}^2)^{1/2} \quad (1.1.2)$$

O modelo de Westfall ⁽¹⁰⁾ supõe que, durante a colisão entre os dois núcleos, o número de interações durante as fases de formação e de expansão da bola de fogo seja muito grande. Neste caso é razoável considerar que o sistema formado pelos nucleons participantes atinja um estado de equilíbrio térmico. Para descrever cada tipo de hadron presente na bola de fogo no instante de seu decaimento, pode-se então utilizar fórmulas referentes a um gás sem interação ⁽¹¹⁾. Isto permite obter a distribuição de momento de partículas do tipo i em equilíbrio térmico na temperatura T por meio de

$$\frac{d^3 N_i}{dp^3} = \frac{(2S_i + 1)V}{(2\pi)^3} \cdot \left\{ \exp \left[\frac{(p^2 + m_i^2)^{1/2} - \mu_i}{T} \right] \pm 1 \right\}^{-1} \quad (1.1.3)$$

Estas distribuições de momento são isotrópicas no centro de

massa da bola de fogo. Na equação (1.1.3), S_i , m_i e μ_i são, respectivamente, o spin, a massa e o potencial químico da partícula i ; V é o volume da bola de fogo no instante de seu decaimento, e os sinais + ou - referem-se a férmions ou a bósons. O número total de partículas do tipo i , obtido por integração da equação (1.1.3), é

$$N_i = \frac{(2S_i+1)Vm_i^2 T}{2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\mp)^{n+1}}{n} \cdot \exp\left(\frac{n\mu_i}{T}\right) K_2\left(\frac{nm_i}{T}\right) \quad (1.1.4)$$

Finalmente, a energia total média de uma partícula do tipo i , E_i , pode ser calculada através de

$$N_i E_i = \frac{(2S_i+1)Vm_i^3 T}{2\pi^2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\mp)^{n+1}}{n} \cdot \exp\left(\frac{n\mu_i}{T}\right) \times \\ \times \left[K_1\left(\frac{nm_i}{T}\right) + \frac{3T}{nm_i} \cdot K_2\left(\frac{nm_i}{T}\right) \right] \quad (1.1.5)$$

Nas equações (1.1.4) e (1.1.5), K_n são funções de Bessel.

O problema termodinâmico pode então ser resumido do seguinte modo. Para cada parâmetro de impacto b , é necessário encontrar os potenciais químicos de prótons e neutrons (μ_p e μ_n), a temperatura T e o volume V de um sistema em equilíbrio termodinâmico na densidade ρ_c , com número bariônico B , carga Q e massa M . As quantidades desconhecidas podem ser encontradas por meio das equações abaixo, as quais expressam, respectivamente, a conservação da energia, da carga e do número bariônico, e a restrição de que a densidade hadrônica seja ρ_c .

$$M = \sum_i N_i E_i \quad , \quad (1.1.6)$$

$$Q = \sum_i N_i Q_i \quad , \quad (1.1.7)$$

$$B = \sum_i N_i B_i \quad , \quad (1.1.8)$$

$$\rho_c = \frac{1}{V} \sum_i N_i \quad . \quad (1.1.9)$$

Considerando a densidade ρ_c como parâmetro, as expressões (1.1.6)--(1.1.9) permitem obter os valores de μ_p , μ_n , V e T ; estes, quando substituídos nas eqs. (1.1.3) e (1.1.4) fornecem, respectivamente, os espectros inclusivos e as multiplicidades de partículas. Finalmente, antes de confrontar estes resultados com os dados experimentais, é necessário que se leve em conta a contribuição correspondente a todos os parâmetros de impacto.

A produção de píons pode ser incluída no modelo acima. Para isto, além da hipótese de equilíbrio térmico, supõe-se ainda o equilíbrio químico das possíveis reações entre as partículas presentes, para que se possa determinar suas concentrações na temperatura T . Esta hipótese implica em certas relações entre os potenciais químicos. Por exemplo, de $p+n \rightarrow n+n+\pi^+$ segue que $\mu_{\pi^+} = \mu_p - \mu_n$; de $p+n \rightarrow p+p+\pi^-$ temos $\mu_{\pi^-} = \mu_n - \mu_p$, e assim por diante. Vemos portanto que o acréscimo de mais componentes ao sistema não introduz novas incógnitas. Na Figura 1.1.1 a razão entre as seções de choque inclusivas de produção de pión e de nucleon, σ_{π}/σ_N , para reações envolvendo núcleos de mesma massa, é mostrada como função da densidade crítica ρ_c . Como vemos, o número de píons é sensivelmente afetado pela escolha de ρ_c , principalmente nos casos em que a ener

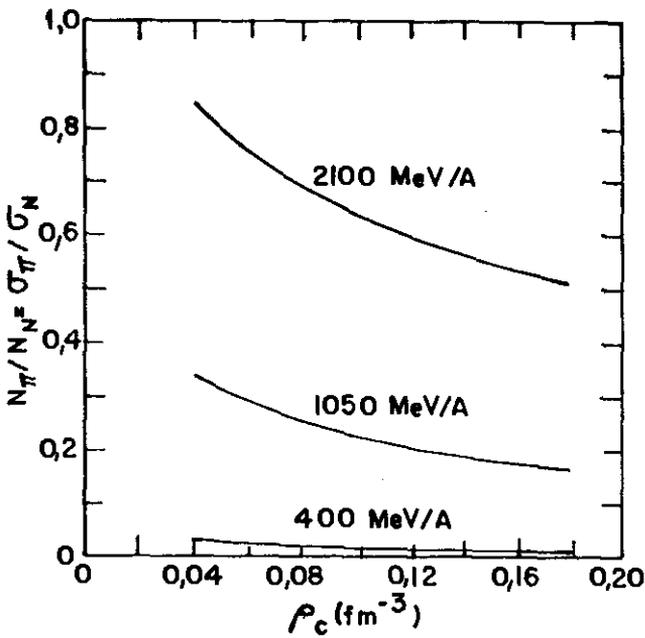
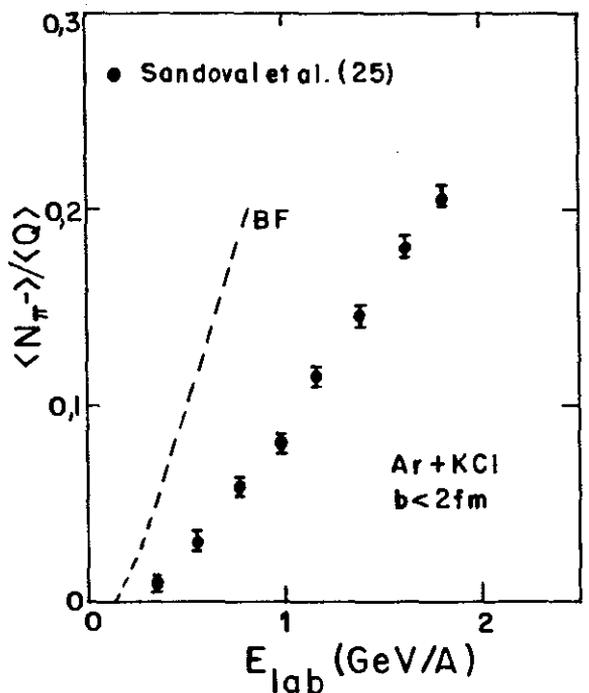


FIGURA 1.1.1 - Razão entre os números de pions e de nucleons presentes na bola de fogo, como função da densidade crítica ρ_c , para diversas energias incidentes. Os resultados são da Ref. (11), e foram calculados para reações entre dois núcleos de mesma massa.

médio de pions negativos, e o número médio de prótons participantes, é mostrada como função da energia incidente, para o caso da reação Ar+KCl. O modelo de bola de fogo, que consegue reproduzir de forma satisfatória os espectros inclusivos de prótons em

FIGURA 1.1.2 - Razão $\langle N_{\pi^-} \rangle / \langle Q \rangle$ versus energia incidente, para a reação Ar+KCl. Os círculos cheios são os dados experimentais da Ref. (25), e a linha tracejada refere-se a cálculos feitos com o modelo de bola de fogo (curva retirada da Ref. (1)).

gia incidente é maior do que 1 GeV/A. Segundo Kapusta (11), seria razoável atribuir à densidade crítica ρ_c valores inferiores à densidade normal da matéria nuclear, ρ_0 . Entretanto, valores de ρ_c da ordem de $0,05 \text{ fm}^{-3}$ conduzem a resultados de multiplicidade de pions que estão bastante superestimados em relação aos dados experimentais. Isto pode ser visto na Figura 1.1.2, onde a razão $\langle N_{\pi^-} \rangle / \langle Q \rangle$, entre o número



RNR ⁽¹⁰⁾, não é bem sucedido em fornecer uma explicação quantitativamente razoável para o número de píons produzidos nessas reações.

Resultados semelhantes são obtidos no trabalho de Bohrmann e Knoll ⁽²⁶⁾, os quais utilizam um modelo estatístico que também tem como único parâmetro a densidade crítica ρ_c . Este modelo só consegue reproduzir os rendimentos experimentais de píons utilizando valores de ρ_c várias vezes maiores do que ρ_0 , algo fisicamente não razoável. Tanto o modelo de Bohrmann e Knoll quanto o modelo de bola de fogo supõem uma completa thermalização da distribuição de momento dos nucleons participantes, o que pode ser questionado. Além disso, lembremos que estes modelos não levam em conta, por exemplo, a possibilidade de que processos de absorção desempenhem um papel importante numa fase posterior àquela em que os píons foram produzidos.

Concluimos esta seção com algumas palavras sobre o modelo de "tiras de fogo" ("firestreak"). Este modelo, proposto inicialmente por Myers ⁽²⁷⁾, parte de hipóteses de trabalho bem mais razoáveis que o modelo de bola de fogo, do qual é uma extensão. A difusão da superfície nuclear é agora levada em conta, bem como gradiente de temperatura no interior da bola de fogo ⁽²⁸⁾. O volume participante é dividido em tiras paralelas de matéria nuclear, com a temperatura e a velocidade de cada tira sendo determinada pela quantidade de material proveniente do projétil e do alvo, e também pela energia incidente. Portanto, em lugar de equilíbrio térmico global, trabalha-se agora com a condição menos restritiva de equilíbrio térmico em cada uma das tiras. Infelizmente, os aperfeiçoamentos introduzidos com este modelo

não conduzem a resultados sistematicamente melhores que os calculados com o modelo de bola de fogo (29).

1.2 - MODELO HIDRODINÂMICO

Neste modelo, o núcleo é considerado como um meio contínuo, cuja evolução temporal é descrita por equações hidrodinâmicas relativísticas. O mérito principal desta abordagem é que ela trata diretamente com a equação de estado da matéria nuclear, cuja investigação é um dos principais objetivos da pesquisa em RNR.

Em sua versão mais simples (12), são desprezados a viscosidade nuclear, as energias de superfície e coulombiana, e efeitos de partículas independentes; também não se leva em conta a produção de novas partículas durante a reação entre os dois núcleos*. Considerando ainda que o sistema possa ser tratado como um único fluido, as equações que devem ser resolvidas são:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial N}{\partial t} + \nabla \cdot (\nabla N) = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \nabla \cdot (\nabla \mathbf{M}) = -\nabla p \\ \frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot (\nabla E) = -\nabla \cdot (\nabla p) \end{array} \right. , \quad (1.2.1)$$

onde os símbolos denotam as seguintes grandezas:

* Tais efeitos poderiam ser incluídos via a introdução de termos de transporte nas equações de movimento.

p - pressão, no sistema de repouso do fluido,

N - densidade de número de nucleons no sistema do laboratório,

\mathbf{M} - densidade de momento no sistema do laboratório,

\mathbf{V} - velocidade da matéria relativa ao sistema do laboratório,

E - densidade de energia (incluindo energia de repouso) no sistema do laboratório.

As equações (1.2.1) expressam a conservação do número de nucleons, do momento e da energia, para uma equação de estado especificada. As quantidades N , \mathbf{M} e E relacionam-se com suas correspondentes no sistema de repouso do fluido através de:

$$\left\{ \begin{array}{l} N = \gamma n \\ \mathbf{M} = \gamma^2 (\epsilon + p) \mathbf{V} \\ E = \gamma^2 (\epsilon + p) - p \end{array} \right. , \quad (1.2.2)$$

onde n e ϵ são, respectivamente, as densidades de número de nucleons e de energia no sistema de repouso, e γ é o fator de Lorentz.

Para condições iniciais dadas, as equações de movimento são resolvidas como funções do tempo para N , \mathbf{M} , E , p e \mathbf{V} , usando uma técnica computacional que utiliza uma malha retangular tridimensional de células, através da qual o fluido se move ⁽¹²⁾. Aplicando o método de diferenças finitas às equações (1.2.1), os valores de \mathbf{M} , N e E em cada célula são calculados em instantes posteriores em termos dos valores precedentes. As grandezas n , \mathbf{V} , ϵ e p são então obtidas por meio das eqs. (1.2.2), e da especificação de uma equação de estado, isto é, uma relação do tipo

$$p = f(n, \epsilon) \quad . \quad (1.2.3)$$

Um dos problemas na utilização do modelo hidrodinâmico é seu elevado custo computacional. Outras desvantagens estão associadas com as condições para aplicação do modelo, nem sempre satisfeitas no âmbito das colisões entre núcleos pesados a altas energias. A aplicabilidade da abordagem hidrodinâmica baseia-se em: 1) grande número de graus de liberdade; 2) duração do processo suficiente para equilíbrio do sistema, pelo menos localmente; 3) grande interação, ou pequena energia incidente. Para a maior parte das reações discutidas em nosso trabalho, a saber colisões entre núcleos de massa intermediária, estas condições dificilmente são preenchidas para energias superiores a 1 GeV/A.

Outro aspecto delicado na aplicação do modelo hidrodinâmico é o fato de que ele usa como ingrediente uma equação de estado para a matéria nuclear. Esta, no entanto, não é conhecida experimentalmente para densidades e temperaturas elevadas, as quais, muito provavelmente, são atingidas nas RNR. Por último, no que diz respeito ao assunto principal que queremos discutir neste trabalho, os rendimentos de píons em RNR, os modelos hidrodinâmicos fornecem resultados em concordância pobre com os dados experimentais, diferindo destes últimos por um fator dois ⁽¹³⁾.

CAPÍTULO 2

O MÉTODO DE CASCATA INTRANUCLEAR PARA AS REAÇÕES NUCLEARES RELATIVÍSTICAS

Alguns modelos utilizados no estudo das RNR baseiam-se no chamado método de cascata intranuclear, o qual consiste em descrever o processo de colisão entre os núcleos projétil e alvo como uma sequência de colisões binárias independentes entre seus nucleons constituintes; estes, enquanto não colidem, descrevem trajetórias retilíneas clássicas. Esse método, de caráter estatístico, segue o procedimento de Monte Carlo para simular as colisões nucleares relativísticas, e proporciona uma maneira direta de calcular quantidades microscópicas sem a introdução de qualquer parâmetro fenomenológico. A hipótese de trabalho comum aos modelos baseados no método de cascata é a de que a evolução dinâmica do sistema dos dois núcleos em interação se dá através de colisões puramente binárias entre as suas partículas. Tal suposição só seria justificada nos casos em que o sistema pudesse ser considerado como um gás rarefeito. Como discutiremos adiante, essa é uma hipótese de trabalho que pode ser questionada.

O conteúdo deste capítulo foi organizado como se segue. Na primeira seção esboçaremos o procedimento seguido quando se utiliza o método de cascata intranuclear na simulação

de colisões nucleares relativísticas. Alguns modelos baseados nesse método, que consideramos como versões preliminares do mesmo, são apresentados na seção seguinte. Na terceira seção, analisamos a hipótese de que colisões puramente binárias entre as partículas dos núcleos sejam o único mecanismo microscópico da dinâmica do sistema. Finalmente, na última seção descrevemos em detalhe os modelos de Cugnon e colaboradores ^(14,7,8), que foram os primeiros a fornecer resultados para a multiplicidade de píons nas RNR, em concordância razoável com os dados experimentais.

2.1 - O PROCEDIMENTO GERAL SEGUIDO NA UTILIZAÇÃO DO MÉTODO

- A Escolha da Configuração Inicial

O primeiro passo na elaboração de um código computacional para simular o processo de colisão entre os dois núcleos é a especificação das condições iniciais. Para isto torna-se necessário conhecer, no instante inicial, as seguintes grandezas: o parâmetro de impacto da colisão; as posições de todos os nucleons do projétil e do alvo; as energias e momentos dos referidos nucleons.

O parâmetro de impacto da colisão núcleo-núcleo, quando não é considerado fixo, deve ser escolhido aleatoriamente a partir da distribuição correspondente. No Apêndice A é mostrado que neste último caso pode-se determinar seu valor a partir da expressão

$$b = b_{\max} \cdot (y)^{1/2} \quad , \quad (2.1.1)$$

onde y é um número escolhido aleatoriamente entre 0 e 1 a partir de uma distribuição uniforme; atribui-se a b_{\max} um valor igual à soma dos raios dos dois núcleos quando se pretende incluir todos os parâmetros de impacto possíveis, ou um valor bem menor quando se deseja simular colisões aproximadamente frontais. Para que a situação geométrica inicial fique completamente especificada é necessário, além da escolha do parâmetro de impacto, a determinação do ângulo azimutal ϕ correspondente à orientação do vetor posição do centro de massa do projétil em relação ao centro de massa do alvo. Isto é feito através do sorteio de ϕ segundo uma distribuição uniforme entre 0 e 2π .

As posições iniciais dos nucleons são geradas aleatoriamente no sistema de repouso do núcleo a que pertencem, a partir de uma distribuição esfericamente simétrica de densidade; em coordenadas esféricas, (r_i, ϕ_i, θ_i) , isto corresponde a sortear ϕ_i uniformemente entre 0 e 2π , e o $\cos\theta_i$ também uniformemente entre -1 e +1 (ver Apêndice A). Quanto à coordenada r_i sua especificação depende da distribuição radial de densidade a ser utilizada. No caso em que se considera o núcleo como uma esfera de raio bem definido e com uma distribuição homogênea de nucleons, a distância r_i entre o nucleon- i e o centro do núcleo ao qual pertence vale

$$r_i = R \cdot (y)^{1/3} \quad , \quad (2.1.2)$$

onde R é o raio do núcleo e y é um número uniformemente distribuído entre 0 e 1 (ver Apêndice A).

Os momentos iniciais dos nucleons no interior de seus

respectivos núcleos são geralmente escolhidos ao acaso dentro de uma esfera de Fermi de raio P_f aproximadamente igual a 260 MeV/c (ver Apêndice A). Neste caso, as coordenadas $(P_i, \phi_i^P, \theta_i^P)$ do vetor \mathbb{P}_i são obtidas de modo análogo ao mencionado anteriormente para as coordenadas (r_i, ϕ_i, θ_i) . Uma vez conhecido o momento de cada nucleon, sua energia é obtida diretamente de

$$E_i = (\mathbb{P}_i^2 + m^2)^{1/2}, \quad (2.1.3)$$

onde \underline{m} é a massa de repouso do nucleon ($m = 938$ MeV).

Estando especificados os momentos, energias e posições iniciais de todos os nucleons nos sistemas de referência dos respectivos núcleos, estas quantidades são então transformadas, por meio da transformação de Lorentz correspondente, para o sistema de referência onde se pretende desenvolver o cálculo de cascata. Este referencial, que chamamos de sistema de observação, em geral é escolhido como o sistema do laboratório ou como o sistema do centro de massa núcleo-núcleo.

- O Processo de Colisão Núcleo-Núcleo

A reação nuclear tem início no instante em que os dois núcleos começam a se tocar (instante $t = 0$). Conhecendo-se neste instante a posição, o momento e a energia de todos os nucleons, é possível calcular, no sistema de observação, o instante t_{ij} em que dois nucleons quaisquer estarão na situação de máxima aproximação, bem como a distância entre eles na-

quele instante, d_{ij}^* . Os nucleons i e j poderão colidir no instante t_{ij} se

$$\pi d_{ij}^2 < \sigma^{\text{tot}}(E_{ij}) \quad , \quad (2.1.4)$$

onde σ^{tot} é a seção de choque total da reação entre dois nucleons livres, e E_{ij} é a energia relativa do par i - j . Entre os diversos pares que apresentam condições de colidir escolhe-se aquele cuja colisão ocorre primeiro. Todas as partículas deslocam-se então em linha reta com suas respectivas velocidades até o instante correspondente, quando então é processada a colisão do par escolhido.

Para determinar os momentos e energias finais das partículas envolvidas na colisão binária faz-se uso dos princípios de conservação de energia e momento. Quanto ao ângulo de espalhamento, este é escolhido ao acaso a partir da distribuição angular usada na simulação da colisão binária em questão. Os movimentos das partículas i e j sofrem então uma mudança abrupta; estando completamente especificados seus novos momentos e energias, pode-se então recalcular os novos instantes de colisão. Escolhe-se a seguir qual a próxima colisão binária, e assim por diante; esta sequência de eventos continua até o instante em que a rarefação do sistema faz com que cessem as colisões binárias**.

* A distância de máxima aproximação para o par i - j , bem como o instante correspondente t_{ij} , são calculados supondo-se que estas partículas possuam movimento retilíneo e uniforme até o instante de maior aproximação; isto corresponde a considerar interações instantâneas entre as partículas.

** Em alguns trabalhos, o final da reação nuclear é definido como o instante em que a taxa de colisões binárias cai abaixo de um certo valor.

- A Obtenção de Resultados Através do Método

No final da reação núcleo-núcleo são conhecidos os momentos, energias e a natureza de todas as partículas presentes neste instante. É possível então extrair diretamente informações sobre diversas quantidades, tais como espectros, multiplicidades e distribuições angulares de diferentes partículas, correlações na emissão de dois prótons, etc, permitindo assim que as mesmas sejam comparadas com os dados experimentais correspondentes. O cálculo através do método de cascata permite também conhecer, num instante qualquer, o comportamento médio de grandezas como densidade de nucleons numa determinada região, população de diferentes tipos de partículas, etc. Tais informações são muito valiosas para o conhecimento da evolução dinâmica do sistema núcleo-núcleo. Como é característico do Método de Monte Carlo, o processo de simulação da reação nuclear descrito nos parágrafos anteriores é repetido para diferentes configurações iniciais, até que se tenha uma estatística suficiente para as grandezas nas quais se tem interesse.

- A Produção de Píons no Método de Cascata Intranuclear

Na simulação das RNR através do método de cascata intranuclear, os píons são em geral produzidos via formação de ressonâncias delta em reações inelásticas nucleon-nucleon*. Para energias incidentes do núcleo projétil na faixa 0,4-2,0 GeV/A, costuma-se considerar que o canal inelástico da colisão N-N é

* Quando dois nucleons colidem, decide-se se o processo será elástico ou inelástico a partir de sorteio baseado na razão entre as seções de choque dos respectivos processos.

totalmente dominado pela reação $N+N \rightarrow N+\Delta$. Despreza-se deste modo a produção direta de píons, $N+N \rightarrow N+N+\pi$ (14,7,8); este procedimento, além de ter respaldo experimental (30), torna muito mais simples o tratamento cinemático das reações N-N. Despreza-se também a contribuição de outros processos tais como a produção múltipla de píons, a produção de mésons estranhos, etc (1); isto se justifica pelo fato de que as energias envolvidas nas diversas colisões binárias raramente estão muito acima dos limiares destes processos.

As ressonâncias delta formadas nas colisões N-N podem decair durante a colisão núcleo-núcleo, produzindo assim píons através das reações $\Delta \rightarrow N+\pi$. Neste ponto é necessário que se faça alguma hipótese razoável quanto à vida média das deltas durante o processo de reação entre os dois núcleos; como veremos mais adiante, a multiplicidade de píons nas RNR calculada através do método de cascata é muito sensível ao valor atribuído àquela grandeza. Além dessa hipótese, é necessário que se faça alguma suposição acerca do comportamento dos mésons- π que resultam dos decaimentos das deltas. Essas questões serão discutidas em detalhe na seção 2.4.

Nos parágrafos anteriores procuramos descrever em linhas gerais o procedimento seguido quando se utiliza o método de cascata intranuclear na análise das RNR. Nesta descrição deixamos de lado propositalmente vários detalhes, os quais dizem respeito ao modo pelo qual são incorporados ao cálculo diversos ingredientes físicos, como por exemplo o princípio da exclusão de Pauli e a energia de ligação nuclear. Como ficará claro nos Capítulos 3 e 4, principalmente o segundo destes ingredientes

pode afetar sensivelmente a produção de píons nas RNR, apresentando um efeito no rendimento destas partículas que não pode ser desprezado, mesmo quando comparado aos efeitos mais importantes da vida-média da delta e do mecanismo de absorção de píons durante a reação nuclear.

Por último, uma observação importante sobre o modelo de cascata intranuclear para RNR: é necessário reconhecer que esse modelo fornece uma imagem super simplificada do processo de colisão entre os dois núcleos. Mesmo assim, o modelo é útil em muitos aspectos, como por exemplo no estudo de efeitos cinemáticos relativísticos (2,21). É possível também que o método de cascata ajude a detetar fenômenos novos. A idéia consiste em tomar como base uma versão do método que inclua os ingredientes físicos mais essenciais, e confrontar os resultados calculados com os dados experimentais. Uma eventual discrepância nítida entre os cálculos e os dados poderia ser interpretada, neste caso, como indício da ocorrência de algum fenômeno novo durante a colisão núcleo-núcleo.

2.2 - VERSÕES PRELIMINARES DO MÉTODO DE CASCATA*

Nesta seção apresentamos diversos modelos baseados no método de cascata intranuclear, os quais diferem entre si no modo pelo qual incorporam ao cálculo diversos ingredientes físicos. Também indicamos resumidamente os objetivos com os quais foram propostos, bem como algumas características dos re

*A leitura desta seção pode ser dispensada.

sultados obtidos.

- O Modelo de Bondorf e Colaboradores

Nos primeiros trabalhos a utilizar o método de casca intranuclear no estudo das RNR, tinha-se em mente uma descrição microscópica para a dinâmica do sistema núcleo-núcleo, que não fosse muito dispendiosa quanto ao tempo de computação. Assim, ao aplicar o método à reação urânio-urânio na faixa de energia incidente entre 200 e 400 MeV por nucleon, Bondorf e colaboradores (31,32) introduziram várias simplificações: uso de cinemática clássica, independência da seção de choque nucleon-nucleon com a energia e isotropia na distribuição angular da colisão elástica N-N. Além disso, diversos ingredientes físicos não foram levados em conta. Entre estes, destacam-se: a energia de ligação e movimento de Fermi dos nucleons, o princípio da exclusão de Pauli e a produção de píons nas colisões N-N.

Um dos objetivos desses trabalhos era examinar como se comporta a densidade nuclear na região central de interação, à medida que os dois núcleos se interpenetram. Para colisões frontais entre os dois núcleos de urânio esse comportamento sugeriu aos autores a divisão do processo em três estágios: no primeiro deles, ou estágio de contato, a densidade próximo ao centro de massa dos dois núcleos cresce até quase o valor máximo. Segue-se então o estágio de alta densidade, durante o qual a região central apresenta densidade aproximadamente constante, com um valor próximo ao máximo. O último estágio caracteriza-se por uma diminuição rápida da densidade central, sendo por isso chamado de estágio explosivo.

Na análise da densidade central máxima atingida, os autores examinaram a sensibilidade dos resultados ao mecanismo de espalhamento adotado para as colisões nucleon-nucleon. Três possibilidades foram levadas em conta. O primeiro desses mecanismos consistia em processar a colisão N-N como se os nucleons fossem esferas duras de diâmetro dado por $d = \sqrt{\sigma/\pi} \approx 0,9$ fm. O espalhamento nestes moldes conserva energia, momento linear e momento angular.

O segundo mecanismo de colisão permitia uma maior aproximação entre os nucleons, ao considerar um caroço repulsivo de 0,5 fm: os dois nucleons em condições de colidir ($\pi b^2 < \sigma$) eram espalhados no momento em que sua separação tornava-se igual ao parâmetro de impacto b , para o caso em que $b > 0,5$ fm; em caso contrário, o espalhamento ocorria quando a distância entre eles tornava-se igual a 0,5 fm.

Finalmente, o terceiro mecanismo consistia em processar o espalhamento na situação de máxima aproximação, sem restrições quanto à mesma. Neste caso, bem como no anterior, o momento angular não é conservado na colisão binária; entretanto, espera-se que o erro decorrente desta não conservação seja pequeno em virtude do grande número de colisões N-N.

Como era esperado, a máxima razão de compressão* depende do mecanismo de espalhamento utilizado. Ela é maior no caso do último mecanismo, quando seu valor é quase 4, e menor na situação de espalhamento entre esferas duras, quando a razão de compressão máxima é cerca de 2; por outro lado, o esti-

*O termo razão de compressão refere-se à razão entre a densidade de nucleons num instante qualquer, ρ , e a mesma densidade nas condições normais de equilíbrio, ρ_0 .

lo de colisão com a presença de um caroço repulsivo de 0,5 fm conduz a uma razão de compressão máxima da ordem de 3.

Um último comentário acerca desses trabalhos diz respeito ao número de colisões binárias que ocorrem durante todo o processo. Utilizando o mecanismo de espalhamento na situação de máxima aproximação os autores obtiveram a distribuição do número de colisões por partícula ⁽³²⁾. Para a reação urânio-urânio eles notaram que em média cada nucleon participa de 5 espalhamentos. Além disso a referida distribuição é bastante larga, indicando que praticamente todos os nucleons são espalhados pelo menos uma vez, sendo que um nucleon pode sofrer até 14 colisões binárias no caso de um choque frontal entre os dois núcleos !

- A Versão de Stevenson

O método de cascata proposto por Stevenson ⁽³³⁾ apresenta diversas vantagens em relação ao modelo de Bondorf e colaboradores. Entre outras, destacam-se: o uso de cinemática relativística, a inclusão do movimento de Fermi dos nucleons e a utilização de distribuições angulares experimentais na simulação dos espalhamentos elásticos entre dois nucleons. Além disso, o princípio da exclusão de Pauli foi levado em conta nas colisões nucleon-nucleon, ainda que de forma um tanto simplificada: para que a colisão entre duas partículas fosse permitida ambas deveriam ter momentos (no sistema do laboratório) maiores que o momento de Fermi .

Inicialmente, Stevenson ⁽³³⁾ aplicou seu modelo no



cálculo dos espectros inclusivos de prótons emitidos nas seguintes reações: $Ne^{20}+U^{238}$ a 250 e a 400 MeV/A, He^4+U^{238} a 400MeV/A e $Ne^{20}+NaF$ a 800 MeV/A. Entretanto, os resultados do modelo de cascata de Stevenson ⁽³³⁾ não poderiam ser comparados diretamente com os dados experimentais, uma vez que em seu modelo não se levava em conta a formação de partículas compostas leves, fragmentos que são responsáveis por grande parte da matéria emitida nas RNR ⁽³⁴⁾. Stevenson contornou esta dificuldade utilizando a idéia do modelo de coalescência proposto por Gutbrod et al. ⁽³⁴⁾, a saber que as partículas compostas são formadas nas interações que ocorrem no estágio final da colisão núcleo-núcleo (interações de estado final). Neste caso, o espectro de prótons obtido através do método de cascata refere-se a uma situação anterior a estas interações, e por isto Stevenson chamou-o de espectro primordial. Ele pode ser obtido a partir dos espectros de partículas compostas por meio de:

$$\left. \frac{d^2\sigma}{d\Omega \cdot dE} \right|_{\text{primordial}} = \sum z \cdot \frac{d^2\sigma(z,A)}{d\Omega dE} \quad , \quad (2.2.1)$$

onde E é a energia por nucleon e a soma é sobre todos os isótopos (na prática apenas os isótopos de hidrogênio e hélio contribuem significativamente). Utilizando resultados experimentais dos espectros inclusivos de fragmentos leves, Stevenson ⁽³³⁾ utilizou a equação (2.2.1) para obter o espectro primordial de prótons, o qual foi então comparado com o resultado fornecido pelo seu modelo de cascata. A concordância entre os dois grupos de resultados pode ser considerada bastante boa no caso da rea

ção Ne+U, a 250 e a 400 MeV/A. O mesmo se verifica para a reação He+U a 400 MeV/A. Entretanto, para a reação Ne+NaF a 800 MeV/A, os cálculos indicam um número de prótons de alta energia muito maior que o fornecido pelos dados experimentais. Stevenson⁽³³⁾ atribuiu a presença destes prótons de alta energia ao fato de seu modelo não incluir a produção de píons, a qual é importante na energia em questão.

No que se refere à frequência relativa de colisões múltiplas os resultados de Stevenson⁽³³⁾ indicam, para a colisão Ne+U a 250 MeV/A, que os nucleons emitidos participam em média de 5 espalhamentos no caso em que todos os parâmetros de impacto são considerados, e de 6 espalhamentos no caso de colisões mais frontais, $b < 3 \text{ fm}$ ⁽³³⁾. Estes resultados contradizem a sugestão de Koonin⁽³⁵⁾, de que a maior parte da seção de choque inclusiva de prótons para esta reação poderia ser explicada supondo-se que cada nucleon fosse espalhado apenas uma vez. Segundo o cálculo de Stevenson, é muito pequeno o número de nucleons que sofrem apenas um espalhamento, a saber 13% do total de nucleons !

Consideremos como um último exemplo da aplicação do modelo de cascata de Stevenson, a análise da emissão de neutrons em colisões nucleares relativísticas⁽³⁶⁾. Neste trabalho Stevenson considerou a colisão núcleo-núcleo como um processo a dois estágios: o primeiro deles consistia numa sucessão de espalhamentos elásticos entre os nucleons; na descrição deste estágio Stevenson usou o seu método de cascata proposto anteriormente⁽³³⁾. No segundo estágio, a possibilidade de alguns nucleons espalhados coalescerem para formar núcleos leves era exami-

nada à luz do modelo de Gutbrod e colaboradores ⁽³⁴⁾. Com a introdução deste mecanismo de coalescência foi possível explicar as diferenças observadas experimentalmente entre os espectros inclusivos de prótons e de neutrons na reação Ne+U a 400 MeV/A. Seja R a razão neutron-próton, definida a partir das seções de choque duplamente diferenciais dos processos Ne+U → n+X e Ne+U → p+X, isto é:

$$R = \frac{d^2\sigma(n)/d\Omega dE}{d^2\sigma(p)/d\Omega dE} \quad (2.2.2)$$

O modelo de tiras de fogo - "firestreak model" - prediz que R seja essencialmente constante e igual à razão neutron-próton do sistema projétil+alvo ⁽²⁸⁾. Entretanto, os espectros inclusivos de neutrons obtidos experimentalmente ⁽³⁷⁾ indicam que R decresce monotonicamente com o aumento da energia do nucleon emitido, e isto para todos os ângulos de emissão. Segundo Stevenson, o valor de R previsto pelo modelo de tiras de fogo corresponde à situação do final do estágio de cascata. Durante o segundo estágio, como os números de neutrons e de prótons que coalescem são aproximadamente iguais, o valor de R tende a aumentar. Este efeito é particularmente intenso para baixas energias dos nucleons, que favorecem em muito o processo de coalescência. Para obter a razão neutron-próton anterior ao estágio de coalescência, R', Steven son utilizou expressões como a equação (2.2.1) para obter os espectros de prótons e neutrons a partir das seções de choque experimentais de produção de prótons, neutrons e núcleos leves. Os valores de R' assim obtidos indicaram uma dependência com a

energia do nucleon emitido que foi reproduzida razoavelmente bem pelos valores calculados com seu modelo de cascata e coalescência.

- O Modelo de Gudima e Toneev

Esta versão do método de cascata é na realidade uma extensão, às colisões nucleares relativísticas, do modelo de cascata intranuclear das interações hadron-núcleo⁽³⁸⁾. Esta extensão foi primeiro aplicada com o objetivo de averiguar a possibilidade de formação de ondas de choque nas RNR⁽³⁹⁾. A colisão entre os dois núcleos é descrita como um processo a dois estágios. O primeiro deles é o estágio de cascata propriamente dito, o qual em alguns aspectos não segue o procedimento descrito na seção 2.1. Por exemplo, a interação entre duas partículas não é governada pela distância de máxima aproximação; em vez disso, a probabilidade de que a referida interação ocorra segue uma distribuição binomial⁽³⁸⁾. Entre os ingredientes do estágio de cascata incluem-se o movimento de Fermi dos nucleons e o princípio da exclusão de Pauli. Além disso, na escolha das posições iniciais dos nucleons, não se permite que a distância entre dois quaisquer deles seja menor que 0,8 fm. O estágio de cascata termina quando os dois núcleos não estão mais superpostos e as partículas que participaram do processo ou deixaram os núcleos ou foram absorvidas por eles. Nesta situação os núcleos residuais caracterizam-se por suas cargas, massas e energias de excitação. Os valores destas grandezas são importantes para o comportamento dos núcleos na última fase da reação, a qual é descrita pela teoria estatística do equi

líbrio. No cálculo deste estágio de evaporação Gudima e Toneev ⁽³⁹⁾ empregaram o Método de Monte Carlo, utilizando para o parâmetro de densidade de estados excitados o valor $a = A/10 \text{ MeV}^{-1}$.

O modelo acima foi aplicado na análise de experiências em que emulsões nucleares foram irradiadas com íons de N^{14} a $2,1 \text{ GeV/A}$ ⁽⁴⁰⁾, e com íons de O^{16} a 2 GeV/A ⁽⁴¹⁾. As predições do modelo para as multiplicidades, distribuições angulares e espectros de partículas emitidas nas reações acima estão em bom acordo com os resultados experimentais.

O modelo de Gudima e Toneev foi também aplicado na análise crítica de uma série de experiências realizadas por um grupo de pesquisadores da Alemanha Ocidental. As primeiras delas referem-se ao bombardeamento de núcleos de prata com feixes de hélio, carbono e oxigênio com energias entre $0,25$ e $2,1 \text{ GeV/A}$, e foram realizadas no acelerador de Berkeley ⁽⁴²⁾. Estes primeiros resultados mostraram um pico na distribuição angular dos isótopos de hidrogênio e de hélio emitidos naquelas reações; a localização deste pico foi interpretada como evidência da formação de onda de choque. Entretanto, após correções de erros sistemáticos, observou-se que as conclusões sobre a ocorrência de ondas de choque eram prematuras. Gudima e Toneev utilizaram então seu modelo de cascata e evaporação no cálculo das distribuições angulares mencionadas. Como em seu modelo não havia qualquer mecanismo que levasse à formação de partículas alfa com energias cinéticas maiores que 10 MeV , a diferença entre os resultados experimentais e calculados corresponderia à contribuição destas partículas. Apesar de os pontos experimen-

tais apresentarem algum excesso em relação aos histogramas calculados para o caso de partículas emitidas em ângulos próximos do ângulo de Mach, as grandes incertezas estatísticas dos resultados experimentais não permitiam conclusões mais definitivas.

O mesmo método utilizado no acelerador de Berkeley foi repetido em experiências realizadas no sincrotron de Dubna, da qual também participaram os pesquisadores do grupo alemão (43,44). Núcleos de prata foram bombardeados por partículas alfa com energia cinética no intervalo 1-4 GeV/A. O pico na distribuição angular das partículas alfa emitidas estava neste caso claramente separado do histograma calculado. Entretanto, a estatística dos resultados experimentais era bastante pobre. Além disso, para energias incidentes na faixa de 1,3 a 1,7 GeV/A observou-se uma isotropia na distribuição angular das partículas emitidas. As considerações acima levaram Gudima e Toneev a concluir que os resultados obtidos pelo grupo alemão não provam que ondas de choque tenham sido observadas em colisões nucleares.

Posteriormente, o modelo de cascata elaborado por Gudima e Toneev foi aplicado também no estudo da evolução temporal e espacial da região comprimida que se forma nas RNR (45). Os resultados deste trabalho indicaram que as compressões máximas atingidas não são muito diferentes das estimativas obtidas com modelos hidrodinâmicos; por outro lado, a forma da distribuição espacial da zona comprimida não é a de um cone de Mach clássico (45).

É interessante ressaltar que no modelo de Gudima e

Toneev ⁽³⁹⁾ a ligação dos nucleons nos núcleos é levada em conta. Cada um dos núcleos é considerado, no sistema de referência próprio, como um gás de Fermi confinado em um poço de potencial. A profundidade deste poço é dada por $V(r) = B + P_f^2/2m$, onde m é a massa de repouso do nucleon livre, P_f é o momento de Fermi e B é a energia de ligação média de um nucleon no núcleo. É suposto neste modelo que os nucleons do projétil podem ser descritos no sistema do laboratório como partículas independentes, caracterizadas pelo quadrivetor espaço-tempo (r, t) , pelo quadrivetor momento-energia (P, E) , e pela massa efetiva dada por $m_{eff} = (E^2 - P^2)^{1/2} = m - V(r)$. O mesmo é suposto para os nucleons do alvo, porém no sistema de referência do núcleo-projétil. A aproximação de partículas independentes com massas efetivas permite que se use a cinemática relativística e que se reduza a interação de sistemas complexos a uma interação entre seus componentes.

- Outras Versões do Método de Cascata

Inúmeros outros trabalhos têm utilizado o método de cascata na análise de diversos aspectos das colisões entre íons pesados a altas energias. Há, por exemplo, os trabalhos baseados no modelo de cascata unidimensional de Hüfner e Knoll ⁽⁴⁶⁾, o qual é aplicável apenas para energias incidentes acima de 1 GeV/A. Também merece destaque a versão de Yariv e Fraenkel, na qual o processo de colisão entre os núcleos consiste numa simples superposição de cascatas independentes iniciadas por cada nucleon do projétil incidindo sobre um alvo contínuo ⁽⁴⁷⁾. Este modelo despreza as interações entre as par

tículas que participaram da cascata e superestima os rendimentos de píons em todas as energias e ângulos. Posteriormente, as interações entre as partículas da cascata foram incluídas no modelo ⁽⁴⁸⁾. Isto conduziu a um melhor acordo entre os rendimentos calculados e observados para píons, embora sem eliminar completamente a diferença anteriormente existente.

Não é nosso interesse, neste trabalho, descrever todas as versões do método de cascata disponíveis na literatura. Em vez disso, pretendemos nos concentrar nas aplicações do método ao estudo da produção de píons nas RNR. Entretanto, esperamos ter conseguido, nos parágrafos anteriores desta seção, dar uma idéia da grande versatilidade do modelo de cascata, e de sua potencialidade em extrair informações acerca do processo de colisão núcleo-núcleo.

2.3 - SOBRE A VALIDADE DA HIPÓTESE DE COLISÕES BINÁRIAS*

As diversas versões do método de cascata disponíveis na literatura pressupõem que o mecanismo dominante nas RNR consista de colisões puramente binárias entre as partículas do sistema projétil-alvo. Nesta seção teceremos alguns comentários sobre a validade dessa hipótese de trabalho.

Estamos interessados no estudo de colisões entre íons pesados em energias superiores a 400 MeV por nucleon. Nesta região de energia o valor experimental da seção de choque total do espalhamento nucleon-nucleon é aproximadamente 40 mb. Isto

*A leitura desta seção também pode ser dispensada.

significa que o caminho livre médio de um nucleon na matéria nuclear em condições normais de densidade ($\rho_0 \cong 0,16 \text{ fm}^{-3}$) é cerca de 1,6 fm, ou várias vezes menor se a densidade nuclear atingir valores várias vezes superiores a ρ_0 . Diversos cálculos, baseados tanto em modelos microscópicos ⁽³²⁾ como em modelos macroscópicos ⁽⁴⁹⁾ predizem um considerável aumento na densidade da matéria nuclear durante a reação entre os dois núcleos. A título de exemplo, um cálculo de cascata para uma colisão frontal entre dois núcleos de urânio em energias incidentes na faixa 200-400 MeV/A indica que na região central de interação a densidade pode chegar a três vezes o valor da densidade normal ⁽³²⁾. Numa situação como esta, a distância média entre os nucleons torna-se menor que o alcance da interação nucleon-nucleon, o que possibilita interações envolvendo três ou mais corpos. É questionável, portanto, a validade da aplicação do método de cascata num tal contexto.

O problema discutido no parágrafo acima já foi abordado anteriormente por Kodama e colaboradores ⁽¹⁵⁾, e também por Duarte ⁽²⁾. Em ambos os trabalhos procura-se extrair informações sobre a incidência de processos de colisão não binários e quais as suas possíveis influências sobre os resultados extraídos através do método de cascata. Com o objetivo de ilustrar a importância dos processos não binários, mostramos na Figura 2.3.1 a ocorrência média de colisões a m-corpos ($m > 2$), como uma função do tempo, para a reação frontal $\text{Ne}^{20} + \text{U}^{238}$ na energia incidente de 393 MeV/A ⁽¹⁵⁾. Da figura vemos claramente que a participação dos processos não binários está longe de ser desprezível, respondendo por cerca de 40% do total de colisões

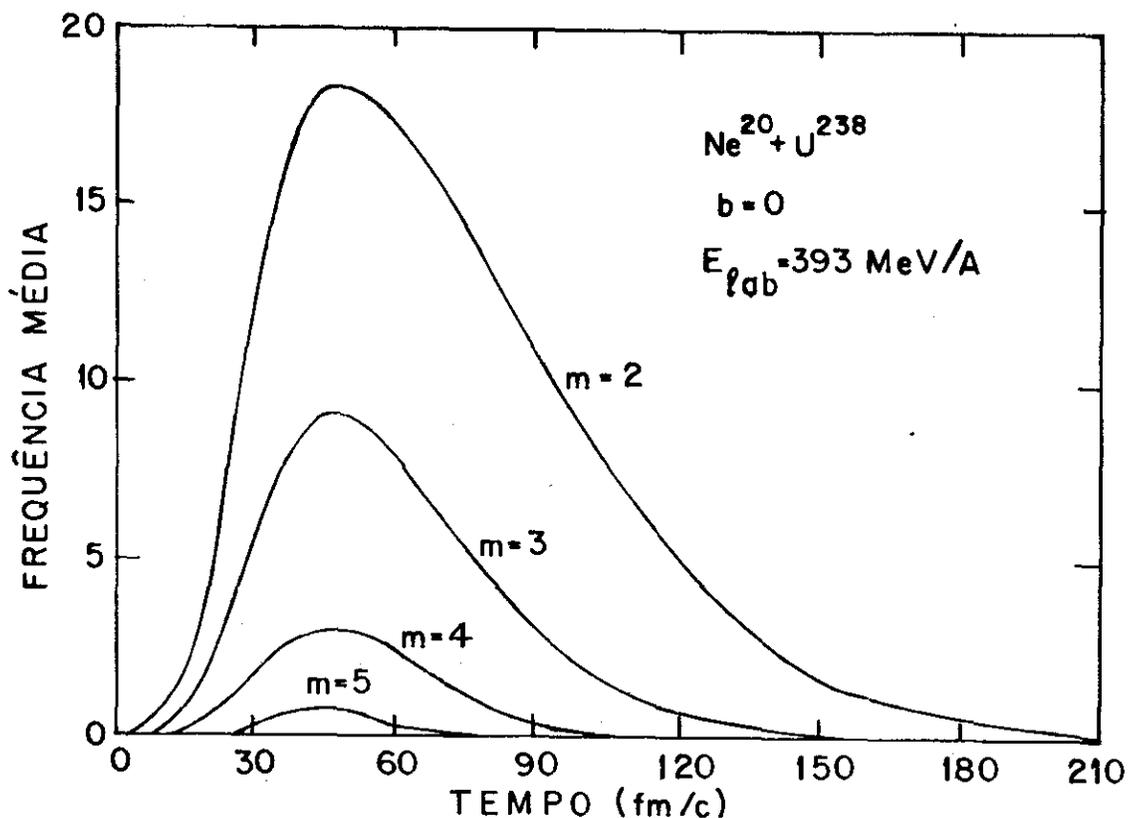


FIGURA 2.3.1 - Ocorrência média de colisões a m-corpos, como uma função do tempo, para a reação frontal Ne+U na energia incidente $E_{lab} = 393$ MeV/A.

no instante correspondente ao auge da reação ! Nos trabalhos mencionados ^(15,2) mostra-se também que uma situação semelhante se verifica mesmo no caso do sistema $C^{12}+C^{12}$, na energia de 800 MeV/A ! Estes resultados indicam que a validade da aplicação do método de cascata não é rigorosa, e devemos ter isto em mente quando extraímos resultados com o auxílio deste método.

O código de cascata das Refs. (15) e (2) foi utilizado também para obter os espectros inclusivos dos prótons emitidos na reação C+C ($E_{lab} = 0,8$ GeV/A). Mesmo levando em conta a participação de colisões não binárias na dinâmica da reação, os resultados obtidos com este código são essencialmente os

mesmos que os fornecidos pelo método usual, estando ambos em concordância muito boa com os dados experimentais. Este fato pode estar apenas reafirmando que espectros inclusivos são muito pouco sensíveis a processos dinâmicos do sistema. Mas pode também ser que o método de cascata usual esteja simulando, pelo menos estatisticamente, a participação dessas colisões a m-corpos na dinâmica das RNR.

Em resumo, não se pode desprezar o número de coli - sões não-binárias nas RNR. Apesar disso, o que foi discutido no parágrafo anterior nos deixa ainda em condições de utilizar o método de cascata usual, com apenas colisões binárias, no cálculo de diversas grandezas de interesse, como por exemplo o rendimento de píons produzidos nessas reações. Para concluir, é bom lembrar que o procedimento usual para o processamento das colisões binárias tem respaldo na experiência, o que não ocorre no caso de colisões a m-corpos ($m > 2$). Deste modo, o erro introduzido como decorrência das incertezas no tratamento destes processos não-binários poderia ser bem mais grave do que simplesmente considerar válida a hipótese de trabalho do méto do de cascata usual.

2.4 - OS MODELOS DE CASCATA DE CUGNON E COLABORADORES

Em linhas gerais, estes modelos seguem o procedimento descrito na seção 2.1 deste capítulo. Em sua primeira versão foram incluídas a cinemática relativística e a produção de píons via formação de ressonâncias- Δ . No processamento das co lisões N-N foram utilizados dados experimentais do espalhamen-

to próton-próton para a dependência com a energia das seções de choque elástica e inelástica das referidas interações ⁽¹⁴⁾ . A distribuição angular da colisão elástica N-N foi parametrizada como $\exp [A(s) \cdot t]$, onde t é o quadrado do momento transferido e $A(s)$ é uma função empírica da energia. Por outro lado, nos espalhamentos inelásticos N-N a produção de deltas foi considerada isotrópica. Finalmente, não foram processadas colisões suaves entre dois nucleons, isto é, aquelas com energia cinética total (no centro de massa do sistema N-N) menor que 50 MeV. Em virtude do pouco conhecimento acerca do comportamento das deltas na matéria nuclear, três situações extremas foram propostas: A - a delta tem uma vida-média nula; tão logo seja formada ela decai isotropicamente (no seu sistema de repouso) e o pión produzido escapa do sistema sem qualquer interação. B - as deltas decaem apenas no final da colisão núcleo-núcleo e não interagem com o resto do sistema. C - igual à situação anterior quanto à vida-média da delta, mas incluindo a interação elástica N- Δ ; neste espalhamento foram usadas a seção de choque e a distribuição angular da colisão elástica N-N para o mesmo valor da energia no centro de massa, \sqrt{S} .

O modelo de cascata descrito no parágrafo anterior foi aplicado inicialmente à reação frontal entre dois núcleos de cálcio. Foram analisadas a evolução temporal da densidade da matéria nuclear, bem como a multiplicidade média de píons , para duas energias do núcleo incidente. Discutiremos aqui apenas os resultados de M_{π} , os quais são apresentados na Tabela 2.4.1. Como vemos, os modelos B e C fornecem aproximadamente os mesmos resultados para M_{π} . Isto é razoável, uma vez que C dife

TABELA 2.4.1 - Multiplicidades médias de píons em colisões frontais $\text{Ca}^{40} + \text{Ca}^{40}$.

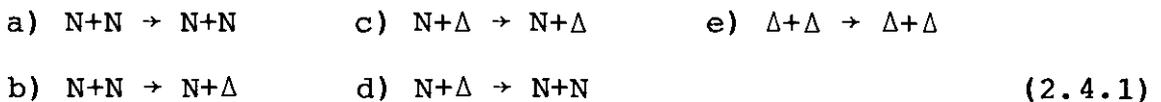
Energia Incidente	Modelo A	Modelo B	Modelo C
1 GeV/A	32	25,3	24,1
2 GeV/A	65	38,6	38,2

re de B apenas pela presença do processo elástico Δ -N, o qual pode afetar o espectro dos píons emitidos, mas não sua multiplicidade. Também é razoável o fato do modelo A predizer multiplicidades bem mais altas que os modelos B e C. O decaimento instantâneo das deltas no caso A permite que um mesmo nucleon se transforme mais de uma vez numa ressonância- Δ , o que não pode ocorrer nos casos B e C. Lembramos que em todos esses modelos não foram contemplados quaisquer processos de absorção, quer de píons quer de deltas. Cugnon e colaboradores⁽¹⁴⁾ estimaram que a inclusão do processo $\Delta + N \rightarrow N + N$ tenderia a abaixar seus resultados em cerca de 20%. Supondo simetria de isospin, considerando a redução de 20% mencionada acima, e interpolando linearmente entre as energias de 1 e 2 GeV/A, os autores puderam comparar seus resultados com o dado experimental disponível então para colisões frontais $\text{Ar}^{40} + \text{KCl}$ a 1,8 GeV/A, $\langle M_{\pi^-} \rangle = 5,7$; os modelos A, B e C fornecem respectivamente 16, 10 e 9, para a mesma grandeza. Isto indica claramente que o modelo A é inadequado ao tratamento do problema, um ponto que será discutido novamente na seção 3.4. Por outro lado, tendo em vista que o resultado experimental corresponde a colisões com parâmetros de impacto entre 0 e 2 fm, Cugnon et al.⁽¹⁴⁾ concluíram que as predições dos modelos B e C não estão muito distantes do dado

experimental.

Motivados por este relativo sucesso, os mesmos autores construíram uma segunda versão do modelo de cascata⁽⁷⁾, bem mais elaborada que a anterior⁽¹⁴⁾. A nova versão foi proposta com o objetivo principal de estudar como a colisão relativística entre dois núcleos pesados evolui para o equilíbrio. Entre os diversos aperfeiçoamentos introduzidos, destacamos os seguintes:

1) Inclusão do processo de recombinação das deltas, $\Delta + N \rightarrow N + N$. Especificamente, as seguintes reações foram consideradas:



As seções de choque dos processos elásticos c) e e) foram tomadas como iguais àquela do processo a) para o mesmo valor de S; a seção de choque do processo a), por sua vez, foi obtida a partir dos dados experimentais do espalhamento próton-próton. Estes mesmos dados foram utilizados também para a seção de choque do processo inelástico b). Finalmente, a seção de choque do processo d) foi obtida por balanço detalhado a partir daquela da reação inversa b). As distribuições angulares das colisões elásticas a), c) e e) foram parametrizadas da mesma forma exponencial que na versão anterior. Para os casos b) e d) distribuições angulares isotrópicas foram consideradas.

2) Cugnon, Mizutani e Vandermeulen⁽⁷⁾ atribuíram às deltas produzidas na reação (2.4.1-b) uma massa definida (1232 MeV) e uma vida-média maior que o tempo de colisão núcleo-núcleo

($\tau_{\Delta} > \tau_c$). Segundo eles, uma justificativa para essas atribuições pode ser encontrada em cálculos do espalhamento píon-núcleo⁽⁵⁰⁾, dos quais pode-se concluir o seguinte acerca do comportamento real das deltas na matéria nuclear densa: uma delta pode decair em um nucleon e um píon, o qual muito provavelmente será absorvido por um outro nucleon para formar uma nova delta; o nucleon que absorveu o píon pode também permanecer como nucleon, se bem que esta situação seja menos provável. Portanto, há pouca chance de que os píons produzidos nos decaimentos das deltas consigam escapar da região de interação enquanto a densidade de matéria nuclear não for suficientemente baixa. Assim, neste modelo de Cugnon e colaboradores⁽⁷⁾ as deltas decaem em píons e nucleons apenas no final da reação nuclear (este decaimento é considerado isotrópico no sistema de repouso da delta); a sobrevivência da delta durante a colisão entre os dois núcleos é governada pelas seções de choque elástica ($\Delta N \rightarrow \Delta N$) e de recombinação ($\Delta N \rightarrow NN$).

- 3) Por simplicidade, efeitos quânticos tais como campo médio nuclear, colisões a três corpos e princípio de exclusão de Pauli, são desprezados. Quanto a este último, sua influência nos primeiros estágios do processo é de certo modo levada em conta ao se proibir colisões suaves entre dois nucleons.
- 4) Também nesta segunda versão nenhuma distinção é feita entre prótons e neutrons, bem como entre os diversos estados de carga das deltas e dos píons. Em virtude das propriedades do espalhamento N-N isto é razoável no caso em que se lida

com colisões entre núcleos idênticos com $Z = A/2$. Neste caso a multiplicidade de um tipo de pión, π^- por exemplo, é obtida como um terço da multiplicidade de píons calculada.

Esta segunda versão do modelo de cascata de Cugnon e colaboradores foi aplicada na simulação da reação $\text{Ca}^{40} + \text{Ca}^{40}$ (7). O sistema de referência utilizado neste cálculo foi o do centro de massa núcleo-núcleo, e os resultados foram obtidos fazendo-se médias após 40 repetições do processo de simulação. Multiplicidades médias de píons negativos, calculadas para colisões com parâmetros de impacto sorteados no intervalo 0 - 2 fm, são mostradas na Figura 2.4.1 em diversas energias incidentes.

A incerteza nestes resultados é, segundo os autores, de 5%. Na mesma figura são mostrados também os dados experimentais, correspondentes a colisões $\text{Ar}^{40} + \text{KCl}$ quase frontais (9). Como vemos, os resultados desta nova versão (7) estão em muito melhor acordo com os dados experimentais do que os resultados obtidos com o modelo C da versão anterior (14) (ver Tab. 2.4.1). Isto sem dúvida indica que a reação de recombinação é

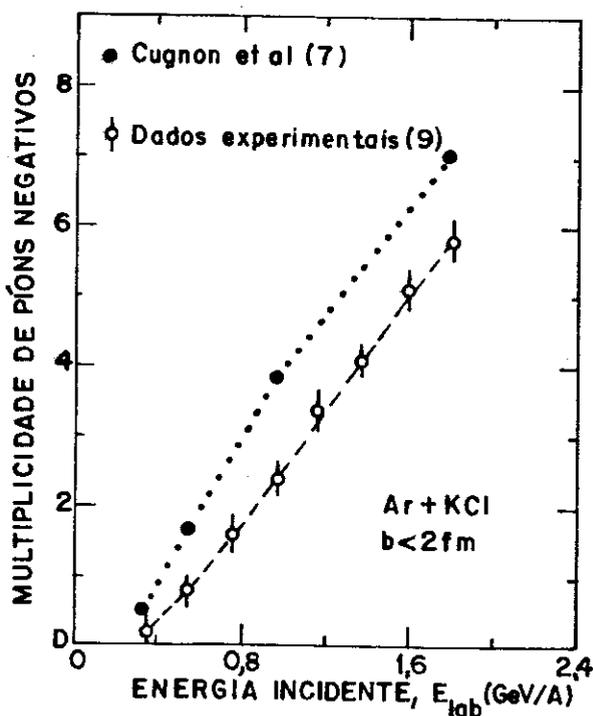
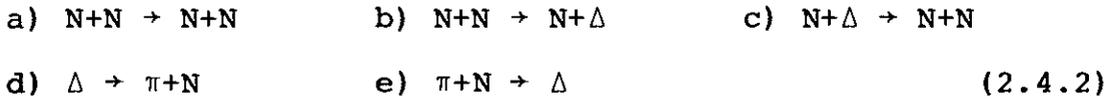


FIGURA 2.4.1 - Multiplicidade média de píons negativos calculada por Cugnon et al. (7) para o sistema $\text{Ca} + \text{Ca}$ em diversas energias incidentes (círculos cheios). São também mostrados os dados experimentais da Ref. (9) para a reação $\text{Ar} + \text{KCl}$ (círculos vazios). Ambos os conjuntos de resultados referem-se a colisões quase frontais ($b < 2$ fm).

importante no intervalo de energia considerado. Ainda assim , apenas acrescentar este processo ao modelo C não basta para que se consiga uma boa reprodução dos dados observados. Segundo Cugnon, Mizutani e Vandermeulen⁽⁷⁾, a superestimativa de seus cálculos pode ser explicada pelo menos parcialmente como se segue: foi suposto que a seção de choque de produção de ressonâncias- Δ é a mesma para qualquer par de nucleons (pp, pn, nn) e que ela é igual à seção de choque inelástica experimental p-p⁽⁷⁾. Entretanto, o par p-n pode se apresentar em dois estados igualmente prováveis, $T = 1$ e $T = 0$; este último não pode decair numa configuração $N\Delta$ por causa da conservação do isospin. Deste modo o número de deltas provenientes dos espalhamentos p-n foi superestimado !

No que diz respeito aos espectros de píons, o modelo acima obteve menos sucesso do que no cálculo dos rendimentos destas partículas⁽⁷⁾. Os espectros de píons calculados a 90° no centro de massa núcleo-núcleo apresentam um "ombro" que não aparece nos dados experimentais. A razão para isto é simples: uma delta de massa fixa (1232 MeV) não pode, estando em repouso no centro de massa, emitir um píon de baixa energia. Para examinar se seria possível reproduzir ao mesmo tempo o rendimento e o espectro de píons, Cugnon e colaboradores⁽⁸⁾ introduziram diversos refinamentos em seu modelo de cascata anterior⁽⁷⁾. Nesta terceira versão as massas das deltas não são fixas, sendo determinadas a partir de um espectro de massa⁽⁸⁾. Considera-se também uma vida média finita para essas ressonâncias e, conseqüentemente, os píons estão presentes durante a colisão nuclear. Explicitamente, as seguintes reações são leva

das em conta:



Por ocasião do processo (2.4.2-b), uma distribuição lorentziana é usada na escolha da massa da Δ ; esta distribuição está centrada em $E_0 = 1232$ MeV e tem largura $\Gamma = 112$ MeV. Se a massa escolhida for proibida cinematicamente, um novo sorteio é feito e repetido até que o valor seja consistente com as restrições cinemáticas; além disso, a distribuição mencionada é usada apenas acima do limiar de produção de píons. Quanto ao tempo de vida da delta, ele é determinado a partir da lei exponencial $e^{-\Gamma\tau}$, onde τ é o tempo próprio da partícula. Para o processo de absorção de píons (2.4.2-e) usa-se a seção de choque

$$\sigma_a = \frac{162,2}{1 + 4(E-E_0)^2/\Gamma^2} \text{ mb} \quad , \quad (2.4.3)$$

onde E é a energia no centro de massa píon-nucleon. Cugnon, Kinet e Vandermeulen não levaram em conta a dependência relativamente fraca da largura Γ com a energia; segundo eles, isto deve afetar muito pouco os rendimentos de píons ⁽⁸⁾ *. No que se refere às demais reações da equação (2.4.2), e em outros aspectos, esta terceira versão é idêntica à anterior.

O modelo de cascata acima foi aplicado por Cugnon e colaboradores ⁽⁸⁾ no cálculo do espectro de píons emitidos em

* Cálculos de M_π realizados por outros autores indicam o oposto, isto é, que esta grandeza é bastante sensível à largura Γ (ver seção 3.4).

colisões frontais de dois núcleos de Ca^{40} . A seção de choque invariante calculada para a produção de π^- a 90° no centro de massa é mostrada na Figura 2.4.2 (círculos cheios) para a energia incidente de 1,8 GeV/A. O espectro obtido tem a forma

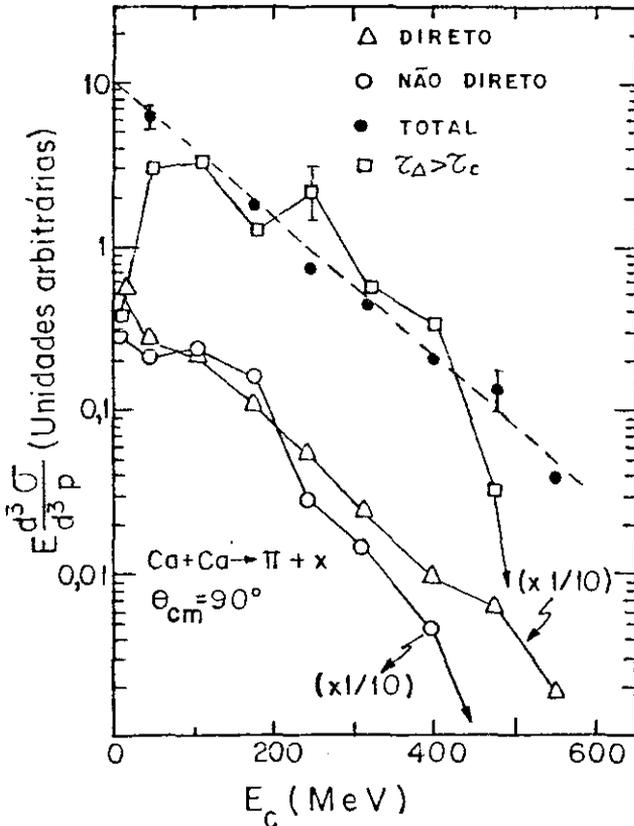


FIGURA 2.4.2 - Seção de choque invariante inclusiva, para produção de pions a 90° no centro de massa, em colisões frontais de dois núcleos de cálcio, na energia incidente de 1,8 GeV/A. Os resultados calculados com o modelo da referência (8) são representados por triângulos vazios para pions diretos e por círculos vazios para pions não-diretos (ver texto). A seção de choque total (pions finais, círculos cheios) é comparada com o resultado fornecido pelo modelo da Ref. (7), para o qual $\tau_\Delta > \tau_c$. A linha tracejada resulta de um ajuste exponencial para a seção de choque total. Incertezas típicas nos cálculos são indicadas.

exponencial característica dos espectros térmicos e o parâmetro de temperatura que pode ser extraído, $T = 102 \text{ MeV}$, está em bom acordo com os dados experimentais (51). Este resultado é comparado na Fig. 2.4.2 com o obtido com o modelo anterior (7), no qual considerava-se $\Gamma = 0$ e tratava-se a delta como uma partícula estável durante o processo de cascata (quadrados vazios). Claramente, este espectro apresenta um "buraco" em baixas energias e uma queda um tanto abrupta em altas energias, aspecto que é típico do decaimento de uma ressonância- Δ parcialmente suavizado por um movimento aleatório.

A diferença entre os espectros de pions calculados com duas versões de seu modelo de cascata foi atribuída, por

Cugnon e colaboradores ⁽⁸⁾, aos tratamentos distintos adotados para a largura da ressonância- Δ . Isto ficou claro após a divisão dos píons em dois grupos, píons diretos e píons não-diretos. O primeiro grupo abrange os píons que estão presentes no final do estágio de descompressão, quando a densidade bariônica na região central readquire um valor próximo à densidade normal da matéria nuclear. Os píons que neste instante estão "armadilhados" nas ressonâncias- Δ constituem o segundo grupo; o espectro que estes píons apresentariam caso estas ressonâncias decaíssem neste instante está representado na Fig. 2.4.2 por círculos vazios. Finalmente, os triângulos vazios da mesma figura representam o espectro dos píons diretos. Nenhuma das duas últimas curvas apresenta um "buraco" para baixas energias cinéticas do pión emitido. Este fato levou Cugnon, Kinet e Van dermeulen ⁽⁸⁾ a concluir que o "buraco" obtido com o modelo da Ref. (7) resulta principalmente do uso de uma massa fixa para as deltas e não do "congelamento" das ressonâncias com respeito ao seu decaimento.

O sucesso obtido com o modelo da Ref. (8) na reprodução da forma do espectro observado para píons infelizmente não se repete no caso dos rendimentos destas partículas. A multiplicidade média de π^- , que havia sido superestimada com o modelo anterior ⁽⁷⁾, apresenta-se agora ainda mais superestimada, como se pode ver na Figura 2.4.3. Nesta figura as multiplicidades de π^- em reações quase frontais entre dois núcleos de cálcio, obtidas para diversas energias incidentes com a terceira versão do modelo de cascata de Cugnon et al. ⁽⁸⁾, são comparadas com os resultados fornecidos pelo modelo anterior dos

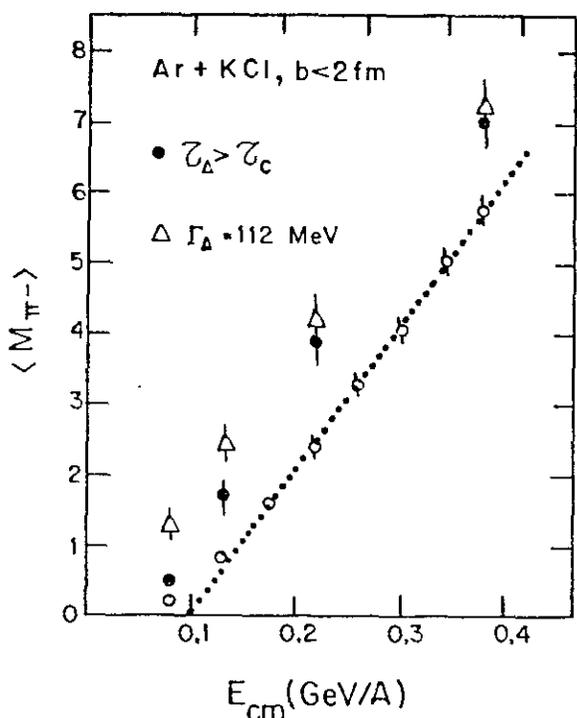


FIGURA 2.4.3 - Multiplicidade média de píons negativos calculada em diversas energias incidentes com o modelo da Ref. (8) para colisões Ca+Ca quase frontais (triângulos vazios). Os resultados experimentais para o sistema Ar+KCl (9) são representados por círculos vazios. Para comparação foram incluídas na figura as previsões do modelo anterior (7), obtidas com $\Gamma = 0$ (círculos cheios). Incertezas numéricas nos resultados calculados são também indicadas.

mesmos autores (7), e com os dados experimentais para a reação Ar+KCl (9). Em resumo, os

refinamentos introduzidos no modelo da Ref. (8) contribuem para uma descrição muito melhor da forma do espectro de píons, às custas de uma pior reprodução dos rendimentos que são observados para estas partículas. Cugnon, Kinet e Vandermeulen (8) examinaram a sensibilidade dos resultados de M_{π} aos valores de diversas grandezas: seção de choque de formação das ressonâncias- Δ , tempo de vida destas ressonâncias (τ_{Δ}), e seção de choque de absorção de píons (σ_a). Mesmo permitindo variações além do que seria razoável nos valores destas quantidades, o máximo que eles conseguiram foi obter resultados mais próximos daqueles calculados com seu modelo anterior (7). Isto nos permite finalizar este capítulo com a conclusão: os métodos de cascata de Cugnon e colaboradores (14,7,8) superestimam de modo sistemático os rendimentos de píons observados nas RNR.

CAPÍTULO 3

EFEITOS DE MUITOS CORPOS NA PRODUÇÃO DE PÍONS EM RNR

Vimos no capítulo anterior que as diversas versões do método de cascata de Cugnon e colaboradores ^(14,7,8) superestimam o número de píons que são observados nas reações nucleares relativísticas. Este fato persiste mesmo quando alguns mecanismos de absorção para os píons produzidos, tais como $\pi+N \rightarrow \Delta$ e $\Delta+N \rightarrow N+N$, são introduzidos. Esta discrepância parece sugerir a existência de efeitos de muitos corpos no processo de produção de píons. Assim, vários mecanismos que podem abaixar os rendimentos destas partículas têm sido propostos ^(9, 16-20). O objetivo deste capítulo é apresentar alguns destes mecanismos, indicando seus efeitos sobre a produção de mésons- π nas RNR. Na primeira seção tratamos do efeito de compressão proposto por Stock et al. ⁽⁹⁾. Na segunda seção descrevemos o trabalho de Cahay, Cugnon e Vandermeulen ⁽¹⁶⁾, no qual se procura estimar a influência sobre os rendimentos de píons, de colisões nucleon-nucleon "off-shell". Na terceira seção comentamos o trabalho de Kruse, Jacak e Stöcker ⁽¹⁷⁾, no qual multiplicidades de píons em RNR são calculadas com um modelo microscópico que se baseia na solução da equação VUU (Vlasov-Uehling-Uhlenbeck). O capítulo termina com uma descrição dos trabalhos de Kitazoe e colaboradores ⁽¹⁸⁻²⁰⁾, que levaram em conta (nós seus cálculos de M_π) a energia de ligação

entre os nucleons de cada núcleo, no contexto do método de cas
cata intranuclear relativística.

3.1 - O EFEITO DE COMPRESSÃO

Para Stock e colaboradores ⁽⁹⁾, o número total de pí
ons produzidos numa RNR é um observável que deve estar ligado
ao estágio de alta densidade destas colisões; a argumentação
é feita com base em três considerações: em primeiro lugar, o ren
dimento de píons em colisões N-N com energias inferiores a 2,0
GeV/A é uma função rapidamente crescente da energia; em segun-
do lugar, as energias relativas das colisões N-N vão diminu-
do durante o estágio de compressão da reação núcleo-núcleo; e
em terceiro lugar, o número total de píons e ressonâncias- Δ
presentes no final deste estágio permanece aproximadamente cons
tante durante os estágios seguintes.

Stock et al. ⁽⁹⁾ usaram o código de cascata de Cugnon
e colaboradores ^(7,8) no cálculo da multiplicidade de píons pro
duzidos em diferentes reações mas em energias aproximadamente
iguais; os resultados obtidos foram sempre superiores aos valo-
res que eles próprios determinaram experimentalmente ⁽⁹⁾. As ra
zões entre os resultados calculados e medidos, para as reações
 He^4 (977 MeV/A) + KCl, Ar^{40} (772 MeV/A) + KCl e Ar^{40} (772 MeV/A)
+ BaI, são respectivamente 1,4, 2,1 e 2,4. Eles também calcula-
ram, com o código de cascata citado, as densidades médias al-
cançadas nas mesmas reações; as razões de compressão (ρ/ρ_0)
obtidas, respectivamente 1,9, 3,0 e 3,4 são aproximadamente pro
porcionais às razões entre os valores calculados de multiplici

dade de pions e os dados experimentais ! Stock e colaboradores (9) atribuíram então esta discrepância, entre os valores calculados e observados para M_{π^-} , a um efeito de compressão que não está presente no cálculo de cascata.

A análise da discrepância acima permitiu-lhes extrair a constante de incompressibilidade a partir de uma forma parabólica da equação de estado da matéria nuclear. Na Figura 3.1.1, os resultados experimentais e calculados para a multiplicidade de pions negativos na reação $Ar^{40} + KCl$ são mostrados em diversas energias incidentes. Consideremos o valor medido numa dada energia, $M_{\pi^-}(E_i)$;

a mesma multiplicidade é obtida com o método de cascata em uma energia mais baixa E_i' , como indicado na figura. Stock et al. (9) interpretaram a diferença $(E_i - E_i')$ como a parte da energia interna por nucleon que se transforma em energia potencial (de compressão) e que portanto não contribui para a produção de pions .

Lendo na Fig. 3.1.1 a energia de compressão por nucleon em cada ponto experimental, $E_i^C = E_i - E_i'$, e calculando a compressão média ρ/ρ_0 com o método de cascata, eles obtiveram

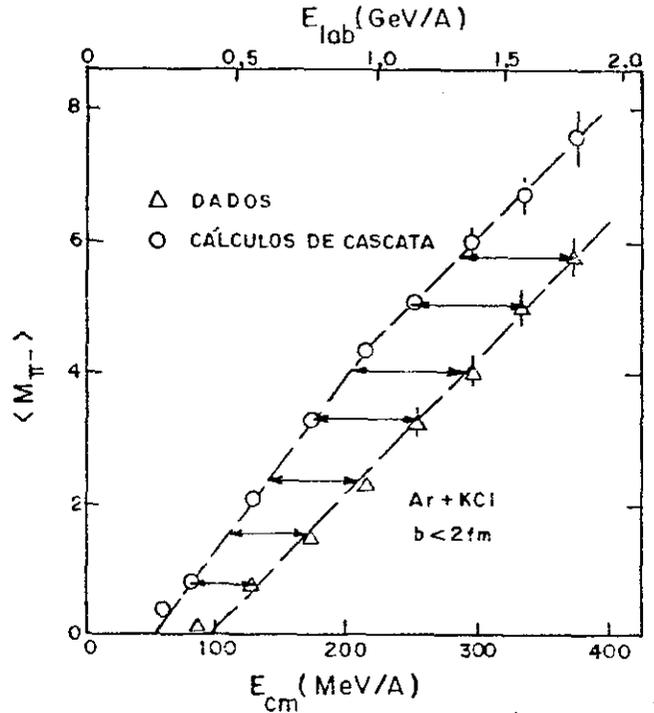


FIGURA 3.1.1 - Multiplicidade média $\langle M_{\pi^-} \rangle$, como função da energia incidente, para colisões quase frontais $Ar + KCl$. Os dados experimentais (triângulos) e os valores calculados com o método de cascata (círculos) são da Ref. (9). As incertezas nos dados e nos cálculos são indicadas por barras verticais. As setas horizontais são os valores de E_i^C , a energia de compressão por nucleon determinada em cada ponto experimental.

o gráfico da equação de estado da matéria nuclear. Os diversos pontos foram melhor ajustados pela parábola

$$E^C = \frac{K}{18\rho_0^2} (\rho - \rho_0)^2, \quad (3.1.1)$$

onde o valor de K, a constante de incompressibilidade, é 240 MeV.

Para concluir a presente seção, é interessante notar que o procedimento acima tem alguns méritos. Entre estes, ressaltamos um que está relacionado com o paralelismo que se observa na Fig. 3.1.1, entre as retas que indicam o andamento dos pontos calculados e experimentais, para energias incidentes maiores que 1,2 GeV/A. Isto corresponde, segundo a proposta de Stock e colaboradores⁽⁹⁾, a dizer que a energia de compressão não varia a partir desta energia. A eq. (3.1.1) prediz, neste caso, que a razão de compressão também permanece constante. E, de fato, isto é consistente com os resultados dos cálculos de cascata no mesmo intervalo de energia, que indicam um valor quase constante e igual a 3,5 para a razão de compressão. Por outro lado, a equação de estado que resulta do efeito de compressão proposto por Stock et al. é um tanto mais "dura" do que aquela obtida a partir de excitações nucleares em baixa energia (K = 200 MeV) !

3.2 - O EFEITO DE COLISÕES "OFF-SHELL"

O trabalho de Stock et al.⁽⁹⁾ forneceu uma explicação para a origem da discrepância entre as multiplicidades de píons nas RNR calculadas com um código de cascata padrão, e os

dados experimentais obtidos para a mesma grandeza. Posteriormente, Cahay e colaboradores⁽¹⁶⁾ reexaminaram o modelo de cascata de Cugnon et al.^(7,8). Mudanças simples no código de cascata padrão foram então sugeridas⁽¹⁶⁾, de modo a aperfeiçoar o mecanismo de produção de píons e melhorar os resultados do modelo para o rendimento destas partículas. Os autores examinaram, entre outras, a possibilidade de se ter partículas "off-shell" durante a reação nuclear. Cahay e colaboradores⁽¹⁶⁾ estimaram que a influência dos efeitos "off-shell" é abaixar, em todas as energias incidentes do intervalo 0,4-2,0 GeV/A, as multiplicidades de píons calculadas com o método de cascata: os resultados de Cahay et al. estão apenas um pouco superestimados face aos dados experimentais; esses resultados serão comparados no próximo capítulo com os obtidos em nosso trabalho. Vejamos rapidamente como os efeitos "off-shell" foram considerados no trabalho de Cahay, Cugnon e Vandermeulen⁽¹⁶⁾.

Os núcleos participantes da RNR são sistemas ligados. A energia de ligação entre os nucleons é normalmente desprezada, supondo que tudo seja dominado pela energia cinética das partículas. Entretanto, para energias incidentes da ordem de 400 MeV/A, a energia potencial dos nucleons no interior dos núcleos torna-se significativa face à energia cinética incidente, por nucleon, no sistema do centro de massa núcleo-núcleo. Para simplificar, Cahay e colaboradores⁽¹⁶⁾ consideraram os nucleons movendo-se inicialmente em poços de potencial uniformes no interior de cada núcleo. Como um modo de manter a cinemática relativística, eles introduziram um campo escalar com a seguinte relação energia-momento:

$$E^2 = \mathbb{P}^2 + (m + V_e)^2 \quad . \quad (3.2.1)$$

Em outra versão, eles introduziram um campo vetorial tal que

$$(E - V_v)^2 = \mathbb{P}^2 + m^2 \quad , \quad (3.2.2)$$

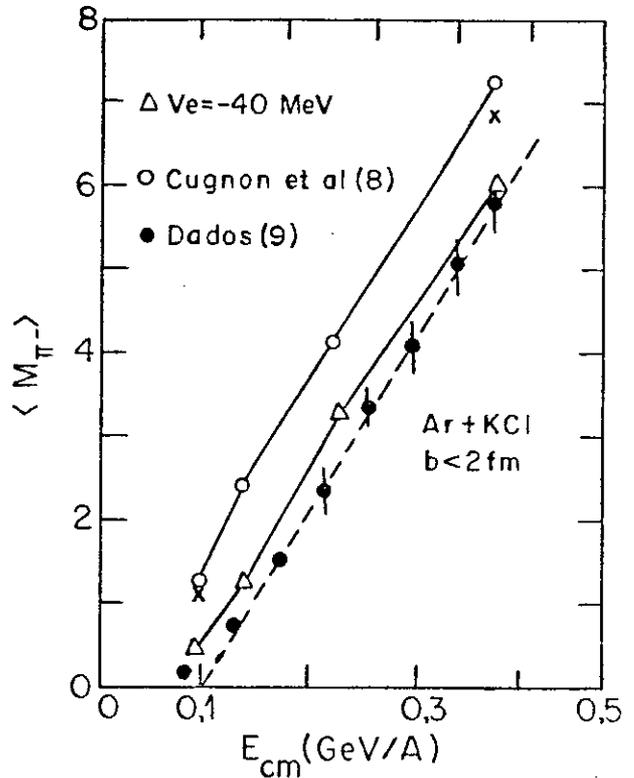
com o objetivo de verificar se a natureza do campo desempenha algum papel relevante. Em virtude do desconhecimento sobre a evolução dinâmica do campo durante a colisão nuclear, os autores consideraram dois casos extremos, para cada uma das versões de seu código:

- A - O campo sobrevive ao processo de colisão, ou seja, as partículas permanecem "off-shell" durante todo o processo.
- B - Cada partícula torna-se "on-shell" imediatamente após ter participado de sua primeira colisão.

Os autores utilizaram em cada versão apenas um campo de cada vez; tanto no caso do campo escalar quanto para o campo vetorial, potenciais atrativos de profundidade igual a 40 MeV foram usados.

Os resultados obtidos por Cahay e colaboradores ⁽¹⁶⁾, para M_{π} nas reações $\text{Ar}^{40} + \text{KCl}$, são mostrados na Fig. 3.2.1 como função da energia incidente. Os valores calculados com um potencial vetorial e a prescrição B (não mostrados na figura) são essencialmente os mesmos que os obtidos com a prescrição B e um potencial escalar (triângulos vazios). Ambos estão em concordância razoável com os dados experimentais. Por outro lado, os cálculos no caso em que o potencial não é destruído pela reação nuclear estão muito próximos dos resultados de um código de cascata padrão.

FIGURA 3.2.1 - Multiplicidade de píons negativos em colisões Ar-KCl, como função da energia incidente. Os triângulos vazios mostram os resultados quando os nucleons estão "off-shell", submetidos a um potencial escalar atrativo de 40 MeV, e quando a evolução temporal é governada pela prescrição B (ver texto). As cruzes indicam os resultados quando o campo escalar não é destruído no processo de colisão. Os resultados experimentais (círculos cheios) são da Ref. (9). Os círculos vazios referem-se aos cálculos com um código de cascata padrão(8).



Para concluir, lembremos que as prescrições A e B correspondem a hipóteses extremas para a dependência temporal dos campos. Neste sentido, os resultados de Cahay, Cugnon e Vandermeulen(16) para M_{π} devem ser interpretados como limites superior e inferior: eles indicam que o máximo efeito causado pela presença de nucleons "off-shell" é da ordem da discrepância original, entre os resultados de um código de cascata padrão e os dados experimentais. Em resumo: Cahay e colaboradores(16) mostraram que, se os efeitos de compressão propostos por Stock et al.(9) existem, eles devem estar misturados com outros, como por exemplo os efeitos "off-shell".

3.3 - A EQUAÇÃO DE VLASOV-UEHLING-UHLENBECK*

Nesta seção descrevemos o trabalho de Kruse, Jacak e Stöcker(17), que propuseram uma teoria microscópica para estu-

*A leitura desta seção é dispensável.

dar, com a inclusão explícita dos efeitos do campo médio nuclear, a produção de píons e a emissão lateral de partículas nas RNR. Esta teoria baseia-se na equação de Vlasov-Uehling-Uhlenbeck, e descreve o processo de colisão núcleo-núcleo levando em conta ao mesmo tempo o campo médio nuclear e o princípio da exclusão de Pauli nas colisões N-N. Nesta abordagem, a equação de Vlasov, que descreve como evolui a função distribuição de uma partícula de um plasma sem colisões num campo médio autoconsistente, é complementada pela extensão feita por Uehling-Uhlenbeck no termo colisional da equação de Boltzmann. Com esta extensão, a função distribuição de uma partícula, $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$, evolui no tempo de acordo com:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\partial U(\rho)}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \\ = \int \frac{d^3 p_2 d^3 p_1' d^3 p_2'}{(2\pi)^6} \cdot \sigma_{v_{12}} \cdot [ff_2(1-f_1')(1-f_2') - f_1'f_2'(1-f)(1-f_2)] \cdot \\ \cdot \delta^3(\mathbf{p} + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1' - \mathbf{p}_2') \quad . \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

Na equação acima o termo de inibição para cada nucleon, $(1-f)$, reduz a probabilidade de espalhamento pelo fator de Uehling-Uhlenbeck, $(1-f_1) \cdot (1-f_2)$. A função f é obtida como uma média, em diversos conjuntos de $A_p + A_T$ partículas teste, das distribuições destas partículas no espaço de fase.

Do ponto de vista prático, vejamos como os píons são produzidos na teoria de Kruse, Jacak e Stöcker ⁽¹⁷⁾. Inicialmente, as posições e momentos dos nucleons do projétil e do alvo são determinados seguindo-se o mesmo procedimento do método de

casca (ver seção 2.1); a função f é portanto conhecida em $t = 0$. Durante a reação nuclear, o movimento das partículas sob a influência do campo médio gerado por elas é governado pela equação de Vlasov. Esse movimento é suposto ocorrer numa trajetória curva, com uma aceleração devida ao gradiente do campo médio. Para a dependência deste campo com a densidade bariônica, Kruse e colaboradores ⁽¹⁷⁾ usaram diferentes parametrizações de Skyrme:

$$U(\rho) = -124(\rho/\rho_0) + 70,5(\rho/\rho_0)^2 \text{ MeV} , \quad K = 375 \text{ MeV} \quad (3.3.2a)$$

$$U(\rho) = -356(\rho/\rho_0) + 303(\rho/\rho_0)^{7/6} \text{ MeV} , \quad K = 200 \text{ MeV} . \quad (3.3.2b)$$

A constante de incompressibilidade K da eq. (3.3.2a) corresponde a uma equação de estado "muito dura" para a matéria nuclear, enquanto que a eq. (3.3.2b) caracteriza uma equação de estado média; Kruse et al. usaram também uma equação de estado "mole" ⁽¹⁷⁾.

O movimento das partículas, que apresenta uma aceleração causada pelo campo médio, pode ser alterado também através de colisões binárias. Estas ocorrem sempre que duas partículas se aproximam de modo a satisfazer o critério de colisão dado pela eq. (2.1.4) e, além disso, os estados finais não estão inibidos. É nessas reações que os píons se originam, sendo que na produção e na absorção destes mésons apenas processos envolvendo ressonâncias- Δ são considerados, de modo semelhante ao descrito na seção 2.4.

Os resultados obtidos por Kruse et al. ⁽¹⁷⁾ para M_π na reação $Ar^{40} + KCl$ são mostrados na Figura 3.3.1 como função

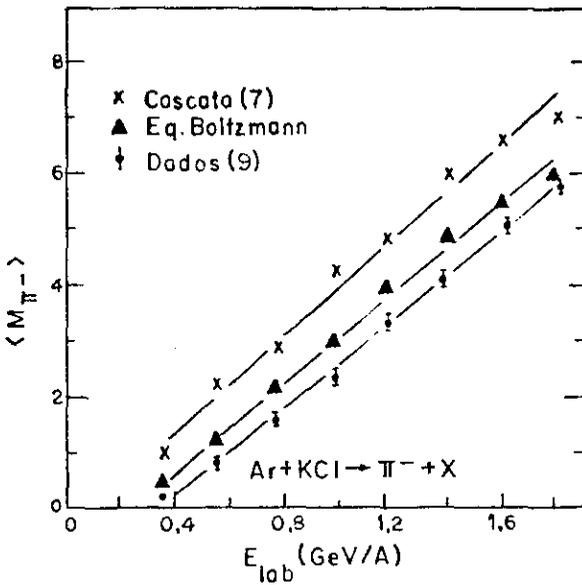


FIGURA 3.3.1 - Multiplicidade de píons, como função da energia incidente, para reações frontais Ar+KCl. Os cálculos baseados na teoria de Kruse et al. (17) - triângulos - são comparados com os dados experimentais da Ref. (9) (círculos cheios). As cruces são os resultados de um código de cascata padrão (7).

tado da matéria nuclear. Deve-se ressaltar, no entanto, que o abaixamento desejado nos resultados calculados de M_{π^-} só é conseguido com o uso de uma equação de estado demasiado "dura" ($K = 375 \text{ MeV}$) !

Concluimos esta seção com um breve comentário sobre a influência do princípio da exclusão de Pauli nos rendimentos de mésons- π calculados por Kruse et al. (17). Esta influência é bastante pequena; mesmo para energias tão baixas quanto 360 MeV/A , a não inclusão do fator de Uehling-Uhlenbeck tem o efeito de aumentar, em menos de 18%, as multiplicidades de píons calculadas com a teoria de Kruse e colaboradores (17) !

da energia incidente. Os pontos representados na figura por triângulos foram calculados usando-se a energia de compressão dada pela equação (3.3.2a); eles estão em acordo razoável com os dados experimentais da Ref. (9) (círculos cheios). Comparando-se as multiplicidades calculadas com um código de cascata padrão (cruzes) com as obtidas na teoria de Kruse, Jacak e Stöcker, vemos que é grande a influência da equação de es

3.4 - OS TRABALHOS DE KITAZOE E COLABORADORES

- Versão Com Decaimento Instantâneo das Ressonâncias- Δ

Os rendimentos de píons nas RNR, obtidos através da equação de Vlasov-Uehling-Uhlenbeck, são sensivelmente menores que os rendimentos calculados com um código de cascata padrão; para Kruse, Jacak e Stöcker⁽¹⁷⁾, esta diminuição decorre do fato de que em sua teoria estão presentes dois aspectos que não são contemplados num código de cascata padrão: a transformação de energia cinética em energia potencial durante a fase de alta densidade da reação, e o princípio da exclusão de Pauli. Por outro lado, segundo Kitazoe et al.⁽¹⁸⁻¹⁹⁾, os dados experimentais de multiplicidade de píons podem ser reproduzidos com o método de cascata, desde que sejam acrescentados a este método vários ingredientes.

O aperfeiçoamento mais essencial que Kitazoe et al. introduziram no método de cascata foi a inclusão da energia de ligação entre os nucleons. Neste esquema, cada um dos núcleos é considerado, no seu sistema de repouso, como um gás de Fermi confinado em um poço de potencial. A profundidade deste poço é dada por $U = \epsilon_f(\rho_0) + E_b$, onde E_b é a energia de ligação por nucleon ($E_b = 8$ MeV). No instante inicial, todos os nucleons movem-se com a mesma energia cinética ϵ_f , cujo valor é o da energia cinética média de um gás de Fermi ($\epsilon_f = 0,6 E_f$); deste modo é possível manter a mesma energia de ligação para todos os nucleons. Uma das consequências de se tratar o núcleo como um sistema ligado é que agora a reação nuclear passa a ser descrita não só como uma sequência de colisões binárias en

tre os diversos constituintes dos dois núcleos, mas também como uma sucessão de colisões dessas partículas com as superfícies nucleares*. Quando uma partícula incide na superfície do núcleo ao qual pertence, ela pode ser refletida ou escapar. Vejamos como Kitazoe e colaboradores (18,19) tratam estes processos.

Durante a colisão com a superfície nuclear, a partícula pode sofrer uma reflexão ou uma refração, dependendo de sua energia cinética relativa a este núcleo; no caso de prótons, Kitazoe et al. consideram também a barreira coulombiana, usando o fator de penetração de Gamov. A energia e o momento são conservados para o sistema constituído pelo nucleon refletido ou refratado e o núcleo residual. Consideremos a refração do nucleon-j; seja ΔP_j a variação de momento que ele sofre ao escapar do núcleo. Para garantir a conservação de momento, Kitazoe et al. (18,19) atribuem, para cada um dos A nucleons do núcleo residual, variações de momento idênticas dadas por:

$$\Delta P_i = - \frac{\Delta P_j}{A} \quad (3.4.1)$$

Define-se então a velocidade deste núcleo como a média das novas velocidades de seus constituintes; de maneira análoga, a média dos vetores posição destas partículas determina o vetor posição do centro do núcleo residual. Quanto ao raio do novo núcleo, ele é obtido por meio de $R = r_0 \cdot A^{1/3}$.

O método de cascata de Kitazoe et al. (18,19) também leva em conta, embora de forma bastante simplificada, o princí

*O núcleo é tratado, nesses casos, como uma esfera de raio bem definido.

pio da exclusão de Pauli: a colisão de dois nucleons não é processada se ambos pertencem ao mesmo núcleo e estão em estados ligados; também são proibidas as colisões N-N em que, no estado final, um ou ambos os nucleons se encontram num estado ligado.

Finalmente, vejamos como os aperfeiçoamentos descritos acima influem nos rendimentos de píons calculados com o método de cascata. Na primeira versão de seu modelo, Kitazoe e colaboradores ^(18,19) consideraram apenas as seguintes reações:

- a) $N+N \rightarrow N+N$
- b) $N+N \rightarrow N+\Delta$ (3.4.2)
- c) $\Delta \rightarrow N+\pi$

A ressonância- Δ formada no espalhamento inelástico (3.4.2b) decai instantaneamente ($\tau_{\Delta} = 0$) via o processo (3.4.2c), e consequentemente não participa da reação nuclear. Além disso, o pión resultante do decaimento da delta escapa do sistema sem qualquer interação. Incluindo apenas as reações acima, Kitazoe et al. ^(18,19) calcularam as multiplicidades de píons em colisões Ar+KCl quase frontais; seus resultados são mostrados na Figura 3.4.1 em função da energia incidente. Os dados experimentais da Ref. (9) (triângulos) são agora melhor reproduzidos pelo método de cascata (círculos cheios), se bem que ainda persista alguma diferença. Segundo os autores das Refs. (18) e (19), esta pequena discrepância pode ser atribuída à não inclusão em seu modelo de nenhum mecanismo de absorção para os píons produzidos. Um mecanismo deste tipo havia sido incluído no método de cascata de Cugnon et al. ⁽⁷⁾; mesmo assim, as multiplicidades calculadas por eles - quadrados na figura 3.4.1 -

são sensivelmente maiores que as obtidas por Kitazoe e seus colaboradores (19). Estes últimos também examinaram a sensibilidade de seus resultados a pequenas mudanças na configuração inicial de momento dos nucleons. Os círculos vazios da Fig. 3.4.1 correspondem ao caso em que a distribuição de Fermi no estado inicial é usada desde $\epsilon = 0$ até $\epsilon = \epsilon_f$, em lugar do valor fixo $\epsilon = \epsilon_f$ (círculos cheios). Como vemos, a escolha da configuração inicial de momento afeta a multiplicidade de píons apenas na região de baixas energias incidentes, e mesmo assim muito pouco.

Para concluir, é interessante comparar os resultados desta versão do modelo de cascata de Kitazoe et al. (18,19) com os cálculos de Cugnon, Mizutani e Vandermeulen (14), os quais foram descritos na seção 2.4. Esta comparação é feita na Tabela 3.4.1 para algumas energias incidentes. É importante ressaltar que, do ponto de vista das reações incluídas, as duas versões são idênticas; sendo assim, as diferenças entre os dois grupos de resultados podem ser atribuídas, essencialmente, à inclusão do princípio de Pauli e da energia de liga-

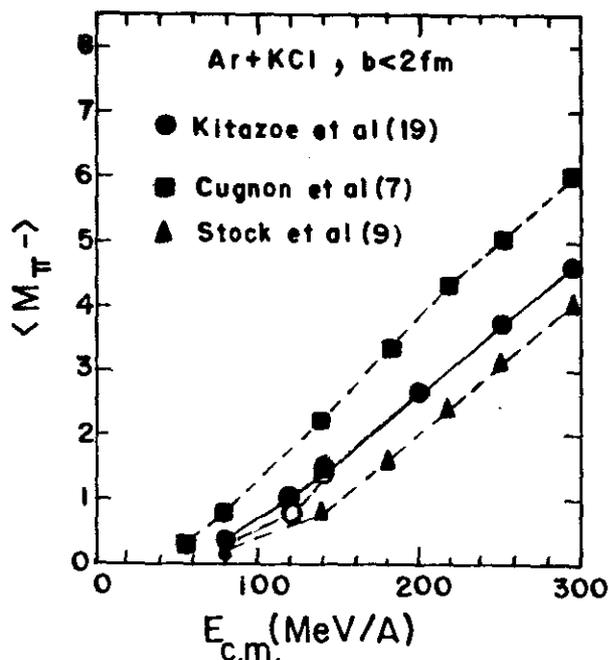


FIGURA 3.4.1 - Dependência de M_π com a energia incidente, para colisões quase frontais Ar-KCl. Os cálculos de Kitazoe et al. (18,19) - círculos cheios - são comparados com os dados experimentais da Ref. (9) (triângulos) e com os melhores resultados de Cugnon et al. (7) - quadrados. Os círculos vazios foram obtidos na Ref. (19) usando uma outra configuração inicial de momento (ver texto).

Energia Incidente (GeV/A)	0,8	1,0	1,8
Cascata Padrão ⁽¹⁴⁾	8,5	10,7	19,5
Cascata + Ligação ⁽¹⁸⁾	2,3	3,1	6,4

TABELA 3.4.1 - Multiplicidade de píons em reações $Ca^{40}+Ca^{40}$ quase frontais, calculadas com um código de cascata padrão ⁽¹⁴⁾, e com um método de cascata que inclui a energia de ligação entre os nucleons ^(18,19)*. Em ambos os casos as deltas decaem tão logo sejam produzidas, e nenhum mecanismo de absorção de píons é considerado.

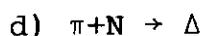
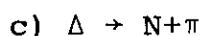
ção nuclear. Quanto ao princípio da exclusão de Pauli, sua influência deve ser pequena na faixa de energia incidente entre 0,4 e 2,0 GeV/A, conforme já foi comentado na seção anterior deste capítulo. Sendo assim, as diferenças entre os resultados das duas linhas da tabela 3.4.1 devem estar associadas apenas com o procedimento que foi seguido nas Refs. ⁽¹⁸⁾ e ⁽¹⁹⁾ ao se incluir o campo médio nuclear. Como vemos, esta inclusão tem o efeito de abaixar os rendimentos de píons produzidos nas RNR, como era de se esperar. Entretanto, a magnitude deste efeito, como calculada no trabalho de Kitazoe et al. ^(18,19), é surpreendentemente grande ! De fato, os próprios autores admitiram posteriormente ⁽²⁰⁾ que os resultados apresentados nas Refs. ⁽¹⁸⁾ e ⁽¹⁹⁾ não são confiáveis, e deveriam ser modificados. Segundo eles ⁽²⁰⁾, o código de cascata usado na obtenção dos resultados da segunda linha da Tabela 3.4.1 necessitava de vários aperfeiçoamentos, os quais descrevemos a seguir.

* Quando não se dispunha, para uma mesma energia incidente, de resultados de multiplicidade obtidos com ambos os modelos, uma interpolação linear foi feita a partir dos cálculos efetuados em outras energias.

- Versão com Vida-Média Finita para as Ressonâncias- Δ

Antes mesmo de incluir um tratamento mais realista para o comportamento das deltas durante o processo de colisão núcleo-núcleo, Kitazoe e colaboradores⁽²⁰⁾ reformularam o código de cascata usado em seus trabalhos anteriores^(18,19). A modificação introduzida diz respeito ao critério adotado para escolher qual a partícula que, no próximo intervalo de tempo Δt , irá colidir com uma partícula especificada. Segundo os autores⁽²⁰⁾, este critério de escolha não estava completo em seu código anterior^(18,19). Recalculando com o novo código a multiplicidade de píons nas mesmas condições anteriores eles encontraram, para a energia incidente de 0,8 GeV/A, o valor 3,9. Este resultado é cerca de 70% maior que o valor citado na Tabela 3.4.1 e, em virtude do que foi discutido no parágrafo anterior, é fisicamente mais razoável.

Na Ref.⁽²⁰⁾, os mesmos autores estudaram a produção de píons sob diversas condições. Em todas elas, as ressonâncias- Δ formadas nos processos inelásticos N-N sobrevivem durante um certo intervalo de tempo, o qual é escolhido aleatoriamente. Além disso, a massa destas ressonâncias não é fixa, sendo escolhida ao acaso no instante em que são produzidas; para a largura da distribuição de massa toma-se o valor $\Gamma = 115$ MeV (permite-se também que duas ressonâncias sejam formadas numa reação N-N). Os seguintes processos inelásticos são comuns às diversas condições examinadas:



(3.4.3)

Deste modo, os píons podem ser absorvidos através da reação (3.4.3d), seguida do processo de recombinação das deltas (3.4.3b). Para colisões Ar+KCl na energia 0,8 GeV/A, a multiplicidade de píons calculada com os ingredientes acima é indicada na Tabela 3.4.2 pela condição 2. A condição 1 da tabela corresponde à versão anterior (18,19), após a modificação discutida no parágrafo anterior. Partindo da condição 2, Kitazoe et al. (20) verificaram que o rendimento de píons é reduzido sensivelmente se se considera uma dependência da largura da delta com o momento q no centro de massa do sistema píon-nucleon.

Condição	$\langle M_{\pi^-} \rangle$
1. $\tau_{\Delta} = 0$, sem absorção	3,9
2. $\Gamma_{\Delta} = 115$ MeV, constante	2,1
3. $\Gamma_{\Delta} = f(q)$	1,4
4. 20% de reações diretas	1,9

TABELA 3.4.2 - Multiplicidade de píons sob uma variedade de condições, em colisões frontais Ar+KCl ($E_{lab} = 800$ MeV/A).

O valor que resulta após a inclusão desta dependência é indicado na tabela pela condição 3; contrariamente ao que Cugnon e colaboradores haviam suposto (ver Ref. (8) e seção 2.4) esta condição fornece um resultado significativamente mais baixo que a condição 2 (largura constante). Finalmente, a última condição da Tabela 3.4.2 corresponde à situação em que Kitazoe e colaboradores (20) conseguiram reproduzir os dados experimentais de M_{π} na reação $Ar^{40} + KCl$; além dos ingredientes presentes na condição 3, os autores consideraram que 20% das reações inelásticas N-N ocorrem através da produção direta de píons, $N+N \rightarrow N+N+\pi$.

Na Figura 3.4.2 apresentamos a dependência, com a energia incidente, dos resultados de M_{π^-} calculados sob a condição 4 do método de cascata de Kitazoe et al. (20). A concordância entre os resultados calculados e experimentais é muito boa. Para finalizar, vale a pena acrescentar que o método de cascata, com a inclusão da energia de ligação entre os nucleons, consegue explicar também a emissão lateral de partículas que é observada em algumas reações (52). No próximo capítulo descreveremos um modo diferente de se introduzir o campo médio nuclear num modelo de cascata para as colisões de íons pesados a altas energias.

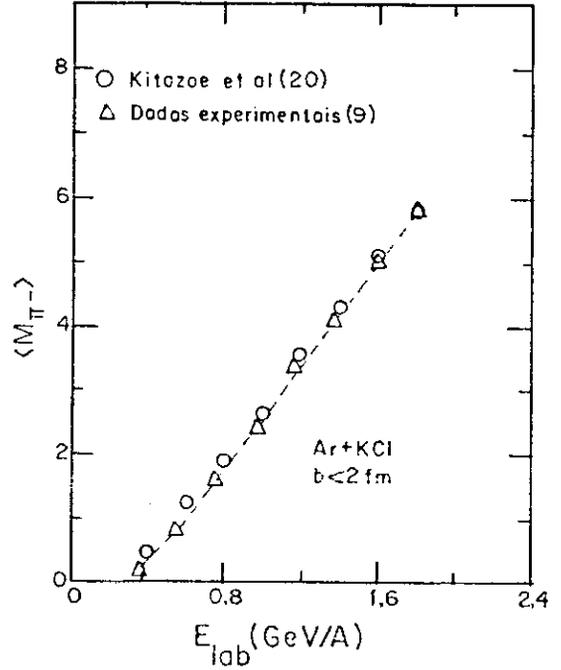


FIGURA 3.4.2 - Multiplicidade de π^- em colisões frontais Ar+KCl, como função da energia incidente. Os cálculos realizados sob a condição 4 do modelo de cascata de Kitazoe et al. (20) - círculos - reproduzem muito bem os dados experimentais de Stock e colaboradores (9) - triângulos.

CAPÍTULO 4

MASSA EFETIVA: UMA APROXIMAÇÃO LOCAL PARA O CAMPO MÉDIO NUCLEAR

A produção de píons em reações nucleares relativísticas é sensível a mecanismos envolvendo muitos corpos, conforme mostrou-se no capítulo anterior. A quantidade mais simples que reflete os efeitos desses mecanismos é a multiplicidade dos píons produzidos. Num cálculo de cascata, a inclusão do efeito da energia de ligação nuclear abaixa o resultado de M_{π} , em comparação ao que não contém tal efeito (ver seções 3.2 e 3.4). A razão principal disto é que, ao se tratar o núcleo como um sistema ligado, uma parte da energia cinética incidente é transformada em outros graus de liberdade, tais como excitação e recuo nucleares. Desse modo, a energia cinética disponível para a produção de mésons- π nas colisões N-N torna-se menor do que no caso em que se considera simplesmente colisões entre nucleons soltos. É claro que devemos investigar primeiro os efeitos cinemáticos simples como este, antes de considerarmos mecanismos mais sofisticados envolvendo muitos corpos.

Com a inclusão do campo médio nuclear no método de cascata, alguns autores conseguiram reproduzir satisfatoriamente os rendimentos experimentais de píons nas RNR (16,20). Entretanto, há alguns aspectos questionáveis nos procedimentos

seguidos por esses autores ao incluir os efeitos do campo médio nuclear em cálculos de cascata para RNR. Neste capítulo, em primeiro lugar apontamos esses aspectos e discutimos quais os problemas que eles suscitam (seção 4.1). Na última seção, descrevemos resumidamente as principais características do modelo que propomos ⁽²²⁾, o qual nos permite introduzir a energia de ligação nuclear sem os inconvenientes apontados anteriormente. Os resultados obtidos com esse modelo serão apresentados no próximo capítulo*.

4.1 - A ENERGIA DE LIGAÇÃO NUCLEAR E O MÉTODO DE CASCATA PARA RNR

A inclusão do campo médio nuclear nos cálculos de cascata para colisões nucleares a energias relativísticas levanta uma questão delicada: dificilmente se consegue preservar a invariância relativística em tais cálculos. Esta não invariância aparece em dois aspectos diferentes: um no espaço de coordenadas e o outro no espaço de momentos.

A não invariância no espaço de coordenadas refere-se à ordenação temporal dos eventos durante o processo de colisão. Kodama e colaboradores ⁽²¹⁾ mostraram que não é possível ordenar de uma maneira covariante, eventos separados espacialmente (ver também Duarte ⁽²⁾). Os efeitos desta não invariância

*Deixamos para os Apêndices a maioria dos detalhes técnicos do nosso método de cascata, os quais são relativos ao modo como foram processados os diferentes eventos presentes na simulação de RNR. Também adiamos para os Apêndices a dedução de várias fórmulas usadas neste trabalho.

são intensificados à medida que a extensão espacial entre os eventos torna-se maior. Com a inclusão do campo médio nuclear, que correlaciona eventos de colisão em toda a extensão do núcleo, é esperável então que os efeitos desta não invariância no cálculo de cascata sejam bastante grandes. Foi constatado, entretanto, que a não invariância oriunda de diferentes ordenações temporais não causa problemas práticos sérios no cálculo dos espectros inclusivos de prótons ^(21,2); a explicação para isto reside na natureza estocástica dos cálculos de cascata. Com base nos resultados das Refs. (2) e (21), é razoável esperar que o cálculo de quantidades inclusivas ligadas aos píons também não seja afetado pela não invariância no espaço de coordenadas.

O segundo aspecto da não invariância é mais delicado, desde que ele afeta diretamente as conservações de energia e momento totais do sistema, e por conseguinte a energia disponível para a produção de píons. A razão básica desta não invariância vem do fato de que o conceito de campo médio nuclear estático não é um conceito relativisticamente covariante. Se a energia potencial for definida em um sistema de referência, o momento do campo a ela associado deve ser considerado ao passarmos para outro sistema de referência. Portanto, quando partículas relativísticas estão envolvidas, o conceito do campo médio nuclear global não pode ser definido de uma maneira covariante, a menos que a dinâmica própria do campo seja levada em conta explicitamente. Em particular, veremos a seguir que a utilização, num contexto relativístico, de efeitos de recuo nuclear do tipo mencionado no capítulo anterior (ver eq. (3.4.1)) pode conduzir à não conservação da energia total do sistema.

A Figura 4.1.1 indica claramente a necessidade de sermos rigorosos quanto à conservação da energia num cálculo de multiplicidade de píons com o método de cascata. A figura nos mostra a distribuição em S^* das diversas colisões nucleon-nucleon que ocorrem durante a reação entre dois núcleos de cálcio. Os três histogramas correspondem a diferentes energias

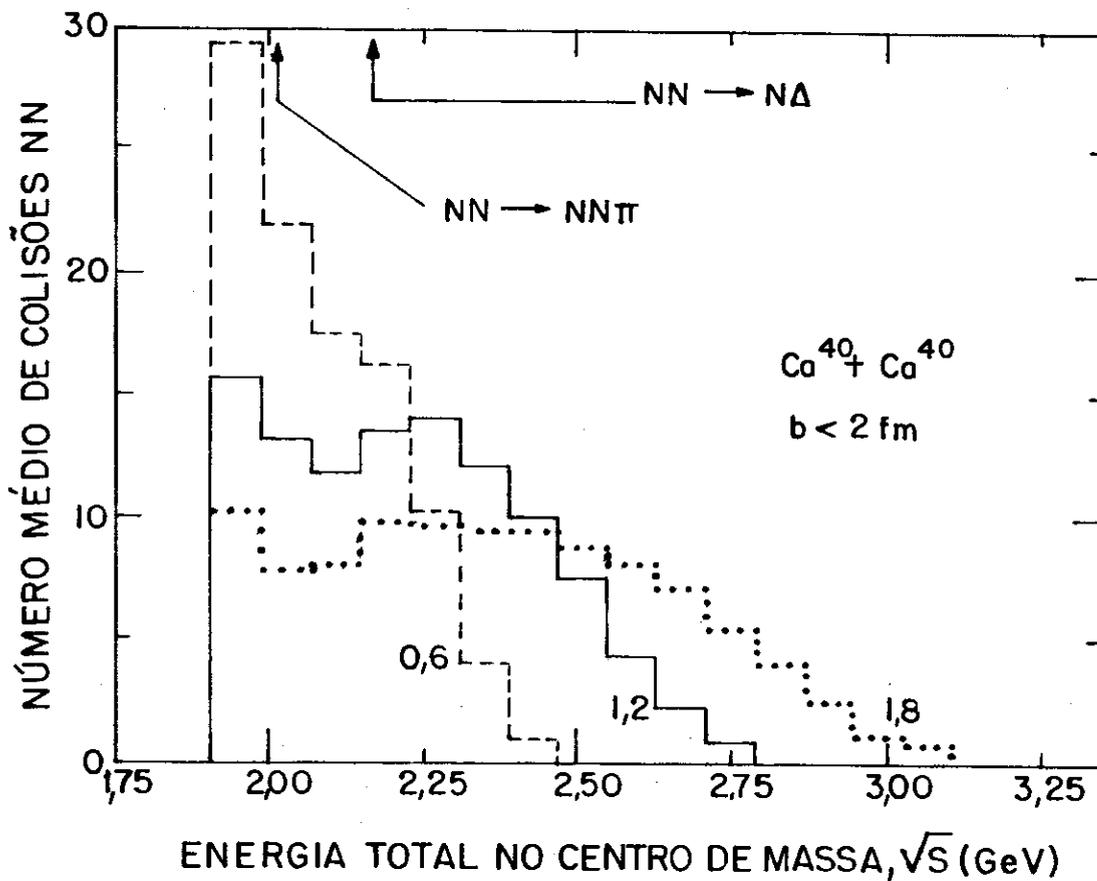


FIGURA 4.1.1 - Distribuição em S , de colisões N-N durante a reação Ca+Ca. Os limiares das reações $NN \rightarrow NN\pi$ e $NN \rightarrow N\Delta$ estão indicados por setas na parte superior da figura. Os números ao lado dos histogramas são os valores das energias incidentes, em GeV/A.

incidentes e foram obtidos com um código de cascata padrão por nós desenvolvido, cujos detalhes estão descritos no Apêndice D.1. Como vemos, é grande a incidência de colisões N-N próxi-

* S , o quadrado da energia total dos dois nucleons no sistema de referência de seu centro de massa, é uma grandeza invariante dada por $S = (E_1 + E_2)^2 - (\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2)^2$.

mo ao limiar de produção direta de mésons- π , e também em torno da energia limiar para a formação de ressonâncias- Δ , mesmo no caso da energia incidente de 1,8 GeV/A. Este fato sugere que devemos ser muito cuidadosos ao incluir o efeito da energia de ligação nuclear em cálculos de cascata a energias relativísticas. Consideremos o caso, por exemplo, de algumas colisões N-N que deveriam ocorrer com um valor de \underline{S} um pouco acima do limiar de produção de píons; a não conservação da energia poderia fazer com que os valores de \underline{S} para estas colisões incidissem abaixo do limiar em questão, conduzindo desse modo a um abaixamento artificial na multiplicidade destas partículas !

Vejamos agora como a inclusão do campo médio nuclear do modo em que foi feita nos trabalhos de Kitazoe e colaboradores (18-20) pode conduzir à não conservação da energia. Ao incluir a ligação nuclear os autores consideraram o núcleo como uma esfera de raio bem definido, e acrescentaram os seguintes processos ao tratamento usual do método de cascata padrão: a reflexão e a refração de nucleons quando eles incidem na superfície do núcleo, e a redistribuição da energia e momento do re cuo nuclear entre os constituintes do núcleo residual (ver Figura 4.1.2). Analisemos o processo de refração no sistema de repouso de um núcleo composto de \underline{A} nucleons. Suponhamos que o \underline{j} -ésimo nucleon tenha sido atingido por um nucleon incidente sobre o núcleo e que como resultado tenha adquirido um momento suficiente para escapar do núcleo original. No processo de escape através da superfície o nucleon sofre uma mudança de momento ΔP^* devido ao potencial nuclear. Se a direção de ΔP^* for conhecida, seu módulo pode ser determinado facilmente caso se

mantenha constante a energia do nucleon-j:

$$\sqrt{m^2 + \mathbb{P}_j^{*2}} - V_0 = \sqrt{m^2 + (\mathbb{P}_j^* + \Delta\mathbb{P}^*)^2} \quad (4.1.1)$$

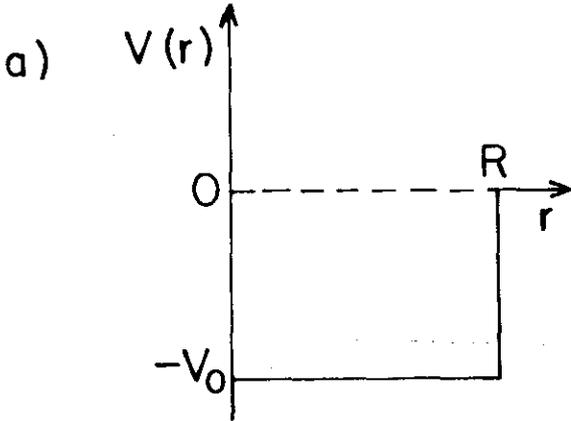
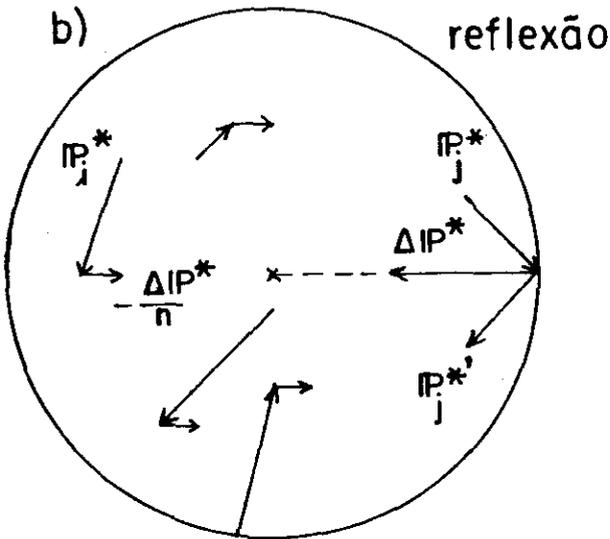
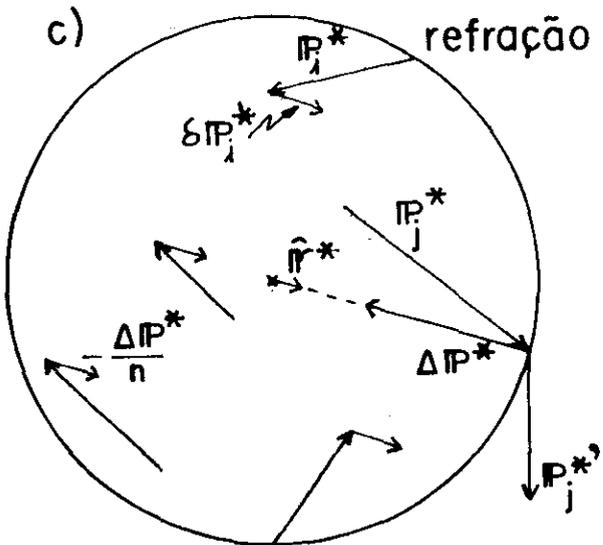


FIGURA 4.1.2 - Alguns ingredientes de um método de cascata no qual o núcleo é tratado como um sistema ligado, utilizando-se para isto um poço de potencial como o mostrado em (a). Os processos de reflexão e refração de nucleons estão representados em (b) e (c), juntamente com a receita adotada por Kitazoe et al. (18-20) para a redistribuição de momento entre as partículas do núcleo residual ($\delta\mathbb{P}_i^* = -\Delta\mathbb{P}^*/n$, $n = A-1$).



Na eq. (4.1.1), V_0 é a profundidade do poço de potencial, m é a massa de repouso do nucleon e \mathbb{P}_j^* é o momento do nucleon-j antes de escapar do núcleo; o vetor $\Delta\mathbb{P}^*$ pode ser tomado perpendicular à superfície no ponto em que o nucleon nela incide. Para conservar o momento total do sistema, é necessário distribuir o recuo $-\Delta\mathbb{P}^*$ do núcleo residual entre os nucleons que nele permanecem. Cada um deles sofrerá então um recuo $\delta\mathbb{P}_i^*$ tal que:



$$\sum_{i \neq j} \delta P_i^* = -\Delta P^* \quad , \quad \text{onde } \delta P_i^* = P_i^{*'} - P_i^* \quad (4.1.2)$$

Por outro lado, para que a energia total do sistema seja também conservada, devemos ter:

$$\sum_{i \neq j} \left[\sqrt{m^2 + P_i^{*2}} - V_0 \right] = \sum_{i \neq j} \left[\sqrt{m^2 + (P_i^* + \delta P_i^*)^2} - V_0 \right] \quad (4.1.3)$$

As eqs. (4.1.2) e (4.1.3) não determinam os δP_i^* 's unicamente, para $A > 2$. Assim, é preciso introduzir algumas hipóteses adicionais sobre o mecanismo de redistribuição de momento. Entretanto, mesmo com hipóteses simplificadoras, determinar δP_i^* 's que satisfaçam as eqs. (4.1.2) e (4.1.3) é algo difícil de ser incorporado ao programa computacional de um cálculo de cascata. O procedimento para redistribuição de momento seguido no método de cascata de Kitazoe e colaboradores ⁽¹⁸⁻²⁰⁾,

$$\delta P_i^* = -\frac{\Delta P^*}{A-1} \quad \forall i \quad , \quad (4.1.4)$$

satisfaz obviamente a eq. (4.1.2). No entanto, pode-se mostrar que a receita acima viola a conservação da energia, eq.(4.1.3); tomemos como exemplo o caso em que as partículas do núcleo residual são não relativísticas, de modo que a variação na energia total do sistema durante o processo de refração, ΔE^* , pode ser escrita como:

$$\Delta E^* = \sum_{i \neq j} \left[\sqrt{P_i^{*2} + m^2} - \sqrt{P_i^{*2} + m^2} \right] \approx \frac{1}{2m} \sum_{i \neq j} \left[P_i^{*2} - P_i^2 \right] \quad (4.1.5)$$

Utilizando a eq. (4.1.4) e o fato de que $\sum_{i \neq j} \mathbb{P}_i^* = -\mathbb{P}_j^*$, podemos reescrever ΔE^* como:

$$\Delta E^* \cong \frac{1}{2mn} \left[\Delta \mathbb{P}^{*2} + 2 \mathbb{P}_j^* \cdot \Delta \mathbb{P}^* \right] \quad (4.1.6)$$

O termo entre colchetes pode ser obtido da eq. (4.1.1); isto permite calcular a variação na energia total do sistema por meio de:

$$\Delta E^* \cong \frac{V_0 (V_0 - 2E_j^*)}{2m} \cdot \frac{1}{n}, \quad (4.1.7)$$

onde $E_j^* = \sqrt{\mathbb{P}_j^{*2} + m^2}$. O que a expressão acima indica claramente é que a quantidade ΔE^* é negativa, e que seu valor pode ser grande nos casos em que há poucas partículas no núcleo residual. De fato, o gráfico $\Delta E^* \times n$ da Figura 4.1.3 mostra que os erros na conservação da energia, decorrentes do uso da eq. (4.1.4), podem chegar a dezenas de MeV em apenas um evento de refração. Acrescente-se a isto o fato de que, durante uma colisão bastante energética entre dois núcleos pesados, muitos eventos de refração podem ocorrer (em alguns casos, até mesmo centenas) ! Portanto, os erros mencionados acima não podem, de maneira alguma, ser considerados desprezíveis.

Assim, não é possível conservar simultaneamente a energia e o momento totais do sistema, tratando-se o processo de refração da maneira simplificada que foi descrita acima (eqs. (4.1.1)-(4.1.4)). A redistribuição de momento adotada por Kitazoe e colaboradores (18-20), $\delta \mathbb{P}_i^* = -\Delta \mathbb{P}^*/n$, só seria compatível com as conservações do momento e da energia totais caso se abrisse mão da eq. (4.1.1); ou seja, caso se permitisse que a

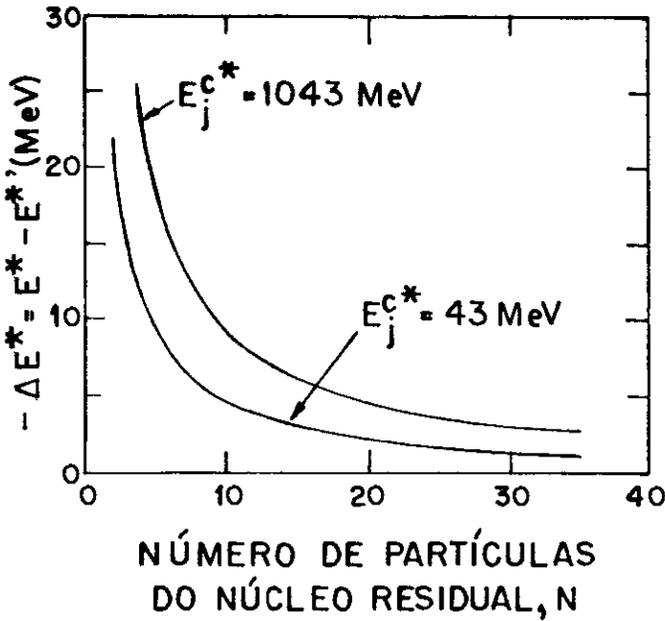


FIGURA 4.1.3 - Erro cometido na conservação da energia total versus número de partículas no núcleo residual, para o caso em que o momento associado com o recuo nuclear durante a refração é distribuído igualmente entre as partículas que permanecem ligadas (ver eq. (4.1.7)). O valor 43 MeV foi usado para V_0 ; as duas curvas referem-se a valores diferentes da energia cinética da partícula-j, antes de ser refratada.

energia da partícula-j variasse ao atravessar a superfície do núcleo. Isto corresponderia a calcular ΔP^* a partir da eq. (4.1.3) reescrita:

$$\sum_{i=1}^n \sqrt{\left(P_i^* - \frac{\Delta P^*}{n} \right)^2 + m^2} + \sqrt{\left(P_j^* + \Delta P^* \right)^2 + m^2} =$$

$$= \sum_{i=1}^n \sqrt{P_i^{*2} + m^2} + \sqrt{P_j^{*2} + m^2} - V_0 \quad (4.1.8)$$

Esta outra forma de tratar o problema introduziria no cálculo de cascata um grande inconveniente: a necessidade de resolver numericamente a expressão acima para todos os eventos de refração, o que acarretaria num custo computacional bastante elevado. Uma outra característica importante da eq. (4.1.8): a saída de um nucleon determina os novos valores do momento e da energia dos demais nucleons através de uma equação cinética. Isto não é razoável, principalmente para núcleos grandes.

Em resumo, incluir a energia de ligação num cálculo

de cascata a energias relativísticas e, ao mesmo tempo, preservar rigorosamente a conservação de energia e momento, torna-se uma tarefa complicada caso se insista em tratar o processo de refração do jeito em que Kitazoe e colaboradores (18-20) o fizeram.

Além do mais, se definirmos a energia de um nucleon ligado como

$$E_i^* = \sqrt{P_i^{*2} + m^2} \quad , \quad (4.1.9)$$

devemos então expressar a energia total do núcleo como

$$E^* = \sum_{i=1}^A E_i^* - A.V_0 \quad . \quad (4.1.10)$$

Portanto, o momento total do núcleo não pode ser definido como

$$P^* = \sum_{i=1}^A P_i^* \quad , \quad (4.1.11)$$

porque as eqs. (4.1.10) e (4.1.11) não constituem uma expressão covariante do quadrimomento total do núcleo, uma vez que o momento associado ao campo médio nuclear não está incluído explicitamente. Como consequência, uma descrição relativística covariante de um processo de cascata intranuclear, especialmente com respeito à conservação da energia e do momento totais, não é possível nesta forma. Todas as dificuldades mencionadas acima vêm do fato de que o conceito de um campo médio nuclear estático não é covariante.

Até agora, a nossa análise do método de cascata proposto por Kitazoe e colaboradores (18-20) limitou-se ao proble-

ma da conservação da energia. Entretanto, há outros aspectos da Ref. (20) que também podem ser questionados*. Um desses aspectos tem a ver com a quantidade excessiva de novos ingredientes que os autores acrescentaram ao método de cascata, simultaneamente com a inclusão do campo médio nuclear. Seria interessante investigar separadamente o efeito da energia de ligação nos resultados de multiplicidade de píons, isolando-o de efeitos devidos a outros ingredientes. Em outras palavras, desenvolver um método de cascata que diferísse de um código padrão apenas por incluir o campo médio nuclear. Isto não foi feito na Ref. (20), onde foram incorporados ao método de cascata não só a ligação entre os nucleons, mas também várias modificações no tratamento das colisões inelásticas N-N; foi acrescentado o processo $N+N \rightarrow \Delta+\Delta$ (excitação de duas ressonâncias), e 20-30 % das colisões inelásticas N-N foram tratadas como reações diretas, $N+N \rightarrow N+N+\pi$. Além disto, a largura da ressonância- Δ formada no espalhamento $\pi+N \rightarrow \Delta$ foi considerada dependente do momento q no centro de massa do sistema píon-nucleon (ver comentários na seção 3.4). Alguns destes ingredientes tendem a aumentar a produção de píons ao passo que outros atuam no sentido contrário. O método de cascata assim desenvolvido por Kitazoe et al. (20) consegue reproduzir os rendimentos de píons observados nas reações $Ca+Ca$ (9); de fato, as multiplicidades de píons assim calculadas são sensivelmente mais baixas que aquelas obtidas com o código padrão de Cugnon e ou-

* Não analisaremos aqui as Refs. (18) e (19) de Kitazoe et al. pois, numa referência posterior (20), os próprios autores admitem que o algoritmo utilizado em seus primeiros trabalhos (18-19) "não estava completo" (ver também o rodapé na primeira página da Ref. (20)).

tros (14,7,8). A questão de o quanto desse abaixamento é devido à energia de ligação fica no entanto sem resposta, em virtude do grande número de novos ingredientes que foram incorporados ao método de cascata convencional.

Para concluir nossa análise do modelo de cascata de Kitazoe e colaboradores (18-20), é importante ressaltar que no procedimento seguido nesses trabalhos o campo médio nuclear não é afetado pela colisão relativística entre os dois núcleos. Neste modo de tratar o problema as partículas que permanecem ligadas "sentem", ao longo de toda a evolução do processo, a mesma energia de ligação que os nucleons presentes no início da reação, quando ambos os núcleos estavam no estado fundamental ! Isto é bastante questionável. Como o campo médio que mantém o núcleo ligado é o resultado das interações entre seus constituintes, e como estes sofrem mudanças significativas em seus estados durante a colisão entre os dois núcleos, é pouco razoável a hipótese de trabalho usada no modelo de Kitazoe et al. (18-20), onde se considera fixo o potencial nuclear.

Uma hipótese de trabalho diferente foi adotada na Ref. (16), onde Cahay, Cugnon e Vandermeulen analisaram o efeito de colisões N-N "off-shell" na produção de píons. Esses autores obtiveram seus melhores resultados para a multiplicidade destas partículas partindo da seguinte hipótese para a evolução do campo médio nuclear: cada nucleon torna-se livre da influência do campo imediatamente após ter participado de sua primeira colisão (ver seção 3.2). No caso de um choque frontal entre dois núcleos pesados relativísticos, a violência da colí

são torna esta aproximação mais fácil de ser justificada que aquela adotada por Kitazoe et al. (18-20). Mesmo assim, essa hipótese de trabalho, de rápida destruição do campo, continua sendo algo fixado a priori. Seria interessante permitir, num cálculo de cascata, que a evolução do campo médio nuclear fosse governada pela própria dinâmica do processo.

Em resumo: nesta parte do capítulo apontamos vários inconvenientes de alguns modelos de cascata para RNR, os quais têm em comum o fato de que tratam os dois núcleos em interação como sistemas ligados. Por outro lado, sabemos que é essencial incluir a energia de ligação nos cálculos de cascata, principalmente quando se pretende analisar os rendimentos de píons nessas reações. Portanto, é necessário eliminar do modelo de cascata os vários inconvenientes mencionados acima, e é isto o que pretendemos com este trabalho. Na próxima seção descrevemos as principais características do nosso modelo, o qual apresenta uma nova maneira de incluir o campo médio nuclear na simulação de RNR com o método de cascata. Na elaboração deste modelo, tivemos em mente os seguintes objetivos principais:

- 1 - Garantir que a energia e o momento totais sejam conservados rigorosamente durante todo o processo de colisão.
- 2 - Tornar limpo o efeito do campo médio sobre os rendimentos de píons. Em outras palavras, construir um modelo que em essência difira de um código padrão apenas por incluir a ligação entre os nucleons.
- 3 - Permitir que a energia de ligação nuclear varie durante o processo, e que esta variação seja governada pela dinâmica da reação.

4 - Manter tanto quanto possível a simplicidade do método de cascata padrão. Evitar tratamentos numéricos do processo de refração que sejam baseados num argumento artificial, como por exemplo o que foi sugerido na eq.(4.1.8).

4.2 - MASSAS EFETIVAS E O CAMPO MÉDIO NUCLEAR

- Descrição do Modelo

Para garantir de forma rigorosa a conservação de energia e momento, ao incluir num cálculo de cascata a ligação entre os nucleons, a maneira correta seria introduzir a dinâmica do campo explicitamente. Entretanto, isso está longe de ser uma proposta viável. Uma alternativa pode ser encontrada no uso de uma aproximação local para o campo médio: os efeitos deste campo são associados a cada nucleon localmente. Em outras palavras: tratamos o nucleon e o campo mesônico na sua vizinhança como uma partícula de massa efetiva μ (ver Fig. 4.2.1); vamos considerar que o quadrimomento destas partículas sob a influência do campo tenha a forma

$$P_i^* = (P_i^*, \sqrt{P_i^{*2} + \mu_i^2}) \quad (4.2.1)$$

Agora, a energia e o momento totais de um núcleo com A nucleons podem ser definidos como

$$E^* = \sum_{i=1}^A \sqrt{P_i^{*2} + \mu_i^2} \quad (4.2.2)$$

e

$$P^* = \sum_{i=1}^A P_i^* \quad , \quad (4.2.3)$$

que obviamente constituem um quadrimomento (confronte as expressões acima com as eqs. (4.1.10) e (4.1.11)*). Quando o nú-

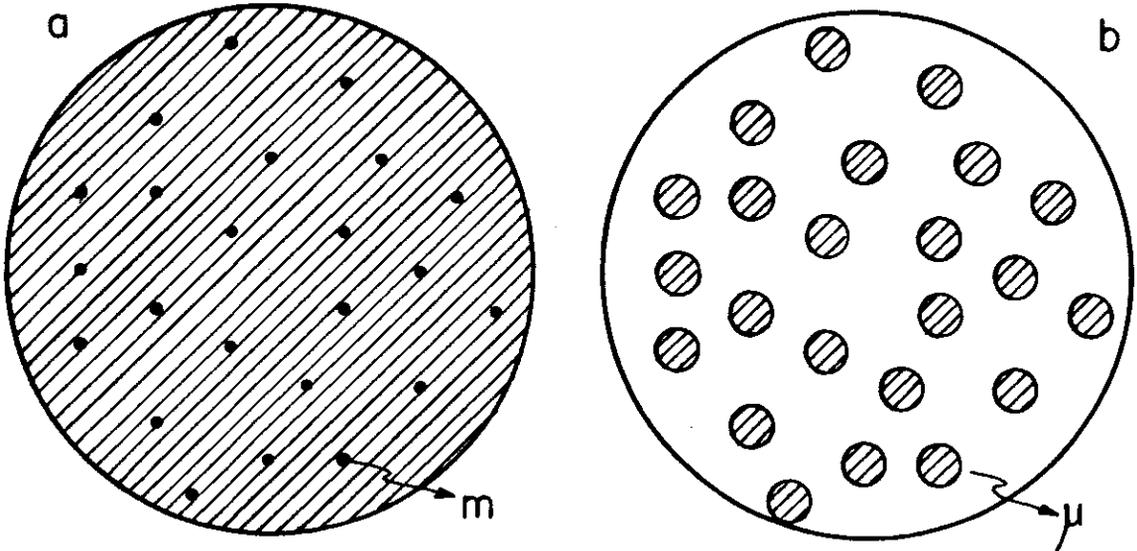


FIGURA 4.2.1 - Ilustração da idéia de massa efetiva. Em (a), um conjunto de nucleons (pontos) constitui um campo médio (região hachuriada) que mantém o núcleo ligado. Em (b), os nucleons e o campo médio nuclear foram substituídos por partículas de massas efetivas diferentes da massa de repouso do nucleon.

cleo se encontra no estado fundamental, todas as suas partículas são não relativísticas, e podemos então escrever:

$$E^* \cong \sum_{i=1}^A \left(\mu_i + \frac{P_i^{*2}}{2\mu_i} \right) \cong A \cdot m + \sum_{i=1}^A (\mu_i - m) + \frac{1}{2m} \cdot \sum_{i=1}^A P_i^{*2} \quad (4.2.4)$$

* No método de cascata da Ref. (39), que foi descrito na seção 2.2, Gudima e Toneev usaram massas efetivas para incluir o efeito da energia de ligação em seus cálculos. No entanto, não temos conhecimento de que esses autores tenham investigado a influência do campo médio nuclear na produção de mésons- π . Além disso, Gudima e Toneev também não consideram, em seus cálculos, a evolução do potencial nuclear durante o processo de colisão.

Portanto, o termo $\sum_{i=1}^A (\mu_i - m)$ representa a energia de ligação total; por analogia, interpretamos a diferença $(\mu_i - m)$ como a energia potencial local "sentida" pelo nucleon-i. Introduzindo a massa efetiva acima conseguimos, de uma maneira simples, garantir rigorosamente a conservação de energia e momento, de forma covariante. Além disso, podemos ser flexíveis quanto à variação dessas massas efetivas durante a reação. Esta é outra grande vantagem deste modo de simular o efeito da energia de ligação nos cálculos de cascata, pois nos permite optar por diferentes mecanismos para a excitação do núcleo nos processos em que o mesmo sofre um recuo. Como exemplo, reexaminemos o processo de refração discutido anteriormente. No novo esquema, o módulo da mudança de momento do nucleon-j ao atravessar a superfície do núcleo pode ser determinado pela equação

$$\sqrt{P_j^{*2} + \mu_j^2} = \sqrt{(P_j^* + \Delta P^*)^2 + m^2} \quad (4.2.5)$$

a qual coincide, no limite não-relativístico, com a eq.(4.1.1). Do mesmo modo que Kitazoe e colaboradores ⁽¹⁸⁻²⁰⁾, também distribuímos o momento do recuo nuclear entre os A-1 nucleons do núcleo residual:

$$\sum_{i \neq j} \delta P_i^* = \sum_{i \neq j} (P_i^{*' } - P_i^*) = -\Delta P^* \quad (4.2.6)$$

Entretanto, diferentemente do procedimento seguido nas Refs. (18)-(20), garantimos a conservação da energia em nosso modelo. E isto é feito de forma simples exigindo que a condição

$$\sqrt{P_i^{*'2} + \mu_i'^2} = \sqrt{P_i^{*2} + \mu_i^2} \quad (4.2.7)$$

seja satisfeita para todos os nucleons do núcleo residual.

Apenas com as leis de conservação, eqs. (4.2.6) e (4.2.7), não é possível determinar os novos momentos e massas efetivas de todas as partículas, sem especificar o mecanismo de redistribuição de energia e momento no núcleo residual. Deparamo-nos aqui com a mesma situação do caso anterior (ver discussão relativa às eqs. (4.1.2) e (4.1.3)). Agora, no entanto, é possível conservar a energia total para qualquer conjunto de δIP_i^* 's que satisfaça a eq. (4.2.6), desde que mudemos as massas efetivas das partículas de acordo com a expressão (4.2.7). Entretanto, nem todo conjunto de δIP_i^* 's é fisicamente aceitável, se nós queremos simular o efeito de excitação do núcleo. Para redistribuir o momento do recuo nuclear entre as partículas do núcleo residual, adotamos um mecanismo que foi sugerido pela interpretação dada anteriormente à quantidade $(\mu_i - m)$. Como vimos, esta diferença é uma medida da energia de ligação do i-ésimo nucleon. Portanto, uma mudança positiva de μ_i , $\delta\mu_i > 0$, como consequência de um recuo nuclear, representa um decréscimo na energia de ligação desta partícula, consumindo sua energia cinética. Assim, é desejável encontrar um conjunto de δIP_i^* 's capaz de garantir que nenhuma das partículas sofra diminuição de massa efetiva. De acordo com a eq. (4.2.7) isto significa que devemos ter, necessariamente, $IP_i^{*2} < IP_i^{*2}$. Esta condição, somada à exigência de que os diversos δIP_i^* 's sejam anti-paralelos a ΔP^* , implica em que apenas partículas para as quais

$$IP_i^* \cdot \Delta P^* > 0 \quad , \quad (4.2.8)$$

podem sofrer recuos (ver Fig. 4.1.2c); seja ℓ o número destas partículas ($\ell \leq A-1$). Prescrevemos, para cada uma delas, o recuo:

$$\delta \mathbb{P}_i^* = - \frac{\mathbb{P}_i^* \cdot \Delta \mathbb{P}^*}{\sum_{k=1}^{\ell} \mathbb{P}_k^* \cdot \Delta \mathbb{P}^*} \Delta \mathbb{P}^* \quad (4.2.9)$$

É óbvio que aquelas partículas do núcleo residual que não satisfazem a condição (4.2.8) não devem sofrer mudanças em seu estado, isto é:

$$\mu_i' = \mu_i \quad \text{e} \quad \mathbb{P}_i^{*' } = \mathbb{P}_i^* \quad , \quad \text{se} \quad \mathbb{P}_i^* \cdot \Delta \mathbb{P}^* \leq 0 \quad (4.2.10)$$

Deste modo, mantém-se constante o momento total do sistema (ver eqs. (4.2.6) e (4.2.9)) e, ao mesmo tempo, permite-se que as massas efetivas aumentem durante a reação. Entretanto, para que nosso modelo seja fisicamente razoável, é necessário ainda acrescentar-lhe mais duas propriedades importantes:

- a) - as massas efetivas que introduzimos têm sentido físico apenas para $\mu < m$. Portanto, quando a massa efetiva de um nucleon tornar-se maior ou igual a \underline{m} , ele deve ser considerado como não ligado, e sua massa deve reassumir o valor \underline{m} .
- b) - a diferença $(\mu_i - m)$ só pode ser interpretada como a energia de ligação do nucleon-i quando a sua velocidade, no sistema de referência do núcleo ao qual está ligado, não for relativística. Assim, quando esse nucleon for atingido por outra partícula e adquirir uma energia muito alta, ele não deve mais ser tratado como um nucleon ligado; tam

bém neste caso sua massa deve reassumir o valor \underline{m} .

Como veremos depois, o mecanismo de redistribuição de momento explicitado nas eqs. (4.2.8)–(4.2.10), juntamente com as duas propriedades acima, fornece resultados muito razoáveis para a energia de excitação coletiva do núcleo residual (ver Figura 5.1.1).

Após descrevermos a maneira pela qual reformulamos o processo de refração de partículas através da superfície nuclear, veremos agora, do ponto de vista prático, como as idéias acima foram incorporadas aos nossos cálculos.

- Ingredientes do Método de Cascata

Nosso objetivo principal é investigar os efeitos cinemáticos da energia de ligação nuclear na multiplicidade de píons em colisões de íons pesados à alta energia, usando um método de cascata simples. A não ser pelos novos ingredientes que decorrem da inclusão do campo médio, seguimos essencialmente o mesmo procedimento descrito na primeira parte do Capítulo 2 (maiores detalhes nos Apêndices). Vejamos rapidamente as principais características do método de cascata que construímos, com ênfase naqueles aspectos que o diferenciam dos demais (14,7,8,16,18-20).

No instante inicial, todos os nucleons estão ligados a seus respectivos núcleos, com massas efetivas que representam a energia de ligação nuclear no estado fundamental. Estas massas efetivas são determinadas pela equação:

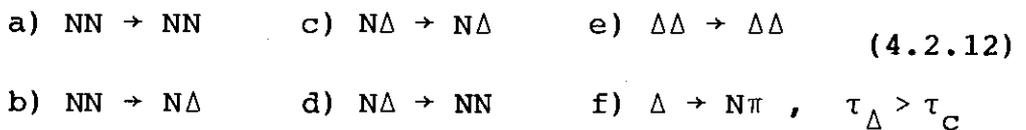
$$\sqrt{P_i^2 + m^2} - V_0 = \sqrt{P_i^2 + \mu_i^2} \quad , \quad (4.2.11)$$

com $V_0 = 43$ MeV; na expressão acima, os momentos IP_i^* 's são gerados a partir de uma distribuição de Fermi. Com a inclusão do campo médio, a dinâmica da reação nuclear é descrita, no modelo de cascata, como uma sucessão de eventos de dois tipos:

- 1 - colisões binárias entre as diversas partículas.
- 2 - interações destas partículas com a superfície do núcleo ao qual estão ligadas.

A ordem cronológica destes eventos é seguida no sistema de observação: em nossos cálculos, a menos que seja especificado o contrário este sistema é o do centro de massa dos dois núcleos. Apresentamos na Figura 4.2.2, de maneira esquemática, todos os processos que estão incluídos na simulação de colisões nucleares com o nosso método de cascata.

Os eventos do tipo 1 considerados neste trabalho correspondem às mesmas reações que aparecem no código padrão de Cugnon, Mizutani e Vandermeulen⁽⁷⁾. Explicitamente, incluímos os seguintes processos binários:



Os estados de carga das partículas são distinguidos durante a reação entre os dois núcleos. As ressonâncias delta decaem em nucleons e mésons- π apenas no final da colisão núcleo-núcleo ($\tau_\Delta > \tau_c$); com este tratamento e mais a inclusão do processo de recombinação (eq. (4.2.12d)), os autores das Refs. (7) e (8) conseguiram simular o efeito de absorção de píons em RNR. O valor fixo $m_\Delta = 1232$ MeV é atribuído àquelas ressonâncias- Δ

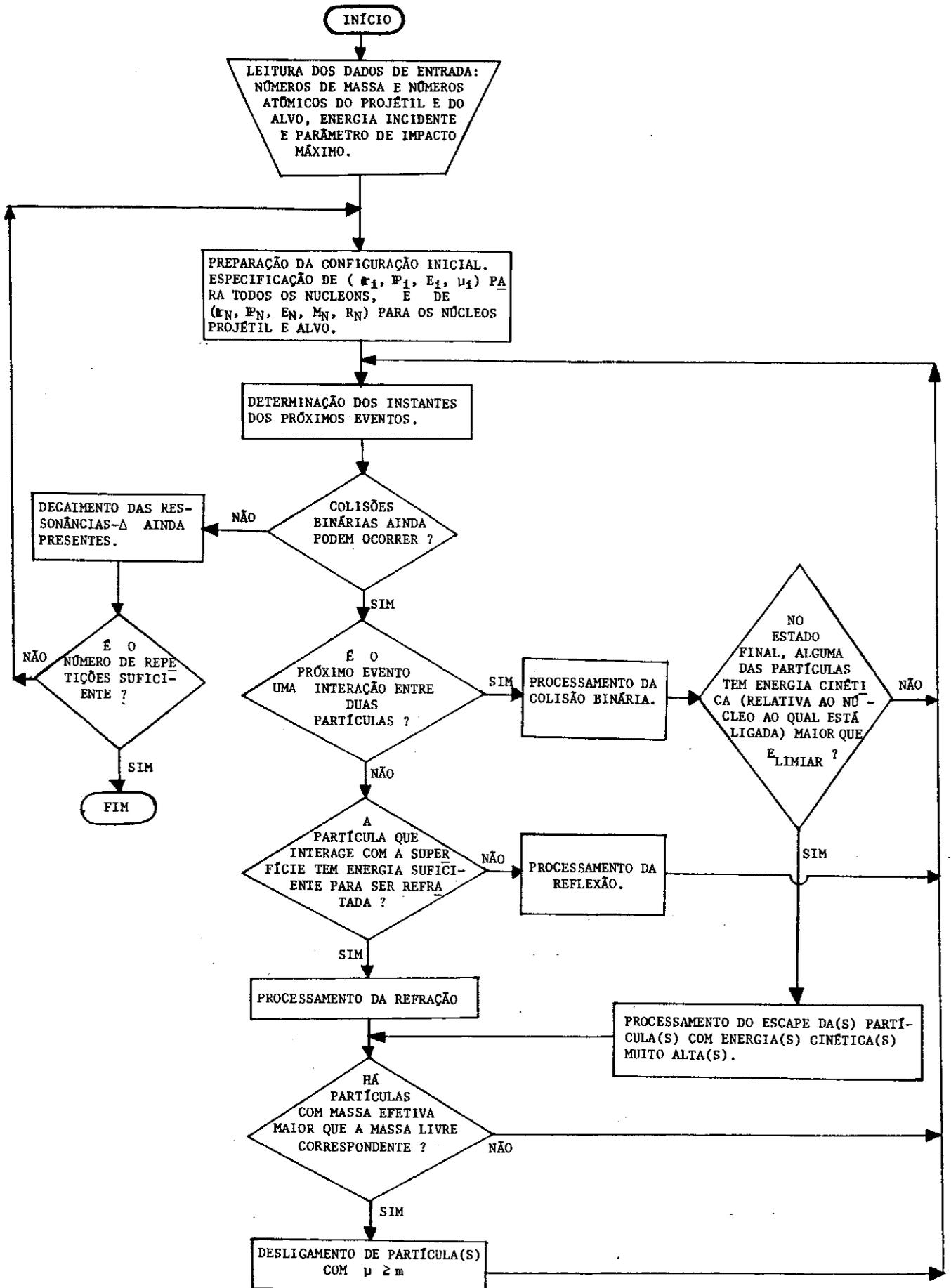


FIGURA 4.2.2 - FLUXOGRAMA DO ALGORITMO COMPUTACIONAL QUE CONSTRUIMOS PARA SIMULAR RNR COM O MÉTODO DE CASCATA INTRANUCLEAR. A REAÇÃO ENTRE OS DOIS NÚCLEOS TERMINA QUANDO CESSAM AS COLISÕES BINÁRIAS.

que são provenientes de nucleons livres. No caso geral, escolhe_{mos} a energia de ligação da delta recém formada como sendo igual à do seu nucleon precursor. Ou seja, em uma reação entre dois nucleons de massas efetivas μ_1 e μ_2 ,



atribuímos à massa efetiva da delta o valor:

$$\mu_\Delta = m_\Delta + \mu_2 - m \quad (4.2.14)$$

Um critério idêntico a este é aplicado ao processo inverso , eq. (4.2.12d), e também ao decaimento da delta. Nos espalhamentos elásticos, obviamente, as massas efetivas das partículas não mudam. Finalmente, uma última observação referente aos eventos do tipo 1: uma partícula ligada pode, nestes eventos, adquirir uma energia cinética muito alta relativamente a seu núcleo. Quando isto acontece, nós permitimos que ela escape do núcleo original, após o que ela passa a ser tratada como uma partícula livre (ver propriedade b) na descrição do modelo). O tratamento cinemático deste processo é semelhante ao que foi usado na refração; deixamos os detalhes para o Apêndice C.4.

Vejamos agora como são tratados os eventos do tipo 2. Quando uma partícula ligada incide na superfície nuclear, ela pode ser refletida ou refratada, dependendo de sua velocidade em relação ao núcleo. No caso da reflexão, impomos que a energia e a massa efetiva da partícula refletida sejam mantidas constantes, e consideramos que a mudança de momento desta partícula tem a direção radial no ponto de incidência. Isto resulta em

$$\Delta \mathbb{P}^* = - (2 \mathbb{P}_j^* \cdot \hat{r}^*) \hat{r}^* , \quad (4.2.15)$$

onde \hat{r}^* é um vetor unitário na direção radial. Para distribuir o recuo $-\Delta \mathbb{P}^*$ entre as partículas do núcleo residual, procedemos de modo semelhante ao que fizemos na refração (eq. (4.2.7)), exigindo que $E_i^{*' } = E_i^*$. Aqui, no entanto, é desejável manter constantes as massas efetivas de todos os constituintes do núcleo residual. É fácil verificar que a prescrição que adotamos,

$$\delta \mathbb{P}_i^* = - \frac{2 \mathbb{P}_i^* \cdot \Delta \mathbb{P}^*}{\Delta \mathbb{P}^{*2}} \Delta \mathbb{P}^* , \quad (4.2.16)$$

satisfaz aquela exigência e também nos garante que a energia e o momento totais do sistema sejam conservados. No caso da refração, usando na eq. (4.2.5) a hipótese de variação de momento na direção radial, $\Delta \mathbb{P}^* = \alpha \hat{r}^*$, obtemos:

$$\alpha = - (\mathbb{P}_j^* \cdot \hat{r}^*) + \sqrt{(\mathbb{P}_j^* \cdot \hat{r}^*)^2 + \mu_j^2 - m^2} \quad (4.2.17)$$

Ao deduzirmos esta expressão consideramos que partículas com $\mu_j = m$ podem escapar livremente, isto é, com $\Delta \mathbb{P}^* = 0$. No mais, o processo de refração obedece às eqs. (4.2.7)–(4.2.10).

Quando uma partícula escapa do núcleo, seja através da superfície ou porque adquiriu via colisão binária uma energia cinética muito alta, os constituintes do núcleo residual sofrem aumentos de massa efetiva (ver eqs. (4.2.7)–(4.2.10)). À medida que estas tornam-se maiores ou iguais às massas livres, as partículas vão sendo desligadas de seus respectivos núcleos; isto é consistente com a propriedade a) do nosso mode

lo. No processo de desligamento, estas partículas reassumem su as massas livres; é claro que também redistribuímos no novo núcleo residual, a energia e o momento associados com o recuo nuclear. No Apêndice C.5 veremos os detalhes deste procedimento.

Os eventos nos quais uma partícula escapa do núcleo são geralmente acompanhados de mudanças na velocidade do núcleo residual. O raio deste núcleo é recalculado sempre que essas mudanças ocorrem; o novo raio é aquele da menor superfí-cie esférica que inclua no seu interior todas as partículas ligadas ao núcleo em questão. Isto é feito aplicando o lado esquerdo da eq. (B.27) - Apêndice B - a essas partículas, e encontrando aquela mais afastada do centro do núcleo.

O modelo de cascata para colisões entre núcleos pesados a altas energias, apresentado nesta seção, pode ser resu-mido como segue:

- 1) As partículas, que inicialmente estão ligadas aos núcleos, podem, com a evolução do processo, ocupar um dos seguintes estados:
 - 1-a ligadas ao núcleo projétil
 - 1-b ligadas ao núcleo alvo.
 - 1-c não-ligadas (livres).
- 2) Uma partícula ligada pode tornar-se livre nos seguintes casos:
 - 2-a quando ela escapa através da superfície do núcleo.
 - 2-b quando ela adquire uma energia cinética muito alta relativa ao núcleo.
 - 2-c quando sua massa efetiva torna-se maior ou igual à sua massa livre.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS, DISCUSSÕES E CONCLUSÕES

5.1 - RESULTADOS E DISCUSSÕES

Aplicamos o modelo descrito no capítulo anterior principalmente a reações quase frontais entre núcleos de cálcio. Esta escolha foi determinada pela disponibilidade de resultados experimentais para o sistema semelhante $\text{Ar}^{40} + \text{KCl}$ (9,53). Estes dados correspondem a colisões com pequeno parâmetro de impacto ($b < 2$ fm). Isto quer dizer que entre os vários eventos de colisão detetados, apenas aqueles com alta multiplicidade de partículas foram selecionados.

Na Figura 5.1.1 apresentamos dois aspectos da dinâmica do sistema $\text{Ca}^{40} + \text{Ca}^{40}$, em diversas energias cinéticas incidentes. Em (a), o número médio de nucleons ligados a cada núcleo é mostrado como função do tempo; verificamos que esta evolução é igual em ambos os núcleos, como esperado no caso de um sistema simétrico. Como vemos, o número médio de nucleons ligados decresce rapidamente, e apenas alguns nucleons permanecem no interior do núcleo no final do processo ($t = \tau_c$); para colisões frontais $\text{Ca} + \text{Ca}$ (não mostradas), este número é menor do que 3 a 2,0 GeV/A. A situação é bem diferente para $E_{\text{lab}} = 0,4$ GeV/A; nesta energia, cada núcleo perde na colisão apenas a metade dos nucleons inicialmente ligados. Na Fig.

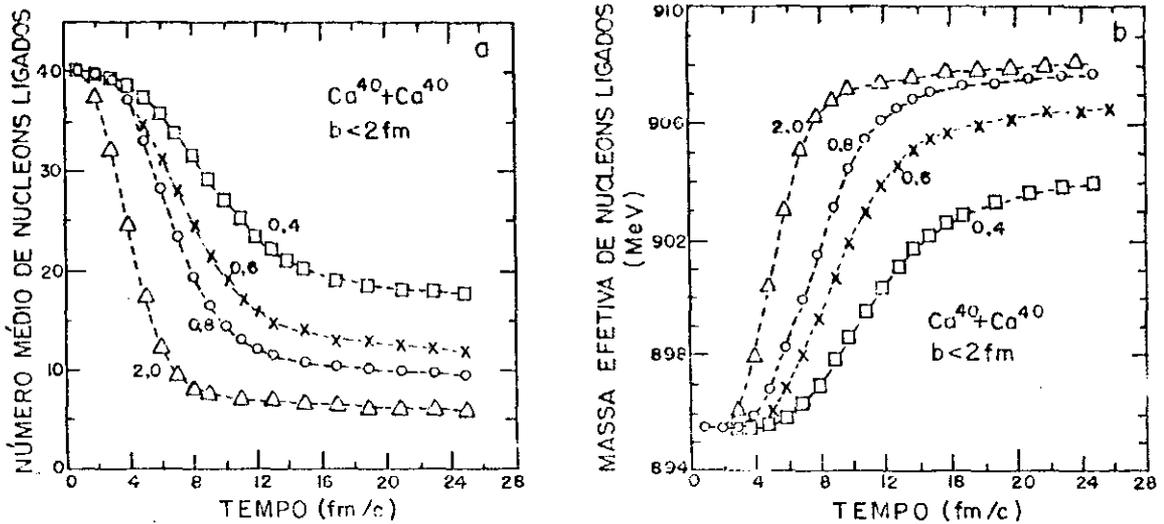


FIGURA 5.1.1 - (a) Evolução temporal do número médio de nucleons ligados a um dos dois núcleos do sistema Ca+Ca. Os números ao lado das curvas são as energias incidentes, em GeV/A. Apenas colisões quase frontais foram consideradas. (b) Massa efetiva média, como função do tempo, para os nucleons ligados a um dos dois núcleos de cálcio que colidem quase frontalmente. As energias incidentes são as mesmas que em (a).

5.1.1 (b), a massa efetiva média dos nucleons ligados a cada núcleo é representada como função do tempo (também neste caso constatamos uma completa similaridade entre os dois núcleos). Sendo A_f o número de nucleons ligados a cada núcleo em $t = \tau_c$, a quantidade $[\langle \mu \rangle_{t=\tau_c} - \langle \mu \rangle_{t=0}] A_f$ pode ser interpretada como a energia de excitação coletiva do núcleo residual. Na figura, vemos que esta excitação cresce com a energia incidente; isto indica que o mecanismo de redistribuição de momento que adotamos neste trabalho é razoável. Por último, notamos que ambos os gráficos da Fig. 5.1.1 fornecem indicações semelhantes sobre o quão rapidamente evoluem estas colisões: na energia de 2,0 GeV/A, por exemplo, todo o processo não dura mais que 15 fm/c !

No restante desta seção dedicamo-nos ao objetivo cen

tral deste trabalho, qual seja discutir a produção de pions em RNR. Como vimos no Capítulo 2, as quantidades calculadas com o método de cascata correspondem a médias sobre os resultados de várias colisões núcleo-núcleo. No nosso caso essas médias foram feitas com uma amostragem mínima de 240 simulações da reação entre os dois núcleos. Chamamos a atenção para o fato de que essa estatística é pelo menos três vezes maior do que aquela citada na literatura (7,8).

No presente trabalho, os mésons- π são produzidos via o decaimento de ressonâncias- Δ (eq.(4.2.12f)). Com a hipótese de que estas decaem apenas no final da reação nuclear, segue-se que os pions não participam da colisão: eles permanecem, até o instante $t = \tau_c$, "armadilhados" nas deltas. Estas, no entanto, participam da reação, e sua sobrevivência é governada principalmente pelo processo de recombinação (eq.(4.2.12d)). Neste esquema, a evolução temporal do número de deltas presentes na reação Ca+Ca tem o aspecto mostrado na Fig. 5.1.2, para $E_{lab} = 1,0$ GeV/A. Como vemos, o número de ressonâncias- Δ presentes atinge um máximo, depois diminui um pouco, e finalmente se estabiliza. A população de deltas na qual esta curva se estabiliza é então igual à multiplicidade total de pions para aquela energia, ou seja, $\langle M_\pi \rangle = N_\Delta (t = \tau_c)$. Também incluímos na figura o número médio de pions que estariam presentes no instante t , caso nenhum deles fosse absorvido — para obter a curva $N_\pi(t)$ consideramos $\tau_\Delta = 0$; isto equivale, na equação (4.2.12), a suprimir os processos binários c , d e e . A região hachuriada da Fig. 5.1.2 corresponde à influência do mecanismo $N\Delta \rightarrow NN$ (com $\tau_\Delta > \tau_c$) na absorção de mésons- π em RNR.

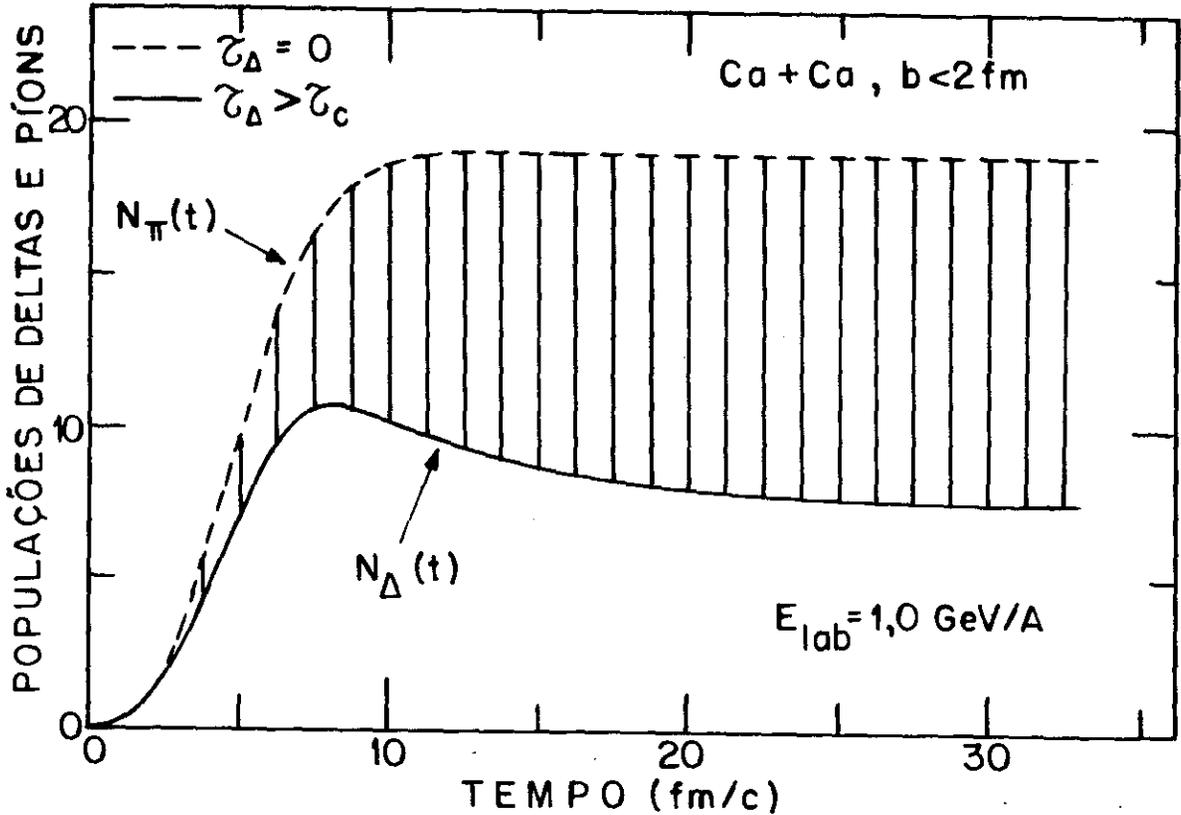
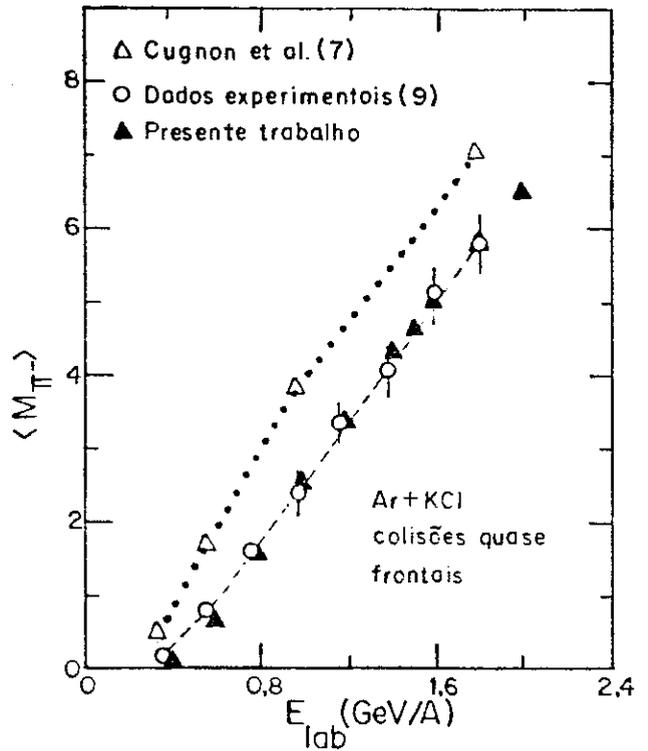


FIGURA 5.1.2 - Evolução temporal das populações de deltas e píons, em reações Ca+Ca quase frontais, na energia $E_{\text{lab}} = 1,0 \text{ GeV/A}$. Para gerar as curvas, os processos binários da eq. (4.2.12) foram tratados em duas situações diferentes: $\tau_{\Delta} = 0$ para $N_{\pi}(t)$ e $\tau_{\Delta} > \tau_c$ para $N_{\Delta}(t)$.

Este efeito é, claramente, muito importante; neste ponto, nossos resultados confirmam aqueles obtidos por Cugnon et al. (14,7).

Na figura 5.1.3 apresentamos nosso resultado principal, a multiplicidade de píons negativos em várias energias incidentes, para reações Ca+Ca quase frontais. Para esta reação verificamos que as multiplicidades de π^{-} , π^0 e π^{+} são iguais, considerando-se as incertezas nos cálculos; isto é razoável uma vez que, para ambos os núcleos, $Z = N$. Assim, os valores de $\langle M_{\pi^{-}} \rangle$ que constam da figura correspondem a um terço da multiplicidade total de píons. Apesar de termos usado em nossos cálculos ingredientes bem mais simples que Kitazoe e colaboradores (20), vemos na Fig. 5.1.3 que o acordo entre nossos

FIGURA 5.1.3 - Multiplicidade média de pions negativos como função da energia incidente para o sistema Ca+Ca ($b < 2\text{fm}$). Em nossos cálculos (triângulos cheios), que incluem o efeito da energia de ligação nuclear, e também no trabalho de Cugnon et al. (7) (triângulos vazios e linha pontilhada), as deltas têm vida média longa ($\tau_{\Delta} > \tau_c$). As incertezas em nossos resultados são menores que 3% para $E_{\text{lab}} > 0,8 \text{ GeV/A}$. Os dados experimentais (linha tracejada e círculos vazios com barras de erro) são da Ref. (9).

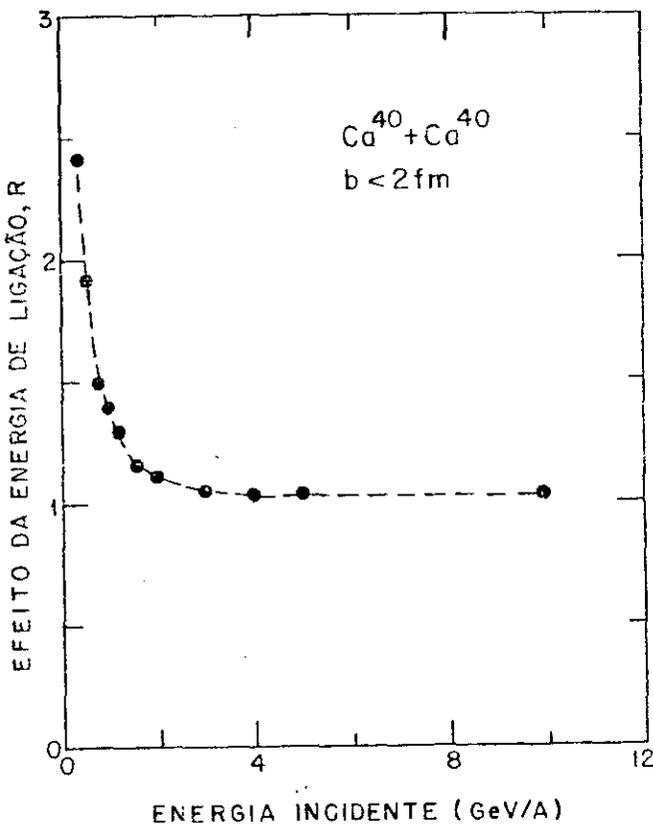


resultados e os dados experimentais é muito bom.

Por outro lado, nossos cálculos com o código de cascata padrão descrito no Apêndice D.1 estão em concordância razoável com os resultados de Cugnon et al. (7), sob as mesmas condições. Portanto, o efeito da energia de ligação sobre os rendimentos de pions, obtido com o nosso método de cascata, é da mesma ordem da discrepância original, entre os valores de M_{π^-} calculados com o método de cascata convencional e os dados experimentais. Neste ponto, nossos resultados confirmam os cálculos de Cahay e colaboradores (16) - comentados na seção 3.2 - que estimaram os efeitos de colisões N-N "off-shell" sobre a produção de pions em RNR; estamos nos referindo aos resultados obtidos por esses autores, utilizando sua hipótese de rápida destruição do campo médio durante a colisão entre os núcleos. Esta comparação, entre os resultados de Cahay et

al. (16) e os nossos, parece sugerir que a rapidez com a qual a ligação nuclear evolui não tem grande influência no cálculo de alguns observáveis, pelo menos no que diz respeito à produção de píons.

Um modo interessante de ilustrar o efeito da energia de ligação no rendimento de píons em RNR é apresentado na Figura 5.1.4. Para obter este resultado, simulamos colisões Ca+Ca quase frontais em várias energias incidentes, usando dois métodos de cascata diferentes. Seja $\langle M_{\pi} \rangle^{cme}$ a multiplicidade total de píons calculada com o programa CME (Apêndice D.1), que inclui os efeitos do campo médio nuclear. Representemos por $\langle M_{\pi} \rangle^{livre}$ a multiplicidade das mesmas partículas extraída com o nosso código de cascata padrão, o qual simula colisões entre partículas livres. A razão



$$R = \frac{\langle M_{\pi} \rangle^{livre}}{\langle M_{\pi} \rangle^{cme}} \quad (5.1.1)$$

FIGURA 5.1.4 - Efeito da energia de ligação nuclear na produção de mésons- π em RNR. A razão R , definida no texto, é mostrada em função da energia incidente para colisões cálcio - cálcio ($b < 2\text{fm}$).

fornece uma medida do efeito da energia de ligação. Da figura, vemos que este efeito é relevante principalmente para $E_{lab} < 2 \text{ GeV/A}$, justamente a região na qual estamos interessados, mas tende a desaparecer para energias muito altas. Este resultado era previsível a partir da Figura 4.1.1: em energias muito altas, praticamente todas as colisões binárias N-N ocorrem com um valor de S muito acima do limiar de produção de deltas; nestes casos, portanto, incluir ou não a ligação entre os nucleons torna-se irrelevante.

O método de cascata intranuclear, com a introdução de massas efetivas no tratamento da cinemática de partículas, continua sendo capaz de reproduzir os dados experimentais para os espectros inclusivos de prótons e píons. Estes são mostrados, na Figura 5.1.5, para a reação Ca+Ca a $0,8 \text{ GeV/A}$ (círculos cheios). Uma boa concordância pode ser vista entre os cálculos e os dados no caso de prótons. Entretanto, o espectro de mésons apresenta uma queda abrupta em baixas energias (parte tracejada do histograma), a qual não aparece no espectro experimental. Este ponto foi discutido na Ref. (8); ele decorre do uso de ressonâncias- Δ com massas livres bem definidas (sem largura)*. Na figura vemos também uma diferença nítida entre as inclinações dos espectros de π 's e p's. Recentemente, isto foi atribuído ao processo de absorção de píons⁽⁵⁴⁾, o qual desempenha um papel essencial na

* Ver, na seção 2.4, a terceira versão do método de cascata de Cugnon e colaboradores⁽⁸⁾.

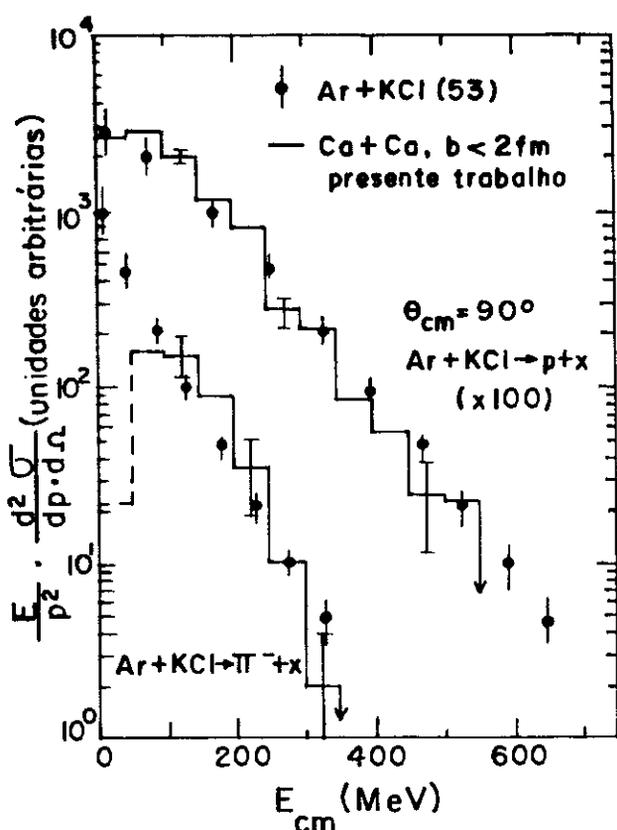


FIGURA 5.1.5 - Espectros de energia para prótons e pions emitidos em reações Ca+Ca na energia incidente $E_{lab} = 0,8 \text{ GeV/A}$. Os círculos cheios são os espectros inclusivos obtidos experimentalmente por Nagamiya e outros ⁽⁵³⁾ e correspondem a partículas emitidas a 90° (no centro de massa dos núcleos) em eventos de alta multiplicidade. Os histogramas são cálculos nossos (normalizados aos dados). As incertezas nos resultados calculados estão indicadas nos histogramas em três energias diferentes.

explicação dessa diferença*. A concordância satisfatória (a não ser nas baixas energias) entre os nossos cálculos e os dados indica que o efeito de absorção de pions pode ser simulado via o processo de recombinação de deltas mais a condição $\tau_\Delta > \tau_C$.

Até agora, os resultados que apresentamos neste capítulo estão restritos a colisões cálcio-cálcio com pequeno pa -

* Nagamiya havia proposto, em 1982, a mesma explicação: os parâmetros de temperatura diferentes para prótons e pions, extraídos dos espectros inclusivos experimentais, podem ser explicados com base nas diferenças entre os caminhos livres médios destas partículas na matéria nuclear ⁽⁵⁵⁾.

râmetro de impacto. É interessante explorar um pouco mais o método de cascata que desenvolvemos, aplicando-o a reações diferentes daquelas. As fotografias da Figura 5.1.6 são representações ⁽⁵⁶⁾ de cálculos feitos com o nosso método de cascata. Elas ilustram dois instantes diferentes da colisão frontal entre um próton de energia 3,0 GeV e um núcleo de prata. Em (a), a reação ainda não começou. Em (b), a maioria dos eventos do tipo colisão binária já ocorreu, e a partir desse instante a distribuição de momento das partículas não mais se modifica: os seis píons vistos na foto continuarão em suas trajetórias e serão registrados nos detetores. Comparando a Figura 5.1.6b com a foto de abertura deste trabalho, notamos algumas diferenças marcantes quanto aos estados finais dos sistemas envolvidos: a desintegração dos núcleos, o número de nucleons que participam da reação e a multiplicidade de píons produzidos são nitidamente maiores no caso da colisão frontal Ti+Ti.

Para estudar a dependência da multiplicidade de píons com o número de participantes do processo, aplicamos nosso modelo de cascata com ligação a diversas colisões núcleo-núcleo. Na Figura 5.1.7 a multiplicidade de píons carregados é mostrada em função do número médio de participantes ⁽¹⁾, definido como

$$P = \frac{A_P \cdot A_T^{2/3} + A_T \cdot A_P^{2/3}}{(A_P^{1/3} + A_T^{1/3})^2}, \quad (5.1.2)$$

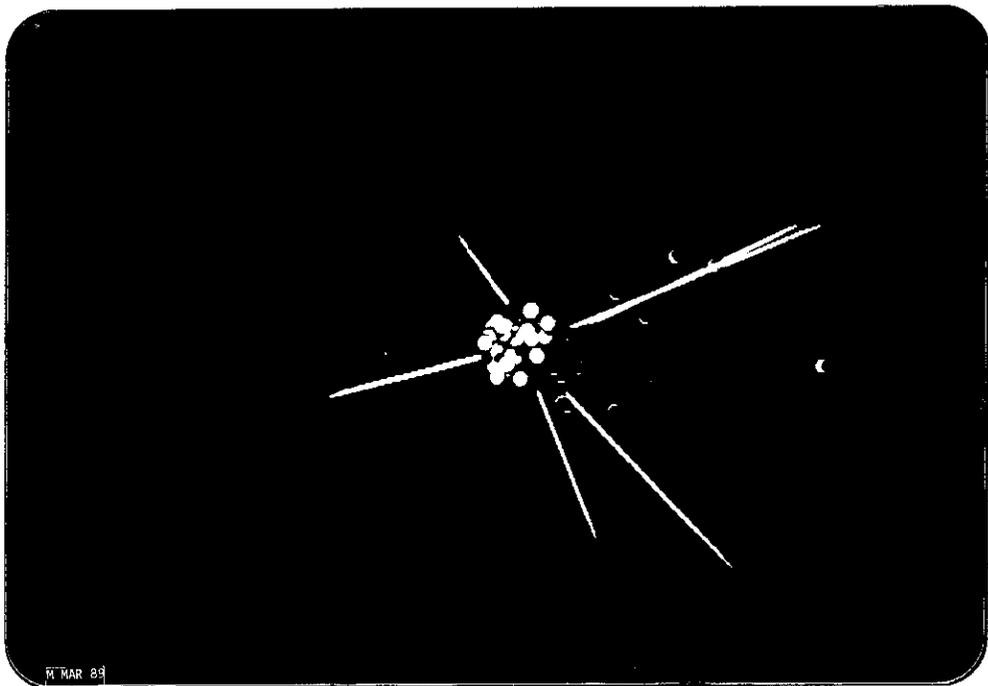
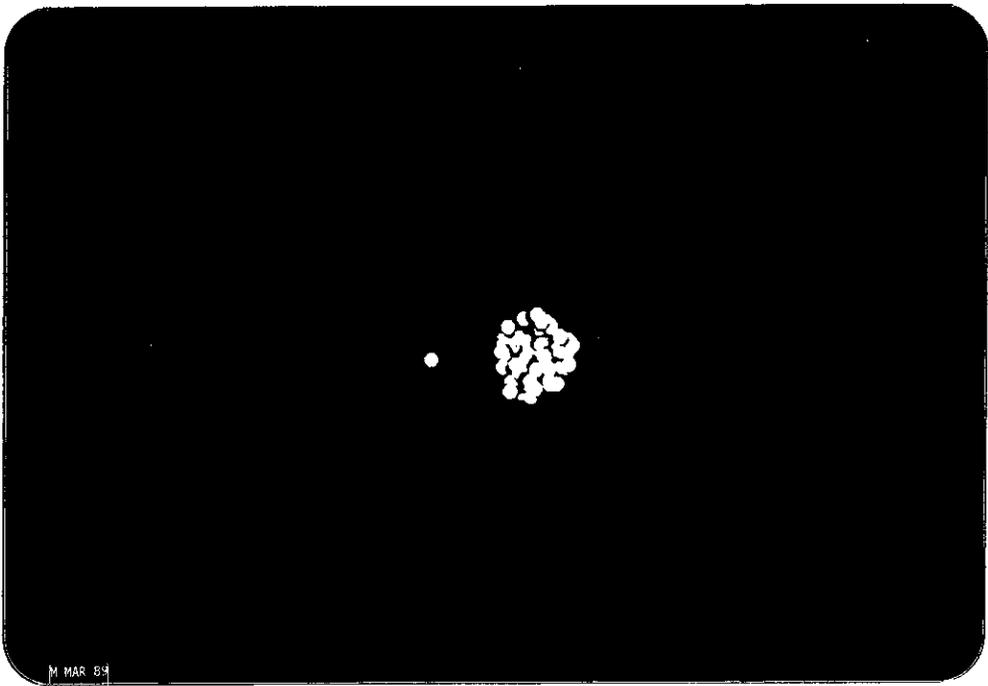


FIGURA 5.1.6 - Duas configurações do sistema p (3 GeV) + Ag, respectivamente antes e depois de uma colisão com parâmetro de impacto nulo (ver texto). O sistema de referência usado neste cálculo é o sistema de laboratório. Os prótons estão representados em verde claro, e os neutrons em azul claro. As demais convenções são as mesmas utilizadas na foto de abertura deste trabalho.

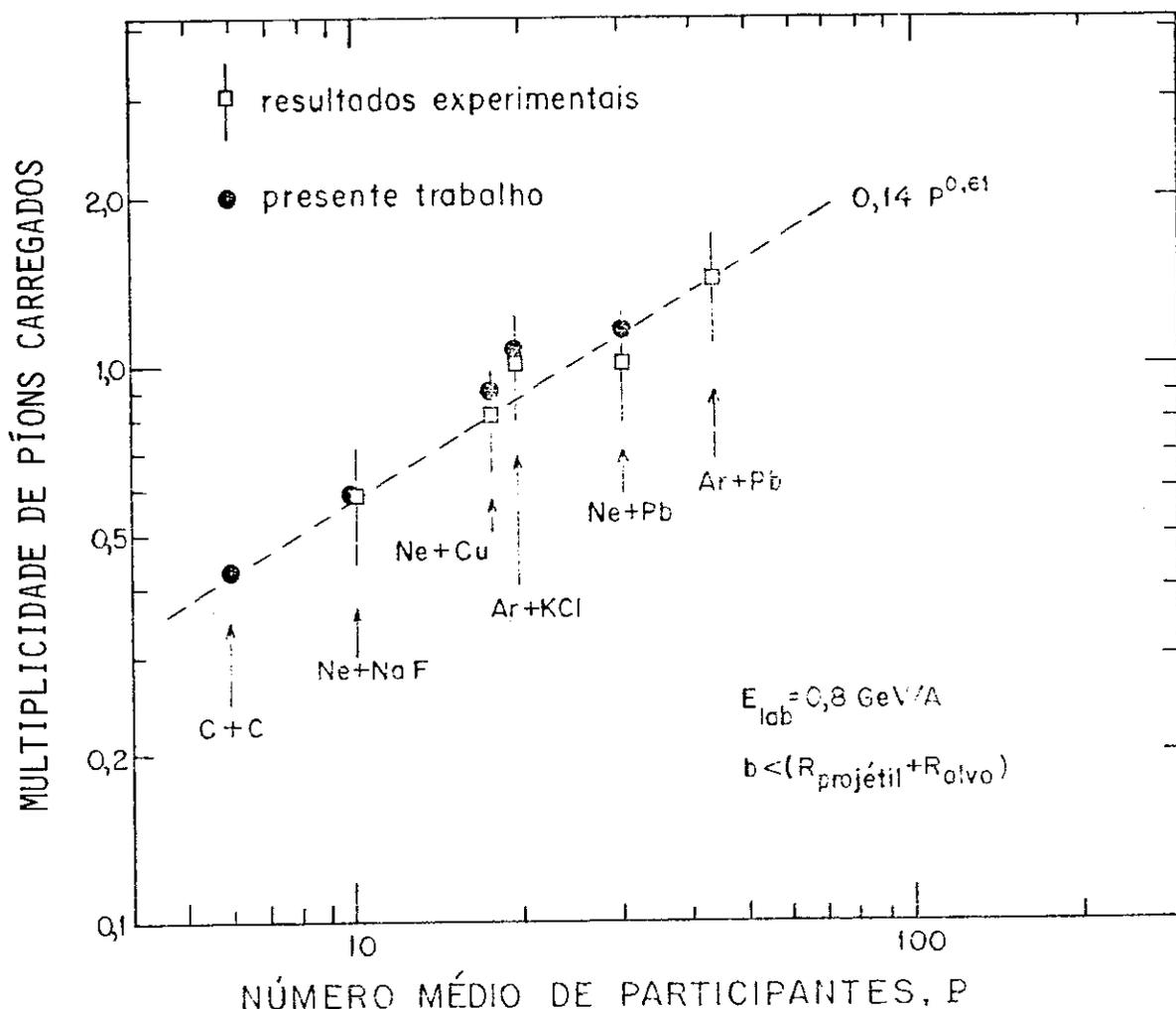


FIGURA 5.1.7 - Multiplicidade de píons carregados versus número médio de participantes, para várias reações na energia $E_{lab} = 0,8 \text{ GeV/A}$. Os dados experimentais - quadrados vazios e linha tracejada - são da Ref. (57), e os resultados dos nossos cálculos são os círculos cheios.

onde A_p e A_T são, respectivamente, os números de massa do núcleo-projétil e do núcleo-alvo. Notemos que os sistemas considerados na figura incluem desde reações $C^{12}+C^{12}$, até colisões $Ar^{40}+Pb^{208}$. Além disso, nenhuma seleção de eventos foi feita nos dados experimentais; ou seja, tanto estes como nossos resultados referem-se a colisões com parâmetro de impacto variando desde zero até o valor máximo igual à soma dos raios dos dois núcleos. Um bom acordo pode ser visto entre nossos cálculos e os dados. Lembramos que este acordo foi conseguido com o

mesmo modelo usado para a reação Ca+Ca, sem qualquer modifica-
ção ou introdução de novos parâmetros.

Os resultados apresentados nesta seção mostram-nos que o uso de massas efetivas, como um artifício para incorporar o efeito da energia de ligação nuclear no método de cascata para RNR, propicia uma boa ferramenta para analisar grande parte dos dados experimentais referentes à produção de píons nessas reações.

5.2 - CONCLUSÕES

No desenvolvimento deste trabalho apresentamos uma crítica a alguns modelos de cascata para RNR propostos por outros pesquisadores. O objeto dessa crítica é o modo conceitualmente incorreto como a energia de ligação dos nucleons foi incluída naqueles modelos, num contexto relativístico. Ressaltamos que o princípio de conservação da energia pode ser violado caso se inclua a energia potencial nuclear da forma em que Kitazoe e colaboradores ⁽¹⁸⁻²⁰⁾ o fizeram; mostramos por que é necessário conservar energia e momento de forma rigorosa, quando se pretende estudar a produção de píons em RNR. Também criticamos as hipóteses adotadas por Cahay et al. ⁽¹⁶⁾ quanto à evolução do potencial nuclear durante a colisão núcleo-núcleo. Finalmente, apontamos a necessidade de esclarecer qual o efeito da energia de ligação nuclear nos rendimentos de píons em RNR, calculados com o método de cascata.

O modelo desenvolvido neste trabalho consiste numa aproximação local para o campo médio nuclear: os efeitos deste

campo são associados a cada um dos nucleons, os quais são tratados como partículas com massas efetivas diferentes de suas massas de repouso. Não são utilizadas hipóteses para a variação do potencial nuclear durante a colisão núcleo-núcleo; o modo como a energia de ligação evolui é governado pela própria dinâmica da reação. O modelo preserva a relativa simplicidade do método de cascata, e é bastante flexível quanto a poder incorporar vários mecanismos possíveis para a excitação nuclear no processo de colisão núcleo-núcleo. Neste trabalho consideramos um desses mecanismos; os resultados obtidos podem ser sintetizados como segue:

- i) O efeito da energia de ligação é abaixar os rendimentos de píons em RNR, e depende da energia incidente. Para reações $\text{Ca}^{40} + \text{Ca}^{40}$ quase frontais este efeito é da ordem de 60% na energia de 0,5 GeV/A, cai rapidamente para cerca de 25% a 1,0 GeV/A e diminui lentamente nas energias mais altas. A 2,0 GeV/A o efeito é ainda de 13% (Fig.5.1.4).
- ii) A evolução temporal do número médio de nucleons ligados a cada núcleo, $\langle n \rangle$, também depende da energia incidente. Para reações $\text{Ca}^{40} + \text{Ca}^{40}$ quase frontais, $\langle n \rangle$ diminui lentamente com o tempo na energia de 0,4 GeV/A e de forma rápida a 2,0 GeV/A. No final da colisão nuclear, os núcleos residuais da reação a 0,4 GeV/A têm cerca de 18 nucleons cada, contra 6 no caso da colisão a 2,0 GeV/A (Figura 5.1.1a).
- iii) De modo semelhante, a evolução temporal da massa efetiva média dos nucleons ligados a cada núcleo, $\langle \mu \rangle$, também é mais rápida para as energias incidentes mais altas. Para

reações Ca+Ca quase frontais no intervalo de energia 0,4-2,0 GeV/A, o aumento correspondente no valor de $\langle \mu \rangle$ durante a colisão situa-se entre 9 e 13 MeV (Fig.5.1.1b).

- iv) Os resultados de multiplicidade de píons negativos, fornecidos pelo modelo de cascata com massas efetivas, estão em acordo excelente com os dados experimentais, para colisões quase frontais do sistema Ca+Ca na faixa de energia 0,4-2,0 GeV/A (Fig. 5.1.3).
- v) A inclusão do efeito do campo médio nuclear no modelo de cascata para RNR, do modo em que foi feita no presente trabalho, não altera os espectros de energia calculados com o modelo, para os prótons e píons emitidos na reação Ca+Ca (Fig. 5.1.5).
- vi) Variando-se os núcleos projétil e alvo, para uma mesma energia incidente, a multiplicidade de píons carregados aumenta com o número de nucleons participantes, P. Para colisões incluindo todos os parâmetros de impacto, os dados experimentais indicam que a quantidade $\langle M_{\pi^-\pi^+} \rangle$ varia aproximadamente segundo $0,14 \cdot P^{0,61}$, para $E_{lab} = 0,8 \text{ GeV/A}$. Estes dados são reproduzidos satisfatoriamente com o modelo do presente trabalho (Fig. 5.1.7).

Embora pequeno o conjunto de dados de que dispomos até o momento, os resultados acima relacionados são suficientes para concluirmos que:

- 1) Não se pode desprezar a ligação entre os nucleons quando se pretende analisar a produção de píons em RNR com o modelo de cascata intranuclear. Nossos cálculos indicam que o efeito da energia de ligação sobre as multiplicidades de píons

só é desprezível para energias incidentes superiores a 4 GeV/A.

- 2) O modo como a energia potencial nuclear foi incluída no modelo de cascata para RNR, aqui proposto, permite garantir a conservação de energia e momento de forma rigorosa, em qualquer sistema de referência, preservando também a simplicidade dos cálculos de cascata.
- 3) O mecanismo de redistribuição de momento adotado neste trabalho, para os processos em que uma partícula escapa do núcleo ao qual está ligada, conduz a resultados fisicamente razoáveis para a energia de excitação coletiva do núcleo residual, bem como para a evolução temporal do número de nucleons ligados.
- 4) Os rendimentos de píons negativos observados nas reações $\text{Ar} + \text{KCl}$, para energias incidentes no intervalo 0,4-2,0 GeV/A, podem ser reproduzidos utilizando um método de cascata com ingredientes mais simples do que aqueles presentes no método de Kitazoe et al. (20).
- 5) O modelo aqui proposto pode ser aplicado a qualquer reação núcleo-núcleo, na faixa de energia 0,4-2,0 GeV/A; além disso, o modelo não está restrito a colisões frontais. Merece destaque também o fato de que essa grande aplicabilidade do modelo não requer qualquer modificação ou introdução de parâmetros.

Seria interessante explorar um pouco mais a flexibilidade do modelo de cascata desenvolvido neste trabalho analisando, por exemplo, a sensibilidade de seus resultados a outros mecanismos de excitação que também sejam razoáveis do pon

to de vista físico. Como sugestão, poder-se-ia redistribuir momento entre os constituintes do núcleo residual de um modo "mais local", isto é, modificando apenas os momentos dos vizinhos mais próximos da partícula que escapa. Este procedimento seria sem dúvida mais realista do que aquele considerado no presente trabalho, principalmente para núcleos grandes.

Finalmente, uma aplicação do nosso modelo na análise de reações nucleares ultra-relativísticas encontra-se em andamento ⁽⁵⁸⁾; lembramos que o uso de massas efetivas no tratamento da cinemática das partículas não está restrito à faixa de energia 0,4-2,0 GeV/A. É possível que o modelo aqui apresentado ajude a explicar alguns dados experimentais de colisões próton-núcleo ultra-relativísticas ⁽⁵⁹⁾; os modelos usualmente empregados na análise dessas reações subestimam a produção de partículas carregadas com valores pequenos de pseudo-rapidez. Muito provavelmente, estas partículas são provenientes de processos nucleares envolvendo nucleons e ressonâncias bariônicas ainda ligadas ao núcleo; estes efeitos nucleares, não considerados nos modelos mencionados mas que estão incluídos no modelo do presente trabalho, podem ser importantes mesmo em energias tão altas. Nossos cálculos preliminares para reações $p+C^{12}$ e $p+Cu^{63}$ a 50, 100 e 200 GeV apontam nesse sentido ⁽⁵⁸⁾.

Entretanto, torna-se necessário ainda alguma modificação em nosso modelo, de modo a incluir um mecanismo de maior transferência de energia do próton para o núcleo durante essas reações. Uma possibilidade seria acrescentar outros canais inelásticos para as colisões N-N, além da produção de ressonân

cias- Δ (já levada em conta no modelo atual). Como exemplo, citamos a formação de bolas de fogo e de ressonâncias mais pesadas.

APÊNDICE A

ESPECIFICAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO INICIAL

Na preparação da configuração inicial do sistema formado pelos núcleos projétil e alvo, bem como em outras etapas do procedimento computacional para simular a colisão entre os dois núcleos, deparamo-nos com o problema do sorteio de uma variável segundo uma função distribuição previamente estabelecida. A receita que seguimos é baseada no método de inversão da função distribuição acumulativa. A descrição e fundamentação deste método podem ser encontradas no Apêndice A da Ref. (2); alguns exemplos são dados na Ref. (60). Apresentamos abaixo, de forma resumida, o procedimento seguido na aplicação do método.

Seja $p(x)$ a função distribuição para a variável aleatória x . Tomemos a função distribuição acumulativa,

$$y = S(x) = \int_{x_{\min}}^x p(x') dx' \quad . \quad (A.1)$$

Invertendo-se $S(x)$, pode-se determinar x por meio de:

$$x = S^{-1}(y) \quad , \quad \text{com} \quad 0 \leq y \leq 1 \quad (A.2)$$

Os valores de y são escolhidos ao acaso a partir de uma distribuição uniforme, de fácil obtenção computacional. É fácil

mostrar⁽²⁾ que os valores de \underline{x} especificados pela eq. (A.2) estão distribuídos segundo $p(x)$. Vejamos alguns exemplos da aplicação das eqs. (A.1)-(A.2):

- 1) A escolha do parâmetro de impacto \underline{b} da colisão núcleo-núcleo é feita segundo a função distribuição

$$p(b) = \frac{2b}{b_{\max}^2} \quad , \quad (A.3)$$

onde b_{\max} é o parâmetro de impacto máximo. Tomando a função distribuição acumulativa, eq. (A.1), e invertando-a, obtemos \underline{b} a partir de

$$b = b_{\max} \cdot \sqrt{y} \quad . \quad (A.4)$$

- 2) O ângulo ϕ que especifica a orientação do centro do núcleo-projétil, em relação ao centro do núcleo-alvo, é sorteado com igual probabilidade entre 0 e 2π , ou seja,

$$\phi = 2\pi y \quad . \quad (A.5)$$

- 3) As posições dos nucleons em relação ao centro do núcleo a que pertencem são especificadas pelas coordenadas esféricas (r_i, ϕ_i, θ_i) . Considerando os núcleos como esferas homogêneas de raio bem definido, as coordenadas dos nucleons devem ser sorteadas segundo as distribuições

$$p(r)dr \propto r^2 dr \quad , \quad p(\phi)d\phi \propto d\phi \quad , \quad p(\theta)d\theta \propto \sin\theta d\theta \quad . \quad (A.6)$$

Utilizando as eqs. (A.1)-(A.2), chegamos a:

$$r_i = R \sqrt[3]{y} \quad , \quad \phi_i = 2\pi y \quad , \quad \cos\theta_i = 1-2y \quad , \quad (\text{A.7})$$

onde R é o raio nuclear. Devemos ressaltar que a variável aleatória y , que aparece nas equações acima, assume um novo valor a cada sorteio.

4) Finalmente, consideremos a distribuição de momento dos nucleons no sistema de repouso do núcleo correspondente. Tratando o núcleo como um gás de Fermi de nucleons, a probabilidade de encontrar uma destas partículas com energia entre E e $E+dE$ é dada por

$$p(E)dE \propto \sqrt{E}.dE \quad , \quad (\text{A.8})$$

onde E é a energia cinética da partícula no sistema de referência do núcleo. Partindo da expressão (A.8), pode-se gerar os momentos dos nucleons através de

$$P_i = P_f \cdot \sqrt[3]{y} \quad , \quad (\text{A.9})$$

onde P_f é o momento de Fermi da distribuição mencionada*. A orientação do vetor momento é especificada considerando-se a distribuição de momento como isotrópica. Assim, os ângulos ϕ_i^P e θ_i^P são escolhidos aleatoriamente seguindo a mesma receita usada na eq. (A.7) para os ângulos ϕ_i e θ_i .

Os dois últimos exemplos mostram como obter a posição e o momento de cada nucleon no sistema de repouso do núcleo ao

* A massa efetiva da partícula- i é dada por $\mu_i = \sqrt{E_i^2 - P_i^2}$, onde a energia total E_i é obtida com a eq. (4.2.11).

qual pertence. Utilizando a transformação de Lorentz apropriada, essas quantidades são determinadas no sistema de referência onde se pretende desenvolver o cálculo de cascata (sistema de observação). Com isto, todas as grandezas necessárias para o início do cálculo, isto é, as condições iniciais, estão especificadas.

No instante $t = 0$ apenas prótons e neutrons estão presentes. Para cada uma destas partículas, as coordenadas espaço-tempo (x_i) e o quadrimomento (p_i) são representados, no sistema de observação, por

$$x_i = \begin{pmatrix} r_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad p_i = \begin{pmatrix} \mathbb{P}_i \\ E_i \end{pmatrix} \quad , \quad (\text{A.10})$$

onde $E_i = \sqrt{\mathbb{P}_i^2 + \mu_i^2}$. Na expressão acima, os símbolos r_i e \mathbb{P}_i são os vetores posição e momento da partícula- i .

Finalmente, precisamos conhecer também as grandezas referentes aos núcleos. Suas coordenadas espaço-tempo,

$$x_N = \begin{pmatrix} r_N \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad (\text{A.11})$$

são especificadas após a determinação do parâmetro de impacto e do ângulo ϕ das eqs. (A.4)-(A.5). O quadrimomento nuclear é determinado por

$$p_N = \begin{pmatrix} \mathbb{P}_N \\ E_N \end{pmatrix} = \sum_i p_i = \sum_i \begin{pmatrix} \mathbb{P}_i \\ E_i \end{pmatrix} \quad , \quad (\text{A.12})$$

onde a soma abrange todos os nucleons ligados, e a massa do núcleo é dada por $M_N = \sqrt{E_N^2 - \mathbb{P}_N^2}$.

APÊNDICE B

DETERMINAÇÃO DOS INSTANTES DOS PRÓXIMOS EVENTOS

O processo de colisão entre os dois núcleos é descrito, no nosso modelo, como uma sucessão de eventos de dois tipos: colisões binárias entre as partículas, e colisões destas com a superfície nuclear. Para decidir, num certo instante, qual o próximo evento a ser processado, é necessário saber quando as próximas colisões binárias ocorrerão, e também os instantes de colisão de cada partícula com a superfície do núcleo. Inicialmente, trataremos do critério adotado neste trabalho para julgar se duas partículas colidem. Por último, deduziremos o instante de colisão entre uma partícula e a superfície do núcleo ao qual pertence.

- Colisões Binárias

Sejam \mathbf{r}_i e \mathbf{r}_j os vetores de posição das partículas i e j no instante t_0 . Enquanto não colidirem, as velocidades \mathbf{v}_i e \mathbf{v}_j destas partículas manter-se-ão constantes. Assim, seus vetores de posição num instante posterior t serão:

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_i(t) &= \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i (t-t_0) \\ \mathbf{r}_j(t) &= \mathbf{r}_j + \mathbf{v}_j (t-t_0)\end{aligned}\tag{B.1}$$

onde \mathbf{v}_i e \mathbf{v}_j são, respectivamente, \mathbb{P}_i/E_i e \mathbb{P}_j/E_j . O instante de colisão entre i e j , t_c , satisfaz a equação

$$\left[\frac{d}{dt} |\mathbf{r}_j(t) - \mathbf{r}_i(t)|^2 \right]_{t=t_c} = 0 \quad . \quad (\text{B.2})$$

As expressões anteriores conduzem a

$$t_c = t_0 - \frac{(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij})}{v_{ij}^2} \quad , \quad (\text{B.3})$$

onde $\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i$ e $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$. É fácil ver que a distância d_{ij} entre i e j , calculada no sistema de observação no instante t_c , é dada por

$$d_{ij}^2 = r_{ij}^2 - \frac{1}{v_{ij}^2} (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij})^2 \quad . \quad (\text{B.4})$$

Para saber se i e j podem colidir no instante t_c , comparamos o parâmetro de impacto da colisão entre i e j , b_{ij} , com o alcance efetivo da interação, $\sqrt{\sigma_{ij}^{\text{tot}}/\pi}$. Assim, dizemos que i e j podem colidir em $t = t_c$ se

$$b_{ij} \leq \sqrt{\frac{\sigma_{ij}^{\text{tot}}}{\pi}} \quad . \quad (\text{B.5})$$

Nesta expressão, σ_{ij}^{tot} é a seção de choque total para a reação entre i e j .

O valor de b_{ij} corresponde à distância de máxima aproximação entre i e j , num sistema de referência em que seus momentos sejam paralelos. Consideremos o sistema de repouso da partícula i ($\mathbf{v}_i^* = 0$). O parâmetro de impacto é obti-

do neste sistema de forma análoga à eq. (B.4):

$$b_{ij}^2 = r_{ij}^{*2} - \frac{1}{v_j^{*2}} (\mathbf{v}_j^* \cdot \mathbf{r}_{ij}^*)^2 \quad . \quad (\text{B.6})$$

É possível expressar b_{ij} em termos de grandezas do sistema de observação[†]. Para isto, seja Λ_i a matriz que faz a transformação de Lorentz deste sistema para o referencial da partícula- i :

$$\Lambda_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\beta\gamma \\ 0 & 0 & -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \widehat{\mathbf{e}}_1 & & & 0 \\ \widehat{\mathbf{e}}_2 & & & 0 \\ \widehat{\mathbb{P}}_i & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.7})$$

onde $\gamma = E_i/\mu_i$ e $\beta = |\mathbf{v}_i|$. A segunda matriz é uma rotação que orienta o eixo-Z do sistema de coordenadas na direção do movimento de i , e a primeira matriz é a transformação de Lorentz na nova direção-Z. A expressão

$$\begin{pmatrix} r_{ij}^* \\ t_j^* \end{pmatrix} = \Lambda_i \begin{pmatrix} r_j - r_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.8})$$

conduz a

$$t_j^* = -\frac{1}{\mu_i} (\mathbb{P}_i \cdot \mathbf{r}_{ij}) \quad . \quad (\text{B.9})$$

A invariância do produto escalar de quadri-vetores permite es-
crever

[†] Isto representa uma grande economia no custo computacional porque permite eliminar, do cálculo, várias transformações de Lorentz.

$$r_{ij}^{*2} = r_{ij}^2 + t_j^{*2} = r_{ij}^2 + \frac{1}{\mu_i^2} (\mathbb{P}_i \cdot r_{ij})^2 \quad (\text{B.10})$$

O termo entre parênteses na eq. (B.6) pode ser calculado como

$$v_j^* \cdot r_{ij}^* = \frac{1}{E_j^*} (\mathbb{P}_j^* \cdot r_{ij}^*) = \frac{1}{E_j^*} (\mathbb{P}_j \cdot r_{ij}) + t_j^* \quad (\text{B.11})$$

O denominador da eq. (B.6) pode ser expresso como

$$v_j^{*2} = \frac{\mathbb{P}_j^{*2}}{E_j^{*2}} = (E_j^{*2} - \mu_j^2) / E_j^{*2} \quad (\text{B.12})$$

O uso da grandeza invariante $S = (\mu_i + E_j^*)^2 - \mathbb{P}_j^{*2}$ fornece

$$E_j^* = \frac{1}{2\mu_i} (S - \mu_i^2 - \mu_j^2) \quad (\text{B.13})$$

e

$$\sqrt{E_j^{*2} - \mu_j^2} = \frac{1}{2\mu_i} \sqrt{[S - (\mu_i + \mu_j)^2] \cdot [S - (\mu_i - \mu_j)^2]}$$

Substituindo as expressões (B.10)-(B.12) na eq. (B.6), e utilizando o resultado (B.9), chegamos a

$$b_{ij}^2 = r_{ij}^2 - \frac{1}{(E_j^{*2} - \mu_j^2)} \left[(\mathbb{P}_j \cdot r_{ij}) + \frac{\sqrt{E_j^{*2} - \mu_j^2} - E_j^*}{\mu_i} (\mathbb{P}_i \cdot r_{ij}) \right] \times \\ \left[(\mathbb{P}_j \cdot r_{ij}) - \frac{\sqrt{E_j^{*2} - \mu_j^2} + E_j^*}{\mu_i} (\mathbb{P}_i \cdot r_{ij}) \right] \quad (\text{B.14})$$

Finalmente, as eqs. (B.13) permitem obter o parâmetro de impacto da colisão entre as partículas i e j como

$$b_{ij}^2 = r_{ij}^2 + \frac{8\mu_i^2 \mu_j^2}{f(S)g(S)} \left[\frac{f(S)}{2\mu_j} (IP_j \cdot r_{ij}) - (IP_i \cdot r_{ij}) \right] \cdot \left[\frac{f(S)}{2\mu_i} (IP_i \cdot r_{ij}) - (IP_j \cdot r_{ij}) \right], \quad (B.15)$$

onde

$$g(S) = [S - (\mu_i + \mu_j)^2] \cdot [S - (\mu_i - \mu_j)^2] \quad (B.16)$$

e

$$f(S) = \sqrt{g(S)} + S - \mu_i^2 - \mu_j^2$$

Para podermos aplicar o critério de colisão, eq. (B.5), precisamos da seção de choque total para a reação entre i e j . Repetimos aqui quais as reações consideradas em nosso método de cascata (eq. (4.2.12)):

$$\begin{array}{lll} \text{a) } NN \rightarrow NN & \text{c) } N\Delta \rightarrow N\Delta & \text{e) } \Delta\Delta \rightarrow \Delta\Delta \\ \text{b) } NN \rightarrow N\Delta & \text{d) } N\Delta \rightarrow NN & \end{array} \quad (B.17)$$

Lembramos que os estados de carga das partículas são distinguidos durante a interação entre os dois núcleos.

Para as colisões elásticas próton-próton, os dados experimentais de seção de choque ⁽³⁰⁾ como função do momento relativo das partículas foram ajustados por uma curva suave. As seções de choque para os demais canais elásticos implícitos nas eqs. (B.17a), (B.17c) e (B.17e) foram tomadas iguais às do espalhamento elástico p-p, para a mesma energia total ($E_i^C + E_j^C + m_i + m_j$) no centro de massa das partículas, ($\sqrt{S} - \mu_i - \mu_j + m_i + m_j$).

A seção de choque para o processo inelástico $pp \rightarrow N\Delta$, σ_{pp}^{in} , também foi obtida de um ajuste aos dados experimentais ⁽³⁰⁾.

Para o processo inelástico $nn \rightarrow N\Delta$ consideramos $\sigma_{nn}^{in} = \sigma_{pp}^{in}$. Por outro lado, para a reação $pn \rightarrow N\Delta$, tomamos $\sigma_{pn}^{in} = \frac{1}{2} \sigma_{pp}^{in}$. A motivação para isto é o fato de que o par pn pode se apresentar igualmente nos estados com $T = 1$ e com $T = 0$; entretanto, este último não pode, pela conservação do isospin, dar origem a uma configuração $N\Delta$.

Por último, a seção de choque do processo $N\Delta \rightarrow NN$ foi obtida em termos da seção de choque do processo inverso $NN \rightarrow N\Delta$, utilizando-se para isto o princípio do balanço detalhado (61). Vejamos como se aplica este princípio. Consideremos a reação $cd \rightarrow ab$, e sua inversa $ab \rightarrow cd$. Estando especificados os estados de carga de todas as partículas, o princípio do balanço detalhado estabelece que:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (cd \rightarrow ab) = \frac{I_a^{*2} (2S_a+1) (2S_b+1)}{I_c^{*2} (2S_c+1) (2S_d+1)} \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} (ab \rightarrow cd) , \quad (B.18)$$

onde I_a^* e I_c^* são, respectivamente, os momentos de a e c no sistema do centro de massa das partículas que interagem. Na expressão acima, S_i representa o spin da partícula- i . Integrando a eq. (B.18) para o caso da reação $N\Delta \rightarrow NN$, temos:

$$\sigma(N\Delta \rightarrow NN) = \frac{I_N^{*2}}{I_\Delta^{*2}} \cdot \frac{1}{2} f \sigma(NN \rightarrow N\Delta) , \quad (B.19)$$

onde $f = \frac{1}{2}$ se os nucleons no estado final forem idênticos e $f = 1$ em caso contrário. É fácil ver, por exemplo, que

$$\sigma(p\Delta^+ \rightarrow pp) = \frac{1}{4} \cdot \frac{I_N^{*2}}{I_\Delta^{*2}} \cdot \sigma(pp \rightarrow p\Delta^+) . \quad (B.20)$$

Para obter $\sigma(pp \rightarrow p\Delta^+)$ - e as demais seções de choque do tipo $\sigma(NN \rightarrow N\Delta)$ - em termos de σ_{pp}^{in} fazemos uso das razões de ramificação, as quais são calculadas a partir dos coeficientes de Clebsch-Gordan apropriados. Estes últimos são dados pela expressão de Racah ⁽⁶²⁾. Após os cálculos, obtemos:

$$\begin{aligned}
 \sigma(pp \rightarrow p\Delta^+) &= \frac{1}{4} \sigma_{pp}^{in} & \sigma(pp \rightarrow n\Delta^{++}) &= \frac{3}{4} \sigma_{pp}^{in} \\
 \sigma(nn \rightarrow p\Delta^-) &= \frac{3}{4} \sigma_{nn}^{in} & \sigma(nn \rightarrow n\Delta^0) &= \frac{1}{4} \sigma_{nn}^{in} \\
 \sigma(pn \rightarrow p\Delta^0) &= \frac{1}{2} \sigma_{pn}^{in} & \sigma(pn \rightarrow n\Delta^+) &= \frac{1}{2} \sigma_{pn}^{in}
 \end{aligned} \tag{B.21}$$

Substituindo os resultados acima na eq. (B.19), e lembrando que $\sigma_{pp}^{in} = \sigma_{nn}^{in} = 2\sigma_{pn}^{in}$, temos finalmente:

$$\left\{ \begin{aligned}
 \sigma(p\Delta^{++} \rightarrow NN) &= 0 \\
 \sigma(p\Delta^+ \rightarrow pp) &= \frac{1}{16} \alpha \sigma_{pp}^{in} \\
 \sigma(p\Delta^0 \rightarrow pn) &= \frac{1}{8} \alpha \sigma_{pp}^{in} \\
 \sigma(p\Delta^- \rightarrow nn) &= \frac{3}{16} \alpha \sigma_{pp}^{in}
 \end{aligned} \right. \text{ e } \left\{ \begin{aligned}
 \sigma(n\Delta^{++} \rightarrow pp) &= \frac{3}{16} \alpha \sigma_{pp}^{in} \\
 \sigma(n\Delta^+ \rightarrow pn) &= \frac{1}{8} \alpha \sigma_{pp}^{in} \\
 \sigma(n\Delta^0 \rightarrow nn) &= \frac{1}{16} \alpha \sigma_{pp}^{in} \\
 \sigma(n\Delta^- \rightarrow NN) &= 0
 \end{aligned} \right. \tag{B.22}$$

onde α é o fator cinemático $\mathbb{P}_N^{*2} / \mathbb{P}_\Delta^{*2}$.

As equações (B.5), (B.15) e (B.22), juntamente com as seções de choque das reações (B.17), fornecem todas as informações necessárias para decidir se as partículas i e j podem colidir no instante t_c dado pela eq. (B.3).

- Colisões com a Superfície

Consideremos um núcleo esférico de raio R_N , cujo cen

tro está na posição \mathbf{r}_N no instante t_0 . Seja \mathbf{r} um vetor posição de um ponto qualquer da superfície nuclear, e suponhamos que o núcleo esteja se movendo na direção-Z, com um momento relativístico IP_N . Para um observador em repouso, o núcleo parecerá contraído na direção-Z, tendo o aspecto de um elipsóide. Para encontrar a equação da superfície nuclear, definimos

$$\tilde{\mathbf{r}} = \begin{pmatrix} \mathbf{r} - \mathbf{r}_N \end{pmatrix} \quad (\text{B.23})$$

É fácil ver que qualquer ponto da superfície satisfaz

$$\tilde{\mathbf{r}}^T \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma^2 \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{r}} = R_N^2 \quad (\text{B.24})$$

Caso o núcleo esteja se movendo numa direção arbitrária, podemos ainda usar a equação acima, desde que efetueemos uma rotação no sistema de coordenadas, de modo que a nova direção-Z aponte no sentido do movimento do núcleo. No novo sistema,

$$\tilde{\mathbf{r}}' = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{e}}_1 \\ \hat{\mathbf{e}}_2 \\ \hat{IP}_N \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{r}}, \text{ com } \hat{IP}_N = \frac{IP_N}{|IP_N|} \quad (\text{B.25})$$

Substituindo, na equação (B.24), $\tilde{\mathbf{r}}$ por $\tilde{\mathbf{r}}'$ dado pela expressão acima, chega-se a:

$$(\hat{\mathbf{e}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{r}} \quad \hat{\mathbf{e}}_2 \cdot \tilde{\mathbf{r}} \quad \hat{IP}_N \cdot \tilde{\mathbf{r}}) \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{e}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{r}} \\ \hat{\mathbf{e}}_2 \cdot \tilde{\mathbf{r}} \\ \gamma^2 \hat{IP}_N \cdot \tilde{\mathbf{r}} \end{pmatrix} = R_N^2 \quad (\text{B.26})$$

Desenvolvendo, e lembrando que $\gamma^2 - 1 = \beta^2 \gamma^2$, $\beta = \frac{IP_N}{E_N}$ e $M_N =$

= $\sqrt{E_N^2 - \mathbb{P}_N^2}$, obtemos finalmente:

$$\tilde{r}^2 + \frac{1}{M_N^2} (\tilde{r} \cdot \mathbb{P}_N)^2 = R_N^2 \quad (\text{B.27})$$

Para obter o instante t_s em que a partícula- i , ligada ao núcleo, incide na superfície, tomemos:

$$\mathbf{r}_i(t_s) = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i(t_s - t_0) \quad , \quad (\text{B.28})$$

$$\mathbf{r}_N(t_s) = \mathbf{r}_N + \mathbf{v}_N(t_s - t_0)$$

com $\mathbf{v}_i = \mathbb{P}_i/E_i$ e $\mathbf{v}_N = \mathbb{P}_N/E_N$. No instante t_s o vetor posição de i satisfaz a eq. (B.27), ou seja,

$$\left[\mathbf{r}_i(t_s) - \mathbf{r}_N(t_s) \right]^2 + \frac{1}{M_N^2} \left\{ \left[\mathbf{r}_i(t_s) - \mathbf{r}_N(t_s) \right] \cdot \mathbb{P}_N \right\}^2 = R_N^2 \quad (\text{B.29})$$

Substituindo (B.28) em (B.29) e definindo $\Delta t = t_s - t_0$, $\mathbf{r}_{iN} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_N$ e $\mathbf{v}_{iN} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_N$, resulta:

$$A \cdot \Delta t^2 + 2B \cdot \Delta t + C = 0 \quad , \quad \begin{cases} A = v_{iN}^2 + \frac{1}{M_N^2} (\mathbf{v}_{iN} \cdot \mathbb{P}_N)^2 \\ B = \mathbf{r}_{iN} \cdot \mathbf{v}_{iN} + \frac{1}{M_N^2} (\mathbf{r}_{iN} \cdot \mathbb{P}_N) (\mathbf{v}_{iN} \cdot \mathbb{P}_N) \\ C = \mathbf{r}_{iN}^2 + \frac{1}{M_N^2} (\mathbf{r}_{iN} \cdot \mathbb{P}_N)^2 - R_N^2 \end{cases} \quad (\text{B.30})$$

Resolvendo a equação do segundo grau para Δt , obtemos o instante de colisão da partícula- i com a superfície:

$$t_s = t_0 - \frac{B - \sqrt{B^2 - AC}}{A} \quad , \quad (\text{B.31})$$

onde descartamos a solução correspondente a $\Delta t < 0$. Conhecendo-se $\underline{t_s}$, o ponto de incidência na superfície pode ser calculado através da equação (B.28).

APÊNDICE C

PROCESSAMENTO DOS DIVERSOS EVENTOS

C.1 - COLISÕES BINÁRIAS

O estado final da colisão entre as partículas i e j é determinado no sistema de referência no qual os momentos de i e j são paralelos, e apontam na direção-Z (sistema S_{ij}). Conhecendo-se a matriz que faz a transformação, para (S_{ij}) , a partir do sistema de observação, a matriz inversa permite obter o estado final das partículas no sistema de referência onde o cálculo está sendo realizado. Vejamos como obter esta matriz inversa.

Inicialmente, a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\beta\gamma \\ 0 & 0 & -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{e}_1 & 0 \\ \hat{e}_2 & 0 \\ \hat{P} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (C.1)$$

permite conhecer os quadrimomentos de i e j no sistema do centro de massa destas partículas. Ou seja,

$$Ap_i = \begin{pmatrix} P'_i \\ E'_i \end{pmatrix} \quad e \quad Ap_j = \begin{pmatrix} -P'_j \\ E'_j \end{pmatrix} \quad (C.2)$$

Na expressão (C.1) $\gamma = (E_i + E_j) / \sqrt{S}$, $\beta\gamma = |\mathbb{P}_i + \mathbb{P}_j| / \sqrt{S}$, $\hat{\mathbb{P}} = (\mathbb{P}_i + \mathbb{P}_j) / |\mathbb{P}_i + \mathbb{P}_j|$,

$$\mathbb{P} = |\mathbb{P}| \begin{pmatrix} \text{sen}\theta \cdot \text{cos}\phi \\ \text{sen}\theta \cdot \text{sen}\phi \\ \text{cos}\theta \end{pmatrix}, \quad (\text{C.3})$$

e as componentes dos vetores unitários \hat{e}_1 e \hat{e}_2 são, respectivamente, $(\text{cos}\theta \cdot \text{cos}\phi, \text{cos}\theta \cdot \text{sen}\phi, -\text{sen}\theta)$ e $(-\text{sen}\phi, \text{cos}\phi, 0)$. É necessário obter a matriz Λ , tal que

$$\Lambda p_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ |\mathbb{P}^*| \\ E_i^* \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \Lambda p_j = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -|\mathbb{P}^*| \\ E_j^* \end{pmatrix} \quad (\text{C.4})$$

É fácil ver que $\Lambda = RA$, sendo R a rotação

$$R = \begin{pmatrix} \text{cos}\theta' \cdot \text{cos}\phi' & \text{cos}\theta' \cdot \text{sen}\phi' & -\text{sen}\theta' & 0 \\ -\text{sen}\phi' & \text{cos}\phi' & 0 & 0 \\ \text{sen}\theta' \cdot \text{cos}\phi' & \text{sen}\theta' \cdot \text{sen}\phi' & \text{cos}\theta' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{C.5})$$

definida pelos ângulos ϕ' e θ' especificados por

$$\mathbb{P}' = |\mathbb{P}'| \cdot \begin{pmatrix} \text{sen}\theta' \cdot \text{cos}\phi' \\ \text{sen}\theta' \cdot \text{sen}\phi' \\ \text{cos}\theta' \end{pmatrix} \quad (\text{C.6})$$

A matriz inversa de Λ é então

$$\Lambda_{ij} = A^{-1} R^{-1} \quad (\text{C.7})$$

Na prática, as transformações (C.2) são realizadas para que se possa conhecer o vetor \mathbb{P}' e, conseqüentemente, a matriz \underline{R} . Tendo determinado Λ_{ij} com a eq. (C.7), basta agora conhecer o estado final das partículas \underline{i} e \underline{j} no sistema S_{ij} , e aplicar Λ_{ij} para voltar ao sistema de observação.

Seja p_i^{f*} o quadrimomento da partícula- i após a colisão binária, no sistema S_{ij} :

$$p_i^{f*} = \begin{pmatrix} \mathbb{P}_i^{f*} \\ E_i^{f*} \end{pmatrix} \quad (C.8)$$

Nas colisões elásticas, o módulo de \mathbb{P}_i^{f*} é igual a $|\mathbb{P}'|$. Nos processos inelásticos, $i+j \rightarrow a+b$, temos:

$$|\mathbb{P}_i^{f*}|^2 = \frac{1}{4S} [S - (\mu_a + \mu_b)^2] \cdot [S - (\mu_a - \mu_b)^2] \quad (C.9)$$

A energia final de \underline{i} é $E_i^{f*} = \sqrt{|\mathbb{P}_i^{f*}|^2 + \mu_a^2}$. Para obter o vetor \mathbb{P}_i^{f*} resta apenas escolher os ângulos de espalhamento, ϕ^* e θ^* . Em todas as reações, ϕ^* é gerado aleatoriamente segundo uma distribuição uniforme entre 0 e 2π . Nos processos inelásticos, o ângulo θ^* é escolhido a partir de uma distribuição isotrópica, isto é, $\cos\theta^* = 1-2y$. Nas colisões elásticas, θ^* é sorteado a partir da distribuição angular experimental do espalhamento elástico próton-próton[†]. Finalmente, o quadrimomento da partícula- i após a colisão binária, no sistema de observação, é obtido como

[†]O procedimento usado neste sorteio é o mesmo que foi adotado no Capítulo 4 da Ref. (2).

$$p_i^f = \Lambda_{ij} p_i^{f*} = \Lambda_{ij} \begin{pmatrix} |P_i^{f*}| \text{ sen}\theta^* \text{ cos}\phi^* \\ |P_i^{f*}| \text{ sen}\theta^* \text{ sen}\phi^* \\ |P_i^{f*}| \text{ cos}\theta^* \\ E_i^{f*} \end{pmatrix}, \quad (\text{C.10})$$

e o quadrimomento final de j , no mesmo sistema, é calculado através da conservação de energia e momento, isto é:

$$p_j^f = p_i + p_j - p_i^f \quad . \quad (\text{C.11})$$

Uma última observação com respeito às colisões binárias. O método de cascata apresentado neste trabalho leva em conta o princípio da exclusão de Pauli nas colisões binárias. Isto é feito através do não-processamento de colisões nas quais um dos nucleons (ou ambos) encontra-se, após a colisão, num estado ligado. Uma partícula é considerada ligada quando sua energia cinética relativa ao núcleo é inferior à energia de Fermi.

C.2 - DECAIMENTO DAS RESSONÂNCIAS- Δ

O modo de processar o decaimento $\Delta \rightarrow N\pi$ segue o mesmo esquema usado para as colisões binárias. Este decaimento é tratado como isotrópico no sistema de repouso da delta. Neste sistema, o momento do nucleon é determinado através de:

$$P_N^{*2} = \frac{1}{4S} [S - (\mu_N + m_\pi)^2] \cdot [S - (\mu_N - m_\pi)^2], \quad (\text{C.12})$$

onde $\mu_N = m + \mu_\Delta - m_\Delta$, $m_\pi = 139$ MeV (os píons não "sentem" o campo médio), e $S = \mu_\Delta^2$. Assim,

$$p_N^* = \begin{pmatrix} |P_N^*| \operatorname{sen}\theta^* \cdot \cos\phi^* \\ |P_N^*| \operatorname{sen}\theta^* \cdot \operatorname{sen}\phi^* \\ |P_N^*| \cos\theta^* \\ E_N^* \end{pmatrix}, \quad (\text{C.13})$$

com $E_N^* = \sqrt{|P_N^*|^2 + \mu_N^2}$. A matriz que transforma p_N^* para o sistema de observação é obtida invertendo-se uma matriz do tipo (C.1), onde

$$\gamma = \frac{E_\Delta}{\mu_\Delta}, \quad \beta\gamma = \frac{|P_\Delta|}{\mu_\Delta} \quad \text{e} \quad P_\Delta = |P_\Delta| \begin{pmatrix} \operatorname{sen}\theta \cdot \cos\phi \\ \operatorname{sen}\theta \cdot \operatorname{sen}\phi \\ \cos\theta \end{pmatrix} \quad (\text{C.14})$$

O quadrimomento do méson é dado por $p_\pi = p_\Delta - p_N$.

Por último, os estados de carga dos nucleons e mésons são determinados ao acaso a partir das probabilidades inerentes às diversas formas de decaimento. Estas probabilidades são dadas pelos coeficientes de Clebsch-Gordan apropriados ⁽⁶²⁾, e valem:

$$\begin{aligned} p(\Delta^{++} \rightarrow p\pi^+) &= 1 & p(\Delta^0 \rightarrow n\pi^0) &= \frac{2}{3} \\ p(\Delta^+ \rightarrow p\pi^0) &= \frac{1}{3} & p(\Delta^0 \rightarrow p\pi^-) &= \frac{1}{3} \\ p(\Delta^+ \rightarrow p\pi^+) &= \frac{2}{3} & p(\Delta^- \rightarrow n\pi^-) &= 1 \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

C.3 - COLISÕES COM A SUPERFÍCIE

Refração de Partículas com $\mu < m$

Analisemos este processo no sistema de repouso do \underline{n}

cleo. Para a partícula que incide na superfície, temos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{P}_a^* \rightarrow \mathbb{P}_a^{*' } = \mathbb{P}_a^* + \Delta\mathbb{P}^* \\ E_a^* \rightarrow E_a^{*' } = E_a^* \\ \mu_a \rightarrow m_a \end{array} \right. , \quad (\text{C.16})$$

onde $\Delta\mathbb{P}^*$ é dado pela eq. (4.2.17):

$$\Delta\mathbb{P}^* = \alpha \hat{r}^* ,$$

com

$$\alpha = -(\mathbb{P}_a^* \cdot \hat{r}^*) + \sqrt{(\mathbb{P}_a^* \cdot \hat{r}^*)^2 + \mu_a^2 - m_a^2} \quad (\alpha < 0) \quad (\text{C.17})$$

As partículas do núcleo residual (ver eq. (4.2.8)) que sofrem recuo são aquelas para as quais

$$\mathbb{P}_i^* \cdot \Delta\mathbb{P}^* > 0 \quad (\text{C.18})$$

Para estas partículas, temos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{P}_i^* \rightarrow \mathbb{P}_i^{*' } = \mathbb{P}_i^* + \delta\mathbb{P}_i^* \\ E_i^* \rightarrow E_i^{*' } = E_i^* \\ \mu_i \rightarrow \mu_i' = \sqrt{E_i^{*'2} - \mathbb{P}_i^{*'2}} \end{array} \right. , \quad (\text{C.19})$$

com $\delta\mathbb{P}_i^*$ dado pela eq. (4.2.9),

$$\delta\mathbb{P}_i^* = - \frac{(\mathbb{P}_i^* \cdot \hat{r}^*)}{\sum_{j=1}^{\ell} (\mathbb{P}_j^* \cdot \hat{r}^*)} \alpha \hat{r}^* , \quad (\text{C.20})$$

e a soma no denominador abrangendo todas as partículas que sa-

tisfazem a condição (C.18).

Também aqui é possível expressar todas as equações no sistema de observação. Para isto, tomemos os quadrimomentos e coordenadas espaço-tempo neste sistema de referência:

$$x_a = \begin{pmatrix} r_a \\ t \end{pmatrix}, \quad x_N = \begin{pmatrix} r_N \\ t \end{pmatrix}, \quad x_{aN} = \begin{pmatrix} r_a - r_N \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad p_a = \begin{pmatrix} P_a \\ E_a \end{pmatrix} \quad (\text{C.21})$$

A transformação de Lorentz para o sistema de repouso do núcleo é:

$$\Lambda_N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\beta\gamma \\ 0 & 0 & -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{e}_1 & 0 \\ \hat{e}_2 & 0 \\ \hat{P}_N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{e}_1 & 0 \\ \hat{e}_2 & 0 \\ \gamma \hat{P}_N & -\beta\gamma \\ -\beta\gamma \hat{P}_N & \gamma \end{pmatrix}, \quad (\text{C.22})$$

onde $\gamma = E_N/M_N$ e $\beta\gamma = |\hat{P}_N|/M_N$. Utilizando a invariância do produto escalar, podemos escrever:

$$P_a^* \cdot \hat{r}^* = \frac{1}{R_N} [P_a \cdot (r_a - r_N) + E_a^* (t_a^* - t_N^*)] \quad , \quad (\text{C.23})$$

com

$$\Lambda_N x_a = \begin{pmatrix} r_a^* \\ t_a^* \end{pmatrix}, \quad \Lambda_N x_N = \begin{pmatrix} r_N^* \\ t_N^* \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \Lambda_N p_a = \begin{pmatrix} P_a^* \\ E_a^* \end{pmatrix} \quad (\text{C.24})$$

Definindo a quadrivelocidade do núcleo, u_N , e a métrica, g , como:

$$u_N = \begin{pmatrix} \beta\gamma \\ \gamma \end{pmatrix} \quad e \quad g = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (C.25)$$

as transformações (C.24) conduzem a:

$$E_a^* = u_N \cdot p_a \quad e \quad t_a^* - t_N^* = u_N \cdot x_{aN} \quad (C.26)$$

Deste modo, podemos finalmente expressar o termo $\mathbb{P}_a^* \cdot \hat{r}^*$ presente no cálculo de $\underline{\alpha}$, como:

$$\mathbb{P}_a^* \cdot \hat{r}^* = \frac{1}{R_N} \{ (u_N \cdot p_a) (u_N \cdot x_{aN}) - p_a \cdot x_{aN} \}, \quad (C.27)$$

para a métrica da eq. (C.25).

O momento final da partícula-a pode ser escrito, no sistema de repouso do núcleo, como:

$$\begin{pmatrix} \mathbb{P}_a^{*'} \\ E_a^{*'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{P}_a^* \\ E_a^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta \mathbb{P}^* \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{P}_a^* \\ E_a^* \end{pmatrix} + \frac{\alpha}{R_N} \left\{ \begin{pmatrix} r_a^* - r_N^* \\ t_a^* - t_N^* \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ t_a^* - t_N^* \end{pmatrix} \right\} \quad (C.28)$$

Aplicando a ambos os lados desta equação a transformação de Lorentz inversa

$$\Lambda_N^{-1} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{e}_1 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \hat{e}_2 \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \gamma \hat{\mathbb{P}}_N \\ \beta\gamma \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \beta\gamma \hat{\mathbb{P}}_N \\ \gamma \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \quad (C.29)$$

chega-se a

$$p'_a = p_a + \frac{\alpha}{R_N} \left[x_{aN} - \Lambda_N^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ t_a^* - t_N^* \end{pmatrix} \right] \quad (C.30)$$

É fácil ver que

$$\Lambda_N^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ t_a^* - t_N^* \end{pmatrix} = (t_a^* - t_N^*) u_N = (u_N \cdot x_{aN}) u_N \quad (C.31)$$

Substituindo (C.31) em (C.30) resulta

$$p'_a = p_a + \frac{\alpha}{R_N} \left[x_{aN} - (u_N \cdot x_{aN}) u_N \right] \quad (C.32)$$

para a métrica (C.25). Resta especificar as variações de momento de algumas partículas do núcleo residual. A condição (C.18), expressa no sistema de observação, torna-se:

$$IP_i^* \cdot \hat{r}^* = \frac{1}{R_N} \{ (u_N \cdot p_i) (u_N \cdot x_{aN}) - p_i \cdot x_{aN} \} < 0 \quad (C.33)$$

Para cada partícula satisfazendo esta condição, atribuímos o recuo:

$$\delta IP_i^* = K_i \hat{r}^* \quad , \quad K_i = - \frac{(IP_i^* \cdot \hat{r}^*) \alpha}{\sum_{j=1}^{\ell} IP_j^* \cdot \hat{r}^*} \quad (C.34)$$

com os produtos $(IP_j^* \cdot \hat{r}^*)$ sendo calculados pela eq. (C.33).

Lembrando que

$$\begin{pmatrix} IP_i^* \\ E_i^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} IP_i^* \\ E_i^* \end{pmatrix} + \frac{K_i}{R_N} \left\{ \begin{pmatrix} r_a^* - r_N^* \\ t_a^* - t_N^* \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ t_a^* - t_N^* \end{pmatrix} \right\} \quad (C.35)$$

e usando a transformação Λ_N^{-1} , chega-se finalmente a:

$$p_i' = p_i + \frac{K_i}{R_N} \{x_{aN} - (u_N \cdot x_{aN}) u_N\} \quad (C.36)$$

A nova massa efetiva é $\mu_i' = \sqrt{E_i'^2 - p_i'^2}$. Em resumo: as eqs. (C.17), (C.21), (C.25), (C.33), (C.34) e (C.36) reúnem tudo o que é necessário para o processamento do evento de refração.

É claro que não é possível haver refração se o termo $D = [(\mathbb{P}_a^* \cdot \hat{r}^*)^2 + \mu_a^2 - m_a^2]$ da eq. (C.17) for negativo. Neste caso, a partícula-a é refletida na superfície do núcleo[†].

Reflexão

O tratamento deste processo é análogo ao anterior, exceto pelas variações de momento envolvidas. O uso da expressão (4.2.15),

$$\Delta \mathbb{P}^* = -2(\mathbb{P}_a^* \cdot \hat{r}^*) \hat{r}^* \quad , \quad (C.37)$$

corresponde a substituir α na equação

$$p_a' = p_a + \frac{\alpha}{R_N} \{x_{aN} - (u_N \cdot x_{aN}) u_N\} \quad , \quad (C.38)$$

por:

$$\alpha = -2 \mathbb{P}_a^* \cdot \hat{r}^* = -\frac{2}{R_N} \{(u_N \cdot p_a)(u_N \cdot x_{aN}) - p_a \cdot x_{aN}\} \quad (C.39)$$

[†]No método de cascata do presente trabalho também se leva em conta a barreira coulombiana para partículas carregadas. Assim, para que estas consigam escapar via refração é necessário que $D > 0$ e que as partículas consigam transpor aquela barreira. A probabilidade de transmissão por efeito túnel (63) é usada para se decidir, por sorteio, se a partícula é refratada ou refletida.

Por outro lado, a eq. (4.2.16),

$$\delta \mathbb{P}_i^* = -2 (\mathbb{P}_i^* \cdot \hat{\mathbf{r}}^*) \hat{\mathbf{r}}^* , \quad (C.40)$$

conduz a

$$\mathbb{P}_i' = \mathbb{P}_i + \frac{K_i}{R_N} \{x_{aN} - (u_N \cdot x_{aN}) u_N\} , \quad (C.41)$$

sendo

$$K_i = -2 (\mathbb{P}_i^* \cdot \hat{\mathbf{r}}^*) = -\frac{2}{R_N} \{ (u_N \cdot \mathbb{P}_i) (u_N \cdot x_{aN}) - \mathbb{P}_i \cdot x_{aN} \} \quad (C.42)$$

As massas efetivas de todas as partículas do núcleo são mantidas durante o processo de reflexão.

C.4 - ESCAPE DE PARTÍCULAS COM ENERGIA MUITO ALTA

Suponhamos que, como resultado de uma colisão binária, uma partícula adquira uma energia cinética muito alta relativamente ao núcleo ao qual está ligada. Seja \underline{p}_a o quadrimomento da partícula e \underline{u}_N a quadrivelocidade do núcleo após a colisão[†]. No sistema de repouso deste núcleo, temos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{P}_a^* \rightarrow \mathbb{P}_a^{*'} = \mathbb{P}_a^* + \Delta \mathbb{P}^* \quad , \quad \Delta \mathbb{P}^* = \alpha \mathbb{P}_a^* \\ E_a^* \rightarrow E_a^{*'} = E_a^* \\ \mu_a \rightarrow m_a \end{array} \right. \quad (C.43)$$

[†]Na quadrivelocidade \underline{u}_N já está incluída a variação no quadrimomento da partícula-a como consequência da colisão.

A exigência $E_a^{*'} = E_a^*$ conduz a

$$\alpha = \frac{\mu_a^2 - m_a^2}{\mathbb{P}_a^{*2} + |\mathbb{P}_a^*| \cdot \sqrt{E_a^{*2} - m_a^2}} \quad (\alpha < 0) \quad (C.44)$$

Usando (C.26), E_a^* e \mathbb{P}_a^{*2} podem ser obtidos como

$$E_a^* = u_N \cdot p_a \quad \text{e} \quad \mathbb{P}_a^{*2} = E_a^{*2} - \mu_a^2 \quad (C.45)$$

O quadrimomento final da partícula-a pode agora ser encontrado.

De

$$\begin{pmatrix} \mathbb{P}_a^{*'} \\ E_a^{*'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{P}_a^* \\ E_a^* \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} \mathbb{P}_a^* \\ E_a^* \end{pmatrix} - \alpha \begin{pmatrix} 0 \\ E_a^* \end{pmatrix}, \quad (C.46)$$

e da expressão (C.31), obtém-se

$$p_a' = p_a + \alpha(p_a - E_a^* u_N) \quad (C.47)$$

o recuo nuclear é distribuído entre as partículas do núcleo residual que satisfazem a condição

$$\mathbb{P}_i^* \cdot \mathbb{P}_a^* < 0 \quad (C.48)$$

O produto acima pode ser calculado no sistema de observação fazendo uso da invariância do produto escalar:

$$\mathbb{P}_i^* \cdot \mathbb{P}_a^* = E_i^* \cdot E_a^* - p_i \cdot p_a \quad (C.49)$$

Na expressão acima, a métrica usada é a mesma da eq. (C.25). A energia E_i^* é dada por $u_N \cdot p_i$. Para as partículas-i satisfa -

zendo (C.48), atribui-se as variações de momento dadas por

$$\delta \mathbb{P}_i^* = - \frac{\mathbb{P}_i^* \cdot \mathbb{P}_a^*}{\sum_{j=1}^{\ell} \mathbb{P}_j^* \cdot \mathbb{P}_a^*} \Delta \mathbb{P}^* \quad (\text{C.50})$$

Esta prescrição, do mesmo modo que (C.34), impede que partículas no núcleo residual sofram diminuições de massa efetiva. No sistema de observação, a prescrição acima conduz a

$$p_i' = p_i - K_i \alpha \{ p_a - (u_N \cdot p_a) u_N \} , \quad (\text{C.51})$$

onde $\underline{\alpha}$ é dado por (C.44) e

$$K_i = \frac{\mathbb{P}_i^* \cdot \mathbb{P}_a^*}{\sum_{j=1}^{\ell} \mathbb{P}_j^* \cdot \mathbb{P}_a^*} \quad (\text{C.52})$$

As novas massas efetivas são $\mu_i' = \sqrt{E_i'^2 - \mathbb{P}_i'^2}$.

É claro que o processo de escape descrito acima só é possível caso $E_a^* \geq m_a$ (ver eq. (C.44)). Uma outra condição é que a energia cinética da partícula-a, E_a^{C*} , seja superior a um determinado valor limiar, isto é:

$$E_a^{C*} = (E_a^* - \mu_a) > E_{\text{limiar}} \quad . \quad (\text{C.53})$$

C.5 - DESLIGAMENTO DE PARTÍCULAS COM $\mu \geq m$

Como consequência dos processos de refração e de escape por energia alta, as partículas que permanecem ligadas sofrem aumentos de massa efetiva. Analisemos o desligamento de

uma partícula com massa efetiva $\underline{\mu}_a$ maior ou igual à sua massa livre, \underline{m}_a . No sistema de repouso do núcleo, temos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{P}_a^* \rightarrow \mathbb{P}_a^{*'} = \mathbb{P}_a^* \\ \mu_a \rightarrow m_a \\ E_a^* \rightarrow E_a^{*'} = E_a^* - Q \end{array} \right. , \quad Q > 0 \quad (C.54)$$

A energia e o momento são conservados no processo seguindo-se a prescrição abaixo para redistribuir energia entre as partículas do núcleo residual:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbb{P}_i^* \rightarrow \mathbb{P}_i^{*'} = \mathbb{P}_i^* \\ E_i^* \rightarrow E_i^{*'} = E_i^* + \frac{Q}{n} \\ \mu_i \rightarrow \mu_i' \end{array} \right. , \quad (C.55)$$

onde \underline{n} é o número de partículas no núcleo residual. O valor de \underline{Q} definido em (C.54) pode ser expresso como

$$Q = \frac{\mu_a^2 - m_a^2}{E_a^* + E_a^{*'}} \quad . \quad (C.56)$$

Fazendo uso de

$$E_a^* = u_N \cdot p_a \quad , \quad E_a^{*'} = \sqrt{E_a^{*2} - \mu_a^2 + m_a^2} \quad , \quad (C.57)$$

o quadrimomento final de \underline{a} no sistema de observação pode ser obtido:

$$\begin{pmatrix} P'_a \\ E'_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_a \\ E_a \end{pmatrix} - Q \begin{pmatrix} \beta\gamma \\ \gamma \end{pmatrix}, \text{ ou } p'_a = p_a - Qu_N \quad . \quad (\text{C.58})$$

Finalmente, para as partículas do núcleo residual, tem-se:

$$\begin{pmatrix} P'_i \\ E'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_i \\ E_i \end{pmatrix} + \frac{Q}{n} \begin{pmatrix} \beta\gamma \\ \gamma \end{pmatrix}, \text{ ou } p'_i = p_i + \frac{Q}{n} u_N \quad . \quad (\text{C.59})$$

As novas massas efetivas são obviamente dadas por $\mu'_i = \sqrt{E'^2_i - P'^2_i}$.

APÊNDICE D

TESTES REALIZADOS COM O PROGRAMA

No Capítulo 4, seção 4.2, descrevemos as características principais do programa computacional que desenvolvemos para simular reações nucleares relativísticas com o modelo de cascata proposto na Ref. (22). Este programa é sem dúvida mais complexo do que um código de cascata padrão. Assim, achamos conveniente, antes de extrairmos os resultados apresentados na seção 5.1, submeter o programa a diversos testes, alguns dos quais descrevemos a seguir.

D.1 - CONSEQUÊNCIAS DE SE FAZER $V_0 = 0$

Com o objetivo de poder comparar nossos resultados com aqueles fornecidos por um código de cascata padrão, construimos um tal código. Excetuando-se os aspectos referentes à ligação nuclear, os ingredientes utilizados neste código (critério de colisão, reações consideradas, seções de choque, etc) são os mesmos incluídos no programa de cascata entre partículas ligadas*. É de se esperar então que o programa CME comporte-se exatamente do mesmo modo que o código padrão, caso se

* Por comodidade, batizamos este último como CME, para lembrar que se trata de um programa de cascata para partículas com massas efetivas diferentes de suas massas de repouso.

faça $V_0 = 0$ no primeiro.

Isto fica claro a partir da análise das diversas expressões utilizadas no programa. A eq. (4.2.11), por exemplo, conduz a $\mu_i = m$. Por outro lado, as equações (4.2.17) e (4.2.9) mostram que no processo de refração com $V_0 = 0$, a partícula refratada e as remanescentes no núcleo residual não sofrem quaisquer mudanças em seus momentos. Ou seja, efetivamente NÃO OCORRE REFRAÇÃO. Conclusões semelhantes decorrem das demais equações (ver Capítulo 4 e Apêndices).

De fato, partindo de uma mesma configuração inicial, verificamos que o código padrão e o programa CME descrevem a evolução temporal da reação núcleo-núcleo exatamente do mesmo modo, isto é, os mesmos eventos de colisão binária estão presentes em ambas as simulações, sendo também iguais os instantes de ocorrência correspondentes ao mesmo evento.

D.2 - CONSERVAÇÃO DE ENERGIA E MOMENTO

Como esperado, a energia e o momento são rigorosamente conservados em nosso método de cascata. Isto foi testado de duas maneiras diferentes.

Na primeira delas, a energia (E_T) e o momento (IP_T) totais do sistema constituído por todas as partículas presentes eram obtidos em diversos instantes do processo de colisão: verificamos que ambas as grandezas E_T e IP_T mantinham-se constantes ao longo do tempo, dentro da precisão dos cálculos numéricos ($\sim 10^{-2}$ %); este procedimento foi repetido para várias configurações iniciais.

A outra maneira usada para testar a conservação de energia (E) e momento (IP) era específica a cada evento. Isto é, os valores de E e IP para o sistema imediatamente antes do processamento do evento eram comparados com os respectivos valores imediatamente após o mesmo evento. No caso da refração, por exemplo, o sistema antes era constituído pelo conjunto das partículas ligadas, e o sistema depois consistia da partícula refratada e daquelas que permaneciam no núcleo residual. O procedimento descrito neste parágrafo foi seguido para todos os eventos incluídos no programa CME, e repetido para diversas configurações iniciais, sem que se tenha verificado qualquer violação dos princípios de conservação de energia e momento.

D.3 - INVARIÂNCIA DOS RESULTADOS DE MULTIPLICIDADE

Resultados de multiplicidade de píons para a reação Ca+Ca foram obtidos em dois sistemas de referência: o laboratório e o sistema do centro de massa núcleo-núcleo. A razão entre estes resultados é mostrada na Figura D.3.1 como função do número de repetições do processo de simulação, para duas energias incidentes. Para estatísticas elevadas, as multiplicidades de píons nos dois sistemas tendem para o mesmo valor.

O fato de que os valores de M_{π}^{cm} e M_{π}^{lab} são diferentes para cada repetição é devido à natureza do próprio método de cascata. Estamos nos referindo aos problemas levantados na Ref. (2), onde se mostra que a ordenação temporal dos eventos depende do sistema de referência em que se realiza o cálculo. Entretanto, a cinemática que usamos para incluir a energia de

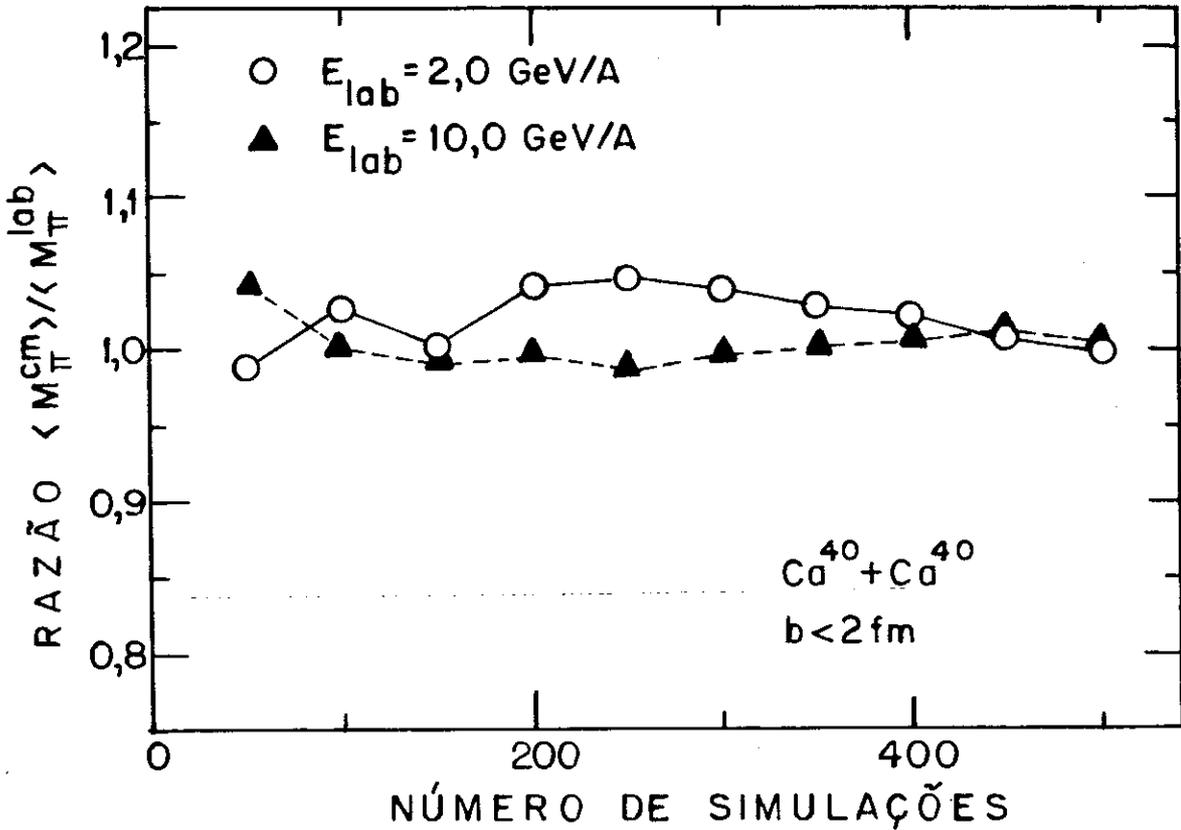


FIGURA D.3.1 - Ilustração da invariância dos resultados de M_{π} no método de cascata para partículas ligadas (ver texto).

ligação é invariante. Isto fica claro, por exemplo, numa análise das eqs. (C.32) e (C.36) que expressam a variação de momento na refração: pode-se ver que a energia e o momento são conservados em qualquer sistema de referência.

D.4 - INSENSIBILIDADE AO VALOR DE E_{limiar}

A energia limiar foi definida na eq. (C.53). Quando a energia cinética da partícula relativa ao núcleo ao qual está ligada é superior a E_{limiar} , processa-se o desligamento desta partícula (Apêndice C.4). A Figura D.4.1 mostra como os re-

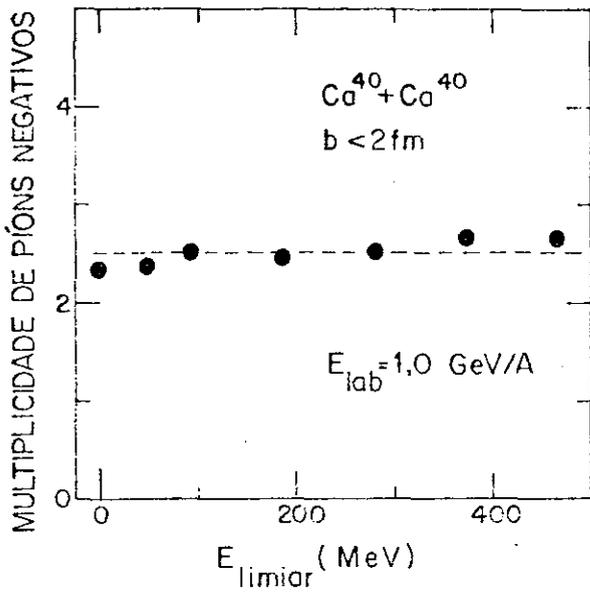


FIGURA D.4.1 - Multiplicidade média de pions versus E_{limiar} para a colisão Ca+Ca, na energia incidente $E_{lab} = 1,0 GeV/A$.

sultados de M_{π} dependem da escolha do parâmetro E_{limiar} . Os rendimentos de pions são relativamente insensíveis à escolha de E_{limiar} , para valores deste parâmetro no intervalo 100-400MeV. Assim, não é exagero considerar nosso modelo como independente de parâmetros. Os resultados apresentados na seção 5.1 foram obtidos com $E_{limiar} = 100 MeV$.

BIBLIOGRAFIA

1. S. Nagamiya e M. Gyulassy - High-Energy Nuclear Collisions , Adv. Nucl. Phys., 13 (1984), 201, Plenum Publishing Corporation, New York, NY (USA).
2. S.J.B. Duarte - Reações Nucleares Relativísticas e o Método de Cascata Intranuclear, Tese de Doutorado, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (1983).
3. The Tevalac, A National Facility for Relativistic Heavy-Ion Research to 10 GeV per Nucleon with Uranium - PUB-5081, Lawrence Berkeley Laboratory, University of California (USA) , December 1982.
4. W. Greiner e H. Stöcker - Hot Nuclear Matter, Sci. Amer. , 252-1, jan. (1985), 76.
5. J. Cugnon - Collisions d'ions lourds à haute énergie, aspects théoriques, Ann. Phys. Fr., 11 (1986), 201.
6. C.A. Bertulani - A Matéria Superaquecida e Supercomprimida , Ciência Hoje, 8-46, setembro (1988), 48.
7. J. Cugnon, T. Mizutani e J. Vandermeulen - Equilibration in Relativistic Nuclear Collisions. A Monte Carlo Calculation , Nucl. Phys., A352 (1981), 505.
8. J. Cugnon, D. Kinet e J. Vandermeulen - Pion Production in Central High Energy Nuclear Collisions, Nucl. Phys., A379 (1982), 553.
9. R. Stock, R. Bock, R. Brockman, J.W. Harris, A. Sandoval, H. Stroebele, K.L. Wolf, H.G. Pugh, L.S. Schroeder, M. Maier , R.E. Renfordt, A. Dacal e M.E. Ortiz - Compression Effects in Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions, Phys. Rev. Lett., 49-17 (1982), 1236.
10. G.D. Westfall, J. Gosset, P.J. Johansen, A.M. Poskanzer, W. G. Meyer, H.H. Gutbrod, A. Sandoval e R. Stock - Nuclear Fireball Model for Proton Inclusive Spectra from Relativis-

- tic Heavy-Ion Collisions, Phys. Rev. Lett., 37-18 (1976) , 1202.
11. J.I. Kapusta - Particle production in the nuclear fireball model, Phys. Rev. C, 16-4 (1977), 1493.
 12. A.A. Amsden, F.H. Harlow e J.R. Nix - Relativistic nuclear fluid dynamics, Phys. Rev. C, 15-6 (1977), 2059.
 13. H. Stöcker, Lawrence Berkeley Laboratory Report LBL-12302 (1981).
 14. J. Cugnon, T. Mizutani e J. Vandermeulen - Monte Carlo Calculation of Compression and Pion Multiplicity in Relativistic Central Heavy-Ion Collisions, Lettere al Nuovo Cimento, 28-2 (1980), 55.
 15. T. Kodama, S.B. Duarte, K.C. Chung e R.A.M.S. Nazareth - Cluster Approach to Intranuclear Cascade for Relativistic Heavy-Ion Collisions, Phys. Rev. Lett., 49-8 (1982), 536.
 16. M. Cahay, J. Cugnon e J. Vandermeulen - Pion Multiplicity in Central Nucleus-Nucleus Collisions, Nucl. Phys., A411 (1983), 524.
 17. H. Kruse, B.V. Jacak e H. Stöcker - Microscopic Theory of Pion Production and Sideways Flow in Heavy-Ion Collisions, Phys. Rev. Lett., 54-4 (1985), 289.
 18. Y. Kitazoe, M. Gyulassy, P. Danielewicz, H. Toki, Y. Yamamura e M. Sano - New Cascade Model Calculation of Pion Multiplicity in High-Energy Heavy-Ion Collisions, Phys. Lett. B, 138-56 (1984), 341.
 19. Y. Kitazoe, M. Sano, Y. Yamamura, H. Furutani e K. Yamamoto - Cascade-model analysis of collective motion in relativistic nuclear reactions, Phys. Rev. C, 29-3 (1984), 828.
 20. Y. Kitazoe, M. Sano, H. Toki e S. Nagamiya - Pion Production Mechanism in High Energy Heavy Ion Collisions, Phys. Lett. B, 166-1 (1986), 35.
 21. T. Kodama, S.B. Duarte, K.C. Chung, R. Donangelo e R.A.M.S. Nazareth - Causality and relativistic effects in intranuclear cascade calculations, Phys. Rev. C, 29-6 (1984), 2146.

22. E.L. Medeiros, S.J.B. Duarte e T. Kodama - The effect of nuclear binding energy on pion yields in relativistic nuclear collisions, *Phys. Lett. B*, 203-3 (1988), 205.
23. A.S. Goldhaber e H.H. Heckman - High Energy Interactions of Nuclei, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 28 (1978), 161, Annual Reviews Inc., Palo Alto, CA (USA).
24. J. Gosset, H.H. Gutbrod, W.G. Meyer, A.M. Poskanzer, A. Sandoval, R. Stock e G.D. Westfall - Central collisions of relativistic heavy ions, *Phys. Rev. C*, 16-2 (1977), 629.
25. A. Sandoval, R. Stock, H.E. Stelzer, R.E. Renfordt, J. W. Harris, J.P. Brannigan, J.V. Geaga, L.J. Rosenberg, L. S. Schroeder e K.L. Wolf - Energy Dependence of Multi-Pion Production in High-Energy Nucleus-Nucleus Collisions, *Phys. Rev. Lett.*, 45-11 (1980), 874.
26. S. Bohrmann e J. Knoll - Finite Particle Number Effects in High-Energy Nuclear Collisions: Implications on pion spectra, *Nucl. Phys.*, A356 (1981), 498.
27. W.D. Myers - A Model for High-Energy Heavy-Ion Collisions, *Nucl. Phys.*, A296 (1978), 177.
28. J. Gosset, J.I. Kapusta e G.D. Westfall - Calculations with the nuclear firestreak model, *Phys. Rev. C*, 18-2(1978), 844.
29. J.R. Nix - Theory of High-Energy Heavy-Ion Collisions, Preprint LA-UR-77-2952 (1977) from Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, Los Alamos, New Mexico (USA).
30. Odette Benary, LeRoy R. Price e Gideon Alexander - NN and ND interactions (above 0.5 GeV/c) - A Compilation, Particle Data Group, Lawrence Radiation Laboratory Report No. UCRL - 20000 NN, August 1970 - University of California, Berkeley (USA).
31. J.P. Bondorf, H.T. Feldmeier, S. Garpman e E.C. Halbert - Classical Microscopic Description of U+U Collisions, *Phys. Lett. B*, 65-3 (1976), 217.
32. J.P. Bondorf, P.J. Siemens, S. Garpman e E.C. Halbert -

- Classical Microscopic Calculation of Fast Heavy-Ion Collisions, Z. Physik A, 279 (1976), 385.
33. J.D. Stevenson - Classical Many-Body Calculation of Relativistic Nuclear Collisions, Phys. Rev. Lett., 41-25 (1978), 1702.
34. H.H. Gutbrod, A. Sandoval, P.J. Johansen, A.M. Poskanzer, J. Gosset, W.G. Meyer, G.D. Westfall e R. Stock - Final-State Interactions in the Production of Hydrogen and Helium Isotopes by Relativistic Heavy Ions on Uranium, Phys.Rev. Lett., 37-11 (1976), 667.
35. S.E. Koonin - Knock-Out Nucleons from Relativistic Nuclear Collisions, Phys. Rev. Lett., 39-11 (1977), 680.
36. J.D. Stevenson - Neutron Emission in Relativistic Nuclear Collisions, Phys. Rev. Lett., 45-22 (1980), 1773.
37. W. Schimmerling, J.W. Kast, D. Ortendahl, R. Madey, R. A. Cecil, Bryon D. Anderson e A.R. Baldwin - Measurement of the Inclusive Neutron Production by Relativistic Neon Ions on Uranium, Phys. Rev. Lett., 43-27 (1979), 1985.
38. V.S. Barashenkov, A.S. Il'inov, N.M. Sobolevskii e V.D. Toneev - Interaction of particles and nuclei of high and ultrahigh energy with nuclei, Sov. Phys. Uspekhi, 16-1 (1973), 31.
39. K.K. Gudima e V.D. Toneev - Have shock waves been observed in nuclear collisions?, Sov. J. Nucl. Phys., 27-3 (1978), 351.
40. K.K. Gudima, K.G. Gulamov, U.G. Gulyamov, Sh. Z. Nasyrov, L.N. Svechnikova, V.D. Toneev e G.N. Chenov - Soobshenie R2-10230, OIYaI (Joint Institute for Nuclear Research), 1976.
41. B. Jacobsson e R. Kullberg - Cosmic Ray Physics Report LUIIC-CR-75-14, Lund, 1975.
42. H.G. Baumgardt, J.U. Schott, Y. Sakamoto, E. Schopper, H. Stöcker, J. Hofmann, W. Scheid e W. Greiner - Shock Waves and Mach Cones in Fast Nucleus-Nucleus Collisions, Z. Physik A, 273-4 (1975), 359.

43. H.G. Baumgardt, E. Schopper, J.U. Schott, N.P. Kocherov, A. V. Vonorow, I.D. Issinsky e L.G. Makarov - Preliminary report, Inst. fur Kernphysik der J.W. Goethe Univ., Frankfurt /Main, 1976.
44. J. Hofmann, H. Stöcker, M. Gyulassy, W. Scheid, W. Greiner, H.G. Baumgardt, J.U. Schott e E. Schopper - Proc. Intern. Conf. on Selected Problems of Nuclear Structure (Dubna,1976), Vol. II, Dubna D-9920, 1976, p. 370.
45. K.K. Gudima, H. Iwe e V.D. Toneev - High-energy nuclear collisions: Evolution of the compressed zone, J. Phys. G: Nucl. Phys., 5-2 (1979), 229.
46. J. Hüfner e J. Knoll - Rows on Rows - a Theory for Collisions between Heavy Ions at High Energy, Nucl. Phys., A290 (1977), 460.
47. Y. Yariv e Z. Fraenkel - Intranuclear cascade calculation of high-energy heavy-ion interactions, Phys. Rev. C, 20-6 (1979), 2227.
48. Y. Yariv e Z. Fraenkel - Intranuclear cascade calculation of high-energy heavy-ion collisions: Effect of interactions between cascade particles, Phys. Rev. C, 24-2 (1981), 488.
49. A.A. Amsden, J.N. Ginocchio, F.H. Harlow, J.R. Nix, M. Danos, E.C. Halbert e R.K. Smith, Jr. - Comparison of Macroscopic and Microscopic Calculations of High-Energy $Ne^{20}+U^{238}$ Collisions, Phys. Rev. Lett., 39-19 (1977), 1055.
50. M. Hirata, F. Lenz e K. Yazaki - Excitation of Δ -Nuclear States in π -He⁴ Scattering, Ann. of Phys., 108-1 (1977), 116.
51. S. Nagamiya - 4th High Energy Heavy Ion Summer Study, LBL - 7766 (Conf. - 780766), p. 71.
52. Y. Kitazoe, H. Furutani, H. Toki, Y. Yamamura, S. Nagamiya e M. Sano - Cascade-Model Analysis of the Sideward "Splash" in Nb+Nb Collisions with High-Multiplicity Events, Phys. Rev. Lett., 53-21 (1984), 2000.
53. S. Nagamiya, M.-C. Lemaire, S. Schnetzer, H. Steiner e I. Tanihata - Single-Particle Spectra Associated with High-

- Multiplicity Events in 800-MeV/Nucleon Ar on KCl and Pb ,
Phys. Rev. Lett., 45-8 (1980), 602.
54. Y. Kitazoe, M. Sano, H. Toki e S. Nagamiya - Pion-Reabsorption Effect on Pion Spectra in High-Energy Heavy-Ion Collisions, Phys. Rev. Lett., 58-15 (1987), 1508.
55. S. Nagamiya - Role of Mean Free Paths of Product Particles in High-Energy Nucleus-Nucleus Collisions, Phys. Rev. Lett., 49-19 (1982), 1383.
56. E.L. Medeiros, S.J.B. Duarte e T. Kodama - Animação a cores de colisões nucleares relativísticas: Filme em Super 8 feito a partir da simulação, em computador, de reações entre núcleos pesados a altas energias, DNE-Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (1988).
57. S. Nagamiya, M.-C. Lemaire, E. Moeller, S. Schnetzer, G. Shapiro, H. Steiner e I. Tanihata - Production of pions and light fragments at large angles in high-energy nuclear collisions, Phys. Rev. C, 24-3 (1981), 971.
58. E.L. Medeiros, T. Kodama, S.J.B. Duarte e R.A.M.S. Nazareth - Emissão de partículas de baixa rapidez em colisões próton-núcleo ultra-relativísticas, contribuição à XI RTFNB, Sorocaba-SP, 5 a 9 de setembro de 1988.
59. J.E. Elias, W. Busza, C. Halliwell, D. Luckey, P. Swartz, L. Votta e C. Young - Experimental study of multiparticle production in hadron-nucleus interactions at high energy , Phys. Rev. D, 22-1 (1980), 13.
60. O.A.P. Tavares - Seções de choque de fotofissão do urânio , tório e bismuto em altas energias, Tese de Mestrado, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (1973).
61. H. Muirhead - The Physics of Elementary Particles, Pergamon Press (1968), p. 27.
62. M.E. Rose - Elementary Theory of Angular Momentum, John Wiley & Sons, Inc., New York (1957), p. 40; M.A. Preston e R.K. Bhaduri - Structure of the Nucleus, Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts (1975), p. 617.

63. P. Marmier e E. Sheldon - Physics of Nuclei and Particles ,
Vol. I, Academic Press, Inc., London (1969), p. 316.

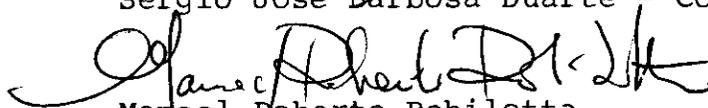
"ENERGIA DE LIGAÇÃO E MULTIPLICIDADE DE PÍONS EM
COLISÕES NUCLEARES RELATIVÍSTICAS"

EMIL DE LIMA MEDEIROS

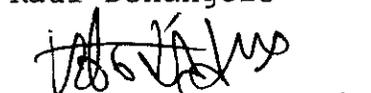
Tese de Doutorado apresentada no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, fazendo parte da Banca Examinadora os seguintes professores:

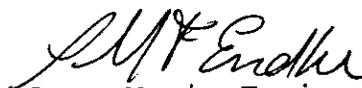

Takeshi Kodama - Presidente

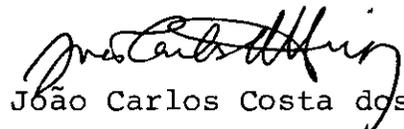

Sérgio José Barbosa Duarte - Co-orientador


Manoel Roberto Robilotta


Raul Donangelo


Constantino Tsallis


Anna Maria Freire Endler


João Carlos Costa dos Anjos - Suplente

Rio de Janeiro, 03 de março de 1989