

LUIZ PAULO COLATTO

JANELAS PARA O CAMPO (ELÉTRICO)

TESE DE

MESTRADO

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS
RIO DE JANEIRO - 1987

"O ser humano é lutar pela vida"

Clarice Zugno Colatto
(in memoriam)

Pedro e Sueli
(meus irmãos)

Octavino Colatto é
(meu pai)

Nádia Zampieri

AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. RENATO M. DORIA, pela orientação, amizade, sugestões e espírito de luta, os quais motivaram este trabalho.
- Ao Prof. ARTHUR KÖS ANTUNES MACIEL, pelas sugestões e amizade que o enriqueceram.
- A GERSON COSTAMILAN, HELDER COUTO, CLAUDIA POMBO, JOSÉ A. HELAYEL-NETO e SEBASTIÃO ALVES DIAS, pelos debates.
- A RICARDO DE MELO LONDE pelas discussões e ajuda na confecção dos gráficos.
- Ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas/CBPF, na pessoa do Prof. PAULO MASCARELLO BISCH, por todo apoio dispensado.
- A MYRIAM SIMÕES COUTINHO, pela amizade, dedicação e datilografia da tese, em cujo espírito jovial tornou agradável nosso convívio de trabalho.
- A COCA-COLA DO BRASIL, através da Dra. SONIA BARRETO e a JOHNSON-HIGGINS (Corretores de Seguros), através do Dr. MICHAEL WYLES, por seus apoios financeiros o qual foram fundamentais ao desenvolvimento do projeto de pesquisa que articulou esta tese.

RESUMO

Através da percepção de que as propriedades de simetria que o grupo $U(1)$ oferece podem ser usadas por mais de um campo, obtém-se um sistema de equações acopladas. Procura-se então, estender a noção de Eletromagnetismo. Considerando-se a carga elétrica e a sua lei de conservação como referência, constrói-se um primeiro setor que reproduz as equações de Maxwell. Contudo, esta propriedade do modelo de arquitetar as relações dentro de um mesmo grupo faz com que os diferentes setores que a parecem não sejam independentes. Conseqüentemente, a carga elétrica aparece, também, manifestada por outros setores, o que estende o Eletromagnetismo. Estes novos setores são também acompanhados por outros campos "elétricos e magnéticos". Eles possuem a mesma dimensão dos de Maxwell mas com diferentes expressões matemáticas. Por exemplo, são obtidos campos "elétricos" com dependência radial linear.

SUMARIO

	<u>Pág.</u>
AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	ii
<u>INTRODUÇÃO</u>	1
<u>CAPÍTULO 1 - DINÂMICA CLÁSSICA</u>	8
<u>CAPÍTULO 2 - EQUAÇÕES DE MAXWELL GENERALIZADAS</u>	16
<u>CAPÍTULO 3 - SOLUÇÕES ESTÁTICAS PARA DOIS, TRÊS E QUATRO CAMPOS</u> ..	24
3.1 - O Caso De Dois Campos	24
3.2 - O Caso De Três Campos	27
3.3 - O Caso de Quatro Campos	32
<u>CAPÍTULO 4 - ALGUNS ASPECTOS QUÂNTICOS</u>	45
<u>CONCLUSÃO</u>	59
1. - Janelas Para Cargas	60
2. - Janelas Para Partículas Massivas (Spin - 1)	64
<u>REFERÊNCIAS</u>	79

INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da Física tem indicado a relevância de uma certa classe de teorias: as chamadas teorias de gauge^[1]. Historicamente, poderíamos considerar que este direcionamento iniciou-se com a introdução "à mão" da corrente de deslocamento $\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}$, por Maxwell. A Física, então, começou a sentir que a nível mais fundamental os princípios mecanicistas, como as leis de Newton, já não ofereciam uma sensibilidade adequada. A descoberta das ondas Hertzianas oferecia respaldo inicial para reforçar o modo pelo qual os primeiros princípios deveriam estar intimamente ligados à noção de simetria. Contudo, houve ainda a necessidade de esperar o momento histórico de 1905, para que a noção da física como uma ciência experimental com uma lógica determinada por simetrias, ganhasse momento. Embora o elétron, o próton e o fóton já fossem conhecidos neste período, esperou-se cerca de 16 anos para que o método de gerar equações, a partir da simetria, participasse da perspectiva microscópica. Foi, então, em 1921, que Hermann Weyl tentou unificar a gravitação e o eletromagnetismo através do uso do conceito geométrico de espaço-tempo dependente da mudança de escala^[2]. Weyl procurou incorporar o eletromagnetismo numa teoria geométrica onde o vetor potencial foi identificado como um gerador de mudança de escala dependente do espaço-tempo. Apesar de não ter tido sucesso, deixou o termo invariância de Gauge (Eichinvarianz).

A partir de 1925, com o desenvolvimento da mecânica

quântica, a noção de simetria instala-se definitivamente na Física. Considerando-se um sistema dinâmico descrito por uma função complexa de coordenadas espaço-tempo e dado um operador hermitiano \hat{o} , o seu valor esperado é:

$$\langle \hat{o} \rangle = \int d^3\vec{x} \Psi^*(\vec{x}, t) \hat{o} \Psi(\vec{x}, t) \quad (1)$$

onde $\Psi(\vec{x}, t)$ é a chamada função de onda cuja evolução temporal é governada pela equação de Schrödinger. Em (1) observa-se que o valor esperado é invariante para uma transformação de fase global

$$\Psi \rightarrow \Psi' = e^{i\theta} \Psi \quad (2)$$

onde θ é o parâmetro da transformação que determina a quantidade pela qual a fase é mudada. θ é arbitrário. Em outras palavras, uma mudança de fase em todo espaço e ao mesmo tempo, não altera o resultado da experiência. A invariância sob transformações de gauge globais é obviamente válida para qualquer operador \hat{o} . Ilustramos com o seguinte exemplo^[3]. Considere um feixe de elétrons dividido por duas fendas estreitas separadas por uma distância equivalente ao comprimento de onda de um elétron. É bem sabido que um padrão de interferência será visto numa tela. Se um aparato "ótico", que muda a fase da onda por um valor em graus (digamos 180 graus) é colocado entre as fendas e a tela, então equivale a fazermos uma transformação de gauge tipo global e o padrão de interferência permanece o mesmo (ver figura 1).

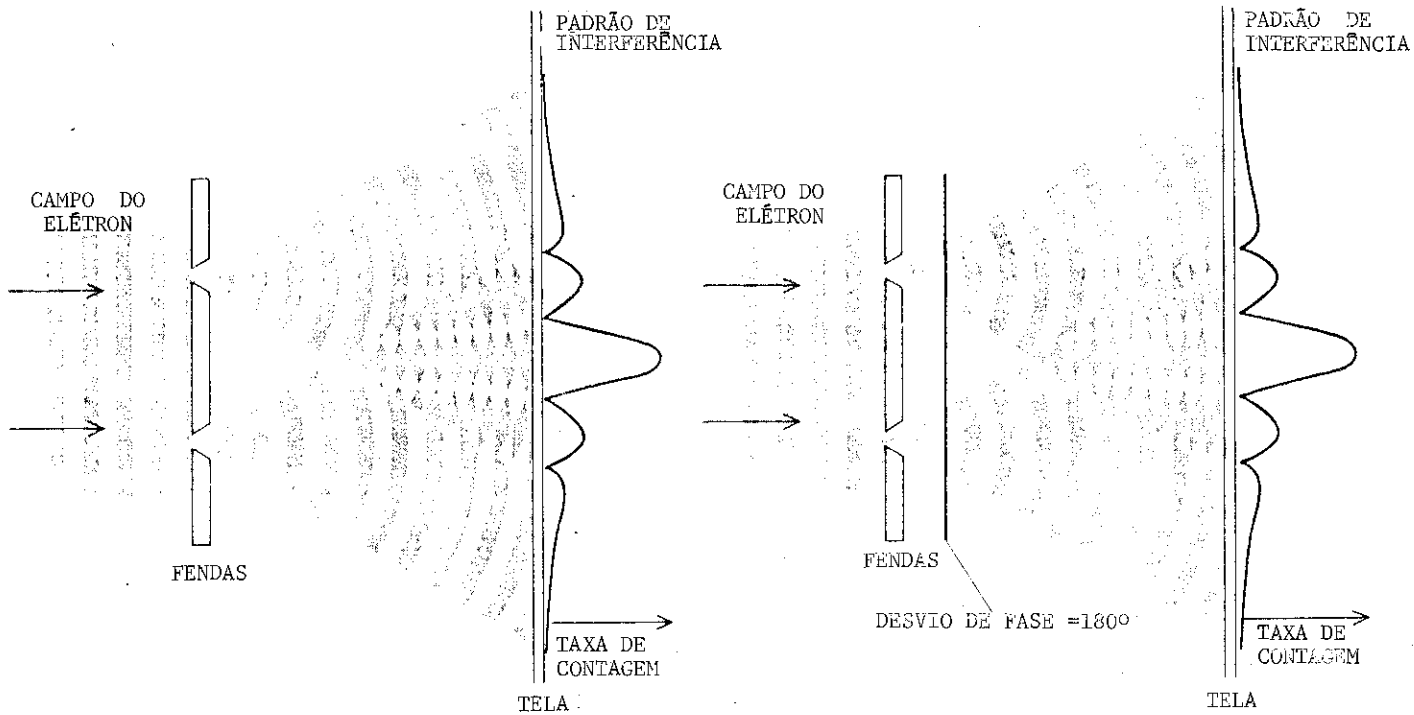


fig. 1

Sendo o significado maior das transformações de gauge global, a conservação de carga ($\theta = q$)

Um estudo relevante aparece quando submetemos transformações de fase locais

$$\Psi(x) \rightarrow \Psi'(x) = e^{i\theta(x)} \Psi(x) \quad (3)$$

com o parâmetro das transformações $\theta(x)$ sendo uma função de coordenadas espaço-temporais. Em outras palavras, a questão do valor inicial para estas teorias não é bem definido. Em geral, as equações da mecânica quântica envolvem derivadas espaciais e temporais, por exemplo $\hat{H} \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$ e $\hat{p} \rightarrow \frac{\hbar}{i} \vec{\nabla}$ (o que também ocorre nas equações de onda relativísticas), então temos que estu-

dar o que acontece com as transformações de gauge locais. Temos, então,

$$\begin{aligned} \partial_\mu \Psi(x) &\rightarrow \partial_\mu [e^{i\theta(x)} \Psi(x)] \\ &= e^{i\theta(x)} [\partial_\mu \Psi(x) + i\Psi(x) \partial_\mu \theta(x)] \end{aligned} \quad (4)$$

o qual carrega mais que uma mudança de fase, ou seja, o termo $i\Psi(x) \partial_\mu \theta(x)$ quebra a invariância de $\Psi(x)$ sob transformações de gauge locais. No exemplo do experimento das duas fendas, este termo simboliza a mudança de fase da onda eletrônica vinda de uma das fendas, mas não das duas ao mesmo tempo. O padrão de interferência muda neste caso.

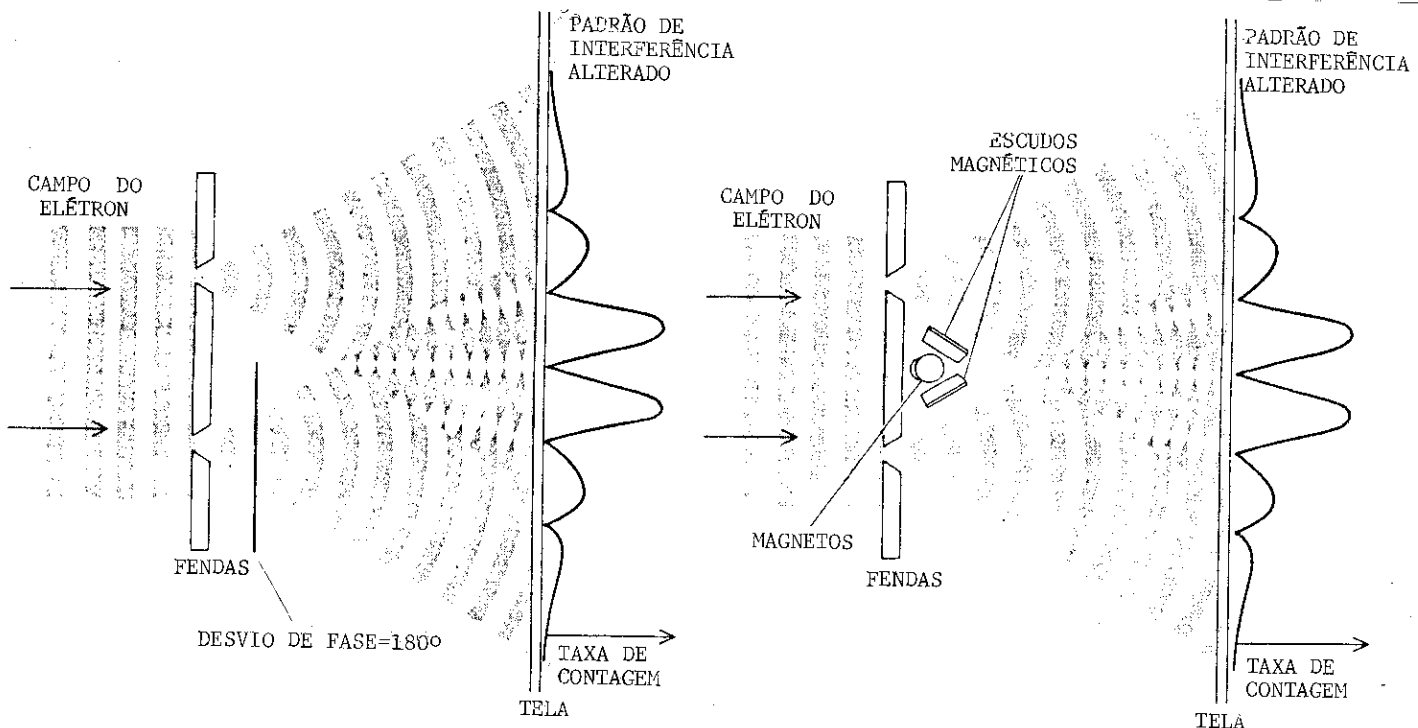


fig. 2

Para se reestabelecer o padrão, colocamos um magneto de tal forma que o campo magnético interaja com os elétrons e mude suas fases. Ou seja, somamos uma interação que pode ser caracterizada por um quadrvetor potencial $A_\mu(x)$, o qual terá que sofrer transformações de gauge locais, tais que restabeleçam a invariância da teoria (ver figura 2). Podemos ainda dizer que $A_\mu(x)$ é uma quantidade que carrega a informação do grupo de transformações, no caso, de um ponto do espaço-tempo para outro. Este vetor potencial é, geralmente chamado, de campo de gauge. Enfatizamos que a Lagrangeana será diferente da original "Lagrangeana Livre", por causa da adição do campo de gauge. A teoria, agora, não é mais uma teoria de campo livre, mas uma teoria de campos em interação. Um exame da equação acima sugere que o campo de gauge se transforme como

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \partial_\mu \alpha(x)$$

se

(5)

$$\Psi(x) \rightarrow \Psi'(x) = e^{iq\alpha(x)} \Psi(x)$$

onde fizemos $\theta(x) \rightarrow q\alpha(x)$ e q é carga do campo de matéria.

(5) resulta no conceito de derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu - iq A_\mu(x)$$

(6)

Finalmente, através de (6), as teorias de gauge apresentam a sua síntese. Significa que em cada contexto que a noção de simetria é aplicada, tais como supersimetria ou supergravidade, e

xistirá uma respectiva derivada covariante, gerando uma dinâmica correspondente.

Embora tenhamos presenciado o sucesso do esquema de pensamento em (5), como no caso da QED, existem outros fenômenos que não podem ser aferidos desta maneira. Citaríamos a questão da massa dos bósons de gauge, a necessidade de potenciais confinantes para interações fortes e a procura por uma gravitação quântica renormalizável. Desta maneira, as especulações teóricas foram estimuladas para que diferentes caminhos fossem procurados. Novamente ressaltamos a incrustação da simetria em Física, pois através das diferentes observações com o grupo de gauge é que aparecem outros métodos de desenvolver a Física. Observaríamos três processos. O primeiro seria trabalhar com grupos não-simples, tais como $SU(2) \otimes U(1)$. O segundo, de procurar aumentar a dimensão do grupo de simetria tal como em $SO(32)$. No contexto desta tese procuraremos estender um método onde conserva-se o grupo, mas inclui-se mais campos transformando-se sob a mesma rotação^[4]. Significa considerar campos, transformando-se como

$$A_{\mu} \rightarrow UA_{\mu} U^{-1} + \frac{i}{g} \partial_{\mu} U \cdot U^{-1} \quad (6)$$

$$B_{\mu} \rightarrow UB_{\mu} U^{-1} + \frac{i}{g} \partial_{\mu} U \cdot U^{-1} \quad (7)$$

Consequentemente (6) e (7) conduzem à presença de mais de uma derivada covariante. Assim sendo, a teoria deverá conter mais do que uma identidade de Ricci. Por exemplo, o comutador de duas derivadas covariantes distintas, resulta no seguinte ten-

tor covariante

$$G_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}B_{\mu} + g[B_{\mu}, A_{\nu}] \quad (8)$$

Sob este ponto de vista, no capítulo I estudaremos a parte clássica com n campos no mesmo grupo de simetria simples $U(1)$. O seu aspecto mais importante é o desenvolvimento, no sentido de estender as equações de Maxwell nos seus diversos setores, no capítulo II. No capítulo III, faremos cálculos explícitos para os casos de dois, três e quatro campos, analisando seus comportamentos. Alguns aspectos da parte quântica serão vistos no capítulo IV, onde uma expressão geral para os propagadores é obtida. Finalmente é deixada para a conclusão, a discussão dos resultados.

CAPITULO I

DINÂMICA CLÁSSICA

Considerando a derivada covariante estendida para a simetria U(1), obtemos a Lagrangeana generalizada [5]

$$L_G = L(D_\mu, X_{1\mu}, X_{2\mu}, \dots, X_{n-1\mu}) \text{ sob a forma} \quad \bullet$$

$$L_G = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 \quad (1.1)$$

onde a parte cinética é dada por

$$L_1 = a(\partial_\mu D_\nu)^2 + b(\partial_\mu D_\nu)(\partial^\nu D^\mu) + GF(\partial \cdot D)^2 +$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \{c_i(\partial_\mu D_\nu)(\partial^\mu X_i^\nu) + d_i(\partial_\mu D_\nu)(\partial^\nu X_i^\mu) + GF_i(\partial \cdot D)(\partial \cdot X_i)\} +$$

$$\sum_{\substack{i,j=1 \\ j \geq i}}^{n-1} \{e_{ij}(\partial_\mu X_{i\nu})(\partial^\mu X_j^\nu) + f_{ij}(\partial_\mu X_{i\nu})(\partial^\nu X_j^\mu) + g_{ij}(\partial \cdot X_i)(\partial \cdot X_j)\} +$$

$$\sum_{\substack{i,j=1 \\ j \geq i}}^{n-1} \left\{ \frac{1}{2} m_{ij}^2 X_{i\mu} X_j^\nu \right\} \quad (1.2)$$

Outro aspecto é que, embora a teoria seja abeliana, é possível desenvolver-se termos com interações sem violar a invariância de gauge,

$$L_2 = \sum_{i,j,k=1}^{n-1} \{ a_{ijk} (\partial_\mu X_{i\nu}) X_j^\mu X_k^\nu + b_{ijk} (\partial_\mu X_i) X_j^\mu X_k^\nu \} \quad (1.3)$$

$$L_3 = \sum_{i,j,k,\ell=1}^{n-1} \{ a_{ijkl} X_{i\mu} X_{j\nu} X_k^\mu X_\ell^\nu \} \text{ com } a_{ijkl} = a_{klij} = \\ = a_{kjil} = a_{ilkj} \quad (1.4)$$

$$L_4 = \sum_{i=1}^{n-1} \{ a_i \partial_\mu (\partial_\nu \partial^\mu X_i^\nu) + b_i \partial_\mu (X_{i\nu} \partial^\mu D^\nu) + c_i \partial_\mu (X_{i\nu} \partial^\nu D^\mu) \} + \\ \sum_{i,j=1}^{n-1} \{ d_{ij} \partial_\mu (X_{i\nu} \partial^\mu X_j^\nu) + e_{ij} \partial_\mu (X_{i\nu} \partial^\nu X_j^\mu) + s_{ij} \partial_\mu (X_i^\mu \partial_\nu X_j^\nu) + \\ \sum_{i,j,k=1}^{n-1} \{ g_{ijk} \partial_\mu (X_{i\nu} X_j^\mu X_k^\nu) \} \quad (1.5)$$

(1.5) por ser uma derivada total não influi nas equações de movimento, porém, deve-se observar a sua influência nas expressões dos momentos canônicos e correntes conservadas.

Estudemos as implicações da expressão (1.1). Embora inicialmente tenhamos enfatizado que um grupo de gauge pode conter mais de um campo transformando-se não-homogeneamente, procuramos neste capítulo, desenvolver uma versão onde os campos apareçam redefinidos, ou seja,

$$D_\mu = A_\mu + B_\mu + \dots + N_\mu \\ X_{1\mu} = A_\mu - B_\mu \\ \vdots \\ X_{n-1\mu} = A_\mu - N_\mu \quad (1.6)$$

onde $A_\mu, B_\mu, \dots, N_\mu$ são os potenciais originais (obtidos via Kaluza-Klein). Então, através de (1.6), aparece uma reconstrução dos campos envolvidos. O campo D_μ seria um genuíno campo de gauge, no sentido que através de sua lei de transformação, pode-se reduzir um dos seus graus de liberdade. Observemos, também, que apenas uma configuração de campos pode ser escolhida. Isto porque existe apenas uma única resposta ao parâmetro do grupo

$$\alpha(x) = \int d^4y G_0(x-y) \partial(D + \tau_i X^i) \quad (1.7)$$

onde τ_i 's são apenas coeficientes.

Portanto (1.1) somente estende a QED. Duas diferentes origens poderíamos selecionar para a sua expressão. A primeira por construção de todos os escalares de gauge obtidos através da mistura dos seguintes invariantes:

$$\begin{aligned} D_\mu &= \partial_\mu + igX_{i\mu} \quad , \\ D_{\mu\nu} &= \partial_\mu D_\nu - \partial_\nu D_\mu \quad e \\ X_\mu^i & \end{aligned} \quad (1.8)$$

Entretanto, de uma maneira mais sintética, podemos exprimir (1.1) a partir de um escalar de gauge generalizado

$$L_G = Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} + Z_{\mu\nu} \tilde{Z}^{\mu\nu} \quad (1.9)$$

onde

$$\begin{aligned}
 Z_{\mu\nu} = & d(\partial_{\mu} D_{\nu} - \partial_{\nu} D_{\mu}) + \\
 & + \sum_{i=1}^{n-1} \{ \alpha_i \partial_{\mu} X_{i\nu} + \beta_i \partial_{\nu} X_{i\mu} + \rho_i g_{\mu\nu} \partial \cdot X_i \} + \\
 & + \sum_{i,j=1}^{n-1} \gamma_{ij} X_{i\mu} X_{j\nu}
 \end{aligned}$$

e

$$\tilde{Z}_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\rho\tau} Z^{\rho\tau} \tag{1.10}$$

As teorias de gauge elevam-se ao nível de teorias por serem capazes de mostrar regras internas. Assim sendo, precisamos argüir se estas teorias possuem instruções para introduzir mais campos no mesmo grupo. Especificamente questionaremos, através do teorema de Noether local, qual a sensibilidade para uma QED estendida. A primeira lei

$$\partial_{\mu} \frac{\partial L}{\partial (\partial_{\mu} D_{\nu})} \partial_{\nu} \alpha(x) = 0 \tag{1.11}$$

apenas repete a conhecida conservação de corrente. Porém, a presença de N campos no mesmo grupo é sensível à segunda relação

$$\frac{\partial L}{\partial (\partial_{\mu} D_{\nu})} \partial_{\mu} \partial_{\nu} \alpha(x) = 0 \tag{1.12}$$

pois esta revela uma álgebra nos coeficientes da teoria.

$$a = -b$$

$$c_i = -d_i$$

$$b_i = -\phi_i \tag{1.13}$$

Contudo a condição mais importante para a construção de uma teoria de campos é a discussão sobre os graus de liberdade a serem descritos. Observaríamos que a finalidade de uma teoria de campo é construir o quantum. Portanto, a partir de uma Lagrangeana inicial, precisamos desenvolver uma engenharia que finalize por encontrar os números quânticos necessários para precisar a determinação experimental deste quantum implícito na teoria. O primeiro estágio deste processo é desenvolver a existência de graus de liberdade. Portanto, a primeira demonstração efetiva de que (1.1) não está incrustado em alguma artificialidade é através do cálculo explícito de seus momentos conjugados.

$$\begin{aligned} \Pi^\mu(D) = & 2a(\partial^0 D^\mu - \partial^\mu D^0) + \sum_{i=1}^{n-1} \{c_i(\partial^0 X_i^\mu - \partial^\mu X_i^0) + \\ & + g^{0\mu}(GF \partial.D + GF_i \partial.X_i)\} \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} \Pi^\mu(X_i) = & 2e_{ii} \partial^0 X_i^\mu + 2f_{ii} \partial^\mu X_i^0 + \sum_{i=1}^{n-1} c_i(\partial^\mu D^0 - \partial^0 D^\mu) + \\ & + \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \geq i}}^{n-1} (e_{ij} \partial^0 X_j^\mu + f_{ij} \partial^\mu X_j^0) \end{aligned} \quad (1.15)$$

Enfatizando o resultado não nulo para (1.15) significa que não estaremos trabalhando somente com equações polinomiais. A dinâmica dos campos X_i estaria fundamentalmente expressando a fluidez do elemento vital ao organismo da teoria de campos: graus de liberdade.

Resumindo, observaríamos que considerações vindas de Kaluza-Klein, teorema de Noether local e graus de liberdade, o-

ferecem suporte para que calculemos as equações de movimento para (1.1), e, então, extrapolarmos as suas possíveis consequências. A equação de movimento para o campo D_μ é dada por

$$\partial_\mu \{ Z^{[\mu\nu]} + 2g^{\mu\nu} [GF \partial \cdot D + GF_i \partial \cdot X_i] \} = 0 \quad (1.16)$$

onde $[\mu\nu]$ significa que a expressão só tem a parte antissimétrica. Notamos de (1.14) e (1.16) que a QED "normal" está imersa neste contexto.

As equações de movimento para os campos X_m são:

$$\begin{aligned} \partial_\mu \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} [e_{im} (\partial^\mu X_i^\nu) + f_{im} (\partial^\nu X_i^\mu) + g_{im} g^{\mu\nu} (\partial \cdot X_i)] + \right. \\ \left. c_m [\partial^\mu D^\nu - \partial^\nu D^\mu] + GF_m g^{\mu\nu} \partial \cdot D \right\} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (1 + \delta_{im}) m_{im}^2 X_i^\nu = J_m^\nu \end{aligned} \quad (1.17)$$

onde

$$\begin{aligned} J_m^\nu = \sum_{i,j}^{n-1} \{ a_{imj} (\partial^\nu X_i^\mu) X_{j\mu} + a_{ijm} (\partial^\mu X_i^\nu) X_{j\mu} + \\ (b_{imj} + b_{ijm}) (\partial \cdot X_i) X_j^\nu + 2 \sum_{i,j,k}^{n-1} (a_{mijk} + a_{ijkm}) X_i^\mu X_j^\nu X_{k\mu} \end{aligned} \quad (1.18)$$

A parte escalar de (1.17) é dada por:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \{ [(e_{im} + f_{im} + g_{im}) \square - (1 + \delta_{im}) m_{im}^2] \partial \cdot X_i \} = \partial \cdot J_m \quad (1.19)$$

(1.19) mostra a propagação de campos escalares com mas-

sas diferentes dos campos vetoriais. Outra observação é que a teoria permite conservação de corrente na presença de vértices

$$\begin{aligned} \partial \cdot J_m = & \sum_{i,j=1}^{n-1} \{ a_{imj} (\prod_{i,j=1}^{n-1} X_i^\nu) X_{j\nu} + (a_{ijm} + b_{imj} + b_{ijm}) (\partial_\nu \partial \cdot X_i) X_j^\nu + \\ & a_{imj} (\partial_\mu X_{i\nu}) (\partial^\mu X_j^\nu) + a_{ijm} (\partial_\mu X_{i\nu}) (\partial^\nu X_j^\mu) + (b_{imj} + b_{ijm}) (\partial \cdot X_i) (\partial \cdot X_j) + \\ & \sum_{i,j,k=1}^{n-1} 2(a_{mijk} + a_{ijkm}) [(\partial_\mu X_{i\nu}) X_j^\mu X_k^\nu + (\partial_\mu X_{k\nu}) X_j^\mu X_i^\nu + (\partial \cdot X_j) X_i \cdot X_k] \end{aligned} \quad (1.20)$$

isto é, para estabelecermos a conservação de correntes em (1.20) torna-se necessário adequar os coeficientes arbitrários na teoria.

Finalmente a terceira equação para este modelo estendido provém da identidade de Bianchi:

$$\partial_\mu \tilde{Z}^{[\mu\nu]} = 0 \quad (1.21)$$

Uma consequência fundamental da introdução de mais campos no mesmo grupo é o aparecimento dos coeficientes e_{ij} , a_{imj} , etc. A importância está no aspecto criado, onde diferentes situações físicas podem ser narradas através de valores específicos, escolhidos para estes coeficientes. Isto resulta na noção de estratégia dentro da teoria. Por exemplo, situações físicas tais como:

$$X_i^\mu \neq 0 \quad e \quad \partial \cdot X_i = 0 \quad (1.22)$$

ou

$$X_i^\mu = 0 \quad \text{e} \quad \partial \cdot X_i = 0 \quad (1.23)$$

podem ser caracterizadas através da manipulação destes coeficiientes.

CAPITULO II

Equações de Maxwell Generalizadas

A introdução de um conjunto de Campos no mesmo grupo resulta no aparecimento de outros campos "elétricos e magnéticos" a serem medidos^[6]. Contudo, devemos procurar os argumentos físicos para definir dentro desta abundância de escalares, quais as combinações que operam como expressões físicas. A identidade de Bianchi (1.21) resulta nas seguintes equações:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(D) = 0 \quad \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(D) + \vec{\nabla}_x \vec{E}(D) = 0 \quad (2.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(X_i) = 0 \quad \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(X_i) + \vec{\nabla}_x \vec{E}(X_i) = 0 \quad (2.2)$$

onde

$$\begin{aligned} D^{\mu\nu} &= \partial^\mu D^\nu - \partial^\nu D^\mu \\ X_i^{\mu\nu} &= \partial^\mu X_i^\nu - \partial^\nu X_i^\mu \\ \Sigma_i^{\mu\nu} &= \partial^\mu X_i^\nu + \partial^\nu X_i^\mu \end{aligned} \quad (2.3)$$

e

$$\vec{E}(D) = D^{0j} \quad , \quad \vec{B}(D) = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} D^{jk}$$

$$\vec{E}(X_i) = X_i^{oj} \quad , \quad \vec{B}(X_i) = \frac{1}{2} \epsilon_{\ell jk} X_i^{jk} \quad (2.4)$$

Analogamente ao caso usual, consideraremos o seguinte ansatz para resolver as equações acima,

$$\begin{aligned} \vec{E}(D) &= -\vec{\nabla}\phi(D) - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad , \quad \vec{B}(D) = \vec{\nabla}_x \vec{D} \\ \vec{E}(X_i) &= -\vec{\nabla}\phi(X_i) - \frac{\partial X_i}{\partial t} \quad , \quad \vec{B}(X_i) = \vec{\nabla}_x X_i \end{aligned} \quad (2.5)$$

Portanto, resta agora compreender os campos físicos. Isto é, quais seriam os campos elétricos e magnéticos mensuráveis experimentalmente? Começemos por observar que os campos $\vec{E}(D)$, $\vec{E}(X_i)$, $\vec{B}(D)$ e $\vec{B}(X_i)$ não foram definidos a partir de processos de interação. As equações (2.1) e (2.2) são apenas equações homogêneas. Por isto, devemos procurar um princípio universal que estabeleça o verdadeiro campo elétrico e magnético. Tratando-se de eletromagnetismo, este princípio é, obviamente, a conservação de carga elétrica. Desta forma, através da equação de continuidade, selecionamos a seguinte reparametrização dos campos em (2.4).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho_M(D) ,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{E} - \vec{\nabla}_x \vec{B} = -\vec{J}_M(D) ,$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad e \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} + \vec{\nabla}_x \vec{E} = 0 \quad (2.7)$$

Então, (2.6) e (2.7) implicam em:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_M^{(D)} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_M^{(D)} = 0 \quad (2.8)$$

com

$$\begin{aligned} \vec{E} &= 2a \vec{E}(D) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i \vec{E}(X_i) \\ \vec{B} &= 2a \vec{B}(D) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i \vec{B}(X_i) \end{aligned} \quad (2.9)$$

onde $\rho_M^{(D)}$ e $\vec{J}_M^{(D)}$ são as densidades de carga e corrente relativas à interação do campo de matéria com o campo D_μ . Desta maneira, o eletromagnetismo é reobtido através da seguinte combinação dos potenciais de campo

$$A^\mu = 2aD^\mu + \sum_{i=1}^{n-1} c_i X_i^\mu \quad (2.10)$$

onde A^μ é o campo de gauge físico que define os campos \vec{E} e \vec{B} . A formulação (2.10) pode possuir interesse em termos de novas considerações para o efeito Bohm-Aharanov na presença de potenciais X_μ^i .

A proposta nesta tese é caracterizar as equações (1.16), (1.17) e (1.21) como uma extensão ao eletromagnetismo. A perspectiva será assinalar a existência de diferentes setores na teoria, onde a carga elétrica se manifesta. Cada setor seria caracterizado por uma intensidade de campo. As equações de Maxwell determinam a carga elétrica e o seu primeiro modo de se manifestar. Significa que, através de (2.8) e (2.9), obtém-se

as leis de Coulomb, Faraday, Ampère e Gauss e a não existência de monopolos. Contudo, notaremos que a presença do potencial de campo D_μ , da carga $\rho_M^{(D)}$ e da corrente $\vec{j}_M^{(D)}$ (observe em (2.10) que os campos de matéria que interagem com D_μ são os mesmos que interagem com X_μ^i) manifestam a possibilidade de existir um outro setor para o eletromagnetismo. Este quadro poderia, em princípio, adequar aplicações nas chamadas regiões de altas energias. Isto porque estas regiões contém reações envolvendo partículas carregadas eletricamente, mas manifestando uma intensidade de campo do tipo interação forte. Sob este aspecto poderíamos especular sobre outros eventos. Por exemplo, espalhamentos tipo $\bar{p}-p$ ou $e^+ - e^-$, em altas energias, representariam um aspecto não-Maxwelliano de carga elétrica?

A partir da análise qualitativa acima, necessitamos encontrar os campos correspondentes a estes novos setores. Então, destes resultados poderemos procurar reações que enquadrem algumas possibilidades de aplicação. Substituindo (2.4) em (1.17), resulta

$$\sum_{i=1}^{n-1} a_{im} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(X_i) + b_{im} \frac{\partial}{\partial t} \sum_{\alpha}^{\alpha} (X_i) = \sigma_m^O \quad (2.11)$$

com

$$\sigma_m^O = J_m^O - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (1 + \delta_{im}) m_{im}^2 \phi(X_i) \quad (2.12)$$

e

$$\sum_{i=1}^{n-1} a_{im} \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(X_i) - \vec{\nabla} \times \vec{B}(X_i) \right] + b_{im} \vec{\nabla} \sum_{\alpha}^{\alpha} (X_i) = -\vec{\sigma}_m \quad (2.13)$$

$$\vec{\sigma}_m = -\vec{J}_m + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (1 + \delta_{im}) m_{im} \vec{X}_i \quad (2.14)$$

onde

$$J_m^\mu = -J_M^\mu(X_i) + \frac{C_m}{2a} J_M^\mu(D) + \sum_{i=1}^{n-1} J_m^\mu(X_i) \quad (2.15)$$

e

$$X_i = (\phi(X_i), \vec{X}_i) \quad (2.16)$$

$\vec{E}(X_i)$ e $\vec{B}(X_i)$ são as intensidades para campos transversos e $\Sigma_\alpha^\alpha(X_i)$ expressa a presença de campos longitudinais (escalares).

Recapitulando, a ortodoxia para o eletromagnetismo é determinada pelas equações de Maxwell. O seu mecanismo é dado por um fluxo de campos elétricos e magnéticos que é controlado por um invariante: a carga elétrica. Entretanto, através da introdução de mais potenciais de campo no mesmo grupo, emerge um contexto onde a carga elétrica pode aparecer como fonte em outros setores que não seriam de Maxwell. Isto é, aparece um grupo de equações acopladas às do eletromagnetismo ortodoxo. A presença de carga elétrica em (2.11) e (2.14), através de J_m^0 e \vec{J}_m , seria uma amostra de como o eletromagnetismo pode, também, ser englobado por uma nova espécie de carga, cuja equação de continuidade é dada por

$$\partial_\mu \sigma_m^\mu - \sum_{i=1}^{n-1} 4b_{im} \square \Sigma_\alpha^\alpha(X_i) = 0 \quad (2.17)$$

Portanto, através de (2.17), a teoria define a exis

tência de outras cargas. A questão, agora, é procurarmos saber como podemos interpretar σ_i^μ . Observemos que as constantes de acoplamento G_i que representam as interações permitidas por estes outros setores da teoria, são dadas por

$$Q_i = \int d^3 \vec{X} \sigma_i^0 \quad (2.18)$$

onde

$$Q_i \equiv G_i (e, g_i, \text{massas, interações}) = G_i(e, x_i) \quad (2.19)$$

(2.19) diz que estas novas cargas não dependem somente da carga elétrica, mas também de uma constante de acoplamento adicional g_i , das massas e das interações dos campos X_μ^i . Um primeiro exemplo de discussão sobre estas cargas, seria relembrar a descrição de Yukawa para a interação entre o próton e o nêutron, conforme a fig. 2.1. No caso, G_1 estaria dependendo da

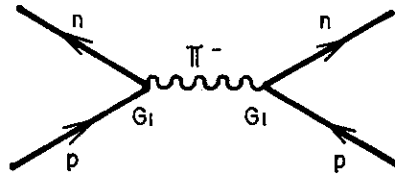


fig. 2.1

carga do próton, de uma constante g_i (talvez originária do isospin), da massa do píon e de uma possível interação dos píons. A intenção neste exemplo, é procurar mostrar que a reação descri-

ta na fig. 2.1, pode possuir uma carga definida por uma equação de continuidade (2.17). Portanto, a carga nuclear satisfeita por

$$Q = \frac{Y}{2} + I_3$$

encontraria, através de (2.17), a sua lei de conservação. Desta maneira, (2.19) englobaria a possibilidade de uma partícula, carregada eletricamente como o próton, interagir com outra partícula não carregada, o neutron, mas dentro de uma continuidade ao fenômeno eletromagnético.

Assim sendo, embora qualitativamente exista uma direção para que partículas carregadas também possam descrever processos não-Maxwellianos, a efetivação desta lógica dependerá agora dos resultados quantitativos das intensidades de campo associados a estes novos setores. As equações genéricas para os potenciais de campo são dadas por

$$\sum_{i=1}^{n-1} \square \phi(X_i) = -\sigma_m^0 + \sum_{i=1}^{n-1} (a_{im} - 2b_{im}) \frac{\partial}{\partial t} [\partial \cdot X_i] \quad (2.20)$$

e

$$\sum_{i=1}^{n-1} \square \vec{X}_i = -\vec{\sigma}_m + \sum_{i=1}^{n-1} (a_{im} - 2b_{im}) \vec{\nabla} [\partial \cdot X_i] \quad (2.21)$$

Note que não podemos parametrizar $\partial \cdot X_i = 0$ por transformação de gauge. Esta condição pode ser obtida pela equação de movimento. Contudo, a parte em (2.20) e em (2.21) que envolve es-

te termo pode ser evitada por uma escolha específica de parâmetros.

Neste trabalho, estudaremos apenas a situação mais simples. É o caso da aproximação estática ($\vec{X}_i = 0$) associada a fontes pontuais, o que resulta

$$(a_{ij} \vec{v}^2 + m_{ij}^2) V_j(\vec{x}) = q_i \delta(\vec{x}) \quad (2.22)$$

onde $V_j(\vec{x}) = \phi(X_j)$ são os potenciais escalares. Este sistema é mais facilmente resolvido se utilizarmos o espaço de Fourier

$$(a_{ij} \vec{k}^2 + m_{ij}^2) = q_i$$

onde

$$V_j(\vec{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} V_j(\vec{k}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} \quad (2.23)$$

A solução geral é dada por

$$V_j(\vec{k}) = \frac{\det Q_{mn}}{\det [a_{mn} \vec{k}^2 + m_{mn}^2]} \quad (2.24)$$

onde Q_{mn} é a matriz obtida de $[a_{mn} \vec{k}^2 + m_{mn}^2]$, recolocando à coluna j as cargas q_1, q_2, \dots, q_{n-1} . Obtido $V_j(\vec{k})$ o problema de encontrar a solução $V_j(\vec{x})$, reduz-se a resolver a transformada inversa de Fourier. (Ver cap.III).

CAPITULO III

Soluções Estáticas para dois, três e quatro Campos

O objetivo deste capítulo é calcular, para a aproximação estática, os campos elétricos generalizados nestes novos setores da teoria, observando então, o seu comportamento. Efetivamente, trabalharemos com os casos onde dois, três e quatro campos são incluídos no mesmo grupo.

3.1 O CASO DE DOIS CAMPOS

Considerando a presença de apenas dois campos e usando-se a notação $X^1_{\mu} = C_{\mu}$, as equações (1.16), (1.17) e (1.10) resultam no seguinte sistema de equações acopladas:

i) Setor I: Região de Maxwell

É definida pelas seguintes equações:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho_M(D) \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \vec{E} - \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{j}_M(D) \quad (3.2)$$

com

$$\vec{E} = 2a\vec{E}(D) + c_1\vec{E}(C)$$

$$\vec{B} = 2a\vec{B}(D) + c_1\vec{B}(C)$$

onde $\rho_M(D)$ e $\vec{j}_M(D)$ são a densidade de carga e corrente do campo da matéria.

Considerando ainda, a presença da identidade de Bianchi (1.21), temos:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} + \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad (3.4)$$

e, desta forma, o eletromagnetismo é reobtido.

ii) Setor II: Região caracterizada pelo campo C_μ

De (1.17) temos

$$a_{11} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(C) + b_{11} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma_\alpha^\alpha(C) = \sigma_{II}^O \quad (3.5)$$

com

$$\sigma_{II}^O = \rho_M^{(C)} - \frac{c_1}{2a} \rho_M^{(D)} - \rho_C^{(C)} - m_{cc}^2 \phi(C) \quad (3.6)$$

e

$$a_{11} \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(C) - \vec{\nabla} \times \vec{B}(C) \right] + b_{11} \vec{\nabla} \Sigma_\alpha^\alpha(C) = -\vec{\sigma}_{II} \quad (3.7)$$

com

$$\vec{\sigma}_{II} = -\vec{j}_M^{(C)} + \frac{c_1}{2a} \vec{j}_M^{(D)} + \vec{j}_C^{(C)} + m_{cc}^2 \vec{C} \quad (3.8)$$

onde

$$a_{11} = e_{11} - \frac{c_1}{2a} c_1 \quad e \quad b_{11} = \frac{e_{11} + f_{11} + g_{11}}{2} \quad (3.9)$$

Note que a presença das variáveis $\vec{E}(C)$, $\vec{B}(C)$, $\rho_M(D)$ e $\vec{j}_M(D)$ nas equações acima manifestam a existência de uma conexão entre este setor e o de Maxwell.

Apesar da carga $\rho_M(D)$ e a corrente $\vec{j}_M(D)$ serem fontes dos campos elétricos e magnéticos ortodoxos, a sua influência também se estende a este outro setor acoplado. A diferença qualitativa ao caso de Maxwell aparece através das cargas σ_{II}^μ . Elas representam uma fonte para as intensidades de campo que, além de poderem depender da carga elétrica, estão associados a termos de massa e auto-interação. Estas cargas e correntes obedecem a uma equação de continuidade dada por

$$\partial_\mu \sigma_{II}^\mu = 4b_{11} \square \Sigma_\alpha^\alpha(C) \quad (3.10)$$

onde $\Sigma_\alpha^\alpha(C)$ significa a presença de fontes escalares. Finalmente, através da identidade de Bianchi, obtemos

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(C) = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(C) + \vec{\nabla} \times \vec{E}(C) = 0 \quad (3.12)$$

Usando (2.5) em (3.5) e (3.7), encontramos a equação para o potencial do campo, considerando o modelo estático e sem interação.

$$[a_{11} \vec{\nabla}^2 - m_{cc}^2] V_{II}(\vec{r}) = 0 \quad (3.13)$$

com

$$V_{II}(\vec{r}) = \phi(C)$$

cujas soluções esfericamente simétricas são

$$V_{II}(r) = \frac{K}{r} e^{\pm Mr} \quad (3.14)$$

com

$$M = \frac{m_{cc}}{\sqrt{a_{11}}}$$

Então, o campo "elétrico" $\vec{E}_{II}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V_{II}(r)$, é descrito por

$$\vec{E}_{II}(\vec{r}) = G_{II}(e, xi) \frac{e^{-Mr} [1 + Mr] \hat{r}}{r^2} \quad (3.15)$$

Observe que, além de escolhermos a solução decrescente, impomos, devido a equação de continuidade, a presença de uma constante de acoplamento $G(e, xi)$. Exemplifiquemos com a interação p-n na fig. 2.1. O valor de $G_{II}(e, xi)$ seria determinado empiricamente através da interação de curto alcance descrita por (3.14) com $\vec{F} = G_{II}(e, xi) \vec{E}_{II}(\vec{r})$.

3.2

O CASO DE TRÊS CAMPOS

Usando-se a notação $x_{\mu}^1 = C_{\mu}$ e $x_{\mu}^2 = P_{\mu}$, as equações

(1.16), (1.17) e (1.10), num processo análogo ao caso anterior, resultam

i) Setor I: Região de Maxwell

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho_M(D) \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{E} - \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{j}_M(D) \quad (3.17)$$

com

$$\vec{E} = 2a\vec{E}(D) + c_1\vec{E}(C) + c_2\vec{E}(P)$$

e

$$\vec{B} = 2a\vec{B}(D) + c_1\vec{B}(C) + c_2\vec{B}(P)$$

onde

$\rho_M(D)$ e $\vec{j}(D)$ são a carga e a corrente do campo de matéria.

De (1.21) temos

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(C) = 0 \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(C) + \vec{\nabla} \times \vec{E}(C) = 0 \quad (3.19)$$

ii) Setor II: Região caracterizada pelo campo C_μ

De (1.17) obtemos

$$a_{11} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(C) + a_{21} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(P) + b_{11} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma_\alpha^\alpha(C) + b_{21} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma_\alpha^\alpha(P) = \sigma_{II}^0 \quad (3.20)$$

com

$$\sigma_{II}^0 = \rho_M(C) - \frac{c_1}{2a} \rho_M(D) - \rho_C(C) - \rho_C(P) - m_{CC}^2 C^0 - \frac{1}{2} m_{CP}^2 P^0$$

e

$$a_{11} \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(C) - \vec{\nabla} \times \vec{B}(C) \right] + a_{21} \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(P) - \vec{\nabla} \times \vec{B}(P) \right] + b_{11} \vec{\nabla} \Sigma_\alpha^\alpha(C) + b_{21} \vec{\nabla} \Sigma_\alpha^\alpha(P) = - \vec{\sigma}_{II} \quad (3.21)$$

onde a_{11} e b_{11} são iguais a (3.9) e

$$a_{21} = e_{21} - \frac{c_1}{2a} c_2 \quad e \quad b_{21} = \frac{e_{21} + f_{21} + g_{21}}{2} \quad (3.22)$$

A equação de continuidade para a carga é:

$$\partial_\mu \sigma_{II}^\mu = 4b_{11} \square \Sigma_\alpha^\alpha(C) + 4b_{21} \square \Sigma_\alpha^\alpha(P) \quad (3.23)$$

Finalmente (1.21) resulta,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(C) = 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(C) + \vec{\nabla} \times \vec{E}(C) = 0 \quad (3.25)$$

iii) Setor III: Região caracterizada pelo campo P_μ

De (1.17) tem-se

$$a_{12} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(C) + a_{22} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(P) + b_{12} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma_\alpha^\alpha(C) + b_{22} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma_\alpha^\alpha(P) = \sigma_{III}^0 \quad (3.26)$$

com

$$\sigma_{III}^0 = \rho_M(P) - \frac{c_2}{2a} \rho_M(D) - \rho_P(C) - \rho_P(P) - \frac{1}{2} m_{pc}^2 C^0 - m_{pp}^2 P^0$$

e

$$a_{12} \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(C) - \vec{\nabla} \times \vec{B}(C) \right] + a_{22} \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(P) - \vec{\nabla} \times \vec{B}(P) \right] + b_{12} \vec{\nabla} \Sigma_\alpha^\alpha(C) + b_{22} \vec{\nabla} \Sigma_\alpha^\alpha(P) = - \vec{\sigma}_{III} \quad (3.27)$$

com

$$\vec{\sigma}_{III} = - \vec{j}_M(P) + \frac{c_2}{2a} \vec{j}_M(D) + \vec{j}_P(C) + \vec{j}_P(P) + \frac{1}{2} m_{pc}^2 \vec{C} + m_{pp}^2 \vec{P}$$

onde

$$a_{12} = e_{12} - \frac{c_2}{2a} c_1 \quad , \quad b_{12} = \frac{e_{12} + f_{12} + g_{12}}{2}$$

$$a_{22} = e_{22} - \frac{c_2}{2a} c_2 \quad e \quad b_{22} = \frac{e_{22} + f_{22} + g_{22}}{2} \quad (3.28)$$

com as cargas e correntes obedecendo a equação de conservação

$$\partial_\mu \sigma_{III}^\mu = 4b_{12} \square \Sigma_\alpha^\alpha(C) + 4b_{22} \square \Sigma_\alpha^\alpha(P) \quad (3.29)$$

E de (1.21) obtém-se

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(P) = 0 \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(P) + \vec{\nabla} \times \vec{E}(P) = 0 \quad (3.31)$$

Notamos, aqui, que os setores II e III têm uma interdependência entre si e com o setor de Maxwell.

Fazendo-se uma análise quantitativa das intensidades dos campos com o cálculo dos potenciais, chegamos:

- Para o campo C_μ (Setor II):

$$V_{II}(\vec{k}) = \frac{A_1 \vec{k}^2 + B_1}{C\vec{k}^4 + I\vec{k}^2 + G} \quad (3.32)$$

onde

$$\begin{aligned} A_1 &= q_1 a_{22} - q_2 a_{12} \\ B_1 &= \frac{1}{2} q_2 m_{cp}^2 - q_1 m_{pp}^2 \end{aligned} \quad (3.33)$$

- Para o campo P_μ (Setor III):

$$V_{III}(\vec{k}) = \frac{A_2 \vec{k}^2 + B_2}{C\vec{k}^4 + I\vec{k}^2 + G} \quad (3.34)$$

onde

$$\begin{aligned} A_2 &= q_2 a_{11} - q_1 a_{21} \\ B_2 &= \frac{1}{2} q_1 m_{pc}^2 - q_2 m_{cc}^2 \end{aligned} \quad (3.35)$$

Tendo

$$\begin{aligned} C &= a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} \\ I &= \frac{1}{2} (a_{12} m_{pc}^2 + a_{21} m_{cp}^2) - (a_{11} m_{pp}^2 + a_{22} m_{cc}^2) \\ G &= m_{cc}^2 m_{pp}^2 - \frac{1}{4} m_{pc}^2 m_{cp}^2 \end{aligned} \quad (3.36)$$

Analisando as relações dos coeficientes acima, veri-

ficamos que, numa manipulação sutil (exemplos: $A_1 = 0$ e $A_2 \neq 0$ ou $A_1 \neq 0$ e $A_2 = 0$) encontramos comportamentos diferentes para os potenciais de campos $V_{II}(\vec{k})$ e $V_{III}(\vec{k})$ dados por (3.32) e (3.34) tipo

$$V_{II}(\vec{k}) \sim \frac{1}{(\vec{k}^2 + M^2)^2} \quad \text{e} \quad V_{III}(\vec{k}) \sim \frac{1}{\vec{k}^2 + M^2} \quad (3.38)$$

ou

$$V_{II}(\vec{k}) \sim \frac{1}{\vec{k}^2 + M^2} \quad \text{e} \quad V_{III}(\vec{k}) \sim \frac{1}{(\vec{k}^2 + M^2)^2} \quad (3.39)$$

Observamos que o aparecimento não-heurístico de potenciais tipo (3.38) e (3.39) tem o significado de respaldar teoricamente a presença do potencial de Yukawa.

3.3 O CASO DE QUATRO CAMPOS

Considerando a definição $X_\mu^1 = C_\mu$, $X_\mu^2 = P_\mu$ e $X_\mu^3 = T_\mu$, para os campos, temos:

i) Setor de Maxwell: Gerado pela Carga Elétrica

Das equações de movimento para o campo D e da equação de continuidade que identifica a chamada carga elétrica e de (1.21), obtemos

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho_M(D) \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{E} - \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{j}_M(D) \quad (3.41)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} + \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad (3.43)$$

com

$$\vec{E} = 2a\vec{E}(D) + c_1\vec{E}(C) + c_2\vec{E}(P) + c_3\vec{E}(T)$$

$$\vec{B} = 2a\vec{B}(D) + c_1\vec{B}(C) + c_2\vec{B}(P) + c_3\vec{B}(T)$$

ii) Setor II: Gerado pela carga σ_C^μ

Analogamente ao caso anterior, temos

$$\begin{aligned} a_{11} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(C) + a_{21} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(P) + a_{31} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(T) + b_{11} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma_\alpha^\alpha(C) + \\ + b_{21} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma_\alpha^\alpha(P) + b_{31} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma_\alpha^\alpha(T) = \sigma_{II}^O \end{aligned} \quad (3.44)$$

com

$$\begin{aligned} \sigma_{II}^O = \rho_M(C) - \frac{c_1}{2a} \rho_M(D) - \rho_C(C) - \rho_C(P) - \rho_C(T) - \\ - m_{cc}^2 C^O - \frac{1}{2} m_{pc}^2 P^O - \frac{1}{2} m_{tc}^2 T^O \end{aligned} \quad (3.45)$$

e

$$\begin{aligned} a_{11} \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(C) - \vec{\nabla} \times \vec{B}(C) \right] + a_{21} \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(P) - \vec{\nabla} \times \vec{B}(P) \right] + \\ + a_{31} \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(T) - \vec{\nabla} \times \vec{B}(T) \right] + b_{11} \vec{\nabla} \Sigma_\alpha^\alpha(C) + \\ + b_{21} \vec{\nabla} \Sigma_\alpha^\alpha(P) + b_{31} \vec{\nabla} \Sigma_\alpha^\alpha(T) = \sigma_{II} \end{aligned} \quad (3.46)$$

com

$$\begin{aligned} \sigma_{II} = & j_M(C) + \frac{c_2}{2a} j_M(D) + j_C(C) + j_C(P) + j_C(T) + \\ & + m_{cc}^2 C + \frac{1}{2} m_{pc}^2 P + \frac{1}{2} m_{tc}^2 T \end{aligned} \quad (3.47)$$

onde a_{11} e b_{11} vêm de (3.9), a_{21} e b_{21} vêm de (3.22).

$$a_{31} = e_{31} - \frac{c_1}{2a} c_3 \quad e \quad b_{31} = \frac{e_{31} + f_{31} + g_{31}}{2} \quad (3.48)$$

De (1.21)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(C) = 0 \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(C) + \vec{\nabla} \times \vec{E}(C) = 0 \quad (3.50)$$

iii) Setor III: Gerado pela carga σ_{III}^μ

Temos

$$\begin{aligned} a_{12} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(C) + a_{22} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(P) + a_{32} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(T) + b_{12} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma_\alpha^\alpha(C) + \\ + b_{22} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma_\alpha^\alpha(P) + b_{32} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma_\alpha^\alpha(T) = \sigma_{III}^0 \end{aligned} \quad (3.51)$$

com

$$\begin{aligned} \sigma_{III}^0 = & \rho_M(P) - \frac{c_2}{2a} \rho_M(D) - \rho_P(C) - \rho_P(P) - \rho_P(T) - \\ & - \frac{1}{2} m_{cp}^2 C^0 - m_{pp}^2 P^0 - \frac{1}{2} m_{tp}^2 T^0 \end{aligned} \quad (3.52)$$

e

$$\begin{aligned}
 a_{12} \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(C) - \vec{\nabla} \times \vec{B}(C) \right] + a_{22} \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(P) - \vec{\nabla} \times \vec{B}(P) \right] + \\
 + b_{12} \vec{\nabla} \Sigma_{\alpha}^{\alpha}(C) + b_{22} \vec{\nabla} \Sigma_{\alpha}^{\alpha}(P) + b_{32} \vec{\nabla} \Sigma_{\alpha}^{\alpha}(T) = \vec{\sigma}_{III}
 \end{aligned} \quad (3.53)$$

com

$$\begin{aligned}
 \vec{\sigma}_{III} = - \vec{J}_M(P) + \frac{c_2}{2a} \vec{J}_M(D) + \vec{J}_P(C) + \vec{J}_P(P) + \vec{J}_P(T) + \\
 + \frac{1}{2} m_{cp}^2 \vec{C} + m_{pp}^2 \vec{P} + \frac{1}{2} m_{tp}^2 \vec{P}
 \end{aligned} \quad (3.54)$$

onde a_{12} e b_{12} , a_{22} e b_{22} vêm de (3.28) e

$$a_{32} = e_{32} - \frac{c_2}{2a} c_3 \quad e \quad b_{32} = \frac{e_{32} + f_{32} + g_{32}}{2} \quad (3.55)$$

Que de (1.21) temos

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(P) = 0 \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(P) + \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad (3.57)$$

iv) Setor IV: Gerado pela carga $\vec{\sigma}_{IV}$

Da mesma forma

$$\begin{aligned}
 a_{13} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(C) + a_{23} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(P) + a_{33} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(T) + b_{13} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma_{\alpha}^{\alpha}(C) + \\
 + b_{23} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma_{\alpha}^{\alpha}(P) + b_{33} \frac{\partial}{\partial t} \Sigma_{\alpha}^{\alpha}(T) = \sigma_{IV}^O
 \end{aligned} \quad (3.58)$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{IV}^O = \rho_M(T) - \frac{c_3}{2a} \rho_M(D) - \rho_T(C) - \rho_T(P) - \rho_T(T) - \\
 - \frac{1}{2} m_{ct}^2 C^O - \frac{1}{2} m_{pt}^2 P^O - m_{tt}^2 T^O
 \end{aligned} \quad (3.59)$$

e

$$\begin{aligned}
 & a_{13} \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(C) - \vec{\nabla} \times \vec{B}(C) \right] + a_{23} \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(P) - \vec{\nabla} \times \vec{B}(P) \right] + \\
 & + a_{33} \left[\frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(T) - \vec{\nabla} \times \vec{B}(T) \right] + b_{13} \vec{\nabla}_{\Sigma}^{\alpha}(C) + \\
 & + b_{23} \vec{\nabla}_{\Sigma}^{\alpha}(P) + b_{33} \vec{\nabla}_{\Sigma}^{\alpha}(T) = - \vec{\sigma}_{IV} \quad (3.60)
 \end{aligned}$$

com

$$\begin{aligned}
 \vec{\sigma}_{IV} = & - \vec{j}_M(T) + \frac{c_3}{2a} \vec{j}_M(D) + \vec{j}_T(C) + \vec{j}_T(P) + \vec{j}_T(T) + \\
 & + \frac{1}{2} m_{ct}^2 \vec{C} + \frac{1}{2} m_{pt}^2 \vec{P} + m_{tt}^2 \vec{T} \quad (3.61)
 \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
 a_{13} = e_{13} - \frac{c_3}{2a} c_1 \quad , \quad b_{13} = \frac{e_{13} + f_{13} + g_{13}}{2} \\
 a_{23} = e_{23} - \frac{c_3}{2a} c_2 \quad , \quad b_{23} = \frac{e_{23} + f_{23} + g_{23}}{2} \\
 a_{33} = e_{33} - \frac{c_3}{2a} c_3 \quad , \quad b_{33} = \frac{e_{33} + f_{33} + g_{33}}{2} \quad (3.62)
 \end{aligned}$$

E da identidade de Bianchi

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(T) = 0 \quad (3.63)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(T) + \vec{\nabla} \times \vec{E}(T) = 0 \quad (3.64)$$

Observamos então, a dependência entre estes diferentes setores. Isto porque as cargas e as intensidades de campo que os definem, possuem variáveis co-

muns. Contudo, cada setor é identificado por cargas e intensidades de campo diferentes. As cargas obedecem as seguintes leis de conservação, respectivamente:

$$\partial_{\mu} \sigma_{II}^{\mu} = 4b_{11} \square \Sigma_{\alpha}^{\alpha} (C) + 4b_{21} \square \Sigma_{\alpha}^{\alpha} (P) + 4b_{31} \square \Sigma_{\alpha}^{\alpha} (T) \quad (3.65)$$

$$\partial_{\mu} \sigma_{III}^{\mu} = 4b_{12} \square \Sigma_{\alpha}^{\alpha} (C) + 4b_{22} \square \Sigma_{\alpha}^{\alpha} (P) + 4b_{32} \square \Sigma_{\alpha}^{\alpha} (T) \quad (3.66)$$

$$\partial_{\mu} \sigma_{IV}^{\mu} = 4b_{13} \square \Sigma_{\alpha}^{\alpha} (C) + 4b_{23} \square \Sigma_{\alpha}^{\alpha} (P) + 4b_{33} \square \Sigma_{\alpha}^{\alpha} (T) \quad (3.67)$$

As intensidades de campo são calculadas a partir da aproximação de potencial estático. Para o caso do campo C_{μ} obtém-se

$$V_{II}(\vec{k}) = \frac{A_1 \vec{k}^4 + B_1 \vec{k}^2 + S_1}{I \vec{k}^6 + F \vec{k}^4 + G \vec{k}^2 + H} \quad (3.68)$$

com

$$A_1 = q_1 (a_{22} a_{33} - a_{32} a_{23}) + q_2 (a_{23} a_{31} - a_{21} a_{33}) + q_3 (a_{21} a_{32} - a_{22} a_{31}) ,$$

$$B_1 = q_1 \left[\frac{1}{2} (a_{32} m_{pt}^2 + a_{23} m_{tp}^2) - (a_{22} m_{tt}^2 + a_{33} m_{pp}^2) \right] + q_2 \left[a_{21} m_{tt}^2 + \frac{1}{2} a_{33} m_{pc}^2 - \frac{1}{2} (a_{23} m_{tc}^2 + a_{31} m_{pt}^2) \right] + q_3 \left[\frac{1}{2} a_{22} m_{tc}^2 + a_{31} m_{pp}^2 - \frac{1}{2} (a_{21} m_{tp}^2 + a_{32} m_{pc}^2) \right] ,$$

$$S_1 = m_{pp}^2 (m_{tt}^2 - \frac{1}{2} m_{tc}^2) - \frac{1}{4} m_{pt}^2 (m_{tc}^2 - m_{tp}^2) + \\ + \frac{1}{2} m_{pc}^2 (m_{tp}^2 - m_{tt}^2) \quad (3.69)$$

Para o campo P_μ

$$V_{III}(\vec{k}) = \frac{A_2 \vec{k}^4 + B_2 \vec{k}^2 + S_2}{I \vec{k}^6 + F \vec{k}^4 + G \vec{k}^2 + H} \quad (3.70)$$

com

$$A_2 = q_1 (a_{22} a_{13} - a_{12} a_{13}) + q_2 (a_{11} a_{33} - a_{32} a_{13}) + \\ + q_3 (a_{31} a_{12} - a_{32} a_{11}) \quad ,$$

$$B_2 = q_1 [a_{12} m_{tt}^2 + \frac{1}{2} a_{33} m_{cp}^2 - \frac{1}{2} (a_{32} m_{ct}^2 + a_{13} m_{tp}^2)] + \\ + q_2 [\frac{1}{2} (a_{31} m_{ct}^2 + a_{13} m_{tc}^2) - (a_{11} m_{tt}^2$$

$$S_2 = m_{cc}^2 (m_{tt}^2 - \frac{1}{2} m_{tc}^2) + \frac{1}{2} m_{cp}^2 (\frac{1}{2} m_{tc}^2 - m_{tt}^2) + \\ + \frac{1}{4} m_{ct}^2 (m_{tp}^2 - m_{tc}^2) \quad (3.71)$$

Para o campo T_μ

$$V_{II}(\vec{k}) = \frac{A_3 \vec{k}^4 + B_3 \vec{k}^2 + S_3}{I \vec{k}^6 + F \vec{k}^4 + G \vec{k}^2 + H} \quad (3.72)$$

$$A_3 = q_1 (a_{12} a_{23} - a_{22} a_{13}) + q_2 (a_{21} a_{13} - a_{23} a_{11}) + \\ + q_3 (a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}) \quad ,$$

$$\begin{aligned}
 B_3 &= \alpha_1 \left[\frac{1}{2} a_{22} m_{ct}^2 + a_{13} m_{pp}^2 - \frac{1}{2} (a_{12} m_{pt}^2 + a_{23} m_{cp}^2) \right] + \\
 &+ \alpha_2 \left[a_{23} m_{cc}^2 + \frac{1}{2} a_{11} m_{pt}^2 - \frac{1}{2} (a_{21} m_{ct}^2 + a_{13} m_{pc}^2) \right] + \\
 &+ \alpha_3 \left[\frac{1}{2} (a_{21} m_{cp}^2 + a_{12} m_{pc}^2) - (a_{11} m_{pp}^2 + a_{22} m_{cc}^2) \right] \\
 S_3 &= m_{cc}^2 (m_{pp}^2 - \frac{1}{2} m_{pt}^2) + \frac{1}{4} m_{tc}^2 (m_{pt}^2 - m_{pc}^2) + \\
 &+ \frac{1}{2} m_{ct}^2 (\frac{1}{2} m_{pc}^2 - m_{pp}^2) \quad (3.73)
 \end{aligned}$$

Temos ainda que

$$\begin{aligned}
 I &= (a_{11} a_{22} a_{33} + a_{21} a_{32} a_{13} + a_{12} a_{23} a_{31} - a_{31} a_{22} a_{13} - \\
 &- a_{21} a_{12} a_{33} - a_{32} a_{23} a_{11}) \quad (3.74a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F &= m_{cc}^2 (a_{32} a_{23} - a_{22} a_{33}) + \frac{1}{2} m_{pc}^2 (a_{12} a_{33} - a_{32} a_{13}) + \\
 &+ \frac{1}{2} m_{tc}^2 (a_{22} a_{13} - a_{12} a_{23}) + \frac{1}{2} m_{cp}^2 (a_{21} a_{33} - a_{23} a_{31}) + \\
 &+ m_{pp}^2 (a_{31} a_{13} - a_{11} a_{33}) + \frac{1}{2} m_{tp}^2 (a_{23} a_{11} - a_{21} a_{13}) + \\
 &+ \frac{1}{2} m_{ct}^2 (a_{31} a_{22} - a_{21} a_{32}) + \frac{1}{2} m_{pt}^2 (a_{32} a_{11} - a_{21} a_{31}) + \\
 &+ m_{tt}^2 (a_{21} a_{12} - a_{11} a_{22}) \quad (3.74b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G &= a_{11} (m_{pp}^2 m_{tt}^2 - \frac{1}{4} m_{tp}^2 m_{pt}^2) + \frac{1}{2} a_{21} (\frac{1}{2} m_{tp}^2 m_{ct}^2 - m_{cp}^2 m_{tt}^2) + \\
 &+ \frac{1}{2} a_{31} (\frac{1}{2} m_{cp}^2 m_{pt}^2 - m_{pp}^2 m_{ct}^2) + \frac{1}{2} a_{12} (\frac{1}{2} m_{tc}^2 m_{pt}^2 - m_{pc}^2 m_{tt}^2) + \\
 &+ a_{22} (m_{cc}^2 m_{tt}^2 - \frac{1}{4} m_{tc}^2 m_{ct}^2) + \frac{1}{2} a_{32} (\frac{1}{2} m_{pc}^2 m_{ct}^2 - m_{cc}^2 m_{pt}^2) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} a_{13} \left(\frac{1}{2} m_{pc}^2 m_{tp}^2 - m_{tc}^2 m_{pp}^2 \right) + \frac{1}{2} a_{23} \left(\frac{1}{2} m_{tc}^2 m_{cp}^2 - m_{cc}^2 m_{tp}^2 \right) + \\
 & + a_{33} \left(m_{cc}^2 m_{pp}^2 - \frac{1}{4} m_{pc}^2 m_{cp}^2 \right) \quad (3.74c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H = & m_{cc}^2 \left(\frac{1}{4} m_{tp}^2 m_{tp}^2 - m_{tp}^2 m_{tt}^2 \right) + \frac{1}{4} m_{pc}^2 \left(m_{cp}^2 m_{tt}^2 - \frac{1}{2} m_{tp}^2 m_{ct}^2 \right) + \\
 & + \frac{1}{4} m_{tc}^2 \left(m_{pp}^2 m_{ct}^2 - \frac{1}{2} m_{cp}^2 m_{pt}^2 \right) + \frac{1}{4} m_{cp}^2 \left(m_{pc}^2 m_{tt}^2 - \frac{1}{2} m_{tc}^2 m_{pt}^2 \right) + \\
 & + m_{pp}^2 \left(\frac{1}{4} m_{tc}^2 m_{cp}^2 - m_{cc}^2 m_{tt}^2 \right) + \frac{1}{4} m_{tp}^2 \left(m_{cc}^2 m_{pt}^2 - \frac{1}{2} m_{pc}^2 m_{ct}^2 \right) + \\
 & + \frac{1}{4} m_{ct}^2 \left(m_{tc}^2 m_{pp}^2 - \frac{1}{2} m_{pc}^2 m_{tp}^2 \right) + \frac{1}{4} m_{pt}^2 \left(m_{cc}^2 m_{tp}^2 - \frac{1}{2} m_{tc}^2 m_{cp}^2 \right) + \\
 & + m_{tt}^2 \left(\frac{1}{4} m_{pc}^2 m_{cp}^2 - m_{cc}^2 m_{pp}^2 \right) \quad (3.74d)
 \end{aligned}$$

A situação física mais especial para estudarmos é da da pelas seguintes condições:

$$A_1 = 0, A_2 = 0 \text{ e } A_3 = 0 \quad (3.75)$$

$$B_1 = 0, B_2 = 0 \text{ e } B_3 = 0 \quad (3.76)$$

Verificamos que, para q_1 , q_2 e q_3 não nulos, (3.75) e (3.76) nos dão dois sistemas de coeficientes acoplados. Então, fazendo-se uma análise matricial, notamos que podemos, por escolhas convenientes, zerar os determinantes caracterizados por (3.75) e (3.76) sem zerar I ou F. Isto significa que, sem perdermos a generalidade da teoria, podemos obter os três potenciais sob a forma

$$v(\vec{k}) \sim \frac{1}{(\vec{k}^2 + M^2)^3} \quad (3.77)$$

onde M^2 é encontrado através de uma escolha dos coeficientes, levando-se em conta as relações I, F, G e H. Resumindo, nesta situação especial, (3.75) e (3.76), manipulando os coeficientes referentes aos escalares de gauge, podemos encontrar um comportamento tipo (3.77). A sua solução explícita é dada por

$$\int d\vec{k} \frac{\exp[-i \vec{k} \cdot \vec{x}]}{[\vec{k}^2 + M^2]^\alpha} = 2^\pi \frac{1/2^n (M^2)^{1/2 n}}{\Gamma(\alpha)} k_{1/2 n - \alpha}^{(M)} \quad (3.78)$$

onde n representa o número de dimensões com

$$k_{1/2 n - \alpha}^{(M)}(z) = \left(\frac{1}{2} z\right)^{\alpha - 1/2 n} K_{1/2 n - \alpha}(z) \quad (3.79)$$

onde $K_\nu(z)$ são as funções de Bessel modificadas.

Tem-se tabelado que

$$K_{\pm 1/2}(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \quad (3.80)$$

é a seguinte fórmula de recorrência

$$z K_{\nu-1}(z) - z K_{\nu+1}(z) = -2\nu K_\nu(z) \quad (3.81)$$

No caso em que

$$\alpha = 3 \quad \text{e} \quad n = 3, \quad (3.82)$$

temos

$$K_{\pm 3/2}(z) = \frac{z+1}{z} \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \quad (3.83)$$

o que finalmente resulta na seguinte transformada de

Fourier para (3.77)

$$V_i(r) = R_i (Mr + 1) e^{-Mr} \quad (3.84)$$

onde R_i representa uma variável que depende das massas m_{ij} e dos coeficientes $a_{\ell k}$.

$$R_i = \frac{\pi^2}{4 \sqrt{HI}} S_i \equiv R_i(m_{jk}, a_{\ell n}) \quad (3.85)$$

com

$$H = f_1(m_{ij}^6) \quad ,$$

$$S_i = f_2(a_{ij} m_{\ell k}^4) \quad ,$$

$$I = f_3(a_{ij}^3) \quad ,$$

onde

$$m_{ij} = g_1(m_{cc}, m_{cp}, m_{ct}, m_{pp}, \dots, m_{tt})$$

$$a_{ij} = g_2(a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{22}, \dots, a_{33}) \quad (3.86)$$

Como temos de (3.68), (3.70) e (3.72) em comparação com (3.78),

$$M \equiv \sqrt[6]{\frac{H}{I}} \equiv f_4\left(\frac{m_{ij}}{a_{\ell k}^{1/2}}\right) \quad (3.87)$$

A solução esfericamente simétrica para o campo "elétrico" estático do respectivo setor é

$$E_i(r) = R_i M^2 r e^{-Mr} \hat{r} \quad (3.88)$$

Fazendo a análise dimensional para (3.88)

$$[\vec{E}_i] = L^{-2} \quad (3.89)$$

Portanto, (3.89) assegura que, dimensionalmente, estamos trabalhando com o mesmo tipo de campo que o do eletromagnetismo. Este é um aspecto fundamental para tecermos uma metodologia que classifique uma família com diferentes campos "elétricos".

Algumas características de (3.88) podem ser observadas através da construção da fig. 3.1 e da tabela abaixo

r	$ Er \sim$	$\frac{ Er }{ E_{max} } \times 100\% \sim$
10^{-15} (m)	$(2.47 \times 10^{-15}) \frac{m_{ij}^2}{a_{ik}^2} \exp(-\frac{m_{ij}}{a_{ik}^{1/2}} \times 10^{-15})$	$(2.72 \times 10^{-13}) \exp(-\frac{m_{ij}}{a_{ik}^{1/2}} \times 10^{-15})$
$r_p/3$	$\frac{R_i M}{3} e^{-1/3}$	65
$r_p/2$	$\frac{R_i M}{2} e^{-1/2}$	82,4
$2r_p$	$2R_i M e^{-2}$	73,6
$100r_p$	$100R_i M e^{-100}$	5×10^{-40}

O valor máximo do campo é correspondente à distância

$$r \equiv r_p = \frac{1}{M} \quad (3.90)$$

onde M é dado por (3.87). Isto implica que

$$|E_{max}| \sim 0,368 R_i M \quad (3.91)$$

O importante a notar, é que, apesar do alcance da região de crescimento do campo "elétrico" das massas m_{cc} , m_{pp} , etc., (3.90) não define qual deve ser o valor dessas massas. Significa que pode-se fazer uma comparação com os gluons sem massa através de

$$m_{cc} = 0 \text{ e/ou } m_{pp} = 0 \text{ e/ou } m_{tt} = 0 \quad (3.92)$$

e atingir um valor para r_p menor que o raio do proton.

A fim de finalizarmos este discurso sobre novas expressões matemáticas para caracterizar outros campos "elétricos", analisemos o caso de potenciais com $\alpha = 2$. Substituindo-se (3.38) ou (3.39) em (3.82), obtemos

$$\vec{E}_i(r) = B_i (m_{lk}^2, a_{jn}) \pi^2 e^{-Mr} \hat{r} \quad (3.93)$$

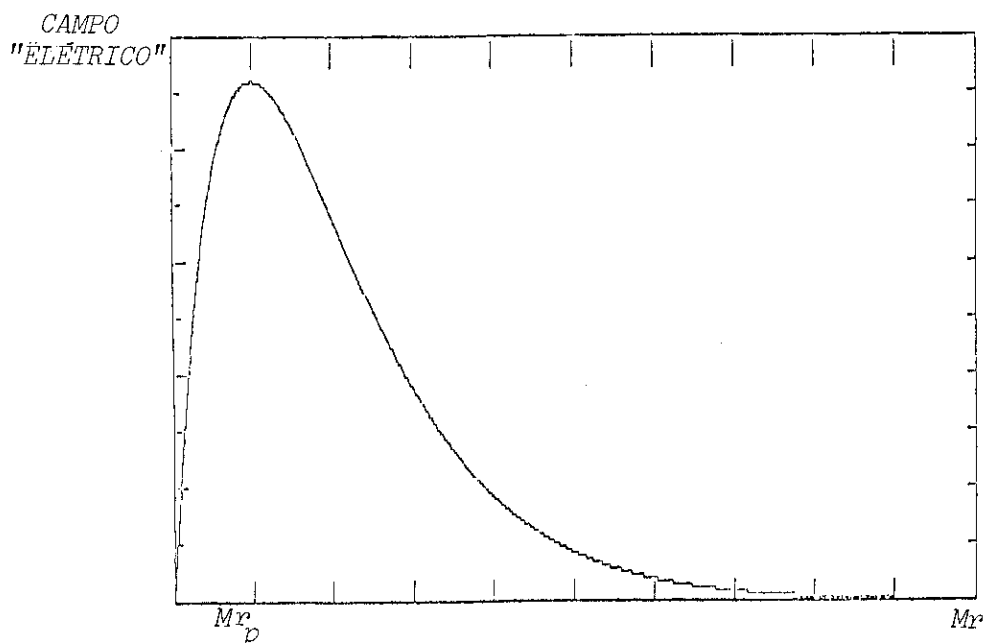


Fig. 3.1: Gráfico de campo "elétrico" (*)

(*) Versão ampliada no final da Conclusão (folha ??).

CAPITULO IV

Alguns aspectos quânticos

O termo propagação origina-se na ótica onde as ondas, ao serem emitidas em um determinado meio, viajam obedecendo equações cujas respostas estão sujeitas a certas condições de contorno. Partindo-se do Princípio de Huygens, desenvolve-se, então, a noção de funções de Green. Elas representam a primeira aproximação para os resultados da teoria de Campos e podem ser calculados explicitamente para certos casos^[7]. É através das funções de Green que se efetua o cálculo de taxas de transição e seções de choque. A nossa ênfase aqui, seria identificar as massas físicas de uma teoria através dos polos das funções de Green.

Reescrevendo (1.2) obtemos a seguinte forma geral para a parte quadrática de uma Lagrangeana contendo n campos vetoriais

$$L_{\text{QUAD}} = (D_\mu, X_\mu^1, \dots, X_\mu^{n-1}) \frac{1}{2} [A \square + M^2] g^{\mu\nu} + B \partial^\mu \partial^\nu \begin{pmatrix} D \\ X_\nu^1 \\ \vdots \\ X_\nu^{n-1} \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

onde A , B e M^2 são matrizes $n \times n$ reais e simétricas. Cada uma destas matrizes pode ser diagonalizada individualmente por uma transformação ortogonal, entretanto, esta diagonalização não é, em geral, simultânea. Propagadores são obtidos da matriz-bloco inversa que corresponde à parte cinética. Escrevendo em termos de partes transversais e longitudinais temos

$$Y_{\mu} \rightarrow Y_{\mu}^U = U Y_{\mu} U^{-1} + U^{-1} \partial_{\mu} U \quad (4.3)$$

ou infinitesimalmente

$$Y_{\mu} \rightarrow Y_{\mu}^U = Y_{\mu} + \partial_{\mu} \alpha \quad (4.4)$$

Fazendo $g[Y^U] = 0$ ser o "gauge fixing", as condições seriam:

i) Se Y_{μ} satisfaz a condição $g[Y] = 0$, então a expressão de U que resolve $h[Y^U] = 0$ deve ser trivial ($U \rightarrow 1$ no infinito). Infinitesimalmente, significa que $h[Y_{\mu} + \partial_{\mu} \alpha] = 0$ tem uma solução trivial para α , com a condição de contorno tal que $\alpha \rightarrow 0$ no infinito.

ii) Dado qualquer Y_{μ} que não satisfaz $h[Y] = 0$ existe um U tal que $h[Y^U] = 0$.

As condições i) e ii) representam um sistema de referências de gauge ("gauge fixing") determinada pela superfície $g[Y_{\mu}] = 0$ que deve cortar cada órbita de gauge somente uma vez. Isto significa que a validade de um referencial está na sua propriedade de estabelecer uma relação unívoca com todos os pontos de uma determinada trajetória. Por exemplo na fig. 4.1, a trajetória X não satisfaz i) e a y não satisfaz ii).

A questão, pois, para o caso onde mais de um potencial de campo é incluído no mesmo grupo, é estudar uma superfície formada por estes potenciais tal que corte cada órbita uma vez e somente uma vez. Analisaremos aqui, como exemplo, o caso onde considera-se, apenas, dois campos. As seguintes possibilidades devem

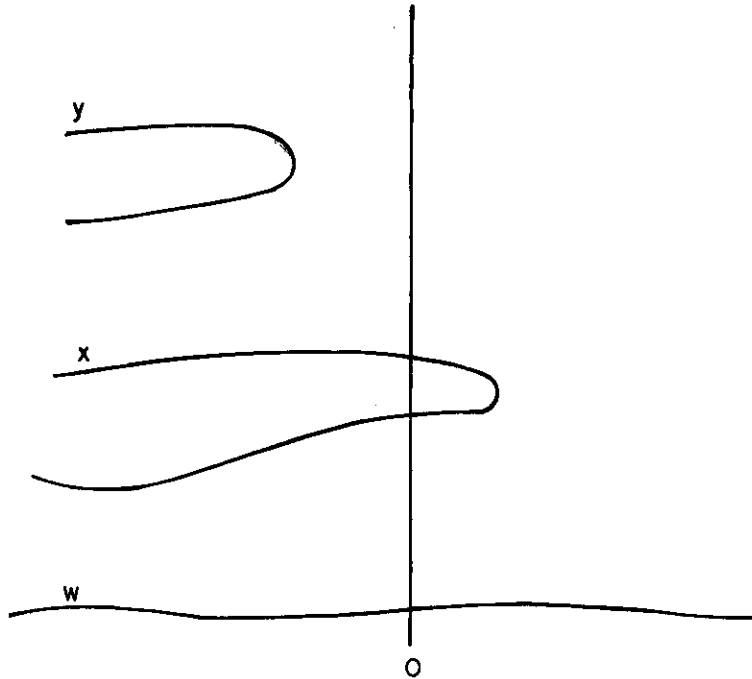


fig. 4.1 - Sistema de referência de gauge

ser testadas:

a) Considera-se apenas um "gauge fixing" formado pelos dois potenciais de campo

$$g[A, B] = \partial(\alpha_1 A + \beta_1 B) = \partial.Y \quad (4.5)$$

a qual determina o seguinte referencial de gauge

$$\alpha(x) = \int d^4g G_0(x-y) \partial.(\alpha_1 A + \beta_1 B) \quad (4.6)$$

que mostra uma relação unívoca entre $g[A, B]$ e $\alpha(x)$.

b) Considera-se, simultaneamente, dois "gauge fixings":

$g_1[A] = \partial.A$ e $g_2[B] = \partial.B$. Esta proposta resultará, infinitesimalmente, em duas equações

$$\square \alpha + \partial.A = 0 \quad ,$$

$$\square \alpha + \partial \cdot B = 0 \quad (4.7)$$

o que resulta num superdimensionamento do problema. Isto mostra que a teoria não permite a existência de dois referenciais de gauge ao mesmo tempo.

$$c) \quad G[A - B] = \partial \cdot (A - B)$$

Implica que o gauge não pode ser fixado devido a equação

$$\partial \cdot (A - B) = 0 \quad (4.8)$$

ser homogênea.

Conclui-se, então, que (4.5) oferece a possibilidade para o "gauge fixing". Seguindo-se a generalização do Frenkel e Taylor^[8] obtém-se a fórmula geral

$$a^2 \partial \cdot Y + (b^2 - a^2) \frac{\partial \cdot n}{n^2} n^\mu Y_\mu = 0 \quad (4.9)$$

onde a^2 e b^2 são constantes e n_μ é o quadrivetor unitário.

(4.9) resulta na seguinte expressão para o termo de "gauge fixing" na Lagrangeana.

$$L_{g.f.} = - \frac{1}{2} \left[(b^2 - a^2) n^\mu Y_\mu \frac{\partial \cdot n}{n^2} + a^2 \partial^\mu Y_\mu \right]^2 \quad (4.10)$$

Os limites para os gauges conhecidos são dados por

$$i) \quad \text{gauge axial: } a^2 = 0 \\ b^2 \rightarrow \infty \quad \text{gauge axial usual}$$

$$ii) \quad \text{gauge de Coulomb: } b^2 = 0 \\ a^2 \rightarrow \infty \quad \text{gauge de Coulomb usual}$$

iii) gauges covariantes: $a^2 = b^2 = c^2 = \frac{1}{4}$

Onde, considerando-se apenas um campo, a expressão geral do propagador seria dada por

$$\Delta_{\mu\nu}^{ab}(k) = \frac{\delta^{ab}}{k^2} \left\{ -g_{\mu\nu} + \frac{(b^2 - a^2)k_\mu k_\nu}{(b^2 - a^2)(k \cdot n)^2 + a^2 k_\mu^2 k_\nu^2} (k_\mu n_\nu + n_\mu k_\nu) - \frac{(1 - a^4)k_\mu^2 k_\nu^2 + (b^2 - a^2)(k \cdot n)^2 n_\mu^2 n_\nu^2}{[(b^2 - a^2)(k \cdot n)^2 + a^2 k_\mu^2 k_\nu^2]} k_\mu k_\nu \right\} \quad (4.11)$$

Uma diferença qualitativa aparece com os atributos do "gauge fixing", quando se introduz mais campos, para o caso normal. Na QED ou QCD o termo de "gauge fixing" é fundamental para podermos calcular os propagadores. Entretanto quando se inclui mais campos, a sua presença é apenas no sentido de oferecer um sistema de referência com uma possibilidade de simplificação dos cálculos.

Outro contexto deste trabalho será estudar alguns aspectos quânticos para o caso onde dois campos são incluídos. De (4.1), tem-se

$$A = \begin{pmatrix} -2a & -c_1 \\ -c_1 & -2e_{11} \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2(a - GF_1) & (C_1 - GF_1) \\ (C_1 - GF_1) & -2(f_{22} + g_{11}) \end{pmatrix}$$

$$e \quad M^2 = \begin{pmatrix} 2m_{dd}^2 & m_{dc}^2 \\ m_{cd}^2 & 2m_{cc}^2 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Explicamos que, para incluirmos os termos massivos para o campo D_μ admitiu-se a hipótese de um mecanismo de Higgs ser adotado. Substituindo-se (4.12) em (4.2) obtem-se a seguinte propagação transversal

$$P^I = \frac{1}{\det(Ak^2 + M^2)} \begin{pmatrix} P_{(1,1)} & P_{(1,2)} \\ P_{(2,1)} & P_{(2,2)} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

com

$$\det(Ak^2 + M^2) = k^4 (4a e_{11} - c_1^2) + 2k^2 [2c_1 m_{dc}^2 - (e_{11} m_{dd}^2 + a m_{cc}^2)] + m_{dd}^2 m_{cc}^2 - m_{dc}^4 \quad (4.14)$$

onde $m_{dc}^2 = m_{cd}^2$

e

$$P_{(1,1)} = -2 \cdot e_{11} k^2 + m_{cc}^2,$$

$$P_{(1,2)} = P_{(2,1)} = c_1 k^2 - m_{dc}^2$$

e

$$P_{(2,2)} = 2 \cdot a k^2 + m_{dd}^2 \quad (4.15)$$

Uma diferença crucial entre a parte clássica e a quântica está na determinação da massa. Quanticamente; as massas fí-

sicas são caracterizadas como os polos das funções de Green de dois pontos. Assim, de (4.12) resulta que

$$mf_{1,2} = \frac{1}{(4c \cdot e_{11} - c_1^2)} \{ c_1 m_{dc}^2 - 2a \cdot m_{cc}^2 - 2e_{11} \cdot m_{dd}^2 \pm 2[(e_{11} m_{dd}^2 - a \cdot m_{cc}^2)^2 + c_1^2 m_{dd}^2 m_{cc}^2 + m_{dc}^2 (a \cdot e_{11} m_{dc}^2 - a \cdot c_1 m_{cc}^2 - c_1 e_{11} m_{dd}^2)] \frac{1}{2} \} \quad (4.16)$$

Os campos físicos, relativos a estas massas físicas, ficam, então, determinados através dos autovetores da matriz $U_{A^{-1}M^2}$ que diagonaliza a matriz $A^{-1}M^2$

$$\begin{pmatrix} G^1 \\ G^2 \end{pmatrix}_\mu = U_{A^{-1}M^2}^{-1} \begin{pmatrix} D \\ C \end{pmatrix}_\mu \quad (4.17)$$

onde

$$U_{A^{-1}M^2}^{-1} = \begin{pmatrix} U_1 & U_2 \\ U_3 & U_4 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

com

$$U_1 = \frac{mf_1 (4a \cdot e_{11} - c_1^2) + 4m_{dd}^2 \cdot e_{11} - m_{dc}^2 \cdot c_1}{\Lambda_1} \quad (4.19)$$

$$U_2 = \frac{2(m_{cc}^2 \cdot c_1 - m_{dc}^2 \cdot e_{11})}{\Lambda_1} \quad (4.20)$$

$$U_3 = \frac{2(m_{dc}^2 \cdot a - m_{dd}^2 c_1)}{\Lambda_2} \quad (4.21)$$

$$U_4 = \frac{mf_2(4a \cdot e_{11} - c_1^2) - 4m_{cc}^2 \cdot a + m_{dd}^2 \cdot c_1}{\Lambda_2} \quad (4.22)$$

com

$$\begin{aligned} \Lambda_1 = & \{ (m_{f_1}^2 (4a \cdot e_{11} - c_1^2) [m_{f_1}^2 (4a \cdot e_{11} - c_1^2) + 8m_{dd}^2 \cdot e_{11} - \\ & - 2m_{dc}^2 \cdot c_1 + 8m_{dd}^2 e_{11} (2m_{dd}^2 \cdot e_{11} - m_{dc}^2 \cdot c_1) + \\ & + 4m_{cc}^2 \cdot c_1] (m_{cc}^2 \cdot c_1 - 2m_{dc}^2 \cdot e_{11}) + m_{dc}^2 (4e_{11}^2 + c_1^2) \}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_2 = & \{ m_{f_2}^2 (4a \cdot e_{11} - c_1^2) [m_{f_2}^2 (4a \cdot e_{11} - c_1^2) + 8m_{cc}^2 a - 2m_{dc}^2 \cdot c_1] + \\ & + 8m_{cc}^2 \cdot a (2m_{cc}^2 \cdot a - m_{dc}^2 \cdot c_1) + 4m_{dd}^2 \cdot c_1 (m_{dd}^2 \cdot c_1 - \\ & - 2m_{dc}^2 \cdot a) + m_{dc}^2 (4a^2 + c_1^2) \}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Agora os campos físicos ficam explicitados por

$$G^1 = U_1 D_\mu + U_2 C_\mu .$$

$$G^2 = U_3 D_\mu + U_4 C_\mu \quad (4.25)$$

Finalmente, apenas no sentido de dar alguma amostra das propriedades quânticas da teoria, estudaremos as Identidades de Ward.

Apesar das aparências, a quantização das teorias de gauge requer a quebra manifesta da simetria a nível de Lagrangeana. Acontece, devido a inclusão do termo "gauge fixing" e das fontes externas na teoria. As

sim sendo, a questão é saber em que nível esta invariância estaria quebrada. Esta situação origina as Identidades de Ward.

Verificamos da análise funcional que existe um gerador das funções de Green $W[J]$ que é um funcional das fontes externas e não dos campos, portanto, é invariante de gauge. Então, a partir desta entidade, consegue-se derivar relações entre as funções de Green associadas às diferentes linhas externas conforme as fig. 4.1 a) e b). Estas identidades de Ward possuem importância para o programa de renormalização (que não pertence à esfera desta tese).

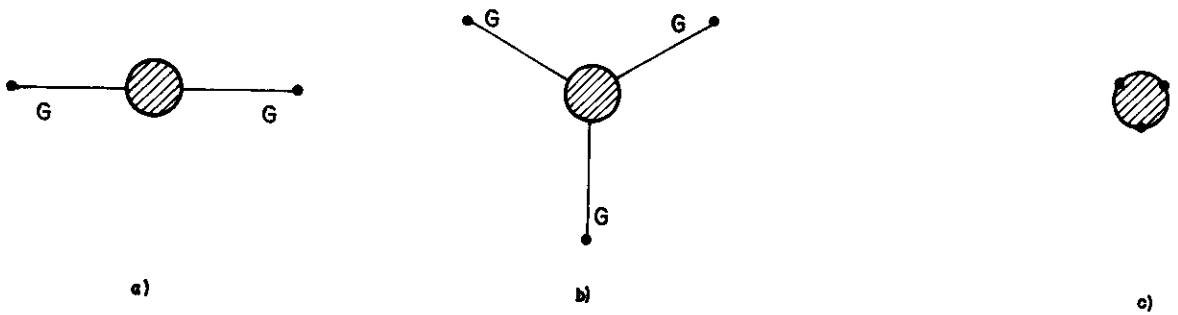


fig. 4.

Note, também, que a identidade de Ward só corrige, em termos de unitariedade, a parte transversal da teoria; a parte longitudinal não se modifica. Com a presença de dois campos, para o gauge covariante, temos

$$\begin{aligned}
 S[D, C, \psi, \bar{\psi}, J, j, \xi, \bar{\xi}] \equiv & \int d^4x \left\{ L_{GI} + \frac{1}{2\beta} [\partial(D + \tau C)]^2 + \right. \\
 & \left. + J^\mu D_\mu + j^\mu C_\mu + \bar{\xi}\psi + \bar{\psi}\xi \right\} \quad (4.26)
 \end{aligned}$$

onde $\bar{\xi}$ e ξ são fontes auxiliares (variáveis de Grassmann).

O gerador funcional de n pontos para funções de Green

(conexas e desconexas) é dado por

$$W[J, j, \xi, \bar{\xi}] = N \int DD_\mu DC_\mu D\psi D\bar{\psi} e^{iS[D, C, \psi, \bar{\psi}, J, j, \xi, \bar{\xi}]} \quad (4.27)$$

Observe que $W[J, j, \xi, \bar{\xi}]$ não depende dos campos. Tomando derivadas funcionais com respeito às correntes e, então fazendo-se estas correntes iguais a zero, temos

$$\begin{aligned} & \langle T[D_\mu(x_1) \dots C_\mu(x_1) \dots \bar{\psi}(x_k) \dots \psi(x_k)] \rangle = \\ & = \frac{1}{i^n} \frac{\delta}{\delta J^\mu(x_1)} \dots \frac{\delta}{\delta j^\mu(x_1)} \dots \frac{\delta}{\delta \xi(x_k)} \dots \\ & \dots \frac{\delta}{\delta \bar{\xi}(x_n)} W \Big|_{J=j=\xi=\bar{\xi}=0} \end{aligned} \quad (4.28)$$

que é uma expressão geral para as funções de Green.

Redefinindo

$$Z[J, j, \xi, \bar{\xi}] = -i \ln W[J, j, \xi, \bar{\xi}] \quad (4.29)$$

Notamos que $Z[J, j, \xi, \bar{\xi}]$ gera somente as funções de Green conexas.

Considerando-se os diagramas irreduzíveis de uma partícula correspondendo às funções de Green sem linhas externas (ver fig. 4.1 c)), temos

$$\Gamma[D, C, \psi, \bar{\psi}] = Z[J, j, \xi, \bar{\xi}] - \int d^4x (J^\mu D_\mu + j^\mu C_\mu + \bar{\xi}\psi + \bar{\psi}\xi) \quad (4.30)$$

o que resulta:

$$\frac{\delta Z}{\delta J^\mu(x)} = D_\mu(x) \quad e \quad \frac{\delta \Gamma}{\delta D^\mu(x)} = -J_\mu(x) \quad ;$$

$$\frac{\delta Z}{\delta j^\mu(x)} = C_\mu(x) \quad e \quad \frac{\delta \Gamma}{\delta C^\mu(x)} = -j_\mu(x) \quad ;$$

$$\frac{\delta Z}{\delta \xi(x)} = -\bar{\psi}(x) \quad e \quad \frac{\delta \Gamma}{\delta \bar{\psi}(x)} = \xi(x) \quad ;$$

$$\frac{\delta Z}{\delta \bar{\xi}(x)} = \psi(x) \quad e \quad \frac{\delta \Gamma}{\delta \psi(x)} = -\bar{\xi}(x) \quad (4.31)$$

sendo que $\Gamma[D, C, \psi, \bar{\psi}]$ representa os chamados "one-particle-irreducible graphs".

As identidades de Ward são obtidas a partir da seguinte transformação

$$\delta W[J, j, \xi, \bar{\xi}] = 0 \quad (4.32)$$

o que implica

$$\delta W = N \int DD_\mu DC_\mu D\psi D\bar{\psi} e^{iS} \delta S \quad (4.33)$$

onde

$$\delta S = \int d^4x \left\{ -\frac{1}{\beta} \square [\partial \cdot (D + \tau C)] - \partial \cdot J + ie(\bar{\xi}\psi - \bar{\psi}\xi) \right\} \alpha(x) \quad (4.34)$$

As medidas DD_μ , DC_μ , $D\psi$ e $D\bar{\psi}$ são invariantes de gauge. Escolhendo-se $\alpha(x) = \varepsilon \delta(x-y)$ com y um ponto fixo, e observando-se as seguintes relações:

$$\int DD_{\mu} DC_{\mu} D\psi D\bar{\psi} e^{iS_{D_{\mu}}(y)} = \frac{1}{i} \frac{\delta W}{\delta J^{\mu}(y)} ,$$

$$\int DD_{\mu} DC_{\mu} D\psi D\bar{\psi} e^{iS_{C_{\mu}}(y)} = \frac{1}{i} \frac{\delta W}{\delta j^{\mu}(y)} ,$$

$$\int DD_{\mu} DC_{\mu} D\psi D\bar{\psi} e^{iS_{\psi}(y)} = \frac{1}{i} \frac{\delta W}{\delta \bar{\xi}(y)} ,$$

e

$$\int DD_{\mu} DC_{\mu} D\psi D\bar{\psi} e^{iS_{\bar{\psi}}(y)} = \frac{1}{i} \frac{\partial W}{\partial \xi(y)} \quad (4.35)$$

com

$$\frac{\delta W}{\delta \xi(y)} \xi(y) = - \xi(y) \frac{\delta W}{\delta \bar{\xi}(y)} \quad (4.36)$$

Substituindo-se as expressões acima em (4.33), obtemos

$$\left[\frac{i}{\beta} \square \delta^{\mu} \left(\frac{\delta}{\delta J^{\mu}(x)} + \tau \frac{\delta}{\delta j^{\mu}(x)} \right) - \partial \cdot J + \right. \\ \left. + g \left(\bar{\xi}(x) \frac{\delta}{\delta \bar{\xi}(x)} - \xi(x) \frac{\delta}{\delta \xi(x)} \right) \right] W[J, j, \xi, \bar{\xi}] = 0 \quad (4.37)$$

(4.37) é a identidade de Ward para o funcional gerador de todas as funções de Green.

Usando-se

$$\frac{\delta W}{\delta J^{\mu}} = \left(\frac{\delta Z}{\delta J^{\mu}} \right) i W \quad (4.38)$$

temos

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{1}{\beta} \square \partial^\mu \left(\frac{\delta}{\delta J^\mu(x)} + \tau \frac{\delta}{\delta j^\mu(x)} \right) - (\partial \cdot J) Z^{-1} + \right. \\
 & \left. + e \left(\bar{\xi}(x) \frac{\delta}{\delta \bar{\xi}(x)} - \xi(x) \frac{\delta}{\delta \xi(x)} \right) \right] Z[J, j, \xi, \bar{\xi}] = 0 \quad (4.39)
 \end{aligned}$$

(4.39) é a identidade de Ward para o funcional gerado das funções de Green conexas.

Finalmente, de (4.30) e (4.31), obtém-se

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{1}{\beta} \square \partial^\mu (D_\mu + \tau C_\mu) \Gamma^{-1} + \partial^\mu \frac{\delta}{\delta D^\mu(x)} - g(\psi(x) \frac{\delta}{\delta \psi(x)} - \right. \\
 & \left. - \bar{\psi}(x) \frac{\delta}{\delta \bar{\psi}(x)}) \right] \Gamma[D, C, \psi, \bar{\psi}] = 0 \quad (4.40)
 \end{aligned}$$

(4.40) é a identidade de Ward para o funcional gerador das funções de Green irredutíveis de uma partícula.

CONCLUSÃO

O processo histórico conduziu o eletromagnetismo das imposições de Maxwell à invariancia de gauge. Este desenvolvimento resultou por construir-se uma metodologia que é o caminho inverso de Maxwell. Isto é, se no século passado a antevisão era a de colocar correntes de deslocamento à mão, a partir de 1967, partiu-se para que teorias, como a de Glashow - Weinberg - Salam, Strings de Veneziano e Ramond, QCD, modelos de grande unificação, supersimetria, Kaluza - Klein e, as Super - Strings, construíssem a sua antevisão baseadas na invariancia de gauge. Então, dentro deste segmento atual, questionamos se, a partir da síntese promovida pelo conceito de simetria, não poderíamos revelar outras regiões do eletromagnetismo que não estariam sendo detectadas pelas equações de Maxwell. A História primeiro identificou a carga elétrica através dos trovões, de Franklin e outros. Então, a partir deste conceito de carga, desenvolveu-se a noção de associar uma simetria aos campos da teoria. A percepção no texto foi a de sistematizar um caminho inverso. Impõe-se, teoricamente, simetrias aos campos fundamentais e as cargas aparecem geradas por estas transformações. A busca por um significado físico para este aparelho teórico de produzir cargas será o principal desafio para o discurso desta conclusão.

Começemos por lembrar que a invariancia de gauge permitiu ao eletromagnetismo a constatação de dois fatos empíri

cos de grande importância: a conservação de carga elétrica e a presença de, somente, fótons sem massas. A maior evidência para a conservação da carga é a ausência de decaimentos que não a conservam. Por exemplo, as reações

$$e^- \rightarrow 3 \nu_e \quad (\tau_e > 2 \cdot 10^{21} \text{ anos})$$

$$e^- \rightarrow \nu + \gamma \quad (\tau_e > 4 \cdot 10^{22} \text{ anos})$$

embora possuam uma vida média inferior ao caso do próton, ainda não foram detetadas.

Assumindo o questionamento inicial, o objetivo desta conclusão é o de advogar possibilidades de estender o eletromagnetismo. Para isto, procuraremos convencer a crítica que quebrando certas paredes de comportamento com o grupo $U(1)$ consegue-se abrir outras janelas neste casarão escocês do Eletromagnetismo. Elas oferecerão uma vista para novas formas de cargas e partículas massivas.

I. JANELAS PARA CARGAS

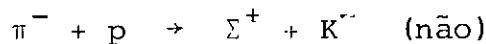
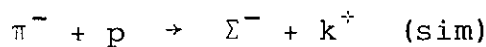
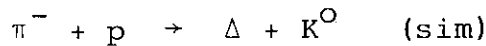
A carga é um conceito que emerge da propriedade das interações, que é o objeto da física das partículas elementares. Contudo, embora a sua origem seja sutil, necessitamos encontrar uma sistematização para defini-la. Argüimos que a sua construção deve ser feita através das seguintes três etapas:

- i) Identificação fenomenológica através das regras de seleção que controlam as reações entre as partículas elementares;
- ii) Formulação de uma equação de continuidade que justifique a conservação desta carga;

iii) Associação a esta carga identificada acima com uma intensidade de campo.

Neste contexto, os itens (i) e (ii) aparecem como caracterizando a carga qualitativamente enquanto o item (iii), oferece um respaldo quantitativo para a interação onde esta carga se manifesta.

A noção de carga tem evoluído através do desenvolvimento da Física de Altas Energias. A carga elétrica não foi capaz de, sozinha, atender certas necessidades das regras de seleção que apareceram empiricamente. Assim, novas origens foram buscadas através da inclusão de números quânticos tais como isospin, número bariônico, número leptônico, estranheza, charme, beleza, alteza. Por exemplo, houveram muitas tentativas para sistematizar reações do tipo,



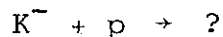
até que Murray Gell - Mann considerou a exigência do número quântico estranheza e generalizou a fórmula de carga para

$$Q = \frac{B + S}{2} + I_3 \quad (I)$$

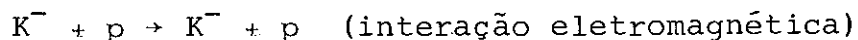
(B é o número bariônico, S é a estranheza e I_3 é a terceira componente do spin isotópico). (I) representa a sistematização do item i) para a definição da carga. Contudo, não nos parece que a literatura oferece uma sistematização para a carga de Gell - Mann através de (ii) e (iii). Poderíamos, talvez, men-

cionar que os números quânticos como o bariônico podem ser caracterizados a partir de correntes conservadas obtidas de simetrias globais. Assim sendo, a nossa observação é que devem existir possibilidades teóricas escondidas que permitam a sistematização dos estágios (ii) e (iii) para a carga de Gell - Mann.

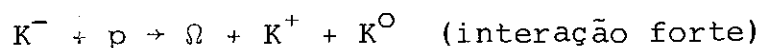
O esforço no texto foi o de mostrar que, a partir de uma mesma simetria, pode-se gerar diferentes cargas. A simetria então, gera uma teoria com diferentes setores onde cada um é caracterizado por uma determinada carga. A carga elétrica aparece no primeiro setor e é definida através de sua lei de conservação obtida fenomenologicamente, depois por sua equação de continuidade derivada das leis de Maxwell e, então, pelos campos associados a ela. A importância deste contexto de introduzir mais campos no mesmo grupo começa a aparecer com o surgimento de novas cargas que dependem da carga elétrica, possuem uma equação de continuidade (2.17) para caracterizá-las e permitem a formalização de intensidades de campo através de (2.9) que completem o item iii). Exemplifiquemos com reações do tipo,



Sabemos que para grandes distâncias, estas reações estariam correspondendo ao regime Maxwelliano que produz o seguinte choque elástico



Contudo, ao prepararmos momentos incidentes a partir de $3 \frac{\text{GeV}}{c}$ (centro de massa), observamos o surgimento de reações do tipo



onde, então, a carga de Gell - Mann se manifesta. A questão agora, é sobre que modelo permitirá a sistematização desta carga obtida intuitivamente. Exploremos o caso em que dois campos são introduzidos no mesmo grupo. A equação de continuidade (3.10) e o campo "elétrico" de curto alcance obtido no setor II (3.15), contribuem para que a carga (1) possa conduzir uma descrição mais precisa para a reação acima.

Façamos alguma especulação. Espera-se que a Física de Altas Energias a ser desenvolvida pelos aceleradores que começarão a funcionar dentro dos próximos cinco anos, resulte no aparecimento de novas cargas. Perguntamos então, em que limites as janelas obtidas através das equações de Maxwell generalizadas serão suficientes para parametrizar estes novos fenômenos? Dado que estas equações permite-nos trabalhar a curtas distâncias como campos vetoriais clássicos, é possível questionarmos a necessidade da Mecânica Quântica para descrever fenômenos a altas energias?

Analisemos um pouco o quadro das coisas que situa a carga elétrica. Existem três conceitos já catalogados para a noção de carga elétrica:

- a) carga elétrica medida pela balança de Cavendish;
- b) carga elétrica fracionária dos quarks;
- c) carga elétrica dependendo do momentum ("running coupling constant")

A possibilidade de aparecerem setores não-Maxwellianos contendo a carga elétrica em um modo interligado com outras fontes, como a massa, propõe uma nova manifestação para a carga elétrica através da carga generalizada σ_μ .

$$\sigma_{\mu} \equiv \sigma_{\mu} \quad (e, m, \text{acoplamentos})$$

A sensibilidade destas novas cargas abrem janelas para que o grupo de gauge $U(1)$ aviste melhor a natureza. Como sabemos, os leptons interagem eletromagneticamente e através de interações fracas. Assim sendo, espera-se que reações do tipo

$$e^{-} + e^{-} \rightarrow e^{-} + e^{-}$$

$$e^{+} + e^{-} \rightarrow e^{+} + e^{-}$$

$$e^{+} + e^{-} \rightarrow \mu^{+} + \mu^{-}$$

possam ser observadas a nível de interações fracas pelas outras janelas do grupo $U(1)$. Portanto, o surgimento da carga σ_{μ} pode articular um tipo de unificação (no sentido de interlaçar) entre as forças eletromagnéticas e fracas. Significa que a carga e provoca um campo elétrico coulombiano $\frac{1}{r^2}$ transmitido através de um fóton, enquanto isso a carga σ_{μ} , representando uma constante de interação diferente de $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$, estaria sendo transmitida por uma outra partícula neutra, como o Z_0 , através de uma interação fraca de curto alcance.

II. JANELAS PARA PARTÍCULAS MASSIVAS (SPIN - 1)

Analisemos agora as propostas que esta conclusão pretende para bosons intermediários com spin - 1. O primeiro caso que sobressai é sobre a existência de fótons massivos. A sua especulação é antiga. Aparecem através da equação de Proca [8], para solucionar problemas como a radiação cósmica de fundo [9], para o efeito Casimir [10]. O objetivo aqui será como saber

enriquecer a questão, ou melhor, como situar a existência de fótons massivos. Apresentamos, abaixo, na tabela 1, os seguintes valores atuais que são pressupostos para a massa do fóton

MÉTODO	$\lambda \sim$	$m_\gamma/m_e \leq$
Dispersão da velocidade da luz vinda de estrêlas duplas	0.1 cm	10^{-9}
Velocidade das ondas de rádio	1 Km	10^{-15}
Lei de Coulomb	10 Km	10^{-16}
Campo Magnético da Terra	30.000 Km	10^{-20}
Campo Magnético de Júpiter	300.000 Km	10^{-21}

Tabela 1: λ significa o comprimento de onde de Broglie e m_e a massa do elétron.

Partindo desta tabela 1, podemos fazer alguns comentários:

1. É evidente que, quando $m_\gamma \neq 0$, a velocidade v de um fóton não será mais a constante universal c , mas uma função da energia do fóton

$$\frac{v}{c} = \frac{k}{\sqrt{k^2 + m_\gamma^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_\gamma}\right)^2}}$$

Significando, por exemplo, que a velocidade da luz azul pode ser mais alta que a da luz vermelha. Portanto, esta dispersão

da velocidade da luz, deveria causar um "fenômeno de cor" para ser observado num eclipse de estrelas duplas.

2. Para $m_\gamma \neq 0$, o potencial de Coulomb será substituído pelo potencial de Yukawa,

$$\frac{1}{r} \rightarrow \frac{e^{-m_\gamma r}}{r}$$

e o potencial de um dipolo magnético $\vec{\mu}$ é modificado da seguinte maneira

$$\frac{\vec{\mu} \wedge \vec{r}}{r^3} \rightarrow \frac{\vec{\mu} \wedge \vec{r}}{r^3} (1 + m_\gamma r) \frac{e^{-m_\gamma r}}{r}$$

A base teórica para explicar as possibilidades acima ainda estão restritas a estender as equações de Maxwell para Proca,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho - m_\gamma^2 \phi$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j} - m_\gamma^2 \vec{A}$$

onde ϕ e \vec{A} são os potenciais escalar e vetor.

Desta maneira surgem dois modos para questionarmos sobre a existência de fótons massivos. O primeiro é o de considerar apenas a existência de fótons massivos. É o caso da interpretação de Proca, onde o fóton massivo aparece como um algoritmo para o caso não massivo. O segundo, onde enquadraríamos a nossa tese, está no aparecimento de fótons massivos, mas co-

-existindo com aqueles já estabelecidos por Hertz e Einstein. Para isto propõe-se um sistema de equações (1.16), (1.17) e (1.21), onde o primeiro setor da teoria recescreve a perspectiva de Maxwell, enquanto os outros setores, deixam em aberto a possibilidade de se poder pensar sobre fótons massivos. É importante se notar que esta extensão no modo de interpretar a invariancia de gauge não limita nenhum valor para a massa. Portanto, em princípio, qualquer indício como os da tabela 1, já seriam recebidos coerentemente.

Contudo, a questão maior que se abre, está em como sabermos localizar a existência de fótons massivos. Intuitivamente, poderíamos considerar um quadro simplificado para o Universo onde, por definição, grandes distâncias significariam interações fracas, enquanto o inverso, aconteceria para curtas distâncias. Assim, espera-se que regiões envolvendo maior densidade de energia sejam mais próprias para o surgimento de fótons massivos. Deste modo simplificado, visualizamos a proposta onde a probabilidade de encontrar fótons massivos deve aumentar à medida que a distância diminua. Isto é, para regiões astronômicas, é de se esperar que aconteçam massas muito pequenas, mas, para experiências de altas energias, deve-se indagar sobre os efeitos devido à correntes longitudinais.

A nossa colocação, agora, é que talvez já existam estas partículas massivas na literatura, apenas estariam sendo mal interpretados. Discutiremos três casos: fótons virtuais, Z^0 intermediando correntes leptônicas que conservem a paridade, e mesons vetoriais. De uma análise quântica verificamos que a introdução de fótons virtuais para intermediar uma reação, pode

ser vista, mais naturalmente, como um papel que deveria ser exercido por fótons massivos. Observemos as seguintes reações que estão descritas na figura 1:

$$e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$$

$$\mu^- + p \rightarrow \mu^- + X, \text{ onde } X \text{ é qualquer produto hadrônico}$$

$$\pi^- + p \rightarrow e^+ + e^-$$

Perguntamos, então, qual a origem destes fótons virtuais em termos de regras de Feynman? O seu surgimento não possui um caráter apenas casual? Estes fótons virtuais não estariam apenas mascarando a presença de bosons massivos que a Lagrangeana da teoria deveria apresentar?

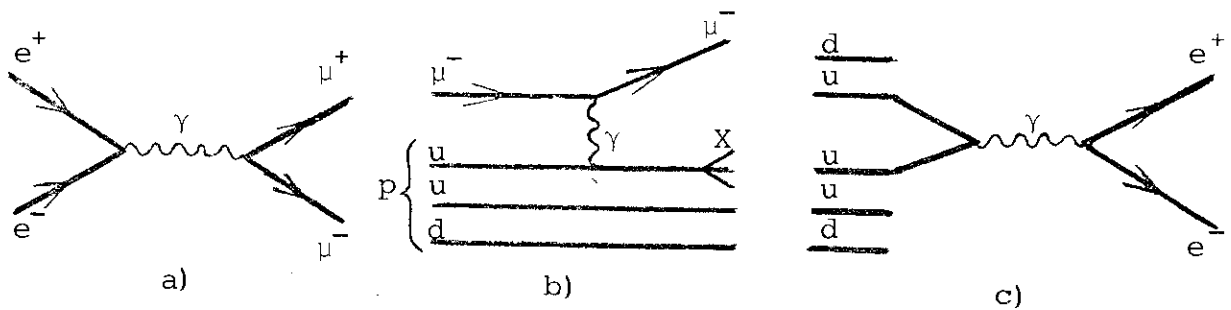


Fig. 1: Reações envolvendo fótons virtuais

O segundo caso a ser estudado corresponde à evolução das experiências envolvendo Z_0 a partir das colisões $e^+ e^-$. Até o presente momento, estes bosons vetoriais têm aparecido através de reações do tipo $pp \rightarrow e^+ e^- X$, onde $Z \rightarrow e^+ e^-$, e X significa qualquer estado final hadrônico. A expectativa é que, através de experiências que deverão funcionar no SLC, desenvolva

-se dentro dos próximos cinco anos, uma produção de cerca de um milhão de Z'_0 s por ano. A fórmula geral para o acoplamento destes Z'_0 s é dada por

$$L_{INT} = [g_V \bar{e} \gamma_\mu e + g_A \bar{e} \gamma_\mu \gamma_5 e] Z'_0$$

A proposta que então levantamos é sobre o aparecimento, dentro desta multiplicidade de Z'_0 s, de uma corrente leptônica puramente eletromagnética ($g_A = 0$).

Finalmente observemos os casos com mesons vetoriais, tais como $\rho(u, \bar{d})$, $\omega(u, \bar{u})$, $\phi(s, \bar{s})$, $J/\psi(c, \bar{c})$, $Y(b, \bar{b})$. Estas partículas podem sofrer decaimentos conforme a Fig. 2.



Fig. 2: Decaimento de partículas vetoriais

Acontece que, devido as teorias normais não propiciarem termos para que haja um acoplamento de um fóton com massa, gera-se o costume de parametrizar estas reações através de Lagrangeanas invariantes de gauge do tipo

$$L = \frac{1}{2} \frac{e}{f_V} (\partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu) F^{\mu\nu}$$

onde V_μ é campo vetorial e $F^{\mu\nu}$, a intensidade de campo do ele-

tromagnetismo usual. Assim sendo, sobre a procura destas partículas vetoriais, os setores investigados nesta tese podem, potencialmente, considerar:

- (a) possibilidade de se acoplá-los com fótons sem massa;
- (b) possibilidade de interpretá-los como bosons intermediários;
- (c) possibilidade de haver decaimentos do tipo $J/\psi \rightarrow \phi$, intermediados por fótons massivos.

Esta conclusão enfocou possibilidades para estender o conceito de carga, de aparecer fótons massivos, de reinterpretar os fótons virtuais e de manifestar outros tipos de bosons massivos. Analisemos então as possibilidades experimentais que estão em andamento. Como uma ilustração para esta tese, resumimos, através da Tabela 3, algumas expectativas. A relação de Broglie.

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

permite calcular o raio de penetração dos aceleradores. Por exemplo, o primeiro grande acelerador em 1959, oferecia um momentum igual a $p = 3 \frac{\text{GeV}}{c}$, enquanto que para os modernos tevatrons

$$p = 1000 \frac{\text{GeV}}{c}$$

Isto resulta,

$$\lambda = 1.3 \times 10^{-16} \text{ cm}$$

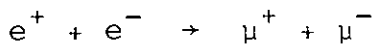
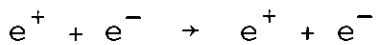
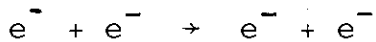
e, portanto, espera-se explorar a matéria à distâncias cerca de mil vezes menores que o nucleon.

	ACELERADOR	PARTÍCULA	ENERGIA GeV	CIRCUNFERÊNCIA Km	INÍCIO FUNCIONAMENTO
CERN	PS	p	25	0.628	1959
CERN	SPS	p	450	6.28	1977
CERN	sp \bar{p} s	p \bar{p}	2 x 370		1982
CERN	LEP	e ⁺ e ⁻	2 x 50 2 x 100	26.7	1989
RFA	HERA	ep	30/820	6.34	1990
EUA	TEVATRON	p \bar{p}	2.1000	6.28	1987
EUA	SLC	e ⁺ e ⁻	2 x 50	2 x 1.45	1987
URSS	UNK	pp	2.3000	20.77	1993
JAPÃO	TRISTAN	e ⁺ e ⁻	2 x 30	3.02	1986
CHINA	BEPC	e ⁺ e ⁻	2 x 2.8		1990
CERN	LHC	pp	2 x 8000	2.67	1993 (?)
EUA	SSC	pp	2 x 20000	84	1996

Tabela 3: Aceleradores de Partículas

Estas novas experiências devem trazer uma grande transformação em Física. Considerando que as supercordas são indagações para $\lambda \sim 10^{-33}$ cm, é provável que entremos num desvio. Isto é, a Física experimental consiga trazer uma série de partículas novas que ainda não estão sendo esquadrihadas por especulações teóricas. Para o desenvolvimento deste texto, alguns fatos tais

como: o aparecimento de novas interações, de novas regras de seleção, de correntes neutras que conservem a paridade, de campos elétricos longitudinais, serviriam como elementos para respaldar a existência de novos setores no eletromagnetismo. Por exemplo, considere nesta região de energia pretendida as seguintes reações,



Façamos, então, algumas propostas sobre novas percepções para a carga elétrica, tais como:

- i) existir um comportamento diferente do coulombiano para a carga elétrica;
- ii) a conservação da carga elétrica ser uma lei para baixas energias.

Suponha que os itens acima venham a acontecer experimentalmente. A questão aqui é, pois, oferecer alguma explicação em termos deste modelo com setores. Embora a simetria $U(1)$ permita introduzirmos livremente diferentes tipos de potenciais vetoriais, a interpretação de como localizarmos estes graus de liberdade também é aberta. Assim sendo, uma caracterização possível a esta divisão de setores é a de arquetetá-la segundo uma escala de energia, conforme a fig.3.

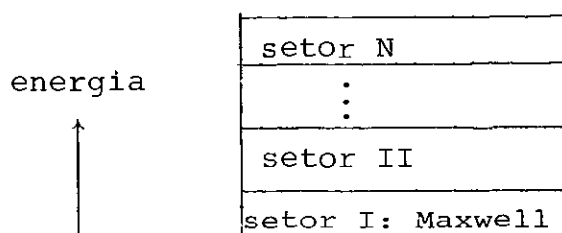


Fig.3 : Um Edifício de setores

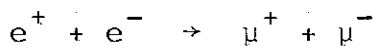
Portanto, a medida que a energia dos aceleradores aumenta, espera-se que devam ser construídos novos andaimes de setores. Uma consistência desta hipótese está no fato de que o setor de Maxwell foi o primeiro a se manifestar. Contudo, ele guardou uma carga elétrica que se conserva e um campo elétrico do tipo Coulombiano. A expectativa agora, é que, devido a carga elétrica também participar dos outros andares, surjam, experimentalmente, reações a nível de interação forte e fraca que seriam controladas pela carga elétrica. Teoricamente é possível através de (1.17) obtermos potenciais tipo Yukawa e outros baseados apenas na carga elétrica conforme (i). Desta maneira, abre-se uma janela para observarmos as propriedades de reações tipo $p\bar{p}$ a altas energias, tais como a liberdade assintótica e o confinamento como uma outra manifestação da carga elétrica. A fim de materializarmos alguma engenharia por um setor deste edifício que esteja no interior do núcleo, apresentamos, abaixo, a situação mais trivial: o cálculo da energia para construirmos setores dentro do núcleo a partir de (3.77). A construção do andar correspondente a este potencial requer uma energia mínima dada por

$$\epsilon = R_1 M^2 \left(- \int_{\infty}^r x \cdot e^{-Mx} dx \right) = \frac{R_1 M^2}{2} e^{-Mr} (Mr + 1)$$

cuja representação está no gráfico da página 78.

Entretanto a discussão do item (ii) é mais delicada. Certamente a carga elétrica especificamente não precisa ser conservada no setor N, mas o fato é que existe uma articulação dentro deste edifício. E assim, o andar de Maxwell já a conservou. Portanto, a primeira vista, não nos parece claro como poderia-

mos forçar uma não conservação da carga elétrica a altas energias. Isto porque, por este edifício, não se pode retirar as propriedades que constroem o andar de baixo pois, de outro modo, o setor de cima cairá. O que talvez seja importante enfatizar aqui, seriam as diferentes configurações que podem aparecer para a carga elétrica. Por exemplo, considere a reação simbolizada por

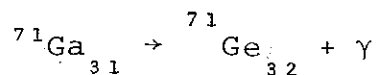


Nesta visão de edifício, observaríamos:

- 1) Primeiro andar: nesta região de energia, termos como e^- simbolizam o elétron carregado como uma carga elétrica negativa. Esta carga significa a de Maxwell e Cavendish.
- 2) N-ésimo andar: embora a simbologia seja a mesma, o importante é notarmos que esta região de energia está sendo controlada por uma carga σ_μ que engloba a carga de Maxwell. Significa que devemos saber interpretar e^- para este N-ésimo setor.

$e^- \equiv$ um elétron com uma carga σ_μ negativa.

Como ilustração, relembramos a existência de uma proposta sobre a não conservação da carga elétrica^[11]. É o caso da reação nuclear dada por



Concluimos esta série de opiniões deixando como desafio, a presença de bósons extras de gauge, Z' . Estas partículas podem ser previstas através de uma extensão ao modelo padrão do tipo $SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)$ ^[12], da fenomenologia das Super-

strings^[13], e pela inclusão de mais potenciais no mesmo grupo. As possibilidades de um tratamento clássico e a não necessidade de Higgs seriam vantagens para os argumentos desta tese.

Como tópico final desta conclusão, observamos uma visão anômala destes modelos massivos^[14]. Acontece devido à presença de soluções com carga não nula e densidades de corrente distribuídas através do espaço, mas sem campos elétricos e magnéticos associados a eles. Considerando as equações (2.11), (2.13) e (2.17) chegamos as seguintes situações contendo cargas nuas ou densidades de correntes

$$J_m^0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (1 + \delta_{im}) m_{im}^2 \phi(X_i)$$

com

$$\sum_{i=1}^{n-1} a_{im} \nabla \phi(X_i) = 0, \quad \vec{X}_i = 0 \quad (II)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}(X_i) = 0, \quad \vec{J}_m = 0$$

e

$$\vec{J}_m = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (1 + \delta_{im}) m_{im}^2 \vec{X}_i$$

com

$$\phi(X_i) = 0, \quad \sum_{i=1}^{n-1} a_{im} \vec{\nabla}_x \vec{X}_i = 0 \quad (III)$$

$$J_n^0 = 0, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{X}_i = 0$$

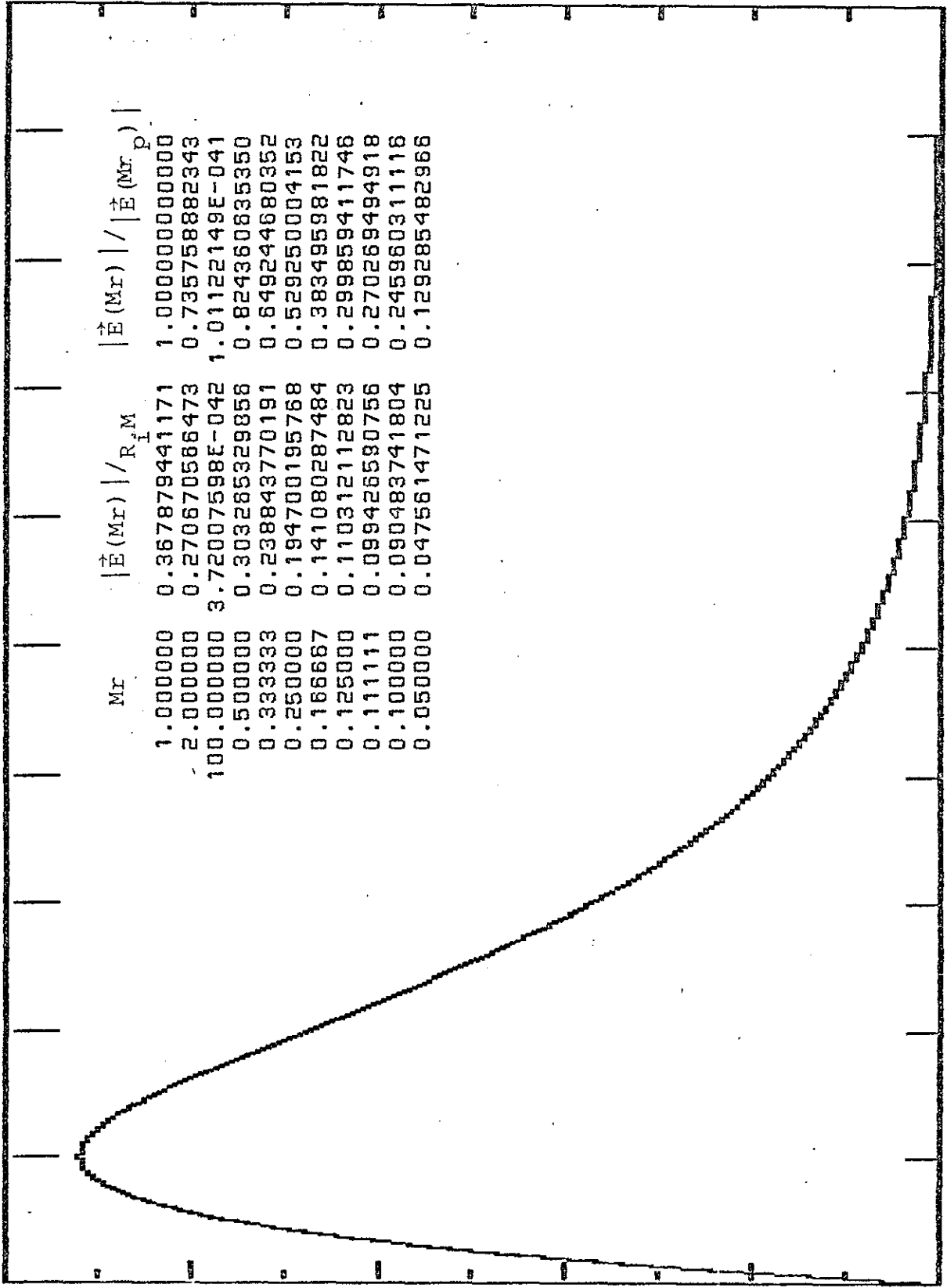
Então, de (II) pode-se imaginar regiões grandes do espaço com densidade de carga não nula uniforme, mas sem campos elétricos e magnéticos. Tal solução representaria um meio unifor-

me possuindo uma carga nua que inclui carga elétrica. Um meio com fundo carregado, pode ter implicações cosmológicas. Ela é consistente com a isotropia do universo e deve influenciar a expansão deste. Também o é por sua massa ou pela energia armazenada no potencial. Então, um meio intergalático (ou intragalático) deste tipo, deve conter energia suficiente para ter importância cosmológica. Isto gera consequências na expansão do universo, nos primórdios do tempo e, desta maneira, na nucleossíntese cosmológicas ou na termalização da radiação de fundo. Um outro meio de ter uma possível interpretação para (II) é o plasma. A hipótese da eletrodinâmica convencional governada pelas equações de Maxwell, onde os plasmas são eletricamente neutros, consequência do fato de que o campo elétrico destes deve ser pequeno e pode ser recolocado pelo argumento de (II) da homogeneidade de carga. Globalmente falando, esta carga nua pode, no universo, ser associada, eventualmente, a um número um pouco maior de elétrons do que prótons.

Uma dificuldade com a solução alternativa (III) é que ela dá uma direção preferencial no espaço e não pode reconciliar com uma cosmologia isotrópica e homogênea.

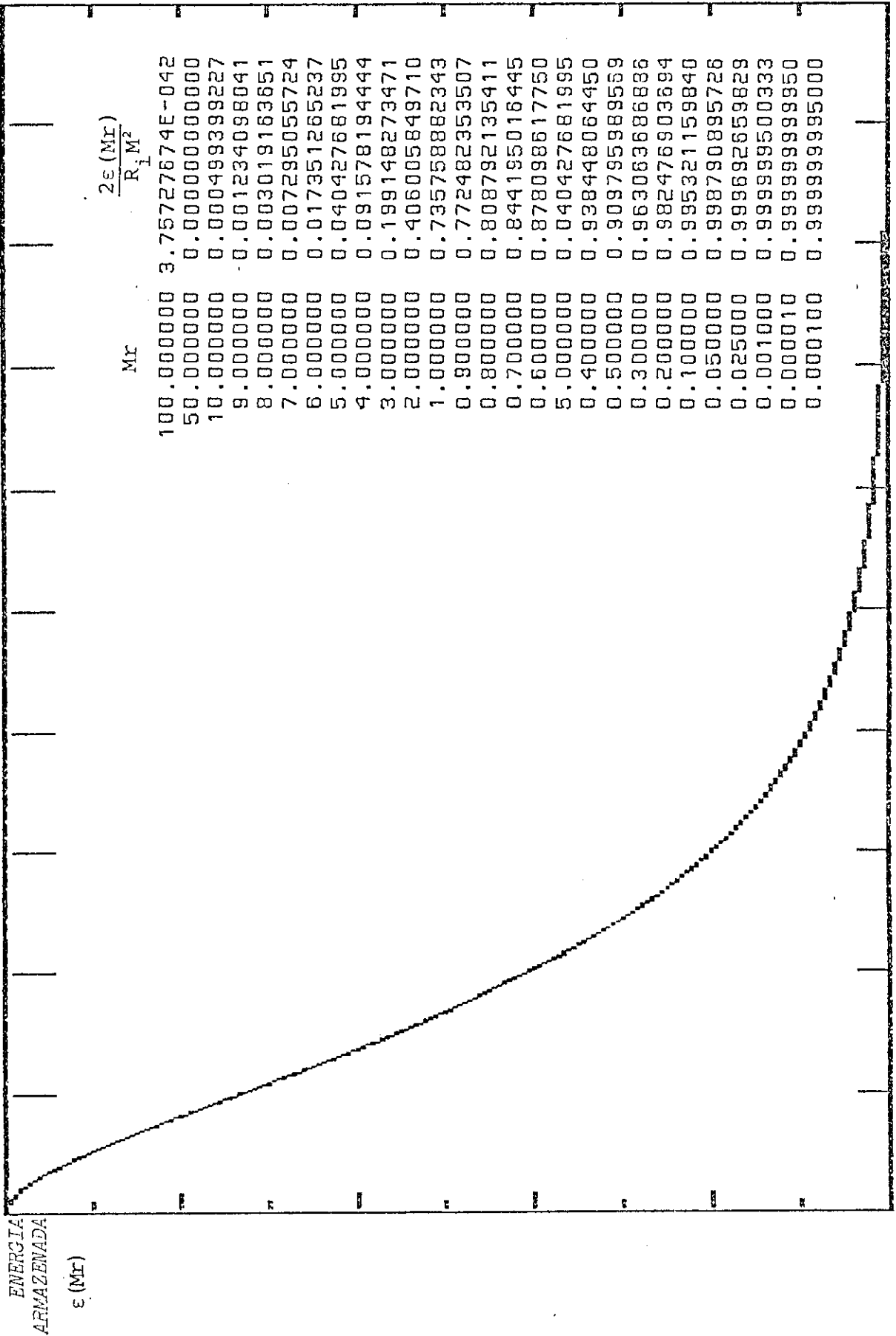
Mr

Mr
p



CAMPO
"ELÉTRICO"
 $|\vec{E}(Mr)|$

Mr	$ \vec{E}(Mr) / R_{iM}$	$ \vec{E}(Mr) / \vec{E}(Mr_p) $
1.000000	0.367879441171	1.000000000000
2.000000	0.270670566473	0.735758882343
100.000000	3.72007598E-042	1.01122149E-041
0.500000	0.303265329858	0.824360635350
0.333333	0.238843770191	0.649244680352
0.250000	0.194700195768	0.529250004153
0.166667	0.141080287484	0.383495981822
0.125000	0.110312112823	0.299859411746
0.111111	0.099426590756	0.270269494918
0.100000	0.090483741804	0.245960311116
0.050000	0.047561471225	0.129285482966



Mr

Mr_p

REFERÊNCIAS

- [1] H.Weyl, *Selecta*, Birkhauser, Basel (1955);
E.Noether, *Nachr. Kgl. Gas. Wiss., Gotingen* 235 (1918);
R.L.Mills, C.N.Yang, *Phys. Rev.* 96, 191 (1954);
R.Shaw, Cambridge University thesis (1955);
R.Utiyama, *Phys. Rev.*, 101, 1597 (1956);
G.Costa, M.Tonin, *Il Nuovo Cimento* 5, 29 (1975);
J.C.Taylor, *Gauge Theories of Weak Interactions*, Cambridge University Press (1978);
B.Felsager, *Geometry, Particles and Fields*, Odense University Press (1981);
C.H.Lai, *Selected papers on gauge theory of Weak and Electromagnetic Interactions*, World Scientific Singapore, (1981);
- [2] H.Weyl, *Space-Time and Matter*, Dover (1950);
S.Kobayashi and Namikawa, *Foundations of Differential Geometry*, vols. I/II, New York, London (1963);
M.F.Atiyah, *Geometry of Yang-Mills Fields*, *Lez. Fermi, Acc. Naz. Sc. Norm. Sup. Pisa* (1979);
K.Moriyasu, *An Elementary Primary for Gauge Theory*, World Scientific Publishing (1983);
Cris Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak and Electromagnetic Interactions*, Benjamin Cummings (1983);
- [3] G. 't Hooft, *Sci. Am.* vol. 242, n.6, (june, 1980);
- [4] R.M.Doria, *The Twelve Colourful Stones*, CBPF, preprint (1984);

- R.M.Doria, J.A.Helayël - Neto and Zhao Wan Yun, Commun. in Theor. Phys., 3 (1984);
- R.M.Doria, J.A.Helayël - Neto, S.Pugnetti and A.W.Smith, Il Nuovo Cimento, 94A, n.1 (1986);
- [5] R.M.Doria, A.Z.Dubnickova and J.A.Helayël - Neto, Il Nuovo Cimento, 94A, n.1 (1986);
- R.M.Doria and C.Pombo, Il Nuovo Cimento, vol. 96B, n.2 (1986);
- C.M.Doria, R.M.Doria and J.A.Helayël - Neto, Rev. Bras. de Física, aprovado para publicação;
- R.M.Doria, C.Pombo and J.A.Helayël - Neto, Il Nuovo Cimento, aprovado para publicação;
- [6] L.P.Colatto, R.M.Doria and J.A.Helayël - Neto, Il Nuovo Cimento, aprovado para publicação;
- [7] H.M.Nussenzveig, Escola de Verão Jorge André Swieca (1981);
- J.D.Bjorken and S.D.Drell, Relativistic Quantum Mechanics, McGraw - Hill (1964);
- F.Mandl and C.Shaw, Quantum Field Theory, John Willey (1984);
- [8] E.C.G.Stueckelberg, Helv. Phys. Acta, 14, 52 (1941); 30, 209 (1957);
- L.Bass and E.Schrödinger, Proc. Roy. Soc. London Ser., A 232, 1 (1955);
- A.S.Goldhaber and M.M.Nieto, Sci. Am. 234, 86 (may, 1976);
- Rev. Mod. Phys., 43, 277 (1971);
- L.Davis, A.S.Goldhaber and M.M.Nieto, Phys. Rev. Lett., 35, 1402 (1975);

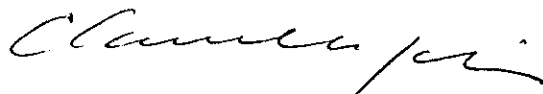
- G.V.Chibisov, Usp. Fiz. Nauk. 119, 551 (1976);
- [9] H.Georgi, H.Ginsparg and S.L.Glashow, Nature 305, 765
(1983);
P. de Bernardis, S.Masi, F.Melchiorri and A.Moletti, Astr.
J. Lett., vol. 284, n.2 (15 sept, 1984);
- [10] G.Barton and N.Dombey, Nature 311, 336 (27 sept, 1984);
Ann. Phys., 162, n.2 (july, 1985);
- [11] I.R.Barabanov et al., JETP Lett, 32, 359 (1980);
- [12] E.D.Carlson, Nuc. Phys., B286, 378 (1987);
- [13] P.Candelas, G.Horowitz, A.Strominger and E.Witten, Nuc.
Phys., B258, 46 (1985);
E.Witten, Nuc. Phys. B258, 75 (1985);
M.Dine, V.Koplunovsky, M.Mangano, C.Nappi and N.Seiberg,
Nuc. Phys., B259, 549 (1985);
- [14] A.Barnes. Ast.J. 227, 1 (1979);
B.Dolgor and Y.Zel'dovich, Rev. Mod. Phys., 53 (1981);
S.Mataresse and S.A.Bonometto, Il Nuovo Cimento, 70A n.4
(1982).

"JANELAS PARA O CAMPO (ELETRICO)"

LUIZ PAULO COLATTO

Tese de Mestrado apresentada no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, fazendo parte da Banca Examinadora os seguintes professores:

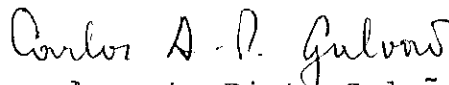
Renato Melchiades Doria - Presidente



Carlos Alberto Aragão de Carvalho Filho

Arthur Kós Antunes Maciel

Jader Benuzzi Martins



Carlos Augusto Pinto Galvão - Suplente

Rio de Janeiro, 14 de julho de 1987