

Francisco Aires Pinto

ANÁLISE DE AMPLITUDES DA REAÇÃO $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}(1232)$
NA REGIÃO DO $\Delta^0(1232)$ A 12 GEV/c

Tese de

DOCTORADO

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

Rio de Janeiro

- 1987 -

A *Claudia*,

Rodrigo e

Hersy

AGRADECIMENTOS

- A Prof.^a Anna Maria Freire Endler pela orientação, dedicação e compreensão demonstrada nas discussões durante a elaboração deste trabalho.

- Aos Profs. G.Otter e P.Girtler pelo apoio e pela colaboração prestada.

- Ao Luis A.Reis pela inestimável colaboração prestada durante a execução da parte computacional deste trabalho.

- A Humberto Teixeira pelo excelente trabalho de datilografia.

- Ao CBPF pelas condições oferecidas para a realização deste trabalho.

- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq e CAPES pela ajuda financeira proporcionada ao me concederem bolsa de estudo.

- A todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

ABSTRACT

An amplitude analysis of the reaction $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}(1232)$ in the $\Delta^0(1232)$ mass region at 12 GeV/c has been carried out under the constraint that the relative spin between an incident proton and a $\Delta(1232)$ resonance to be 1. A detailed inspection of the angular momentum states of the $(p\pi^-)$ system suggests that, for the $(p\pi^-)$ effective mass less than 1.6 GeV, only S and P waves contribute to this reaction. The amplitudes and their relative phases are determined in intervals of t' by a maximum likelihood fit of the experimental data and the expression of the differential cross section. To check the results, we make a comparison between the experimental angular distributions in the Helicity system and those obtained from the amplitudes mentioned above. In addition, the plot of experimental points of the spin density matrix elements of the Δ^{++} resonance determined in this work has been compared with the one obtained for the reaction $pp \rightarrow \Delta^0\Delta^{++}$ at 8.1 GeV/c, in order to verify the selection criteria used in this work.

RESUMO

Uma análise de amplitudes da reação $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++} (1232)$ na região de massa do $\Delta^0(1232)$ é feita restringindo o spin relativo entre um próton incidente e uma ressonância $\Delta(1232)$ ao valor 1. Um exame detalhado dos estados de momento angular para o sistema $(p\pi^-)$ sugere que para massas efetivas do $(p\pi^-)$ menores que 1,6 GeV só as ondas S e P contribuem para esta reação. As amplitudes e suas fases relativas são determinadas em intervalos de t' por um ajuste de máxima verossimilhança dos dados experimentais e a expressão da seção de choque diferencial. Para testar os resultados fazemos uma comparação entre as distribuições angulares experimentais no sistema de Helicidade e as obtidas a partir das amplitudes acima mencionadas. Uma comparação é feita entre os pontos experimentais dos elementos da matriz densidade de spin da ressonância Δ^{++} determinados neste trabalho com os obtidos para a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$ a 8,1 GeV/c, de modo a verificar os critérios de seleção usados neste trabalho.

S U M Á R I O

AGRADECIMENTOS	iii
ABSTRACT	iv
RESUMO	v
LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	x
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 - DADOS EXPERIMENTAIS	7
CAPÍTULO 2 - ANÁLISE DE ONDAS PARCIAIS DOS SISTEMAS ($p^+\pi_f^+$) e ($p\pi^-$) SELECIONADOS PARA REPRESENTAR $\Delta^{++}(1232)$ e $\Delta^0(1232)$	24
CAPÍTULO 3 - ANÁLISE DE AMPLITUDE PARA A REAÇÃO $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$	39
3.1 - Método da Análise de Amplitudes ..	39
3.2 - Apresentação dos Resultados Obtidos com o corte $M(p\pi^-) < 1,6$ GeV	53
CAPÍTULO 4 - VERIFICAÇÃO DO MÉTODO USADO	69
4.1 - Verificação do Método Usado para a reação $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$	69
CAPÍTULO 5 - MATRIZ DENSIDADE DE SPIN DO $\Delta(1232)$	73

CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES :	78
6.1 - Amplitudes da reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$ na região do $\Delta^0(1232)$	78
6.2 - Matriz Densidade de Spin do $\Delta(1232)$.	79
APÊNDICE A - DEFINIÇÃO DOS SÍMBOLOS E SISTEMAS DE REFERÊNCIA UTILIZADOS	82
APÊNDICE B - REPRESENTAÇÕES UTILIZADAS	93
APÊNDICE C - FORMALISMO PARA A ANÁLISE DE AMPLITUDES ..	97
APÊNDICE D - MATRIZ DENSIDADE	123
APÊNDICE E - RELAÇÕES ENVOLVENDO A FUNÇÃO DE ROTAÇÃO D E A FUNÇÃO HARMÔNICA ESFÉRICA Y	131
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	135

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1.1 - Distribuição de massa do sistema ($p\pi^+$). O histograma tracejado representa a distribuição de massa do sistema ($p'\pi_f^+$)	19
Fig. 1.2 - Distribuição de massa do sistema ($p\pi^-$). O histograma tracejado representa a distribuição de massa do sistema ($p\pi^-$) obtido segundo os critérios de seleção utilizados neste trabalho com exceção da restrição $M(p\pi^-) < 1,6 \text{ GeV}$	20
Fig. 1.3 - Distribuição de massa do sistema ($\pi^+\pi^-$). O histograma tracejado representa a distribuição de massa do sistema ($\pi^+\pi^-$) usando os eventos selecionados neste trabalho	21
Fig. 1.4 - Diagramas correspondentes às reações: (a) $pp \rightarrow (p\pi^+)(p\pi^-)$, (b) $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$, (c) $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$, (d) $pp \rightarrow \Delta^{++}N^0$, (e) $pp \rightarrow (p\pi^+\pi^-)p$, (f) $pp \rightarrow p(p\pi^+\pi^-)$	22
Fig. 2.1 - Valores experimentais esperados das funções D $\langle D_{M,0}^I \rangle$ do sistema ($p\pi^-$) selecionado para representar a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$	32
Fig. 2.2 - Valores experimentais esperados das funções D $\langle D_{M,0}^I \rangle$ do sistema ($p'\pi_f^+$) selecionado para representar a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$	33
Fig. 3.1a - 3.1c - Amplitudes de helicidade $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_K, \Lambda_2}$ como função de t' para a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$	55

Fig. 3.1d - 3.1f - Amplitudes de helicidade $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$ como função de t' para a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$	58
Fig. 3.2a - 3.2c - Fases $\phi_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_{N_1}, \Lambda_2}$ relativas às amplitudes $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_{N_1}, \Lambda_2}$ como função de t'	63
Fig. 3.2d - 3.2f - Fases $\phi_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$ relativas às amplitudes $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$ como função de t'	66
Fig. 4.1 - Distribuição angular experimental do méson π^+ produzido no decaimento do Δ^{++} (linhas contínuas) no sistema de Helicidade e a distribuição angular criada a partir das amplitudes obtidas (linhas tracejadas) na reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$	71
Fig. 4.2 - Distribuição angular experimental do méson π^- (linhas contínuas) no SH do sistema $(p\pi^-)$ e a distribuição angular criada a partir das amplitudes obtidas (linhas tracejadas) na reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$	72
Fig. 5.1 - Elementos da matriz densidade $\rho_{i,j}$ para Δ^{++} no sistema de Gottfried-Jackson em função de t' , na reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$	75
Fig. 5.2 - Elementos da matriz densidade $\rho_{i,j}$ para o sistema $(p\pi^-)$, no SGJ, em função de t' , na reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$	76
Fig. 6.1 - Comparação entre os elementos de matriz densidade para Δ^{++} na reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$ a 12GeV/c (linhas contínuas) e a 8,1 GeV/c (linhas tracejadas)[6] como função de t'	81

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 - Estados com isospin $I = \frac{1}{2}$ (ressonâncias nucleon) com $J = \frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$	37
Tabela 2.2 - Estados com isospin $I = \frac{3}{2}$ (ressonâncias delta) com $J = \frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$	38
Tabela 3.1 - Amplitudes de helicidade $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_{N'}, \Lambda_2}$ em intervalos de t'	61
Tabela 3.2 - Amplitudes de helicidade $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$ em intervalos de t'	62
Tabela 5.1 - Elementos da matriz densidade $\rho_{i,j}$ para a ressonância Δ^{++} , no SGJ, em função de t' ..	77
Tabela 5.2 - Elementos da matriz densidade $\rho_{i,j}$ para a ressonância Δ^0 , no SGJ, em função de t' ...	77

INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta um estudo de processos inelásticos de colisão, que são representados pelas reações a quase dois corpos, cuja característica é a tendência das partículas secundárias produzidas seguirem na direção para trás ou para frente no sistema centro de massa com a predominância de pequenos quadrimomentos transferidos.

Nestes processos a quase dois corpos representados pela reação $a + b \rightarrow c + d$, nós, geralmente, podemos agrupar as partículas secundárias em dois sistemas de partículas de tal modo que os sistemas c e d se mantenham cada um preferencialmente próximo da direção de cada uma das partículas incidentes no sistema centro de massa (SCM) da reação. A preferência na direção para trás ou para frente em geral aumenta com o aumento do momento incidente e diminui com o aumento do número de partículas secundárias.

A tendência das partículas seguirem nas direções para trás e para a frente levou ao estabelecimento do modelo periférico para as interações fortes, que descreve com êxito as principais características de muitas reações inelásticas com um número relativamente pequeno de partículas secundárias, e em particular as características dos processos a quase dois corpos do tipo $a+b \rightarrow c+d$. Este modelo se baseia na idéia de que na maioria dos casos as duas partículas incidentes a e b não colidem em uma colisão frontal, mas certamente em uma colisão periférica. Como uma consequência desta interação periférica, as direções originais não são muito alteradas e as partículas no estado final conservam predominan

temente as direções das partículas incidentes.

Este trabalho tem por objetivo determinar a estrutura das amplitudes de transição e as fases relativas dessas amplitudes para a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$ uma vez que a análise experimental das amplitudes desta reação ainda não tinha sido feita até então.

A determinação experimental das amplitudes que indicam as probabilidades das várias transições entre os estados iniciais e os finais referentes aos processos a quase dois corpos é muito importante para a construção de modelos que descrevam as reações entre partículas a altas energias desde que o conhecimento da estrutura dessas amplitudes de transição serve como base para testar modelos que representem estas reações.

Para os casos em que não se utilizam protons iniciais polarizados, devido às dificuldades técnicas de obtê-los, o estudo completo da análise experimental das amplitudes só é possível ser realizado para umas poucas reações pois em geral para realizar o estudo completo seria necessário fazer a determinação de um número maior de amplitudes que de grandezas mensuráveis. Entretanto, em muitos casos, é possível se fazer uma análise dependente de hipóteses que se baseiam em modelos a fim de se reduzir o número de amplitudes independentes a serem determinadas.

No estudo dos processos a quase dois corpos um método de análise dos dados experimentais é fazer uma expansão em ondas parciais para os estados de partículas envolvidas nas reações em estudo.

A expansão em ondas parciais é um tratamento rigoroso que é muito utilizado quando aplicado aos casos em que o estado

final pode ser dividido em dois sistemas fisicamente bem distintos. Em particular, isto será verdade se pelo menos um dos sistemas puder ser considerado como um sistema de spin bem definido.

O formalismo de helicidade juntamente com o uso de números quânticos invariantes facilitam o estudo de reações pela análise de ondas parciais.

A expansão infinita em ondas parciais é reduzida a uma expansão finita com um pequeno número de termos utilizando-se diversos argumentos que limitam as somas envolvidas. Dentre estes, os mais importantes, no nosso caso, são o caráter ressonante de cada um dos sistemas constituídos pelas partículas secundárias, as restrições impostas pelo uso de modelos e a conservação da paridade.

As informações sobre o valor de spin de um sistema cuja massa efetiva está nas vizinhanças da massa de um estado ressonante de valor de spin e paridade bem definidos podem ser consideradas para determinar o número de amplitudes a serem utilizadas na expansão em ondas parciais.

As reações a quase dois corpos em que há a produção de dupla ressonância têm sido estudadas em muitas experiências de colisão [1-5]. Uma reação deste tipo representada por



é a reação próton-próton que resulta na formação das ressonâncias Δ^{++} e Δ° que decaem, respectivamente, em $p\pi^{+}$ e $p\pi^{-}$. Esta reação é

aqui analisada para um momento do próton incidente de 12 GeV/c no sistema de laboratório.

Neste trabalho, fazemos uma análise de amplitudes da reação $pp \rightarrow \Delta^{++} \Delta^0$ incluindo o "background" na onda S sob a ressonância bariônica Δ^0 utilizando dados* de interações ocorridas numa câmara de bolha (de 2 m) de hidrogênio e produzidas por um feixe de prótons com um momento de 12 GeV/c, no sistema de laboratório. O feixe de prótons que incide na câmara de bolha é proveniente da colisão de prótons acelerados no protossincrotron de 28 GeV do CERN com um alvo metálico. Simultaneamente às interações ocorridas na câmara de bolha são tiradas fotografias dos traços visíveis das interações, em três posições diferentes de modo a permitir a reconstrução no espaço das interações.

Para se obter as informações que caracterizam uma experiência entre partículas que sofrem colisão numa câmara de bolha inicia-se pela procura das interações nas fotografias através da observação de detalhes, tanto no vértice da interação como também na formação dos traços visíveis. A seguir, efetuam-se medidas nas trajetórias visíveis das partículas carregadas que participam da interação. A partir disso, faz-se uma análise computacional das medidas para obter a reconstrução geométrica da trajetória no espaço e a determinação da carga e massa das partículas produzidas na interação.

Os dados obtidos das interações são representados pelo quadrivetor momento - energia (\vec{P}, E) das partículas que participam

* Agradecemos aos membros da colaboração Bonn-Hamburgo-Munique por nos ter permitido o acesso a estes dados.

da reação, ou seja, as componentes P_x , P_y , P_z e a energia E das partículas envolvidas na reação. Todo o conjunto de informações das interações pp que foram analisadas e reconstruídas geometricamente no espaço constituem os dados experimentais que serão utilizados para que possamos selecionar os eventos de interesse a serem usados neste trabalho.

Como um complemento a este trabalho nós apresentamos os elementos da matriz densidade de spin dos sistemas $(p'\pi_f^+)$ e $(p\pi^-)$ para verificar os critérios de seleção utilizados neste trabalho, comparando os nossos resultados para ρ_{ij} a 12 GeV/c com os resultados obtidos por Kayas a 8,1 GeV/c para a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$.

Apresentamos a seguir a ordem com que serão desenvolvidos os assuntos estudados neste trabalho.

No capítulo 1 apresentamos os critérios de seleção dos eventos utilizados para obtermos os dados experimentais que são usados no estudo da reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$, como também analisamos a amostra de dados que descreve a interação.

No capítulo 2 obtemos informações sobre as contribuições de spin dos sistemas $(p'\pi_f^+)$ e $(p\pi^-)$, correspondentes aos eventos selecionados para descreverem a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$, calculando para estes sistemas os valores médios $\langle D_{M,0}^I \rangle$ das funções D para os diferentes valores de I e M inteiros, a partir das respectivas distribuições angulares de decaimento. Apresentamos também os resultados obtidos pela análise em ondas parciais para os sistemas $(p'\pi_f^+)$ e $(p\pi^-)$ na reação em estudo.

No capítulo 3 fazemos a análise das amplitudes para a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$ incluindo o "background" na onda S sob a res

sonância $\Delta^0(1232)$ descrevendo o método e as hipóteses utilizadas. Apresentamos também os resultados obtidos nesta análise.

No capítulo 4 verificamos o método utilizado comparando as distribuições angulares experimentais da reação em estudo com as distribuições angulares determinadas a partir das amplitudes obtidas.

No capítulo 5 calculamos os elementos da matriz densidade de spin para os sistemas $(p'\pi_{\pm}^+)$ e $(p\pi^-)$ em diferentes intervalos do quadrado do quadrimomento transferido.

No capítulo 6 apresentamos as conclusões obtidas neste trabalho e fazemos a comparação dos nossos resultados obtidos para os elementos da matriz densidade com os da referência [6].

CAPÍTULO 1

DADOS EXPERIMENTAIS

Os dados experimentais utilizados na seleção dos eventos que representam a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$ com o sistema $(p\pi^-)$ na região de massa que inclui a ressonância $\Delta^0(1232)$ são obtidos de uma amostra constituída de 14.754 reações do tipo

$$pp \rightarrow pp \pi^+ \pi^- \quad (1.1)$$

produzidas numa câmara de bolha de hidrogênio pela colisão de um feixe de prótons com momentos de 12 GeV/c, no sistema de laboratório.

Neste processo de interação são determinados os vetores momento das partículas carregadas, cujas trajetórias são observadas. As componentes P_x , P_y e P_z são determinadas pelas medidas dos raios das curvaturas das trajetórias helicóicas descritas pelas partículas que estão submetidas a um campo magnético que atua no volume da câmara de bolha. A partir disso, é possível fazer hipóteses sobre os valores das massas atribuídas aos diferentes traços das partículas secundárias de modo a identificar as partículas envolvidas na reação. Com o momento P e a massa m da partícula pode-se obter a energia E da partícula através da expressão

$$E = \sqrt{P^2 + m^2} \quad (1.2)$$

Para obtermos dentre as hipóteses possíveis a que mais provavelmente representa a reação fazemos um ajuste com as medidas e a hipótese, usando a lei de conservação da energia e momento para todas as hipóteses admissíveis relativas às massas das partículas.

Os dados experimentais utilizados para selecionar os eventos a serem usados na análise de amplitudes são representados pelo quadrivetor (P_x, P_y, P_z, E) , isto é, consistem nos valores do momento e da energia das partículas envolvidas na reação (1.1) que satisfazem dentro do erro aceitável às leis de conservação de energia e momento.

Numa interação, as partículas secundárias podem ter sido produzidas por diferentes estados intermediários e em muitos casos conduzem ao mesmo estado final de partículas observadas. Uma dificuldade que se apresenta na separação experimental dos eventos que representam a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$ a partir das interações $pp \rightarrow pp \pi^+\pi^-$ observadas na câmara de bolha se deve ao fato das ressonâncias decaírem praticamente no ponto de produção por terem elas uma vida muito curta ($\sim 10^{-22}$ segundos). Desta forma uma ressonância não se desloca uma distância mensurável numa câmara de bolha, de modo que somente os seus produtos do decaimento são observados experimentalmente.

Neste trabalho, simbolizamos por Δ^{++} e Δ^0 as ressonâncias bariônicas de massas 1232 ± 57 MeV que decaem por interação forte através dos seguintes modos:

$$\Delta^{++} \rightarrow p\pi^+ \quad (99,4 \%) \quad (1.3)$$

$$\Delta^0 \rightarrow p\pi^- \quad (99,4 \%) \quad (1.4)$$

A aplicação de critérios de seleção ao conjunto de 14.754 reações produzidas no canal $pp \rightarrow pp \pi^+ \pi^-$ seleciona um subconjunto constituído de 1833 eventos que representam a reação



incluindo a contribuição na onda S do "background" existente sob a ressonância $\Delta^0(1232)$.

Os eventos considerados para o estudo das interações com a produção de dupla ressonância bariônica descrita pela reação (1.5), podem ser representados por



onde $(p\pi^+)$ é o sistema de partículas que representa a ressonância Δ^{++} e $(p\pi^-)$, um sistema de partículas com massa efetiva em uma região que inclui a ressonância $\Delta^0(1232)$.

As partículas finais observadas podem ser agrupadas em dois sistemas de partículas de tal modo que representamos por $M(p\pi^+)$ a massa efetiva de um sistema constituído por um próton e um méson π^+ e por $M(p\pi^-)$, a massa efetiva de um sistema composto por um próton e um méson π^- .

Uma outra dificuldade além dos diversos canais que podem contribuir para a reação (1.1) é a presença de dois prótons (representados por p_1 e p_2) fazendo com que nas distribuições da massa efetiva dos sistemas $(p\pi^+)$ e $(p\pi^-)$ entrem duas combinações por evento. Portanto, mesmo que a reação (1.1) ocorra totalmente

por intermédio da produção da ressonância Δ^{++} a distribuição de massa efetiva do sistema $(p\pi^+)$ teria ainda muitas combinações fora da região de massa do Δ^{++} , desde que somente o próton que teve origem no decaimento do Δ^{++} dá, ao se associar com o méson π^+ , uma massa efetiva na região de formação do Δ^{++} , enquanto que a massa efetiva do sistema constituído do méson π^+ com o outro próton pode ter um valor qualquer dentro dos limites cinematicamente permitidos.

Para obter o subconjunto dos eventos selecionados para o estudo da interação descrita pela reação (1.5) utilizamos critérios de seleção de eventos que têm por objetivo eliminar da amostra representada pela reação (1.1) os eventos que não sejam os da reação (1.6).

No caso de reações do tipo (1.6) em que aparecem dois prótons no estado final verificamos que podemos ter duas combinações possíveis do próton com o pion π^+ para formar o sistema $(p\pi^+)$.

Para cada reação incluída no canal (1.1) só será escolhido um dos prótons finais, ou seja, aquele cuja combinação com o π^+ apresente a menor massa efetiva para o sistema $(p\pi^+)$ (no limiar de formação da ressonância Δ^{++}). Portanto, concluímos que as possíveis combinações de associação das diferentes partículas secundárias da interação podem se restringir a uma única possibilidade para a formação dos sistemas $(p\pi^+)$ e $(p\pi^-)$, na reação (1.6)

$$pp \rightarrow (p'\pi^+)(p\pi^-) \quad (1.7)$$

onde p' representa entre os dois prótons finais aquele que ao se associar com o π^+ forme o sistema que apresente a menor massa efetiva $M(p\pi^+)$.

Em geral, os dois prótons finais e o méson π^+ de cada um dos eventos representativos do canal (1.1) podem formar tanto sistemas $(p'\pi^+)$ com massas efetivas na região de formação do Δ^{++} como também podem formar sistemas $(p\pi^+)$ cujas distribuições de massa podem resultar de associações ao acaso do outro próton com o méson π^+ permitidas simplesmente pelas leis de conservação. As massas efetivas de todos esses sistemas estão distribuídas entre os limites estabelecidos pela conservação da energia, isto é, com valores variando de um mínimo em $M(p\pi^+) = M_p + M_{\pi^+}$ a um máximo em $M(p\pi^+) = W - (M_p + M_{\pi^-})$, onde M_p e M_{π^+} representam, respectivamente, a massa de um próton e de um méson π^+ , W é a energia no SCM para a reação (1.6) e M_{π^-} é a massa de um méson π^- , sugerindo que só devemos considerar os prótons p' que ao se associarem com o méson π^+ formem um sistema $(p'\pi^+)$ cuja distribuição de massa efetiva apresente um máximo na região de massa de formação da ressonância Δ^{++} , ou seja, na região de massa próxima do valor mínimo permitido para o espectro de massa do sistema formado por todas as combinações de cada um dos prótons finais com o méson π^+ produzido na reação (1.1).

É um fato conhecido que em reações do tipo (1.5), o caráter periférico destas é tal que no SCM há uma forte preferência para que cada uma das ressonâncias bariônicas sejam emitidas nas direções de cada um dos barions incidentes, portanto só são de interesse os eventos cujos sistemas $(p'\pi^+)$ e $(p\pi^-)$ sejam espalhados

periféricamente ao serem emitidos em direções opostas no SCM da reação (1.6).

Se os eventos considerados para a reação $pp \rightarrow (p'\pi^+)(p\pi^-)$ forem selecionados sem a restrição de que cada um dos sistemas $(p'\pi^+)$ e $(p\pi^-)$ seja emitido na direção e sentido de um dos prótons incidentes, representados por p_i , então o sistema $(p'\pi^+)$ pode estar associado a qualquer um dos prótons incidentes p_i permitindo, portanto, dois possíveis valores para o quadrado do quadrimomento transferido $t(p_i, p'\pi^+)$.

Representando por $t_1(p_i, p'\pi^+)$ o quadrado do quadrimomento transferido do "feixe" ao sistema $(p'\pi^+)$ e por $t_2(p_i, p'\pi^+)$ o quadrado do quadrimomento transferido do "alvo" para o sistema $(p'\pi^+)$ podemos associar o sistema $(p'\pi^+)$ de uma única forma com um dos prótons incidentes considerando somente eventos que possuam o menor destes dois valores de t , isto é, $t = t_1$ se $t_1 < t_2$ ou $t = t_2$ se $t_2 < t_1$. Desta forma, os eventos selecionados correspondem a sistemas $(p'\pi^+)$ que se formam na direção do próton "feixe" ou na direção do próton "alvo" satisfazendo a condição de que ao ocorrer um evento os sistemas de partículas $(p'\pi^+)$ e $(p\pi^-)$ sejam emitidos de modo que cada um se forme na direção e sentido do movimento de uma das partículas incidentes no SCM.

Para assegurar que os dados experimentais escolhidos sejam de eventos em que os quadrados dos quadrimomentos transferidos $t(p_i, p'\pi^+)$ sejam pequenos selecionamos somente os eventos que possuam pequenos valores de t , isto é, os eventos que satisfaçam a condição dos valores de $t(p_i, p'\pi^+)$ serem menores que $0,5 \text{ GeV}^2$.

É um fato bem conhecido que os processos

$$pp \rightarrow (p\pi^+\pi^-) p \quad (1.8)$$

$$pp \rightarrow p(p\pi^+\pi^-) \quad (1.9)$$

em que há dissociação difrativa do "feixe" ou do "alvo", também desempenham um papel importante na reação (1.1) com quatro corpos no estado final [7,9].

Uma dificuldade é portanto a sobreposição ("overlap") da reação (1.6), em estudo, com os processos difrativos acima citados que têm grande probabilidade de ocorrer quando a massa efetiva do sistema $(p\pi^+\pi^-)$ é pequena. A partir disso concluímos que é importante considerar as possíveis sobreposições da reação de dissociação difrativa com a reação de produção de dupla ressonância bariônica (Δ^{++} e Δ^0) e separar da amostra de dados que representam a reação (1.1), os eventos do processo difrativo descrito pelas reações (1.8) e (1.9).

Para separar da amostra de dados representada pela reação (1.1) os eventos representados pelas reações (1.8) e (1.9) do processo de dissociação difrativa, consideramos somente as interações em que o pion π^+ componente do sistema de partículas $(p'\pi^+)$ é emitido para frente no referencial de repouso do $(p'\pi^+)$ descrito no sistema de coordenadas de helicidade (SH)-(definição vide Apêndice A), pois no decaimento com conservação de paridade para estado de spin e paridade única temos que [10]

$$I(\theta, \varphi) = I(\pi - \theta, \pi + \varphi) \quad (1.10)$$

ou seja, uma relação de simetria que expressa o fato que a distribuição angular dos pions π^+ , no SH do $(p'\pi^+)$, que são emitidos no hemisfério para frente é igual a distribuição angular dos pions π^+ que são emitidos no hemisfério para trás no processo de decaimento da ressonância Δ^{++} .

Os pions π^+ emitidos no hemisfério para frente no SH do $(p'\pi^+)$ correspondem a grandes massas efetivas $M(p\pi^+\pi^-)$ no sistema difrativo $(p\pi^+\pi^-)$, ou seja, neste caso o pion π^+ é emitido em sentido oposto ao do sistema $(p\pi^-)$ enquanto que as massas efetivas $M(p\pi^+\pi^-)$ que correspondem aos pions π^+ emitidos no hemisfério para trás no SH do sistema $(p'\pi^+)$ apresentam pequenos valores. Neste caso, o méson π^+ seria emitido no mesmo sentido do sistema $(p\pi^-)$. Com a finalidade de eliminar a contaminação da amostra pelos processos difrativos (1.8) e (1.9) consideraremos somente os eventos em que os pions π^+ vão para a frente no SH do $(p'\pi^+)$, pois são estes casos que irão corresponder aos processos difrativos pouco prováveis em que os sistemas $(p\pi^+\pi^-)$ possuem grande massa. Se o pion π^+ estivesse no mesmo sentido do $(p\pi^-)$ a este caso corresponderia uma $M(p\pi^+\pi^-)$ pequena havendo grande chance deste méson π^+ ser proveniente do processo difrativo (1.8) ou (1.9). Assim, excluimos os eventos que correspondem a $M(p\pi^+\pi^-)$ pequena que têm grande probabilidade de serem originados no processo difrativo descrito pelas reações (1.8) e (1.9).

Ao selecionarmos os eventos por escolher dentre os pions π^+ só aqueles que são emitidos para a frente no SH do $(p'\pi^+)$ nós reduzimos a distribuição angular experimental $T(\theta)$ à metade.

Por causa da simetria na distribuição angular do decai-

mento com conservação de paridade para um estado de spin e paridade única citada anteriormente, podemos reconstruir o que foi eliminado na distribuição angular. Desde que no SH do sistema $(p'\pi^+)$, o decaimento Δ^{++} tem simetria no espaço em relação a θ nós obtemos a outra metade de $I(\theta)$ que, devido à simetria, é idêntica à metade da distribuição angular em θ que foi obtida após o critério de seleção que excluiu os π^+ que foram emitidos para trás no SH dos $(p'\pi^+)$.

Os sistemas $(p'\pi^+)$ correspondentes aos eventos selecionados para descreverem a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$ serão representados daqui por diante por $(p'\pi_f^+)$.

Para reforçar o critério de seleção dos dados experimentais que representam a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$ é conveniente considerar somente os eventos que correspondam aos sistemas $(p\pi^-)$ cujas massas efetivas estejam na região de formação da ressonância Δ^0 .

De modo a evitar combinações inconvenientes de um próton com um méson π^- , correspondentes aos eventos cujos sistemas $(p\pi^-)$ são produzidos com uma alta massa efetiva $M(p\pi^-)$ nós imponhamos a restrição de que a massa $M(p\pi^-)$ seja menor que 1,6 GeV.

Os critérios de seleção utilizados na escolha dos eventos correspondentes às interações próton-próton que ocorrem com a produção de dupla ressonância bariônica $\Delta^{++}(1232)$ e $\Delta^0(1232)$ podem ser resumidos da seguinte forma:

- 1º) das duas possíveis combinações de associação dos diferentes prótons secundários da reação $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ com o méson π^+ para formar o sistema $(p\pi^+)$, correspondente à ressonância Δ^{++} , só selecionamos a combinação de menor massa efetiva, portanto ,

$pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ como para os eventos da amostra selecionada pelos critérios de seleção.

Na fig. 1.1, pode-se observar com clareza a presença do pico representativo da ressonância bariônica $\Delta^{++}(1232)$ para todos os eventos da reação $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$. A região achuriada deste histograma representa a distribuição de massa para os eventos selecionados segundo os critérios de seleção apresentados.

Na fig. 1.2, observa-se não só o pico representativo da ressonância $\Delta^0(1232)$ como também indicações das ressonâncias $N^0(1535)$ e $\Delta^0(1620)$, com decaimentos através dos seguintes modos:

$$N^0(1535) \rightarrow (p\pi^-) \quad (26\%)$$

$$\Delta^0(1620) \rightarrow (p\pi^-) \quad (10\%)$$

para todos os eventos da reação $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$.

Os estados $N^0(1535)$ e $\Delta^0(1620)$ são produzidos na reação $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ predominantemente em associação com a produção da ressonância $\Delta^{++}(1232)$ num dos vértices.

A região achuriada deste histograma até 1,6 GeV representa os eventos que satisfazem os critérios de seleção apresentados anteriormente. Neste espectro de massa pode-se observar os picos representativos das ressonâncias $\Delta^0(1232)$ e $N^0(1535)$. Observa-se ainda um prolongamento (histograma tracejado) que complementa a distribuição de massa efetiva do sistema $(p\pi^-)$, para os eventos selecionados por todos os critérios anteriormente apresentados exceto a restrição $M(p\pi^-) < 1,6$ GeV. Essa distribui-

dos dois prótons secundários só será escolhido aquele que ao se associar com o méson π^+ forme o sistema de menor massa efetiva: $M(p'\pi^+)$.

- 2º) Para associar de uma única forma o sistema $(p'\pi^+)$ com um dos prótons iniciais escolhemos somente os sistemas $(p'\pi^+)$ que possuam o menor dos quadrimomentos transferidos entre um dos prótons iniciais e o sistema $(p'\pi^+)$. Para garantir a transferência de pequenos quadrimomentos impomos a limitação $t' < 0,5 \text{ GeV}^2$.

$$t' = \text{MIN}(t_1, t_2) < 0,5 \text{ GeV}^2$$

onde por $\text{MIN}(t_1, t_2)$ representamos o menor dos quadrimomentos transferidos quando comparamos $t_1 = t[\text{"feixe"}, (p\pi^+)]$ com $t_2 = t[\text{"alvo"}, (p\pi^+)]$.

- 3º) Para eliminarmos eventos com $M(p\pi^+\pi^-)$ pequena que, provavelmente, se originam na reação difrativa selecionamos somente os eventos em que o méson π^+ vai para a frente no sistema de helicidade do $(p\pi^+)$.
- 4º) De modo a remover eventos que correspondam a combinações $(p\pi^-)$ com uma alta massa efetiva, $M(p\pi^-)$, impomos a restrição que $M(p\pi^-) < 1,6 \text{ GeV}$.

Para testar a pureza da amostra de dados experimentais correspondentes aos eventos selecionados, para representarem a reação considerada, construímos as distribuições das massas efetivas $M(p\pi^+)$, $M(p\pi^-)$ e $M(\pi^+\pi^-)$ que são apresentadas nas Figs. 1.1, 1.2 e 1.3, respectivamente, tanto para todos os eventos da reação

ção de massa na região $M(p\pi^-) \geq 1,6$ GeV evidencia a presença da ressonância $\Delta^0(1620)$.

O sistema $(p\pi^+)$ é dominado pela produção da ressonância $\Delta^{++}(1232)$ enquanto que no sistema $(p\pi^-)$ a ressonância $\Delta^0(1232)$ é produzida com uma certa predominância em relação à produção da ressonância $N^0(1535)$ que também ocorre para os eventos da amostra selecionada.

O "background" abaixo da ressonância $\Delta^{++}(1232)$ é pequeno (aproximadamente de 3%) e pode ser considerado desprezível. No entanto, no caso da ressonância Δ^0 , precisamos incluir o "background" sob a ressonância bariônica $\Delta^0(1232)$ devido à contribuição das ressonâncias $N^0(1535)$ e $\Delta^0(1620)$.

Na fig. 1.3 não se observa a presença dos picos representativos das ressonâncias $\rho^0(770)$ e $f^0(1270)$ na distribuição de massa efetiva $M(\pi^+\pi^-)$ das combinações $(\pi^+\pi^-)$ obtidas com todos os eventos da reação $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$.

A região achuriada deste histograma (fig. 1.3) representa a massa efetiva do sistema $(\pi^+\pi^-)$ cujos eventos satisfazem aos critérios de seleção apresentados anteriormente. Nesta distribuição de massa $M(\pi^+\pi^-)$ não se observou nenhum sinal indicativo das ressonâncias $\rho^0(770)$ e $f^0(1270)$.

O espectro de massa efetiva dos sistemas $(\pi^+\pi^-)$ para os eventos selecionados está dentro das flutuações estatísticas sem estrutura.

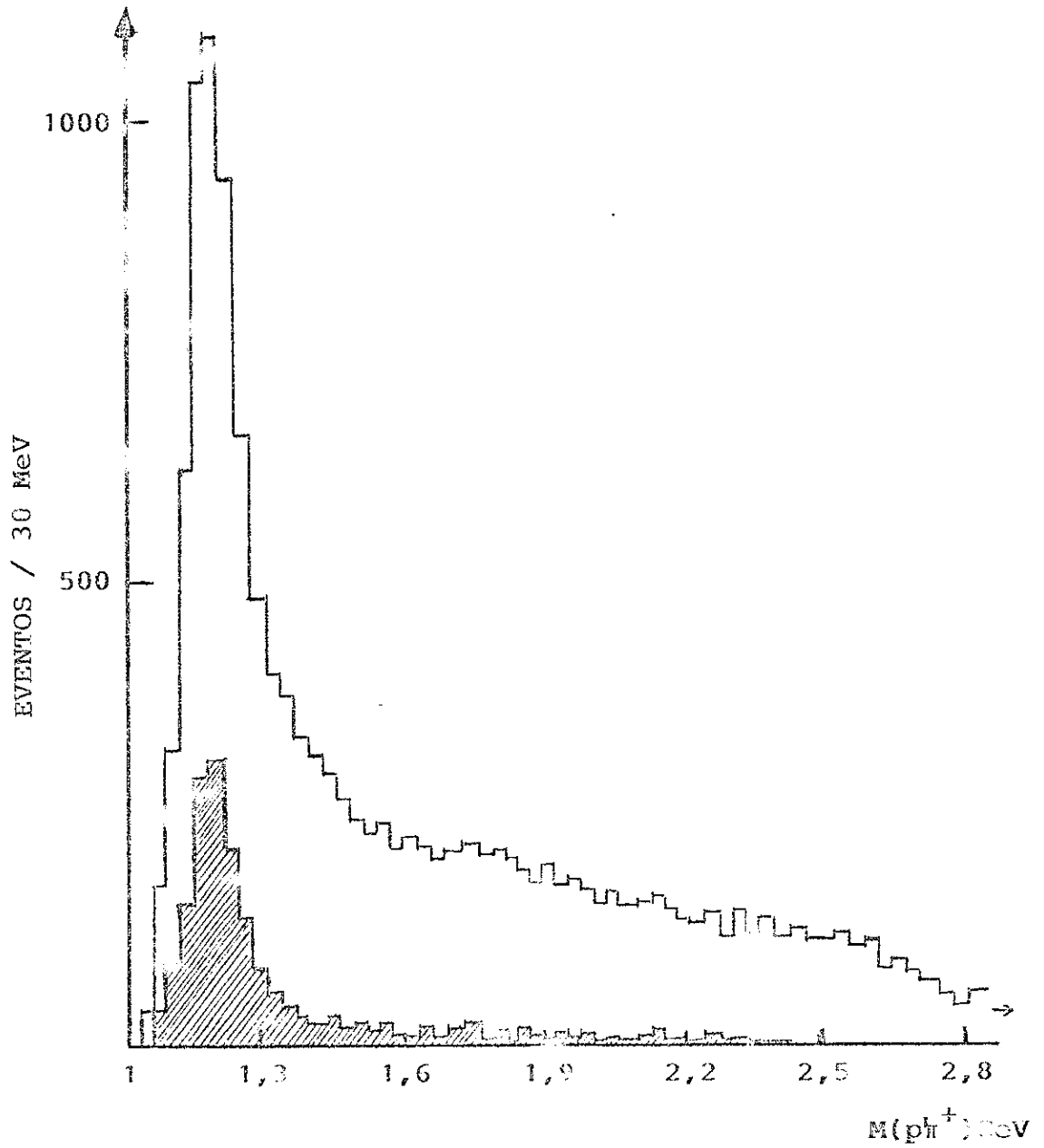


Fig. 1.1

Distribuição de massa do sistema $(p\pi^+)$. O histograma tracejado representa a distribuição de massa do sistema $(p^+\pi^-)$.

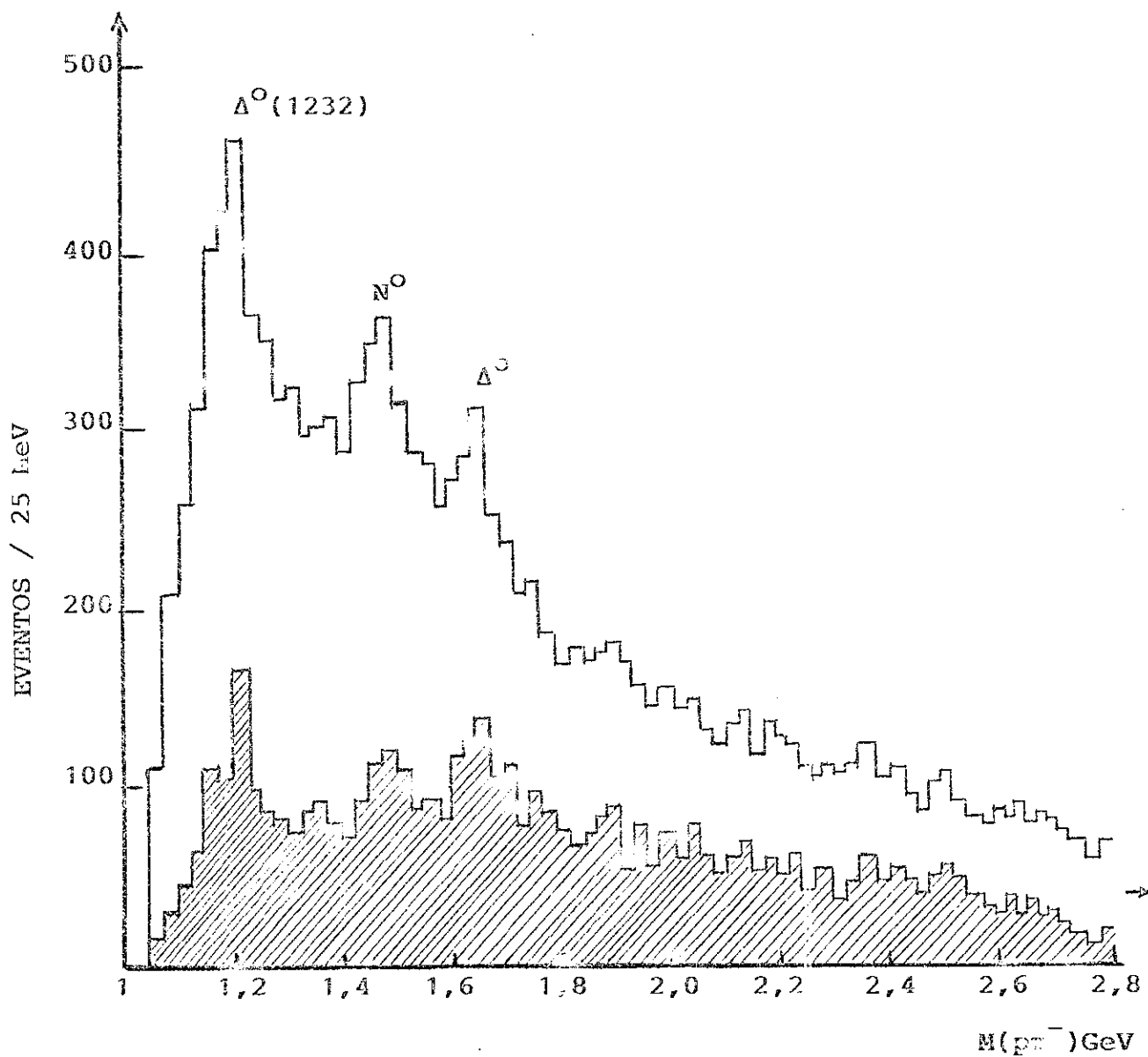


Fig. 1.2

Distribuição de massa do sistema $(p\pi^-)$. O histograma tracejado representa a distribuição de massa do sistema $(p\pi^-)$ obtido segundo os critérios de seleção utilizados neste trabalho com exceção da restrição $M(p\pi^-) < 1,6$ GeV .

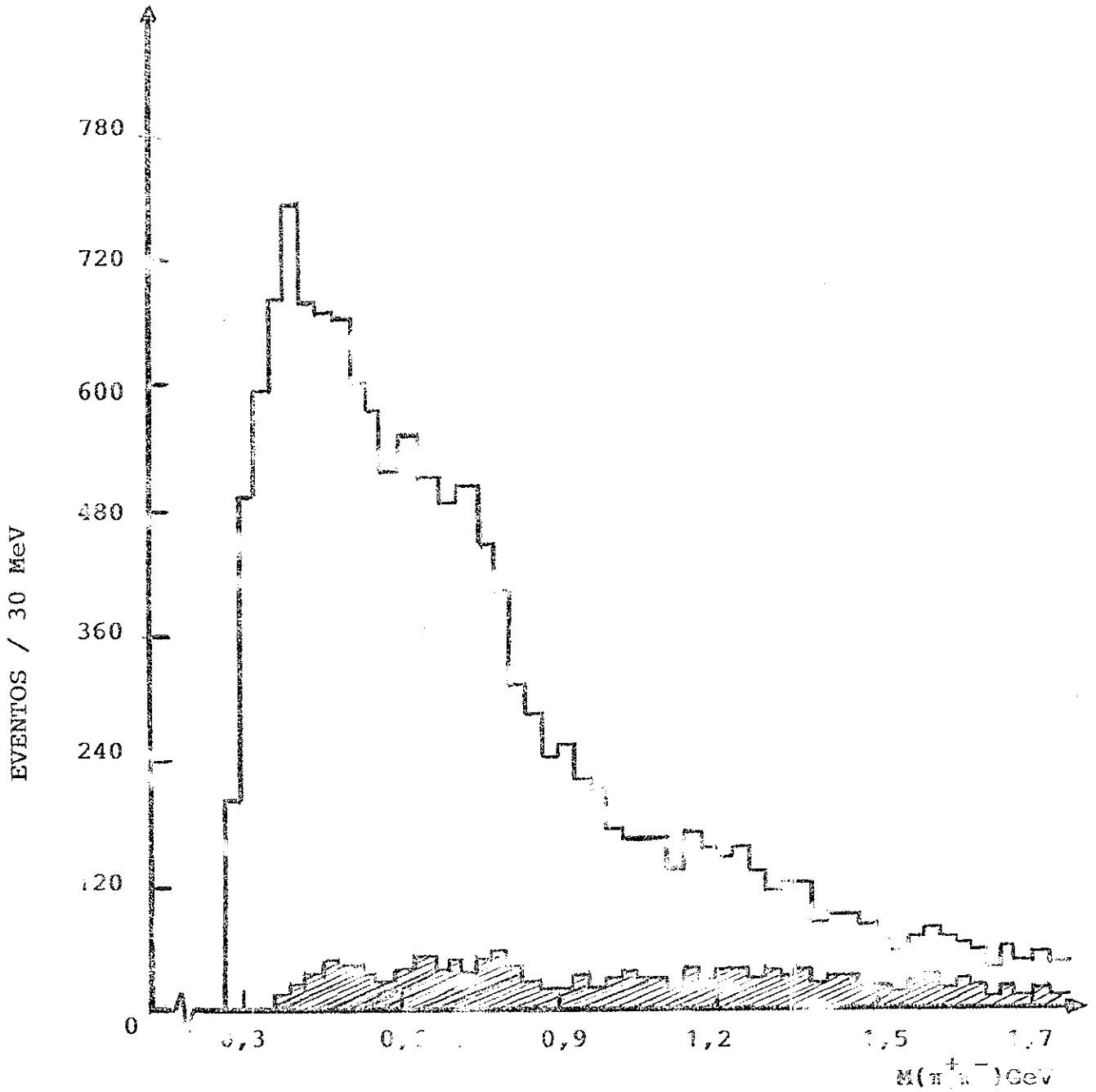


Fig. 1.3

Distribuição de massa do sistema ($\pi^+\pi^-$). O histograma tracejado representa a distribuição de massa do sistema ($\pi^+\pi^-$) usando os eventos selecionados neste trabalho.

Para ilustrar os processos inelásticos periféricos a altas energias nós mostramos esquematicamente nas figs. 1.4a-f os diagramas correspondentes a alguns possíveis estados intermediários através dos quais evoluem as reações que são observadas no estado final como interações do tipo $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$.

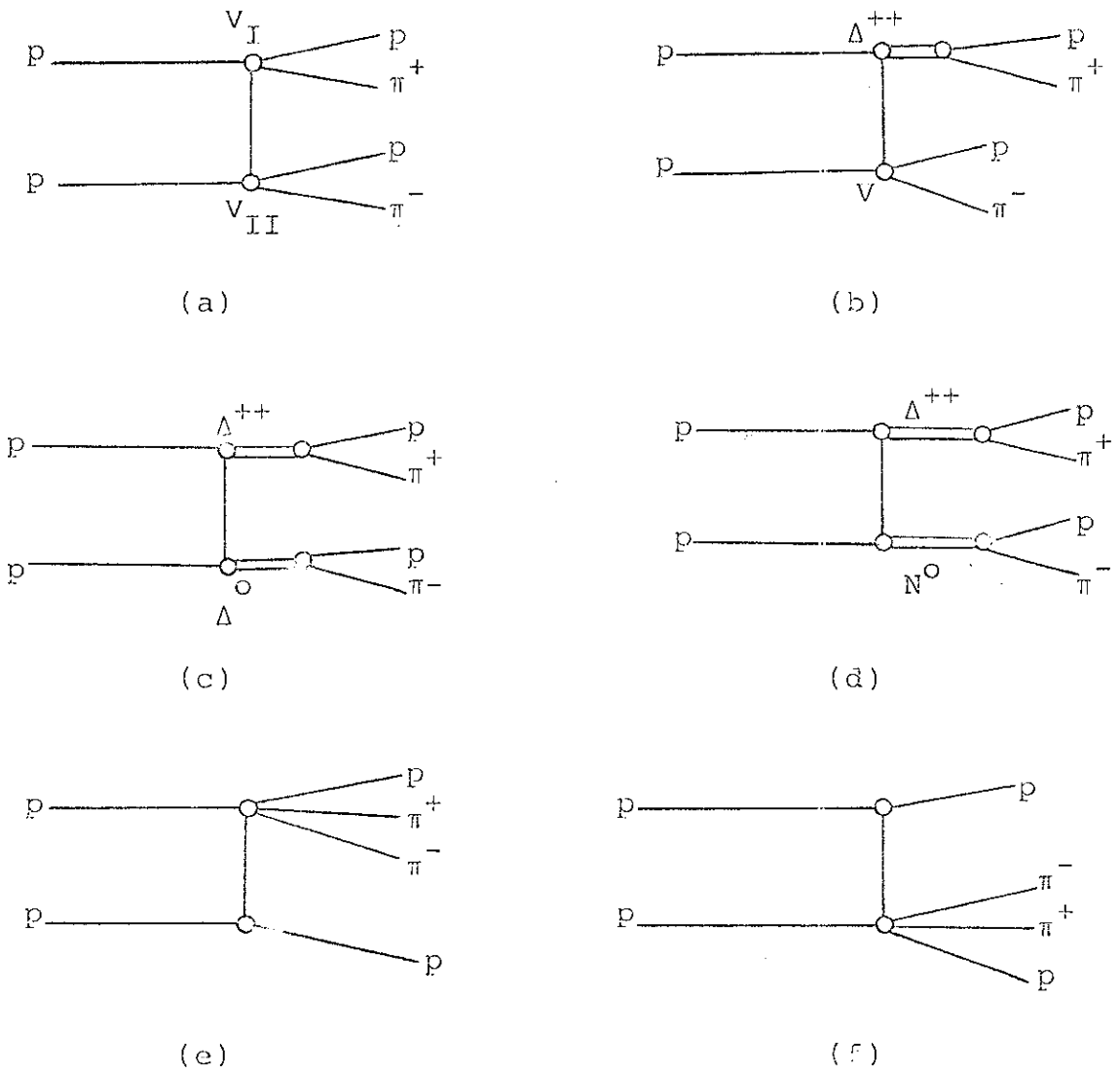


Fig. 1.4 - Diagramas correspondentes às reações: (a) $pp \rightarrow (p\pi^+)(p\pi^-)$, (b) $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$, (c) $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$, (d) $pp \rightarrow \Delta^{++}N^0$, (e) $pp \rightarrow (p\pi^+\pi^-)p$ e (f) $pp \rightarrow p(p\pi^+\pi^-)$.

Na fig. 1.4a os sistemas $(p\pi^+)$ e $(p\pi^-)$ são produzidos, respectivamente, nos vértices V_I e V_{II} no processo em que dois prótons são excitados ao colidirem a alta energia, enquanto que na fig. 1.4b se observa a produção da ressonância bariônica Δ^{++} em um vértice e a formação do sistema $(p\pi^-)$ no outro vértice V .

A fig. 1.4c corresponde à produção de dupla ressonância bariônica delta em que se observa o Δ^{++} produzido em um vértice e o Δ^0 no outro vértice, enquanto que na fig. 1.4d a produção de dupla ressonância bariônica ocorre com um Δ^{++} produzido em um vértice e uma ressonância nucleon N^0 no outro vértice.

Na fig. 1.4e apresentamos a reação de dissociação difrativa $pp \rightarrow (p\pi^+\pi^-)p$, a altas energias, que ocorre com a dissociação de um próton em um sistema $(p\pi^+\pi^-)$ em um vértice com um próton de recuo no outro vértice (dissociação difrativa do feixe) e, finalmente, na fig. 1.4f a reação em que o sistema $(p\pi^+\pi^-)$ é produzido pela dissociação difrativa do alvo no vértice dissociativo com um próton no outro vértice.

CAPÍTULO 2

ANÁLISE DE ONDAS PARCIAIS NOS SISTEMAS $(p^+ \pi_f^+)$ e $(p\pi^-)$ SELECIONADOS PARA REPRESENTAR $\Delta^{++}(1232)$ e $\Delta^0(1232)$

A distribuição angular dos produtos de decaimento de uma ressonância está relacionada ao spin dessa ressonância de tal modo que esta distribuição angular pode ser utilizada para indicar o spin da ressonância.

A expressão geral para a distribuição angular das partículas de um sistema de spin arbitrário pode ser obtida e a função $I(\theta, \varphi)$, que descreve essa distribuição angular, pode ser representada em termos de funções que constituem um sistema completo de funções angulares, onde θ e φ são, respectivamente, os ângulos polar e azimutal de uma das partículas resultantes do decaimento no referencial de repouso do sistema.

Desta forma, podemos utilizar um método independente do conhecimento do mecanismo físico do processo de decaimento para obter o estado de spin de um sistema de partículas que representa uma ressonância conhecendo a expressão da distribuição angular destas partículas. A distribuição angular obtida a partir dos dados experimentais possibilita a obtenção dos possíveis estados de spin dos sistemas da amostra selecionada.

Nas reações a quase dois corpos do tipo $p + p \rightarrow c + d$, onde c e d são ressonâncias que decaem por interação forte

($c \rightarrow (p + \pi^+)$ e $\bar{d} \rightarrow (p + \pi^-)$), diversos estados intermediários distintos representados por c (ou \bar{d}) que possuem diferentes spins e paridades podem ser produzidos.

Os sistemas ($p'\pi_f^+$) e ($p\pi^-$) correspondentes aos eventos da amostra selecionada para representar a reação (1.5), tanto podem estar em um estado puro de spin como em uma mistura de estados de spin.

Para se estudar a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0(1232)$ utilizamos as distribuições angulares experimentais das partículas de cada um dos sistemas ressonantes selecionados, obtidas tanto para o sistema ($p'\pi_f^+$) que representa a ressonância $\Delta^{++}(1232)$ com um "background" desprezível, como também para o sistema ($p\pi^-$) que representa a ressonância $\Delta^0(1232)$ com um "background" que não é desprezível.

A expressão da distribuição angular $I(\theta, \varphi)$, no caso de um sistema ressonante de spin desconhecido que decai em duas partículas pode ser obtida escrevendo a distribuição angular $I(\theta, \varphi)$ como uma combinação linear das funções de rotação $D_{MO}^I(\theta, \varphi)$, onde I e M são inteiros e $M = -I \dots I$, uma vez que estas funções formam um sistema completo. Deste modo, esta distribuição angular no referencial de repouso do sistema pode ser representada da seguinte forma (ver Apêndice E):

$$I(\theta, \varphi) = \sum_{I, M} \frac{2I+1}{4\pi} \langle D_{MO}^I \rangle^* D_{MO}^I(\theta, \varphi) \quad (2.1)$$

onde

$$\langle D_{MO}^I \rangle = \int I(\theta, \varphi) D_{MO}^I(\theta, \varphi) d(\cos\theta) d\varphi \quad (2.2)$$

são os coeficientes da expansão denominados como momentos da distribuição angular de decaimento. Estes momentos da distribuição angular são os valores esperados das funções D para diferentes valores de I e M.

Na prática, a integral (2.2) das funções de rotação sobre a distribuição angular é substituída pela média dos valores obtidos destas funções para os dados experimentais θ_i e φ_i correspondentes aos eventos selecionados para a reação em estudo

$$\langle D_{MO}^I \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_{MO}^I(\theta_i, \varphi_i) \quad (2.3)$$

onde o somatório da expressão acima é considerado sobre todos os eventos experimentais i selecionados para descreverem a reação $pp \rightarrow (p'\pi_f^+)(p\pi^-)$ com o sistema $(p'\pi_f^+)$ representando a ressonância bariônica $\Delta^{++}(1232)$ e o sistema $(p\pi^-)$ em uma região de massa que inclui a ressonância bariônica $\Delta^0(1232)$. Os ângulos θ_i e φ_i , representam para o decaimento do sistema $(p'\pi_f^+)$, os ângulos polar e azimutal do méson π_f^+ no referencial de repouso do sistema $(p'\pi_f^+)$ e para o decaimento dos sistemas $(p\pi^-)$, com massa efetiva na região de massa que inclui a ressonância $\Delta^0(1232)$, os ângulos polar e azimutal do méson π^- no referencial de repouso do sistema $(p\pi^-)$. Definições do sistema de coordenadas e dos analisadores usados no referencial de repouso de cada um dos sistemas ressonantes são apresentadas no Apêndice A.

Quando um conjunto de sistemas de partículas é constituído de uma série de estados de mesma paridade, a distribuição angular satisfaz a seguinte condição [10]:

$$I(\theta, \varphi) = I(\pi - \theta, \pi + \varphi) \quad (2.4)$$

Um caso particular em que se pode aplicar a condição acima (eq. 2.4) é quando o conjunto de sistemas é constituído de uma série de estados com os mesmos valores de spin e paridade.

Usando a expressão da distribuição angular $I(\theta, \varphi)$, representada por uma combinação linear das funções de rotação $D_{MO}^I(\theta, \varphi)$ e impondo a relação de simetria $I(\theta, \varphi) = I(\pi - \theta, \pi + \varphi)$, obtemos uma relação entre os valores esperados das funções D:

$$I(\theta, \varphi) = \sum_{I, M} \frac{2I+1}{4\pi} \langle D_{MO}^I \rangle^* D_{MO}^I(\pi - \theta, \pi + \varphi) \quad (2.5)$$

Usando a propriedade das funções de rotação [11]

$$D_{M,0}^I(\pi - \theta, \pi + \varphi) = (-1)^I D_{M,0}^I(\theta, \varphi) \quad (2.6)$$

na eq.(2.5) temos:

$$I(\theta, \varphi) = \sum_{I, M} \frac{2I+1}{4\pi} (-1)^I \langle D_{M,0}^I \rangle^* D_{M,0}^I(\theta, \varphi) \quad (2.7)$$

Comparando a eq.(2.7) com a eq.(2.1), obtemos:

$$\langle D_{M,0}^I \rangle = (-1)^I \langle D_{M,0}^I \rangle \quad (2.8)$$

Portanto, podemos concluir que:

$$\langle D_{M,0}^I \rangle = 0 \quad (2.9)$$

para valores ímpares de I.

As funções de rotação $D_{M,0}^I(\theta, \varphi)$ estão relacionadas com as funções harmônicas esféricas $Y_M^I(\theta, \varphi)$ através da seguinte relação (ver Apêndice E):

$$D_{M,0}^I(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{4\pi}{2I+1}} Y_M^I(\theta, \varphi) \quad (2.10)$$

Uma outra representação para a distribuição angular $I(\theta, \varphi)$ pode ser obtida transformando a expansão da eq.(2.1) em uma série de funções $Y_M^I(\theta, \varphi)$. Assim, substituindo a eq.(2.10) na eq.(2.1) podemos escrever:

$$I(\theta, \varphi) = \sum_{I,M} (-1)^M \langle Y_M^I \rangle Y_{-M}^I(\theta, \varphi) \quad (2.11)$$

onde

$$\langle Y_M^I \rangle = \int I(\theta, \varphi) Y_M^I(\theta, \varphi) d(\cos\theta) d\varphi \quad (2.12)$$

são os valores esperados das funções Y_M^I para as diversas distribuições angulares [12].

Teoricamente os valores esperados das funções Y_M^I são definidos como integrais das funções harmônicas esféricas sobre as distribuições angulares, enquanto que experimentalmente temos:

$$\langle Y_M^I \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_M^I(\theta_i, \varphi_i) \quad (2.13)$$

que representam os valores esperados das funções $Y_M^I(\theta_i, \varphi_i)$ para os dados experimentais θ_i, φ_i correspondentes aos eventos selecionados para a reação em estudo.

As informações sobre os estados de spin e paridade de cada um dos sistemas $(p'\pi_f^+)$ e $(p\pi^-)$ que decaem por interação forte podem ser obtidas usando um método experimental que utiliza os dados da distribuição angular de cada decaimento, para determinar os diferentes momentos da distribuição angular de decaimento. Representando a distribuição angular das partículas resultantes do decaimento como uma combinação linear das funções de rotação $D_{M,0}^I(\theta, \varphi)$ temos que o grau de complexidade da distribuição angular é descrito pelo maior valor de I que está presente na expressão da distribuição angular $I(\theta, \varphi)$.

Usando a expressão da distribuição angular de decaimento de um sistema de partículas num estado ressonante de spin J e considerando que a paridade se conserva no decaimento, podemos obter uma relação [12-16] que assegura a existência de uma limitação sobre o grau de complexidade da distribuição angular dos produtos do decaimento no referencial de repouso do sistema. A limitação se baseia na condição obtida [12-16] que garante que $\langle D_{M,0}^I \rangle = 0$ para $I > 2J$.

A distribuição angular de decaimento de um sistema de partículas num estado ressonante de spin-paridade J^P tem uma expansão nos momentos das funções de rotação $D_{M,0}^I(\theta, \varphi)$ representada pela eq.(2.1), onde a soma sobre I pode se estender desde 0 até $I_{\text{máx}}$, onde $I_{\text{máx}}$ é um número par menor que $2J$ para sistemas bariônicos ($I_{\text{máx}} = 2J-1$) e um número par igual a $2J$ para sistemas mesônicos ($I_{\text{máx}} = 2J$).

Assim, para a distribuição angular $I(\theta, \varphi)$ existem apenas alguns momentos $\langle D_{M,0}^I \rangle$ não nulos onde $M = -I, \dots$ e $I = 0, 1, 2, \dots, 2J$, desde que os $\langle D_{M,0}^I \rangle$ para $I > 2J$ são nulos.

As informações das contribuições de spin e paridade dos estados intermediários da reação $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ são obtidas analisando os momentos $\langle D_{M,0}^I \rangle [\propto \langle Y_M^I \rangle]$ que foram calculados para diversos valores de I a partir das distribuições angulares de decaimento dos sistemas $(p'\pi_f^+)$ e $(p\pi^-)$. Uma vez que a paridade é conservada no decaimento, os $\langle D_{M,0}^I \rangle$ com valores pares de I podem ser determinados, enquanto que os $\langle D_{M,0}^I \rangle$ se anulam para valores ímpares de I . Os $\langle D_{M,0}^I \rangle$ com I ímpar só podem ser diferentes de zero se a ressonância que decai interfere com uma outra ressonância (ou com o "background") de paridade oposta.

Apresentamos nas figs. 2.1 e 2.2 os valores experimentais esperados das funções D para estudar as respectivas contribuições dos estados de spin dos sistemas $(p\pi^-)$ e $(p'\pi_f^+)$ da amostra de dados experimentais selecionados para representarem a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$ com o sistema $(p\pi^-)$ em uma região de massa que inclui a ressonância bariônica $\Delta^0(1232)$.

Para o sistema $(p\pi^-)$ podemos verificar na fig. 2.1 que os valores experimentais esperados das funções de rotação D para $I = 0, 1, 2$ são significativamente diferentes de zero. Os valores experimentais restantes para $I \geq 3$ não apresentam um desvio do valor zero que seja significativo e são considerados desprezíveis, sugerindo que o sistema $(p\pi^-)$ é uma mistura de estados puros de diferentes valores de spin e paridade.

Para o sistema $(p'\pi_f^+)$ podemos verificar na fig. 2.2 que

somente os valores experimentais de $\langle D_{M,0}^I \rangle$ com $I = 0, 2$ são significativamente diferentes de zero. Este resultado é compatível com a suposição de que o sistema $(p'\pi_f^+)$ representa uma ressonância pura e que portanto o sistema $(p'\pi_f^+)$ está em um único estado de spin bem definido.

Um dos problemas que se apresenta na análise em ondas parciais de uma reação a quase dois corpos é a procura de um conjunto de estados que represente adequadamente cada um dos sistemas envolvidos no processo.

Para escolher as ondas parciais que estão presentes em cada um dos sistemas $(p'\pi_f^+)$ e $(p\pi^-)$ da reação $pp \rightarrow (p'\pi_f^+)(p\pi^-)$ nós nos orientamos pelo exame das distribuições de massa efetiva e pelas conclusões obtidas a partir da análise dos momentos da distribuição angular de decaimento.

No sistema $(p\pi^-)$ todos os $\langle D_{M,0}^I \rangle$ com $I > 2$ não apresentam desvios significativos a partir do zero, logo podemos concluir que os estados de spin $J \geq 5/2$ não estão presentes no sistema $(p\pi^-)$. Neste caso, o sistema $(p\pi^-)$ está somente nos estados de spin com $J = \frac{1}{2}$ e $J = \frac{3}{2}$.

$$\text{Sistema } (p\pi^-) \left\{ \begin{array}{l} J = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} L = 0 \quad J^P = \frac{1}{2}^- \quad I = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \\ L = 1 \quad J^P = \frac{1}{2}^+ \quad I = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \end{array} \right. \\ J = \frac{3}{2} \left\{ \begin{array}{l} L = 1 \quad J^P = \frac{3}{2}^+ \quad I = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \\ L = 2 \quad J^P = \frac{3}{2}^- \quad I = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

onde I e L são, respectivamente, o isospin e o momento angular orbital do sistema $(p\pi^-)$.

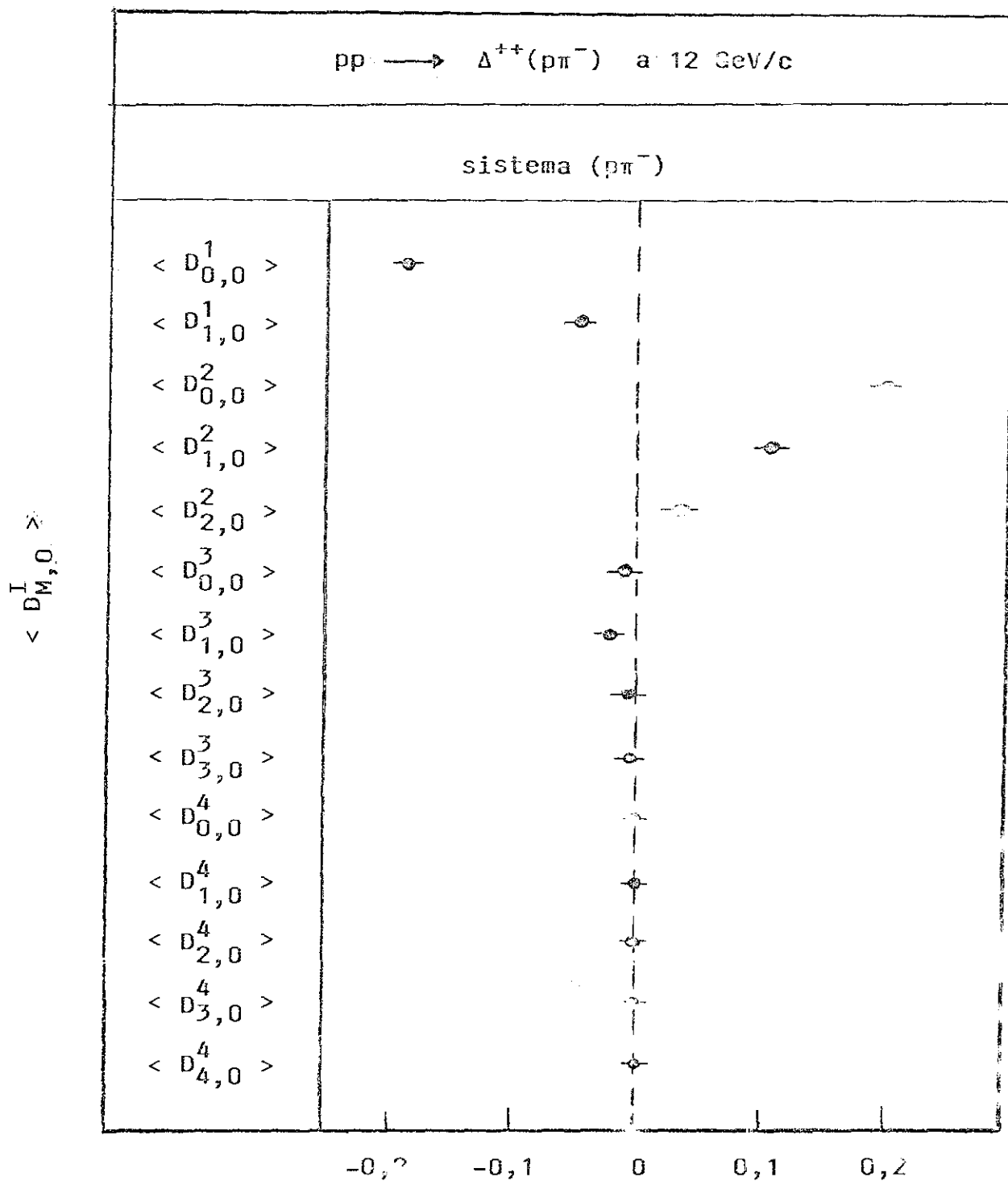


Fig. 2.1

Valores experimentais esperados das funções P
 $\langle D_{M,0}^I \rangle$ do sistema $(p\pi^-)$ selecionado para
 representar a reação $pp \longrightarrow \Delta^{++} \Delta^0$.

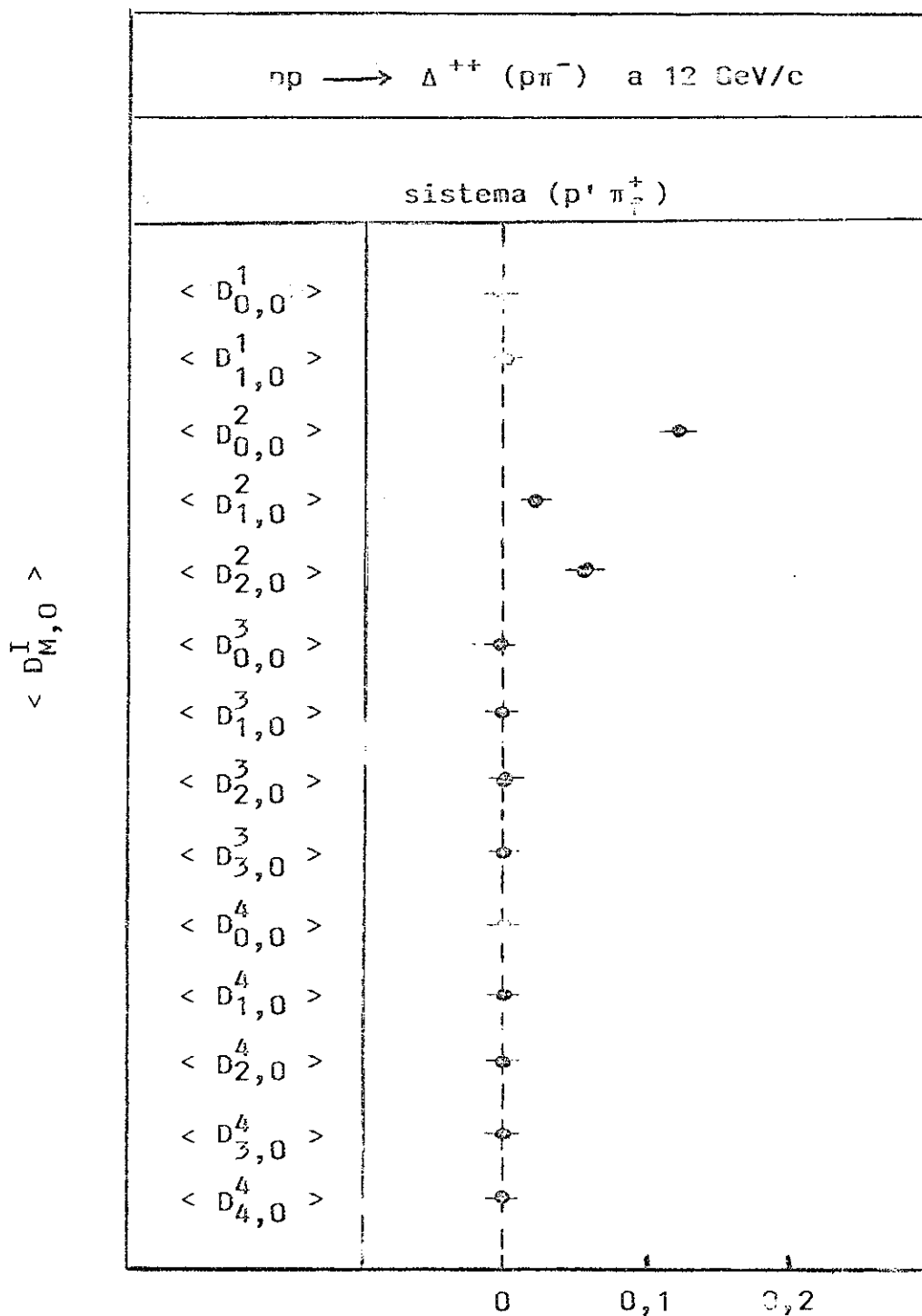


Fig. 2.2

Valores experimentais esperados das funções D $\langle D_{M,0}^I \rangle$ do sistema $(p' \pi_f^+)$ selecionado para representar a reação $pp \longrightarrow \Delta^{++} \Delta^0$.

De modo a decidir com que estados de momento angular es tão associados os sinais indicativos das estruturas observadas nas distribuições de massa efetiva dos sistemas de partículas nós exa minamos quais das ondas parciais estão presentes em cada um des - ses sistemas.

Apresentamos nas tabelas 2.1 e 2.2 os possíveis estados com isospin $I = \frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$ [17], que mais contribuem na região de mas - sa que inclui os sinais indicativos das estruturas ressonantes ob servadas no espectro de massa do sistema $(p\pi^-)$ apresentado na fi - gura 1.2.

Os estados com $L = 0, 1, 2$ são descritos, respectivamente, como ondas S, P e D. As ondas parciais usadas neste trabalho são representadas pelos símbolos $L_{2I, 2J}$, onde I, J e L são, respecti - vamente, os números quânticos isospin, spin total do sistema e o momento angular orbital entre o próton e o méson π do sistema $(p\pi)$.

O sistema $(p'\pi_f^+)$ selecionado é compatível com a resso - nância pura Δ^{++} e, portanto, só a onda P está presente no sistema $(p'\pi_f^+)$. O "background" desta ressonância é pequeno e será despre - zado nesta análise.

O "background" abaixo da ressonância $\Delta^0(1232)$ não é des - prezível e, portanto, consideramos que o sistema $(p\pi^-)$ da amostra selecionada está nas ondas S e P sendo a onda D desprezível nesta análise. A onda S tem duas componentes: a componente S_{31} com a ressonância $\Delta^0(1620)$ e a componente S_{11} com a ressonância $N^0(1535)$ enquanto que a onda P só tem a componente P_{33} relativa à ressonân - cia $\Delta^0(1232)$.

A onda P (contribuição $J^P = \frac{3}{2}^+$) é responsável pelo si -

nal observado na distribuição de massa $M(p\pi^-)$ em aproximadamente 1232 MeV. Este caso ocorre predominantemente no decaimento do sistema ressonante $(p\pi^-)$ pela onda P. A onda P neste caso só tem a componente P_{33} devido ao decaimento $\Delta^0(1232) \rightarrow (p\pi^-)$. Este modo de decaimento do Δ^0 em um próton e um méson π^- é o dominante se comparado aos outros possíveis modos de decaimento pela onda P do sistema instável $(p\pi^-)$.

A onda S é responsável pelos sinais indicativos observados na distribuição de massa do sistema $(p\pi^-)$ em ~ 1535 MeV e em ~ 1620 MeV. O primeiro é devido predominantemente ao decaimento pela onda S da ressonância $N^0(1535)$ em um próton e um méson π^- , enquanto que o segundo sinal na $M(p\pi^-)$ é devido ao decaimento pela onda S da ressonância $\Delta^0(1620)$. A onda S neste caso tem duas componentes: S_{11} devido ao decaimento $N^0(1535) \rightarrow p\pi^-$ e a componente S_{31} devido ao decaimento $\Delta^0(1620) \rightarrow p\pi^-$. Então, os dois estados de spin $J^P = \frac{1}{2}^-$, $\frac{3}{2}^+$ e os modos de decaimento $N^0\Delta^{++}$ e $\Delta^0\Delta^{++}$ são considerados como suficientes para uma descrição adequada do sistema $(p\pi^-)$ produzido na reação $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$.

Nós não incluímos os outros possíveis modos de decaimento devido as suas altas massas $M(p\pi^-)$ limiares e também devido aos altos momentos angulares exigidos.

Portanto, para descrever as características de spin dos estados intermediários da reação $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ nós apresentamos os momentos normalizados $\langle D_{M,0}^I \rangle$ e verificamos quais as contribuições de ondas parciais presentes em cada sistema da amostra selecionada. As contribuições dos diferentes estados de spin-paridade para os sistemas $(p\pi^-)$ foram determinadas de modo que o conjunto de estados

spin-paridade descreva bem os dados experimentais selecionados. As contribuições das ondas S e P para o sistema ($p\pi^-$) são as principais responsáveis pelos sinais indicativos observados na distribuição de massa ($p\pi^-$) da amostra selecionada para a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$ incluindo o "background" sob a ressonância Δ^0 .

ONDA	RESSONÂNCIA	SPIN-PARIDADE	MODO DE DECAIMENTO [taxa(%)]		CONTRIBUIÇÃO
			NT	PT	
L_{212J}	N (massa em MeV)	J^P			
S_{11}	N (1535)	$\frac{1}{2}^-$	35 - 50%	26%	presente real
	N (1650)	$\frac{1}{2}^-$	55 - 65%	30%	
P_{11}	N (1440)	$\frac{1}{2}^+$	50 - 70%	40%	presente
P_{13}	N (1720)	$\frac{3}{2}^+$	10 - 20%	12%	desprezível
D_{13}	N (1520)	$\frac{3}{2}^-$	50 - 60%	36%	pequena e puramente real

TABELA 2.1 - Estados com isospin $I = \frac{1}{2}$ (ressonâncias nucleon) com $J = \frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$.

ONDA	RESSONÂNCIA	SPIN-PARIDADE	MODOS DE DECAIMENTO [taxa(%)]		CONTRIBUIÇÃO
			$N\pi$	$p\pi^-$	
L_{212J}	Δ (massa em MeV)	J^P			
S_{31}	Δ (1620)	$\frac{1}{2}^-$	25 - 35%	10%	presente
P_{31}	Δ (1910)	$\frac{1}{2}^+$	15 - 25%	8%	pequena e puramente real
P_{33}	Δ (1232)	$\frac{3}{2}^+$	99,4%	33%	dominante
D_{33}	Δ (1700)	$\frac{3}{2}^-$	10 - 20%	5%	desprezível

TABELA 2.2 - Estados com isospin $I = \frac{1}{2}$ (ressonâncias delta) com $J = \frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$.

CAPÍTULO 3

ANÁLISE DE AMPLITUDE PARA A REAÇÃO $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$

Para examinar detalhadamente o processo de produção de dupla ressonância bariônica representado pela reação



fazemos uma análise de amplitudes da reação $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$ incluindo a contribuição da onda S devido ao "background" existente sob a ressonância Δ^0 nos sistemas $(p\pi^-)$ da amostra selecionada.

Neste capítulo determinamos o comportamento das amplitudes descrevendo o método, as hipóteses utilizadas e os resultados obtidos.

O formalismo para a análise de amplitudes da reação



é apresentado de forma detalhada no Apêndice C.

3.1 - Método da Análise de Amplitudes :

A seção de choque diferencial para a produção e o decaimento dos sistemas $(p\pi^-)$ e $(p\pi^+)$ depende da amplitude de transi -

ção $f_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_a \lambda_b}$ para o processo total de acordo com a expressão da eq.(A.9), da referência [18]:

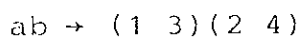
$$\frac{d\sigma}{dt' d(\cos\theta_1) d\varphi_1 d(\cos\theta_2) d\varphi_2} = \frac{1}{p_a^2 \Delta} \sum_{\substack{\lambda_1 \lambda_2 \\ \lambda_a \lambda_b}} \left| f_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_a \lambda_b} \right|^2 \quad (3.3)$$

onde \vec{p}_a é o momento do próton "feixe" incidente, Δ é o quadrado do valor da energia da reação no sistema centro de massa (SCM), λ_1 é a helicidade do próton secundário proveniente do sistema $(p\pi^-)$, λ_2 é a helicidade do próton originado no decaimento da ressonância Δ^{++} , λ_b é a helicidade do próton "alvo" incidente. Por θ_1 e φ_1 representamos, respectivamente, os ângulos polar e azimutal do méson no referencial de repouso do sistema $(p\pi^-)$, e por θ_2 e φ_2 representamos, respectivamente, os ângulos polar e azimutal do méson no sistema de repouso da ressonância Δ^{++} , $t' = |t - t_{\min}|$ onde t é o quadrado do quadrimomento transferido entre o próton incidente e a ressonância Δ^{++} e t_{\min} é o menor valor de t cinematicamente permitido para a reação em estudo.

A reação a quase dois corpos



com o sistema $(p\pi^-)$ em uma região de massa que inclui a ressonância $\Delta^0(1232)$ pode ser representada simbolicamente por



As amplitudes de transição $f_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_a \lambda_b}$ podem ser representadas em qualquer base, sendo que na base de momento e helicidade de cada uma das partículas ela tem a seguinte forma:

$$f_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_a \lambda_b} = \langle \vec{p}_1, \lambda_1; \vec{p}_2, \lambda_2; \vec{p}_3; \vec{p}_4 | T | \vec{p}_a, \lambda_a; \vec{p}_b, \lambda_b \rangle \quad (3.6)$$

onde \vec{p}_1, λ_1 e \vec{p}_2, λ_2 são, respectivamente, os momentos e as helicidades dos prótons resultantes da reação; \vec{p}_3 e \vec{p}_4 são os momentos dos pions resultantes da reação; \vec{p}_a, λ_a e \vec{p}_b, λ_b são, respectivamente, os momentos e as helicidades do próton "feixe" e do próton "alvo" incidentes e T é o operador de transição.

O estudo dos estados de spin da amostra selecionada para representar a reação $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$ com o sistema $(p\pi^-)$ em uma região de massa que inclui a ressonância bariônica $\Delta^0(1232)$ foi discutido no capítulo anterior e os resultados obtidos nos levam a concluir que o sistema $(p'\pi_f^+)$ é produzido em um único estado de momento angular $J = \frac{3}{2}$, compatível com um estado puro Δ^{++} e que o sistema $(p'\pi_f^+)$ está somente na onda P, enquanto que o sistema $(p\pi^-)$ é produzido nos estados com momento angular $j = \frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$, estando, portanto, o sistema $(p\pi^-)$ nas ondas S e P.

Com base nestes fatos e sem considerar a anti-simetria devido à identidade dos prótons do estado inicial (ver Apêndice C), podemos escrever a amplitude decomposta em estados de momento angular para os sistemas bariônicos (j, λ) e $(\frac{3}{2}, \Lambda)$ para o processo $pp \rightarrow (p\pi^-)(p'\pi_f^+)$ da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 f_{\lambda_1, \lambda_2; \lambda_a, \lambda_b} = & \sum_{j, \lambda, \Lambda} \sqrt{\frac{2j+1}{4\pi^2}} D_{\lambda, \lambda_1}^{j*}(\theta_1, \varphi_1) D_{\Lambda, \lambda_2}^{\frac{j}{2}*}(\theta_2, \varphi_2) \times \\
 & \times T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda, \Lambda}(s, t') \quad (3.7)
 \end{aligned}$$

onde $j = \frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$ e $\lambda = \lambda_N$ ou Λ_1 (com $-\frac{1}{2} \leq \lambda_N \leq \frac{1}{2}$, correspondente ao $j = \frac{1}{2}$ e $-\frac{3}{2} \leq \Lambda_1 \leq \frac{3}{2}$, associado a $j = \frac{3}{2}$) são, respectivamente, os spins e as helicidades dos sistemas $(p\pi^-)$ nas ondas S e P, enquanto que $J = \frac{3}{2}$ e $\Lambda = \Lambda_2$ (com $-\frac{3}{2} \leq \Lambda_2 \leq \frac{3}{2}$) representam, respectivamente, o spin e as helicidades do sistema $(p'\pi^+)$ compatível com o estado puro $J^P = \frac{3}{2}^+$, isto é, a ressonância $\Delta^{++}(1232)$.

Considerando todas as possíveis orientações de spin das partículas envolvidas na reação a quase dois corpos $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$ podemos determinar o número de possíveis amplitudes de helicidade $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda, \Lambda}$ para a reação em estudo. Desde que o sistema $(p\pi^-)$ é produzido em estados com momento angular $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$, uma descrição da reação (3.4) depende de 192 parâmetros reais correspondentes a 96 amplitudes complexas $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda, \Lambda}$ a serem determinadas (a dedução do número de amplitudes é apresentada no Apêndice C).

Da conservação da paridade na reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$ resultam as seguintes condições a serem satisfeitas pelas amplitudes de helicidade:

$$T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda, \Lambda} = (-)^{\lambda + \Lambda - \lambda_a - \lambda_b} T_{-\lambda_a, -\lambda_b}^{j, -\lambda, -\Lambda} \quad (3.8)$$

Portanto, o número de amplitudes complexas $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda, \Lambda}$ a serem determinadas fica reduzido à metade quando consideramos a conservação de paridade na reação em estudo, resultando deste modo 48 amplitudes independentes a serem determinadas.

Na reação em estudo $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$ em que os prótons não são polarizados o conjunto de quantidades experimentalmente observáveis para o processo de produção de dupla ressonância bariônica não determina suficientemente bem o conjunto das 48 amplitudes de helicidade $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda, \Lambda}$ que descrevem a reação [19,20].

Para reduzir o número de amplitudes necessárias para a descrição da reação em estudo, fazemos a hipótese de que para o spin relativo s entre um próton incidente (com $J = \frac{1}{2}$) e uma das ressonâncias bariônicas [Δ^{++} (com $J = \frac{3}{2}$) ou Δ^0 (com $J = \frac{3}{2}$: sistema $(p\pi^-)$ na onda P)] só seja permitido o valor $s = 1$, embora as reações hadrônicas do tipo

$$\frac{1}{2}^+ \frac{1}{2}^+ \rightarrow J^P \frac{3}{2}^+$$

com $J^P = \frac{1}{2}^-$ ou $\frac{3}{2}^+$ permitam duas possibilidades para a troca de spin em cada um dos vértices: Δ^{++} ($s = 1$ e $s = 2$), Δ^0 ($s = 1$ e $s = 2$) e N^0 ($s = 0$ e $s = 1$). A restrição de que o spin relativo só assuma o valor $s = 1$ deve ser considerada em cada um dos vértices Δ^{++} e Δ^0 enquanto que para o vértice N^0 o spin relativo assume os valores $s = 0$ e $s = 1$. Uma imposição deste tipo pode ser explicada com o Modelo Aditivo de Quark [21-25] (daqui por diante denominado simplesmente de Modelo Quark). Neste modelo as interações entre hadrons são interpretadas pela participação de somente um dos

quarks de valência de cada um dos hadrons iniciais da reação, e as amplitudes de espalhamento quark-quark ou quark-antiquark não dependem da estrutura dos hadrons aos quais eles pertencem. Através desta hipótese adicional, a amplitude $A(a,b)$ da interação entre os hadrons a e b pode ser escrita como a soma

$$A(a,b) = \sum_{i,k} N^a(q_i) N^b(q_k) A(q_i, q_k) \quad (3.9)$$

onde $N^\alpha(q_j)$ é o número de quarks do tipo q_j ($j = i$ ou k) no hadron α ($\alpha = a$ ou b) e $A(q_i, q_k)$ é a amplitude de espalhamento entre os quarks q_i e q_k .

Esta hipótese foi aplicada com sucesso na análise de amplitudes das reações: $p\pi^+ \rightarrow (\pi^+\pi^-)\Delta^{++}$ na região de massa do ρ^0 [18] e $\pi^+p \rightarrow (\pi^+\pi^-\pi^0)\Delta^{++}$ nas regiões η^0 e ω^0 a 16 GeV/c [26,27].

Quando na reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$ o sistema $(p\pi^-)$ está na onda P devemos considerar os possíveis valores do spin relativo s como também as trocas de helicidade representadas pelos valores de k para a troca de spin em cada um dos dois vértices, isto é, para o vértice Δ^{++} consideramos os valores de s_2 e k_2 e para o vértice Δ^0 , os valores s_1 e k_1 . No outro caso, em que o sistema $(p\pi^-)$ está na onda S , representaremos os possíveis spins relativos e as trocas de helicidade para o vértice Δ^{++} , respectivamente por s_2 e k_2 .

Representando $T^{\frac{1}{2}}; \lambda_N, \lambda_2$ por S^{λ_N, λ_2} , $T^{\frac{3}{2}}; \Lambda_1, \Lambda_2$ por P^{Λ_1, Λ_2} a $f_{\lambda_1, \lambda_2; \lambda_a, \lambda_b}$ pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
F_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_a, \lambda_b} = & \sum_{\lambda_N, \Lambda_1, \Lambda_2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} D_{\lambda_N, \lambda_1}^{\frac{1}{2}*}(\theta_1, \varphi_1) D_{\Lambda_2, \lambda_2}^{\frac{3}{2}*}(\theta_2, \varphi_2) \right. \\
& \times S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2}(s, t') + \frac{1}{\pi} D_{\Lambda_1, \lambda_1}^{\frac{1}{2}*}(\theta_1, \varphi_1) D_{\Lambda_2, \lambda_2}^{\frac{1}{2}*}(\theta_2, \varphi_2) \times \\
& \left. \times P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}(s, t') \right\} \quad (3.10)
\end{aligned}$$

onde λ_N e Λ_1 são as helicidades do sistema $(p\pi^-)$, respectivamente, na onda S ($j = \frac{1}{2}, \lambda_N$) e na onda P ($j = \frac{1}{2}, \Lambda_1$) e por Λ_2 representamos a helicidade do sistema $(p'\pi_f^+)$, na onda P ($J = \frac{3}{2}, \Lambda_2$).

As 48 amplitudes de helicidade $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda, \Lambda}$ que descrevem a reação $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$ são constituídas de 16 amplitudes de helicidade $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2}$ para $j = \frac{1}{2}$ e de 32 amplitudes de helicidade para $j = \frac{3}{2}$ representadas por $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$. Estas amplitudes de helicidade $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2}$ e $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$ podem ser expressas em termos das amplitudes do Modelo Quark $\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(s_2, k_2)$ e $\tilde{P}(s_1, k_1; s_2, k_2)$ definidas em função do spin relativo s_1 e s_2 e das trocas de helicidade k_1 e k_2 , em cada um dos vértices Δ , da seguinte forma (eq.(A.4)) da referência [18]:

$$S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2} = \sum_{s_2=1,2} \frac{2s_2+1}{4} \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; s_2, k_2 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(s_2, k_2) \quad (3.11)$$

$$P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2} = \sum_{\substack{s_1=1,2 \\ s_2=1,2}} \left(\frac{2s_1+1}{4} \right) \left(\frac{2s_2+1}{4} \right) \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; s_1, k_1 | \frac{3}{2}, \Lambda_1 \rangle \times$$

$$\times \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; s_2, k_2 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle \tilde{P}_{s_1, s_2}(k_1, k_2) \quad (3.12)$$

onde os fatores do tipo $\langle \frac{1}{2}, \lambda', s', k' | \frac{3}{2}, \Lambda' \rangle$ são os coeficientes de Clebsch-Gordon acoplando, em cada caso, os spins do próton incidente e da ressonância $\Delta(1232)$ ao spin s , e $k_2 = \Lambda_2 - \lambda_b$ é a troca de helicidade no vértice Δ^{++} entre um próton incidente e a ressonância bariônica Δ^{++} quando o sistema $(p\pi^-)$ está na onda S enquanto que k_1 ($k_1 = \Lambda_1 - \lambda_a$) e k_2 ($k_2 = \Lambda_2 - \lambda_b$) são, respectivamente, as trocas de helicidade entre um próton incidente e cada uma das ressonâncias Δ^0 e Δ^{++} quando o sistema $(p\pi^-)$ está na onda P.

As equações inversas podem ser escritas como:

$$\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(s_2, k_2) = \sum_{\lambda_b} \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; s_2, k_2 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{s_1, s_2}(k_1, k_2) &= \sum_{\lambda_a, \lambda_b} \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; s_1, k_1 | \frac{3}{2}, \Lambda_1 \rangle \times \\ &\times \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; s_2, k_2 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2} \end{aligned} \quad (3.14)$$

mas, com a restrição dos spins relativos s_1 e s_2 ao valor igual a 1 em cada um dos vértices $\Delta(1232)$, as amplitudes do Modelo Quark satisfazem as seguintes condições:

$$\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(2, k_2) = 0 \quad (3.15)$$

$$\tilde{P}_{\lambda_a}^{\Lambda_1}(2, k_2) = 0 \quad (3.16)$$

$$\tilde{P}_{\lambda_b}^{\Lambda_2}(2, k_1) = 0 \quad (3.17)$$

que resulta nas seguintes condições para as amplitudes de helicidade (Apêndice C) :

1) Para a onda S, temos:

$$S_{\lambda_a, -\frac{1}{2}}^{\lambda_{N'}, \frac{3}{2}} = 0 \quad (4 \text{ condições})$$

$$S_{\lambda_a, \frac{1}{2}}^{\lambda_{N'}, \frac{3}{2}} = \sqrt{3} S_{\lambda_a, -\frac{1}{2}}^{\lambda_{N'}, \frac{1}{2}} \quad (4 \text{ condições})$$

$$S_{\lambda_a, \frac{1}{2}}^{\lambda_{N'}, \frac{1}{2}} = S_{\lambda_a, -\frac{1}{2}}^{\lambda_{N'}, -\frac{1}{2}} \quad (2 \text{ condições})$$

Deste modo, a restrição $\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_{N'}}(2, k_2) = 0$ impõe 10 condições sobre as amplitudes complexas S reduzindo de 16 para apenas 6 o número de amplitudes complexas independentes a serem determinadas.

2) Por outro lado, para a onda P, obtemos:

$$P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} = P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} = 0$$

$$P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} = P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} = 0$$

$$P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} = 0$$

$$P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} = 0$$

$$P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = 0$$

$$P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} = P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}$$

$$P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} = \sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = 3 P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$$

$$P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = \sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}}$$

$$P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} = \sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} = 3 P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}$$

$$P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} = P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}}$$

Portanto, as restrições $\tilde{P}_{\lambda_a}^{\Lambda_1}(2, k_2) = 0$ e $\tilde{P}_{\lambda_b}^{\Lambda_2}(2, k_1) = 0$ em cada um dos vértices Δ impõe 27 condições para as amplitudes P reduzindo desta forma as 32 amplitudes complexas a somente 5 amplitudes complexas independentes a serem determinadas.

Ao supor que para o spin relativo s entre um próton incidente e cada uma das ressonâncias bariônicas Δ da reação em estudo $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$ só sejam permitidos valores de $s \leq 1$ nós reduzimos o número de amplitudes $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda, \Lambda}$ de 48 para 11 amplitudes complexas independentes a serem determinadas para descrever a reação em estudo.

As 11 amplitudes de helicidade independentes que foram escolhidas para a análise da reação $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$ são as seguintes:

$$\begin{array}{cccc} S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} & S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} & P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} & P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} \\ S_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} & S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} & P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} & P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} \\ S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} & S_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} & P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} & \end{array} \quad (3.18)$$

Para se obter a determinação experimental destas amplitudes de helicidade é conveniente expressar a seção de choque diferencial experimental da reação $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$ em função das amplitudes do Modelo Quark $\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2)$ e $\tilde{P}(k_1, k_2)$ onde as condições impostas pela conservação de paridade:

$$S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2} = (-1)^{\lambda_N + \Lambda_2 - \lambda_a - \lambda_b} S_{-\lambda_a, -\lambda_b}^{-\lambda_N, -\Lambda_2} \quad , \quad (3.19)$$

$$P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2} = (-1)^{\Lambda_1 + \Lambda_2 - \lambda_a - \lambda_b} P_{-\lambda_a, -\lambda_b}^{-\Lambda_1, -\Lambda_2} \quad (3.20)$$

e pela restrição do spin relativo entre o próton e o $\Delta(1232)$ a um valor $s = 1$ (eqs.(3.15) a (3.17)) foram explicitamente consideradas.

As amplitudes de helicidade $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2}$ e $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$ podem ser escritas em função das amplitudes do Modelo Quark de acordo com as seguintes relações [18]:

$$S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2} = \frac{3}{4} \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; 1, k_2 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2) \quad (3.21)$$

$$P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; 1, k_1 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; 1, k_2 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle \tilde{P}(k_1, k_2) \quad (3.22)$$

Ao representar a expressão da seção de choque diferencial da reação estudada nas amplitudes $\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2)$ e $\tilde{P}(k_1, k_2)$ substituímos todas as somas sobre Λ_1 e Λ_2 por somas em k_1 e k_2 , respectivamente. Consideramos $k_1 + \lambda_a$ ($k_1 = \Lambda_1 - \lambda_a$) como a helicidade do sistema $(p\pi^-)$ na onda P e $k_2 + \lambda_b$ ($k_2 = \Lambda_2 - \lambda_b$) como a helicidade do sistema (p_f^+) . A vantagem de reescrever a expressão da se

ção de choque diferencial desta forma é que as funções angulares resultantes apresentam uma forma simples.

Usando as amplitudes do Modelo Quark podemos reescrever a seção de choque diferencial (eq.(3.3)) da seguinte forma (Apêndice C):

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{dt'd(\cos\theta_1)d\varphi_1d(\cos\theta_2)d\varphi_2} &= \frac{9}{128\pi^2P_a^2s} \left\{ \sum_{\substack{\lambda_N \\ \lambda_a \\ k_2, k_2'}} \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2) \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N^*}(k_2') \times \right. \\
 &\times \omega_{2k_2, k_2'}(\Omega_2) + \frac{9}{8} \sum_{\substack{k_1, k_1' \\ k_2, k_2'}} \tilde{P}(k_1, k_2) \tilde{P}^*(k_1', k_2') \omega_{2k_1, k_1'}(\Omega_1) \times \\
 &\times \omega_{2k_2, k_2'}(\Omega_2) + \frac{3\sqrt{2}}{2} \operatorname{Re} \sum_{k_1', k_2'} \tilde{P}^*(k_1', k_2') \sum_{k_2} \omega_{2k_2, k_2'}(\Omega_2) \times \\
 &\left. \times \sum_{\lambda_N, \lambda_a} \omega_{3\lambda_a, k_1'}^{\lambda_N}(\Omega_1) \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2) \right\} \quad (3.23)
 \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
 \omega_{2k_2, k_2'}(\Omega_2) &= \sum_{\lambda_b, \lambda_2} \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; 1, k_2 | \frac{3}{2}, \lambda_b + k_2 \rangle \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; 1, k_2' | \frac{3}{2}, \lambda_b + k_2' \rangle \times \\
 &\times D_{\lambda_b + k_2, \lambda_2}^{\frac{3}{2}*}(\Omega_2) D_{\lambda_b + k_2', \lambda_2}^{\frac{3}{2}}(\Omega_2) \quad (3.24)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \omega_{2k_1, k_1'}(\Omega_1) &= \sum_{\lambda_a, \lambda_1} \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; 1, k_1 | \frac{3}{2}, \lambda_a + k_1 \rangle \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; 1, k_1' | \frac{3}{2}, \lambda_a + k_1' \rangle \times \\
 &\times D_{\lambda_a + k_1, \lambda_1}^{\frac{3}{2}*}(\Omega_1) D_{\lambda_a + k_1', \lambda_1}^{\frac{3}{2}}(\Omega_1) \quad (3.25)
 \end{aligned}$$

$$\omega_{3\lambda_a, k_1}^{\lambda_N}(\Omega_1) = \sum_{\lambda_1} \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; 1, k_1 | \frac{3}{2}, \lambda_a + k_1 \rangle D_{\lambda_N, \lambda_1}^{\frac{1}{2}*}(\Omega_1) D_{\lambda_a + k_1, \lambda_1}^{\frac{3}{2}}(\Omega_1) \quad (3.26)$$

Na eq.(3.23) as funções angulares $\omega_{2k_2, k_2}(\Omega_2)$, $\omega_{2k_1, k_1}(\Omega_1)$ e $\omega_{3\lambda_a, k_1}^{\lambda_N}(\Omega_1)$ são definidas no Apêndice C, como:

$$\omega_2(\Omega_j) = \begin{pmatrix} \omega_{211} & \omega_{210} & \omega_{21-1} \\ \omega_{201} & \omega_{200} & \omega_{20-1} \\ \omega_{2-11} & \omega_{2-10} & \omega_{2-1-1} \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

para $j = 1$

$$\omega_2(\Omega_1) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(x^2+y^2)+\frac{1}{3} & -\frac{1}{\sqrt{2}}(x+iy)z & -\frac{1}{2}(x+iy)^2 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}(x-iy)z & z^2 + \frac{1}{3} & \frac{1}{\sqrt{2}}(x+iy)z \\ -\frac{1}{2}(x-iy)^2 & \frac{1}{\sqrt{2}}(x-iy)z & \frac{1}{2}(x^2+y^2)+\frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

para $j = 2$

$$\omega_2(\Omega_2) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(X^2+Y^2)+\frac{1}{3} & -\frac{1}{\sqrt{2}}(X+iY)Z & -\frac{1}{2}(X+iY)^2 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}(X-iY)Z & Z^2 + \frac{1}{3} & \frac{1}{\sqrt{2}}(X+iY)Z \\ -\frac{1}{2}(X-iY)^2 & \frac{1}{\sqrt{2}}(X-iY)Z & \frac{1}{2}(X^2+Y^2)+\frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

$$\omega_3 = \begin{pmatrix} \omega_{3\frac{1}{2},1}^{\frac{1}{2}} & \omega_{3-\frac{1}{2},1}^{\frac{1}{2}} & \omega_{3\frac{1}{2},1}^{-\frac{1}{2}} & \omega_{3-\frac{1}{2},1}^{-\frac{1}{2}} \\ \omega_{3\frac{1}{2},0}^{\frac{1}{2}} & \omega_{3-\frac{1}{2},0}^{\frac{1}{2}} & \omega_{3\frac{1}{2},0}^{-\frac{1}{2}} & \omega_{3-\frac{1}{2},0}^{-\frac{1}{2}} \\ \omega_{3\frac{1}{2},-1}^{\frac{1}{2}} & \omega_{3-\frac{1}{2},-1}^{\frac{1}{2}} & \omega_{3\frac{1}{2},-1}^{-\frac{1}{2}} & \omega_{3-\frac{1}{2},-1}^{-\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

$$\omega_3(\Omega_1) = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2}(x-iy) & \sqrt{\frac{1}{3}}z & 0 & -\frac{1}{2\sqrt{3}}(x-iy) \\ \sqrt{\frac{2}{3}}z & \frac{1}{\sqrt{6}}(x+iy) & -\frac{1}{\sqrt{6}}(x-iy) & \sqrt{\frac{2}{3}}z \\ \frac{1}{2\sqrt{3}}(x+iy) & 0 & \sqrt{\frac{1}{3}}z & \frac{\sqrt{3}}{2}(x-iy) \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

onde x, y, z e X, Y, Z são as componentes dos vetores unitários:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{sen}\theta_2 \cos\varphi_2 \\ \text{sen}\theta_2 \text{sen}\varphi_2 \\ \cos\theta_2 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

e

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{sen}\theta_1 \cos\varphi_1 \\ \text{sen}\theta_1 \text{sen}\varphi_1 \\ \cos\theta_1 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Multiplicando-se cada uma das amplitudes $\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2)$ ou $\tilde{P}(k_1, k_2)$ por um mesmo fator de fase $e^{i\varphi}$ verificamos que as expressões $\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2)$, $\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N^*}(k_2')$, $\tilde{P}(k_1, k_2)$, $\tilde{P}^*(k_1', k_2')$ e $\text{Re}[\tilde{P}^*(k_1', k_2')\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2)]$ permanecem inalteradas nos levando, portanto, a concluir que a expressão da seção de choque permanecerá invariante se considerar -

mos as amplitudes a menos de um fator de fase comum. Desta forma, não podemos calcular as fases absolutas de cada amplitude indicando que somente as fases relativas podem ser determinadas.

Fixando a fase de uma das amplitudes, podemos obter as fases de cada uma das outras amplitudes em relação à fase fixada. Podemos, então, multiplicar cada amplitude de helicidade por um mesmo fator de fase sem que a seção de choque se modifique.

Das relações entre as amplitudes de helicidade $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2}$ e as amplitudes correspondentes ao Modelo Quark $\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2)$, $\tilde{P}(k_1, k_2)$ (eqs. 3.13 e 3.14), temos:

$$S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2} = \alpha \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2)$$

$$P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2} = \beta \tilde{P}(k_1, k_2)$$

onde α e β são números reais e, portanto, as amplitudes de helicidade são proporcionais às amplitudes do Modelo Quark. Neste caso, as conclusões relativas às fases das amplitudes valem tanto para as amplitudes de helicidade, quanto para as amplitudes do Modelo Quark.

3.2 - Apresentação dos Resultados Obtidos com o Corte

$M(p\bar{\pi}^-) < 1,6 \text{ GeV}$:

Usando a expressão da seção de choque diferencial parametrizada nas amplitudes e utilizando os dados experimentais, determinamos as amplitudes para diferentes intervalos do quadrimo -

mento transferido t' , através do programa de otimização que faz o ajuste de Máxima Verossimilhança.

As amplitudes determinadas desta forma são apresentadas nas figuras 3.1a a 3.1f e na Tabela 3.1 e 3.2, mostrando o comportamento dessas amplitudes em função de t' .

Nas Figuras 3.2a a 3.2f nós mostramos a dependência em t' do comportamento das fases relativas das amplitudes correspondentes.

Escolhemos como fixa a fase $\Phi_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}}$, uma vez que a fase absoluta das amplitudes não pode ser determinada. Todas as fases foram tomadas relativas à fase da amplitude $S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$, impondo para esta amplitude uma fase zero, isto é, limitamos esta amplitude a um valor real positivo.

As fases $\Phi_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2}$ e $\phi_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$, mostradas nas Figuras 3.2a a 3.2f, permanecem relativamente constantes sem nenhuma estrutura marcante.

As amplitudes determinadas em diferentes intervalos do quadrimomento transferido t' são avaliadas no Capítulo 4, onde fazemos a comparação entre a distribuição angular experimental, no sistema de helicidade e a distribuição angular determinada a partir das amplitudes obtidas.

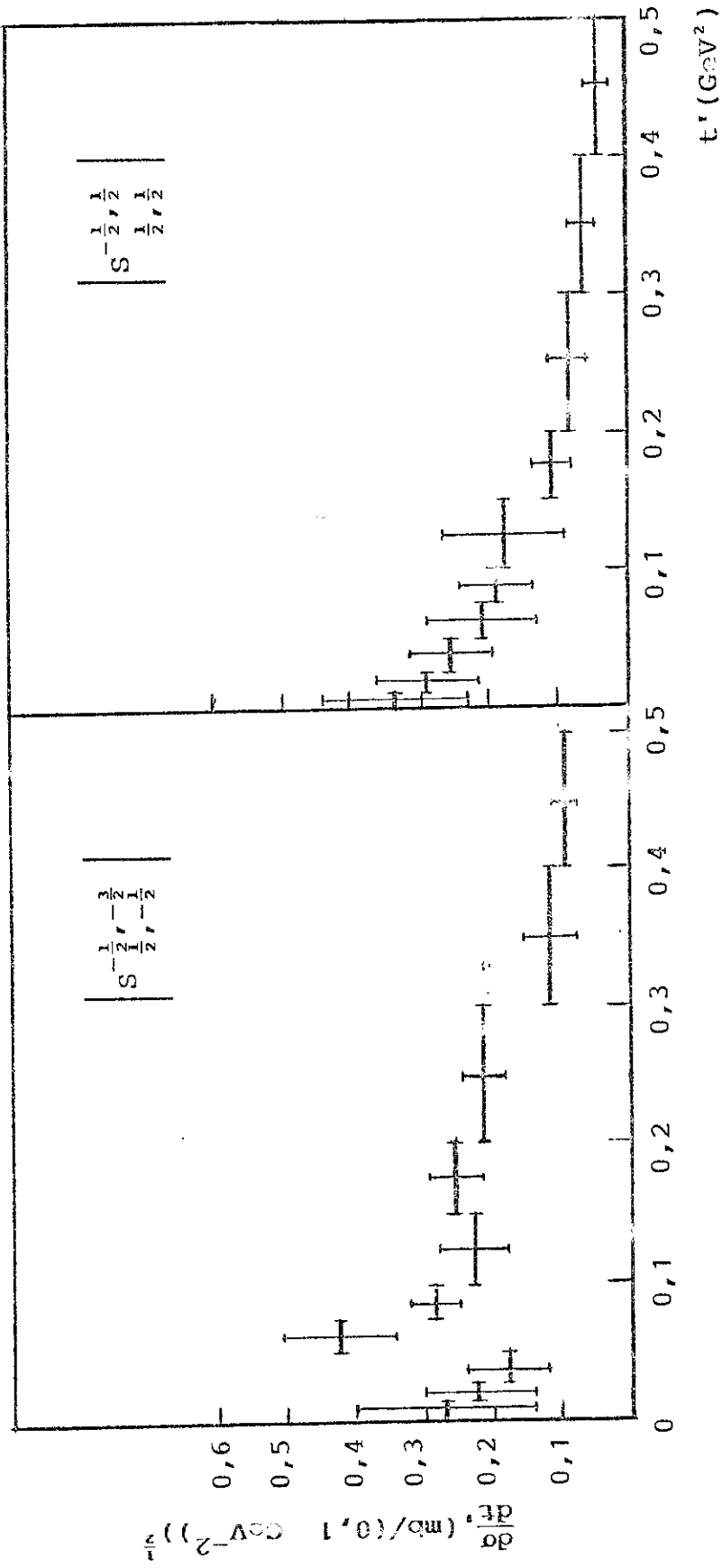


Fig. 3.1a

Amplitudes de helicidade $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_{N', \pi}}$ como função de t' para a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$.

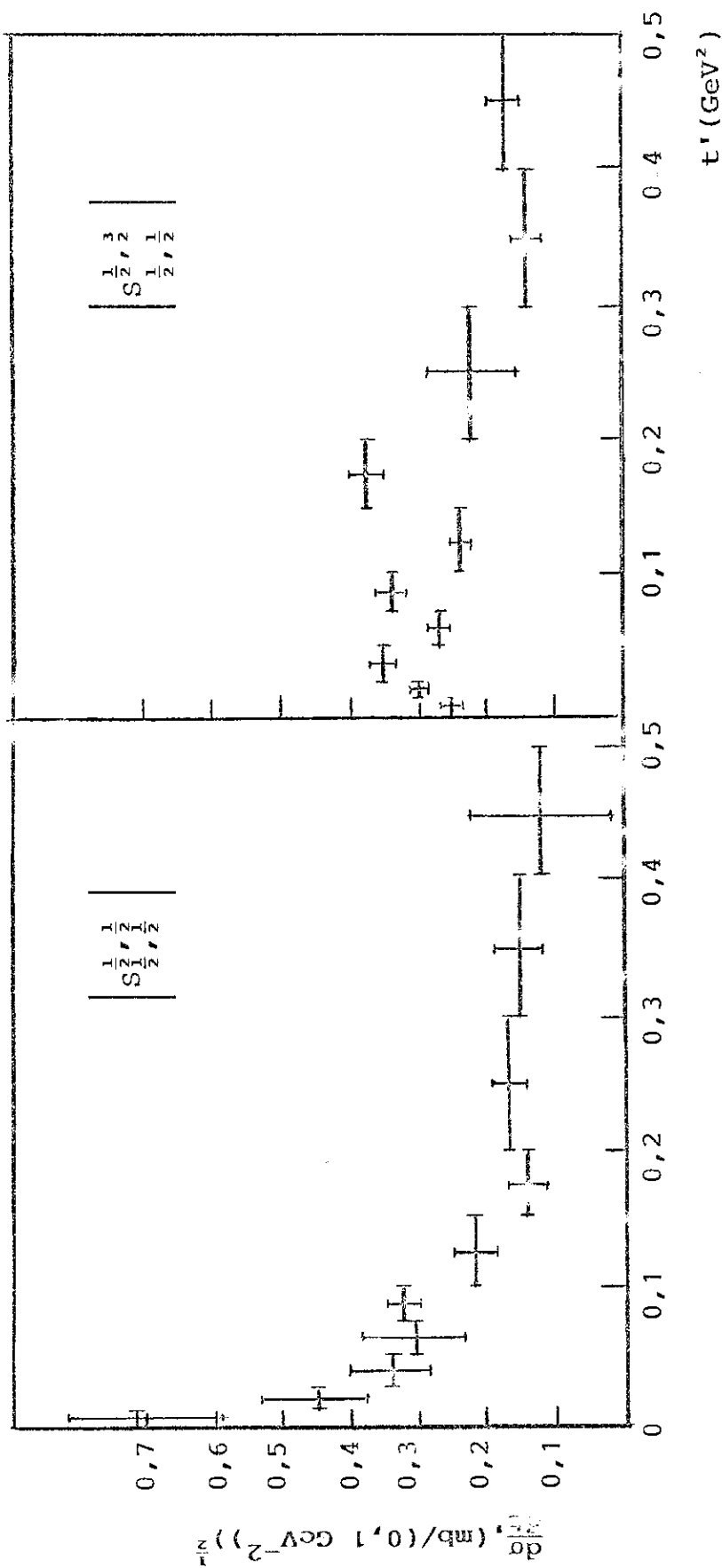


Fig. 3.1b

Amplitudes de helicidade $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2}$ como função de t' para a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$.

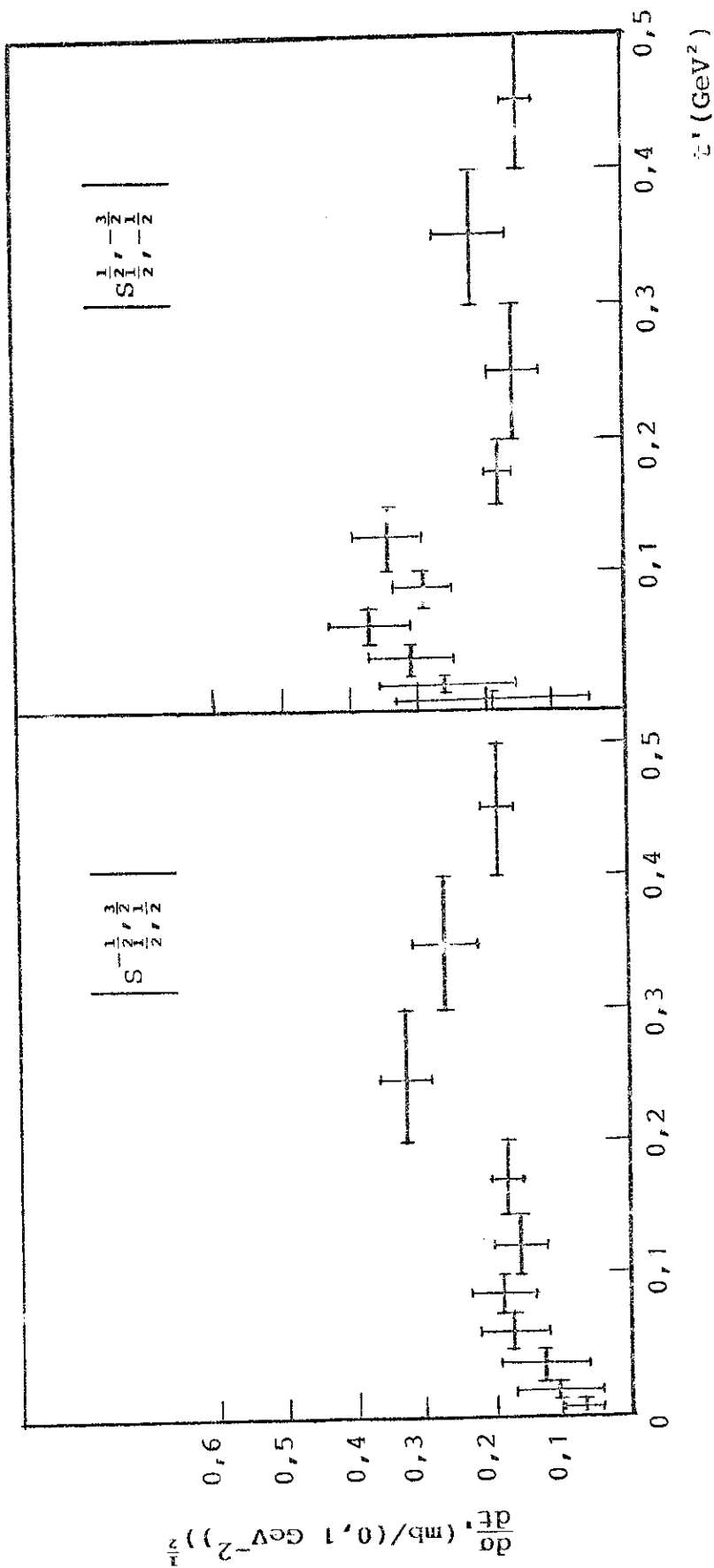


Fig. 3.1c

Amplitudes de helicidade S_{λ_a, λ_b} como função de t' para a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$.

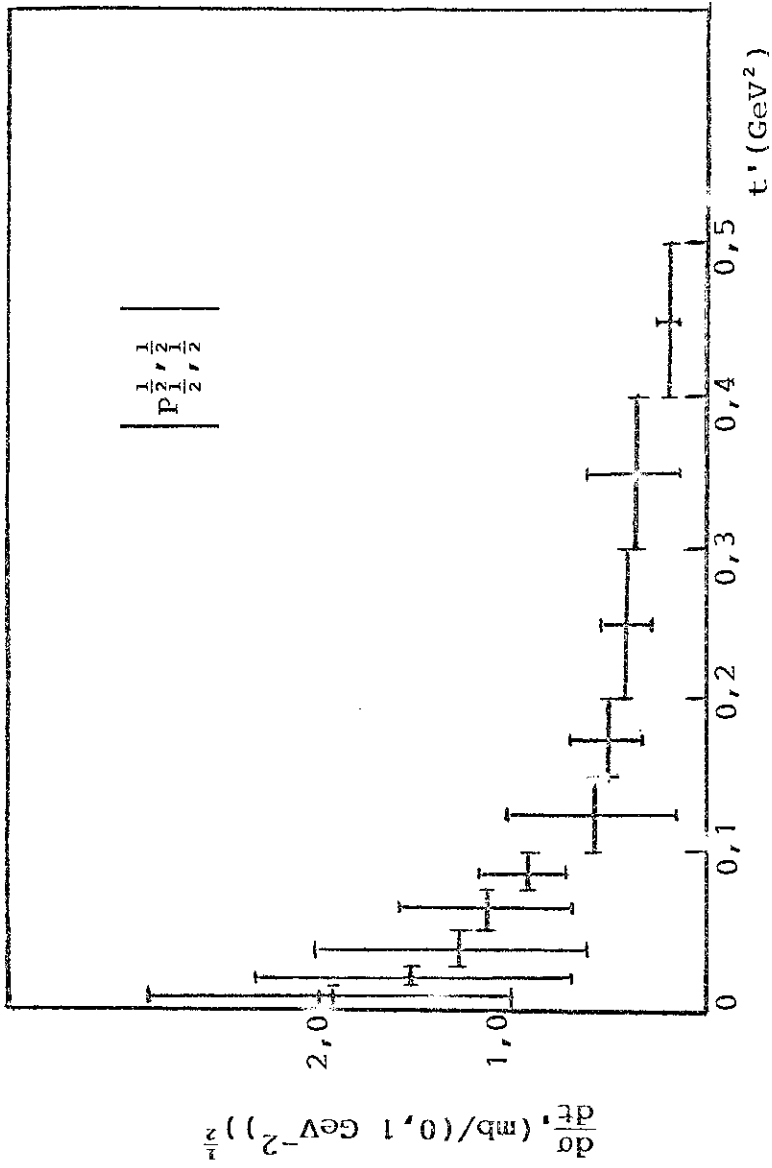


Fig. 3.1d Λ_1, Λ_2
 Amplitudes de helicidade $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$ como função de t' ,
 para a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$.

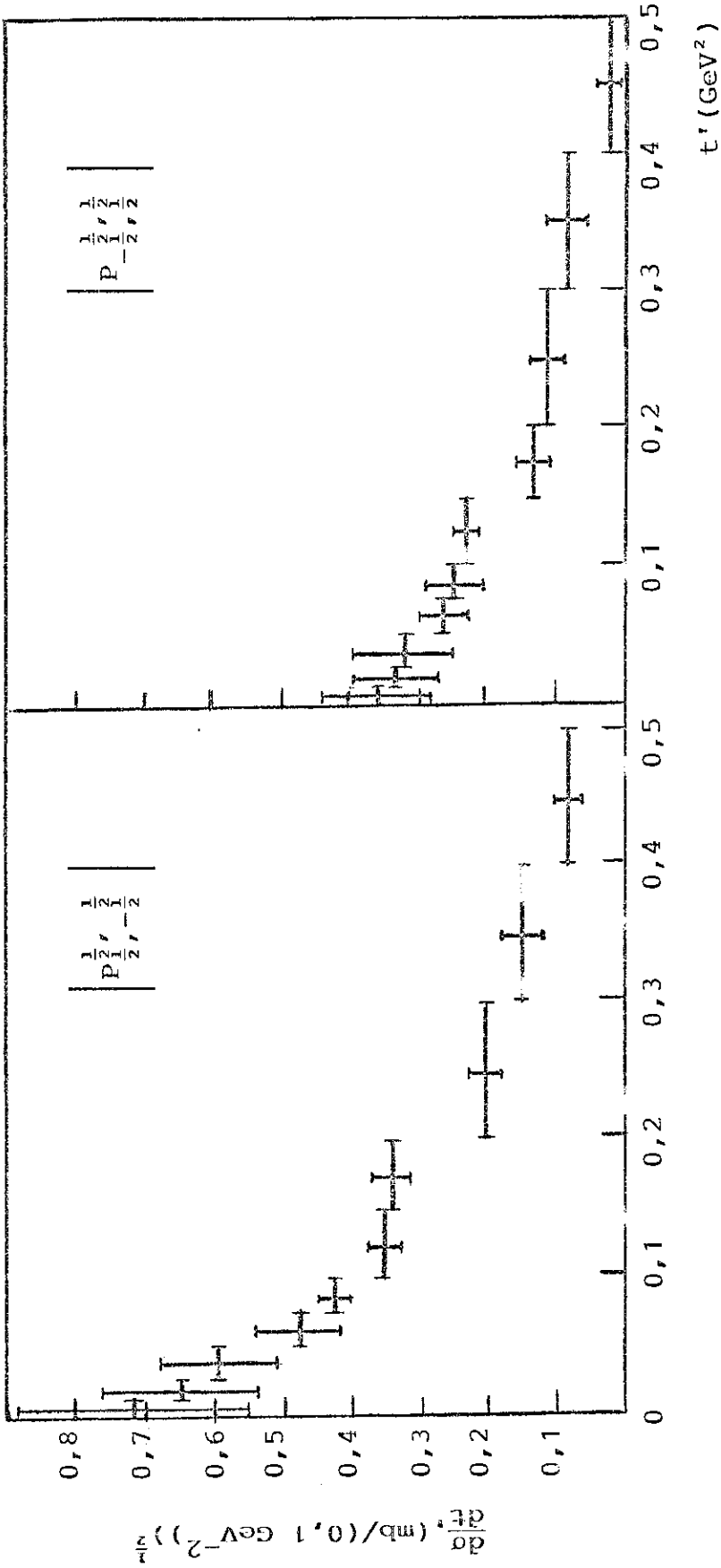


Fig. 3.1e

Amplitudes de helicidade $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$ como função de t' , para a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$.

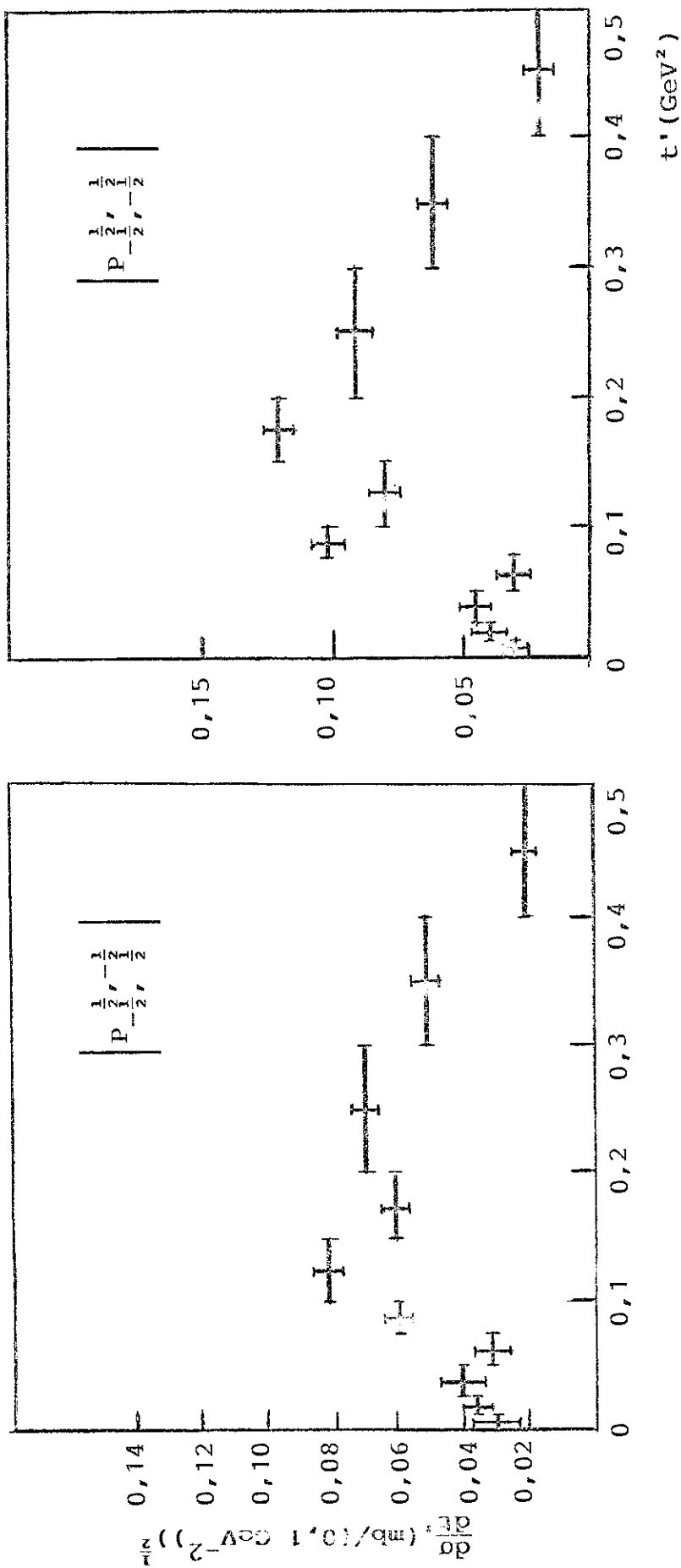


Fig. 3.1f

Amplitudes de helicidade $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_1, \lambda_2}$ como função de t' , para a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$.

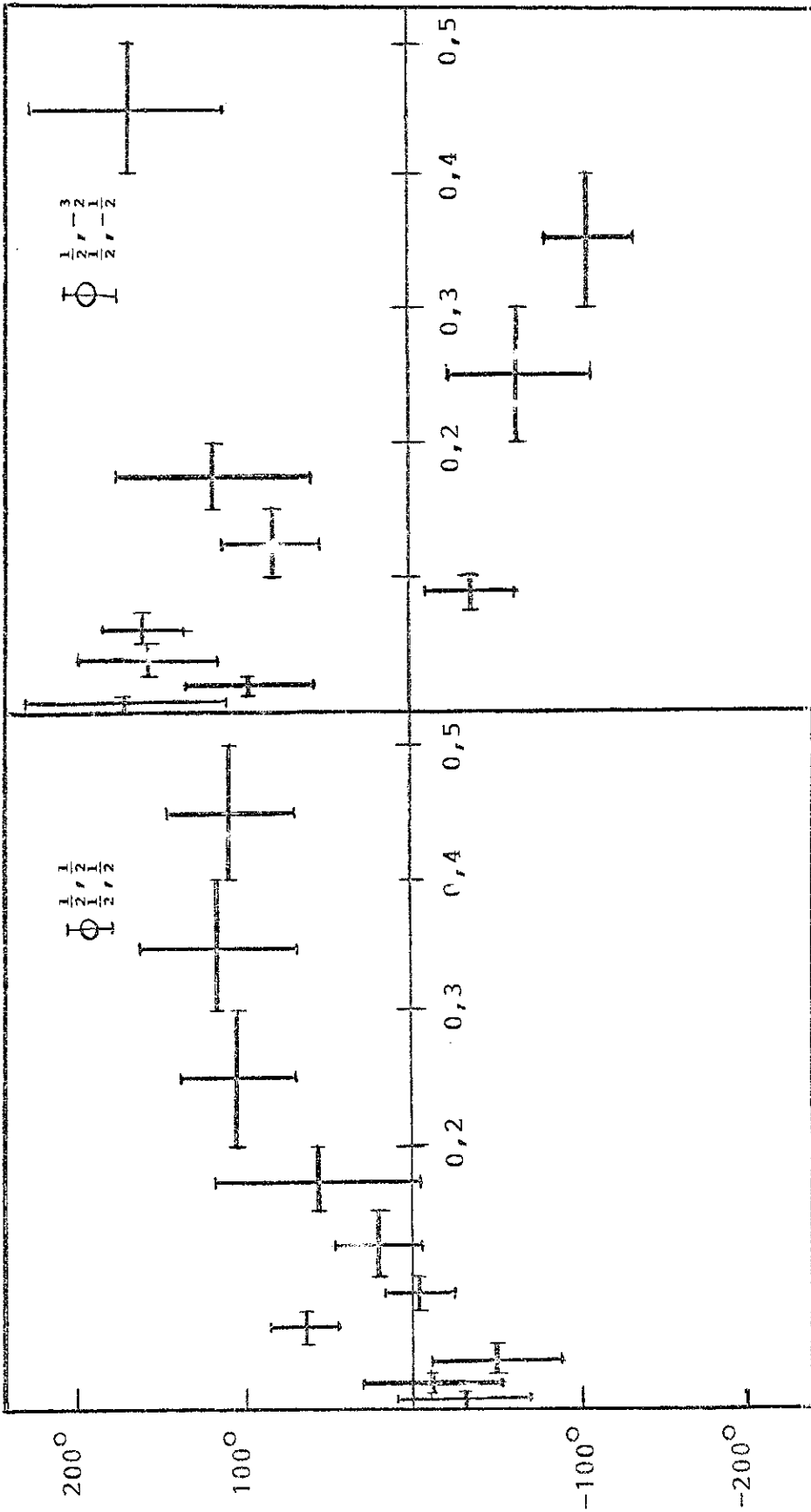
t' (GeV ²)	$ S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} $	$ S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} $	$ S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} $	$ S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} $	$ S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} $	$ S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} $
0,0 - 0,0125	0,24 ± 0,02	0,21 ± 0,17	0,07 ± 0,02	0,34 ± 0,14	0,27 ± 0,13	0,27 ± 0,13
0,0125 - 0,025	0,29 ± 0,02	0,26 ± 0,10	0,11 ± 0,07	0,29 ± 0,08	0,22 ± 0,08	0,22 ± 0,08
0,025 - 0,05	0,34 ± 0,02	0,31 ± 0,08	0,13 ± 0,08	0,26 ± 0,07	0,18 ± 0,06	0,18 ± 0,06
0,05 - 0,075	0,26 ± 0,01	0,37 ± 0,08	0,16 ± 0,06	0,21 ± 0,08	0,42 ± 0,09	0,42 ± 0,09
0,075 - 0,10	0,34 ± 0,03	0,29 ± 0,07	0,19 ± 0,05	0,19 ± 0,06	0,29 ± 0,02	0,29 ± 0,02
0,10 - 0,15	0,23 ± 0,01	0,34 ± 0,09	0,17 ± 0,05	0,18 ± 0,09	0,23 ± 0,05	0,23 ± 0,05
0,15 - 0,20	0,37 ± 0,02	0,18 ± 0,04	0,18 ± 0,02	0,11 ± 0,02	0,26 ± 0,04	0,26 ± 0,04
0,20 - 0,30	0,22 ± 0,13	0,16 ± 0,02	0,33 ± 0,04	0,08 ± 0,01	0,22 ± 0,03	0,22 ± 0,03
0,30 - 0,40	0,14 ± 0,01	0,22 ± 0,06	0,27 ± 0,05	0,06 ± 0,01	0,13 ± 0,04	0,13 ± 0,04
0,40 - 0,50	0,17 ± 0,02	0,15 ± 0,01	0,19 ± 0,01	0,04 ± 0,01	0,10 ± 0,01	0,10 ± 0,01

TABELA 3.1 - Amplitudes de helicidade $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2}$ em intervalos de t' .
As amplitudes de helicidade são dadas em $(\text{mb}/(0,1 \text{ GeV}^{-2}))^{\frac{1}{2}}$.

t' (GeV ²)	$ P_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} $	$ P_{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} $	$ P_{-\frac{1}{2},\frac{3}{2}}^{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} $	$ P_{-\frac{3}{2},\frac{3}{2}}^{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} $	$ P_{-\frac{3}{2},\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} $
0,0 - 0,0125	0,03 ± 0,01	0,36 ± 0,08	0,03 ± 0,03	1,90 ± 0,23	0,71 ± 0,17
0,0125 - 0,025	0,04 ± 0,02	0,33 ± 0,07	0,04 ± 0,02	1,52 ± 0,21	0,64 ± 0,11
0,025 - 0,05	0,05 ± 0,02	0,32 ± 0,06	0,04 ± 0,02	1,24 ± 0,20	0,59 ± 0,08
0,05 - 0,075	0,03 ± 0,02	0,26 ± 0,03	0,03 ± 0,01	1,11 ± 0,13	0,47 ± 0,06
0,075 - 0,10	0,10 ± 0,02	0,25 ± 0,01	0,06 ± 0,01	0,91 ± 0,05	0,42 ± 0,02
0,10 - 0,15	0,08 ± 0,01	0,23 ± 0,05	0,08 ± 0,01	0,55 ± 0,11	0,35 ± 0,04
0,15 - 0,20	0,12 ± 0,01	0,13 ± 0,01	0,06 ± 0,01	0,46 ± 0,04	0,34 ± 0,02
0,20 - 0,30	0,09 ± 0,02	0,11 ± 0,01	0,07 ± 0,01	0,41 ± 0,03	0,20 ± 0,01
0,30 - 0,40	0,06 ± 0,01	0,08 ± 0,02	0,05 ± 0,01	0,36 ± 0,06	0,15 ± 0,02
0,40 - 0,50	0,02 ± 0,01	0,02 ± 0,01	0,02 ± 0,01	0,19 ± 0,01	0,08 ± 0,01

TABELA 3.2 - Amplitudes de helicidade $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_1, \lambda_2}$ em intervalos de t' .

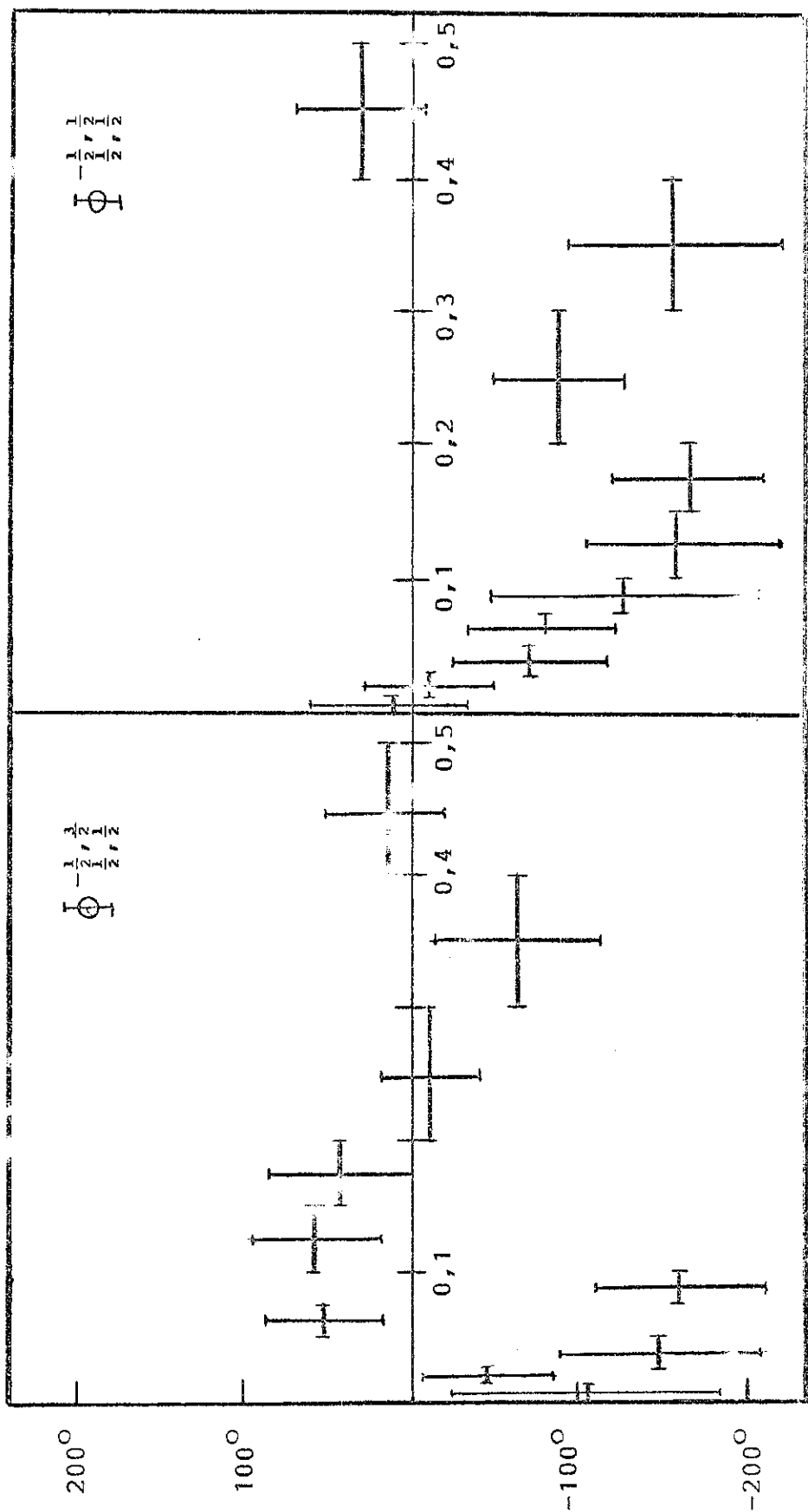
As amplitudes de helicidade são dadas em (mb/(0,1 GeV⁻²))^{1/2}.



$t' \text{ (GeV}^2\text{)}$

Fig. 3.2a

Fases $\phi_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2}$ relativas às amplitudes $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2}$, como função de t' .



t' (GeV²)

Fig. 3.2b

Fases $\phi_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_{N, \Lambda, 2}}$ relativas às amplitudes $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_{N, \Lambda, 2}}$, como função de t' .

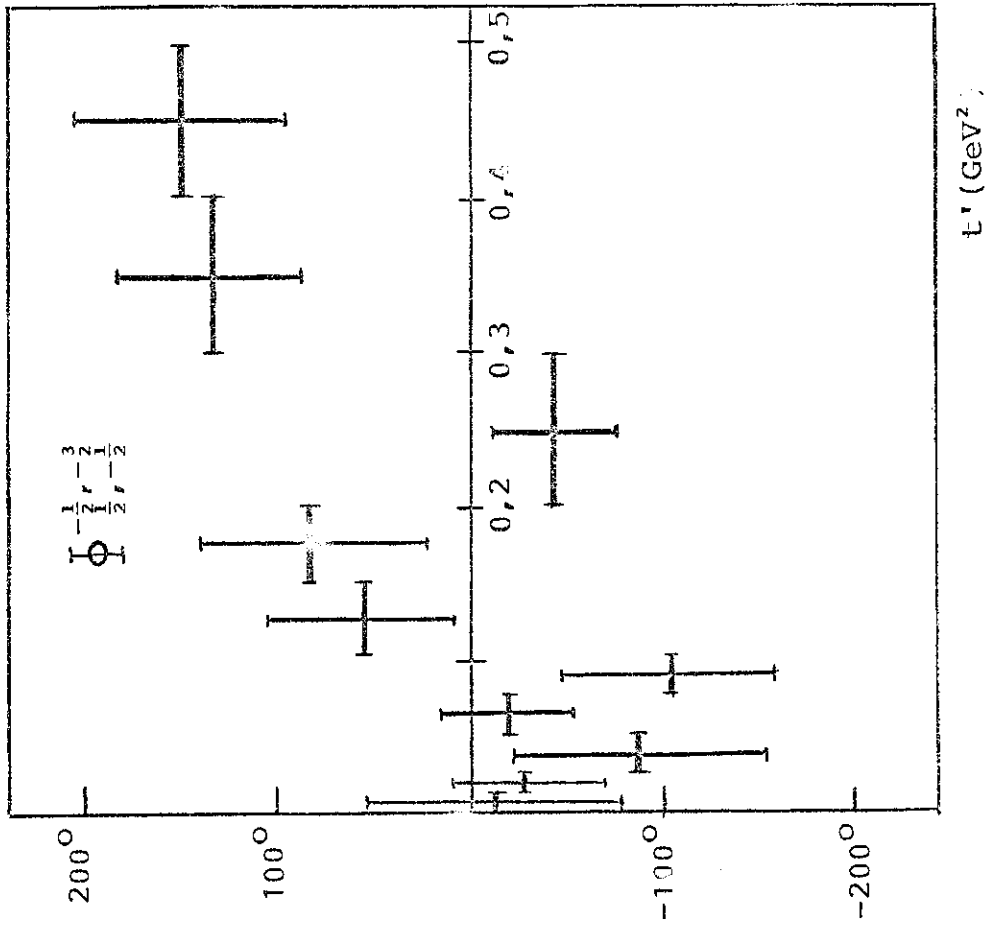
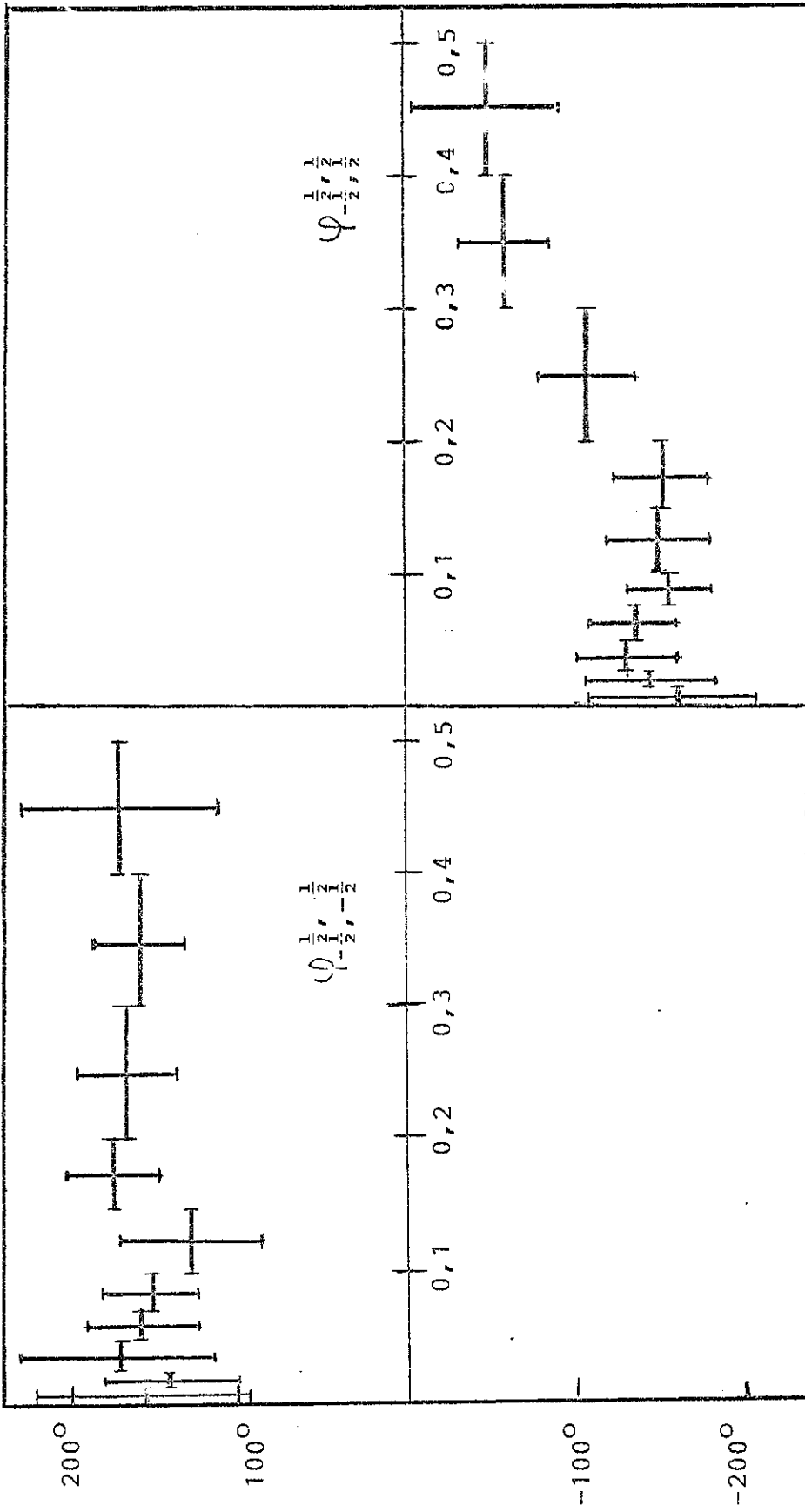


Fig. 3.2c

Phases $\phi_{\lambda_a, \lambda_b}$ and $\lambda_{N, \Lambda 2}$ relative to the amplitudes S_{λ_a, λ_b} , $\lambda_{N, \Lambda 2}$,

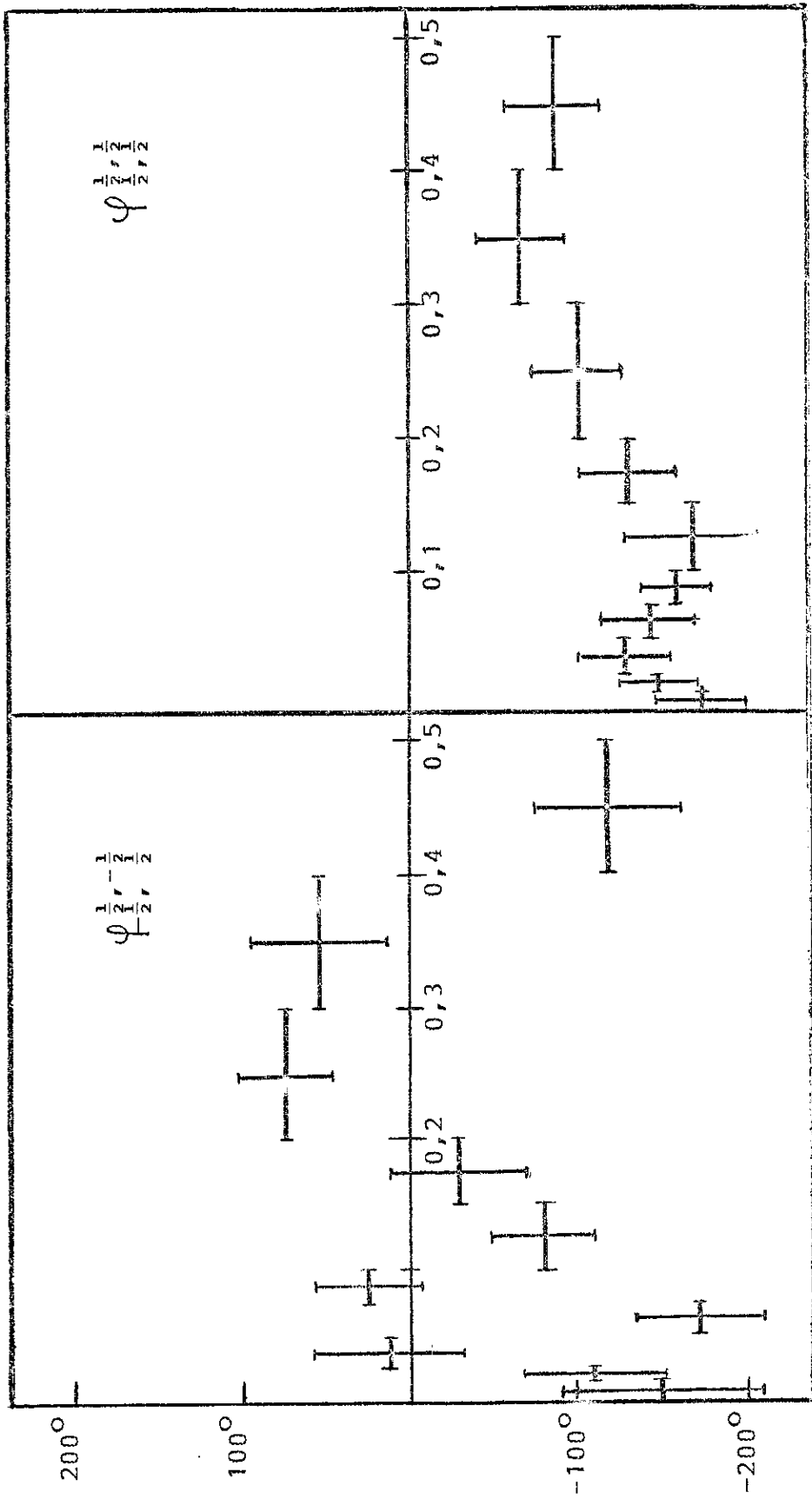
as a function of t' .



$t' (\text{GeV}^2)$

Fig. 3.21

Fases $\varphi_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$ relativas às amplitudes $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$, como função de t' .



t' (GeV^2)

Fig. 3.2e

Fases $\varphi_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_1, \lambda_2}$ relativas às amplitudes $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_1, \lambda_2}$, como função de t' .

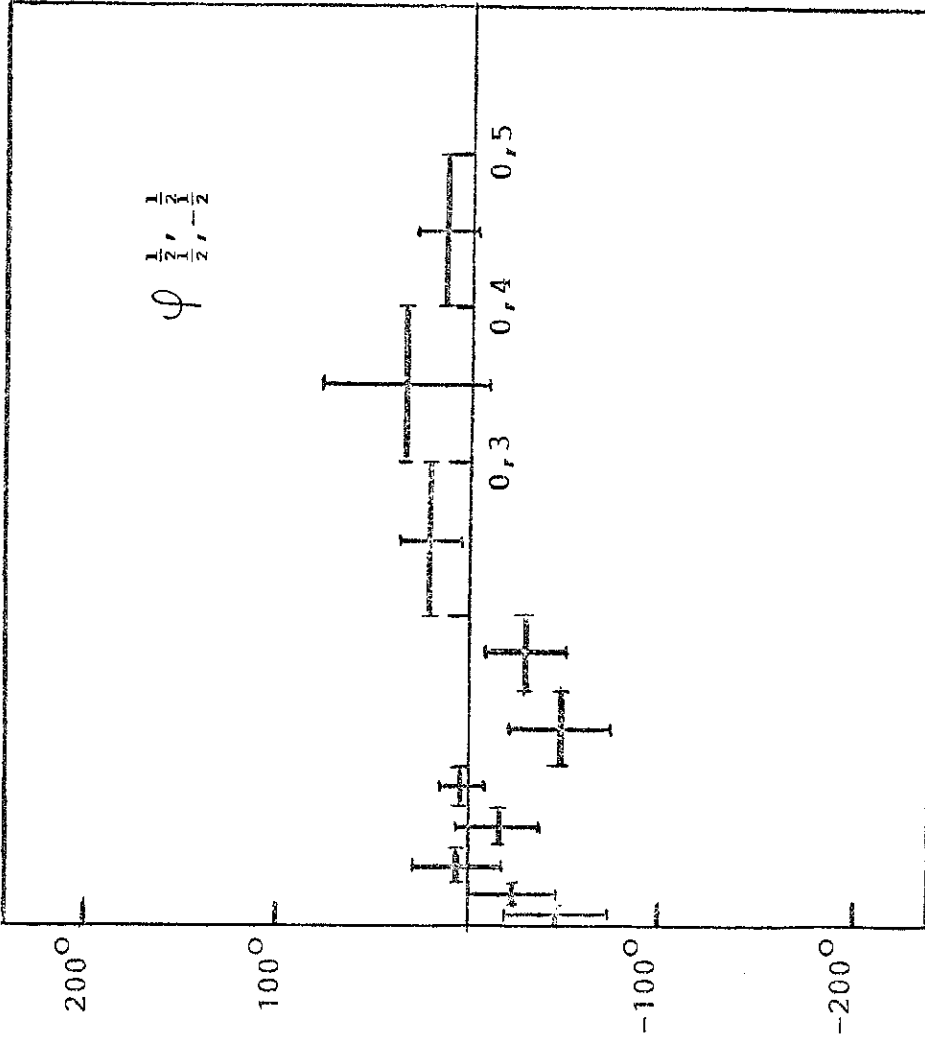


Fig. 3.2F

Λ_1, Λ_2 relative to amplitudes Λ_1, Λ_2
 Fases $\phi_{\lambda_a, \lambda_b}$ relative to amplitudes λ_a, λ_b

como função de t' .

CAPÍTULO 4

VERIFICAÇÃO DO MÉTODO USADO

É verificada a qualidade dos resultados obtidos neste trabalho comparando as distribuições angulares experimentais da reação em estudo $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$ com as distribuições angulares determinadas a partir das amplitudes obtidas.

4.1 - Verificação do Método Usado para a Reação $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$:

A figura 4.1 mostra a distribuição angular experimental (linhas contínuas) da ressonância bariônica Δ^{++} , no sistema de helicidade e a distribuição angular determinada pelas amplitudes obtidas (linhas tracejadas).

A figura 4.2 mostra a distribuição angular experimental (linhas contínuas) do sistema $(p\pi^-)$ na região de massa do Δ^0 , no sistema de helicidade, e a distribuição angular determinada a partir das amplitudes obtidas (linhas tracejadas).

As distribuições angulares polar e azimutal (linhas tracejadas) dos analisadores dos dois sistemas de partículas $(p'\pi_F^+)$ e $(p\pi^-)$ no sistema de coordenadas de helicidade dos respectivos referenciais inerciais foram obtidas usando os dados experimentais, e as amplitudes calculadas anteriormente pelo método de máxima verossimilhança.

Das figuras 4.1 e 4.2 verificamos que existe uma boa

concordância entre as distribuições angulares experimentais e as distribuições angulares determinadas a partir das amplitudes. Isto indica que a restrição feita neste trabalho, de que o spin relativo s não assuma valores superiores a 1 é uma hipótese válida para o nosso problema e que através das amplitudes obtidas podemos descrever bem as distribuições angulares da reação em estudo.

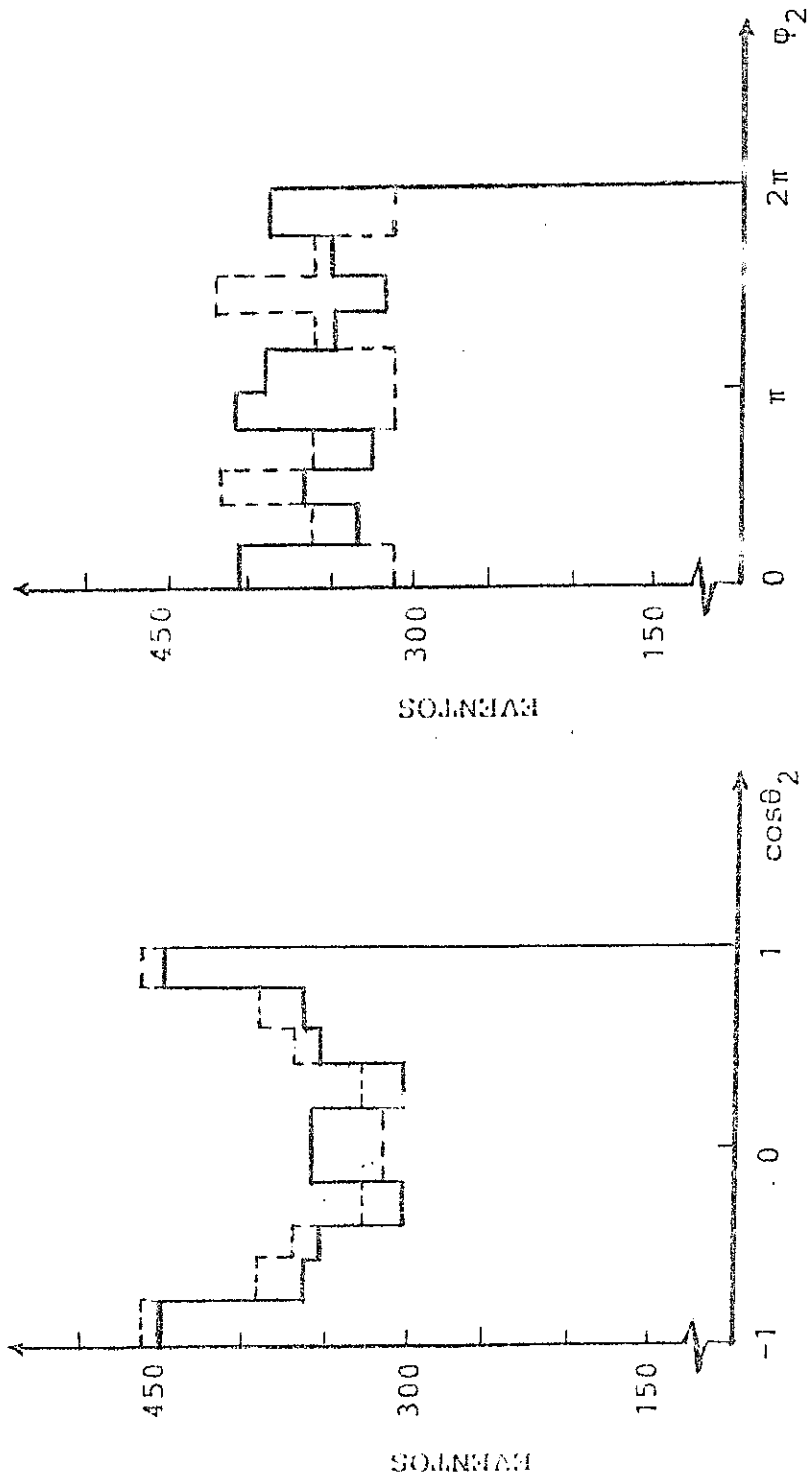


Fig. 4.1

Distribuição angular experimental do méson π^+ , produzido no decaimento do Δ^{++} (linhas contínuas) no sistema de helicidade e a distribuição angular criada a partir das amplitudes obtidas (linhas tracejadas) na reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(\pi^+)$.

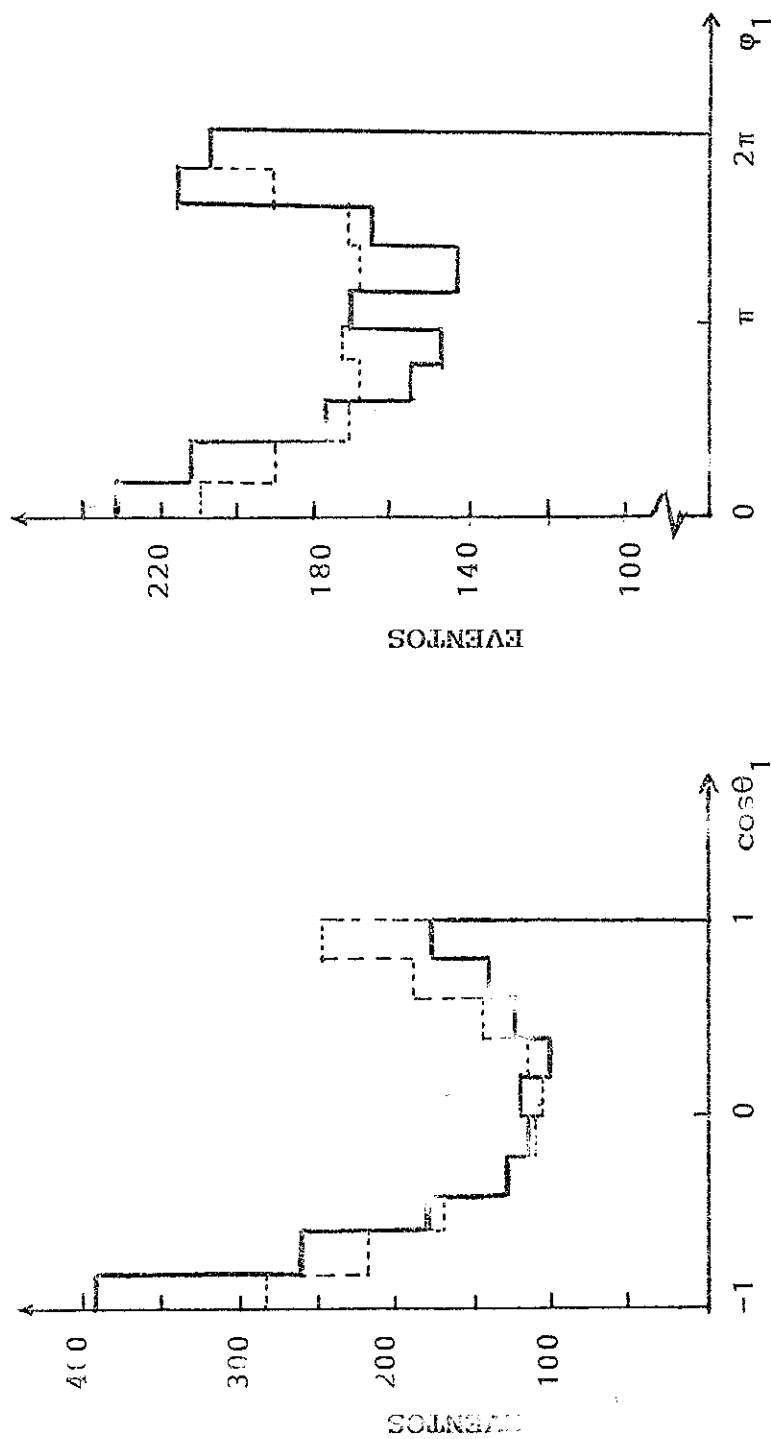


Fig. 4.2

Distribuição angular experimental do méson π^- (linhas contínuas) no SH do sistema $(p\pi^-)$ e a distribuição angular criada a partir das amplitudes obtidas (linhas tracejadas) na reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$.

MATRIZ DENSIDADE DE SPIN DO $\Delta(1232)$

Neste capítulo apresentamos os resultados experimentais sobre as populações de spin dos estados ressonantes produzidos nas interações $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$. Estas informações sobre as orientações de spin de cada um dos sistemas de partículas correspondentes à produção de dupla ressonância são dadas na forma de elementos da matriz densidade ρ no espaço de spin. Desta forma, podemos obter informações sobre os mecanismos de produção da reação $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$ a partir do estudo dos elementos da matriz densidade obtidos para as ressonâncias Δ^{++} e Δ^0 .

Os elementos da matriz densidade para os estados Δ^{++} e Δ^0 foram calculados para vários intervalos do quadrado do quadri-momento transferido t' utilizando o método de máxima verossimilhança para ajustar a expressão da distribuição angular de decaimento,

$$I(\theta, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \rho_{3,3} (1 - 3\cos^2\theta) + \frac{1}{2} (3\cos^2\theta + 1) - \sqrt{3} \operatorname{Re} \rho_{3,1} \sin 2\theta \cos \varphi - \sqrt{3} \operatorname{Re} \rho_{3,-1} \cos 2\varphi \sin^2\theta \right\} \quad (5.1)$$

para as duas ressonâncias Δ de spin $J = 3/2$ parametrizadas nos elementos de matriz ρ_{ij} , com a distribuição angular de decaimento obtida a partir dos dados experimentais. A obtenção da expressão

(5.1) é apresentada no Apêndice D.

Os elementos de matriz $\rho_{i,j}$ utilizados como parâmetros desconhecidos foram determinados usando os ângulos polar e azimutal, representados, respectivamente, por Θ e φ , no referencial de repouso da ressonância utilizando para a orientação dos eixos o sistema de Gottfried-Jackson (SGJ) (ver Apêndice A).

Os dados experimentais usados na determinação dos parâmetros $\rho_{3,3}$, $\text{Re } \rho_{3,1}$ e $\text{Re } \rho_{3,-1}$ são constituídos pelos ângulos de decaimento θ , φ correspondentes aos eventos que satisfazem às condições impostas pelos critérios de seleção apresentados no Capítulo 1.

Os valores numéricos dos elementos de matriz $\rho_{i,j}$ obtidos para as ressonâncias Δ^{++} e Δ^0 no estudo da reação $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$ são apresentados nas Tabelas 5.1 e 5.2.

As figuras 5.1 e 5.2 apresentam os elementos de matriz densidade $\rho_{3,3}$, $\text{Re } \rho_{3,1}$ e $\text{Re } \rho_{3,-1}$ para o Δ^{++} e Δ^0 , como funções de t' , no SGJ.

Comparando as figs. 5.1 e 5.2 podemos observar que os elementos da matriz densidade da ressonância Δ^0 apresentam um comportamento ligeiramente diferente com relação a outra ressonância Δ^{++} de mesma estrutura de spin-paridade ($J^P = 3/2^+$). Este desvio, provavelmente, é devido à presença da contribuição da onda S devido ao "background" existente sob a ressonância Δ^0 na amostra de dados que representa a reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$.

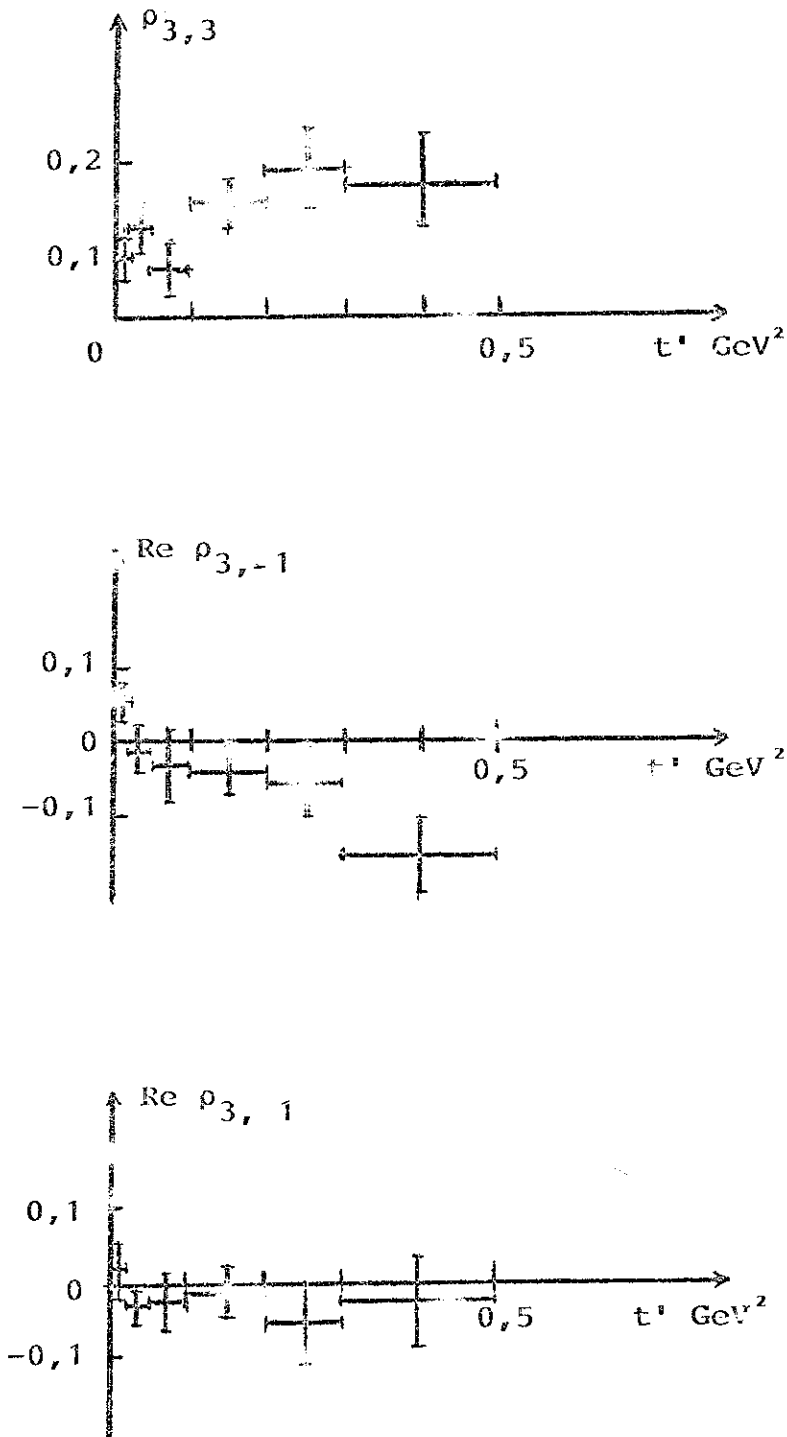


Fig. 5.1

Elementos da matriz densidade $\rho_{i,j}$ para Δ^{++} no SGJ, em função de t' , na reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$.

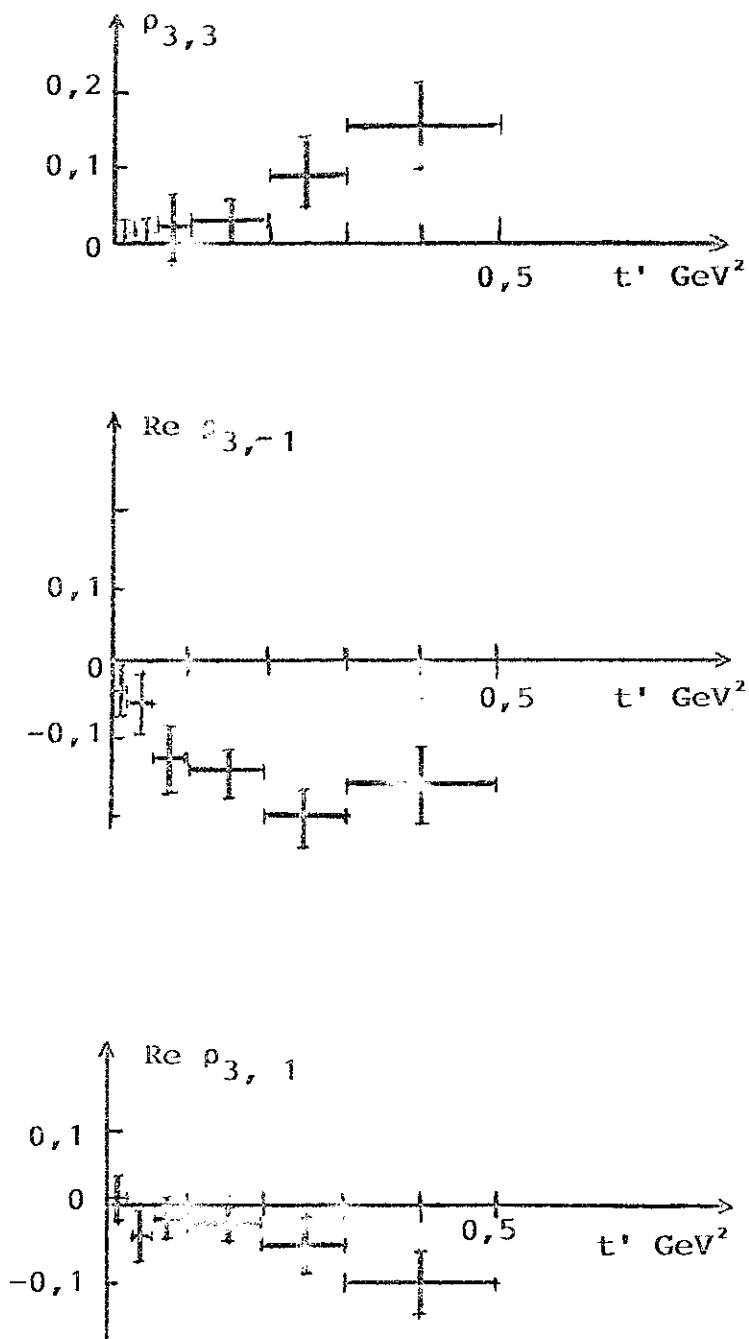


Fig. 5.2

Elementos da matriz densidade $\rho_{i,j}$ para o sistema $(p\pi^-)$ no SCJ, em função de t' , na reação $pp \rightarrow \Lambda^{++}(p\pi^-)$.

t' (GeV ²)	$\rho_{3,3}$	Re $\rho_{3,-1}$	Re $\rho_{3,1}$
0,0 - 0,02	0,08 \pm 0,04	0,06 \pm 0,03	0,015 \pm 0,030
0,02 - 0,05	0,12 \pm 0,04	-0,02 \pm 0,04	- 0,019 \pm 0,031
0,05 - 0,10	0,07 \pm 0,04	-0,03 \pm 0,04	- 0,016 \pm 0,030
0,10 - 0,20	0,15 \pm 0,04	-0,04 \pm 0,03	- 0,006 \pm 0,030
0,20 - 0,30	0,20 \pm 0,05	-0,05 \pm 0,05	- 0,050 \pm 0,051
0,30 - 0,50	0,18 \pm 0,06	-0,15 \pm 0,05	- 0,020 \pm 0,050

TABELA 5.1

Elementos da matriz densidade $\rho_{i,j}$ para a ressonância Δ^{++} , no SGJ, em função de t' .

t' (GeV ²)	$\rho_{3,3}$	Re $\rho_{3,-1}$	Re $\rho_{3,1}$
0,0 - 0,02	0,01 \pm 0,01	- 0,04 \pm 0,04	0,01 \pm 0,03
0,02 - 0,05	0,01 \pm 0,01	- 0,06 \pm 0,04	- 0,04 \pm 0,03
0,05 - 0,10	0,02 \pm 0,04	- 0,14 \pm 0,04	- 0,02 \pm 0,03
0,10 - 0,20	0,02 \pm 0,03	- 0,15 \pm 0,03	- 0,02 \pm 0,03
0,20 - 0,30	0,09 \pm 0,05	- 0,21 \pm 0,04	- 0,05 \pm 0,04
0,30 - 0,50	0,16 \pm 0,06	- 0,17 \pm 0,05	- 0,10 \pm 0,04

TABELA 5.2

Elementos da matriz densidade $\rho_{i,j}$ para a ressonância Δ^0 , no SGJ, em função de t' .

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Neste capítulo apresentamos as conclusões obtidas com a análise dos dados da interação $pp \rightarrow \Delta^{++} \Delta^0$, incluindo o "background" na onda S sob a ressonância $\Delta^0(1232)$.

6.1 - Amplitudes da reação $pp \rightarrow \Delta^{++} (p\pi^-)$ na região do $\Delta^0(1232)$:

Comparando os resultados obtidos para as amplitudes, nós observamos que a amplitude $P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$ é a dominante em toda a região de valores do quadrado do quadrimomento transferido t' e que a contribuição das amplitudes $P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$ e $P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}$ para a seção de choque total é pequena.

As amplitudes $S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$, $S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$, $P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$, $P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}$ e $P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$, observadas nas figs. 3.1, apresentam um comportamento decrescente à medida que valores de t' crescem.

Comparando as figs. 3.1, podemos notar que a contribuição relativa à onda P é a mais significativa e que a parcela relativa à onda S também contribui para o conjunto de valores de t' estudado.

As amplitudes $P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$ e $P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}$ apresentam comportamentos semelhantes nos diferentes intervalos de t' considerados neste trabalho.

Tomando para a seção de choque total da reação

$pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0(1232)$ o valor $0,16 \pm 0,03$ mb [2] obtemos as contribuições devido à onda P bem como as parcelas relativas à onda S que contribuem para a seção de choque total. Desta forma, atribuímos à contribuição da onda P a fração de 87,5% da seção de choque total da reação em estudo ($\sigma_p = 0,14 \pm 0,02$ mb), enquanto que a contribuição devido à onda S se restringe à 12,5% ($\sigma_s = 0,02 \pm 0,01$ mb).

As distribuições angulares experimentais e as distribuições angulares determinadas pelas amplitudes calculadas neste trabalho apresentam uma boa concordância como pode ser visto nas figs. 4.1 e 4.2. Isto indica que nós podemos descrever bem as distribuições angulares da reação em estudo através das amplitudes obtidas anteriormente e que a restrição feita, neste trabalho, de que o spin relativo, assuma um único valor $\ell = 1$ para a troca de spin em cada vértice $\Delta(1232)$ é uma hipótese válida para o nosso problema.

Na fig. 4.2 observamos que a distribuição angular experimental em $\cos\theta_1$ não apresenta um comportamento simétrico. Isto provavelmente é devido à presença da contribuição da onda S do "background" existente sob a ressonância $\Delta^0(1232)$ nos sistemas ($p\pi^-$) da amostra selecionada.

Com o objetivo de aumentar a razão sinal $\Delta^0(1232)$ /"background" nós selecionamos eventos na região de massa que satisfaz a $M(p\pi^-) < 1,4$ GeV. Comparando os eventos selecionados para o estudo da reação $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$ com o corte $M(p\pi^-) < 1,4$ GeV com aqueles obtidos com o corte $M(p\pi^-) < 1,6$ GeV nós verificamos por meio dos valores esperados das funções D nas duas regiões de massa que o corte $M(p\pi^-) < 1,4$ GeV não diminui a contaminação da amostra se

leccionada e só faz com que o número de eventos disponíveis seja muito reduzido (de 1833 para 1.004 eventos). Deste modo a amostra selecionada para o corte $M(p\pi^-) < 1,4 \text{ GeV}$ é ainda constituída de eventos cujo sistema $(p\pi^-)$ é uma mistura de estados puros de diferentes valores de spin e paridade com um número muito menor de eventos disponíveis.

Desta forma o corte $M(p\pi^-) < 1,6 \text{ GeV}$ é o mais conveniente para a determinação das amplitudes da reação $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$ a $12 \text{ GeV}/c$.

6.2 - Matriz Densidade de Spin do $\Delta(1232)$:

Os elementos de matriz para o sistema $(p\pi^-)$ apresentam um comportamento ligeiramente diferente do comportamento observado para o sistema $(p'\pi_f^+)$, que podem ser vistos na Fig. 5.1 e na Fig. 5.2 . Os desvios observados para o Δ^0 podem ser devidos à contaminação da onda S relativa ao "background" na região de massa do Δ^0 , nos diferentes intervalos de t' .

G.Kayas e colaboradores [6] analisaram essa reação para o momento incidente de $8,1 \text{ GeV}/c$. A comparação dos nossos resultados com os obtidos por G.Kayas e colaboradores pode ser observada na Fig. 6.1. As linhas tracejadas, nesta figura, representam os dados a $8,1 \text{ GeV}/c$ e as linhas contínuas dão os nossos resultados a $12 \text{ GeV}/c$. Podemos concluir que há uma certa semelhança entre elas e que o afastamento observado nestes resultados evidencia a dependência dos elementos de matriz densidade $\rho_{i,j}$ com a energia.

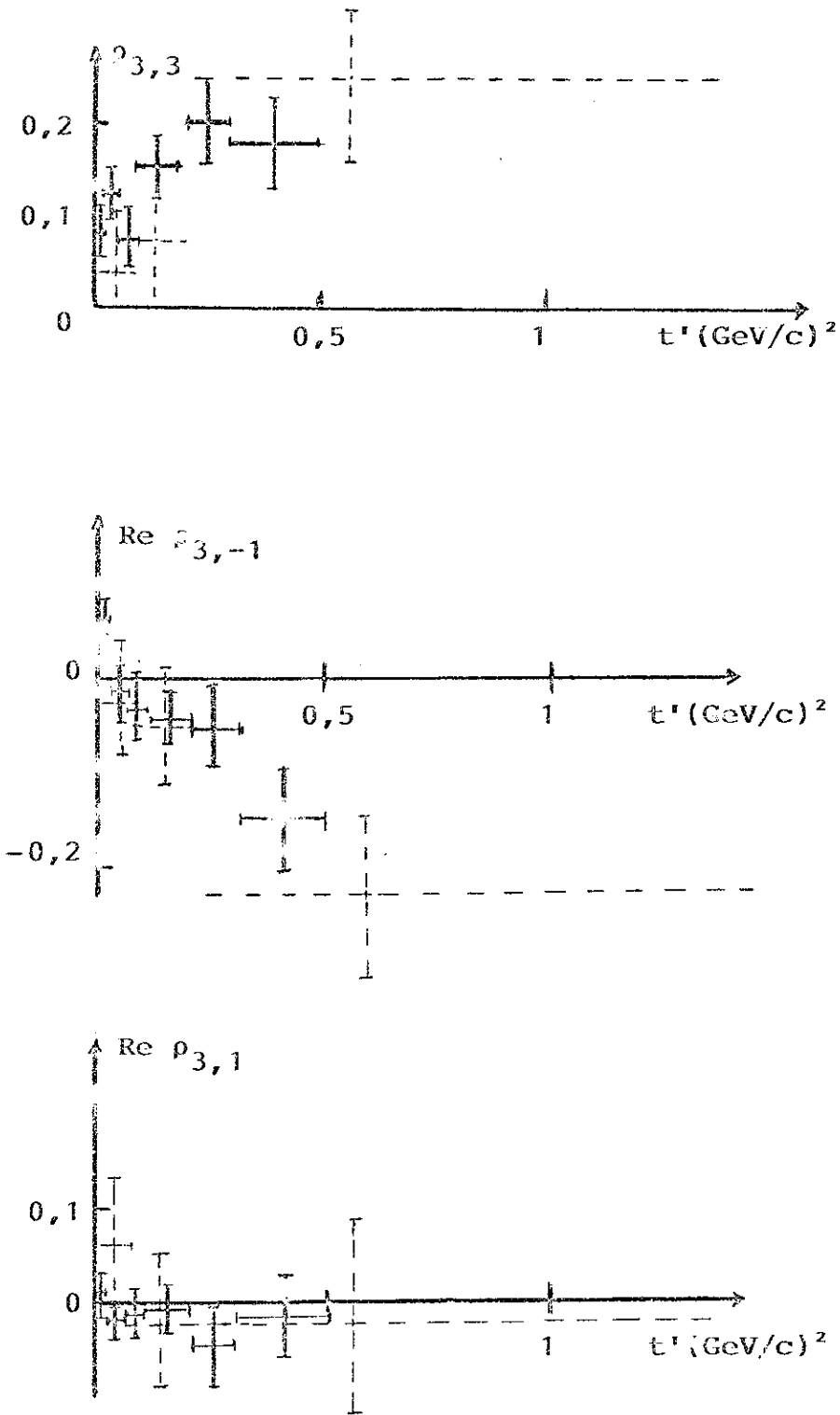


Fig. 6.1

Comparação entre os elementos de matriz densidade para Δ^{++} na reação $pp \rightarrow \Delta^{++}(p\pi^-)$ a 12 GeV/c (linhas contínuas) e a 8,1 GeV/c (linhas tracejadas) [6] como função de t' .

APÊNDICE A

DEFINIÇÃO DOS SÍMBOLOS E SISTEMAS DE REFERÊNCIA UTILIZADOS

A.1 - Sistemas de Referência Usados :

Usamos neste trabalho dois tipos de sistemas de referência para a reação em estudo. Os sistemas de referência que são definidos pelas propriedades do estado inicial de um processo de colisão e os sistemas de referência cujas definições dependem dos produtos da reação a ser analisada.

No processo de colisão em que duas partículas a e b colidem, os valores dos quadrimomentos $p_a = (E_a, \vec{p}_a)$ e $p_b = (E_b, \vec{p}_b)$ são estabelecidos pelas condições iniciais da experiência. Dentro os referenciais que podem ser definidos por se restringir \vec{p}_a ou \vec{p}_b a alguns valores particulares temos o Sistema de Laboratório - (SL), que é definido como o sistema em que a experiência ocorre e que, portanto, é o sistema em que todos os momentos e as energias são medidos. Ele é estabelecido pelo aparato experimental que, no caso da reação em estudo, envolve um feixe de partículas colidindo com um alvo estacionário. É neste sentido que o Sistema de Laboratório pode ser considerado como o sistema primário, pois é a partir dele que os momentos e as energias são transformados para outros sistemas como, por exemplo, o sistema centro de massa (SCM) que é definido como o sistema de referência em que $\vec{p}_a + \vec{p}_b = 0$.

Muitas das reações inelásticas a altas energias, que

são observadas na câmara de bolha, são conduzidas ao estado final por meio da produção de estados intermediários (ressonâncias) que decaem por interação forte.

Nesta categoria de reações destacamos o papel representado pelos processos a quase dois corpos do tipo $a + b \rightarrow c + d$, onde c ou d (ou c e d) são ressonâncias produzidas simultaneamente, no processo de colisão, e que decaem por interação forte da seguinte forma: $c \rightarrow 1 + 3$ e $d \rightarrow 2 + 4$.

Quando tratamos com estados de duas partículas em que pelo menos uma delas tem spin diferente de zero é conveniente usarmos os estados de helicidade porque esta representação apresenta muitas vantagens. A mais importante é devido ao fato de um estado de duas partículas possuir tanto o momento angular orbital devido ao movimento relativo das partículas quanto o momento angular spin. O momento angular total que é conservado, e que portanto é uma grandeza importante, é a soma vetorial destes dois momentos angulares. Se conhecemos a componente de spin na direção do eixo z devemos adicionar a componente do momento angular orbital para obter a componente do momento angular total nesta direção.

Entretanto, se através de uma transformação nós vamos para o referencial do centro de massa do sistema de duas partículas o momento angular orbital é sempre perpendicular à direção do movimento relativo das duas partículas. Isto significa que se cada um dos sistemas de duas partículas estão representados pelos auto-estados de helicidade, a componente de spin do sistema de duas partículas na direção do movimento relativo é também a componente

do momento angular total do sistema de duas partículas na direção do movimento relativo.

Para estados de duas partículas uma alternativa é formar estados cujo momento total \vec{P} é nulo. Desde que a amplitude que descreve o processo deve ser invariante nós devemos fazer uma escolha do sistema de referência (em particular, podemos escolher o referencial de centro de massa)[28,29].

Devido à conservação do momento linear, o centro de massa do estado inicial de duas partículas será também o centro de massa do estado final no processo de colisão a quase dois corpos, enquanto que no decaimento de cada ressonância em duas partículas o centro de massa do sistema de duas partículas será também o referencial de repouso da ressonância correspondente.

Para estudar a reação a quase dois corpos, $pp \rightarrow (p\pi^-)(p'\pi_f^+)$, a partir do processo com quatro partículas no estado final simbolizado por

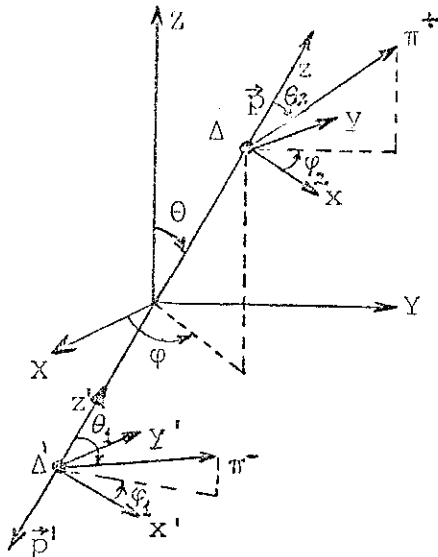
$$\begin{array}{l} pp \rightarrow pp' \pi^- \pi_f^+ \\ ab \rightarrow 12 \ 3 \ 4 \end{array}$$

nós consideramos três sistemas de referência e usamos alguns parâmetros cujo significado cinemático apresentamos a seguir. O sistema $(p\pi^-)$ descrito por (1,3) representa um sistema de duas partículas em uma região de massa que inclui o barion Δ^0 , e o sistema $(p'\pi_f^+)$ descrito por (2,4) representa a ressonância Δ^{++} .

Desta forma, as quatro partículas no estado final estão divididas em dois sistemas intermediários $\Delta = (p'\pi_f^+)$ e $\Delta' = (p\pi^-)$.

Com os números quânticos Λ e Λ' representamos, respectivamente, as helicidades de cada um desses sistemas medidas no referencial do centro de massa da reação, escolhendo para orientação dos eixos um sistema de coordenadas X, Y e Z , no qual \vec{p} (e $\vec{p}' = -\vec{p}$) são, respectivamente, os momentos lineares dos sistemas ($p\pi_f^+$) e ($p\pi^-$) cuja orientação é descrita pelos ângulos Ω ($\Omega = \theta, \varphi$). As helicidades individuais λ_i das partículas Δ estão referidas ao SCM de Δ e as helicidades individuais λ_j de Δ' estão referidas ao SCM de Δ' .

Considere o sistema ($p\pi_f^+$) no seu próprio SCM, que representamos por x, y e z . Neste sistema de referência os momentos individuais das partículas são $\vec{p}_2(p)$ e $\vec{p}_4(\pi_f^+)$ com $\vec{p}_2 = -\vec{p}_4$. Os ângulos $\Omega_2 = (\theta_2, \varphi_2)$ descrevem a orientação do momento \vec{p}_4 em relação ao sistema de referência x, y e z , que se desloca com um momento $\vec{p} = (p, \theta, \varphi)$, em X, Y e Z . Analogamente, podemos considerar o SCM do sistema ($p\pi^-$) descrito por x', y' e z' . Neste sistema de referência os momentos individuais das partículas são $\vec{p}_1(p)$ e $\vec{p}_3(\pi^-)$ com $\vec{p}_1 = -\vec{p}_3$. Os ângulos $\Omega_1 = (\theta_1, \varphi_1)$ descrevem a orientação do momento \vec{p}_3 em relação ao sistema de referência x', y' e z' , que se move no X, Y e Z com um momento $\vec{p}' = (p, \pi^-, \pi^+ \varphi)$



Na Figura anterior, os referenciais xyz e $x'y'z'$ são obtidos a partir do referencial centro de massa da reação XYZ por transformações de Lorentz.

Em muitos casos é mais simples trabalhar nos referenciais de repouso de um sistema de duas partículas (estado intermediário), que é produzido num processo de colisão do que no SCM do processo[30].

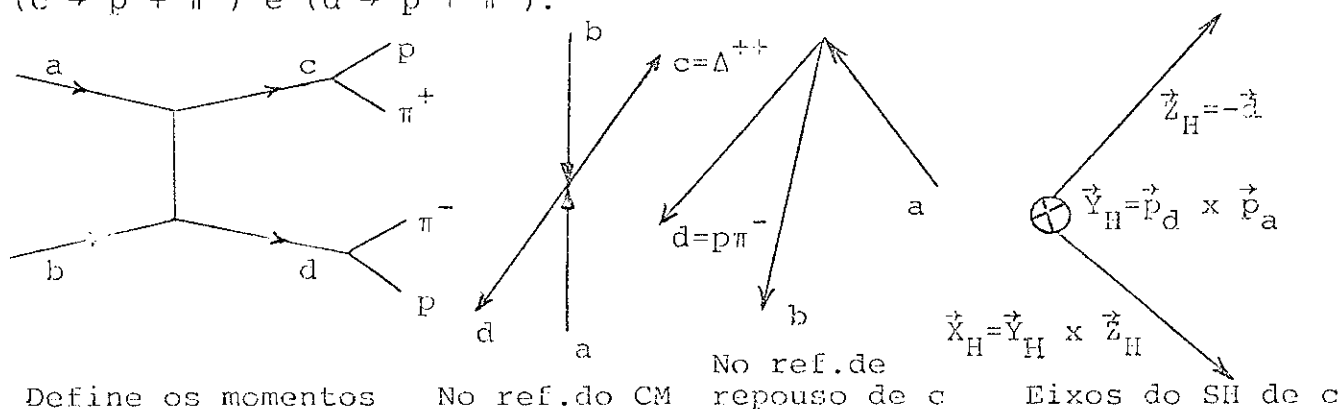
Na reação $pp + (p\pi^-)\Delta^{++} \rightarrow (p\pi^+)$ os referenciais de repouso dos sistemas $(p\pi^-)$ e Δ^{++} (ou SCM dos sistemas de duas partículas que decaem) são definidos, respectivamente, como os referenciais em que $\vec{p}_1 + \vec{p}_3 = 0$ e $\vec{p}_2 + \vec{p}_4 = 0$. No referencial de repouso do $(p\pi^-)$ os vetores \vec{p}_a , \vec{p}_b e $\vec{p}_{\Delta^{++}}$ definem um plano denominado de plano de produção. Nós fixamos o sistema de coordenadas de produção de tal modo que a reação $a + b \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$ ocorra no plano XZ .

Para descrever a orientação do vetor \vec{p}_3 no referencial de repouso do $(p\pi^-)$ nós devemos escolher como eixo polar uma direção bem determinada e definir a partir disto um sistema de coordenadas para o referencial. A palavra sistema refere-se aqui somente a diferentes escolhas dos eixos para um mesmo referencial (referencial de repouso do $(p\pi^-)$).

A escolha dos eixos é arbitrária, mas certas características de uma reação podem se tornar mais ou menos evidentes dependendo de qual seja o sistema de coordenadas selecionado para ser usado em um sistema de referência. A escolha adequada de um conjunto de eixos coordenados no referencial de repouso de uma ressonância é geralmente sugerida pelas considerações sobre o provável mecanismo de produção de uma reação. Para colisões periféri

cas a quase dois corpos é conveniente usar o referencial de repouso da ressonância descrito pelo sistema de helicidade ou pelo sistema de Gottfried-Jackson. Estas duas convenções usadas para definir o eixo de quantização do spin de cada uma das ressonâncias no processo $a + b \rightarrow \Delta^{++} (p\pi^-)$ pertence a uma classe de sistemas de coordenadas nos quais o eixo y é normal ao plano de produção e o eixo z (isto é, o eixo de quantização de spin) se situa em alguma direção no plano de produção da reação. Para a ressonância Δ^{++} esta direção é \vec{p}_a no sistema de Gottfried-Jackson e $-\vec{p}_{(p\pi^-)}$ no sistema de helicidade, onde \vec{p}_a e $\vec{p}_{(p\pi^-)}$ representam, respectivamente, os momentos lineares da partícula a e do sistema instável $(p\pi^-)$, no referencial de repouso da ressonância Δ^{++} .

Considerando a reação $pp \rightarrow \Delta^{++} (p\pi^-)$ no sistema centro de massa (SCM), nós definimos o sistema de helicidade (SH) para a ressonância Δ^{++} por ser o sistema de coordenadas do referencial de repouso da ressonância Δ^{++} com o eixo z orientado na mesma direção, mas em sentido oposto àquele em que o sistema $(p\pi^-)$ é emitido ($\vec{Z}_H = -\vec{p}_{(p\pi^-)}$), o eixo y perpendicular ao plano de produção ($\vec{Y}_H = \vec{p}_{(p\pi^-)} \times \vec{p}_a$) e o eixo x como $\vec{X}_H = \vec{Y}_H \times \vec{Z}_H$. Os diagramas abaixo ilustram a reação a quase dois corpos $a + b \rightarrow c + d$ onde $(c \rightarrow p + \pi^+)$ e $(d \rightarrow p + \pi^-)$.



A.1.1 - SH para o Sistema de Partículas ($p'\pi_f^+$) :

O sistema de helicidade para o Δ^{++} é definido por:

$$\vec{Z}_H = -\vec{p}_{(p\pi^-)}$$

$$\vec{Y}_H = \vec{p}_{(p\pi^-)} \times \vec{p}_{inc}$$

$$\vec{X}_H = \vec{Y}_H \times \vec{Z}_H$$

onde $\vec{p}_{inc} \equiv \vec{p}_i$ é o momento de "próton incidente" e $\vec{p}_{(p\pi^-)}$ é o momento do sistema ($p\pi^-$), ambos medidos no sistema inercial ($p'\pi_f^+$).

A.1.2 - SH para o Sistema de Partículas ($p\pi^-$) :

O sistema de helicidade para o ($p\pi^-$) é definido por:

$$\vec{Z}_H = -\vec{p}_{\Delta^{++}}$$

$$\vec{Y}_H = \vec{p}_{\Delta^{++}} \times \vec{p}_{inc}$$

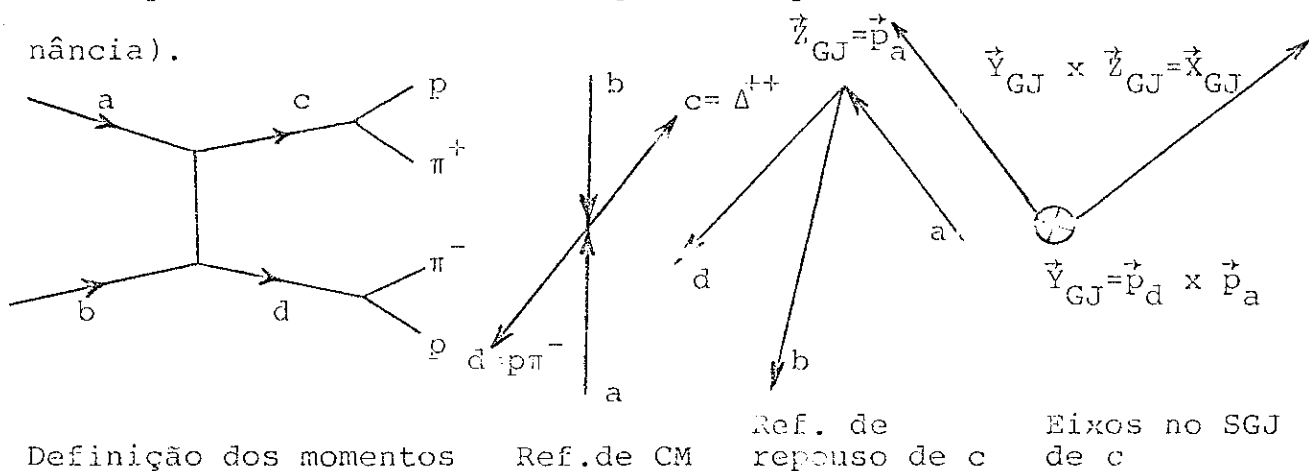
$$\vec{X}_H = \vec{Y}_H \times \vec{Z}_H$$

onde \vec{p}_{inc} é o momento do "próton incidente" e $\vec{p}_{\Delta^{++}}$ é o momento do sistema ($p'\pi_f^+$) no sistema inercial ($p\pi^-$).

Definimos o sistema de Gottfried-Jackson (SGJ) para a ressonância Δ^{++} , como sendo o sistema de coordenadas do referen -

cial de repouso da Δ^{++} com o eixo z tomado paralelo ao momento da "partícula incidente" transformado para este referencial $\vec{z}_{GJ} = \vec{p}_a$, o eixo Y normal ao plano de produção ($\vec{y}_{GJ} = \vec{p}_{(p\pi^-)} \times \vec{p}_a$) e o eixo X como $\vec{x}_{GJ} = \vec{y}_{GJ} \times \vec{z}_{GJ}$.

Como ilustração o diagrama abaixo define os momentos das partículas da reação a quase dois corpos $a + b \rightarrow c + d$ e mostra como estes se apresentam nos referenciais do CM (centro de massa) da reação, de repouso de c e os eixos x,y,z no SGJ neste referencial de repouso de c. Os eixos no SH ou no SGJ só podem ser definidos depois que os momentos de todas as partículas são transformados para o referencial de repouso da partícula instável (ressonância).



Estes dois referenciais têm o mesmo eixo y que é escolhido na direção da normal ao plano de produção. Eles estão relacionados por uma rotação através de um ângulo χ em torno da normal ao plano de produção. χ é uma função das variáveis cinemáticas do processo de produção.

A.1.3 - SGJ para o Sistema de Partículas ($p'\pi_f^+$) :

O sistema de Gottfried-Jackson para o Δ^{++} é definido por

$$\vec{Z}_{GJ} = \vec{p}_{inc}$$

$$\vec{Y}_{GJ} = \vec{p}_{(p\pi^-)} \times \vec{p}_{inc}$$

$$\vec{X}_{GJ} = \vec{Y}_{GJ} \times \vec{Z}_{GJ}$$

onde \vec{p}_{inc} é o momento do "próton incidente" e $\vec{p}_{(p\pi^-)}$ é o momento do sistema $(p\pi^-)$ no referencial de repouso do sistema $(p\pi_f^+)$.

A.1.4 - SGJ para o Sistema de Partículas $(p\pi^-)$:

$$\vec{Z}_{GJ} = \vec{p}_{inc}$$

$$\vec{Y}_{GJ} = \vec{p}_{\Delta^{++}} \times \vec{p}_{inc}$$

$$\vec{X}_{GJ} = \vec{Y}_{GJ} \times \vec{Z}_{GJ}$$

onde \vec{p}_{inc} é o momento "próton incidente" como ele é visto do referencial de repouso do sistema $(p\pi^-)$ e $p_{\Delta^{++}}$ é o momento do sistema $(p\pi_f^+)$ medido no referencial de repouso do sistema $(p\pi^-)$.

A.2 - Símbolos Utilizados :

Os símbolos utilizados neste trabalho para a reação:

$$pp \rightarrow (p\pi^-)(p\pi_f^+)$$

são os seguintes:

j, λ - o spin e a helicidade do sistema $(p\pi^-)$

J, Λ - o spin e a helicidade do sistema $(p\pi_{\text{f}}^+)$

λ_{N} - a helicidade da ressonância N^0 (ou seja, do sistema $(p\pi^-)$ na onda S)

Λ_1 - a helicidade da ressonância Δ^0 (ou seja, do sistema $(p\pi^-)$ na onda P)

Λ_2 - a helicidade da ressonância Δ^{++}

θ_1, φ_1 - os ângulos polar e azimutal do méson que sai do sistema $(p\pi^-)$, no referencial de repouso do $(p\pi^-)$

θ_2, φ_2 - os ângulos polar e azimutal do méson que sai do sistema $(p'\pi_{\text{f}}^+)$, no referencial de repouso do Δ^{++}

λ_{a} - a helicidade do próton incidente ("alvo")

λ_{b} - a helicidade do próton incidente ("feixe")

λ_1 - a helicidade do próton que é emitido no decaimento do sistema $(p\pi^-)$

λ_2 - a helicidade do próton que é emitido no decaimento da ressonância Δ^{++}

s - quadrado da energia no SCM

s - o spin relativo entre um próton incidente e a ressonância Δ^{++}

k_2 - a troca de helicidade para o vértice Δ^{++} ($k_2 = \Lambda_2 - \lambda_b$)

k_1 - a troca de helicidade para o vértice Δ^0 ($k_1 = \Lambda_1 - \lambda_1$)

t - o quadrado do quadrimomento transferido entre um próton incidente e a ressonância Δ^{++}

t_{\min} - o menor valor de t cinematicamente permitido para a reação em estudo

t' - o quadrado do quadrimomento transferido reduzido
($t' = |t - t_{\min}|$)

$$\tilde{P}(s_1, k_1; s_2, k_2) \equiv \tilde{P}_{s_1, s_2}(k_1, k_2)$$

$$\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(1, k_2) \equiv \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2)$$

$$\tilde{P}_{1,1}(k_1, k_2) \equiv \tilde{P}(k_1, k_2)$$

APÊNDICE B

REPRESENTAÇÕES UTILIZADAS

As relações entre os estados iniciais e os correspondentes estados finais para reações inelásticas são estabelecidas pelo operador de transição T e denominadas de amplitudes de transição.

Um dos objetivos da teoria relativística das reações é a determinação das amplitudes de transição e um dos problemas básicos desta teoria para reações com muitas partículas no estado final é encontrar representações convenientes para os estados de muitas partículas. Uma representação é considerada conveniente pelos experimentais quando se usam somente observáveis facilmente mensuráveis. A representação de momento é obviamente privilegiada a partir deste ponto de vista. Para os teóricos a conveniência de uma representação depende da espécie de cálculos a serem realizados com a informação experimental disponível sobre os estados inicial e final.

Na teoria das reações inelásticas nós preferimos as representações que tornam a matriz T tão diagonal quanto possível, sem que para isso seja preciso ter um conhecimento detalhado de toda a interação. Para isto nós consideramos todos os observáveis que podem ser simultaneamente conservados e os incluímos no conjunto completo de operadores que especifica a representação. Além disso quando fazemos cálculos e aproximações teóricas, muitas ve-

zes preferimos utilizar números quânticos ao invés de parâmetros contínuos. Desta forma, obtemos representações convenientes que utilizam diversos números quânticos que não são facilmente mensuráveis. Naturalmente, os resultados teóricos obtidos em uma tal representação devem então ser transformados para a representação de momento de modo a serem comparados com os resultados experimentais.

As bases constituídas de estados de momento linear individual são as mais convenientes do ponto de vista experimental, porque em todas as experiências de colisões e de decaimentos nós medimos diretamente o momento linear individual das partículas iniciais e finais. Por outro lado, os cálculos teóricos e as discussões do mecanismo físico das reações são geralmente muito mais simples e evidentes quando representados nas bases constituídas de estados de momento angular de várias espécies.

Uma análise das reações envolvendo partículas com spin arbitrário pode ser obtida de uma forma simples se usarmos as componentes longitudinais de spin (isto é, os estados de helicidade) não só nos estados inicial e final, mas também nos estados de momento angular que são utilizados para reduzir a matriz T a uma forma mais simples.

Os estados usados neste tratamento são identificados pela componente de spin na direção do movimento da partícula, pois desta forma evitamos o problema da separação do operador momento angular (em uma parte spin e outra parte orbital), que leva a complicações no caso relativístico[31].

Os princípios de invariância e as correspondentes leis

de conservação são de grande importância na teoria das reações , pois simplificam a descrição e permitem uma melhor compreensão dos sistemas físicos e das interações entre os estados.

Uma grande simplificação resulta do uso de bases ortogonais geradas por autovetores simultâneos de operadores que constituem os conjuntos completos de observáveis que se conservam. Evidentemente as amplitudes de transição são diagonais na representação dos auto-estados comuns a todos os observáveis que se conservam e que podem ser medidos simultaneamente. Os autovalores destes observáveis são bons números quânticos.

Desde que nem todos os observáveis, que se conservam , comutam entre si é conveniente, portanto, escolher um conjunto de bons números quânticos.

Devido às leis de conservação da energia total E , do momento \vec{P} e do momento angular \vec{J} as representações dadas constituídas pelos auto-estados simultâneos de E , \vec{P} ($\vec{P} = 0$), J^2 e J_z ($J_z = M$) são particularmente importantes.

As componentes arbitrárias do operador momento angular \vec{J} podem ser medidas simultaneamente com o operador momento linear \vec{P} somente em um referencial centro de massa em que $\vec{P} = 0$. Em outro referencial inercial em que $\vec{P} \neq 0$ só a componente $J_z = (\vec{J} \cdot \vec{P}) / |\vec{P}|$ de \vec{J} (isto é, a helicidade total) pode ser medida simultaneamente com \vec{P} , bem como somente J^2 e uma das componentes de \vec{J} (J_z) podem ser medidas simultaneamente [32].

Um conjunto completo ortonormal de auto-estados simultâneos da energia total E , do momento \vec{P} , do momento angular \vec{J} , da sua componente z (J_z) cujo autovalor é representado por M e das

helicidades individuais λ_1 e λ_2 foi proposto por Jacob e Wick[31, 32] para um sistema de duas partículas relativísticas no seu referencial centro de massa, em que $\vec{P} = 0$, $E = W$, $J = S$. Esse conjunto de observáveis é descrito pela seguinte representação $\{|\vec{P} = 0, M[W, S], \lambda_1, \lambda_2\rangle\}$, onde W é a massa efetiva do sistema de duas partículas que coincide com a energia total E no SCM e S é o spin total do sistema que coincide com o momento angular total J do sistema no SCM. As helicidades λ_1 e λ_2 são invariantes sob rotações de modo que os números quânticos $\vec{P} = 0$, E , J , M , λ_1 e λ_2 podem ser medidos simultaneamente. Em qualquer outro referencial inercial em que $\vec{P} \neq 0$ isto não é mais verdade. No entanto, introduzindo uma definição invariante para as helicidades λ_1 e λ_2 , trocando M pela helicidade total Λ e usando os invariantes W e S ao invés de E e J obtemos desta forma a seguinte representação $\{|\vec{P}, \Lambda[W, S], \lambda_1, \lambda_2\rangle\}$.

APÊNDICE C

FORMALISMO PARA A ANÁLISE DE AMPLITUDES

Neste apêndice apresentamos o formalismo para a análise de amplitudes da reação $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}(1232)$ com o sistema $(p\pi^-)$ em uma região de massa que inclui a ressonância $\Delta^0(1232)$.

A análise de amplitudes é feita para a reação:

$$pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++} \rightarrow (p\pi^-)(p'\pi_f^+) \quad (C.1)$$

caracterizada simbolicamente por:

$$ab \rightarrow (1,3)\Delta^{++} \rightarrow (1,3)(2,4) \quad .$$

A amplitude de transição do estado inicial para o estado final da reação em estudo pode ser escrita da seguinte forma na representação de momento e helicidade de cada uma das partículas

$$\begin{aligned} f_{\lambda_1, \lambda_2; \lambda_a, \lambda_b} &= \langle f | T | i \rangle \\ &= \langle \vec{p}_1, \lambda_1; \vec{p}_2, \lambda_2; \vec{p}_3; \vec{p}_4 | T | \vec{p}_a, \lambda_a; \vec{p}_b, \lambda_b \rangle \end{aligned} \quad (C.2)$$

onde λ_i e \vec{p}_i significam, respectivamente, as helicidades e os momentos e T é o operador de transição.

Neste trabalho nós não levamos em conta a anti-simetrização da amplitude da reação (C.1) desde que incluir os efeitos desta anti-simetrização implica em introduzir um fator constante na expressão da soma do quadrado do módulo da amplitude para o processo total. Neste caso, a contribuição dada por este fator teria pouca importância na determinação relativa das amplitudes.

A amplitude para o processo total pode ser decomposta em estados de momento angular para o caso em que o sistema $(p\pi^-)$ descrito por (j, λ) está nas ondas S e P e o sistema $(p'\pi_f^+)$ representado por $(J = \frac{3}{2}, \Lambda_2)$ é compatível com a ressonância pura $\Delta^{++}(1232)$:

$$F_{\lambda_1, \lambda_2; \lambda_a, \lambda_b} = \sum_{j, \lambda, \Lambda_2} \sqrt{\frac{2j+1}{4\pi^2}} D_{\lambda, \lambda_1}^j(\theta_1, \varphi_1) D_{\Lambda_2, \lambda_2}^{\frac{3}{2}*}(\theta_2, \varphi_2) \times \\ \times T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda; \Lambda_2}(\Delta, t') \quad (C.3)$$

Da conservação de paridade na reação (C.1) segue que as amplitudes de helicidade $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda; \Lambda_2}(\Delta, t')$ satisfazem a seguinte relação de simetria:

$$T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda; \Lambda_2} = (-)^{\lambda + \Lambda_2 - \lambda_a - \lambda_b} T_{-\lambda_a, -\lambda_b}^{j, -\lambda; -\Lambda_2} \quad (C.4)$$

Para a reação há $(2s_a+1)(2s_b+1)(2j+1)(2J+1)$ diferentes combinações de helicidades, onde s_a , s_b , j e J são, respectivamente, os spins dos prótons iniciais e os spins dos sistemas $(p\pi^-)$ e $(p'\pi_f^+)$. Portanto, para determinarmos o número de possíveis amplitudes de helicidade $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda; \Lambda}$ para a reação em estudo devemos con

siderar todas as possíveis orientações de spin das partículas envolvidas na reação a quase dois corpos $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$:

- a) a helicidade λ_N dos sistemas $(p\pi^-)$ onda S de spin $j = \frac{1}{2}$ pode assumir dois valores: $\lambda_N = \pm \frac{1}{2}$.
- b) a helicidade Λ_1 dos sistemas $(p\pi^-)$ onda P de spin $j = \frac{3}{2}$ pode ter quatro valores possíveis: $\Lambda_1 = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$.
- c) a helicidade Λ_2 do sistema $(p'\pi_f^+)$ de spin $J = \frac{3}{2}$ apresenta quatro valores: $\Lambda_2 = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$.
- d) as helicidades λ_a e λ_b de cada um dos prótons incidentes representados em (C.1), respectivamente, por a e b podem assumir os valores: $\lambda_a = \pm \frac{1}{2}$ (dois possíveis valores) e $\lambda_b = \pm \frac{1}{2}$ (dois valores).

Daí resulta que o número de amplitudes possíveis para a reação $pp \rightarrow (p\pi^-)$ onda S Δ^{++} é dado por

$$T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j=\frac{1}{2}, \lambda_N; \Lambda_2} \equiv S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2}$$

$$2(\lambda_N) \times 4(\Lambda_2) \times 2(\lambda_a) \times 2(\lambda_b) = 32 .$$

Da mesma forma, o número de amplitudes possíveis para a reação $pp \rightarrow (p\pi^-)$ onda P Δ^{++} resulta em

$$T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j=\frac{3}{2}, \Lambda_1; \Lambda_2} \equiv P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$$

$$4(\Lambda_1) \times 4(\Lambda_2) \times 2(\lambda_a) \times 2(\lambda_b) = 64 .$$

Desde que o sistema $(p\pi^-)$ é produzido em estados com o momento angular $j = \frac{1}{2}$ e $j = \frac{3}{2}$, uma descrição da reação $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$ com a massa do sistema $(p\pi^-)$ em uma região que inclui a ressonância $\Delta^0(1232)$ depende, a priori, de um total de 96 amplitudes de helicidade $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda; \Lambda_2}$.

Este número de amplitudes complexas é reduzido à metade quando consideramos a conservação de paridade (eq.C.4) na reação em estudo. Assim, para $j = \frac{1}{2}$ e $j = \frac{3}{2}$ restam 48 amplitudes independentes $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda; \Lambda_2}$ a serem calculadas.

Introduzindo-se s_1 como o spin relativo entre o próton incidente com spin $J_a = \frac{1}{2}$ e a ressonância bariônica $\Delta^0(1232)$ de spin $j = \frac{3}{2}$, k_1 como a troca de helicidade ($k_1 = \Lambda_1 - \lambda_a$) para o vértice $(p\pi^-)$ onde p , s_2 como o spin relativo entre o próton incidente com spin $J_b = \frac{1}{2}$ e a ressonância $\Delta^{++}(1232)$ de spin $J = \frac{3}{2}$ e k_2 como a troca de helicidade ($k_2 = \Lambda_2 - \lambda_b$) para o vértice $(p'\pi_f^+)$ podemos escrever as amplitudes de helicidade $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{\frac{1}{2}, \lambda_N; \Lambda_2}$ e $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{\frac{3}{2}, \Lambda_1; \Lambda_2}$ em função das amplitudes do Modelo Quark $\tilde{T}_{s_2, \lambda_a}^{\frac{1}{2}, \lambda_N}(k_2)$ e $\tilde{T}_{s_1, s_2}^{\frac{3}{2}}(k_1, k_2)$:

$$T_{\lambda_a, \lambda_b}^{\frac{1}{2}, \lambda_N; \Lambda_2} = \sum_{s_2=1,2} \frac{2s_2+1}{4} \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; s_2, k_2 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle \tilde{T}_{s_2, \lambda_a}^{\frac{1}{2}, \lambda_N}(k_2) \quad (C.5)$$

$$T_{\lambda_a, \lambda_b}^{\frac{3}{2}, \Lambda_1; \Lambda_2} = \sum_{\substack{s_1=1,2 \\ s_2=1,2}} \left(\frac{2s_1+1}{4} \right) \left(\frac{2s_2+1}{4} \right) \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; s_1, k_1 | \frac{3}{2}, \Lambda_1 \rangle \times \\ \times \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; s_2, k_2 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle \tilde{T}_{s_1, s_2}^{\frac{3}{2}}(k_1, k_2) \quad (C.6)$$

$$T_{\lambda_a, \lambda_b}^{\frac{3}{2}, \Lambda_1; \Lambda_2} = \sum_{s_2=1,2} \frac{2s_2+1}{4} \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; s_2, k_2 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle \tilde{T}_{s_2, \lambda_a}^{\frac{3}{2}, \Lambda_1}(k_2) \quad (C.7)$$

onde $\langle \frac{1}{2}, \lambda'; s', k' | \frac{3}{2}, \Lambda' \rangle$ é o coeficiente de Clebsch-Gordon acoplado

do os spins do próton incidente e do $\Delta(1232)$ correspondente em cada um dos vértices Δ ao spin relativo s .

As expressões inversas das eqs. (C.5), (C.6), (C.7) são dadas por:

$$\tilde{T}_{s_2, \lambda_a}^{\frac{1}{2}, \lambda_N}(k_2) = \sum_{\lambda_b} \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; s_2, k_2 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle T_{\lambda_a, \lambda_b}^{\frac{1}{2}, \lambda_N, \Lambda_2} \quad (C.8)$$

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{s_1, s_2}^{\frac{3}{2}}(k_1, k_2) = \sum_{\lambda_a, \lambda_b} \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; s_1, k_1 | \frac{3}{2}, \Lambda_1 \rangle \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; s_2, k_2 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle \times \\ \times T_{\lambda_a, \lambda_b}^{\frac{3}{2}, \Lambda_1, \Lambda_2} \end{aligned} \quad (C.9)$$

$$\tilde{T}_{s_2, \lambda_a}^{\frac{3}{2}, \Lambda_1}(k_2) = \sum_{\lambda_b} \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; s_2, k_2 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle T_{\lambda_a, \lambda_b}^{\frac{3}{2}, \Lambda_1, \Lambda_2} \quad (C.10)$$

Restringindo a 1 os valores permitidos tanto para o spin relativo s_1 quanto para s_2 correspondentes a cada um dos vértices $\Delta(1232)$ reduzimos o número de amplitudes complexas independentes $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda; \Lambda}$ de 48 para 11. Isso porque

$$\tilde{T}_{s_2=2, \lambda_a}^{\frac{1}{2}, \lambda_N}(k_2) = \sum_{\lambda_b} \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; 2, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 + \lambda_b \rangle T_{\lambda_a, \lambda_b}^{\frac{1}{2}, \lambda_N, k_2 + \lambda_b} \quad (C.11)$$

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{s_1=2, s_2}^{\frac{3}{2}}(k_1, k_2) = \sum_{\lambda_a, \lambda_b} \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; 2, k_1 | \frac{3}{2}, k_1 + \lambda_a \rangle \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; s_2, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 + \lambda_b \rangle \times \\ \times T_{\lambda_a, \lambda_b}^{\frac{3}{2}, k_1 + \lambda_a; k_2 + \lambda_b} = 0 \end{aligned} \quad (C.12)$$

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{s_1, s_2=2}^{\frac{3}{2}}(k_1, k_2) &= \sum_{\lambda_a \lambda_b} \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; s_1, k_1 | \frac{3}{2}, k_1 + \lambda_a \rangle \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; 2, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 + \lambda_b \rangle \times \\ &\times T_{\lambda_a, \lambda_b}^{\frac{3}{2}, k_1 + \lambda_a; k_2 + \lambda_b} = 0 \end{aligned} \quad (C.13)$$

Por conveniência usaremos $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2}$ e $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$ respectivamente, no lugar de $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{\frac{1}{2}, \lambda_N; \Lambda_2}$ e $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{\frac{3}{2}, \lambda_1, \Lambda_2}$ e representaremos $\tilde{T}_{s_2, \lambda_a}^{\frac{1}{2}, \lambda_N}(k_2)$ por $\tilde{S}_{s_2, \lambda_a}^{\lambda_N}(k_2)$ e $\tilde{T}_{s_1, s_2}^{\frac{3}{2}}(k_1, k_2)$ por $\tilde{P}_{s_1, s_2}(k_1, k_2)$.

Considerando a eq.(C.11) e fazendo

a) $k_2 = 2$:

$$\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 2, 2 | \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \rangle S_{\lambda_a, -\frac{1}{2}}^{\lambda_N, \frac{1}{2}} = 0 \quad (C.14)$$

como o valor do coeficiente de Clebsch-Gordon, do termo acima, é diferente de zero, temos que:

$$S_{\lambda_a, -\frac{1}{2}}^{\lambda_N, \frac{1}{2}} = 0 .$$

Como λ_N pode assumir os valores $+\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{2}$ e λ_a assume 2 valores possíveis $+\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{2}$, teremos 4 equações que as amplitudes devem satisfazer.

b) $k_2 = 1$:

$$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2, 1 | \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \rangle S_{\lambda_a, \frac{1}{2}}^{\lambda_N, \frac{3}{2}} + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 2, 1 | \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \rangle S_{\lambda_a, -\frac{1}{2}}^{\lambda_N, \frac{1}{2}} = 0 \quad (C.15)$$

Usando os valores dos coeficientes de Clebsch-Gordon, temos:

$$S_{\lambda_a, \frac{1}{2}}^{\lambda_N, \frac{3}{2}} = \sqrt{3} S_{\lambda_a, -\frac{1}{2}}^{\lambda_N, \frac{1}{2}} . \quad (C.16)$$

Novamente usando os possíveis valores de λ_N e λ_a encontramos 4 equações a serem satisfeitas pelas amplitudes.

c) $k_2 = 0$:

$$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 2, 0 | \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \rangle S_{\lambda_a, \frac{1}{2}}^{\lambda_{N'}, \frac{1}{2}} + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 2, 0 | \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \rangle S_{\lambda_a, -\frac{1}{2}}^{\lambda_{N'}, -\frac{1}{2}} = 0 \quad (C.17)$$

Substituindo na equação acima, os valores dos coeficientes de Clebsch-Gordon, temos:

$$S_{\lambda_a, \frac{1}{2}}^{\lambda_{N'}, \frac{1}{2}} = S_{\lambda_a, -\frac{1}{2}}^{\lambda_{N'}, -\frac{1}{2}} \quad . \quad (C.18)$$

Usando os valores que λ_N e λ_a podem assumir obtemos quatro equações a serem satisfeitas pelas amplitudes de helicidade S . No entanto, ao se reduzir o número de amplitudes à metade estabelecemos relações de simetria entre as amplitudes $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_{N'}, \Lambda_2}$ e $S_{-\lambda_a, -\lambda_b}^{-\lambda_{N'}, -\Lambda_2}$.

Assim, as quatro relações entre as amplitudes de helicidade $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_{N'}, \Lambda_2}$ que foram obtidas na eq.(C.18), pela aplicação da condição $\tilde{S}_{2, \lambda_a}^{\lambda_{N'}}(k_2) = 0$, para valores de $k_2 = 0$, não são todas de interesse, pois algumas destas relações envolvem amplitudes de helicidade já desprezadas, anteriormente, ao se considerar a conservação de paridade.

Desta forma, temos que:

$$S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_{N'}, \Lambda_2} = (-1)^{\lambda_a + \lambda_{N'}} S_{-\lambda_a, -\lambda_b}^{-\lambda_{N'}, -\Lambda_2} \quad (C.19)$$

e portanto das equações obtidas para $k_2 = 0$, apenas duas destas

ainda não foram consideradas.

As relações entre as amplitudes de helicidade $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2}$, obtidas da condição $\tilde{S}_{2, \lambda_a}^{\lambda_N}(-k_2) = 0$, para valores de k_2 simétricos aos valores anteriormente usados em $\tilde{S}_{2, \lambda_a}^{\lambda_N}(k_2) = 0$, são relações entre amplitudes de helicidade $S_{-\lambda_a, -\lambda_b}^{-\lambda_N, -\Lambda_2}$ que já foram eliminadas pela aplicação da conservação da paridade ao se reduzir à metade o nº de amplitudes a serem determinadas e, portanto, tais relações entre amplitudes S não são de interesse.

Considerando, na eq.(C.12), $s_2 = 2$ e fazendo:

I) $k_1 = 2$, obtemos:

$$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 2, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 + \frac{1}{2} \rangle P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, k_2 + \frac{1}{2}} + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 2, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 - \frac{1}{2} \rangle P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, k_2 - \frac{1}{2}} = 0 \quad (C.20)$$

e considerando os diferentes valores de k_2 , temos:

a) para $k_2 = 2$:

$$P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} = 0 \quad (C.21)$$

b) para $k_2 = 1$:

$$P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} \quad (C.22)$$

c) para $k_2 = 0$:

$$P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} \quad (C.23)$$

d) para $k_2 = -1$:

$$P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} \quad (\text{C.24})$$

e) para $k_2 = -2$:

$$P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} = 0 \quad (\text{C.25})$$

II) Fazendo $k_1 = 1$, obtemos:

$$\begin{aligned} & \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 2, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 + \frac{1}{2} \rangle (P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, k_2 + \frac{1}{2}} - \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, k_2 + \frac{1}{2}}) + \\ & + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 2, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 - \frac{1}{2} \rangle (P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, k_2 - \frac{1}{2}} - \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, k_2 - \frac{1}{2}}) = 0 \end{aligned} \quad (\text{C.26})$$

e considerando os diferentes valores de k_2 , temos:

a) para $k_2 = 2$:

$$P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} \quad (\text{C.27})$$

b) para $k_2 = 1$:

$$P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} - \sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} - 3 P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} \quad (\text{C.28})$$

c) para $k_2 = 0$:

$$P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} - P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} = \sqrt{3} (P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} - P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}) \quad (\text{C.29})$$

d) para $k_2 = -1$:

$$P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} - \sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} - 3 P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} \quad (\text{C.30})$$

e) para $k_2 = -2$:

$$P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} \quad (\text{C.31})$$

III) Fazendo $k_1 = 0$, obtemos:

$$\begin{aligned} & \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 2, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 + \frac{1}{2} \rangle (P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, k_2 + \frac{1}{2}} - P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, k_2 + \frac{1}{2}}) + \\ & + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 2, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 - \frac{1}{2} \rangle (P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, k_2 - \frac{1}{2}} - P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, k_2 - \frac{1}{2}}) = 0 \end{aligned} \quad (\text{C.32})$$

e considerando os valores possíveis de k_2 , obtemos:

a) para $k_2 = 2$:

$$P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} \quad (\text{C.33})$$

b) para $k_2 = 1$:

$$P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} - P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = \sqrt{3} (P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} - P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}) \quad (\text{C.34})$$

c) para $k_2 = 0$:

$$P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} - P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} - P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} \quad (\text{C.35})$$

As relações anteriores também podem ser obtidas da eq.(C.13) para $s_1 = 2$.

As relações entre as amplitudes de helicidade $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$, que podem ser obtidas da condição $\tilde{P}_{2,2}(-k_1, -k_2) = 0$, isto é: para valores de k_1 e k_2 simétricos aos valores de k_1 e k_2 utilizados anteriormente em $\tilde{P}_{2,2}(k_1, k_2) = 0$, são relações entre amplitudes de helicidade $P_{-\lambda_a, -\lambda_b}^{-\Lambda_1, -\Lambda_2}$ que já foram eliminadas pela aplicação da conservação de paridade ao se reduzir à metade o número de amplitudes a serem determinadas e, portanto, tais relações não são de interesse.

Considerando, na eq.(C.12), $s_2 = 1$, e fazendo

I) $k_1 = 2$, resulta a seguinte relação:

$$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 + \frac{1}{2} \rangle P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, k_2 + \frac{1}{2}} + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 - \frac{1}{2} \rangle P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, k_2 - \frac{1}{2}} = 0 \quad (C.36)$$

e levando em consideração os diferentes valores de k_2 , na equação acima, temos:

a) para $k_2 = 1$:

$$P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} = -\sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} \quad (C.37)$$

b) para $k_2 = 0$:

$$P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} = - P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} \quad (C.38)$$

c) para $k_2 = -1$:

$$P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} = -\sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} \quad (\text{C.39})$$

II) Fazendo, agora, $k_1 = 1$, temos:

$$\begin{aligned} & \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 + \frac{1}{2} \rangle (P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, k_2 + \frac{1}{2}} - \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, k_2 + \frac{1}{2}}) + \\ & + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 - \frac{1}{2} \rangle (P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, k_2 - \frac{1}{2}} - \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, k_2 - \frac{1}{2}}) = 0 \end{aligned} \quad (\text{C.40})$$

considerando os valores de k_2 , podemos escrever:

a) para $k_2 = 1$:

$$P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} + \sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} = 3 P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} + \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} \quad (\text{C.41})$$

b) para $k_2 = 0$:

$$P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} + P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} = \sqrt{3} (P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} + P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}}) \quad (\text{C.42})$$

c) para $k_2 = -1$:

$$P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} + \sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} = 3 P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} + \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} \quad (\text{C.43})$$

III) Considerando $k_1 = 0$ resultam as seguintes relações:

$$\begin{aligned}
& \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 + \frac{1}{2} \rangle (P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, k_2 + \frac{1}{2}} - P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, k_2 + \frac{1}{2}}) + \\
& + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1, k_2 | \frac{3}{2}, k_2 - \frac{1}{2} \rangle (P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, k_2 - \frac{1}{2}} - P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, k_2 - \frac{1}{2}}) = 0 \quad (C.44)
\end{aligned}$$

e levando os possíveis valores de k_2 , na equação acima, temos:

a) para $k_2 = 1$:

$$P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} + \sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} + \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} \quad (C.45)$$

b) para $k_2 = 0$:

$$P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} + P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} + P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} \quad (C.46)$$

Considerando, na eq.(C.13), $s_1 = 1$ e fazendo:

I) $k_2 = 2$, obtemos:

$$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1, k_1 | \frac{3}{2}, k_1 + \frac{1}{2} \rangle P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{k_1 + \frac{1}{2}, \frac{3}{2}} + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1, k_1 | \frac{3}{2}, k_1 - \frac{1}{2} \rangle P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{k_1 - \frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = 0 \quad , \quad (C.47)$$

e substituindo os valores de k_1 , resulta:

a) para $k_1 = 1$:

$$P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = -\sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} \quad (C.48)$$

b) para $k_1 = 0$:

$$P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = - P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} \quad (C.49)$$

II) Fazendo, agora, $k_2 = 1$, obtemos:

$$\begin{aligned} & \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1, k_1 | \frac{3}{2}, k_1 + \frac{1}{2} \rangle (\sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{k_1 + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}} - P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{k_1 + \frac{1}{2}, \frac{3}{2}}) + \\ & + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1, k_1 | \frac{3}{2}, k_1 - \frac{1}{2} \rangle (\sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{k_1 - \frac{1}{2}, \frac{1}{2}} - P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{k_1 - \frac{1}{2}, \frac{3}{2}}) = 0 \end{aligned} \quad (C.50)$$

Considerando os valores de k_1 , podemos escrever:

a) para $k_1 = 1$:

$$\sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} - 3 P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} - P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} \quad (C.51)$$

b) para $k_1 = 0$:

$$P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} + P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = \sqrt{3} (P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} + P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}) \quad (C.52)$$

III) E, para $k_2 = 0$, temos as seguintes relações entre as amplitudes:

$$\begin{aligned} & \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1, k_1 | \frac{3}{2}, k_1 + \frac{1}{2} \rangle (P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{k_1 + \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} - P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{k_1 + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}}) + \\ & + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1, k_1 | \frac{3}{2}, k_1 - \frac{1}{2} \rangle (P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{k_1 - \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} - P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{k_1 - \frac{1}{2}, \frac{1}{2}}) = 0 \end{aligned} \quad (C.53)$$

e substituindo os valores de k_1 , na relação acima, obtemos:

a) para $k_1 = 1$:

$$\sqrt{3} (P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} - P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}}) = P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} - P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} \quad (C.54)$$

b) para $k_1 = 0$:

$$P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} + P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} = P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} + P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} \quad (\text{C.55})$$

IV) Considerando $k_2 = -1$, obtemos:

$$\begin{aligned} & \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1, k_1 | \frac{3}{2}, k_1 + \frac{1}{2} \rangle (P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{k_1 + \frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} - \sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{k_1 + \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}) + \\ & + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1, k_1 | \frac{3}{2}, k_1 - \frac{1}{2} \rangle (P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{k_1 - \frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} - \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{k_1 - \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}) = 0 \end{aligned} \quad (\text{C.56})$$

e fazendo a substituição de k_1 na equação acima, temos:

$$\sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} - 3 P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} - P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} \quad (\text{C.57})$$

V) Fazendo $k_2 = -2$, obtemos:

$$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1, k_1 | \frac{3}{2}, k_1 + \frac{1}{2} \rangle P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{k_1 + \frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1, k_1 | \frac{3}{2}, k_1 - \frac{1}{2} \rangle P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{k_1 - \frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} = 0 \quad (\text{C.58})$$

e considerando $k_1 = 1$, temos:

$$P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} = -\sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} \quad (\text{C.59})$$

Algumas destas relações podem ser consideradas aos pares formando um sistema de equações que proporciona as seguintes relações explícitas para as amplitudes de helicidade:

1) das equações (C.22) e (C.37) resultam $P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} = 0$ e $P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} = 0$.

- 2) das equações (C.23) e (C.38) obtemos $P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} = 0$ e $P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} = 0$
- 3) das equações (C.24) e (C.39) temos $P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} = 0$ e $P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} = 0$
- 4) das equações (C.28) e (C.41) resultam $P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}}$ e
 $P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$
- 5) das equações (C.29) e (C.42) obtemos $P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$ e
 $P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}$
- 6) das equações (C.30) e (C.43) resultam $P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}}$ e
 $P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}$
- 7) das equações (C.31) e (C.59) obtemos $P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} = 0$ e $P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} = 0$
- 8) das equações (C.33) e (C.49) resultam $P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = 0$ e $P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = 0$
- 9) das equações (C.34) e (C.45) obtemos $P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}}$ e
 $P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$
- 10) das equações (C.35), (C.46) e (C.64) resulta $P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} = P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}$
- 11) das equações (C.48) e (C.27) resultam $P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} = 0$ e $P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = 0$
- 12) das equações (C.51) e (C.28) resulta $P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$
- 13) das equações (C.54) e (C.29) temos $P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} = P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$
- 14) das equações (C.57) e (C.30) obtemos $P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} = \sqrt{3} P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}$
- 15) das equações (C.52) e (C.34) obtemos $P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} = \sqrt{3} P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$

Deste modo, a restrição dada por $\tilde{S}_{2\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2) = 0$ impõe 10 condições nas amplitudes $S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2}$ reduzindo, assim, o número de am

plitudes independentes de 16 para 6 a serem calculadas enquanto que as restrições dadas por $\tilde{P}_{2,s_2}(k_1, k_2) = 0$ e $\tilde{P}_{s_1,2}(k_1, k_2) = 0$ impõe 27 condições sobre as amplitudes $P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2}$ reduzindo de 32 para 5 o número de amplitudes independentes a serem calculadas.

Portanto, as restrições feitas neste trabalho de que os spins relativos assumam somente os valores $s_1 = 1$ e $s_2 = 1$ (isto é, eq.(C.11), eq.(C.12) e eq.(C.13)) impõem um total de 37 condições sobre as amplitudes de helicidade $T_{\lambda_a, \lambda_b}^{j, \lambda, \Lambda}$ fazendo com que o número total de amplitudes de helicidade a serem calculadas seja reduzido de 48 para apenas 11 amplitudes independentes.

As 11 amplitudes de helicidade que foram escolhidas como independentes para se fazer a análise da reação $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$ com o sistema $(p\pi^-)$ nas ondas S e P são as seguintes:

$$\begin{array}{lll}
 S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} & , & S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} & , & S_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} \\
 S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}} & , & S_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} & , & S_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}} \\
 P_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} & , & P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} & , & P_{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} \\
 P_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} & , & P_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} & . &
 \end{array}$$

As amplitudes acima são determinadas a partir da seção de choque diferencial

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2} = \frac{1}{P_a^2} \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_a, \lambda_b} |T_{\lambda_1, \lambda_2; \lambda_a, \lambda_b}|^2 \quad (C.60)$$

onde $\Omega_i = (\theta_i, \varphi_i)$ e $d\Omega_i = d(\cos\theta_i) d\varphi_i$ para $i = 1, 2$.

A amplitude para o processo de produção e decaimento de dupla ressonância bariônica em termos das amplitudes de helicidade (eq.(C.3)) pode ser reescrita uma vez que a expressão da seção de choque diferencial considerada (eq.(C.60)) é para o caso em que as partículas iniciais não são polarizadas e quando não são medidas as polarizações das partículas finais que fica implícito que tiramos a média sobre as helicidades iniciais e somamos sobre as helicidades finais:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \bar{f}_{\lambda_1, \lambda_2; \lambda_a, \lambda_b} &= \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} \sum_{\lambda_N, \Lambda_1, \Lambda_2} \{ D_{\lambda_N, \lambda_1}^{\frac{1}{2}*}(\Omega_1) D_{\Lambda_2, \lambda_2}^{\frac{3}{2}*}(\Omega_2) S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2} + \\ &+ \sqrt{2} D_{\Lambda_1, \lambda_1}^{\frac{3}{2}*}(\Omega_1) D_{\Lambda_2, \lambda_2}^{\frac{3}{2}*}(\Omega_2) P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2} \} \end{aligned} \quad (C.61)$$

Com o auxílio das eqs.(C.5) e (C.6) e restringindo em cada vértice o spin relativo ao valor $s = 1$, obtemos:

$$S_{\lambda_a, \lambda_b}^{\lambda_N, \Lambda_2} = \frac{3}{4} \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; 1, k_2 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2) \quad (C.62)$$

$$P_{\lambda_a, \lambda_b}^{\Lambda_1, \Lambda_2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; 1, k_1 | \frac{3}{2}, \Lambda_1 \rangle \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; 1, k_2 | \frac{3}{2}, \Lambda_2 \rangle \tilde{P}(k_1, k_2) \quad (C.63)$$

Da conservação de paridade na reação (C.1) e da definição da amplitude do Modelo Quark seguem as relações de simetria:

$$\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2) = (-1)^{\lambda_a - \lambda_N - k_2} \tilde{S}_{-\lambda_a}^{-\lambda_N}(-k_2) \quad (C.64)$$

$$\tilde{P}(k_1, k_2) = (-1)^{k_1 + k_2} \tilde{P}(-k_1, -k_2) \quad (C.65)$$

Substituindo as eqs.(C.62) e (C.63) na eq.(C.61) e considerando as trocas de helicidade k_1 e k_2 obtemos:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} F_{\lambda_1, \lambda_2; \lambda_a, \lambda_b} &= \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} \left\{ \sum_{\lambda_N, k_2} \frac{3}{4} D_{\lambda_N, \lambda_1}^{\frac{1}{2}*}(\Omega_1) D_{\lambda_b+k_2, \lambda_2}^{\frac{3}{2}*}(\Omega_2) \right. & x \\
 &x \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; 1, k_2 | \frac{3}{2}, \lambda_b+k_2 \rangle \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2) + \sum_{k_1, k_2} \left(\frac{3}{4}\right)^2 \sqrt{2} & x \\
 &x D_{\lambda_a+k_1, \lambda_1}^{\frac{3}{2}*}(\Omega_1) D_{\lambda_b+k_2, \lambda_2}^{\frac{3}{2}*}(\Omega_2) & x \\
 &x \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; 1, k_1 | \frac{3}{2}, \lambda_a+k_1 \rangle \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; 1, k_2 | \frac{3}{2}, \lambda_b+k_2 \rangle & x \\
 &x \tilde{P}(k_1, k_2) \left. \right\} & (C.66)
 \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} F_{\lambda_1, \lambda_2; \lambda_a, \lambda_b}^* &= \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} \left\{ \sum_{\lambda_N', k_2'} \frac{3}{4} D_{\lambda_N', \lambda_1}^{\frac{1}{2}}(\Omega_1) D_{\lambda_a+k_2', \lambda_2}^{\frac{3}{2}}(\Omega_2) \right. & x \\
 &x \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; 1, k_2' | \frac{3}{2}, \lambda_b+k_2' \rangle \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N'}(k_2') + \sum_{k_1', k_2'} \left(\frac{3}{4}\right)^2 \sqrt{2} & x \\
 &x D_{\lambda_a+k_1', \lambda_1}^{\frac{3}{2}}(\Omega_1) D_{\lambda_b+k_2', \lambda_2}^{\frac{3}{2}}(\Omega_2) & x \\
 &x \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; 1, k_2' | \frac{3}{2}, \lambda_b+k_2' \rangle \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; 1, k_1' | \frac{3}{2}, \lambda_a+k_1' \rangle & x \\
 &x \tilde{P}^*(k_1', k_2') \left. \right\} & (C.67)
 \end{aligned}$$

Usando as eqs.(C.66) e (C.67) na eq.(C.60) resulta:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\tau' d\Omega_1 d\Omega_2} &= \frac{1}{8\pi^2} \left(\frac{3}{4}\right)^2 \frac{1}{p_a^2 \Delta} \left\{ \sum_{\substack{\lambda_a, \lambda_N, \lambda'_N \\ k_2, k'_2}} \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2) \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda'_N}(k'_2) \right. & \times \\
 &\times \omega_{1, \lambda_N, \lambda'_N}(\Omega_1) \omega_{2, k_2, k'_2}(\Omega_2) + \frac{9}{8} \sum_{\substack{k_1, k_2 \\ k'_1, k'_2}} \tilde{P}(k_1, k_2) & \times \\
 &\times \tilde{P}^*(k'_1, k'_2) \omega_{2, k_1, k'_1}(\Omega_1) \omega_{2, k_2, k'_2}(\Omega_2) & + \\
 &+ \frac{3}{\sqrt{2}} \operatorname{Re} \left[\sum_{\substack{\lambda_N, \lambda_a, k_2 \\ k'_1, k'_2}} \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2) \tilde{P}^*(k'_1, k'_2) \omega_{3, \lambda_a, k'_1}^{\lambda_N}(\Omega_1) \right. & \times \\
 &\left. \times \omega_{2, k_2, k'_2}(\Omega_2) \right] \left. \right\} & \quad (C.68)
 \end{aligned}$$

As funções angulares que aparecem na eq.(C.68) são definidas como:

$$\omega_{1, \lambda_N, \lambda'_N}(\Omega_1) = \sum_{\lambda_1} D_{\lambda_N, \lambda_1}^{\frac{1}{2}, \lambda'_N, \lambda_1}(\Omega_1) D_{\lambda'_N, \lambda_1}^{\frac{1}{2}, \lambda_N, \lambda_1}(\Omega_1) \quad (C.69)$$

$$\begin{aligned}
 \omega_{2, k_1, k'_1}(\Omega_1) &= \sum_{\lambda_a, \lambda_1} \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; 1, k_1 | \frac{3}{2}, \lambda_a + k_1 \rangle \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; 1, k'_1 | \frac{3}{2}, \lambda_a + k'_1 \rangle & \times \\
 &\times D_{\lambda_a + k_1, \lambda_1}^{\frac{3}{2}, \lambda_a, \lambda_1}(\Omega_1) D_{\lambda_a + k'_1, \lambda_1}^{\frac{3}{2}, \lambda_a, \lambda_1}(\Omega_1) & \quad (C.70)
 \end{aligned}$$

$$\omega_{2k_2, k_2'}^{(\Omega_2)} = \sum_{\lambda_b, \lambda_2} \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; 1, k_2 | \frac{3}{2}, \lambda_b + k_2 \rangle \langle \frac{1}{2}, \lambda_b; 1, k_2' | \frac{3}{2}, \lambda_b + k_2' \rangle \times$$

$$\times D_{\lambda_b + k_2, \lambda_2}^{\frac{3}{2}*}(\Omega_2) D_{\lambda_b + k_2', \lambda_2}^{\frac{3}{2}}(\Omega_2) \quad (C.71)$$

$$\omega_{3\lambda_a, k_1'}^{\lambda_N}(\Omega_1) = \sum_{\lambda_1} \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; 1, k_1' | \frac{3}{2}, \lambda_a + k_1' \rangle D_{\lambda_N, \lambda_1}^{\frac{1}{2}*}(\Omega_1) D_{\lambda_a + k_1', \lambda_1}^{\frac{3}{2}}(\Omega_1) \quad (C.72)$$

Estas funções angulares apresentam a seguinte forma:

$$\omega_{1\lambda_N, \lambda_N'}(\Omega_1) = e^{i\varphi_1(\lambda_N - \lambda_N')} (d_{\lambda_N, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}*}(\theta_1) d_{\lambda_N, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(\theta_1) +$$

$$+ d_{\lambda_N, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}*}(\theta_1) d_{\lambda_N, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(\theta_1)) \quad (C.73)$$

$$\omega_{2k_i, k_i'}^{(\Omega_i)} = \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1, k_i | \frac{3}{2}, \frac{1}{2} + k_i \rangle \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 1, k_i' | \frac{3}{2}, \frac{1}{2} + k_i' \rangle \times$$

$$\times \left\{ D_{\frac{1}{2} + k_i, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}*}(\Omega_i) D_{\frac{1}{2} + k_i', \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}(\Omega_i) + D_{\frac{1}{2} + k_i, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}*}(\Omega_i) \times \right.$$

$$\times \left. D_{\frac{1}{2} + k_i', -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}(\Omega_i) \right\} + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1, k_i | \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} + k_i \rangle \times$$

$$\times \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1, k_i' | \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} + k_i' \rangle \left\{ D_{-\frac{1}{2} + k_i, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}*}(\Omega_i) D_{-\frac{1}{2} + k_i', \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}(\Omega_i) + \right.$$

$$\left. + D_{-\frac{1}{2} + k_i, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}*}(\Omega_i) D_{-\frac{1}{2} + k_i', -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}(\Omega_i) \right\} \quad (C.74)$$

$$\begin{aligned}
\omega_{3\lambda_a, k_j}^{\lambda_N}(\Omega_1) &= \langle \frac{1}{2}, \lambda_a; 1, k_j | \frac{3}{2}, \lambda_a + k_j \rangle \left\{ D_{\lambda_N, \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}*}(\Omega_1) D_{\lambda_a + k_j, \frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}(\Omega_1) + \right. \\
&\quad \left. + D_{\lambda_N, -\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}*}(\Omega_1) D_{\lambda_a + k_j, -\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}(\Omega_1) \right\} \quad (C.75)
\end{aligned}$$

As funções angulares podem ser representadas pelas seguintes matrizes:

$$\omega_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (C.76)$$

$$\omega_2 = \begin{pmatrix} \omega_{21,1} & \omega_{21,0} & \omega_{21,-1} \\ \omega_{21,0} & \omega_{20,0} & \omega_{20,-1} \\ \omega_{2-1,1} & \omega_{2-1,0} & \omega_{2-1,-1} \end{pmatrix} \quad (C.77)$$

$$\omega_2(\Omega_j) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(x_j^2 + y_j^2) + \frac{1}{3} & -\frac{1}{\sqrt{2}}(x_j + iy_j)z_j & -\frac{1}{2}(x_j + iy_j)^2 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}(x_j - iy_j)z_j & z_j^2 + \frac{1}{3} & \frac{1}{\sqrt{2}}(x_j + iy_j)z_j \\ -\frac{1}{2}(x_j - iy_j)^2 & \frac{1}{\sqrt{2}}(x_j - iy_j)z_j & \frac{1}{2}(x_j^2 + y_j^2) + \frac{1}{3} \end{pmatrix} \quad (C.78)$$

onde x_j , y_j e z_j são definidas como os elementos de matriz coluna:

$$\begin{pmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{sen}\theta_j \cos\varphi_j \\ \text{sen}\theta_j \text{sen}\varphi_j \\ \cos\theta_j \end{pmatrix} \quad (C.79)$$

de tal modo que para $j = 1$ as componentes x_1, y_1 e z_1 serão representadas simplesmente por x, y e z , enquanto que para $j = 2$ a x_2, y_2, z_2 corresponderão as componentes X, Y, Z .

$$\omega_3 = \begin{pmatrix} \omega_3^{\frac{1}{2}, 1} & \omega_3^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1} & \omega_3^{-\frac{1}{2}, 1} & \omega_3^{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1} \\ \omega_3^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0} & \omega_3^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0} & \omega_3^{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0} & \omega_3^{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0} \\ \omega_3^{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1} & \omega_3^{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1} & \omega_3^{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1} & \omega_3^{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1} \end{pmatrix} \quad (\text{C.80})$$

$$\omega_3(\Omega_1) = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2}(x-iy) & \sqrt{\frac{1}{3}} z & 0 & -\frac{1}{2\sqrt{3}}(x-iy) \\ \sqrt{\frac{2}{3}} z & \frac{1}{\sqrt{6}}(x+iy) & -\frac{1}{\sqrt{6}}(x-iy) & \sqrt{\frac{2}{3}} z \\ \frac{1}{2\sqrt{3}}(x+iy) & 0 & \sqrt{\frac{1}{3}} z & \frac{\sqrt{3}}{2}(x+iy) \end{pmatrix} \quad (\text{C.31})$$

Usando as propriedades dos coeficientes de Clebsch - Gordon e das matrizes de rotação $D^j(\Omega)$ podemos obter para as funções angulares $\omega_{1\lambda_N, \lambda'_N}(\Omega_1)$, $\omega_{2k_j, k'_j}(\Omega_j)$ e $\omega_{3\lambda_a, k'_1}(\Omega_1)$ as seguintes expressões alternativas (ver Apêndice E):

$$1) \omega_{1\lambda_N, \lambda'_N}(\Omega_1) = \delta_{\lambda_N, \lambda'_N} \quad (\text{C.82})$$

$$\omega_{1-\lambda_N, -\lambda'_N}(\Omega_1) = (-1)^{\lambda_N - \lambda'_N} \omega_{1\lambda_N, \lambda'_N}(\Omega_1) \quad (\text{C.83})$$

$$2) \omega_{2_{k,k'}}(\Omega) = \frac{4\pi}{3} Y_k^1(\Omega) Y_{k'}^{1*}(\Omega) + \frac{1}{3} \delta_{kk'} \quad (C.84)$$

$$\omega_{2_{-k,-k'}}(\Omega) = (-1)^{k-k'} \omega_{2_{k',k}}(\Omega) \quad (C.85)$$

$$\omega_{2_{k,k'}}^*(\Omega) = \omega_{2_{k',k}}(\Omega) \quad (C.86)$$

$$3) \omega_{3_{\lambda_a, k_1}^{\lambda_N}}(\Omega_1) = \frac{\sqrt{2\pi}}{3} \frac{[2 + (\lambda_N + \lambda_a)k_1']}{\sqrt{3\lambda_N - \lambda_a}} Y_{k_1' - (\lambda_N - \lambda_a)}^{1*}(\Omega_1) \quad (C.87)$$

$$\omega_{3_{-\lambda_a, -k_1}^{-\lambda_N}}(\Omega_1) = (-1)^{\lambda_N - \lambda_a - k_1} \omega_{3_{\lambda_a, k_1}^{\lambda_N}}(\Omega_1) \quad (C.88)$$

Pela integração sobre todas as partes angulares da eq.(C.68) obtemos a seção de choque $\frac{d\sigma}{d\Omega}$,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \int_{\Omega_1} \int_{\Omega_2} \frac{d\sigma}{d\Omega_1 d\Omega_2} d\Omega_1 d\Omega_2 \quad (C.89)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{9}{128\pi^2 p_a^2 \delta} \left\{ \sum_{\lambda_N, \lambda_a} \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2) \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N*}(k_2) \int_{\Omega_2} d\Omega_2 \omega_{2_{k_2, k_2}}(\Omega_2) \times \right. \\ &\times \int_{\Omega_1} d\Omega_1 + \frac{9}{8} \sum_{k_1, k_2} \tilde{P}(k_1, k_2) \tilde{P}^*(k_1, k_2) \int_{\Omega_1} d\Omega_1 \omega_{2_{k_1, k_1}}(\Omega_1) \times \\ &\times \int_{\Omega_2} d\Omega_2 \omega_{2_{k_2, k_2}}(\Omega_2) \end{aligned} \quad (C.90)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \frac{1}{P_a^2 s} \sum_{k_2} \frac{3}{4} \left[\sum_{\lambda_N, \lambda_a} |\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2)|^2 + \frac{3}{4} \sum_{k_1} |\tilde{P}(k_1, k_2)|^2 \right] \quad (C.91)$$

pois

$$\int_{\Omega_i} d\Omega_i \omega_{2, k_i, k_i'}(\Omega_i) = 0 \quad , \text{ para } k_i \neq k_i' \quad (C.92)$$

$$\int_{\Omega_i} d\Omega_i \omega_{2, k_i, k_i}(\Omega_i) = \frac{8\pi}{3} \quad (C.93)$$

$$\int_{\Omega_1} d\Omega_1 \omega_{3, \lambda_a, k_1'}^{\lambda_N}(\Omega_1) = 0 \quad (C.94)$$

Desde que o sistema $(p\pi^-)$ é produzido nos estados com momento angular $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$ uma descrição da reação (C.1) com a suposição de que o spin relativo s entre um próton incidente e uma ressonância $\Delta(1232)$ seja 1 depende de 22 parâmetros reais correspondentes às 11 amplitudes complexas independentes.

Os 22 parâmetros reais estão relacionados às respectivas amplitudes do Modelo Quark do seguinte modo:

$$\tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2) = \text{Re } \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2) + i \text{Im } \tilde{S}_{\lambda_a}^{\lambda_N}(k_2) \quad (C.95)$$

$$\tilde{S}_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(1) = p_1 + ip_2$$

$$\tilde{S}_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(0) = p_3 + ip_4$$

$$\tilde{S}_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}(-1) = p_5 + ip_6$$

$$\tilde{S}_{\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}}(1) = p_7 + ip_8$$

$$\tilde{S}_{\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}}(0) = p_9 + ip_{10}$$

$$\tilde{S}_{\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{2}}(-1) = p_{11} + ip_{12}$$

$$\tilde{P}(k_1, k_2) = \text{Re } \tilde{P}(k_1, k_2) + i \text{Im } \tilde{P}(k_1, k_2) \quad (\text{C.96})$$

$$\tilde{P}(1, 1) = p_{13} + ip_{14}$$

$$\tilde{P}(1, 0) = p_{15} + ip_{16}$$

$$\tilde{P}(1, -1) = p_{17} + ip_{18}$$

$$\tilde{P}(0, 0) = p_{19} + ip_{20}$$

$$\tilde{P}(0, 1) = p_{21} + ip_{22}$$

A seção de choque $\frac{d\sigma}{dt}$, pode ser reescrita em função dos 22 parâmetros reais:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{3}{4p_a^2 s} \left\{ 2 \sum_{i=1}^{12} p_i^2 + \frac{3}{4} \left[2 \sum_{i=13}^{22} p_i^2 - (p_{19}^2 + p_{20}^2) \right] \right\} \quad (\text{C.97})$$

Isto define a normalização das nossas amplitudes

$$N = \frac{32\pi^2}{3} \left\{ 2 \sum_{i=1}^{12} p_i^2 + \frac{3}{4} \left[2 \sum_{i=13}^{22} p_i^2 - (p_{19}^2 + p_{20}^2) \right] \right\} \quad (\text{C.98})$$

APÊNDICE D

MATRIZ DENSIDADE

As distribuições angulares dos produtos do decaimento de um sistema instável dependem dos valores de spin j do sistema e das populações dos sub-estados magnéticos para cada valor de j . A informação sobre as populações dos sub-estados magnéticos está contida na matriz densidade ρ no espaço de spin. A matriz densidade ρ para um sistema de momento angular j no referencial de repouso pode ser expressa na representação $\{|j,m\rangle\}$, como:

$$\rho = \sum_{m,m'} |j,m\rangle \rho_{mm'} \langle j,m'| \quad (D.1)$$

onde os números complexos $\rho_{mm'}$, formam uma matriz que é caracterizada por $(2j + 1)^2$ números reais dos quais somente $4j(j + 1)$ são independentes devido à condição satisfeita pelo traço de ρ .

As distribuições angulares experimentais dos produtos de decaimento possibilitam a determinação dos elementos de matriz densidade de spin $\rho_{mm'}$, que podem ser usados para se obter informação sobre o mecanismo de produção de uma ressonância de momento angular j . Quando uma ressonância conhecida é produzida com um pequeno "background" e o principal interesse do estudo é o mecanismo de produção, os elementos de matriz $\rho_{mm'}$, são os parâmetros mais convenientes porque eles dão informações sobre a população dos sub-estados de momento angular.

Os valores numéricos dos elementos de matriz densidade dependem da escolha arbitrária dos eixos de referência, isto é, os valores de ρ_{mm} , dependem da orientação dos eixos nos sistemas de coordenadas de Gottfried-Jackson ou de Helicidade para o referencial de repouso da ressonância que decai.

Neste trabalho estamos interessados no estudo da matriz densidade ρ de uma ressonância ou de um sistema mais geral produzido em um processo a quase dois corpos com conservação da paridade em que o sistema instável produzido tem spin bem definido. No caso em que só as distribuições angulares dos produtos do decaimento são medidas, só as partes reais dos elementos da matriz ρ são diretamente mensuráveis e, em conseqüência, a parte imaginária da matriz densidade não pode ser determinada. Desta forma, somente alguns dos elementos da matriz densidade ρ podem ser determinados experimentalmente a partir das distribuições angulares de decaimento.

A fórmula explícita que relaciona a matriz densidade ρ no espaço de spin com a distribuição angular para o decaimento em dois corpos é obtida para o decaimento de um sistema de momento angular S que representaremos por A em duas partículas a e b , respectivamente, de spin $1/2$ e 0 paridades intrínsecas η_a e η_b no referencial de repouso de A .

Se a amplitude de transição para o decaimento $A \rightarrow a + b$ é decomposta em estados de momento angular, então obtemos:

$$f_{\Lambda, \lambda_a, \lambda_b}^S(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2S+1}{4\pi}} D_{\Lambda, \lambda_a - \lambda_b}^{S*}(\theta, \varphi) G_{\lambda_a \lambda_b}^S \quad (D.2)$$

com

$$G_{\lambda_a \lambda_b}^S = \langle \vec{P} = 0 \Lambda [W, S] \lambda_a, \lambda_b | T | \vec{P} = 0 \Lambda \rangle \quad (D.3)$$

onde S é o spin da ressonância, θ e φ são, respectivamente, os ângulos polar e azimutal do momento \vec{p} da partícula a no referencial de repouso de A , λ_a e λ_b são as helicidades das partículas a e b , Λ é a helicidade de A , \vec{P} é o momento linear total no SCM das partículas a e b , W é a massa total de A .

Considere o decaimento de um conjunto de ressonâncias A de spin e paridade fixas no referencial de repouso descrito por uma matriz densidade de spin ρ . A distribuição angular das partículas "a" que emergem na direção θ, φ pode ser expressa em função de ρ como segue:

$$I(\theta, \varphi) = \sum_{\substack{\Lambda \Lambda' \\ \lambda_a, \lambda_b}} f_{\Lambda, \lambda_a, \lambda_b}^S \rho_{\Lambda \Lambda'} f_{\Lambda', \lambda_a, \lambda_b}^{S*} \quad (D.4)$$

Neste caso, o conjunto de sistemas constituídos pelas partículas A é uma mistura de estados de idênticos valores de spin S e paridade η podendo ter diferentes componentes de spin Λ .

Substituindo a eq.(D.2) na equação anterior, obtemos:

$$I(\theta, \varphi) = \sum_{\substack{\Lambda \Lambda' \\ \lambda_a, \lambda_b}} \frac{2S+1}{4\pi} |G_{\lambda_a \lambda_b}^S|^2 D_{\Lambda, \lambda_a - \lambda_b}^{S*}(\theta, \varphi) D_{\Lambda, \lambda_a - \lambda_b}^S(\theta, \varphi) \rho_{\Lambda \Lambda'} \quad (D.5)$$

Da conservação da paridade temos que:

$$G_{\lambda_a}^S = \frac{\eta_a}{\eta_a \eta_b} (-1)^{S-1/2} G_{-\lambda_a}^S \quad (\text{D.6})$$

e, portanto,

$$|G_{\lambda_a=+1/2}^S|^2 = |G_{\lambda_a=-1/2}^S|^2 = |G|^2$$

De modo que a matriz densidade (ou uma parte dela) pode ser determinada da distribuição angular:

$$\mathbf{I}(\theta, \varphi) = |G|^2 \sum_{\substack{\Lambda \Lambda' \\ \lambda_a}} \frac{2S+1}{4\pi} D_{\Lambda \lambda_a}^{S*}(\theta, \varphi) D_{\Lambda' \lambda_a}^S \rho_{\Lambda \Lambda'} \quad (\text{D.7})$$

Para o caso em que $S = 3/2$, temos:

$$\mathbf{I}(\theta, \varphi) = \frac{|G|^2}{\pi} \sum_{\substack{\Lambda \Lambda' \\ \lambda_a}} D_{\Lambda, \lambda_a}^{3/2*}(\theta, \varphi) D_{\Lambda', \lambda_a}^{3/2}(\theta, \varphi) \rho_{\Lambda \Lambda'} \quad (\text{D.8})$$

Os elementos da matriz de rotação $D^j(\theta, \varphi)$ podem ser escritos em função da matriz reduzida de rotação $d^j(\theta)$:

$$D_{\Lambda, \lambda_a}^j(\theta, \varphi) = e^{-i\Lambda\theta} d_{\Lambda, \lambda_a}^j(\theta) \quad (\text{D.9})$$

Desta forma resulta que:

$$\mathbf{I}(\theta, \varphi) = \frac{|G|^2}{\pi} \sum_{\substack{\Lambda \Lambda' \\ \lambda_a}} \rho_{\Lambda \Lambda'} e^{i(\Lambda - \Lambda')\varphi} d_{\Lambda \lambda_a}^{3/2}(\theta) d_{\Lambda' \lambda_a}^{3/2}(\theta) \quad (\text{D.10})$$

onde $|G|$ é um fator de normalização.

O coeficiente de normalização $|G|^2$ pode ser determinado por intermédio das condições:

$$\int_{\Omega} I(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi = 1 \quad (\text{D.11})$$

e

$$\text{tr } \rho = 1 \quad (\text{D.12})$$

Integrando sobre φ obtemos:

$$I(\theta) = 2|G|^2 \sum_{\substack{\Lambda \\ \lambda_a}} \rho_{\Lambda\Lambda} d_{\Lambda, \lambda_a}^{3/2}(\theta) d_{\Lambda', \lambda_a}^{3/2}(\theta) \quad (\text{D.13})$$

O decaimento $A \rightarrow a + b$ ocorre por meio de interação forte de modo que a paridade é conservada no processo. A população de spin da ressonância A pode ser descrita pela matriz densidade $\rho_{\Lambda\Lambda'}$, onde Λ e Λ' são os números quânticos magnéticos (ou sejam, as helicidades) relativas ao eixo z especificado em um sistema de coordenadas convenientemente escolhido no referencial de repouso da ressonância A. A matriz densidade para uma ressonância bariônica de spin 3/2 na base de helicidade pode ser escrita explicitamente como

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{33} & \rho_{31} & \rho_{3-1} & \rho_{3-3} \\ \rho_{13} & \rho_{11} & \rho_{1-1} & \rho_{1-3} \\ \rho_{-13} & \rho_{-11} & \rho_{-1-1} & \rho_{-1-3} \\ \rho_{-33} & \rho_{-31} & \rho_{-3-1} & \rho_{-3-3} \end{pmatrix} \quad (\text{D.14})$$

onde os sub-índices dos elementos de matriz densidade são 2Λ e $2\Lambda'$ (isto é, $\rho_{2\Lambda, 2\Lambda'}$).

A conservação da paridade no processo de produção relaciona os elementos da matriz densidade da seguinte forma:

$$\rho_{\Lambda, \Lambda'} = (-1)^{\Lambda - \Lambda'} \rho_{-\Lambda, -\Lambda'} \quad (\text{D.15})$$

e reduz o número de parâmetros reais de $(2S+1)^2$ para $(1/2) \times (2S+1)^2$ para S semi-inteiro não incluindo a condição do traço, $\text{tr} \rho = 1$.

As ressonâncias bariônicas que têm $S = 3/2$ e decaem por interação forte em um bóson sem spin e um barion de spin $1/2$ possuem uma matriz densidade parametrizada por oito números reais.

Da condição $\text{tr} \rho = \sum_{\Lambda} \rho_{\Lambda\Lambda} = 1$ obtemos a seguinte relação entre os elementos da matriz ρ :

$$\rho_{11} = \frac{1}{2} (1 - 2\rho_{33}) \quad (\text{D.16})$$

Usando a propriedade $d_{-k, -m}^j(\theta) = (-1)^{k-m} d_{k, m}^j(\theta)$ (D.17) e as relações entre os elementos de matriz ρ obtidas das equações (D.15) e (D.16), obtemos

$$\begin{aligned} I(\theta) = 2|G|^2 \{ & 2\rho_{33} [(d_{3/2, 1/2}^{3/2})^2 - (d_{1/2, -1/2}^{3/2})^2 + (d_{3/2, -1/2}^{3/2})^2 - \\ & - (d_{1/2, 1/2}^{3/2})^2] + (d_{1/2, 1/2}^{3/2})^2 + (d_{1/2, -1/2}^{3/2})^2 \} \quad (\text{D.18}) \end{aligned}$$

Substituindo na equação acima as funções $d_{k, m}^j(\theta)$ por

$$d_{3/2, 1/2}^{3/2}(\theta) = -\sqrt{3} \frac{1+\cos\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2}$$

$$d_{3/2, -1/2}^{3/2}(\theta) = \sqrt{3} \frac{1-\cos\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$d_{1/2, 1/2}^{3/2}(\theta) = \frac{3\cos\theta-1}{2} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$d_{1/2, -1/2}^{3/2}(\theta) = -\frac{3\cos\theta+1}{2} \sin \frac{\theta}{2}$$

resulta:

$$I(\theta) = 2|G|^2 [\rho_{33}(1-3\cos^2\theta) + \frac{1}{4}(3\cos^2\theta+1)] \quad (D.19)$$

A condição $\int_{-1}^1 I(\theta) d(\cos\theta) = 1$ define a normalização da distribuição angular de tal modo que:

$$I(\theta) = 3\cos^2\theta \left(\frac{1}{4} - \rho_{33}\right) + \left(\frac{1}{4} + \rho_{33}\right) \quad (D.20)$$

Substituindo $|G|^2 = 1/2$ na eq.(D.10) obtemos a expressão da distribuição angular normalizada $I(\theta, \varphi)$:

$$I(\theta, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\Lambda\Lambda'} \rho_{\Lambda\Lambda'} e^{i(\Lambda-\Lambda')\varphi} [d_{\Lambda, 1/2}^{3/2}(\theta) d_{\Lambda', 1/2}^{3/2}(\theta) + d_{\Lambda, -1/2}^{3/2}(\theta) d_{\Lambda', -1/2}^{3/2}(\theta)] \quad (D.21)$$

Usando a condição $\rho = \rho^+$, isto é, $\rho_{\Lambda\Lambda'}^* = \rho_{\Lambda'\Lambda}$ e as relações obtidas a partir das equações (D.15), (D.16) e (D.17) pode

mos reduzir a expressão dada pela equação (D.21) a sua forma explícita mais simples:

$$\mathbf{I}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \{ \rho_{33} (1 - 3\cos^2\theta) + \frac{1}{4}(1 + 3\cos^2\theta) - \\ - \sqrt{3} \operatorname{Re} \rho_{31} \operatorname{sen}2\theta\cos\varphi - \sqrt{3} \operatorname{Re} \rho_{3,-1} \cos2\varphi\operatorname{sen}^2\theta \} \quad (\text{D.22})$$

onde $\Omega = (\theta, \varphi)$ representa em geral os ângulos polar e azimutal no referencial de repouso de A no sistema de coordenadas de Gottfried-Jackson (SGJ) ou no sistema de Helicidade (SH).

E, como uma consequência, obtemos:

$$\mathbf{I}(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{4}{\sqrt{3}} \operatorname{Re} \rho_{3,-1} \cos2\varphi \right) \quad (\text{D.23})$$

APÊNDICE E

RELAÇÕES ENVOLVENDO A FUNÇÃO DE ROTAÇÃO D E A FUNÇÃO HARMÔNICA ESFÉRICA Y

Apresentamos algumas relações envolvendo as matrizes de rotação $D_{m0}^{\ell}(\theta, \varphi)$ e as funções harmônicas esféricas $Y_m^{\ell}(\theta, \varphi)$ usadas no texto dos capítulos anteriores.

Os harmônicos esféricos estão relacionados às funções de rotação D por meio da expressão:

$$D_{m0}^{\ell*}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Y_m^{\ell}(\theta, \varphi) \quad (\text{E.1})$$

onde ℓ é o momento angular orbital e m é a projeção do momento angular orbital $\vec{\ell}$ sobre o eixo de quantização z .

A função $I(\theta, \varphi)$ que descreve a distribuição angular do decaimento de uma partícula em duas outras pode ser escrita como uma combinação linear das funções D de tal modo que:

$$I(\theta, \varphi) = \sum_{\ell, m} \frac{2\ell+1}{4\pi} \langle D_{m0}^{\ell} \rangle^* D_{m0}^{\ell}(\theta, \varphi) \quad (\text{E.2})$$

Como consequência da eq.(E.1) temos:

$$D_{m,0}^{\ell}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Y_m^{\ell*}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} (-1)^m Y_{-m}^{\ell}(\theta, \varphi) \quad (\text{E.3})$$

$$D_{0,0}^{\ell}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Y_0^{\ell}(\theta, \varphi) \quad (\text{E.4})$$

$$\langle D_{m0}^{\ell} \rangle^* = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} \langle Y_m^{\ell} \rangle \quad (\text{E.5})$$

Se trocarmos as funções D e os momentos da distribuição $\langle D_{m0}^{\ell} \rangle$ pelas funções Y e os momentos $\langle Y_m^{\ell} \rangle$ a distribuição angular de decaimento tem a seguinte forma:

$$I(\theta, \varphi) = \sum_{\ell, m} \langle Y_m^{\ell} \rangle Y_m^{\ell*}(\theta, \varphi) \quad (\text{E.6})$$

Como a distribuição angular é uma função real temos:

$$I(\theta, \varphi) = I^*(\theta, \varphi). \quad (\text{E.7})$$

enquanto que das propriedades das funções D [11,30] temos:

$$D_{m0}^{\ell*}(\theta, \varphi) = (-1)^m D_{-m0}^{\ell}(\theta, \varphi) \quad (\text{E.8})$$

Substituindo (E.7) e (E.8) em (E.2) resulta que:

$$\langle D_{m0}^{\ell} \rangle^* = (-1)^m \langle D_{-m0}^{\ell} \rangle \quad (\text{E.9})$$

Por outro lado, devido à conservação da paridade concluimos que [10]:

$$\langle D_{m0}^{\ell} \rangle = (-1)^m \langle D_{-m0}^{\ell} \rangle \quad (\text{E.10})$$

Das eqs. (E.9) e (E.10) obtemos:

$$\langle D_{m0}^{\ell} \rangle = \langle D_{m0}^{\ell} \rangle^* \quad (\text{E.11})$$

portanto os $\langle D_{m0}^{\ell} \rangle$ são puramente reais.

Para a distribuição angular resulta que :

$$\begin{aligned}
 I(\theta, \varphi) &= \sum_{\ell, m} \frac{2\ell+1}{4\pi} \operatorname{Re} \langle D_{m0}^{\ell} \rangle^* D_{m0}^{\ell}(\theta, \varphi) = \\
 &= \sum_{\ell} \frac{2\ell+1}{4\pi} \{ \operatorname{Re} \langle D_{00}^{\ell} \rangle^* D_{00}^{\ell}(\theta, \varphi) + \\
 &+ \sum_{m=1}^{\ell} (\operatorname{Re} \langle D_{m0}^{\ell} \rangle^* D_{m0}^{\ell}(\theta, \varphi) + \operatorname{Re} \langle D_{-m0}^{\ell} \rangle^* D_{-m0}^{\ell}(\theta, \varphi)) = \\
 &= \sum_{\ell} \frac{2\ell+1}{4\pi} \{ \operatorname{Re} \langle D_{00}^{\ell} \rangle^* D_{00}^{\ell}(\theta, \varphi) + \\
 &+ \sum_{m=1}^{\ell} (\operatorname{Re} \langle D_{m0}^{\ell} \rangle^* D_{m0}^{\ell}(\theta, \varphi) + (-1)^m \operatorname{Re} \langle D_{m0}^{\ell} \rangle^* D_{-m0}^{\ell}(\theta, \varphi))
 \end{aligned} \tag{E.12}$$

Os momentos D e as funções D estão relacionados com os momentos Y e as funções Y da seguinte maneira:

$$D_{m0}^{\ell} = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Y_m^{\ell} = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} (-1)^m Y_{-m}^{\ell} \tag{E.13}$$

$$D_{00}^{\ell} = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Y_0^{\ell} \tag{E.14}$$

$$\langle D_{m0}^{\ell} \rangle^* = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} \langle Y_m^{\ell} \rangle \tag{E.15}$$

Se substituirmos as funções D e os momentos D pelas funções Y e os momentos Y , a distribuição angular toma a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
I(\theta, \varphi) &= \sum_{\ell, m} \operatorname{Re} \langle Y_m^\ell \rangle Y_m^{\ell*} = \sum_{\ell} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \operatorname{Re} \langle Y_m^\ell \rangle (-1)^m Y_{-m}^\ell = \\
&= \sum_{\ell} \left[\operatorname{Re} \langle Y_0^\ell \rangle Y_0^\ell + \sum_{m=1}^{\ell} \operatorname{Re} \langle Y_m^\ell \rangle (-1)^m Y_{-m}^\ell + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{m=-\ell}^{-1} \operatorname{Re} \langle Y_m^\ell \rangle (-1)^m Y_{-m}^\ell \right] \tag{E.16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I(\theta, \varphi) &= \sum_{\ell} \left\{ \operatorname{Re} \langle Y_0^\ell \rangle Y_0^\ell + \sum_{m=1}^{\ell} \left[\operatorname{Re} \langle Y_m^\ell \rangle (-1)^m Y_{-m}^\ell + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + (-1)^m \operatorname{Re} \langle Y_m^\ell \rangle (-1)^m Y_m^\ell \right] \right\} = \\
&= \sum_{\ell} \left[\operatorname{Re} \langle Y_0^\ell \rangle Y_0^\ell + \sum_{m=1}^{\ell} \operatorname{Re} \langle Y_m^\ell \rangle (Y_m^\ell + (-1)^m Y_{-m}^\ell) \right] \tag{E.17}
\end{aligned}$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - C.Caso e L.Girimonte - "Double Statistical Tensors for the Reaction $pp \rightarrow \Delta^{++}\Delta^0$ in a Range from 5 to 25 GeV/c"; Nuovo Cimento, 33A, nº4 (1976), 671.
- [2] - G.Goggi et al - "Analysis of the Charge-Exchange Reaction $pp \rightarrow (p\pi^+)(p\pi^-)$ and of $\Delta^{++}\Delta^0$ Production at the CERN ISR"; Nuclear Physics, B143 (1978), 365.
- [3] - R.W.B.Ardill et al - "A Test of the Energy Dependence of a Parameter-Free Reggeized Absorption Model for the Reaction $NN \rightarrow \Delta\Delta$ "; Acta Physica Austriaca 46 (1976), 27.
- [4] - E.Colton et al - "Reaction $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ at 6,6 GeV/c"; Physical Review D, vol.3, nº5, (1971), 1063.
- [5] - G.V.Beketov et al - "Analysis of the Reaction $pp \rightarrow \Delta^{++}p\pi^-$ at Momentum 4 GeV/c"; Yad.Fiz. 31 (1980), 386 ou Sov.J.Nucl. Phys., 31(2), (1980).
- [6] - G.Kayas et al - " $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ Interactions at 8,1 GeV/c"; Nuclear Physics, B5 (1968), 159.
- [7] - U.Idschok et al - "Dissociation of the Proton into $(p\pi^+\pi^-)$ in the Reaction $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$ at 12 and 24 GeV/c"; Nuovo Cimento, 48A, 4, (1978), 395.
- [8] - V.Blobel et al - "Partial-wave Analysis of the Low-Mass $(\pi^+\pi^-p)$ System Produced in the Reaction $pp \rightarrow p(\pi^+\pi^-p)$ at 12 and 24 GeV/c"; Nuclear Physics, B97(1975), 201.

- [9] - V.Blobel et al - "Study of the Low-Mass Diffractive System Produced in pp Collisions at 12 and 24 GeV/c"; Nuclear Physics B92 (1975), 221.
- [10] - G.Otter e A.M.F.Endler - "Formalismo da Helicidade e suas Aplicações"; CBPF, MO-2 (1981).
- [11] - M.E.Rose - "Elementary Theory of Angular Momentum"; Wiley, New York (1957).
- [12] - J.D.Jackson - "High Energy Physics"; Les Houches, C. de Witt and M.Jacob (Gordon and Breach), (1965), 327.
- [13] - A.D.Martin e T.D.Spearman - "Elementary Particle Theory"; North-Holland Publ.Co., (1970).
- [14] - S.U.Chung - "Spin Formalism"; Report CERN 71-8, Geneva (1971).
- [15] - N.Byers e S.Fenster - "Determination of Spin and Decay Parameters of Fermion States"; Physical Review Letters, 11, nº1, (1963), 52.
- [16] - A.Kotanski e B.Sredniawa - "Determination of Statistical Tensors in Sequential Decays"; Acta Physica Polonica(1973), 521.
- [17] - Physics Letters, Reviews of Particle Properties, vol.170B april 1986, North-Holland Amsterdam.
- [18] - H.Laven et al - "Amplitude Analysis of the Reaction $\pi^+ p \rightarrow (\pi^+ \pi^-) \Delta^{++}$ in the Rho-Region at 16 GeV/c"; Nuclear Physics, B 137 (1978), 202.
- [19] - M.G.Doncel et al - "Amplitude Reconstruction for Usual Quasi Two Body Reactions with Unpolarized or Polarized Target"; Fortschritte der Physik, 24 (1976), 259.

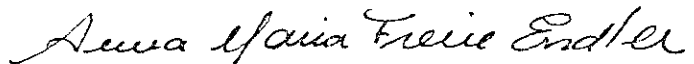
- [20] - J.F.Owens et al - "Amplitude Analysis of the Reactions $\pi^+p \rightarrow (\rho^0, \omega)\Delta^{++}$ at 7,1 GeV/c"; Nuclear Physics, B112 (1976), 514.
- [21] - A.Kotanski e K.Zalewski - "Scalar Amplitudes for Two-Body Processes and the Quark Model"; Nuclear Physics, B12 (1969), 72.
- [22] - A.Bialas e K.Zalewski - "Systematics of the Relations Following from the Quark Model II"; Nuclear Physics, B6 (1968), 465.
- [23] - A.Bialas e K.Zalewski - "Systematics of the Relations Following from the Quark Model I"; Nuclear Physics, B6 (1968), 449.
- [24] - A.Bialas e K.Zalewski - "Systematics of the Relations Following from the Quark Model III"; Nuclear Physics, B6 (1968), 478.
- [25] - A.Bialas e K.Zalewski - "Systematics of the Relations Following from the Quark Model (II). Constraints on Decay Distributions of Resonances"; Nuclear Physics, B6 (1968), 465.
- [26] - A.M.F.Endler, P.Girtler, H.V.Pinto - "Helicity Amplitude Analysis of the Reaction $\pi^+p \rightarrow \Delta^{++}(\pi^+\pi^-\pi^0)$ in the η^0 and ω^0 Region at 16 GeV/c"; Hadronic Journal Supplement, vol.1, n^o4, (1985), 867.
- [27] - M.G.Doncel et al - "A Selection Rule on Angular Momentum Transfer in Reactions of the Type $0^{-\frac{1}{2}+} \rightarrow 1^{-\frac{1}{2}+}$ "; Nuclear Physics, B119 (1977), 515.

- [28] - J.D.Jackson - "Remarks on the Phenomenological Analysis of Resonances", Nuovo Cimento, 34, nº 6 (1964), 1644.
- [29] - N.Schmitz - "Peripheral Collisions", (Max Planck Institut für Physik and Astrophysik, München), Proc. of the 1965 Easter School for Physicists, CERN Report 65-24, (1965).
- [30] - M.L.Perl - "High Energy Hadron Physics", John Wiley (1974).
- [31] - M.Jacob, C.G.Wick - "On the General Theory of Collisions for Particles with Spin", Annals of Physics 7 (1959),404.
- [32] - J.Werle - "Relativistic Theory of Reactions", North-Holland Publ.Co., (1966).
- [33] - A.M.F.Endler, F.A.Pinto - "Análise em ondas parciais da reação $pp \rightarrow (p\pi^-)\Delta^{++}$ a 12 GeV/c" - 39ª Reunião Anual da SBPC - Universidade de Brasília - julho de 1987.

"ANÁLISE DE AMPLITUDES DA REAÇÃO $pp \rightarrow (p\bar{n})\Delta^{++}(1232)$ NA
REGIÃO DO $\Delta^0(1232)$ A 12 GEV/C"

FRANCISCO AIRES PINTO

Tese de Doutorado apresentada no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, fazendo parte da Banca Examinadora os seguintes professores:




Anna Maria Freire Endler - Presidente



Paulo Roberto Silveira Gomes



Yosiro Hama



Odilon Antonio Paula Tavares



Prem Prakash Srivastava

Rio de Janeiro, 21 de outubro de 1987