

LUIZ TAUHATA

RESSONANCIA GIGANTE DE MULTIPOLO ELETRICO  
PELO MODELO DA GOTICULA

Tese de

DOUTORADO

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

Rio de Janeiro

- 1984 -

*Dedicado a*

*Takeshi Kodama*

*Sinji e Iás Tauhata*

*Lelena e filhos*

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Takeshi Kodama, pela orientação segura e amizade profunda, demonstradas nas fases críticas de minha formação profissional. Sua paciência e persistência incomuns, no acompanhamento deste trabalho, entrecortado de paralisações devido às minhas atividades, devem ser destacadas pois, sem as quais ele não teria sido concluído.

Ao Prof. Luiz Antonio dos Reis, analista de sistemas exemplar, pela ajuda recebida no processamento de dados, por computador, nos momentos mais intrincados.

Ao Dr. Carlos Eduardo V. de Almeida, diretor do IRD/CNEN, pelo incentivo recebido e pelo privilégio de poder concluir esta tese, utilizando grande fração do meu tempo de trabalho.

Aos colegas do IRD/CNEN, especialmente aos do Departamento de Metrologia, por terem dividido entre si, a carga de atividade a mim devida, durante a execução deste trabalho.

À Maria Helena, Tatiana, Alexandre e Gustavo, por terem sofrido restrições de qualidade de vida em favor de minha formação profissional.

## RESUMO

O formalismo da ressonância de multipolo elétrico, usando os re cursos do modelo da Gotícula, é apresentado, mostrando o acopla mento dos enfoques de Goldhaber-Teller (GT) e de Steinwedel-Jen sen (SJ), a contribuição relativa das energias Coulombiana, su perficial e de excesso de neutrons, e tecendo considerações so bre o cálculo da semilargura.

O modelo faz a previsão correta das energias de ressonância em função da massa nuclear e permite, através do Índice de Mistura, prever a participação complementar dos modos de SJ e GT na res sonância gigante nuclear. Os valores do índice de mistura, para cada multipolaridade, reproduzem bem os fatores de forma obti dos em medidas por espalhamento inelástico de partículas carre gadas.

O formalismo apresentado para o cálculo da semilargura fornece uma descrição macroscópica do mecanismo de fricção. O estabele cimento da estrutura da Função de Dissipação, via macroscópica, é importante para servir de referência na comparação com os re sultados dos cálculos microscópicos.

## SUMMARY

The formalism of the electrical multipole resonance developed from the Droplet nuclear model is presented. It combines the approaches of Goldhaber-Teller (GT) and Steinwedel-Jensen (SJ) and it shows the relative contribution of Coulomb, superficial and neutron excess energies. It also discusses the calculation of half-width.

The model correctly evaluates the resonance energies as a function of nuclear mass and allows, through the Mixture Index, the prediction of the complementary participation of modes SJ and GT in the giant nuclear resonance. Values of the mixture index, for each multipolarity, reproduce well the form factors obtained from experiments of charged particle in elastic scattering.

The formalism presented for the calculation of the half-width gives a macroscopic description of the friction mechanism. The establishment of the macroscopic structure of the Dissipation Function is important since it is used as a reference in the comparison of microscopic calculations.

## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
AGRADECIMENTOS.....	iii
RESUMD.....	iv
SUMMARY.....	v
LISTA DE FIGURAS.....	ix
LISTA DE TABELAS.....	xiv
<u>INTRDDUÇÃO</u> .....	1
<u>CAPÍTULO I</u> - O MODELO DA GOTÍCULA.....	11
1.1 - O Modelo da Gotícula.....	13
1.2 - Raio e Densidades Nucleares.....	20
<u>CAPITULO II</u> - RESSONÂNCIA GIGANTE DE MULTIPOLO ELÉTRICA PELO MDDELO DA GOTÍCULA.....	24
2.1 - Modos de Ressonância.....	25
2.2 - Energia Cinética.....	28
2.3 - Energia Potencial.....	41
2.3.1 - Caso Dipolar.....	53
2.4 - Autovetores e Autovalores de Energia.....	54
2.5 - Índice de Mistura de Modos de Oscilação do tipo SJ e GT.....	56
2.6 - Momento de Multipolo Elétrico Induzido nas Oscilações.....	57
2.6.1 - Oscilação Dipolar.....	59

	<u>Pág.</u>
2.6.2 - Oscilação Multipolar.....	60
<u>CAPITULO III</u> - RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	62
3.1 - Ressonância de Dipolo Elétrica.....	63
3.2 - Ressonância de Quadrupolo Elétrica Isovetor ial.....	72
3.3 - Ressonância de Octupolo Elétrica Isovetori al.....	79
3.4 - Ressonância de Hexadecapolo Elétrica Isove torial.....	86
<u>CAPITULO IV</u> - CONSIDERAÇÕES SOBRE A LARGURA DE RESSONÂ NCIA.....	94
4.1 - Introdução.....	94
4.2 - Semilargura da Ressonância Gigante de Mul tipolo Elétrica.....	101
4.2.1 - Função Dissipação de Rayleigh.....	107
4.3 - Resultados e Discussão.....	115
4.3.1 - Semilargura de Ressonância E1 Iso vetor.....	116
4.3.2 - Semilargura de Ressonância E2 Iso vetor.....	117
4.3.3 - Semilargura de Ressonância E3 Iso vetor.....	117
4.3.4 - Semilargura de Ressonância E4 Iso vetor.....	117

	<u>Pág.</u>
<u>CAPITULO V</u> - CONCLUSÕES GERAIS.....	122
<u>APÊNDICE A</u> - RESSONÂNCIA DE MONOPOLO ELÉTRICA.....	127
A.1 - Energia Cinética.....	127
A.2 - Energia Potencial.....	128
A.3 - Autovalores de Energia.....	129
<u>BIBLIOGRAFIA</u> .....	134



## LISTA DE FIGURAS

<u>Fig.</u>	<u>Pág.</u>
2.1.1 - Variação do raio e densidade nucleares, no tempo, durante a ressonância gigante.....	27
2.1.2 - Oscilação da região superficial difusa do núcleo.....	27
2.2.1 - Correspondência entre as variáveis dinâmicas e os modos de oscilação Isoscalar e Iovetor....	38
2.5.1 - Comparação dos resultados de DWBA e os fatores de forma experimentais para a ressonância a 15,3 MeV no $Ce^{140}$ , obtida por espalhamento inelástico de elétrons.....	57
3.1.1 - Valores do Momento de Dipolo associados às 3 soluções da equação de autovalores.....	64
3.1.2 - Comparação dos valores da Energia de Ressonância calculados pelos modelos de GT e SJ, e do presente trabalho, com dados obtidos de B. L. Berman e S.C.Fultz <sup>30</sup> e B.L.Berman <sup>86</sup> .....	68
3.1.3 - Desvios, em função de A, entre os valores calculados pelo presente trabalho e os experimentais, obtidos de B.L.Berman e S.C.Fultz <sup>30</sup> e B.L.Berman <sup>86</sup> .....	69
3.1.4 - Energia de Ressonância Dipolar calculada com o conjunto de parâmetros (a) da Gotícula, massa efetiva $m^*=0,8 m_0$ , com e sem a contribuição de $E_C$ e $E_S$ .....	70

3.1.5 - Valores do Índice de Mistura de modos de ressonância  $\alpha$  (Steinwedel-Jensen/Goldhaber-Teller) em função de A, calculados com os conjuntos (a), (b) e (c) da Gotícula, discriminados na Tabela 1.1.1..... 71

3.2.1 - Valores do momento de quadrupolo em função de a associados às 4 soluções da equação de autovalores..... 74

3.2.2 - Comparação dos valores da energia de ressonância em função de A, calculados pelos modelos de GT e SJ e do presente trabalho, com dados das referências (79,80,82,84)..... 75

3.2.3 - Energia de Ressonância Quadrupolar calculada com o conjunto de parâmetros (a) da Gotícula, massa efetiva  $m^*=0,62m_0$ , com e sem as contribuições de  $E_C$  e  $E_S$ ..... 76

3.2.4 - Valores do Índice de Mistura de modos de ressonância  $\alpha$  (Steinwedel-Jensen/Goldhaber-Teller) em função de A, calculados com os conjuntos (a), (b) e (c) de parâmetros da Gotícula, discriminados na Tabela 1.1.1..... 77

3.2.5 - Comparação dos ajustes de dados de fatores de forma de espalhamento ( $e, e'$ ), obtidos por Pittman et al<sup>79,80</sup>, e os modelos de GT e SJ e o da Gotícula, utilizando valores do Índice de Mistura do presente trabalho..... 78

3.3.1 - Valores do momento de octupolo em função de A, associados às 4 soluções da equação de autovalores..... 81

3.3.2 - Comparação dos valores da energia de ressonância em função de A, calculados pelos modelos de GT e SJ e do presente trabalho, com dados das ref. 35,78,80,83,87..... 82

3.3.3 - Energia de Ressonância Octupolar Elétrica calculada com o conjunto (a) de parâmetros da Gotícula, massa efetiva  $m^*=0,49 m_0$ , com e sem  $E_C$  e  $E_S$ . 83

3.3.4 - Valores do Índice de Mistura de modos de ressonância  $\alpha$  (Steinwedel-Jensen/Goldhaber-Teller) em função de A, calculados com os conjuntos (a), (b) e (c) de parâmetros da Gotícula, discriminados na Tabela 1.1.1..... 84

3.3.5 - Ajuste de dados do fator de forma de espalhamento ( $e, e'$ ) obtidos por Pitthan et al<sup>80</sup> pelo modelo da Gotícula, utilizando valores do Índice de Mistura do presente trabalho..... 85

3.4.1 - Valores do momento de hexadecapolo elétrico em função de A, associados às 4 soluções da equação de autovalores..... 88

3.4.2 - Variação da massa efetiva  $m^*$  com a multipolaridade, para ressonâncias gigantes elétricas isovetoriais..... 89

3.4.3 - Valores da energia de ressonância de hexadecapolo elétrica isovetorial em função de A, calculados pelos modelos SJ e do presente trabalho, com e sem a contribuição de  $E_C$  e  $E_S$ ..... 90

3.4.4 - Valores do Índice de Mistura de modos de ressonância $\alpha$ (Steinwedel-Jensen/Goldhaber-Teller) em função de A, calculados com os conjuntos (a), (b) e (c) de parâmetros da Gotícula, discriminados na Tabela 1.1.1.....	91
3.4.5 - Valores do Índice de Mistura $\alpha$ para ressonância gigante elétrica isovetorial em função da multipolaridade $\lambda$ , ilustrando a predominância do modo de Steinwedel-Jensen sobre o de Goldhaber-Teller em núcleos pesados.....	92
3.4.6 - Dependência da energia de ressonância com a multipolaridade $\lambda$ de oscilação e o número de massa A.....	93
4.3.1 - Índice de Mistura de modos de ressonância $\alpha$ , em função do número de massa A, para cada multipolaridade $\lambda$ e o conjunto (a) de parâmetros do modelo da Gotícula, discriminado na Tabela 1.1.1.	114
4.3.1.1 - Semilargura da ressonância E1 isovetor em função de A, calculada por diferentes modelos e comparada com dados de B.L.Berman <sup>86</sup> , onde os pontos com círculos vazios foram estimados pelos gráficos.....	118
4.3.2.1 - Comparação entre os valores calculados da semilargura E2 isovetor e as medidas de R.Pitthan <sup>78</sup> e B.S.Dolbilkin et al <sup>82</sup> .....	119
4.3.3.1 - Valores comparativos das previsões teóricas para a semilargura de ressonância E3 isovetor....	120
4.3.4.1 - Valores comparativos das previsões teóricas para a semilargura de ressonância E4 isovetor....	121

5.1 - Contribuição relativa e, em separado, das energias Coulombiana e de superfície para a energia de ressonância elétrica de dipolo.....	124
--	-----

## LISTA DE TABELAS

<u>Tab.</u>		<u>Pág.</u>
1.1.1	- Diferentes Conjuntos de Valores de Parâmetros, dados em MeV, do Modelo da Gotícula <sup>73</sup> .....	18

HAI-KAI

Caracol,                    J  
docemente, docemente,  
escala o Fuji!

ISSA  
(1763-1827)

## INTRODUÇÃO

Em 1934, em Manchester, J. Chadwick e M. Goldhaber<sup>1</sup> conseguiram realizar a primeira reação fotonuclear, inspirados na analogia com o processo de excitação e ionização de átomos por feixes luminosos.

Devido à sua baixa energia de ligação de 2,34 MeV, o deuteron foi escolhido como núcleo alvo pela maior chance de ser desintegrado pela radiação gama de 2,614 MeV do  $\text{Tl}^{208}$ , radiação de mais alta energia então conhecida. Como sistema detector, foi utilizada uma câmara de ionização contendo deutério a 95% de pureza, exposta à radiação gama. Os pulsos, após amplificação, foram registrados num oscilógrafo e atribuídos aos prótons resultantes da desintegração do deuteron.

Como teste da hipótese, poucos pulsos foram registrados quando a câmara foi exposta a uma radiação de 1,8 MeV do Ra-C, cujo valor é insuficiente para superar a energia de ligação do deuteron. Outros resultados importantes foram também obtidos, como a determinação mais precisa da massa do neutron e o valor da seção de choque de captura radiativa, utilizando o princípio do balanço detalhado.

Nesta mesma época, L. Szilard e T.A. Chalmers<sup>2</sup>, em Londres, e Gentner<sup>3</sup>, em Heidelberg, realizaram as primeiras medidas da fotodesintegração do Be<sup>9</sup>. No ano seguinte, J. Chadwick e M. Goldhaber<sup>4</sup>



mostraram que, com as fontes naturais de radiação gama, então disponíveis, não era possível a fotodesintegração de outros elementos.

Em conexão com estas medidas, H. Bethe e R. Peierls<sup>5</sup>, em junho de 1934 em Manchester, desenvolveram a primeira teoria de ligação de um sistema de dois corpos. Obtiveram os valores das seções de choque de absorção gama pelo deuteron, a de captura de neutrons por prótons, e também a dependência funcional da desintegração do deuteron por elétrons.

Com a introdução por N. Bohr<sup>6</sup> do conceito da formação do núcleo composto para o procedimento das reações nucleares, e com a contraindicação de Chadwick e Goldhaber<sup>4</sup>, W. Bothe e W. Gentner<sup>7</sup> conseguiram realizar novas reações fotonucleares em janeiro de 1937, utilizando a radiação gama de 17,2 MeV proveniente das reações de captura de prótons pelo Li<sup>7</sup>. Em maio do mesmo ano, no Laboratório de Cavendish, W. Y. Chang e M. Goldhaber<sup>8</sup> efetuaram outras reações, utilizando a técnica desenvolvida por Bothe e Gentner, que permitia obter radiação gama de até 20 MeV.

Os resultados de Bothe e Gentner<sup>7</sup> foram explicados com a idéia de absorção ressonante pelo núcleo, introduzida por N. Bohr<sup>9</sup>, em 1938, usando uma analogia óptica para se chegar a uma fórmula do tipo Breit-Wigner. No ano seguinte, Bothe e Gentner<sup>10</sup> realizaram medidas mais sistemáticas, varrendo ampla faixa da tabela periódica e com radiações de várias energias.

O desenvolvimento da técnica de medidas com feixe contínuo de ra

dição de freiamento (bremsstrahlung) obtido de aceleradores de partículas, em 1944, por H.W.Koch<sup>11</sup>, permitiu sua ampla exploração, com fótons de até 100 MeV por Baldwin e Klaiber<sup>12</sup>, Perlmann e Friedlander<sup>13</sup> em 1947, para investigar reações  $(\gamma, n)$ ,  $(\gamma, f)$  e de múltiplas partículas emergentes. A técnica de detecção  $4\pi$  de neutrons, desenvolvida em 1952, permitiu a realização de medidas discriminadas da secção de choque de 22 elementos para a emissão de neutrons, por Montalbetti, Katz e Goldemberg<sup>14</sup>, em 1953.

Apesar do acúmulo crescente de dados experimentais, o mecanismo da interação da radiação eletromagnética com o núcleo para a produção destas reações levou cerca de 15 anos para ser entendido e formulado, devido a problemas experimentais e teóricos. Os primeiros estavam relacionados à inexistência de fontes variáveis, com alto fluxo, de radiação gama de alta energia e métodos de detecção com adequada precisão. Isto impedia construir uma sistemática, confiável, para todos os núcleos. Os segundos, se relacionavam com as discrepâncias acentuadas entre os valores calculados e medidos da secção de choque e com o desconhecimento do mecanismo de excitação eletromagnética de um sistema de partículas estruturado pela interação forte e contendo forças de troca. Além disso, permanecia a questão da previsão correta do valor da energia de ressonancia e da sua semilargura, introduzidos por N.Bohr.

O mecanismo de interação da radiação com o núcleo foi abordado inicialmente por A.J.F.Siegert<sup>15</sup>, em julho de 1937, que mostrou a possibilidade de se calcular o momento de dipolo associado às oscilações de um sistema constituído de partículas pesadas e contendo forças de troca. Neste mesmo ano, H.Bethe<sup>16</sup> apontou a in

tensidade anômala das transições eletromagnéticas de baixa energia no núcleo, quando comparadas com as atômicas e, com a hipótese do núcleo ser constituído por partículas alfa, mostrou que somente a altas energias seria possível induzir um apreciável momento de dipolo.

Pela primeira vez, em 1944, Migdal<sup>17</sup> buscou interpretar os resultados como decorrentes da absorção  $E_1$  pelo núcleo devido às oscilações dos prótons contra os neutrons restantes. Utilizou, para expressar a energia de ressonância, uma proporcionalidade com o termo da energia de simetria da fórmula semi-empírica de massa de Bethe-Weizsäcker<sup>18</sup>, sob a forma  $E = 24 A^{-1/3} (a_{sim} \cdot Z/A)^{1/2}$ . Estimou a indução de momento de dipolo para energias acima de 15 MeV e de momento de quadrupolo, devido à distorção da forma, para energias abaixo de 1 MeV.

A tentativa de explicar os picos acentuados nas secções de choque obtidos, relacionada a uma possível competição entre as reações  $(\gamma, n)$  e as demais, na intensidade total de fotoabsorção, não foi consistente, principalmente com os resultados de Perlmann e Friedlander<sup>13</sup>. A explicação apareceu com Goldhaber-Teller<sup>19</sup>, em 1948, num enfoque semelhante ao de Migdal<sup>17</sup>. Na verdade, eles propuseram dois modelos. Um em que os prótons oscilam coletivamente contra os neutrons, como se fossem duas esferas rígidas e interpenetrantes, fornecendo uma dependência de  $33 A^{-1/6}$  MeV para a energia de ressonância. O outro, detalhado independentemente no ano seguinte por Steinwedel e Jensen<sup>20</sup>, onde os neutrons e prótons se interpenetram como fluidos num núcleo de forma rígida, fornecendo uma dependência do tipo  $80 A^{-1/3}$  MeV para a energia.

Estes modelos foram baseados em considerações hidrodinâmicas e puderam prever, satisfatoriamente, as energias de ressonância de quase todos os núcleos, dentro da precisão experimental da época.

Outro grande êxito do modelo hidrodinâmico em reações fotonucleares foi a previsão por Danos e Okamoto<sup>21</sup>, em 1958, do desdobramento do pico de ressonância da secção de choque de absorção nos núcleos deformados, devido às diferentes frequências de oscilação ao longo dos eixos maior e menor do elipsóide. Tal desdobramento foi verificado experimentalmente, no mesmo ano, por Fuller e Weiss<sup>22</sup>.

Da comparação entre os elevados valores observados por Hirzel e Wäffler<sup>23</sup>, em 1947, para a razão entre os rendimentos das reações  $(\gamma, p)$  e  $(\gamma, n)$  e os esperados pelo modelo estatístico, surgiu a evidência da excitação de partícula simples. Isto porque a emissão de prótons é dificultada pela barreira coulombiana, e seria difícil um alto rendimento  $(\gamma, p)$ , em relação à  $(\gamma, n)$ , e principalmente, a emissão direta de prótons como foi observada por E.D.Courant<sup>24</sup>, em 1951.

Com o aumento das evidências, interpretações mais detalhadas para a excitação dipolar foram aparecendo, em termos de partícula simples, especialmente, em 1956, com Wilkinson<sup>25</sup>. Após 1957, trabalhos importantes apareceram com Elliot-Flowers<sup>26</sup>, Brink<sup>27</sup>, Brown e Bolsterli<sup>28</sup>, Castillejo e Evans<sup>29</sup>, em termos da descrição de excitação partícula-buraco.

Para compatibilizar o comportamento de um sistema que apresenta

excitações degeneradas de partícula simples e movimentos coletivos, eles mostraram, principalmente Brown-Bolsterli<sup>28</sup>, que o modo coletivo de oscilação dipolar pode ser representado por uma superposição de excitações degeneradas de partícula-buraco.

Assim, já em 1960, existia um grande acervo de dados experimentais e vários modelos e alternativas de interpretação teórica das reações de ressonância gigante dipolar. Com o desenvolvimento, a partir de 1960, da técnica de feixes de fótons monoenergéticos, obtidos por aniquilação em voo de pósitrons acelerados, o detalhamento experimental das reações fotonucleares em muitos núcleos foi bastante aprofundado, conforme resenha de B.L.Berman e S.C.Fultz<sup>30</sup>, de 1976.

Os modos de excitação nuclear com multipolaridade maior que um foram sugeridos teoricamente por B.R.Mottelson<sup>31</sup>, em 1960, ao buscar unificar os enfoques macro e microscópico de tratamento das reações fotonucleares. Ele previu a possibilidade de existência de dois modos de ressonância quadrupolar, onde os neutrons e os prótons oscilam em fase e em contrafase, sob a ação da excitação externa. O primeiro modo foi denominado de Isoscalar e o segundo de Isovetor. Em 1971, Pitthan e Walcher<sup>32</sup> revelaram a existência de uma ressonância isoscalar E2, com energia abaixo da E1 isovectorial, em medidas de espalhamento inelástico de elétrons com o Ce<sup>140</sup>, além de outras ressonâncias magnéticas e elétricas ainda não bem estabelecidas.

O aparecimento da técnica de espalhamento inelástico de elétrons permitiu o detalhamento das ressonâncias E2, devido ao fato de

componente de quadrupolo do espectro de fótons virtuais ser cerca de uma ordem de grandeza superior à de dipolo, para um material de alto Z. Num espectro de fótons reais a distribuição é equitativa.

Esta técnica foi, posteriormente, largamente explorada por Pittan et al<sup>32-35</sup> e por Torizuka et al<sup>36-38</sup>, para o estudo de transições de alta polaridade e, para eletrofissão, por Arruda Neto et al<sup>39</sup>. Uma extensão importante desta técnica foi feita utilizando-se partículas pesadas em estudos de fotofissão, onde o papel das excitações E2 é crítico, por E.Wolinec et al<sup>40</sup>.

Embora a descrição detalhada da ressonância de multipolo exija um conhecimento do tratamento com a interação nucleon-nucleon, Bertsch<sup>41,42</sup>, Blaizot<sup>43</sup> e Sagawa e Holzwarth<sup>44</sup> mostraram que, para as ressonâncias quadrupolares isoscalares, as energias podem ser previstas por um simples modelo macroscópico que envolve a distorção da superfície de Fermi. Este enfoque foi generalizado para qualquer multipolaridade de oscilações isoscalares, em 1979 por R.Nix<sup>45</sup>, partindo de considerações sobre a viscosidade da matéria nuclear desenvolvidas por Auerbach e Yeverechyahu<sup>46</sup> e Hasse e Nerud<sup>47,48</sup>. No modelo de Nix, os neutrons e prótons oscilam em fase, com fluxo irrotacional, incompressível e massa efetiva unitária. Os resultados obtidos para E $\lambda$  isoscalares são dados por  $E = 28,92 \{(\lambda-1)(2\lambda+1)\}^{1/2} A^{-1/3}$  MeV, e reproduzem bem os valores experimentais, sem parâmetro ajustável. Neste trabalho foram desenvolvidas várias alternativas de cálculo da semilargura de ressonância, com resultados satisfatórios.

Nestes últimos trabalhos<sup>45-48</sup> também foram estabelecidas expressões que associam a energia de ressonância com a semilargura  $\Gamma$ , e os resultados são consistentes com as observações experimentais.

Atualmente existem vários modelos, macro e microscópicos, relacionados com as excitações eletromagnéticas do núcleo, quer para alta ou baixa energia. Os modelos macroscópicos se baseiam em considerações hidrodinâmicas e estatísticas e contém, eventualmente contribuições microscópicas. Os modelos microscópicos variam de partículas num potencial deformado do tipo oscilador harmônico até sistemas autoconsistentes, envolvendo a interação nucleon-nucleon, com forças de emparelhamento, em tratamento do tipo Aproximação de Fase Aleatória (RPA). Tais modelos por exigirem cálculos complexos na obtenção da função de onda para cada núcleo individualmente, não são triviais de serem aplicados nas tarefas de comparação e generalização dos resultados.

Em termos fenomenológicos, as oscilações coletivas, em fase ou contrafase, dos prótons e neutrons, podem ser associadas às excitações de nucleons de suas camadas para níveis de spin e paridade permitidos, nos modelos microscópicos. Esta correspondência entre os enfoques macro e microscópico foi analisada em 1973 por T.J.Deal e F.Fallieros<sup>49</sup> e, em 1975, por G.F.Bertsch e G.Tsai<sup>50</sup>.

Apesar de seu caráter puramente fenomenológico e de existirem modelos microscópicos sofisticados e, em certas situações, bastante precisos, a insistência no caminho macroscópico apresenta várias justificativas. Dentre elas, destacam-se o fato de conter imagens físicas ilustrativas dos fenômenos abordados, de avaliar ra

pida e quantitativamente sua dependência funcional e permitir a sistematização do comportamento de todos os núcleos. Esta sistemática, embora semi-empírica e fenomenológica, constitui uma situação de referência, e mesmo de chegada, para os cálculos de modelos microscópicos.

Os modelos baseados na Gota Líquida tem sido úteis e precisos na determinação de valores de propriedades nucleares, como por exemplo, energia de ligação, raio, deformação e barreira de fissão. A sua extensão para a abordagem de propriedades dinâmicas tem sido buscada, principalmente para aquelas que não afastam muito os núcleos de seu ponto de equilíbrio.

O Modelo da Gotícula (Droplet Model) de Myers e Swiatecki<sup>51</sup> além de ser um refinamento do da Gota Líquida, apresenta a característica de considerar variações de amplitude e forma das distribuições de densidades de prótons e neutrons, separadamente, no núcleo. Isto o torna adequado para um tratamento macroscópico das reações fotonucleares de ressonância gigante, devido à consistência com sua fenomenologia.

Em 1977, Myers - Swiatecki et al<sup>52</sup> mostraram que existem boas indicações para a aplicação deste modelo no estudo da ressonância dipolar. Além de fazerem a previsão correta das energias de ressonância, de calcularem a semilargura, mostraram que os modos de oscilação de Goldhaber-Teller e Steinwedel-Jensen são complementares e participam com uma taxa de mistura, definida para cada núcleo, na excitação nuclear. Uma verificação ilustrativa desta taxa de mistura foi o ajuste dos fatores de forma obtidos



em medidas de espalhamento inelástico de elétrons por Pitthan et al<sup>32-35</sup>, através da análise de DWBA.

Neste trabalho se busca a generalização do modelo de Myers-Swiatecki et al<sup>52</sup> para excitações elétricas isovetoriais de qualquer multipolaridade, mostrar o acoplamento dos enfoques de Goldhaber-Teller e Steinwedel-Jensen, discutir a influência das energias Coulombiana, superficial e de excesso de neutrons e tecer considerações sobre o cálculo da semilargura e sobre a validade do modelo hidrodinâmico para estas situações. Introduz outras contribuições finas, provenientes dos recursos do Modelo da Gotícula e calcula núcleos com  $N \neq Z$ .

Assim, na Introdução, é apresentada, de maneira resumida, uma visão crítica e histórica das reações fotonucleares de ressonância gigante e dos diversos modelos de interpretação dos resultados experimentais. No Capítulo I, aparece um resumo do modelo da Gotícula de Myers-Swiatecki<sup>51</sup>, para servir de base para os cálculos posteriores. No Capítulo II é apresentado o formalismo do modelo do presente trabalho, para a ressonância gigante do tipo elétrica. No Capítulo III, os resultados são apresentados com a respectiva discriminação das diversas contribuições e uma discussão sobre o desempenho do modelo sugerido. No Capítulo IV, são feitas considerações sobre o cálculo da semilargura, como extensão do modelo, e no Capítulo V, são apresentadas conclusões gerais. No Apêndice A aparece, a tipo de exemplificação, o tratamento de excitações de monopolo elétricas por este modelo.

## CAPITULO I

### O MODELO DA GOTICULA

Do ponto de vista fenomenológico, aos comportamentos qualitativamente semelhantes de núcleos, e que apresentam certas regularidades quantitativas, são associados atributos de propriedades coletivas. Por outro lado, aos que traduzem mais a individualidade estrutural de cada núcleo ou particularidades de situação de alguns de seus nucleons, se associam as manifestações dos graus de liberdade de partícula simples.

Tanto as manifestações coletivas como as de partícula simples caracterizam o sistema nuclear como um todo e indicam, a espécie e o modo de interação fundamental que relaciona os seus componentes nas situações estacionárias ou de transição.

Os fenômenos classificados como coletivos envolvem vários nucleons, num modo cooperativo de estabelecer um determinado estado estacionário, ou excitado, do sistema e ocorrem em muitos nucleos. Dentre estes fenômenos, podem citar-se as bandas de vibração e rotação, as reações fotonucleares de ressonância gigante, e a fissão. Naturalmente que é sempre possível estabelecer uma conexão, mesmo que fenomenológica, entre as manifestações coletivas e de partículas simples, embora não trivial.

Os fenômenos ditos coletivos induzem e facilitam os enfoques macroscópicos, no tratamento dos fenômenos nucleares. Assim que, um dos primeiros modelos para explicar as propriedades nucleares surgiu com George Gamow<sup>53</sup>, em 1930, que as associou com as propriedades de uma gota líquida composta de prótons e neutrons. Tal líquido deveria ser incompressível, irrotacional, sem efeitos dissipativos e de alta densidade, para atender as condições de comportamento e estabilidade nucleares, bem como permitir cálculos facilitados.

Este modelo foi aperfeiçoado por Wigner<sup>54</sup>, Heisenberg<sup>55</sup> e substancialmente definido por Weizsäcker<sup>56</sup> e Bethe<sup>57</sup>, até 1936, através de fórmulas semi-empíricas para o cálculo da energia de ligação nuclear. Isto permitiu representar, qualitativa e quantitativamente, muitos dos atributos nucleares como massa, estabilidade e decaimento, modos coletivos de vibração e rotação, certas reações nucleares.

As contribuições devidas aos diversos aspectos da gota líquida, para simular as propriedades do núcleo atômico, foram adicionadas em diferentes parcelas, cada uma buscando maior similitude com a realidade, partindo de um substrato básico que é a matéria nuclear. Assim, foram incluídas, na fórmula semi-empírica para o cálculo da energia de ligação, a energia de volume, efeitos de superfície, energia coulombiana, energia de simetria. O efeito devido ao emparelhamento foi incluído "ad hoc", empiricamente. Outros efeitos finos, como a deformação e os de camada só foram incluídos posteriormente<sup>58-61</sup>. A razão desse retardo é que as fór

mulas de massa somente levam em conta as propriedades nucleares médias e não traduzem efeitos microscópicos e características individuais dos núcleos. Para simular alguns destes elementos, vários trabalhos foram realizados, dentro de uma abordagem macroscópico-microscópica. Iniciada por Swiatecki<sup>62</sup>, em 1963, ela foi consolidada por Myers-Swiatecki<sup>58</sup>, em 1966, e generalizada por Strutinsky<sup>63</sup>, em 1967. A estes trabalhos se acrescentam os de Zeldes et al<sup>64</sup> e de Uno-Yamada<sup>65</sup>, em 1967 e 1975 respectivamente, que fizeram um tratamento mais empírico do efeito de camada.

O refinamento do modelo da Gota Líquida, utilizando o enfoque macroscópico-microscópico e contendo efeitos finos devidos a deformações, superfície nuclear difusa, diferentes distribuições de densidade de prótons e neutrons, afastamento da linha de estabilidade beta e compressibilidade, apareceu no Modelo da Gotícula (Droplet Model) desenvolvido e generalizado por Myers-Swiatecki, em 1969 e 1974, respectivamente<sup>66,67</sup>. Uma proposta de reduzir as discrepâncias dos efeitos de camada do tratamento de Myers-Swiatecki foi sugerido por M.N.S.Araujo e T.Kodama<sup>68</sup>.

## 1.1 - O MODELO DA GOTÍCULA

Além das correções de camada e deformação, incluídas por Myers-Swiatecki<sup>58</sup> em 1966, o Modelo da Gotícula considera a diferença das distribuições de densidade de prótons e neutrons, curvatura da superfície devido ao tamanho finito do núcleo, termo de ordem mais alta no excesso de neutrons e a compressibilidade da matéria nuclear.

O que distingue este modelo do da Gota Líquida é que as distribuições das densidades de próton e de nêutron podem variar em amplitude e forma, de modo a minimizar a energia total do núcleo. Este grau de liberdade adicional está diretamente vinculado aos arranjos de estrutura interna, na busca do equilíbrio, permitindo estender suas aplicações para efeitos dinâmicos, como por exemplo, fissão e reações fotonucleares<sup>69</sup>.

Resumidamente, a fórmula de massa do Modelo da Gotícula é constituída de diversos termos, além dos considerados por outras fórmulas de massa, que dependem das grandezas  $\epsilon$ ,  $\delta$  e  $\tau$ , definidas por:

$$\epsilon(\vec{r}) = -\frac{1}{3} \frac{\rho_N(\vec{r}) + \rho_Z(\vec{r}) - \rho_{00}}{\rho_{00}} \quad (1.1.1)$$

$$\delta(\vec{r}) = \frac{\rho_N(\vec{r}) - \rho_Z(\vec{r})}{\rho_N(\vec{r}) + \rho_Z(\vec{r})} \quad (1.1.2)$$

$$\tau \cdot r_0 = R_N - R_Z \quad (1.1.3)$$

onde  $\epsilon(\vec{r})$  indica o desvio da densidade do núcleo no ponto  $\vec{r}$  em relação à densidade  $\rho_{00}$  da matéria nuclear,  $\delta(\vec{r})$  está associado ao excesso local médio de nêutrons no volume nuclear e  $\tau$  indica a espessura da "casca" de nêutron<sup>70</sup> (neutron skin).

A massa de um núcleo é então expressa por um funcional das distribuições de densidades de prótons e de nêutrons, dependentes

da forma, quer no estado fundamental, quer nas suas imediações, ou seja,

$$M[\rho_N, \rho_Z; \text{forma}] = m_N N + m_H Z + E_V + E_S + E_C + \\ E_P + E_W + E_e + S(N, Z; \text{forma}) \quad (1.1.4)$$

Minimizando (1.1.4) em relação às distribuições  $\rho_N(\vec{r})$  e  $\rho_Z(\vec{r})$  e sob condições adequadas de vínculo, se obtém a fórmula de massa de Myers-Swiatecki<sup>66,67</sup>, onde,

a) ENERGIA DE VOLUME  $E_V$

Contém quatro contribuições:

$$E_V = \left\{ -a_1 + J \bar{\delta}^2 - \frac{1}{2} K \bar{\epsilon}^2 + \frac{1}{2} M \bar{\delta}^4 \right\} \cdot A \quad (1.1.5)$$

onde,

$-a_1$  = energia de ligação por partícula do Modelo da Gota Líquida = -15,96 MeV

$J\bar{\delta}^2$  = termo de assimetria devido ao excesso médio de neutrons

$\frac{1}{2} K\bar{\epsilon}^2$  = ligação extra devido à competição entre as várias forças de compressão e dilatação, e da compressibilidade do volume nuclear

$\frac{1}{2} M\bar{\delta}^4$  = termo de ordem superior na energia de assimetria

Os valores médios de  $\epsilon$ ,  $\delta$  e  $\tau$ , no equilíbrio, podem ser expressos em função de parâmetros relacionados na Tabela 1.1.1, e de fatores  $B_V$ ,  $B_S$ ,  $B_C$  que dependem da forma do núcleo associados às energias de volume, superfície e coulombiana, respectivamente, e que são discutidos em detalhes por R.W.Hasse e Myers Swiatecki<sup>70</sup>. Estes fatores apresentam valor unitário para a forma esférica do núcleo. Assim, no equilíbrio, tem-se,

$$\bar{\delta} = \frac{I + \frac{3}{16}(c_1/Q) Z A^{-2/3} B_V}{1 + \frac{9}{4}(J/Q) A^{-1/3} B_S} \quad (1.1.6)$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{-2 a_2 A^{-1/3} B_S + L \bar{\delta}^2 + c_1 Z^2 A^{-4/3} B_C}{K} \quad (1.1.7)$$

$$\bar{\tau} = \frac{\bar{r}}{r_0} = \frac{2}{3} (I - \bar{\delta}) \frac{\bar{R}}{r_0} = \frac{2}{3} (I - \bar{\delta}) A^{1/3} (1 + \bar{\epsilon}) \quad (1.1.8)$$

onde,

$$I = \frac{N - Z}{A}$$

b) ENERGIA DE SUPERFICIE  $E_S$

Consiste de três termos:

$$E_S = \left\{ a_2 + \frac{9}{4} \left( \frac{J}{Q} \right) \bar{\delta}^2 \right\} A^{2/3} B_S (\text{forma}) + a_3 A^{1/3} B_K (\text{forma}) \quad (1.1.9)$$

onde o termo em  $a_2$  especifica a energia de superfície, o termo em  $\bar{\delta}^2$  corresponde à energia de assimetria da superfície e o terceiro termo se deve a uma correção de curvatura para a superfície nuclear, onde  $B_k$  vale um para a forma esférica.

c) ENERGIA COULOMBIANA  $E_C$

Possui cinco contribuições:

$$E_C = c_1 Z^2 A^{1/3} B_C(\text{forma}) - c_2 Z^2 A^{1/3} B_R(\text{forma}) - c_3 Z^2 A^{-1} - c_4 2^{-1/3} Z - c_5 Z^2 B_W(\text{forma}) \quad (1.1.10)$$

O coeficiente do primeiro termo é a energia de Coulomb de uma esfera de raio  $R = r_0 A^{1/3}$ , onde o coeficiente  $c_1$  é dado por

$$c_1 = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} = 0,73219 \text{ MeV} \quad \text{e} \quad r_0 = 1,18 \text{ fm} \quad (1.1.11)$$

O segundo termo constitui uma correção devido à depressão central no núcleo, causada pela repulsão entre as cargas dos prótons, redistribuindo as partículas no volume nuclear. O coeficiente  $c_2$  é calculado por,

$$c_2 = \frac{c_1^2}{168} \left( \frac{1}{2J} + \frac{9}{K} \right) = 0,00016302 \text{ MeV} \quad (1.1.12)$$

O terceiro termo provém da difusão da superfície nuclear, onde  $b = 0,99 \text{ fm}$  é uma medida da difusão e  $c_3$  vale,



$$c_3 = \frac{5}{2} c_1 \left( \frac{b}{r_0} \right)^2 = 1,28846 \text{ MeV} \quad (1.1.13)$$

O quarto termo se deve a uma correção de troca, onde  $c_4$  vale,

$$c_4 = \frac{5}{4} c_1 \left( \frac{3}{2\pi} \right)^{2/3} = 0,55911 \text{ MeV} \quad (1.1.14)$$

O último se deve a uma redistribuição da energia de superfície devido à não uniformidade da espessura de difusão de neutron, causada pelas forças eletrostáticas, onde  $c_5$  vale,

$$c_5 = \frac{c_1^2}{64 Q} = 0,00049274 \text{ MeV} \quad (1.1.15)$$

Quanto aos parâmetros ajustáveis, é difícil determinar um único conjunto de valores, uma vez que existem vários critérios possíveis, no processo de reprodução dos dados. Na Tabela 1.1.1, são apresentados 3 conjuntos que satisfazem àquela condição, e que foram utilizados neste trabalho.

Tabela 1.1.1 - Diferentes Conjuntos de Valores de Parâmetros, dados em MeV, do Modelo da Gotícula<sup>73</sup>.

CONJUNTO	Q	J	H	P	G	K	L	M
(a)	20	32,11	16,47	8,50	20,47	240	100	0
(b)	17	36,80	14,00	9,74	31,63	240	100	0
(c)	14	46,52	11,53	12,31	61,36	240	100	0

d) ENERGIA DE EMPARELHAMENTO  $E_p$

É o mesmo termo utilizado na fórmula de massa da Gota Líquida<sup>57</sup>, ou seja,

$$E_p = \begin{cases} 12 A^{-1/2} & \text{Núcleo Impar-Impar} \\ 0 & \text{Núcleo Impar-Par} \\ -12 A^{-1/2} & \text{Núcleo Par-Par} \end{cases} \quad (\text{MeV}) \quad (1.1.16)$$

e) TERMO DE WIGNER  $E_w$

Da mesma forma<sup>57</sup>,

$$E_w = - 7 \exp\left(-6 \left|\frac{N-Z}{A}\right|\right) \text{ MeV} \quad (1.1.17)$$

f) CORREÇÃO DEVIDA AOS ELÉTRONS  $E_e$

Este termo é adicionado à fórmula da Gotícula devido à energia de ligação dos elétrons, uma vez que as tabelas são dadas em massas atômicas, ao invés de nucleares:

$$E_e = - 0,00001433 Z^{2,39} \text{ MeV} \quad (1.1.18)$$

g) CORREÇÃO DE CAMADA S(N,Z;forma)

Este termo foi preliminarmente introduzido por Swiatecki<sup>62</sup>, elegantemente formulado por Strutinsky<sup>63</sup> e simplificado, fenomenologicamente, por Myers-Swiatecki<sup>66,67</sup>, para gerar o agrupamento de

níveis de partícula simples dentro do volume nuclear, a partir do espectro discreto de níveis, descontado do espectro contínuo obtido de um gás de Fermi degenerado<sup>66,69,70</sup>.

Para núcleos deformados, a correção de camada para núcleos esféricos  $S(N,Z)$  sofre uma atenuação, simulada por uma função simples, do tipo,

$$S(N,Z;forma) = S(N,Z) (1 - 2\theta^2) e^{-\theta^2} \quad (1.1.19)$$

onde,

$$S(N,Z) = c \left[ \frac{F(N) + F(Z)}{\left(\frac{A}{2}\right)^{2/3}} - c A^{1/3} \right] \quad (1.1.20)$$

sendo  $F(N)$  e  $F(Z)$ , funções do tipo "ciclóide", para neutron e próton respectivamente, que variam por "saltos" nos respectivos números mágicos<sup>66</sup> e  $\theta$  um parâmetro dependente da distorção média do núcleo em relação à situação esférica. Os coeficientes  $C$  e  $c$  valem, respectivamente, 5,8 MeV e 0,26 MeV.

O valor mínimo da energia de ligação em relação à  $\theta$  fornece, simultaneamente, a massa e a correspondente deformação do estado fundamental do núcleo.

## 1.2 - RAIO E DENSIDADES NUCLEARES

A matéria nuclear é definida como igualmente composta de prótons e neutrons, sem energia coulombiana e de superfície e com uma

densidade uniforme dada por,

$$\rho_{00} = \left( \frac{4}{3} \pi r_0^3 \right)^{-1} \quad \text{com } r_0 = 1,18 \text{ fm} \quad (1.2.1)$$

O afastamento dos núcleos reais em relação à matéria nuclear infinita é salientado pelos diversos termos corretivos da energia de volume, introduzidos pelas diversas fórmulas de massa. Com tais modificações, se obtém um fluido que serve de matéria-prima para a confecção dos diversos modelos teóricos, que visam descrever as propriedades e comportamentos coletivos do núcleo atômico. Todos estes modelos se enquadram dentro de uma denominação genérica de Modelo Hidrodinâmico ou, às vezes, de Modelo da Gota Líquida, e tratam o núcleo como constituído de um único fluido.

O Modelo da Gotícula se inclui dentro desta classificação, mas trata o núcleo como constituído de uma mistura de dois fluidos interpenetrantes: um de prótons e outro de neutrons. Este grau de liberdade adicional, permite a melhor extensão para efeitos estáticos e dinâmicos, embora introduza pequena complexidade algébrica. Assim, por exemplo, o raio nuclear é obtido de um valor ponderado dos raios das distribuições de prótons e neutrons, usando suas respectivas densidades como pesos, ou seja,

$$R = \frac{\rho_N R_N + \rho_Z R_Z}{\rho_N + \rho_Z} \quad (1.2.2)$$

Para núcleos deformados, no estado fundamental, ou para núcleos que sofrem oscilações em torno da forma esférica de equilíbrio

devido a excitações externas, os raios e as densidades podem ser descritos em função dos valores na forma esférica, através das expressões:

$$R_i = R_{0i} \left( 1 + \sum_{\lambda} a_{\lambda}^i Y_{\lambda} \right) \dots \quad (1.2.3)$$

$$\rho_i = \rho_{0i} \left( 1 + \sum_{\lambda} b_{\lambda}^i N_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} \right) \quad (1.2.4)$$

onde  $i=N,Z$  e  $a_{\lambda}^i$  e  $b_{\lambda}^i$  indicam as amplitudes de oscilação para multipolo de ordem  $\lambda$ , para neutrons e prótons, respectivamente.

Os valores de  $R_{0i}$  e  $\rho_{0i}$  estão acoplados pelas relações,

$$\begin{aligned} N &= \frac{4}{3} \pi R_{0N}^3 \rho_{0N} = \frac{4}{3} \pi R_N^3 \rho_N \\ Z &= \frac{4}{3} \pi R_{0Z}^3 \rho_{0Z} = \frac{4}{3} \pi R_Z^3 \rho_Z \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

$$A = N + Z$$

e ligados ao Modelo da Gotícula pelas relações,

$$\begin{aligned} R_{0N} &= R_0 + \frac{Z}{A} t = R_0 \left( 1 + \frac{Z}{A} \eta \right) \\ R_{0Z} &= R_0 - \frac{N}{A} t = R_0 \left( 1 - \frac{N}{A} \eta \right) \\ \rho_{0N} &= \rho_0 \frac{N}{A} \left( 1 - 3 \frac{Z}{A} \eta \right) \end{aligned} \quad (1.2.6)$$

$$\rho_{0Z} = \rho_0 \frac{Z}{A} \left( 1 + 3 \frac{N}{A} \eta \right)$$

onde,

$$\eta = \frac{t}{R_0}$$

$$R_0 = \frac{\rho_{0N} R_{0N} + \rho_{0Z} R_{0Z}}{\rho_{0N} + \rho_{0Z}} \quad (1.2.7)$$

$$\rho_0 = \rho_{0N} + \rho_{0Z} = \rho_{00} (1 - 3 \bar{\epsilon})$$

sendo  $R_0$  e  $\rho_0$  o raio e a densidade nuclear na forma esférica de equilíbrio, respectivamente.

A fórmula de massa derivada do Modelo da Gotícula é já bastante consagrada. Seus resultados são notáveis na previsão da massa nuclear (com desvio médio  $< 1$  MeV), da energia de separação, do raio, da densidade<sup>71,72</sup> e da barreira de fissão<sup>73,74,75</sup>. Suas facilidades se estendem também para a previsão de propriedades nucleares não bem estabelecidas, tais como, as de núcleos muito afastados da linha de estabilidade beta e núcleos superpesados. Tais situações aparecem em cálculos de fissão<sup>75</sup> e em processos estelares de nucleossíntese<sup>76,77</sup>.

## CAPÍTULO II

### RESSONÂNCIA GIGANTE DE MULTIPOLO ELÉTRICO PELO MODELO DA GOTÍCULA

A aplicação do Modelo da Gotícula no tratamento da ressonância gigante foi feita pela primeira vez, em 1977, por Myers-Swiatecki et al<sup>52</sup> para dipolo elétrico. Além de fazerem uma previsão correta dos valores da energia de ressonância, de estimar a sua semilargura, o modelo descreveu as ressonâncias dipolares como resultado de contribuições complementares dos modos de oscilação de Steinwedel-Jensen e de Goldhaber-Teller. Isto é, na ressonância de cada núcleo, os modos não se excluem mas contribuem segundo uma taxa definida de mistura. O valor estimado para a taxa de mistura foi utilizado, a partir de 1978, por Pitthan, Buskirk et al<sup>35,78-80</sup> para ajustar os fatores de forma obtidos em experiências de espalhamento inelástico de elétrons, com bastante sucesso.

Outra aplicação interessante foi para calcular o desdobramento do pico de ressonância dipolar elétrica de núcleos deformados, em 1982, feita por V.P.Sinichkin e L.Sh.Shekhter<sup>81</sup>.

Com o aumento de observações de ressonância de quadrupolo, octupolo e hexadecapolo, ficou mais confiável a fixação da fenomenologia e possível abordagem de algumas questões que estavam em

aberto como, a forma de dependência em  $A$  da energia de ressonância, o comportamento da semilargura, os valores da taxa de mistura dos modos SJ e GT e sua variação com a multipolaridade, a possibilidade de descrever as ressonâncias isoscalares e isovetoriais num único formalismo, e a validade da extensão da aplicação do modelo da Gotícula para modos de oscilação maior que dipolar.

Assim, a generalização do modelo de Myers-Swiatecki et al<sup>52</sup> deve ser feita em tres sentidos. Primeiramente, buscando a descrição de modos de oscilação de qualquer multipolaridade; em segundo lugar, introduzindo refinamentos de cálculo, como por exemplo, a inclusão da contribuição das energias Coulombiana, de simetria, de superfície e termos de ordem superior nas variações dos parâmetros  $\epsilon, \delta$  e  $\tau$ ; e em terceiro lugar, estendendo o acoplamento dos modos GT e SJ para  $\lambda > 1$ , abrangendo as ressonâncias isoscalares e isovetoriais. Estudar ainda o efeito do acoplamento SJ-GT sobre a semilargura, abordado no Cap.IV.

## 2.1 - MODOS DE RESSONÂNCIA

Para pequenas oscilações em torno da forma de equilíbrio, os modos coletivos de movimento para  $2^\lambda$ -polo ( $\lambda \neq 0$ ) podem ser parametrizados da seguinte maneira:

a) - MODO DE GOLDBABER-TELLER (GT)<sup>19</sup>

Convencionando chamar de Modo GT a oscilação da posição da superfície nuclear, sem alterar a densidade, na forma,



$$\text{GT} \begin{cases} R(\theta, \phi, t) = R_0 \left( 1 + \sum_{\lambda\mu} a_{\lambda\mu}(t) Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \right) \\ \rho = \rho_0 = \text{constante} & r < R(\theta, \phi, t) \\ \rho = 0 & r > R(\theta, \phi, t) \end{cases} \quad (2.2.1)$$

b) - MODO DE STEINWEDEL-JENSEN (SJ)<sup>20</sup>

Convencionando chamar de Modo SJ a oscilação da densidade, sem alterar a posição da superfície nuclear, na forma,

$$\text{SJ} \begin{cases} \rho(r, \theta, \phi, t) = \rho_0 \left( 1 + \sum_{\lambda\mu} c_{\lambda\mu}(t) j_{\lambda}(k_{\lambda}r) Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \right) \\ R = R_0 = \text{constante} \end{cases} \quad (2.1.2)$$

Para se ter uma imagem física dos modos de oscilação acima definidos, a Figura 2.1.1 indica, para o caso dipolar, as variações de configuração do raio e densidades nucleares, no tempo. Obviamente que esta descrição não é válida para a oscilação de Monopolo, devido à impossibilidade da posição da superfície nuclear oscilar sem desacoplar da oscilação da densidade. Além disso, a oscilação da região difusa superficial pode ser importante, conforme é ilustrado pela Figura 2.1.2. A adaptação do modelo da Gotícula para as oscilações de monopolo é descrita no Apêndice A, como oscilações da espessura da superfície nuclear.

Para a descrição do fenômeno da ressonância gigante  $2^{\lambda}$ -polo, incluindo os modos GT e SJ, definidos em (2.1.1) e (2.1.2), a Hamiltoniana  $H$  do sistema é constituída dos termos de energia cinética  $T$  e

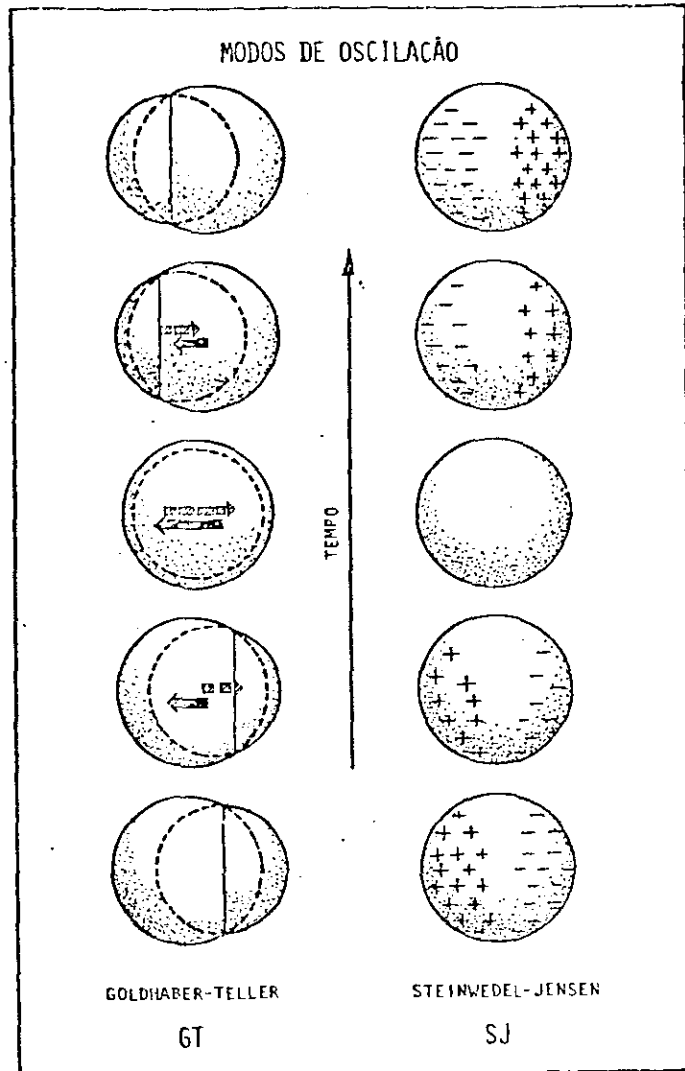


Figura 2.1.1 - Variação do raio e densidade nucleares, no tempo, durante a ressonância gigante

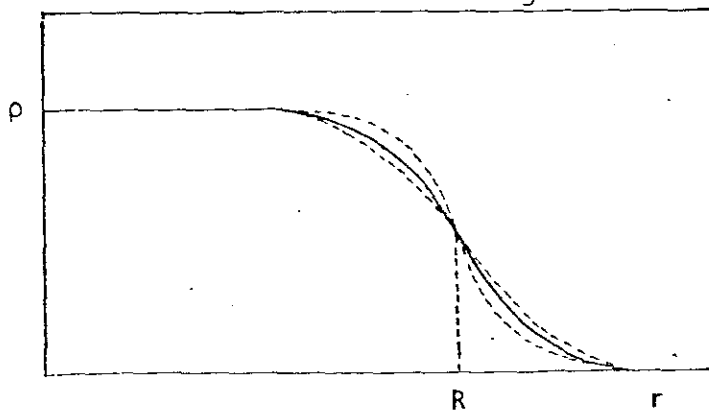


Figura 2.1.2 - Oscilação da região superficial difusa do núcleo

da energia potencial  $U$ , escritos em função das variáveis dinâmicas  $a_{\lambda\mu}(t)$  e  $c_{\lambda\mu}(t)$ , ou de suas combinações.

A solução da equação de autovalores, obtida do modelo de oscilações harmônicas, permite obter valores da energia de ressonância e da taxa de mistura dos modos GT e SJ. Estendendo a mesma linguagem, é possível também estimar valores da semilargura.

## 2.2 - ENERGIA CINÉTICA

Quando a oscilação é pequena, pode-se calcular a energia cinética associada, supondo que a corrente de matéria é de um fluido irrotacional, através de,

$$T = \frac{m^*}{2} \int_{\text{vol}} \rho_0 \cdot (\vec{v}_{\text{GT}} + \vec{v}_{\text{SJ}})^2 dv \quad (2.2.1)$$

onde,

$$\begin{aligned} \vec{v}_{\text{GT}} &= -\vec{\nabla}\phi_{\text{GT}} \\ \vec{v}_{\text{SJ}} &= -\vec{\nabla}\phi_{\text{SJ}} \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

e os potenciais de velocidade respectivos, dados por,

$$\phi_{\text{GT}} = \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{\lambda} R_0^2 a_{\lambda\mu} \left(\frac{r}{R_0}\right)^\lambda Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \quad (2.2.3)$$

$$\phi_{\text{SJ}} = \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{k_\lambda^2} c_{\lambda\mu} j_\lambda(k_\lambda r) Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \quad (2.2.4)$$

As expressões de  $\phi_{GT}$  e  $\phi_{SJ}$  são obtidas das correspondentes equações diferenciais que descrevem as vibrações superficiais e de densidade, através da equação da continuidade.

Embora a obtenção das soluções e o detalhamento do cálculo sejam convencionais, por razões de registro e facilidade de posterior utilização, eles serão explicitados neste trabalho.

Assim, para o modo de Goldhaber-Teller, tem-se,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}_{GT}) = 0 \quad \text{com } \vec{v}_{GT} = -\vec{\nabla} \phi_{GT} \quad (2.2.5)$$

Como neste caso,  $\rho = \text{constante}$ ,  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ , e portanto,

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}_{GT}) = \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_{GT} = \rho \nabla^2 \phi_{GT} = 0, \text{ ou seja, } \nabla^2 \phi_{GT} = 0 \quad (2.2.6)$$

Como os pontos da superfície são descritos por  $R(\theta, \phi, t)$  dado por (2.1.1), o deslocamento, no tempo, deve obedecer à condição:

$$\frac{\partial R}{\partial t} = v_r \Big|_{r=R_0} = \left( \frac{\partial \phi_{GT}}{\partial r} \right)_{r=R_0}, \text{ ou seja,}$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} = R_0 \sum_{\lambda \mu} a_{\lambda \mu} Y_{\lambda \mu} \quad (2.2.7)$$

Para uma solução geral da equação (2.2.6) do tipo,

$$\phi_{GT} = \sum_{\lambda\mu} A_{\lambda\mu} \left( \frac{r}{R_0} \right)^\lambda Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \quad (2.2.8)$$

tem-se,

$$\frac{\partial \phi_{GT}}{\partial r} = \frac{1}{R_0^\lambda} \sum_{\lambda\mu} A_{\lambda\mu} \lambda r^{\lambda-1} Y_{\lambda\mu} \quad (2.2.9)$$

Igualando as expressões (2.2.7) e (2.2.9), obtêm-se o valor do coeficiente  $A_{\lambda\mu}$ , como sendo,

$$A_{\lambda\mu} = \frac{\hat{a}_{\lambda\mu}}{\lambda} R_0^2 \quad (2.2.10)$$

que substituído em (2.2.8) fornece a expressão da solução  $\phi_{GT}$  da forma (2.2.3).

Para o modo de Steinwedel-Jensen, definido em (2.1.2), a equação da continuidade se escreve,

$$\frac{\partial \rho_{SJ}}{\partial t} + \rho_0 \nabla^2 \phi_{SJ} = 0 \quad (2.2.11)$$

ou seja,

$$\nabla^2 \phi_{SJ} = - \sum_{\lambda\mu} \hat{c}_{\lambda\mu} j_\lambda Y_{\lambda\mu} \quad (2.2.12)$$

A solução que satisfaz esta equação pode ter a forma,

$$\phi_{SJ} = \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{k_\lambda^2} \dot{c}_{\lambda\mu} j_\lambda(k_\lambda r) Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \quad (2.2.13)$$

Com efeito, calculando o Laplaciano de  $\phi_{SJ}$ , tem-se

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\vec{\nabla} \phi_{SJ}) &= \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{k_\lambda^2} \dot{c}_{\lambda\mu} \nabla^2 (j_\lambda Y_{\lambda\mu}) = \sum_{\lambda\mu} \frac{\dot{c}_{\lambda\mu}}{k_\lambda^2} (-k_\lambda^2 j_\lambda Y_{\lambda\mu}) = \\ &= \sum_{\lambda\mu} \dot{c}_{\lambda\mu} j_\lambda Y_{\lambda\mu} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.2.14)$$

pois,

$$\nabla^2 (j_\lambda Y_{\lambda\mu}) + k_\lambda^2 (j_\lambda Y_{\lambda\mu}) = 0 \quad (2.2.15)$$

As condições de contorno impõem que  $k_\lambda$  deve satisfazer a,

$$\left. \frac{dj_\lambda}{dx} \right|_{x=k_\lambda R_0} = 0, \text{ proveniente de } \hat{n} \cdot \vec{\nabla} \phi_{SJ} \Big|_{\text{sup}} = 0$$

Chamando  $\alpha_\lambda = k_\lambda R_0$ , tem-se que  $k_\lambda = \frac{\alpha_\lambda}{R_0}$  onde  $\alpha_\lambda$  deve satisfazer as relações:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\lambda}{\alpha_\lambda} j_\lambda(\alpha_\lambda) - j_{\lambda+1}(\alpha_\lambda) &= 0 \\ j_{\lambda-1}(\alpha_\lambda) - \frac{\lambda+1}{\alpha_\lambda} j_\lambda(\alpha_\lambda) &= 0 \\ \lambda j_{\lambda-1}(\alpha_\lambda) - (\lambda+1) j_{\lambda+1}(\alpha_\lambda) &= 0 \end{aligned} \right. \quad (2.2.16)$$

Onde,  $j_\lambda$  = função esférica de Bessel de ordem  $\lambda$

$\lambda$  = ordem da função de Bessel, associada à multipolaridade da ressonância

$\alpha_\lambda$  = raízes da função de Bessel que satisfazem à condição de contorno citada anteriormente e as relações dadas em (2.2.16) (isto pode ser obtido numericamente)

Retornando à expressão da Energia Cinética  $T$ , tem-se,

$$\begin{aligned} T &= \frac{m^*}{2} \rho_0 \int_{\text{vol}} \left[ (\vec{v}_{\text{GT}})^2 + 2 (\vec{v}_{\text{GT}} \cdot \vec{v}_{\text{SJ}}) + (\vec{v}_{\text{SJ}})^2 \right] dV = \\ &= T_{\text{GT-GT}} + T_{\text{GT-SJ}} + T_{\text{SJ-SJ}} \end{aligned} \quad (2.2.17)$$

Lembrando as expressões (2.2.3), (2.2.4) e substituindo na fórmula (2.2.17), desenvolvida termo a termo, obtém-se,

a)  $T_{\text{GT-GT}}$

$$\begin{aligned} T_{\text{GT-GT}} &= \frac{m^*}{2} \rho_0 \int_{\text{vol}} (\vec{v}_{\text{GT}})^2 dV = \\ &= \frac{m^*}{2} \rho_0 \int_{\text{vol}} (\vec{\nabla} \phi_{\text{GT}}) \cdot (\vec{\nabla} \phi_{\text{GT}}) dV = \\ &= \frac{m^*}{2} \rho_0 R_0^5 \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{\lambda} | \dot{a}_{\lambda\mu} |^2 \end{aligned} \quad (2.2.18)$$

Isto porque,

$$\begin{aligned}
 \vec{\nabla}\phi_{GT} &= \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{\lambda} R_0^{2-\lambda} \dot{a}_{\lambda\mu} \vec{\nabla}(r^\lambda Y_{\lambda\mu}) = \\
 &= \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{\lambda} R_0^{2-\lambda} \dot{a}_{\lambda\mu} \left(\frac{\lambda}{2\lambda+1}\right)^{1/2} (2\lambda+1) r^{\lambda-1} \cdot \\
 &\cdot \sum_m \langle \lambda-1 \ 1 \ \mu-m \ m | \lambda\mu \rangle Y_{\lambda-1\mu-m} \xi_m \quad (2.2.19)
 \end{aligned}$$

Tomando o gradiente , substituindo na expressão (2.2.18) e tendo em vista as propriedades de ortonormalidade dos coeficientes de Clebsch-Gordan e das funções Harmônicas Esféricas, obtém-se,

$$\begin{aligned}
 \int_{vol} |\vec{\nabla}\phi_{GT}|^2 dV &= \sum_{\lambda} \frac{2\lambda+1}{\lambda} R_0^{4-2\lambda} |\dot{a}_{\lambda\mu}|^2 \int_0^{R_0} r^{2\lambda-2} r^2 dr = \\
 &= \sum_{\lambda} \frac{1}{\lambda} R_0^5 |\dot{a}_{\lambda\mu}|^2 \quad (2.2.20)
 \end{aligned}$$

b)  $T_{GT-SJ}$

O segundo termo de (2.2.17) fornece,

$$\begin{aligned}
 T_{GT-SJ} &= m^* \rho_0 \int_{vol} (\vec{\nabla}\phi_{GT}) \cdot (\vec{\nabla}\phi_{SJ}) dV = \\
 &= m^* \rho_0 \left( \int_{sup} \hat{n} \cdot (\phi_{GT} \vec{\nabla}\phi_{SJ}) dS - \int_{vol} \phi_{GT} (\nabla^2 \phi_{SJ}) dV \right)
 \end{aligned}$$



Chamando de  $x = k_\lambda r$  e lembrando que,

$$\nabla^2 \phi_{SJ} = -k_\lambda^2 \phi_{SJ} \quad (2.2.21)$$

tem-se,

$$\begin{aligned} T_{GT-SJ} &= m^* \rho_0 \sum_{\mu\lambda} \sum_{\mu'\lambda'} \int_{vol} \left( \frac{1}{\lambda} R_0^2 \left(\frac{r}{R_0}\right)^\lambda j_\lambda(k_\lambda r) \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot Y_{\lambda\mu} Y_{\lambda'\mu'} \dot{a}_{\lambda\mu} \dot{c}_{\lambda'\mu'} \right) dV = \\ &= m^* \rho_0 R_0^5 \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{\lambda} \frac{1}{\alpha^{\lambda+3}} \int_0^{\alpha\lambda} x^{\lambda+2} j_\lambda(x) dx \dot{a}_{\lambda\mu} \dot{c}_{\lambda\mu} \end{aligned} \quad (2.2.22)$$

c)  $T_{SJ-SJ}$

O terceiro termo fornece,

$$\begin{aligned} T_{SJ-SJ} &= \frac{m^*}{2} \rho_0 \int_{vol} (\vec{\nabla} \phi_{SJ})^2 dV = \\ &= -\frac{m^*}{2} \rho_0 \int_{vol} \phi_{SJ} \nabla^2 \phi_{SJ} dV = \\ &= \frac{m^*}{2} \rho_0 \int_{vol} \phi_{SJ} k_\lambda^2 \phi_{SJ} dV = \\ &= \frac{m^*}{2} \rho_0 \int_{vol} \sum_{\lambda\mu} \sum_{\lambda'\mu'} \frac{1}{k_\lambda^2} j_\lambda(k_\lambda r) j_{\lambda'}(k_{\lambda'} r) \cdot \\ &\quad \cdot Y_{\lambda\mu} Y_{\lambda'\mu'} \dot{c}_{\lambda\mu} \dot{c}_{\lambda'\mu'} dV = \end{aligned}$$

$$T_{\text{SJ-SJ}} = \frac{m^*}{2} \rho_0 \sum_{\lambda\mu} \left( R_0^5 \int_0^{\alpha_\lambda} \frac{1}{\alpha_\lambda} x^2 \{j_\lambda(x)\}^2 dx \right) |\dot{c}_{\lambda\mu}|^2 \quad (2.2.23)$$

Substituindo as expressões (2.2.18), (2.2.22) e (2.2.23) na expressão da energia cinética (2.2.17), obtém-se,

$$T = \frac{m^*}{2} \rho_0 R_0^5 \sum_{\lambda\mu} \frac{1}{\lambda} |\dot{a}_{\lambda\mu}|^2 + \frac{2}{\lambda} \frac{1}{\alpha_\lambda^{\lambda+3}} \left( \int_0^{\alpha_\lambda} x^{\lambda+2} j_\lambda(x) dx \right) \cdot \dot{a}_{\lambda\mu} \dot{c}_{\lambda\mu} + \frac{1}{\alpha_\lambda^5} \left( \int_0^{\alpha_\lambda} x^2 \{j_\lambda(x)\}^2 dx \right) |\dot{c}_{\lambda\mu}|^2 \quad (2.2.24)$$

Como os modos GT e SJ devem estar acoplados dentro do espaço nuclear, existem condições de contorno que impõem relações entre as variáveis dinâmicas  $a_{\lambda\mu}(t)$  e  $c_{\lambda\mu}(t)$ , além da condição de normalização. Tais relações podem ser obtidas, por exemplo, partindo da definição do momento  $2^\lambda$ -polo elétrico, como sendo,

$$Q = \int dV \left( \rho(r) r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \right) \quad (2.2.25)$$

No caso do núcleo esférico, não existe um eixo preferencial de quantização, e assim, pode-se tomar as componentes  $\mu=0$  como relevantes em  $a_{\lambda\mu}$  e  $c_{\lambda\mu}$ . No caso de núcleo deformado, devem ser consideradas todas as componentes e um eixo de referência. Assim, pode-se introduzir uma simplificação, definindo:

$$\begin{aligned}
 a_\lambda &= a_{\lambda 0} \\
 b_\lambda &= \frac{c_{\lambda 0}}{N_\lambda}
 \end{aligned}
 \tag{2.2.26}$$

onde a constante de normalização  $N_\lambda$  é definida de tal modo que os momentos de  $2^\lambda$ -polo elétricos sejam iguais para  $a_\lambda = b_\lambda$ . Isto significa,

$$Q_{GT}^\lambda = Q_{SJ}^\lambda
 \tag{2.2.27}$$

Substituindo em (2.2.25) as expressões correspondentes aos modos GT e SJ e integrando, tem-se,

$$\begin{aligned}
 Q_{GT}^\lambda &= \rho_0 R_0^{\lambda+3} a_\lambda \\
 Q_{SJ}^\lambda &= \rho_0 R_0^{\lambda+3} \frac{1}{\alpha_\lambda^{\lambda+3}} \int_0^{\alpha_\lambda} x^{\lambda+2} j_\lambda(x) dx c_{\lambda 0}
 \end{aligned}
 \tag{2.2.28}$$

Igualando os momentos de multipolo e lembrando (2.2.26), obtém-se a constante de normalização,

$$N_\lambda = \frac{\alpha_\lambda^{\lambda+3}}{\int_0^{\alpha_\lambda} x^{\lambda+2} j_\lambda(x) dx} = \frac{\alpha_\lambda}{j_{\lambda+1}(\alpha_\lambda)} = \frac{(\lambda+1) \alpha_\lambda}{\lambda j_{\lambda-1}(\alpha_\lambda)}
 \tag{2.2.29}$$

onde foram usadas as propriedades das funções esféricas de Bessel,

$$\int_0^{\alpha_\lambda} x^2 \{j_\lambda(x)\}^2 dx = \frac{\alpha_\lambda^3}{2} \left\{ \{j_\lambda(\alpha_\lambda)\}^2 - j_{\lambda-1}(\alpha_\lambda) j_{\lambda+1}(\alpha_\lambda) \right\}$$

$$\int_0^{\alpha_\lambda} x^{\lambda+1} j_{\lambda-1}(x) dx = \alpha_\lambda^{\lambda+1} j_\lambda(\alpha_\lambda) \quad (\lambda > 1) \quad (2.2.30)$$

Levando estes resultados na expressão da energia cinética (2.2.24) e deixando de escrever os símbolos de somatório, por simplicidade de notação e também porque se calcula para cada multipolo em separado, obtêm-se,

$$T = \frac{m^*}{2} \rho_0 R_0^5 \left\{ \frac{1}{\lambda} |\dot{a}_\lambda|^2 + \frac{2}{\lambda} \dot{a}_\lambda B_\lambda + \frac{1}{2\lambda^2} \{ \alpha_\lambda^{2-\lambda(\lambda+1)} \} |B_\lambda|^2 \right\} \quad (2.2.31)$$

Considerando, separadamente, as parcelas de energia cinética associadas aos nêutrons ( $T_N$ ) e prótons ( $T_Z$ ) e introduzindo uma mudança de variáveis, impondo as relações,

$$\begin{aligned} x_\lambda &= \frac{Z}{A} \left( 1 - \frac{N}{A} \eta \right) a_\lambda^Z + \frac{N}{A} \left( 1 + \frac{Z}{A} \eta \right) a_\lambda^N \\ y_\lambda &= \left( 1 + \frac{Z}{A} \eta \right) a_\lambda^N - \left( 1 - \frac{N}{A} \eta \right) a_\lambda^Z \end{aligned} \quad (2.2.32)$$

$$u_\lambda = \frac{Z}{A} \left( 1 - \frac{N}{A} \eta \right) b_\lambda^Z + \frac{N}{A} \left( 1 + \frac{Z}{A} \eta \right) b_\lambda^N$$

$$v_\lambda = b_\lambda^N - b_\lambda^Z$$

onde,  $\eta = \frac{t}{R_0} = \frac{r_0}{R_0} \tau \quad (2.2.33)$

Estas relações, para as variáveis dinâmicas  $a_\lambda$  e  $b_\lambda$  se escrevem

$$a_{\lambda}^N = \left( 1 - \frac{Z}{A} \eta \right) \left( x_{\lambda} + \frac{Z}{A} y_{\lambda} \right)$$

$$a_{\lambda}^Z = \left( 1 + \frac{N}{A} \eta \right) \left( x_{\lambda} - \frac{N}{A} y_{\lambda} \right)$$

(2.2.34)

$$b_{\lambda}^N = u_{\lambda} + \frac{Z}{A} \left( 1 - \frac{N}{A} \eta \right) v_{\lambda}$$

$$b_{\lambda}^Z = u_{\lambda} - \frac{N}{A} \left( 1 + \frac{Z}{A} \eta \right) v_{\lambda}$$

A introdução destas novas variáveis visa a separação do Hamiltoniano que descreve as oscilações, segundo os modos de vibração em fase e em contrafase, correspondentes a combinações dos modos de oscilação de Goldhaber-Teller e de Steinwedel-Jensen. Em termos de representação gráfica, a Figura (2.2.1) mostra a correspondência entre as variáveis e os modos de oscilação, na forma matricial.

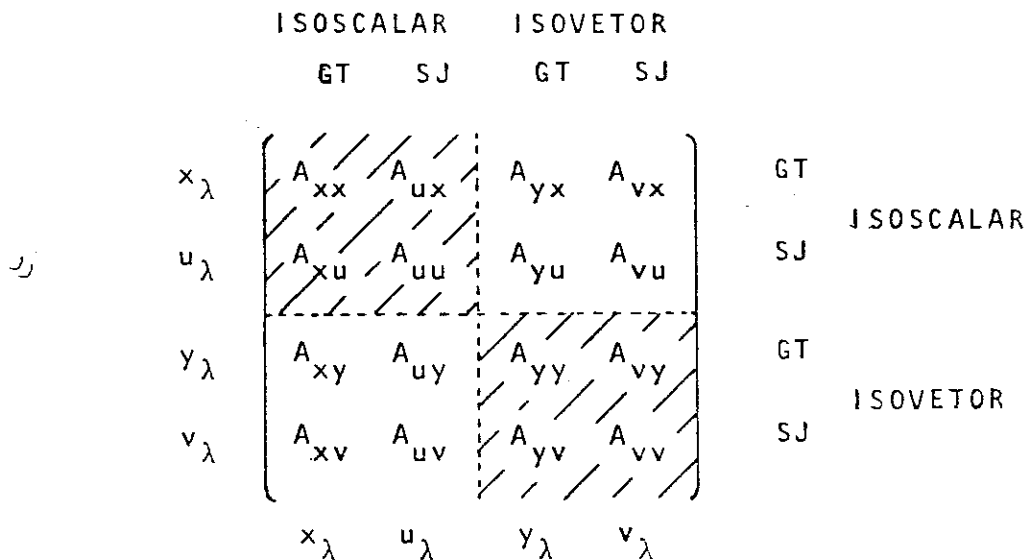


Fig.2.2.1-Correspondência entre as variáveis dinâmicas e os modos de oscilação Isoscalar e Isoveter

Outro ponto importante é impor, para  $\lambda=1$ , uma condição para evitar a contribuição do centro de massa na energia de ressonância.

Explicitamente, esta condição se escreve,

$$dR_{CM} = d \left[ \int_0^{R_N} \rho_N r \cos\theta \, dV + \int_0^{R_Z} \rho_Z r \cos\theta \, dV \right] = 0 \quad (2.2.35)$$

Como,

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \left( \frac{4\pi}{3} \right)^{1/2} Y_{10} \\ R_i &= R_{0i} \left( 1 + \sum_{\lambda\mu} a_\lambda^i Y_{\lambda\mu} \right) \\ \rho_i &= \rho_{0i} \left( 1 + \sum_{\lambda\mu} b_\lambda^i N_\lambda j_\lambda Y_{\lambda\mu} \right) \quad (i=N,Z) \end{aligned} \quad (2.2.36)$$

substituindo em (2.2.35) e realizando as operações para  $\lambda=1$ , obtêm-se,

$$dR_{CM} = d \left[ \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{1/2} A R_0 (x_1 + u_1) \right] = 0$$

ou seja, a condição é expressa pela relação,

$$(x_\lambda + u_\lambda) = 0 \quad \text{para } \lambda=1 \quad (2.2.37)$$

Esta condição de vínculo para o caso dipolar, reduz a dimensão da matriz T de (4x4) para (3x3).

Substituindo as expressões (2.2.34) em (2.2.31), realizando as operações e colocando sob a forma da matriz ilustrada na Figura

2.2.1 , para

$$T = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{1}{2} \langle \vec{r} | B | \vec{r} \rangle \quad (2.2.38)$$

$$\vec{r} = ( \dot{x}_\lambda , \dot{y}_\lambda , \dot{z}_\lambda ) .$$

obtêm-se a matriz do Parâmetro de Inércia B sob a forma,

$$B = B_0 \begin{pmatrix} \frac{1}{\lambda}(1+2\varepsilon) & \frac{1}{\lambda}(1+2\varepsilon) & 0 & 0 \\ \frac{1}{\lambda}(1+2\varepsilon) & \frac{1}{2\lambda^2} \{ \alpha_\lambda^2 - \lambda(\lambda+1) \} (1+2\varepsilon) & \frac{1}{\lambda} \frac{NZ}{A^2} (\eta+2\varepsilon) & \frac{1}{2\lambda^2} \frac{NZ}{A^2} \{ \alpha_\lambda^2 - \lambda(\lambda+1) \} (\eta+2\varepsilon) \\ 0 & \frac{1}{\lambda} \frac{NZ}{A^2} (\eta+2\varepsilon) & \frac{1}{\lambda} \frac{NZ}{A^2} (1+2\varepsilon) & \frac{1}{\lambda} \frac{NZ}{A^2} (1+2\varepsilon - \frac{N-Z}{A} \eta) \\ 0 & \frac{1}{2\lambda^2} \{ \alpha_\lambda^2 - \lambda(\lambda+1) \} \frac{NZ}{A^2} (\eta+2\varepsilon) & \frac{1}{\lambda} \frac{NZ}{A^2} (1+2\varepsilon - \frac{N-Z}{A} \eta) & \frac{1}{2\lambda^2} \{ \alpha_\lambda^2 - \lambda(\lambda+1) \} \cdot \frac{NZ}{A^2} \cdot (1+2\varepsilon - 2 \frac{N-Z}{A} \eta) \end{pmatrix}$$

(2.2.39)

onde,

$$B_0 = m^* r_0^2 A^{5/3}$$

$m^*$  = massa efetiva do nucleon = k.m

$$r_0 = 1,18 \text{ fm}$$

$$m = 931,5016 \text{ MeV}$$

k = parâmetro ajustável empiricamente e depende de  $\lambda$

A expressão (2.2.39) para  $\lambda=1$ ,  $N=2$  e  $\varepsilon = \delta = \tau = 0$ , reproduz os resultados obtidos por Myers-Swiatecki-Kodama et al<sup>52</sup>, indicando, pelo menos formalmente, que a generalização tem consistência.

### 2.3 - ENERGIA POTENCIAL

A energia potencial devido às oscilações nucleares pode ser obtida, utilizando-se o Modelo da Gotícula, onde os diversos termos devem ser expressos até variações de segunda ordem nas grandezas  $\varepsilon$ ,  $\delta$  e  $\tau$ .

Dos termos que contribuem para o potencial, sô foram consideradas as flutuações da energia de volume  $E_V$ , da energia de superfície  $E_S$ , da energia Coulombiana  $E_C$  e de simetria. Os termos relacionados com a correção de camadas, emparelhamento, compressibilidade e deformação não foram, no trabalho, considerados, por motivos de simplicidade.

As variações dos parâmetros  $\varepsilon$ ,  $\delta$  e  $\tau$ , podem ser estimadas, em primeira ordem, por uma contribuição média, acrescida de uma flutuação local, ou seja,

$$d\varepsilon = d(\bar{\varepsilon} + \tilde{\varepsilon}) = d\bar{\varepsilon} + d\tilde{\varepsilon} \approx d\bar{\varepsilon}$$

$$d\delta = d(\bar{\delta} + \tilde{\delta}) = d\bar{\delta} + d\tilde{\delta} \approx d\bar{\delta} \quad (2.3.1)$$

$$d\tau = d\bar{\tau}/r_0$$



Estas variações, excetuando o caso de monopolo, podem ser consideradas como sendo somente o termo de variação local, devido ao fato das flutuações locais se anularem quando integradas em todo o volume nuclear.

As flutuações locais, tendo em vista as relações (1.1.1), (1.1.2) e (1.1.3) e lembrando das expressões (1.2.6) e (1.2.7), ficam,

$$\begin{aligned} d\epsilon &= d\bar{\epsilon} = d\left(-\frac{1}{3} \frac{\rho - \rho_{00}}{\rho_{00}}\right) = \\ &= \frac{1}{3} \frac{\rho_{0N}}{\rho_{00}} N_{\lambda} \left[ \frac{N}{A} \left(1 - 3\frac{Z}{A}\eta\right) b_{\lambda}^N j_{\lambda} Y_{\lambda} + \frac{Z}{A} \left(1 + 3\frac{N}{A}\eta\right) b_{\lambda}^Z j_{\lambda} Y_{\lambda} \right] = \\ &= -\frac{1}{3} (1-3\epsilon) N_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} \left[ u_{\lambda} - 4\frac{NZ}{A^2}\eta v_{\lambda} \right] \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

$$\begin{aligned} d\delta &= d\left(\frac{\rho_N - \rho_Z}{\rho_N + \rho_Z}\right) = 2 \frac{\rho_{0N} \cdot \rho_{0Z}}{(\rho_0 + \delta\rho)^2} N_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} v_{\lambda} = \\ &= 2 \frac{NZ}{A^2} \left(1 + 3\frac{N-Z}{A}\eta\right) N_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} v_{\lambda} - 4\frac{NZ}{A^2} \left[ \left(1 + 3\frac{N-Z}{A}\eta\right) u_{\lambda} v_{\lambda} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{NZ}{A^2} \left(1 + 5\frac{N-Z}{A}\eta\right) v_{\lambda}^2 \right] N_{\lambda}^2 j_{\lambda}^2 Y_{\lambda}^2 \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

$$d\tau = d\left(\frac{t}{r_0}\right) = \frac{1}{r_0} (dR_N - dR_Z) = A^{1/3} (1+\epsilon) Y_{\lambda} Y_{\lambda} \quad (2.3.4)$$

Para o cálculo da variação da energia potencial em relação à situação de equilíbrio, devido às oscilações, é feito utilizando a expressão da energia total do Modelo da Gotícula de Myers-Swiatecki,

desenvolvido em 1974 para formas arbitrárias de núcleo<sup>67</sup>, tomando variações até 2ª ordem em  $\epsilon$ ,  $\delta$  e  $\tau$ . Assim, tomando só os termos passíveis de variação, tem-se,

$$U = \rho_{00} \int_V \left[ J (d\delta)^2 + \frac{1}{2} K (d\bar{\epsilon})^2 \right] dV + \frac{1}{3} \rho_{00} r_0 \int_S \left[ H (d\tau)^2 + 2 P d\tau d\delta - G (d\delta)^2 \right] dS + A^{2/3} a_2 (1+2\bar{\epsilon}) dB_S + dE_C \quad (2.3.5)$$

Por questões de clareza, o cálculo será indicado termo a termo e resumidamente. Para o cálculo dos termos envolvendo  $dS$ ,  $dB_S$ ,  $dB_C$ , é necessário a determinação da variação  $\delta R$  do raio nuclear, com as oscilações de densidade e de forma.

Com efeito, desenvolvendo em série de Taylor em torno de  $R_0$  e  $\rho_0$ , até termos de 2ª ordem, e realizando as operações, tem-se,

$$\delta R = R_0 \left( \frac{NZ}{A^2} \eta N_\lambda j_\lambda v_\lambda + x_\lambda - 3 \frac{NZ}{A^2} \eta y_\lambda \right) Y_\lambda + \left( - \frac{NZ}{A^2} \eta N_\lambda^2 j_\lambda^2 u_\lambda v_\lambda + \frac{NZ}{A^2} (1 - 3 \frac{N-Z}{A} \eta) N_\lambda j_\lambda v_\lambda y_\lambda \right) Y_\lambda^2 \quad (2.3.6)$$

1º TERMO:

$$J \rho_{00} \int_V (d\delta)^2 dV = \rho_{00} J \int_V \left[ 2 \frac{NZ}{A^2} (1 + 3 \frac{N-Z}{A} \eta) N_\lambda j_\lambda Y_\lambda v_\lambda \right]^2 dV = \frac{3}{2\pi} J A \left( \frac{NZ}{A^2} \right)^2 (1 + 6 \frac{N-Z}{A} \eta + 3\epsilon) \left( \frac{\alpha_\lambda}{\lambda} \right)^2 \{ \alpha_\lambda^2 - \lambda(\lambda+1) \} v_\lambda^2 \quad (2.3.7)$$

2º TERMO:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} K \rho_{00} \int_V (d\bar{\epsilon})^2 dV &= \frac{1}{2} K \rho_{00} \int_V \left[ -\frac{1}{3}(1-3\epsilon) N_\lambda j_\lambda Y_\lambda \cdot \right. \\ &\cdot \left. \left( u_\lambda - 4\frac{NZ}{A^2}\eta v_\lambda \right) \right]^2 dV = \\ &= \frac{1}{48\pi} K A (1-3\epsilon) \left(\frac{\alpha_\lambda}{\lambda}\right)^2 \{ \alpha_\lambda^{2-\lambda} (\lambda+1) \} (u_\lambda^2 - 8\frac{NZ}{A^2}\eta v_\lambda u_\lambda) \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

3º TERMO:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} H \rho_{00} r_0 \int_S (d\tau)^2 dS &= \frac{1}{3} H \rho_{00} r_0 \int_S \left[ A^{1/3} (1+\epsilon) v_\lambda Y_\lambda \right]^2 dS = \\ &= \frac{1}{4\pi} H A^{4/3} (1+4\epsilon) Y_\lambda^2 \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

4º TERMO:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} P \rho_{00} r_0 \int_S (d\delta) (d\tau) dS &= \frac{2}{3} P \rho_{00} r_0 \int_S \left\{ \frac{2NZ}{A^2} (1+3\frac{N-Z}{A}\eta) \cdot \right. \\ &\cdot \left. N_\lambda j_\lambda Y_\lambda v_\lambda \right\} \left[ A^{1/3} (1+\epsilon) Y_\lambda Y_\lambda \right] dS = \\ &= \frac{1}{\pi} P A \frac{NZ}{A^2} (1+3\frac{N-Z}{A}\eta+3\epsilon) \left(\frac{\alpha_\lambda}{\lambda}\right)^2 Y_\lambda v_\lambda \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

5º TERMO:

$$-\frac{1}{3} G \rho_{00} r_0 \int_S (d\delta)^2 dS = -\frac{1}{\pi} G \rho_{00} r_0 \int_S \left\{ \frac{2NZ}{A^2} (1+3\frac{N-Z}{A}\eta) \cdot \right.$$

$$\begin{aligned} & \cdot N_\lambda j_\lambda Y_\lambda v_\lambda \Big)^2 dS = \\ & = - \frac{1}{\pi} G A^{2/3} \left( \frac{NZ}{A^2} \right)^2 \left( 1 + 6 \frac{N-Z}{A} \eta + 2\epsilon \right) \left( \frac{\alpha_\lambda}{\lambda} \right)^2 v_\lambda^2 \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

6º TERMO:

$A^{2/3} a_2 (1+2\epsilon) dB_S$ , onde  $dB_S$  indica a deformação da superfície nuclear e é calculada, em relação à forma esférica, de uma forma geral, através de,

$$dB_S = \frac{1}{4\pi R_0^2} \left( \int_S dS - 4\pi R_0^2 \right) \quad (2.3.12)$$

onde,

$$\begin{aligned} \int_S dS &= \int \left\{ 1 + \frac{1}{\bar{R}^2} \left( R_0 \cdot \beta_\lambda \cdot \frac{dY_\lambda}{d\theta} \right)^2 \right\}^{1/2} \cdot (\bar{R} + \delta\bar{R})^2 d\Omega = \\ &= \bar{R}^2 \left\{ 4\pi + \beta_\lambda^2 \left( \frac{2\lambda + \lambda(\lambda+1)}{2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

O valor de  $\bar{R}$  depende da redistribuição da matéria nuclear devido à deformação induzida pela excitação externa.

O raio definido por Myers-Swiatecki<sup>67</sup> é dado por,

$$R = \frac{\rho_N R_N + \rho_Z R_Z}{\rho_N + \rho_Z} \quad (2.3.14)$$

conserva o número de partículas até a primeira ordem em  $a_\lambda^i$  e  $b_\lambda^i$ .

O valor de  $\beta_\lambda$  em (2.3.13) é obtido com a condição de conservação do número de partículas no volume nuclear, em primeira ordem. Ou seja,

$$\int_V (\rho_N + \rho_Z) r^2 dr d\Omega = \frac{4\pi}{3} (\rho_{0N} + \rho_{0Z}) R_0^3 \quad (2.3.15)$$

onde,

$$R = \bar{R}(\beta_\lambda) (1 + \beta_\lambda y_\lambda) \quad (2.3.16)$$

$$\bar{R}(\beta_\lambda) = R_0 \left( 1 - \frac{1}{4\pi} \beta_\lambda^2 \right)$$

Tendo-se em vista as expressões de  $\rho_N$  e  $\rho_Z$ , utilizando a condição (2.3.15) e explicitando o valor de  $\beta_\lambda$  obtém-se,

$$\beta_\lambda \equiv \frac{N}{A} \left( 1 - 2 \frac{Z}{A} \eta \right) a_\lambda^N + \frac{Z}{A} \left( 1 + 2 \frac{N}{A} \eta \right) a_\lambda^Z + \frac{\alpha_\lambda^2}{\lambda} \left[ \frac{N}{A} \left( 1 - 2 \frac{Z}{A} \eta \right) \left( 1 - \frac{R_0}{R_{0N}} \right) b_\lambda^N + \right. \\ \left. + \frac{Z}{A} \left( 1 - 2 \frac{Z}{A} \eta \right) \left( 1 - \frac{R_0}{R_{0Z}} \right) b_\lambda^Z \right]$$

$$\beta_\lambda = x_\lambda + \frac{NZ}{A^2} \eta \left( \frac{\alpha_\lambda^2}{\lambda} v_\lambda - 3 y_\lambda \right) \quad (2.3.17)$$

com,

$$\bar{R}_N = R_{0N} \left[ 1 - \frac{1}{4\pi} (a_\lambda^N)^2 \right] \quad (2.3.18)$$

$$\bar{R}_Z = R_{0Z} \left[ 1 - \frac{1}{4\pi} (a_\lambda^Z)^2 \right]$$

Com o valor de  $\beta_\lambda$  dado por (2.3.17) e de  $\int dS$ , dado por (2.3.13) calcula-se o valor de  $dB_S$ , através da expressão (2.3.12). Portanto, realizando as operações algébricas, colocando em função das variáveis  $x_\lambda$ ,  $y_\lambda$ ,  $v_\lambda$ , e  $u_\lambda$  vem,

$$\begin{aligned}
 dB_S = \frac{1}{4\pi} & \left\{ \frac{(\lambda-1)(\lambda-2)}{2} x_\lambda^2 + 2 \left(\frac{\alpha_\lambda}{\lambda}\right) \frac{NZ}{A^2} \frac{(\lambda-1)(\lambda+2)-2}{2} \eta x_\lambda v_\lambda - \right. \\
 & - 3 \frac{NZ}{A^2} (\lambda-1)(\lambda+2) \eta x_\lambda y_\lambda - 2 \left(\frac{\alpha_\lambda}{\lambda}\right)^2 \frac{NZ}{A^2} \eta u_\lambda v_\lambda - \\
 & \left. - 2 \left(\frac{\alpha_\lambda}{\lambda}\right) \frac{NZ}{A^2} \eta u_\lambda y_\lambda + 2 \left(\frac{\alpha_\lambda}{\lambda}\right) \frac{NZ}{A^2} \left(1 + 2 \frac{N^2 - 2Z^2}{A^2} \eta\right) y_\lambda v_\lambda \right\}
 \end{aligned}
 \tag{2.3.19}$$

Desta forma, o termo associado à energia de superfície fica,

$$E_S = A^{2/3} a_2 (1+2\epsilon) dB_S
 \tag{2.3.20}$$

7º TERMO:

A variação da energia Coulombiana devido à deformação e redistribuição de carga nuclear pode ser expressa por,

$$dE_C = \frac{1}{2} \int_V \rho_Z(\vec{r}) \phi(\vec{r}) dV - \frac{1}{2} \int_V \rho_{0Z}(\vec{r}) \phi_0(\vec{r}) dV
 \tag{2.3.21}$$

onde.

$\phi_0$  = potencial eletrostático devido à densidade de prótons  $\rho_{0Z}$

$\rho_{0Z}$  = densidade de carga na forma esférica =  $\frac{3}{4\pi} \frac{Ze}{R_{0Z}^3}$

Supondo que a mudança de forma e de redistribuição de carga sejam pequenas, devido às oscilações nucleares, pode-se escrever

em primeira ordem,

$$\begin{aligned} \rho_Z &= \rho_{0Z} + \delta\rho_Z \\ \phi &= \phi_0 + \delta\phi \end{aligned} \quad (2.3.22)$$

Substituindo em (2.3.21) obtêm-se,

$$dE_C = \frac{1}{2} \int_V \rho_{0Z} \delta\phi \, dV + \frac{1}{2} \int_V \phi_0 \delta\rho_Z \, dV + \frac{1}{2} \int_V \delta\rho_Z \delta\phi \, dV \quad (2.3.23)$$

A variação de  $\delta\phi$  possui duas contribuições: uma devido à variação da densidade de carga e a segunda devido à deformação.

A primeira contribuição é obtida utilizando,

$$\nabla^2 \phi = -4\pi \rho_Z \quad (2.3.24)$$

então,

$$\nabla^2 (\delta\phi_1) = -4\pi (\delta\rho_Z) = -4\pi \rho_{0Z} \sum_{\lambda} N_{\lambda} b_{\lambda}^Z j_{\lambda} Y_{\lambda} \quad (2.3.25)$$

ou seja,

$$\delta\phi_1 = \frac{4\pi \rho_{0Z}}{k_{\lambda}^2} b_{\lambda}^Z N_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} \quad (2.3.26)$$

A contribuição devido à deformação pode ser obtida por,

$$\delta\phi_2 = \sum_{\lambda} Q_{\lambda} \frac{r^{\lambda}}{R_{0Z}^{\lambda+1}} Y_{\lambda} = \sum_{\lambda} \frac{4\pi \rho_{0Z} R_{0Z}^3}{2\lambda + 1} a_{\lambda}^Z \frac{r^{\lambda}}{R_{0Z}^{\lambda+1}} Y_{\lambda} \quad (r \leq R_{0Z}) \quad (2.3.27)$$

Então a variação  $\delta\phi$  é estabelecida por,

$$\delta\phi = \delta\phi_1 + \delta\phi_2 = 4\pi\rho_{0Z} \sum_{\lambda} \frac{1}{k_{\lambda}} b_{\lambda}^Z N_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} + 4\pi\rho_{0Z} \sum_{\lambda} \frac{R_{0Z}^3}{2\lambda+1} a_{\lambda}^Z \frac{r^{\lambda}}{R_{0Z}^{\lambda+1}} Y_{\lambda} \quad (2.3.28)$$

A contribuição dos dois primeiros termos de  $dE_C$ , em (2.3.23) deve ser calculada até termos de 2<sup>a</sup> ordem, pois os de primeira ordem são nulos devido ao fato de depender de  $\int_{\Omega} Y_{\lambda} d\Omega = 0$

Assim, tem-se,

$$dE_C = \int_V \phi_0 \delta\rho_Z dV + \frac{1}{2} \int_V \delta\rho_Z \delta\phi dV \quad (2.3.29)$$

uma vez que,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_V \rho_{0Z} \delta\phi dV &= \frac{1}{2} \int_V 4\pi \rho_{0Z} \frac{\delta\phi}{4\pi} dV = \frac{1}{2} \int_V (-\nabla^2 \phi_0) \frac{\delta\phi}{4\pi} dV = \\ &= \frac{1}{2} \int_V \phi_0 \left[ -\frac{1}{4\pi} \nabla^2 (\delta\phi) \right] dV = \frac{1}{2} \int_V \phi_0 \delta\rho_Z dV \end{aligned}$$

onde foi usada a integração por partes. (2.3.30)

Para a obtenção da variação da densidade  $\rho_Z$ , de forma geral e até termos de 2<sup>a</sup> ordem, pode ser utilizada a expansão segundo A. Bohr e B.Mottelson<sup>85</sup>, isto é,

$$\begin{aligned} \rho_Z &= \rho_{0Z} \left( 1 + \sum_{\lambda} b_{\lambda}^Z N_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} \right) \left\{ S(r-R_{0Z}) + (R_Z - R_{0Z}) \delta(r-R_{0Z}) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (R_Z - R_{0Z})^2 \delta'(r-R_{0Z}) + \dots \right\} = \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \rho_Z &= \rho_{0Z} S(r-R_{0Z}) + \rho_{0Z} R_{0Z} \sum_{\lambda} a_{\lambda}^Z Y_{\lambda} \delta(r-R_{0Z}) + \rho_{0Z} S(r-R_{0Z}) \cdot \\ &\cdot \sum_{\lambda} b_{\lambda}^Z N_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} - \frac{1}{2} \rho_{0Z} R_{0Z}^2 \sum_{\lambda} a_{\lambda}^Z a_{\lambda}^Z Y_{\lambda} Y_{\lambda} \delta'(r-R_{0Z}) + \\ &+ \sum_{\lambda} \rho_{0Z} R_{0Z} a_{\lambda}^Z b_{\lambda}^Z N_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} Y_{\lambda} \delta(r-R_{0Z}) \end{aligned} \quad (2.3.31)$$

onde,

$S(r-R_{0Z})$  = função degrau

$\delta(r-R_{0Z})$  = função delta de Dirac

$\delta'(r-R_{0Z})$  = derivada da função delta de Dirac

$\delta\rho_Z = \rho_Z - \rho_{0Z}$  = variação da densidade de carga

Calculando separadamente os termos de  $dE_C$ , tem-se:

1º TERMO:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_V \delta\rho_Z \delta\phi \, dV &= \frac{1}{2} \int_V \left[ \rho_{0Z} R_{0Z} \sum_{\lambda} a_{\lambda}^Z Y_{\lambda} \delta(r-R_{0Z}) + \rho_{0Z} S(r-R_{0Z}) \cdot \right. \\ &\cdot \left. \sum_{\lambda} b_{\lambda}^Z N_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} \right] \cdot \left[ 4\pi\rho_{0Z} \sum_{\lambda} \frac{1}{2} b_{\lambda}^Z N_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} + 4\pi\rho_{0Z} \sum_{\lambda} \frac{R_{0Z}^3}{2\lambda+1} a_{\lambda}^Z \frac{r^{\lambda}}{R_{0Z}^{\lambda+1}} Y_{\lambda} \right] dV = \\ &= 2\pi\rho_{0Z}^2 R_{0Z}^5 \sum_{\lambda} \left[ \frac{1}{2\lambda+1} (a_{\lambda}^Z)^2 + \frac{3\lambda+1}{\lambda(2\lambda+1)} a_{\lambda}^Z b_{\lambda}^Z + \frac{1}{2\lambda^2} \{ \alpha_{\lambda}^2 - \lambda(\lambda+1) \} (b_{\lambda}^Z)^2 \right] \end{aligned} \quad (2.3.32)$$

2º TERMO:

$$\int_V \phi_0 \delta\rho_Z \, dV = \int_V \frac{4\pi\rho_{0Z}}{2} (R_{0Z}^2 - \frac{1}{3}r^2) \left[ \rho_{0Z} R_{0Z} \sum_{\lambda} a_{\lambda}^Z Y_{\lambda} \delta(r-R_{0Z}) + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \rho_{0Z} S(r-R_{0Z}) \int_{\lambda} b_{\lambda}^Z N_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} - \frac{1}{2} \rho_{0Z} R_{0Z}^2 \delta(r-R_{0Z}) \int_{\lambda} a_{\lambda}^Z a_{\lambda}^Z, Y_{\lambda} Y_{\lambda}, + \\
 & + R_{0Z} \rho_{0Z} \delta(r-R_{0Z}) \int_{\lambda} a_{\lambda}^Z b_{\lambda}^Z N_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} Y_{\lambda}, \Big) dv = \\
 & = \frac{2}{3} \pi \rho_{0Z}^2 R_{0Z}^5 \int_{\lambda} \left\{ -(a_{\lambda}^Z)^2 + 2 \frac{\alpha_{\lambda}^2}{\lambda} a_{\lambda}^Z b_{\lambda}^Z \right\} \quad (2.3.33)
 \end{aligned}$$

Substituindo (2.3.32) e (2.3.33) em (2.3.29) e expressando em função das variáveis  $x_{\lambda}$ ,  $y_{\lambda}$ ,  $u_{\lambda}$ ,  $v_{\lambda}$ , tem-se,

$$\begin{aligned}
 dE_C = & \frac{3}{8\pi} \frac{Z^2 e^2}{r_0} A^{-1/3} \left[ 2 \frac{1-\lambda}{2\lambda+1} (1-\epsilon+3\frac{N}{A}\eta) x_{\lambda}^2 - 4 \frac{N}{A} \frac{1-\lambda}{2\lambda+1} (1-\epsilon+3\frac{N}{A}\eta) \cdot \right. \\
 & \cdot x_{\lambda} y_{\lambda} + 2 \frac{N^2}{A^2} \frac{1-\lambda}{2\lambda+1} (1-\epsilon+3\frac{N}{A}\eta) y_{\lambda}^2 + g_{\lambda} (1-\epsilon+2\frac{N}{A}\eta) x_{\lambda} u_{\lambda} - \\
 & - g_{\lambda} \frac{N}{A} (1-\epsilon+\frac{2N+Z}{A}\eta) x_{\lambda} v_{\lambda} - g_{\lambda} \frac{N}{A} (1-\epsilon+2\frac{N}{A}\eta) u_{\lambda} y_{\lambda} + g_{\lambda} (\frac{N}{A})^2 \cdot \\
 & \cdot (1-\epsilon+\frac{2N+Z}{A}\eta) y_{\lambda} v_{\lambda} + \frac{3}{2} g_{\lambda} (1-\epsilon+\frac{N}{A}\eta) u_{\lambda}^2 - 2 g_{\lambda} \frac{N}{A} (1-\epsilon+\eta) v_{\lambda} u_{\lambda} + \\
 & \left. + g_{\lambda} \{ \alpha_{\lambda}^2 - \lambda(\lambda+1) \} (\frac{N}{A})^2 (1-\epsilon+\frac{2N+Z}{A}\eta) v_{\lambda}^2 \right] \quad (2.3.34)
 \end{aligned}$$

onde,

$$g_{\lambda} = \frac{15(3\lambda+1) - 2(2\lambda+1)\alpha_{\lambda}^2}{5\lambda(2\lambda+1)}$$

$$g_{\lambda} = \frac{1}{\lambda^2} \{ \alpha_{\lambda}^2 - \lambda(\lambda+1) \} \quad (2.3.35)$$

$$\eta = \frac{t}{R_0} = A^{-1/3} (\tau + \epsilon)$$

Finalmente, substituindo todos estes termos na expressão da energia potencial (2.3.5) e colocando sob a forma matricial conforme indicado na Figura 2.2.1, tem-se os seguintes elementos de matriz do coeficiente da força elástica C,

$$C_{11} = C_{xx} = \frac{2}{3} a_2 A^{2/3} \frac{(\lambda-1)(\lambda+2)}{2} (1+2\varepsilon) + 2E_{C0} \frac{1-\lambda}{2\lambda+1} (1-\varepsilon + 3\frac{N}{A}\eta)$$

$$C_{12} = C_{21} = C_{xu} = \frac{1}{2} E_{C0} (1-\varepsilon + 2\frac{N}{A}\eta) g_\lambda$$

$$C_{13} = C_{31} = C_{xy} = - a_2 A^{2/3} \frac{NZ}{A} (\lambda-1)(\lambda+2) \eta - 2E_{C0} \frac{N}{A} \frac{1-\lambda}{2\lambda+1} (1-\varepsilon + 3\frac{N}{A}\eta)$$

$$C_{14} = C_{41} = C_{xv} = \frac{2}{3} a_2 A^{2/3} \left(\frac{\alpha_\lambda}{\lambda}\right)^2 \frac{(\lambda-1)(\lambda+2) - 2}{2} \frac{NZ}{A} \eta - E_{C0} \frac{N}{A} g_\lambda \cdot$$

$$\cdot (1-\varepsilon + \frac{2N+Z}{A}\eta)$$

$$C_{22} = C_{uu} = \frac{1}{18} K A \alpha_\lambda^2 g_\lambda (1-3\varepsilon) + \frac{3}{2} E_{C0} g_\lambda (1-\varepsilon + \frac{N}{A}\eta)$$

$$C_{23} = C_{32} = C_{uy} = - \frac{2}{3} a_2 A^{2/3} \left(\frac{\alpha_\lambda}{\lambda}\right)^2 \frac{NZ}{A} \eta - \frac{1}{2} E_{C0} \frac{N}{A} g_\lambda (1-\varepsilon + 2\frac{N}{A}\eta)$$

$$C_{33} = C_{yy} = \frac{2}{3} H A^{4/3} (1+4\varepsilon) + 2E_{C0} \frac{N^2}{A} \frac{1-\lambda}{2\lambda+1} (1-\varepsilon + \frac{3N}{A}\eta)$$

$$C_{34} = C_{43} = C_{vy} = \frac{4}{3} P A \left(\frac{\alpha_\lambda}{\lambda}\right)^2 \frac{NZ}{A} (1 + 3\frac{N-Z}{A}\eta + 3\varepsilon) + \frac{2}{3} a_2 A^{2/3} \left(\frac{\alpha_\lambda}{\lambda}\right)^2 \frac{NZ}{A} \cdot$$

$$\cdot (1+2\varepsilon + 2\frac{N^2 - 2Z^2}{A^2}\eta) + \frac{1}{2} E_{C0} \frac{N^2}{A} g_\lambda (1-\varepsilon + \frac{2N+Z}{A}\eta)$$

$$C_{44} = C_{vv} = 4J A \left(\frac{NZ}{A^2}\right)^2 (1 + 6\frac{N-Z}{A}\eta + 3\varepsilon) \alpha_\lambda^2 g_\lambda - \frac{8}{3} G A^{2/3} \left(\frac{NZ}{A^2}\right)^2 \left(\frac{\alpha_\lambda}{\lambda}\right)^2 \cdot$$

$$\cdot (1 + 6\frac{N-Z}{A}\eta + 2\varepsilon) + \frac{3}{2} E_{C0} g_\lambda \frac{N^2}{A} (1-\varepsilon + \frac{2Z+N}{A}\eta)$$

$$C_{24}=C_{42}=C_{uv} = -\frac{2}{9}K A\alpha_{\lambda}^2 g_{\lambda} \frac{NZ}{A^2} (\eta-3\epsilon) - \frac{2}{3}a_2 A^{2/3} \left(\frac{\alpha_{\lambda}}{\lambda}\right)^2 \frac{NZ}{A^2} \eta -$$

$$- \frac{3}{2}E_{C0} \frac{N}{A} g_{\lambda} (1-\epsilon+\eta) \quad (2.3.36)$$

onde,

$$E_{C0} = \frac{Z^2 e^2}{r_0} A^{-1/3} \quad (2.3.37)$$

### 2.3.1 - CASO DIPOLAR

Para eliminar a contribuição do deslocamento do centro de massa do núcleo na energia de ressonância, existe, para o caso dipolar, uma relação de vínculo (2.2.37), desenvolvida anteriormente, que é,

$$x_{\lambda} + u_{\lambda} = 1 \quad (\lambda=1) \quad (2.3.1.1)$$

Esta condição faz com que as matrizes B e C de dimensões (4x4) se reduzam, para  $\lambda=1$ , a matrizes (3x3), devido à relação linear entre as componentes do vetor  $\vec{r}$ , ficando, após, transformação, da seguinte forma,

$$\langle \vec{r} | B | \vec{r} \rangle = (\dot{x}_{\lambda} \dot{u}_{\lambda} \dot{y}_{\lambda} \dot{v}_{\lambda}) (B) \begin{pmatrix} \dot{x}_{\lambda} \\ \dot{u}_{\lambda} \\ \dot{y}_{\lambda} \\ \dot{v}_{\lambda} \end{pmatrix} =$$

$$= (\dot{u}_{\lambda} \dot{y}_{\lambda} \dot{v}_{\lambda}) (B) \begin{pmatrix} \dot{u}_{\lambda} \\ \dot{y}_{\lambda} \\ \dot{v}_{\lambda} \end{pmatrix} \quad (2.3.1.2)$$

A matriz  $\tilde{B}$  tem dimensões (3x3) e apresenta os seguintes elementos de matriz:

$$\tilde{B} = \begin{pmatrix} B_{11}+B_{22}-2B_{12} & B_{23}-B_{13} & B_{24}-B_{14} \\ B_{23}-B_{13} & B_{33} & B_{34} \\ B_{24}-B_{14} & B_{34} & B_{44} \end{pmatrix} \quad (2.3.1.3)$$

Para a matriz C vale uma transformação análoga.

Naturalmente que, para a aproximação em que as energias Coulombiana e de Superfície forem consideradas nulas, e ainda, para  $N \neq Z$ ,  $\epsilon = \delta = \tau = 0$ , os elementos de matriz de B e C, bem como os resultados coincidem com os obtidos por Myers-Swiatecki et al<sup>52</sup>, para o caso dipolar.

## 2.4 - AUTOVETORES E AUTOVALORES DE ENERGIA

Utilizando a Hamiltoniana estabelecida nas secções anteriores, pode-se calcular as energias de ressonância para os diversos modos de oscilação  $\lambda$ , como sendo os valores da energia associada aos modos normais de vibração.

Para a Hamiltoniana do sistema dada por,

$$H = T + U = \frac{1}{2} \langle \vec{r} | B | \vec{r} \rangle + \frac{1}{2} \langle \vec{r} | C | \vec{r} \rangle \quad (2.4.1)$$

onde  $|\vec{r}\rangle$  é o vetor das amplitudes do modo normal de oscilação, cujas frequências satisfazem à equação<sup>52</sup>,

$$\det | \omega_\lambda^2 B - C | = 0 \quad \text{ou} \quad (\omega_\lambda^2 B - C) |\vec{r}\rangle = 0 \quad (2.4.2)$$

As autofrequências podem ser também obtidas da equação anterior como a raiz quadrada dos autovalores da matriz  $B^{-1}C$ , desde que  $B$  e  $C$  são matrizes simétricas.

Observando a estrutura da equação (2.4.2), percebe-se que, para cada núcleo, existem quatro autofrequências, correspondentes aos modos resultantes das combinações das variáveis  $x_\lambda$ ,  $u_\lambda$ ,  $y_\lambda$  e  $v_\lambda$ . As combinações entre os modos são provocadas pelos elementos não diagonais das matrizes  $B$  e  $C$ , provenientes da inclusão das energias superficial e coulombiana no modelo.

Para o caso dipolar, os quatro graus de liberdade se reduzem a somente tres, devido a eliminação da contribuição do centro de massa na energia de ressonância, conforme (2.3.1.3).

Por outro lado, para um cálculo aproximado, as matrizes  $B$  e  $C$  podem ser decompostas em duas matrizes complementares (2x2) envolvendo os pares de variáveis  $(x_\lambda, u_\lambda)$  e  $(y_\lambda, v_\lambda)$  que, além de permitirem cálculos rápidos e simplificados, associam seus resultados aos parâmetros de ressonâncias tipo isoscalares e isovetoriais e ainda permitem obter o índice de mistura entre os modos de oscilação do tipo Steinwedel-Jensen e de Goldhaber-Teller. Os autovalores e autovetores da sub-matriz composta pelas variáveis  $x_\lambda$  e  $u_\lambda$  correspondem aos da oscilação isoscalar, os associados a  $y_\lambda$  e  $v_\lambda$  aos da oscilação isovetorial.

## 2.5 - ÍNDICE DE MISTURA DOS MODOS DE OSCILAÇÃO DO TIPO SJ E GT

A contribuição relativa dos modos de vibração do tipo Steinwedel-Jensen e Goldhaber-Teller em cada autovalor de energia calculado por este modelo, pode ser obtida através da relação entre os auto vetores.

No caso simplificado da matrizes (2x2), para oscilações do tipo isovetorial, a relação de mistura é dada simplesmente por<sup>52</sup>,

$$\alpha = \left( \frac{SJ}{GT} \right) = - \frac{\omega_\lambda^2 B_{11} - C_{11}}{\omega_\lambda^2 B_{12} - C_{12}} \quad (2.5.1)$$

Embora os valores das autofrequências sejam pouco sensíveis aos valores dos parâmetros ajustáveis do modelo da Gotícula, listados na Tabela 1.1.1, o índice de Mistura  $\alpha$  é bastante sensível, conforme se pode observar nos resultados apresentados no Cap.III.

Os valores do Índice de Mistura de modos de oscilação são muito importantes no ajuste e interpretação de dados experimentais de fatores de forma em função do momentum transferido obtidos por espalhamento inelástico de elétrons, quando tratados pela Aproximação de Born de Ondas Distorcidas (DWBA). Isto foi claramente evidenciado em 1979 por R.Pitthan, Hass et al<sup>35</sup>, que mostraram um melhor ajuste dos resultados com o uso da possibilidade de mistura de modos em oscilações El estabelecida pelo modelo de Myers-Swia tecki et al<sup>52</sup>, conforme ilustra a Figura 2.5.1. Para o ajuste, eles utilizaram um valor de  $\alpha = 0,76$ , conforme calculado.

Para excitações isovetoriais de quadrupolo elétricas, em 1980, Pitthan, Buskirk et al<sup>80</sup>, estenderam, com êxito, a interpretação dada às excitações E1, utilizando os valores preliminares de  $\alpha$  deste presente trabalho.

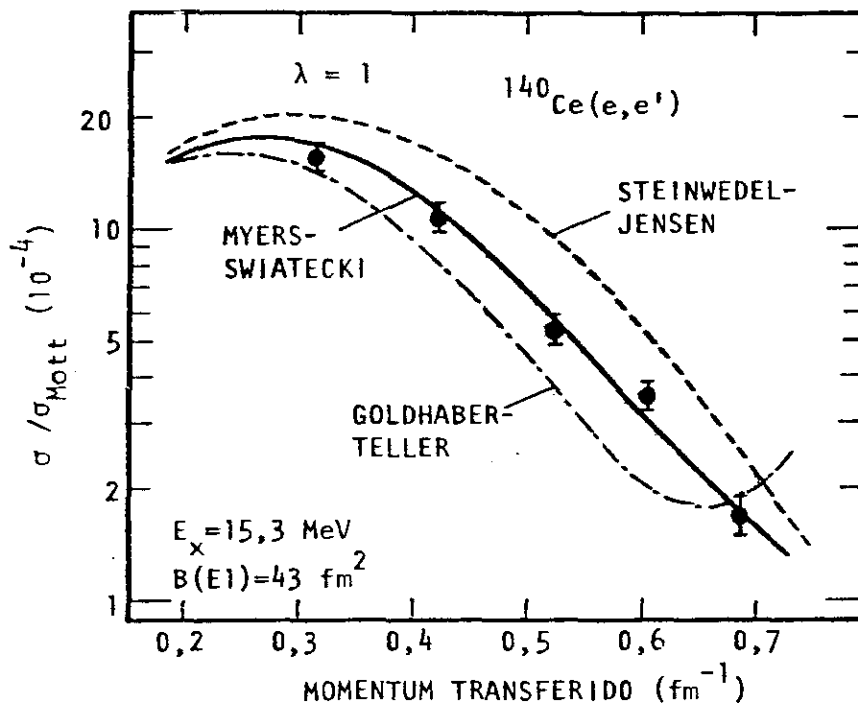


Fig.2.5.1 - Comparação dos resultados de DWBA e os fatores de forma experimentais para a ressonância a 15,3 MeV no  $\text{Ce}^{140}$ , obtida por espalhamento inelástico de elétrons.

## 2.6 - MOMENTO DE MULTIPOLO ELÉTRICO INDUZIDO NAS OSCILAÇÕES

O momento de multipolo elétrico  $Q_\lambda$  é uma quantidade muito útil para discriminar quais dos 4 autovalores de energia de ressonan



cia, obtidos teoricamente, estão associados às observações experimentais. Isto porque, para cada  $\lambda$ , cada modo resultante de combinações possíveis de  $x_\lambda$ ,  $u_\lambda$ ,  $y_\lambda$  e  $v_\lambda$  carregam diferentes intensidades de  $Q_\lambda$  e somente os modos que portam maior parcela tem condições de ser observados com boa definição.

Devido à já citada contribuição do movimento do centro de massa para a energia de ressonância dipolar, os autovalores são somente tres e o momento de dipolo induzido deve levar em conta esta contribuição, para não ser superestimado.

O momento de multipolo elétrico é resultante de duas contribuições: uma devido à deformação nuclear, associada ao modo de Goldhaber-Teller, e outra devido à polarizabilidade nuclear, vinculada ao modo de oscilação de Steinwedel-Jensen. Assim, partindo da definição geral de momento de multipolo de ordem  $\lambda$  :

$$Q = \int_V \rho(r) r^\lambda Y_{\lambda 0}(\theta, \phi) dV \quad (2.6.1)$$

a)- Modo de Goldhaber-Teller

Como,

$$\begin{aligned} \rho(r, t) &= \rho_0 = \text{constante} \\ R(\theta, \phi, t) &= R_0 (1 + \sum_{\lambda} a_{\lambda} Y_{\lambda}) \end{aligned} \quad (2.6.2)$$

tem-se,

$$Q_{GT}^{\lambda} = \rho_0 \int d\Omega Y_{\lambda} \int_0^R r^{\lambda+2} dr = \frac{\rho_0}{\lambda+3} \int d\Omega Y_{\lambda} R(\theta, \phi)^{\lambda+3} =$$

$$Q_{\lambda} = \rho_0 R_0^{\lambda+3} a_{\lambda} \quad (2.6.3)$$

b) Modo de Steinwedel-Jensen

Como,

$$R = R_0 = \text{constante} \quad (2.6.4)$$

$$\rho(r,t) = \rho_0 \left( 1 + \sum_{\lambda} N_{\lambda} b_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} \right)$$

tem-se,

$$Q_{SJ}^{\lambda} = \int \rho_0 \left( 1 + \sum_{\lambda} N_{\lambda} b_{\lambda} j_{\lambda} Y_{\lambda} \right) r^{\lambda+2} Y_{\lambda} \, dr \, d\Omega = \rho_0 R_0^{\lambda+3} b_{\lambda} \quad (2.6.5)$$

Assim, o momento de multipolo elétrico induzido no núcleo pela ra diação eletromagnética é dado por:

$$Q^{\lambda} = Q_{GT}^{\lambda} + Q_{SJ}^{\lambda} = \rho_0 R_0^{\lambda+3} (a_{\lambda} + b_{\lambda}) \quad (2.6.6)$$

### 2.6.1 - OSCILAÇÃO DIPOLAR

O momento dipolar carregado pela oscilação nuclear é dado por,

$$Q^1 = Q_Z^1 - Z R \quad (2.6.1.1)$$

onde,

$$R = \frac{\int \rho_N r \, dV}{A} + \frac{\int \rho_Z r \, dV}{A} = \frac{1}{A} (Q_N^1 + Q_Z^1) \quad (2.6.1.2)$$

substituindo em  $Q^1$ , tem-se,

$$\begin{aligned} Q^1 &= Q_Z^1 - \frac{Z}{N+Z} (Q_N^1 + Q_Z^1) = \\ &= \frac{N}{A} \rho_{0Z} R_{0Z}^4 (a_1^Z + b_1^Z) - \frac{Z}{A} \rho_{0N} R_{0N}^4 (a_1^N + a_1^Z) \end{aligned} \quad (2.6.1.3)$$

Substituindo em função das variáveis  $x_\lambda$ ,  $u_\lambda$ ,  $Y_\lambda$  e  $v_\lambda$  e realizando as operações necessárias, tem-se,

$$Q^1 = -\frac{3}{4\pi} r_0 \frac{NZ}{A^{2/3}} \left( 0, \eta + \epsilon, 1 + \epsilon - \frac{N-Z}{A} \eta \right) \begin{pmatrix} x_1 \\ u_1 \\ Y_1 \\ v_1 \end{pmatrix} \quad (2.6.1.4)$$

## 2.6.2 - OSCILAÇÃO MULTIPOLAR

Para o caso geral, o momento de multipolo é dado por,

$$Q^\lambda = Q_{GT}^\lambda + Q_{SJ}^\lambda = \rho_{0Z} R_{0Z}^{\lambda+3} (a_\lambda^Z + b_\lambda^Z) =$$

$$= Q_0^\lambda \left( 1 + (1-\lambda) \frac{N}{A} \eta, 1 - \lambda \frac{N}{A} \eta, -\frac{N}{A} \left( 1 + (1-\lambda) \frac{N}{A} \eta \right), -\frac{N}{A} \left( 1 - \frac{Z-\lambda N}{A} \eta \right) \right) \quad (2.6.2.1)$$

. (f)

onde,

$$Q_0^\lambda = \frac{3}{4\pi} r_0^\lambda z A^{\lambda/3} \quad (2.6.2.2)$$

$$(\vec{r}) = \begin{pmatrix} x_\lambda \\ u_\lambda \\ y_\lambda \\ v_\lambda \end{pmatrix} \quad (2.6.2.3)$$

$$r_0 = 1,18 \text{ fm}$$

Para a realização dos cálculos, os valores utilizados de  $\alpha_\lambda$  foram as raízes das funções esféricas de Bessel  $j_\lambda(k_\lambda r)$  que satisfazem à condição de contorno,

$$\left. \frac{dj_\lambda}{dx} \right|_{x=k_\lambda R_0} = 0$$

e às relações (2.2.16), ou seja,

$\lambda$	$\alpha_\lambda$	
1	2,081576	
2	3,34200997	(2.6.2.4)
3	4,514	
4	5,646	

## CAPÍTULO III

### RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os valores da energia de ressonância são obtidos resolvendo-se a equação  $\det(B^{-1}C - \omega^2 I) = 0$ , utilizando-se programas adequados de cálculo por computador, onde as matrizes B e C são fornecidas pelas expressões (2.2.39) e (2.3.36).

Pela estrutura da equação, percebe-se que, para cada núcleo e cada multipolaridade  $\lambda$ , são possíveis quatro autovalores de energia de ressonância (3 para o caso dipolar) e seus correspondentes vetores. Para se discriminar qual deles está associado ao valor experimental observado, utiliza-se o valor do momento de multipolo. O modo que apresentar maior intensidade relativa predomina na definição da energia de ressonância, principalmente quando seu valor supera os demais em ordem de grandeza. No caso de valores competitivos de dois ou mais modos, é de se esperar que a energia de ressonância, bem como a semilargura, resultem de combinações entre estes modos. O momento de multipolo  $Q^\lambda$  é calculado com as expressões (2.6.1.4) e (2.6.2.1).

A contribuição relativa das energias Coulombiana e de Superfície foi analisada, incluindo-se ou não os termos  $E_C$  e  $E_S$ , dados pelas expressões (2.3.20) e (2.3.34), nos respectivos elementos de matriz de C.

A taxa de mistura de modos  $\alpha = (SJ/GT)$  foi calculada pela fórmula (2.5.1) para os tres conjuntos de valores dos parâmetros de ajuste do modelo da Gotícula, citados na Tabela 1.1.1.

Os cálculos foram executados utilizando-se o formalismo geral desenvolvido neste trabalho, com as matrizes B e C do tipo (4x4) e por uma aproximação desacoplada, onde as citadas matrizes são do tipo (2x2). Nestes cálculos foram incluídos as contribuições das energias Coulombiana e de Superfície, a assimetria  $N \neq Z$  e as melhorias de ordem de grandeza permitidas pelo modelo da Gotícula, citadas no Capítulo II.

Os resultados obtidos são apresentados a seguir.

### 3.1 - RESSONÂNCIA DE DIPOLO ELÉTRICA

Com a eliminação da possível contribuição do movimento do centro de massa do núcleo, as matrizes (4x4) ficaram reduzidas a (3x3), conforme foi salientado na expressão (2.3.1.3).

Analisando os 3 autovalores da energia de ressonância e dos correspondentes do momento de dipolo carregado em cada modo de oscilação, mostrados na Figura 3.1.1, infere-se que a combinação que fornece o momento de dipolo  $Q(3)$  é predominante e deve estar associada ao valor observável da energia de ressonância,  $E(3)$ .

Conforme se pode notar pela figura 3.1.1, o valor do momento de dipolo induzido ao núcleo em cada modo de oscilação, varia com o número de massa A.

Para se ter uma visão qualitativa, e mesmo quantitativa, do comportamento do núcleo na ressonância, as relações entre os 3 valores do momento de dipolo e autovalores de energia, para alguns números de massa são dados:

$$A = 50 \quad Q^1(1):Q^1(2):Q^1(3) = 0,5 : 0,3 : 16,6$$
$$E(1) : E(2) : E(3) = 69,7 : 50,1 : 18,3$$

$$A = 150 \quad Q^1(1):Q^1(2):Q^1(3) = 2,6 : 3,6 : 74,9$$
$$E(1) : E(2) : E(3) = 57,8 : 34,4 : 14,5$$

$$A = 250 \quad Q^1(1):Q^1(2):Q^1(3) = 5,6 : 9,9 : 145,8$$
$$E(1) : E(2) : E(3) = 53,4 : 28,5 : 13,1$$

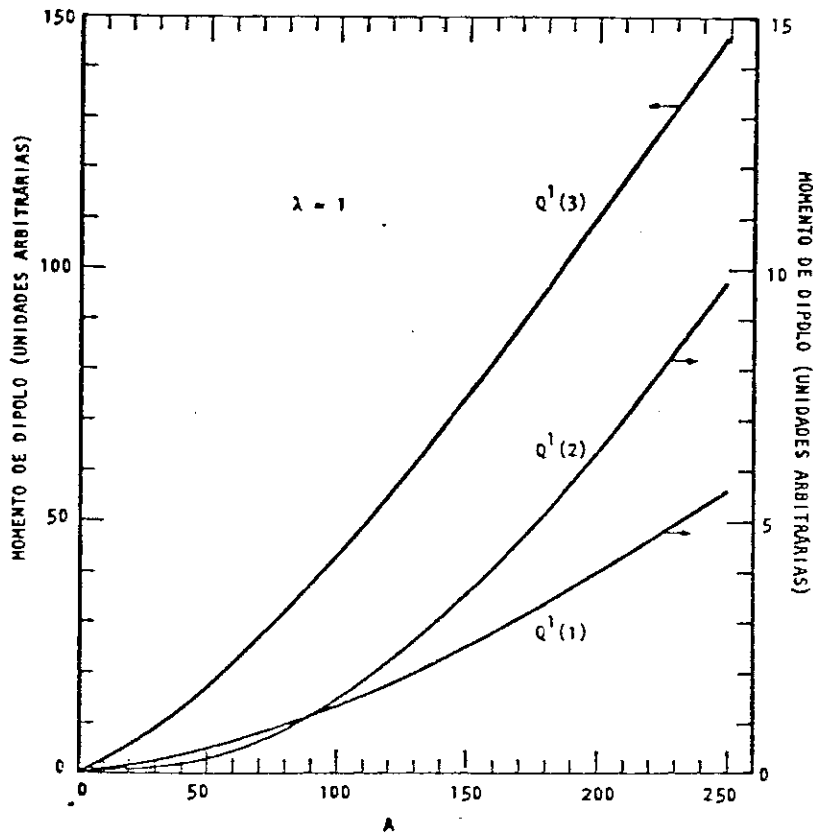


Figura 3.1.1 - Valores do Momento de Dipolo associados às 3 soluções da equação de autovalores

Para núcleos leves, como por exemplo  $A=50$ ,  $Q^1(3)$  corresponde a 97% do momento total induzido. Isto define a energia  $E(3) = 18,3$  MeV como o valor associado ao dado experimental. Para núcleos pesados, esta contribuição relativa cai para 90,4%, mas continua definindo univocamente a energia de ressonância em 13,1 MeV para  $A=250$ . Como os valores calculados de cada modo de oscilação são bem distintos, a possibilidade de picos de baixa intensidade próximos do valor de ressonância é desprezível, inclusive sua repercussão no alargamento do pico.

Observando os resultados obtidos, pode-se notar que:

- a)- para um valor da massa efetiva  $m^* = 0,8 m_0$  e o conjunto (a) de parâmetros do Modelo da Gotícula, citados na Tabela 1.1.1, se obtém um bom ajuste dos dados experimentais das energias de ressonância dipolar em função do número de massa  $A$ , quando se inclui a contribuição da energia Coulombiana, energia de superfície,  $N \neq Z$  e demais aperfeiçoamentos do modelo. Isto pode ser observado na Figura 3.1.2, onde os valores experimentais foram obtidos de B.L. Berman e S.C.Fultz<sup>30</sup> e do Atlas de Secção de Choque para Reações Fotónucleares ( $\gamma, n$ ) editado pelo Lawrence Livermore Laboratory, em 1976, de B.L.Berman<sup>86</sup>. A qualidade do ajuste pode ser reconhecida pela Figura 3.1.3 que fornece os valores dos desvios relativos em função de  $A$ ;
- b)- a contribuição das energias Coulombiana e de superfície é pequena, notável somente em núcleos pesados. Para núcleos leves, o valor da energia de ressonância desce cerca de 4% com relação ao valor calculado sem a inclusão de  $E_C$  e  $E_S$ , e so



be cerca de 3% para núcleos pesados. Esta tendência, para os cilações de multipolaridade maior que um é diferente, onde o desvio da energia se faz no mesmo sentido e com um valor a proximadamente igual para todos os núcleos, conforme se pode constatar mais à frente. À medida que se aumenta a multipolaridade, aumenta a contribuição relativa de  $E_C$  e de  $E_S$ ;

c)- a solução aproximada de modos desacoplados (2x2), fornece também um bom resultado, porem inferior ao do sistema acoplado, conforme mostra a Figura 3.1.4. Para  $E_C = E_S = 0$ , os resultados naturalmente são iguais ;

d)- os resultados deste trabalho ajustam-se melhor com o comportamento dos dados experimentais da energia de ressonância  $E$ , que os previstos pelos modelos de Goldhaber-Teller e de Steinwedel-Jensen, conforme mostra a Figura 3.1.2. Os dados indicam uma participação dos dois modos de oscilação descritos por estes modelos, de uma maneira complementar. O modelo de Goldhaber-Teller apresenta uma dependência com  $A$  do tipo  $E = 34,5 A^{-1/6}$  MeV, enquanto que o de Steinwedel-Jensen, do tipo  $E = 74,3 A^{-1/3}$  MeV. A dependência do tipo  $E=46,3 A^{-0,23}$  MeV, determinada neste trabalho, descreve melhor o comportamento da energia de ressonância, tanto para núcleos leves como para pesados ;

e)- a taxa de mistura  $\alpha$  dos modos de oscilação tipo GT e SJ, obtida utilizando-se a aproximação (2x2) tem seus valores apresentados na Figura 3.1.5. Como se percebe, ela varia com o

número de massa do núcleo e é bastante sensível aos valores dos parâmetros adotados no modelo da Gotícula<sup>67</sup>. Para este trabalho, o conjunto (a) de valores dos parâmetros foi adotado, por reproduzir melhor os dados experimentais. A possibilidade de participação complementar dos dois modos de oscilação do tipo SJ e GT, na ressonância gigante, foi evidenciada pelos trabalhos sistemáticos de Pitthan et al<sup>31,34,79,80</sup>, na interpretação dos resultados dos fatores de forma obtidos de medidas de espalhamento inelástico de elétrons. Isto é ilustrado na Figura 2.5.1.

f)- os resultados obtidos para  $E_C = E_S = 0$ , a menos de termos de segunda ordem, reproduzem os obtidos por Myers-Swiatecki et al<sup>52</sup>. Isto constitui uma indicação da validade da generalização introduzida pelo modelo. A aplicação do modelo da Gotícula em reações fotonucleares obteve êxito também na determinação da influência da mistura de modos SJ e GT no desdobramento do pico de ressonância para núcleos deformados, conforme foi detalhado por V.P.Sinichkin e L.Shekhter<sup>81</sup>.

g)- As correções  $E_C$  e  $E_S$ , separadamente, atingem cerca de 5% da energia de ressonância; entretanto, elas atuam de maneira a se compensarem, resultando numa correção total, líquida, relativamente pequena (<3%), conforme se percebe pelas Figuras 3.1.4 e 5.1.

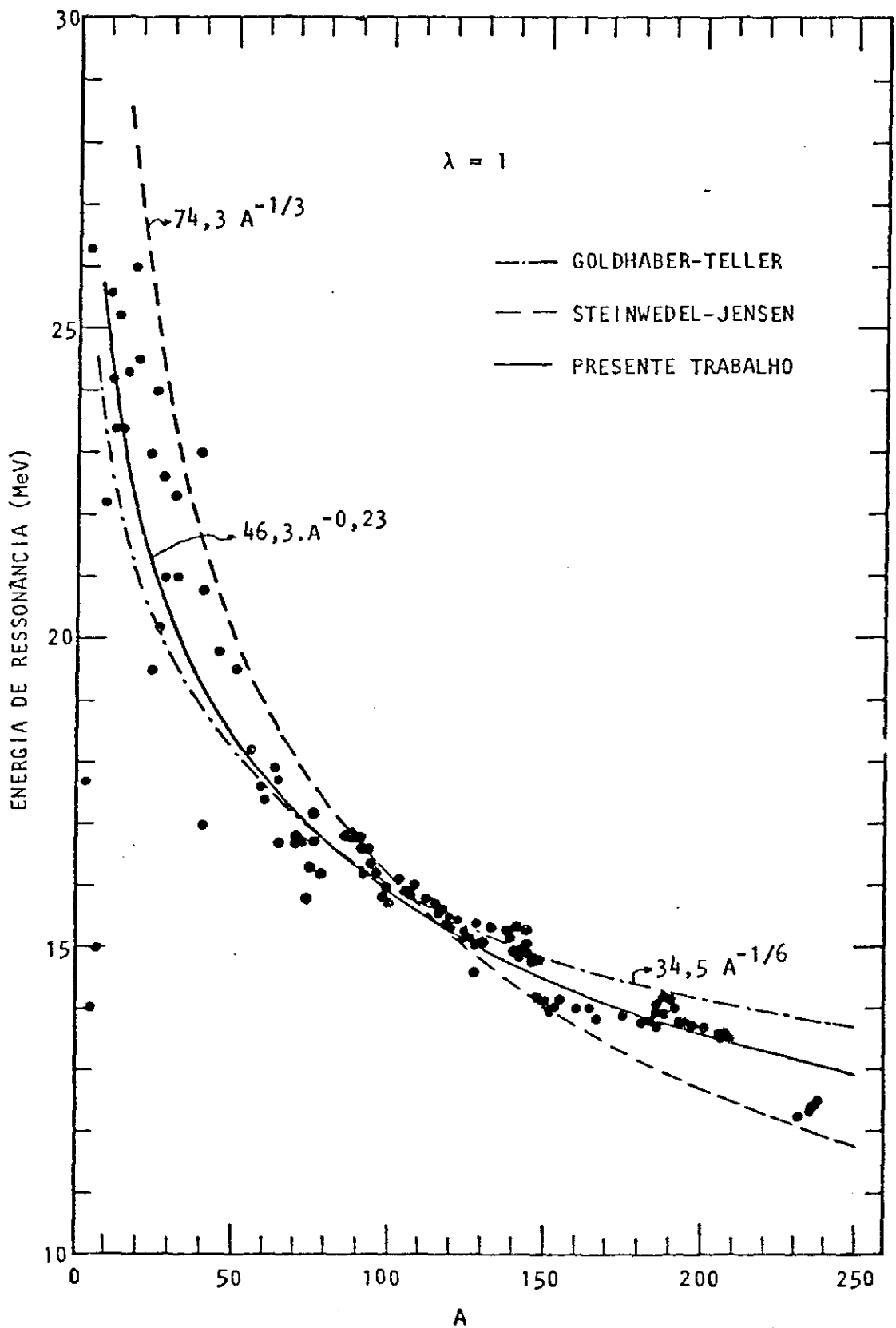


Figura 3.1.2 - Comparação dos valores da Energia de Ressonância calculados pelos modelos de GT e SJ, e do presente trabalho, com dados obtidos de B.L.Berman e S.C.Fultz<sup>30</sup> e B.L.Berman<sup>86</sup>.

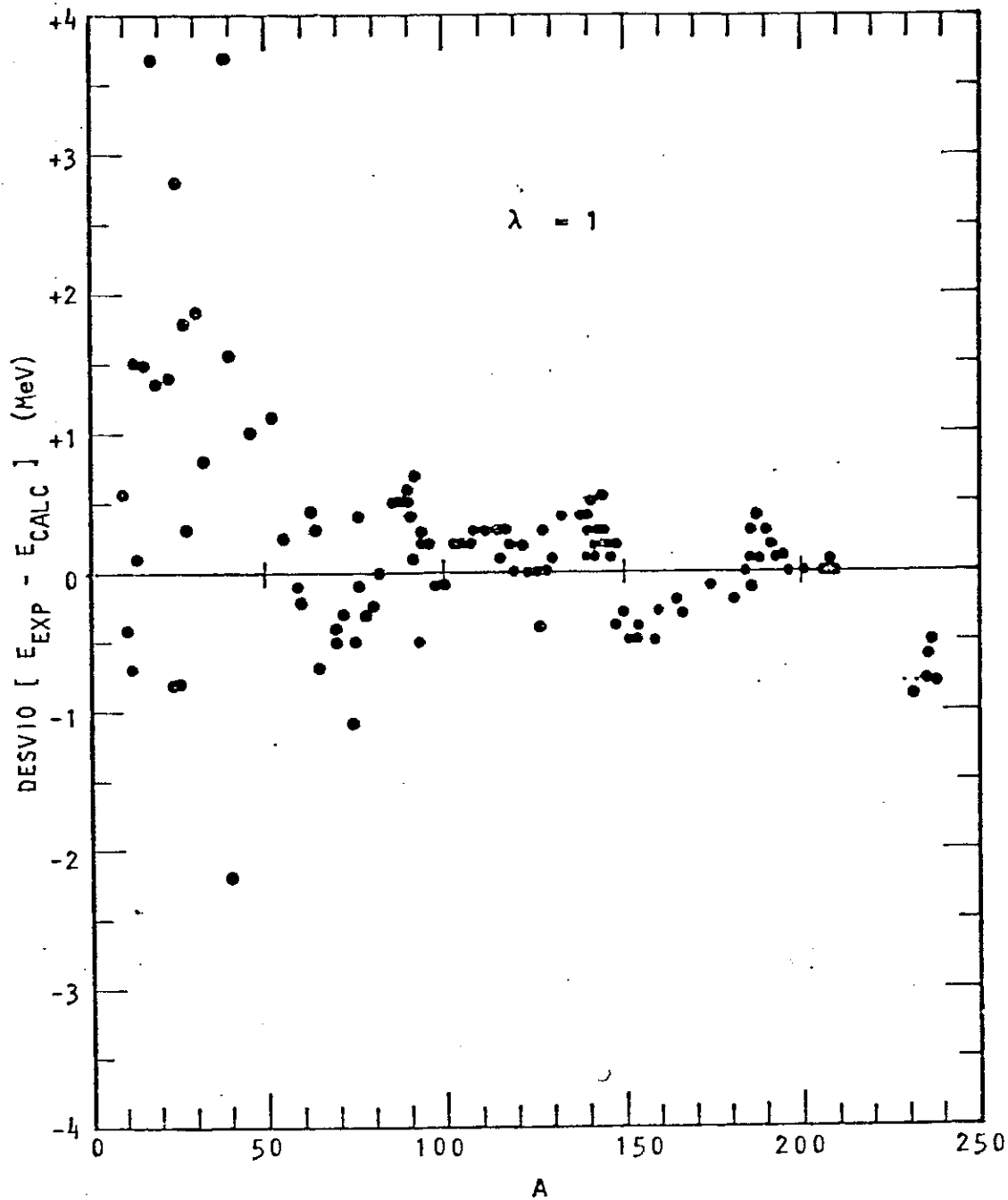


Figura 3.1.3.- Desvios, em função de A, entre os valores calculados pelo presente trabalho e os experimentais, obtidos de B.L.Berman e S.C.Fultz<sup>30</sup> e B.L.Berman<sup>86</sup>

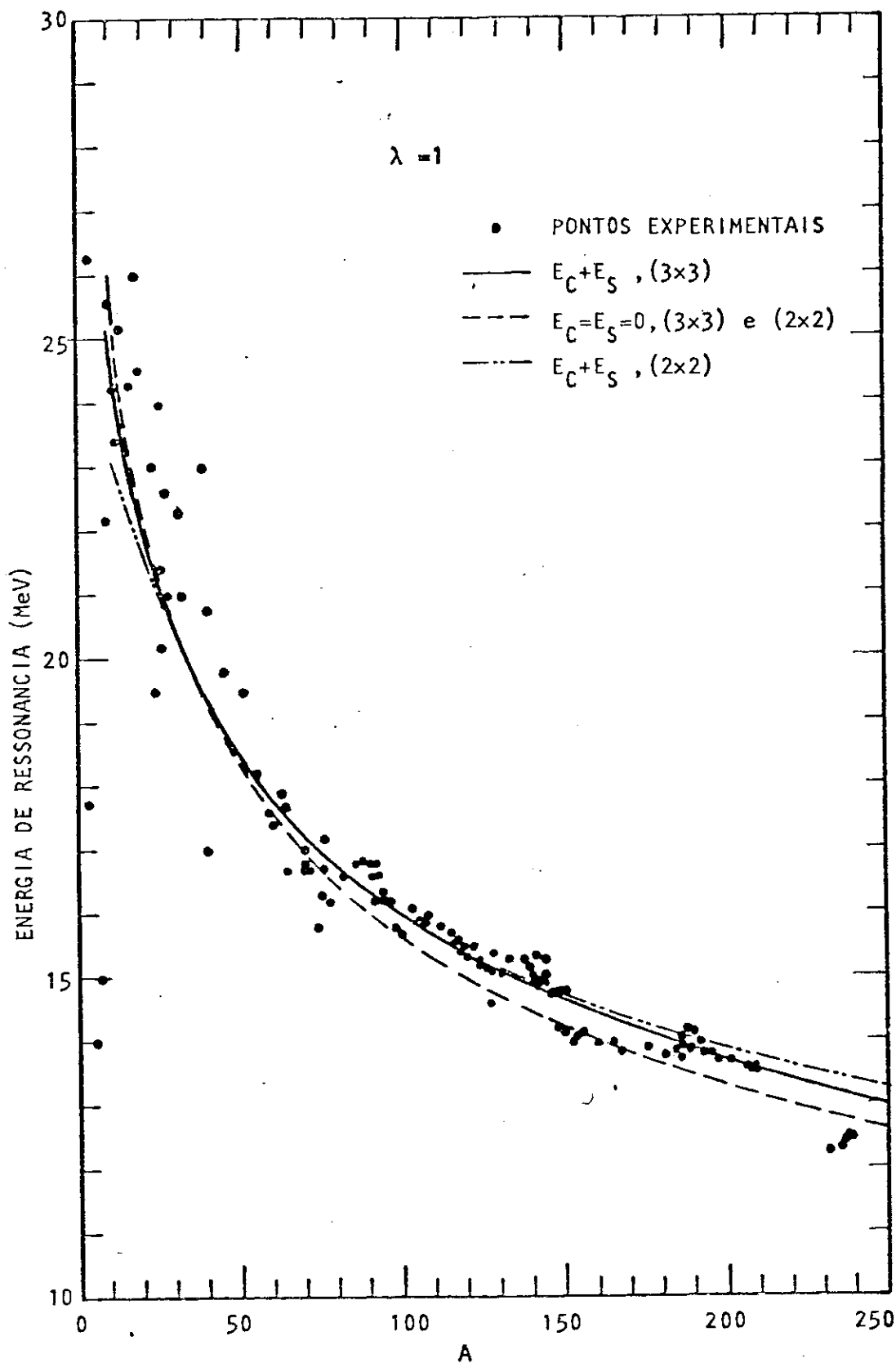


Figura 3.1.4 - Energia de Ressonância Dipolar calculada com o conjunto de parâmetros (a) da Gotícula, massa efetiva  $m^* = 0,8 m_0$ , com e sem a contribuição de  $E_C$  e  $E_S$ .

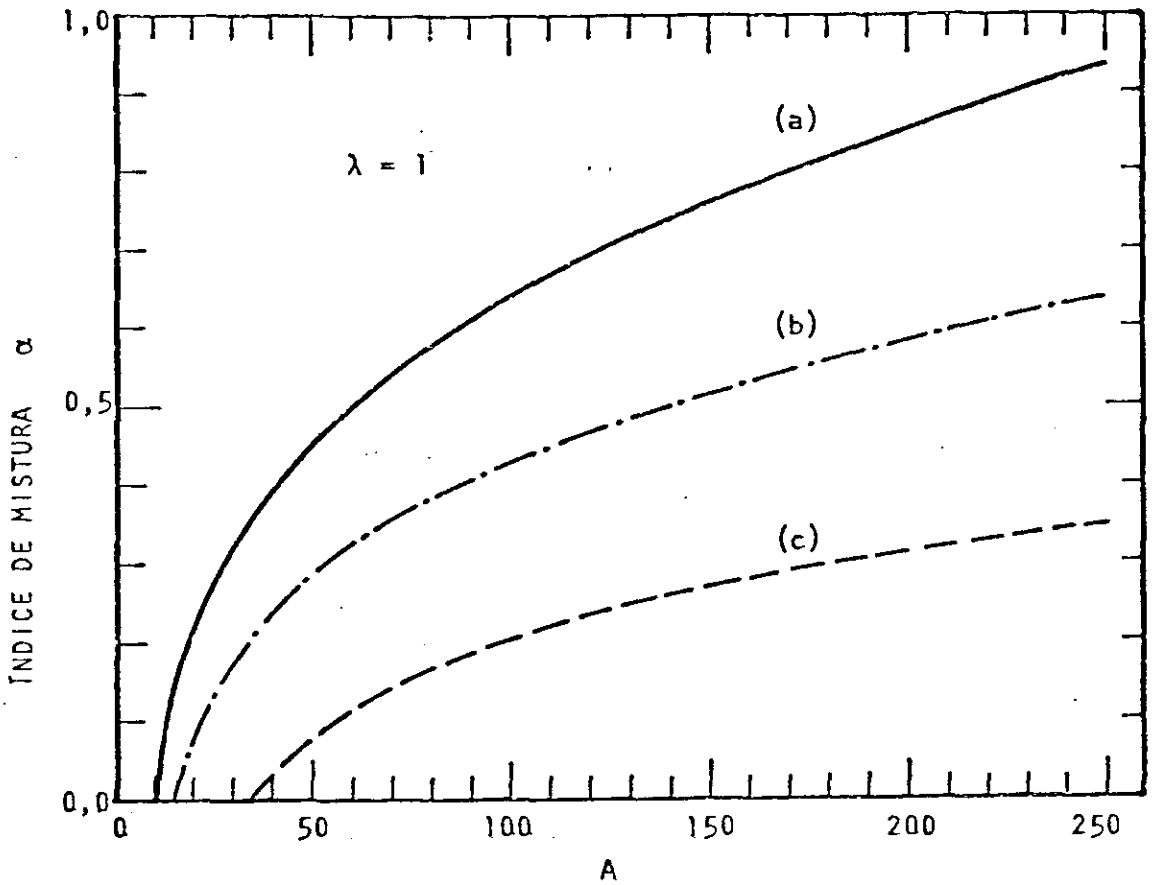


Figura 3.1.5 - Valores do Índice de Mistura de modos de ressonância  $\alpha$  (Steinwedel-Jensen/Goldhaber-Teller) em função de  $A$ , calculados com os conjuntos (a), (b) e (c) da Gotícula, discriminados na Tabela 1.1.1

### 3.2 - RESSONÂNCIA DE QUADRUPOLO ELÉTRICO ISOVETORIAL

Dos valores do momento de quadrupolo induzido nas 4 possibilidades de combinação entre as variáveis  $x_\lambda$ ,  $y_\lambda$ ,  $u_\lambda$  e  $v_\lambda$ , duas fornecem valores desprezíveis com relação às combinações relevantes  $Q^2(3)$  e  $Q^2(4)$ , mostradas na Figura 3.2.1. Destes,  $Q^2(4)$  está associado aos valores observados da energia de ressonância de quadrupolo elétrica isovetorial, sendo que os valores de  $Q^2(3)$  forneceriam resultados ligados à ressonância quadrupolar isoscalar, não descrita neste trabalho. Isto porque, os resultados obtidos para este último tipo de ressonância diferiram de quase 50% dos previstos pelo modelo de Steinwedel-Jensen,  $E = 64,7 A^{-1/3}$  MeV.

Com relação à ressonância quadrupolar isovetorial, os resultados foram bem sucedidos, utilizando-se o valor de  $0,62 m_0$  para a massa efetiva do nucleon, conforme se pode observar pelas Figuras 3.2.2 e 3.2.3. Para a comparação os dados foram obtidos, principalmente de R.Pitthan, Buskirk et al<sup>79,80</sup>, B.S.Dolbikin, Ohsawa, Y.Torizuka et al<sup>82</sup> e F.E.Bertrand<sup>84</sup>. Com efeito,

a)- a dependência da energia de ressonância com o número de massa  $A$ , do tipo  $e = 70,2 A^{-0,21}$  MeV, descreve melhor o comportamento de todos os núcleos do que as do tipo  $E = 55,5 A^{-1/6}$  MeV de Goldhaber-Teller ou  $E = 130 A^{-1/3}$  MeV de Steinwedel-Jensen;

b)- a inclusão das contribuições das energias Coulombiana e de superfície melhoram os resultados, abaixando em cerca de 3%

os valores da energia de ressonância, obtidos para  $E_C = E_S = 0$ , conforme ilustra a Figura 3.2.3 ;

c)- os resultados da aproximação (2x2), desenvolvida neste trabalho, são equivalentes aos do cálculo mais rigoroso (4x4), conforme mostra a Figura 3.2.3;

d)- a taxa de mistura  $\alpha$ , obtida com o conjunto (a) de valores da Gotícula, está mostrada na Figura 3.2.4 e está de acordo com os recentes trabalhos de Pitthan et al<sup>79,80</sup> no ajuste dos valores do fator de forma obtidos de experiências de espalhamento inelástico de elétrons. Na Figura 3.2.5, são apresentados os resultados comparativos do modelo de Myers-Swia tecki-Kodama et al<sup>52</sup> e os de Goldhaber-Teller, para o  $U^{238}$ , onde o valor de  $\alpha$  foi fornecido pelo presente trabalho.

e)- a inclusão de  $E_C$  faz com que o valor final da energia de ressonância seja cerca de 2% menor que o valor calculado sem a sua contribuição, enquanto que  $E_S$  contribui menos que 0,5% conforme se pode ver pela Figura 3.2.3.



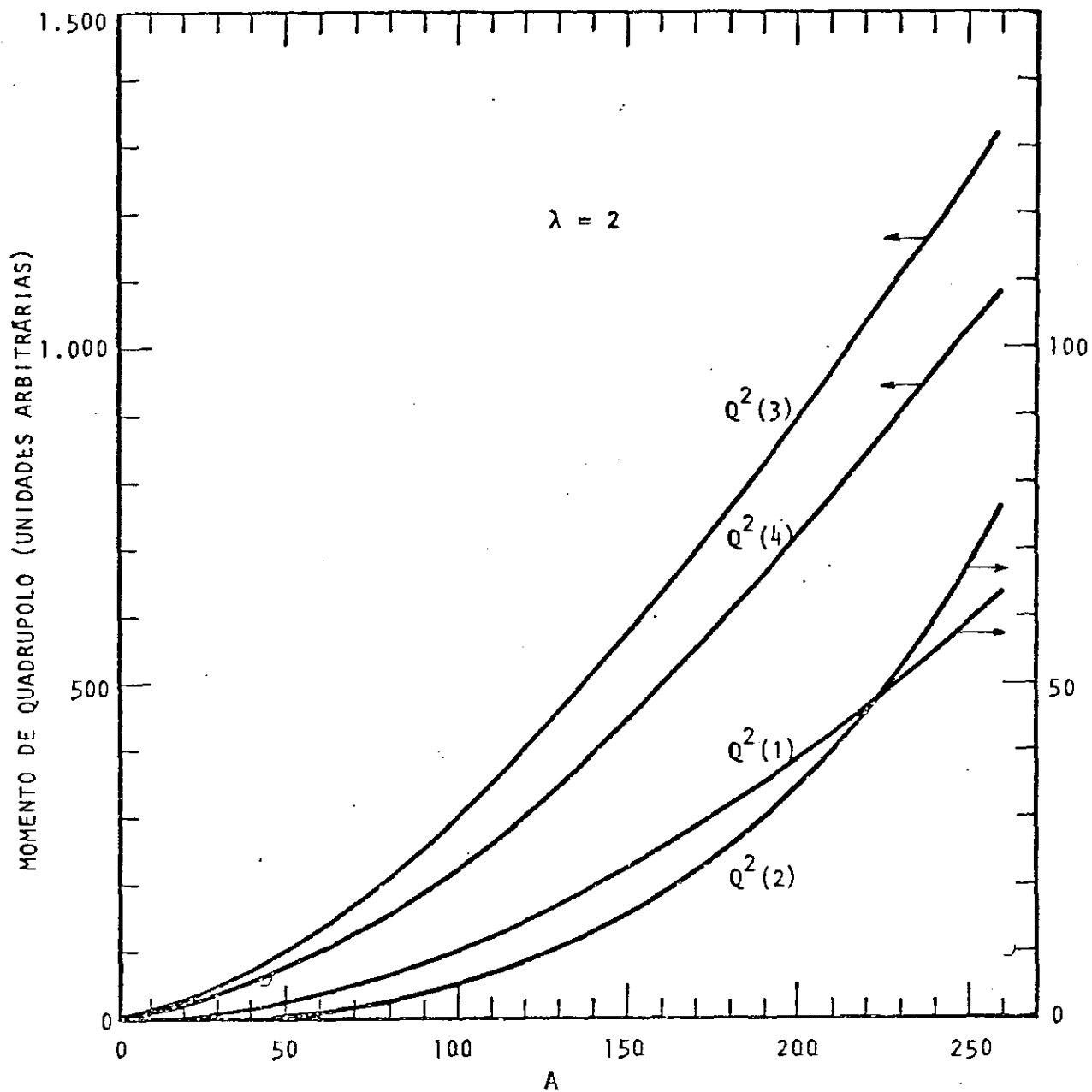


Figura 3.2.1 - Valores do momento de quadrupolo em função de A, associados às 4 soluções da equação de autovalores

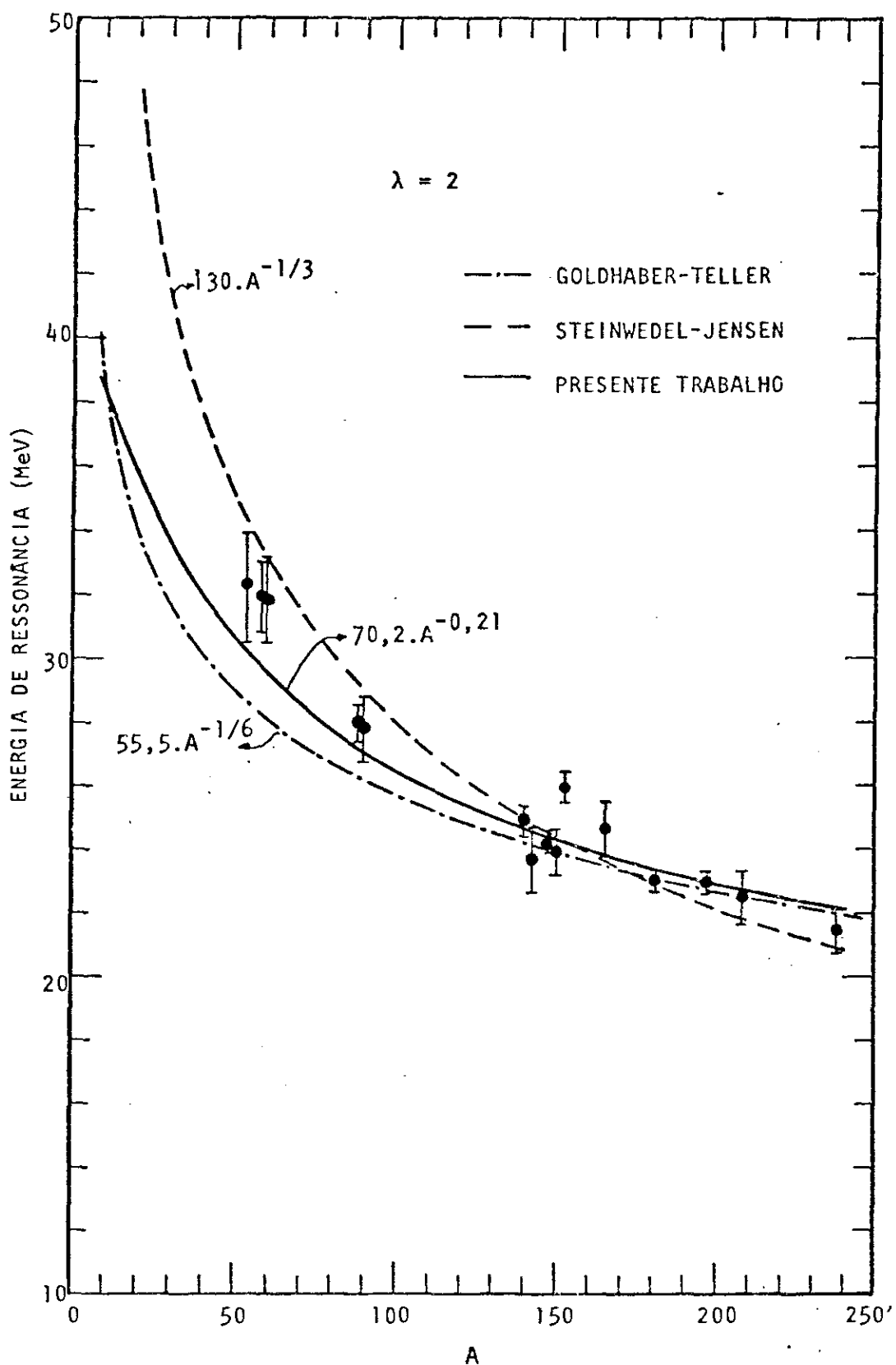


Figura 3.2.2 - Comparação dos valores da energia de ressonância em função de A, calculados pelos modelos de GT e SJ e do presente trabalho, com dados das referências (79,80,82,84)

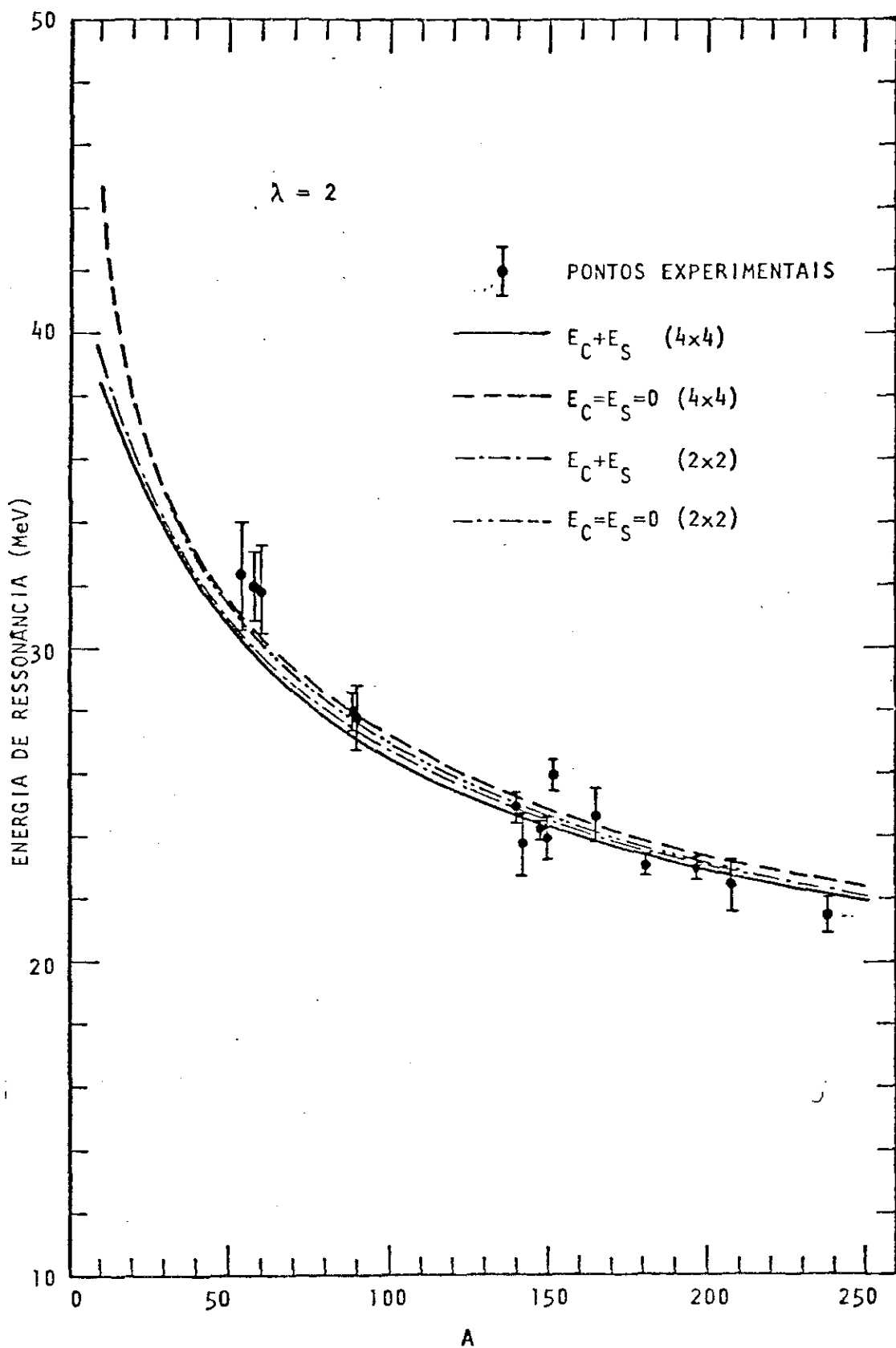


Figura 3.2.3 - Energia de Ressonância Quadrupolar calculada com o conjunto de parâmetros (a) da Gotícula, massa efetiva  $m^* = 0,62 m_0$ , com e sem as contribuições de  $E_C$  e  $E_S$

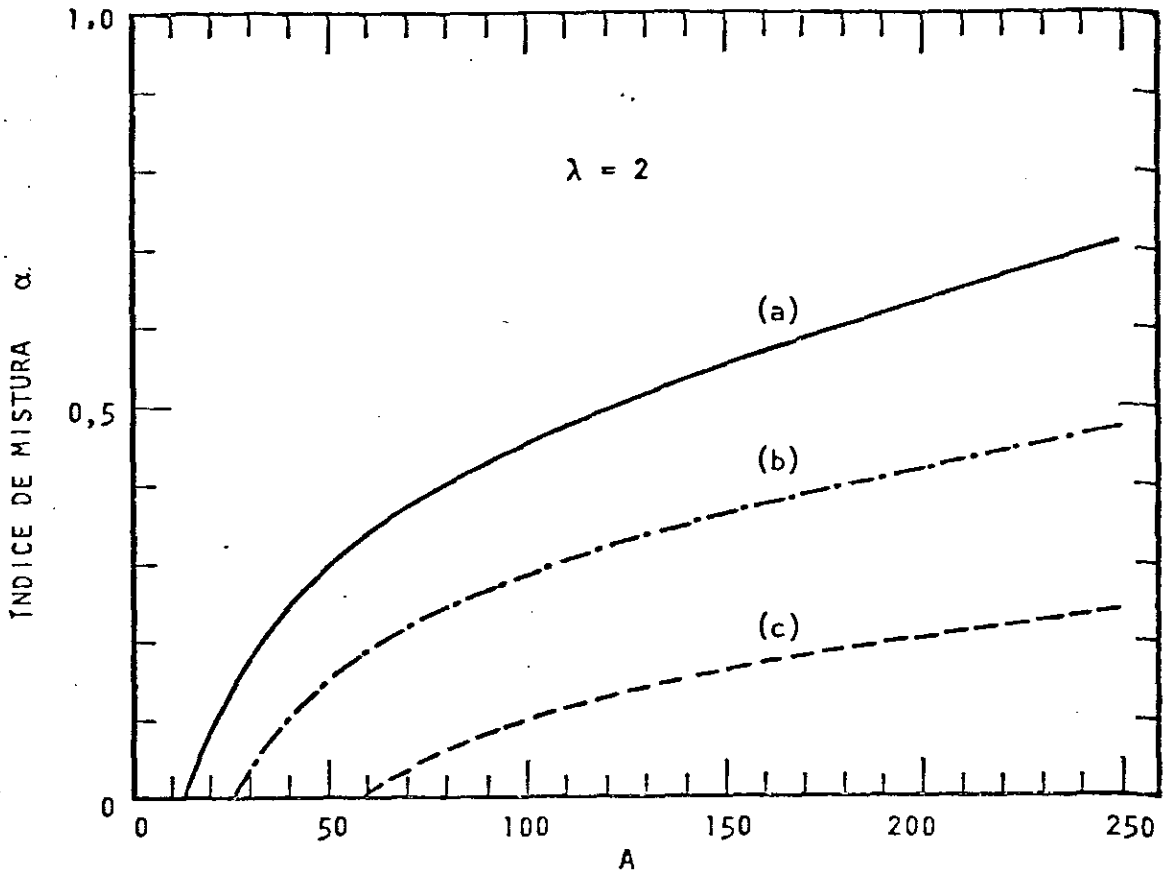


Figura 3.2.4 - Valores do Índice de Mistura de modos de ressonância  $\alpha$  (Steinwedel-Jensen/Goldhaber-Teller) em função de  $A$ , calculados com os conjuntos (a), (b) e (c) de parâmetros da Gotícula, discriminados na Tabela 1.1.1

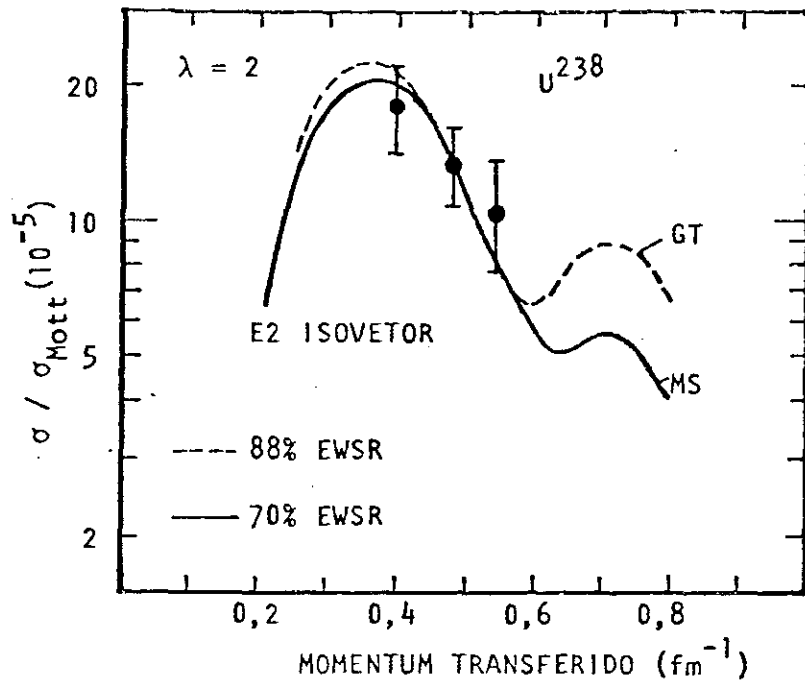


Figura 3.2.5 - Comparação dos ajustes de dados de fatores de forma de espalhamento ( $e, e'$ ), obtidos por Pitthan et al<sup>79,80</sup>, e os modelos de GT e SJ e o da Gotícula, utilizando valores do índice de mistura do presente trabalho.

### 3.3 - RESSONÂNCIA DE OCTUPOLO ELÉTRICO ISOVETORIAL

Os poucos dados experimentais sobre excitações elétricas de octupolo isovetoriais, foram obtidos em medidas de espalhamento inelástico de partículas carregadas por R.Pitthan et al<sup>35,78,80</sup>, T. Yamagata et al<sup>83</sup> e R.de Haro et al<sup>87</sup>, com alguns valores citados por K.F.Liu e G.E.Brown<sup>88</sup>.

Com tal disponibilidade de dados, a dependência da energia de ressonância com o número de massa A do núcleo estabelecida até agora é do tipo  $E = 78 A^{-1/6}$  MeV, segundo o modelo de Goldhaber-Teller, ou do tipo  $E = 190 A^{-1/3}$  MeV, pelo modelo de Steinwedel-Jensen.

No presente trabalho, os valores da energia de ressonância obtidos são os associados aos valores  $Q^3(4)$  do momento de octupolo, indicados na Figura 3.3.1, uma vez que os valores de  $Q^3(3)$  estariam associados às oscilações isoscalares. Assim, utilizando o valor da massa efetiva de  $0,49 m_0$  e o conjunto de parâmetros (a) do Modelo da Gotícula, os resultados foram:

a)- a dependência com A da energia de ressonância obtida foi do tipo  $E = 95,4 A^{-0,2}$  MeV, confirmando a tendência do modelo de situar seus valores entre os fornecidos pelos modelos de Goldhaber-Teller e de Steinwedel-Jensen, conforme é ilustrado pela Figura 3.3.2;

b)- a contribuição das energias Coulombiana e de Superfície é

mais notável em núcleos leves, cerca de 2%, e se faz no sentido de abaixar o valor da energia de ressonância sem a referida contribuição, conforme se pode ver pela Figura 3.3.3;

c)- pelos valores do índice de mistura de modos  $\alpha$ , mostrados na Figura 3.3.4, percebe-se a predominância do modo de oscilação tipo GT, para núcleos de A menor que 200;

d)- os valores do índice de mistura são compatíveis com os dados experimentais, conforme mostra a Figura 3.3.5, no caso do  $U^{238}$ , obtido por Pitthan et al <sup>80</sup>, para o ajuste do fator de forma no espalhamento (e,e'), com energia de ressonância a 28,4 MeV.

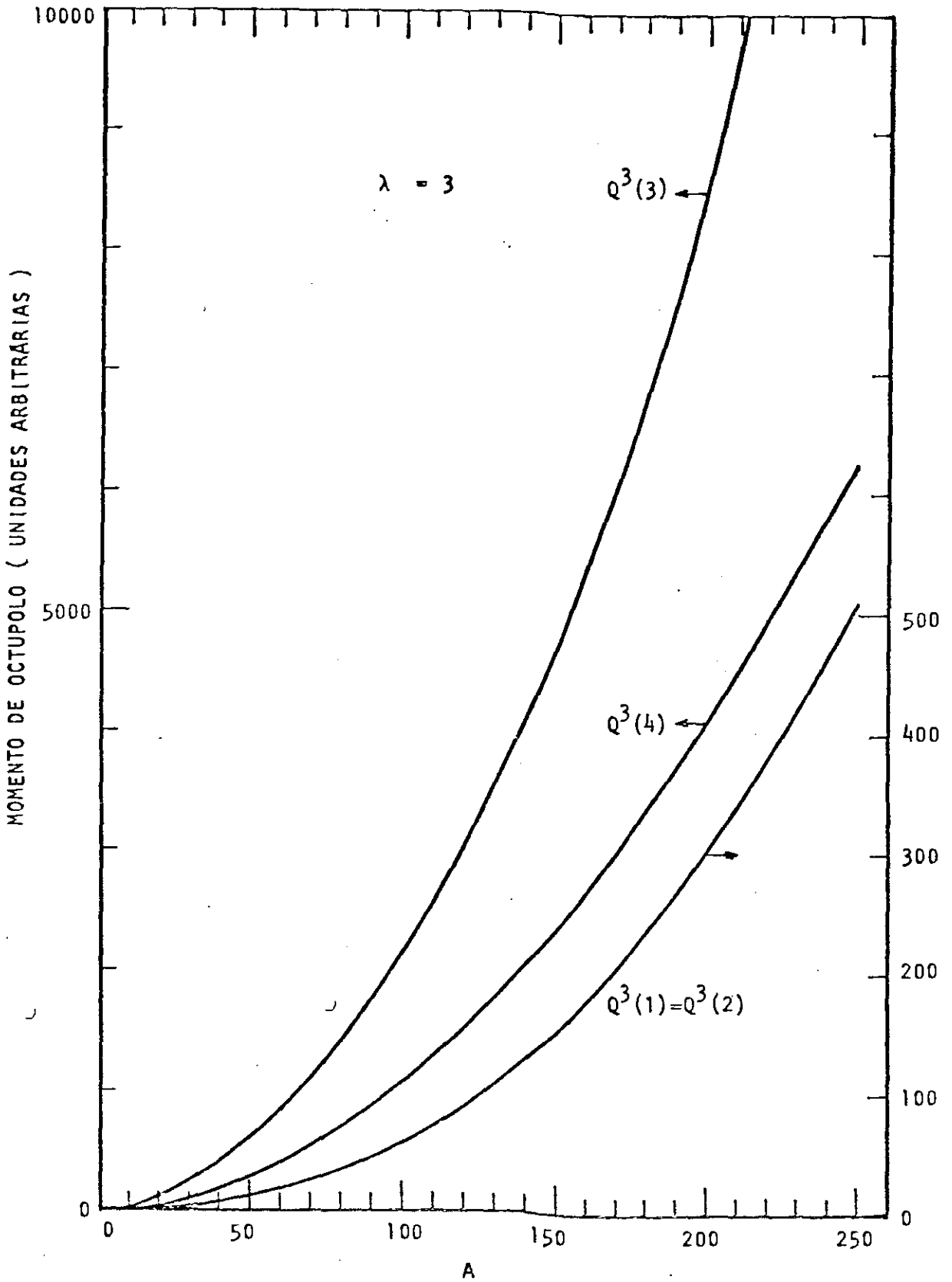


Figura 3.3.1 - Valores do momento de octupolo em função de A associados às 4 soluções da equação de autovalores



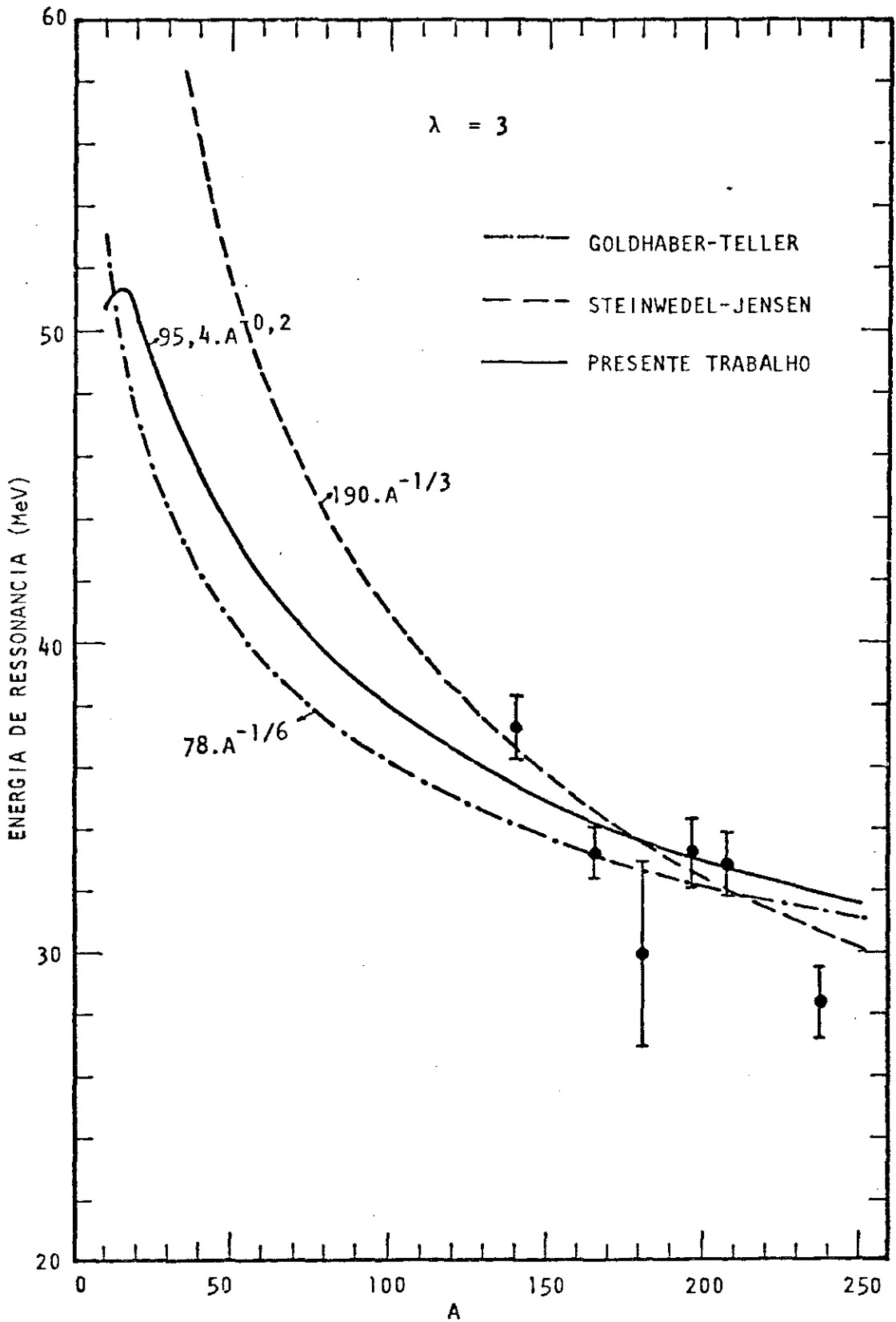


Figura 3.3.2 - Comparação dos valores da energia de ressonância em função de A, calculados pelos modelo de GT e SJ e do presente trabalho, com dados das ref.35,78,80,83,87

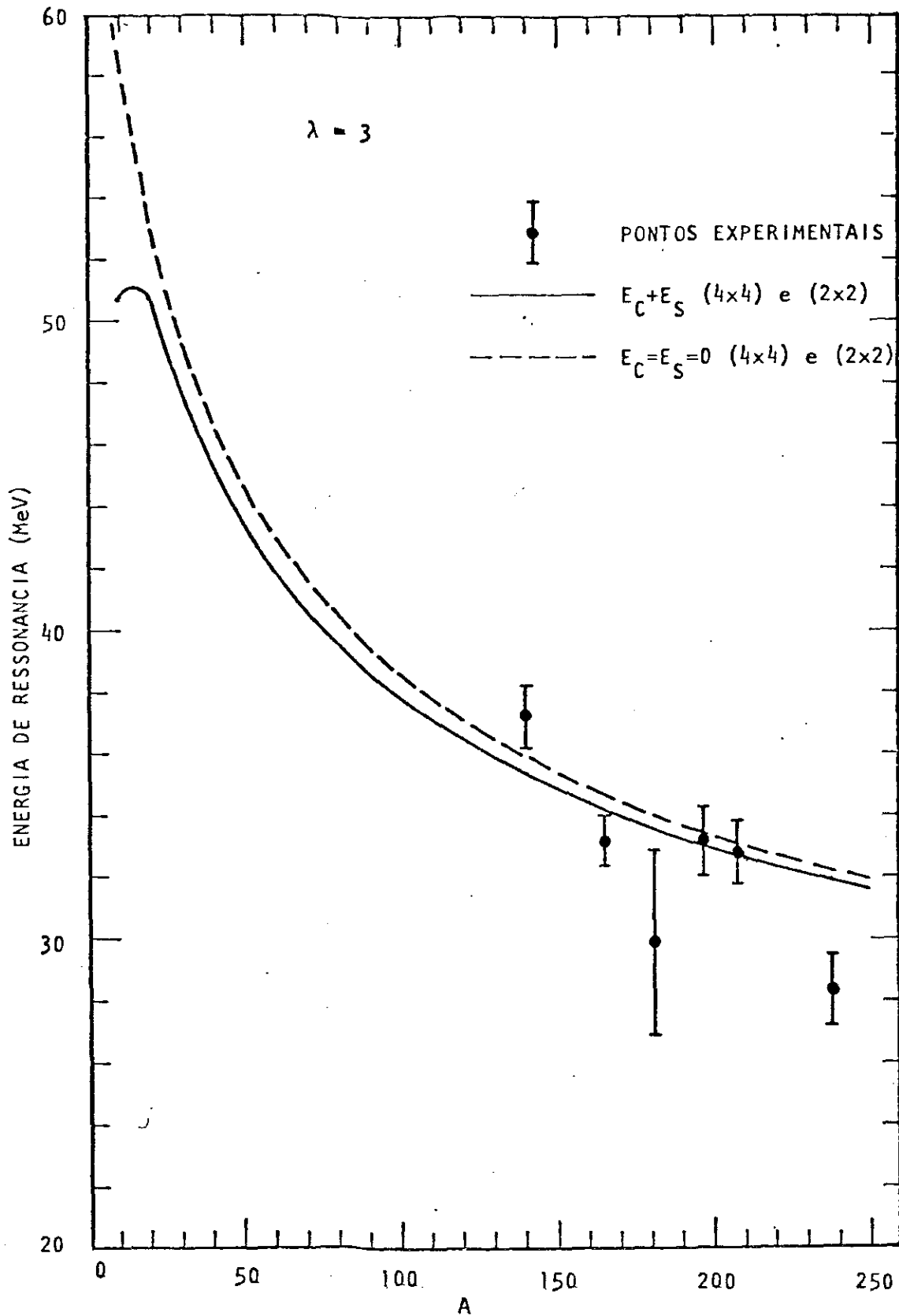


Figura 3.3.3 - Energia de Ressonância Octupolar Elétrica calculada com o conjunto (a) de parâmetros da Gotícula, massa efetiva  $m^* = 0,49 m_0$ , com e sem  $E_C$  e  $E_S$

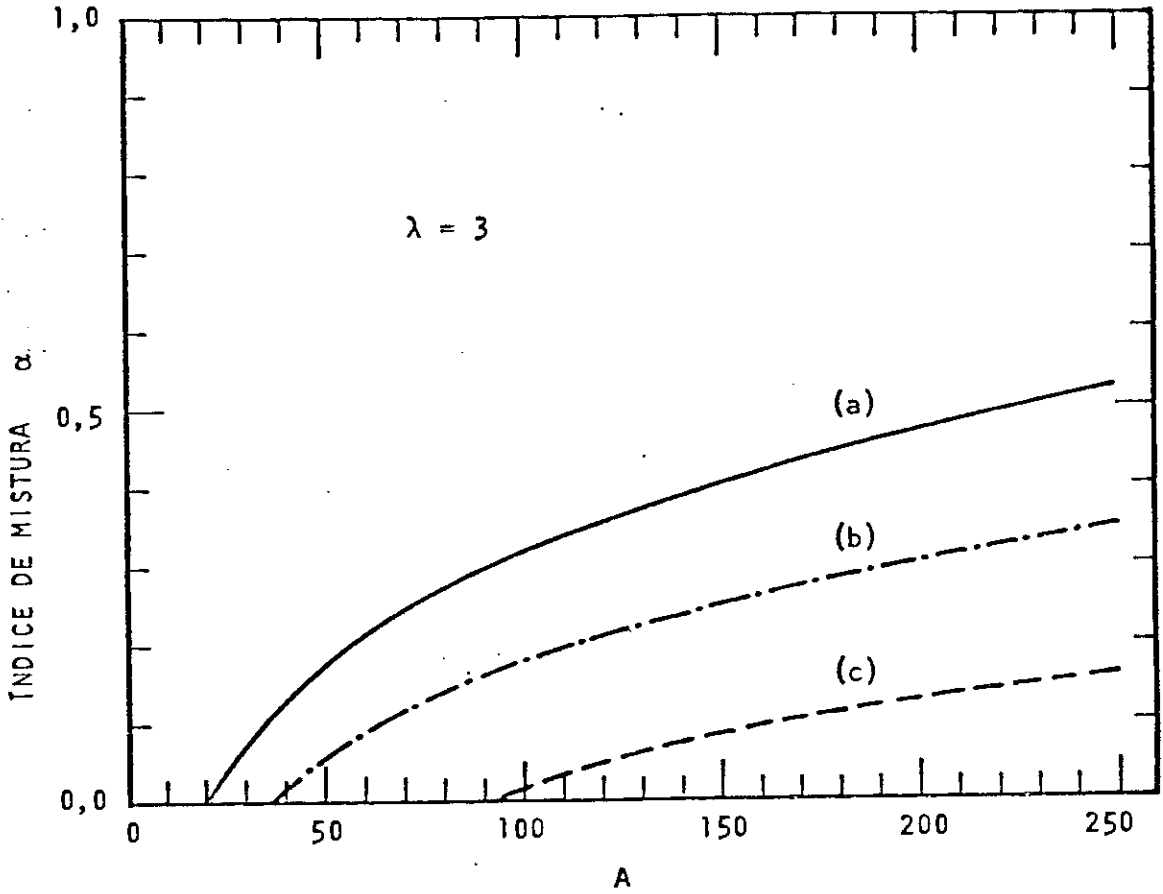


Figura 3.3.4 - Valores do Índice de Mistura de modos de ressonância  $\alpha$  (Steinwedel-Jensen/Goldhaber-Teller) em função de  $A$ , calculados com os conjuntos (a), (b) e (c) de parâmetros da Gotícula, discriminados na Tab.1.1.1

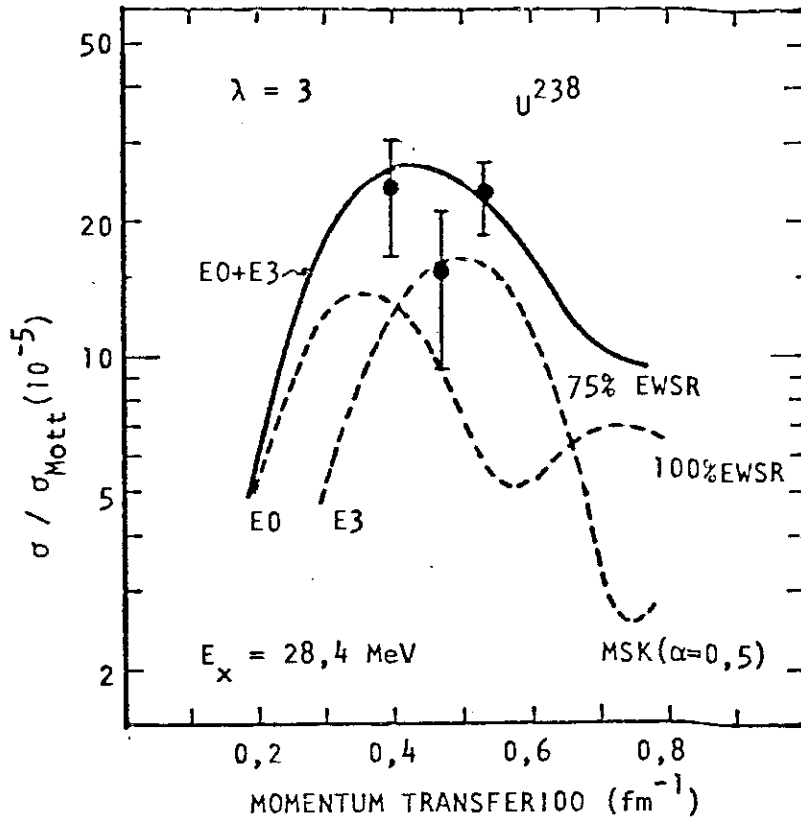


Figura 3.3.5 - Ajuste de dados do fator de forma de espalhamento (e,e') obtidos por Pitthan et al<sup>80</sup> pelo modelo da Gotícula, utilizando valores do índice de mistura do presente trabalho.

### 3.4 - RESSONÂNCIA DE HEXADECAPOLO ELÉTRICO ISOVETORIAL

Utilizando o mesmo procedimento que nas oscilações de menor multipolaridade, os valores da energia de ressonância gigante de hexadecapolo elétrica isovetorial foram associados aos valores mais acentuados  $Q^4(3)$  do momento de multipolo elétrico induzido ao núcleo, pela radiação eletromagnética, mostrados na Figura 3.4.1.

Para a obtenção dos resultados da energia de ressonância, do índice de mistura de modos de oscilação e dos valores do momento induzido em cada combinação, foi usado um valor da massa efetiva  $m^* = 0,35 m_0$ , partindo da extrapolação dos valores que ajustaram bem os dados experimentais para  $\lambda = 1, 2$  e  $3$ , segundo mostra a Figura 3.4.2. Este procedimento foi necessário devido à ausência de dados experimentais do tipo E4. Assim, usando o conjunto (a) de parâmetros do Gotícula, os resultados obtidos foram:

a)- a dependência da energia de ressonância com o número de massa foi do tipo  $E = 134,6 A^{-0,2}$  MeV, comparável à do tipo previsto pelo modelo de Steinwedel-Jensen,  $E = 275 A^{-1/3}$  MeV, partindo de dados preliminares de Pitthan<sup>78</sup> para o  $Ce^{140}$  e  $Pb^{208}$  conforme mostra a Figura 3.4.3;

b)- a contribuição das energias Coulombiana e de Superfície reduz em cerca de 2% os valores da energia de ressonância calculados sem ela, conforme indica a Figura 3.4.3;

c)- os valores do índice de mistura  $\alpha$  indicam uma predominância

de oscilação tipo Goldhaber-Teller, conforme se pode inferir da Figura 3.4.4. Observando a variação do índice de mistura mostrada na Figura 3.4.5, percebe-se uma predominância do modo SJ nos núcleos leves e nas oscilações de baixa multipolaridade. Obviamente, o modo GT predomina em núcleos pesados e altas multipolaridades;

- d)- a variação da massa efetiva com a multipolaridade de oscilação, mostrada na Figura 3.4.2, possivelmente apresenta ligações com o esgotamento parcial das regras de soma, para as reações fotonucleares, e com a limitação do modelo hidrodinâmico para o tratamento teórico correspondente;
- e)- a energia necessária para um núcleo executar oscilações isovetoriais do tipo E1, E2, E3 e E4 cresce com a multipolaridade  $\lambda$ , sendo maior para núcleos leves, conforme indica a Figura 3.4.6.

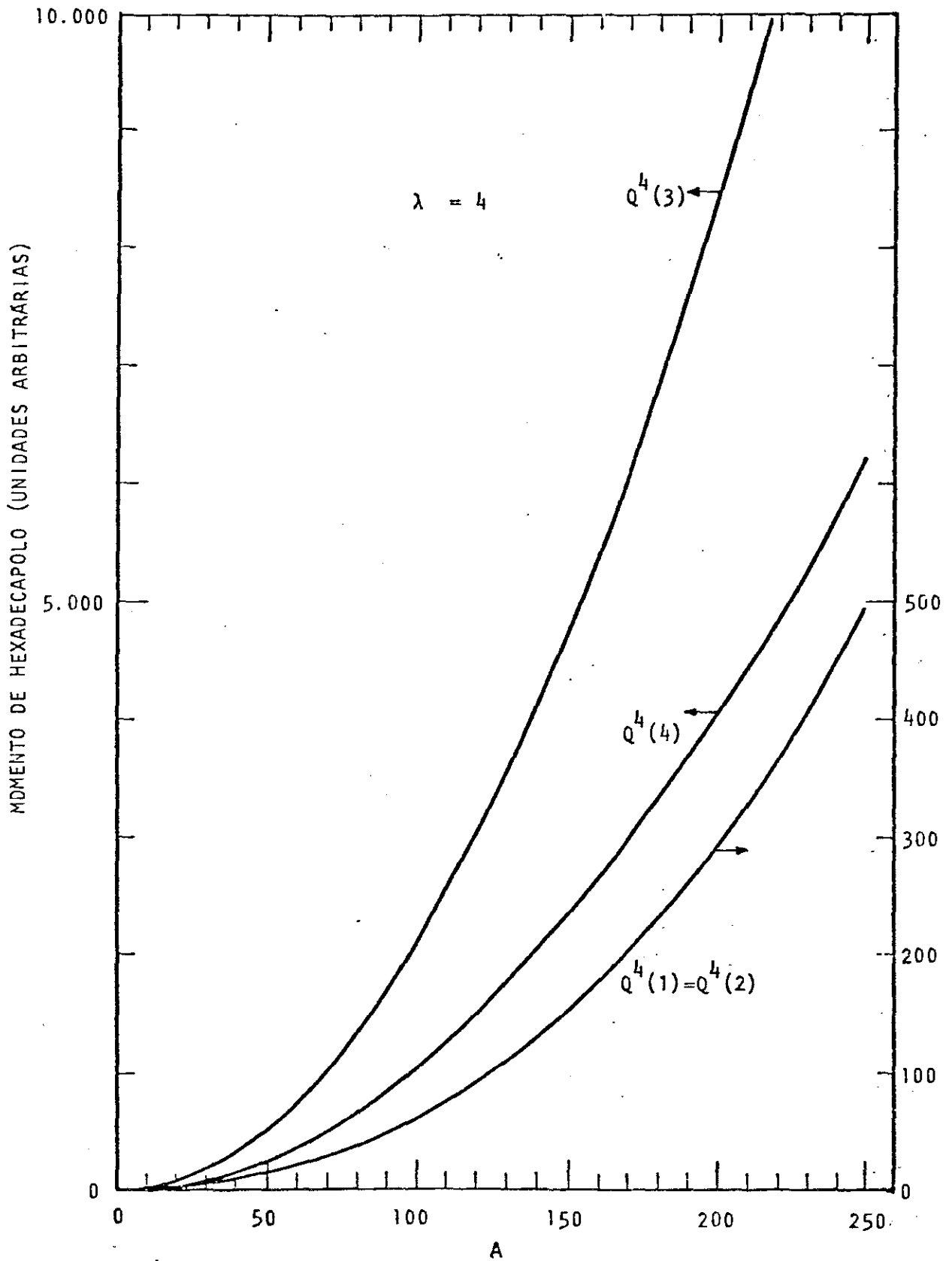


Figura 3.4.1 - Valores do momento de hexadecapolo elétrico em função de A, associados às 4 soluções da equação de autovalores

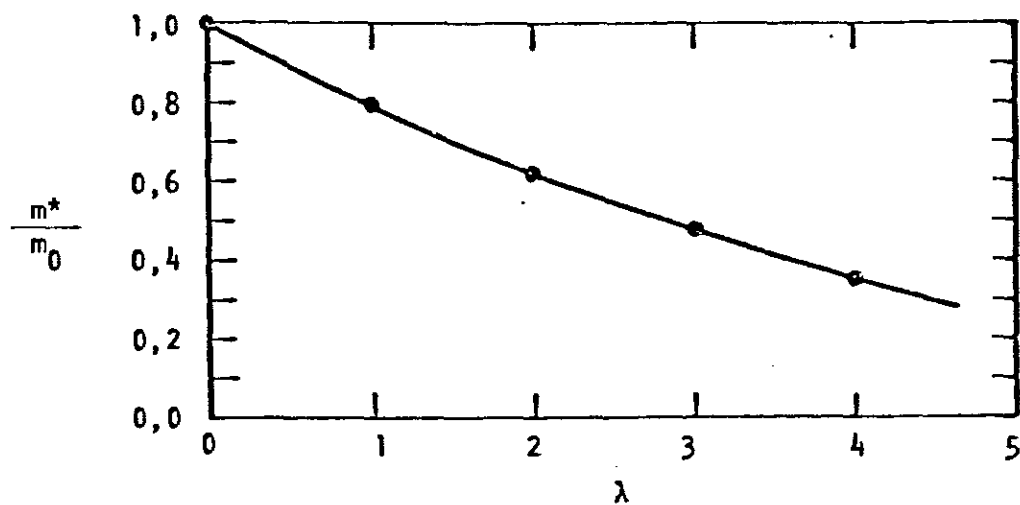


Figura 3.4.2 - Variação da massa efetiva  $m^*$  com a multipolaridade , para ressonâncias gigantes elétricas isovetoriais



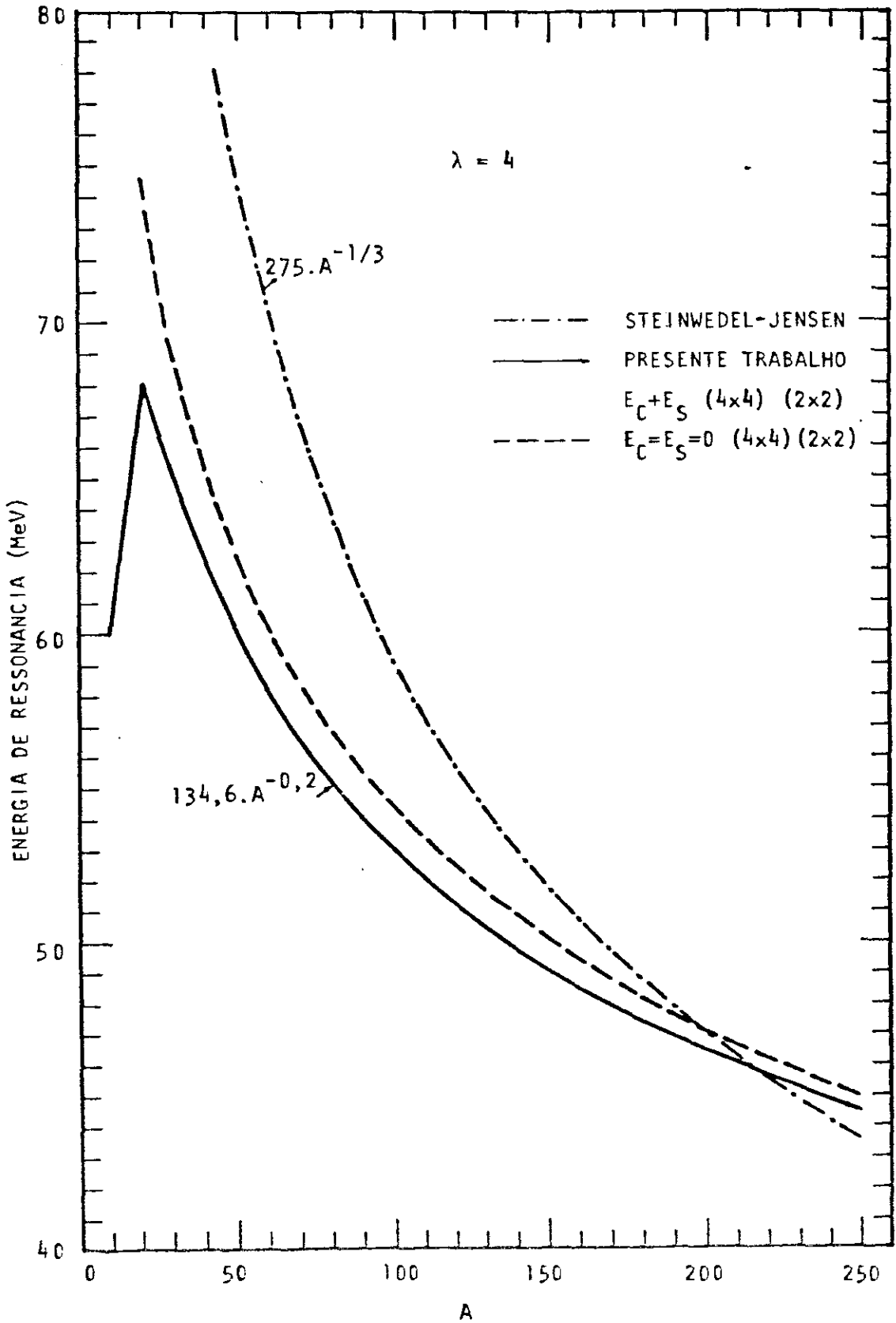


Figura 3.4.3 - Valores da energia de ressonância de hexa deca polo elétrico isovetorial em função de A, calculados pelos modelos de SJ e do presente trabalho, com e sem a contribuição de  $E_C$  e  $E_S$

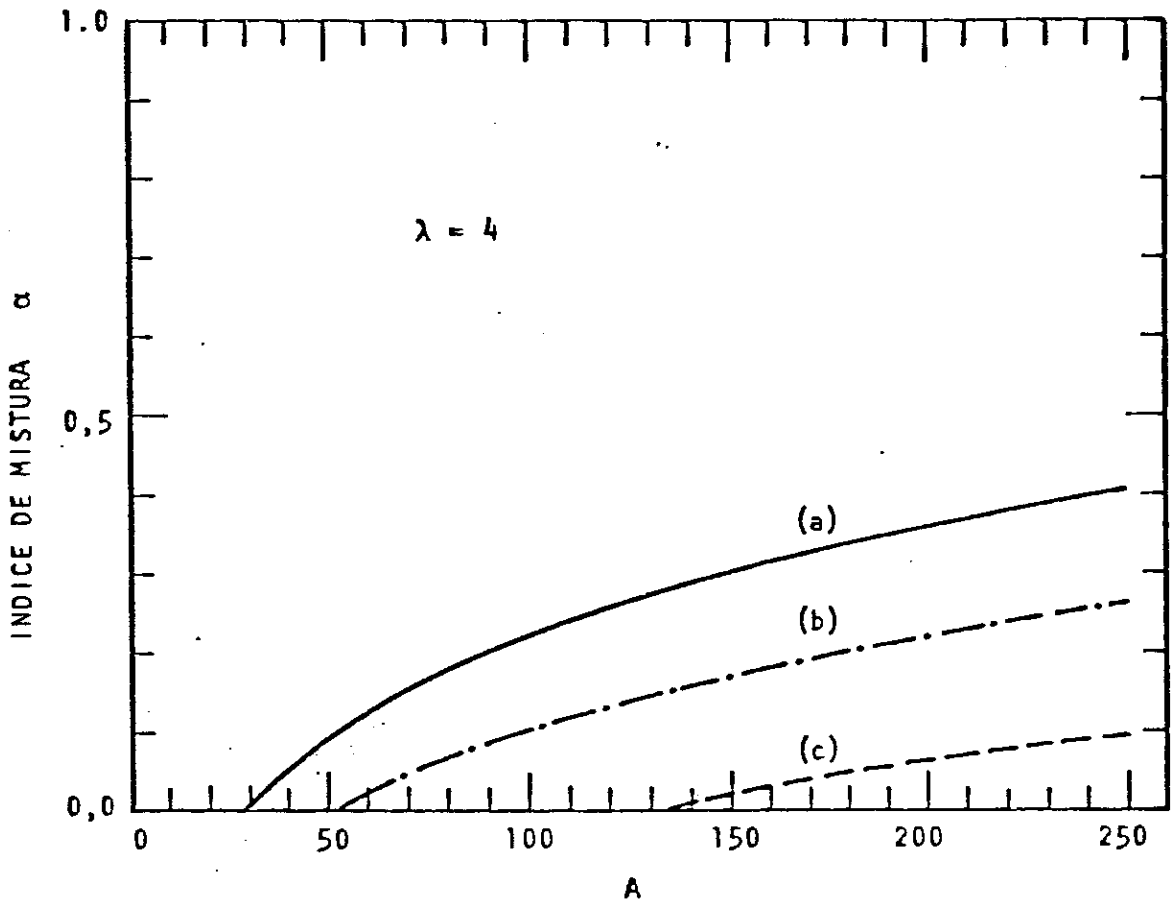


Figura 3.4.4 - Valores do Índice de Mistura de modos de ressonância  $\alpha$  (Steinwedel-Jensen/Goldhaber-Teller) em função de  $A$ , calculados com os conjuntos (a), (b) e (c) de parâmetros da Gotícula, discriminados na Tabela 1.1.1

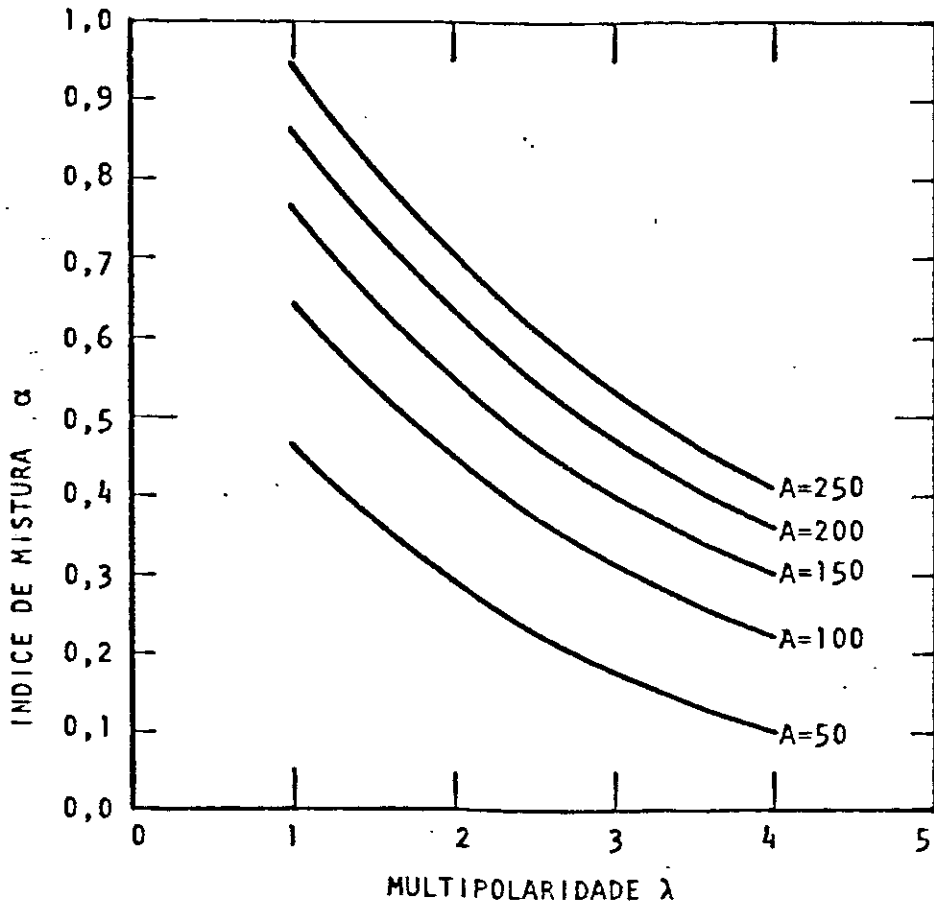


Figura 3.4.5 - Valores do Índice de Mistura  $\alpha$  para ressonância gigante elétrica isovetorial em função da multipolaridade  $\lambda$ , ilustrando a predominância do modo de Steinwedel-Jensen sobre o de Goldhaber-Teller em núcleos pesados

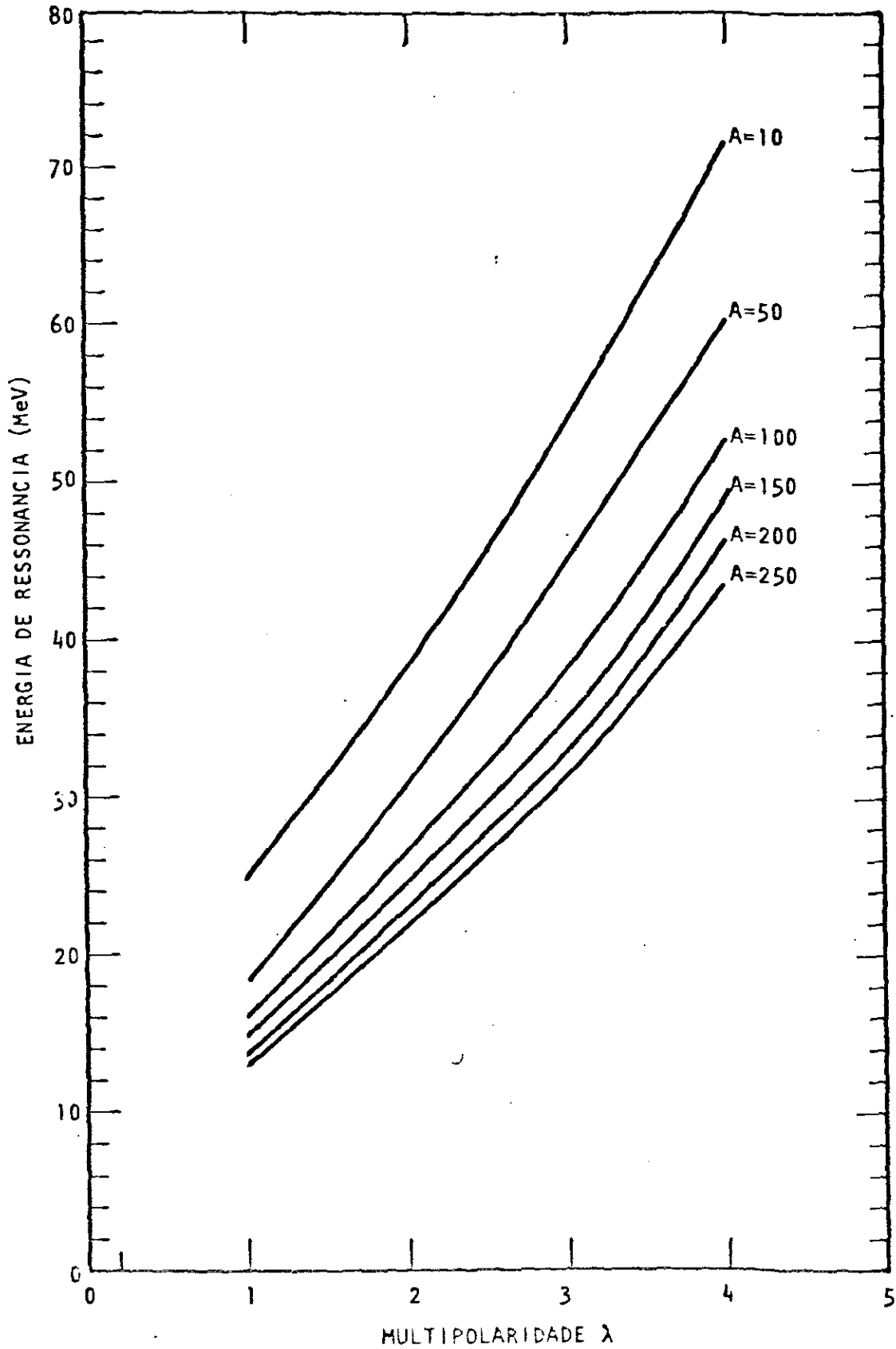


Figura 3.4.6 - Dependência da energia de ressonância com a multipolaridade  $\lambda$  de oscilação e o número de massa  $A$

## CAPÍTULO IV

### CONSIDERAÇÕES SOBRE A SEMILARGURA DE RESSONÂNCIA

#### 4.1 - INTRODUÇÃO

O fenômeno da ressonância gigante está entre aqueles intimamente relacionados com as manifestações macroscópicas do núcleo. As interrelações entre as propriedades médias nucleares podem ser entendidas qualitativa e, às vezes quantitativamente, através dos modelos macroscópicos. Para as reações fotonucleares de ressonância gigante, os bem conhecidos modelos de Goldhaber-Teller e de Steinwedel-Jensen permitem compreender o mecanismo físico das reações e evidenciam a sistemática das energias de ressonância como função da massa nuclear. Estes modos de oscilação, assim descritos, podem ser interpretados como limites clássicos da descrição microscópica das excitações coletivas do sistema de muitos-corpos.

Com a aplicação do modelo da Gotícula às reações fotonucleares<sup>52</sup>, ficou evidenciado que o acoplamento entre os modos SJ e GT são importantes para reproduzir corretamente os valores das energias de ressonância e ajustar os fatores de forma obtidos nas medidas de espalhamento inelástico de partículas carregadas<sup>35,78,79,89</sup>.

Apesar da extensiva e longa história dos estudos sobre a ressonância gigante, existem poucos trabalhos sobre a semilargura da ressonância sob o enfoque macroscópico. Neles se registra um comportamento definido da semilargura com a massa nuclear, no entre

meio de flutuações bastante acentuadas, resultantes, provavelmente, de efeitos da estrutura nuclear.

A largura das ressonâncias gigantes de dipolo elétricas apresenta valores que flutuam no intervalo de 3 a 10 MeV, sendo usualmente maiores para núcleos de camada incompleta.

Estudos realizados a partir de 1975<sup>46,47,81,84</sup> mostraram que ela tem valores proporcionais a  $A^{-2/3}$  e não se estreita nos núcleos leves, quando a densidade de estados nucleares é menor.

Nos últimos anos, muitos experimentos de espalhamento inelástico de elétrons, prótons,  $\text{He}^3$  e partículas alfa<sup>79,80,84,89</sup>, mostraram a existência de ressonâncias gigantes de multipolaridade maior que um, e pertencentes a dois tipos: isoscalares e isovetoriais, cujo reconhecimento foi feito através da distribuição angular das partículas espalhadas que exibem uma secção de choque diferencial dependente dos momentos angulares dos estados excitados. Assim, por exemplo, as ressonâncias com energias centradas em torno de  $E = 63 A^{-1/3}$  MeV, apresentam resultados referentes à distribuição angular consistentes com a atribuição de spin  $2^+$ , e com a classificação de ressonância de tipo isoscalar.

A largura destas novas ressonâncias apresenta valores semelhantes às de dipolo, como também seu comportamento. Isto é, evidenciam um alargamento à medida que  $A$  decresce. Valores típicos, como de 15 MeV para o  $\text{O}^{16}$  e 3 MeV para o  $\text{Pb}^{208}$  ilustram esta dependência da largura com o número de massa.

A tendência da largura dos estados de ressonância gigante aumentar com o decrêscimo de A pode ser caracterizada como um comportamento dos sistemas viscosos, que apresentam um crescente amortecimento com a redução do volume do sistema<sup>90</sup>.

Isto sugere que o mecanismo responsável pelo amortecimento dos estados de ressonância gigante é semelhante ao de um fluido viscoso. O sucesso do modelo hidrodinâmico na previsão dos valores das energias de ressonância estimula uma possível extensão para a previsão e, mesmo explicação, dos valores da semilargura, com a inclusão da viscosidade.

A noção de viscosidade da matéria nuclear foi inicialmente discutida em estudos de fissão nuclear<sup>91</sup>. Em 1973, Wieczorek, Hasse e Sussmann<sup>92</sup> incluíram o termo de fricção nas equações hidrodinâmicas de Steinwedel-Jensen. Em 1975, Rainer Hasse<sup>93</sup> estudou o movimento de um fluido incompressível, usando a equação linearizada de Navier-Stokes e assumindo um fluxo potencial.

Aplicando o conceito de viscosidade em reações fotonucleares, em 1975, N. Auerbach e A. Yeverechyahu<sup>46</sup> sugeriram um modelo composto de fluidos de prótons e de neutrons, se movendo com spins paralelos e antiparalelos. Esta dependência do spin, permitiu uma descrição geral da largura e seu comportamento, em termos de ressonâncias de tipo isoscalar e isovetorial. Eles descreveram as vibrações da densidade nuclear, através de soluções análogas a ondas sonoras sob influência da viscosidade. Esta faz com que a energia dos modos coletivos seja dissipada em muitos modos não coerentes de oscilação (single particle), utilizando as seguintes

hipóteses:

- a)- o movimento da matéria nuclear inteira é composto de movimentos de dois tipos de fluidos, um de neutrons e outro de prótons, sendo os dois fluidos compressíveis, viscosos e interpenetrantes;
- b)- desde que se está interessado na descrição grossa da largura os efeitos das energias Coulombiana e de Superfície foram desprezados;
- c)- os coeficientes de viscosidade foram considerados independentes da temperatura (energia).

Com a solução das equações de movimento, e utilizando valores adequados para a velocidade do som e viscosidade nos fluidos, eles chegaram a uma relação simples para a previsão da semilargura, para cada tipo de ressonância. Assim, utilizando a notação  $\Gamma_{\lambda, T}$ , onde  $\lambda$  é a multipolaridade da ressonância e T o valor do isospin, se obteve, para a ressonância dipolar isovetorial,

$$\Gamma_{1,1} = 2,3 + \frac{14}{A^{2/3}} + \frac{21}{A^{1/2}} \quad \text{MeV} \quad (4.1.1)$$

E para a ressonância quadrupolar isoscalar,

$$\Gamma_{2,0} = \frac{36}{A^{2/3}} + \frac{29}{A^{1/2}} \quad \text{MeV} \quad (4.1.2)$$

Além disso eles chegaram a uma relação entre a semilargura e a



energia de ressonância, do tipo,

$$\Gamma_{1,1} = 0,3 E^{1,0} \text{ MeV} \quad (4.1.3)$$

$$\Gamma_{2,0} = 0,04 E^{1,8} \text{ MeV}$$

Para a ressonância quadrupolar de tipo isovetorial, com energia dada por  $E = 120 A^{-1/3}$  MeV, o valor estimado para a largura foi de,

$$\Gamma_{2,1} = (2,3 + 36 A^{-2/3} + 38 A^{-1/2}) \text{ MeV} \quad (4.1.4)$$

Os resultados obtidos foram muito bons, reforçando o uso do modelo macroscópico no tratamento da ressonância gigante e a inclusão da viscosidade como elemento definidor da semilargura.

Em 1976, R.Hasse e P.Nerud<sup>47</sup> substituíram, na equação desenvolvida por Auerbach e Yeverechyahu, a força de atrito clássica, linear na velocidade relativa e proporcional às densidades de equilíbrio dos fluidos, pela força de Navier-Stokes, análoga, mas com fundamentação física diferente. As expressões encontradas foram as seguintes:

a)- para a ressonância dipolar isovetorial,

$$\Gamma_{1,1} = (42 A^{-2/3} + 21 A^{-1/2}) \approx 0,03 E^{1,8} \text{ MeV} \quad (4.1.4)$$

onde,  $E = 78 A^{-1/3}$  MeV

b)- para a ressonância quadrupolar isoscalar,

$$\Gamma_{2,0} = (36 A^{-2/3} + 29 A^{-1/2}) \text{ MeV} = 0,04 E^{1,8} \text{ MeV}$$

onde,

(4.1.5)

$$E = 63 A^{-1/3} \text{ MeV}$$

c)- para a ressonância quadrupolar isovetorial,

$$\Gamma_{2,1} = (101 A^{-2/3} + 52 A^{-1/2}) \text{ MeV}$$

onde,

(4.1.6)

$$E = 120 A^{-1/3} \text{ MeV}$$

Um outro enfoque desenvolvido para o caso dipolar, em 1977, especificamente para o modo GT<sup>52</sup>, utilizou o modelo de dissipação de um corpo. Neste modelo, gases de neutrons e prótons movem-se, com velocidade média igual à 3/4 da velocidade de Fermi, num recipiente constituído pelo poço de potencial gerado pelas partículas nucleares. Como o movimento das bordas ou da superfície nuclear é bem menor que o movimento de oscilação dos prótons contra os neutrons, supôs-se um poço de potencial estacionário.

O resultado obtido foi satisfatório, principalmente pela simplicidade da expressão da semilargura, gerando valores que variam segundo  $A^{-1/3}$ , da mesma ordem de grandeza que os dados experimentais, mas um pouco superestimados.

Para o enfoque usual de viscosidade de dois corpos, Auerbach e Yeverechyahu<sup>90</sup> e Hasse e Nerud<sup>47</sup> calcularam as larguras das res

sonâncias isoscalares e isovetoriais, supondo que as paredes do núcleo eram rígidas, correspondendo ao modo SJ deste trabalho, de finido no item (2.1).

Em 1979, J.R.Nix e A.J.Sierk<sup>45</sup> determinaram teoricamente a semi largura das ressonâncias isoscalares de qualquer multipolaridade, usnado fronteiras deformáveis de núcleos, sob a hipótese de in compressibilidade, irrotacionalidade, pequena amplitude de fluxo de matéria nuclear. O modelo macroscópico desenvolvido levou em conta a distorção da superfície de Fermi, obtendo a semilargura como função do número de massa, da multipolaridade, sem parâme tros ajustáveis, principalmente para ressonâncias de quadrupolo e octupolo.

Eles calcularam a semilargura utilizando também vários modelos e xistentes, como o que usa a viscosidade de dois corpos, o de um corpo ou fórmula da parede, dissipação de um corpo com múltiplas reflexões, e dissipação de um corpo modificada. Os resultados o btidos foram satisfatórios, com a largura apresentando uma varia ção segundo  $A^{-2/3}$  e um relacionamento da semilargura com a ener gia de ressonância do tipo,

$$\Gamma = 0,01405 E_{\lambda}^2 \text{ MeV} \quad (4.1.7)$$

onde  $\lambda$  é a multipolaridade da ressonância.

Uma questão interessante, então, é como estimar a influência da mistura de modos GT e SJ na semilargura da ressonância. Esta mis tura de modos, conforme foi descrito, foi adequadamente tratada

pelo modelo da Cótica e com resultados concordantes com as medi-  
das experimentais. Assim, se se estender o mesmo formalismo para  
o cálculo da semilargura, a mistura de modos estará implícita, de-  
vido à estrutura das matrizes, e das soluções provenientes das  
equações de autovalores e autovetores.

#### 4.2 - SEMILARGURA DA RESSONÂNCIA GIGANTE DE MULTIPÓLO ELÉTRICO

A semilargura, ou largura da ressonância gigante, pode ser defi-  
nida formalmente, utilizando o método das Perturbações aplicado a  
um sistema de Osciladores Amortecidos Acoplados.

Com efeito, considerando o acoplamento dos modos de oscilação ti-  
po SJ e GT em presença de amortecimento, a equação de movimento é  
do tipo,

$$B|\ddot{\alpha}\rangle + D|\dot{\alpha}\rangle + V|\alpha\rangle = 0 \quad (4.2.1)$$

onde B, D e C são definidas a partir de,

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \langle \dot{\alpha} | B | \dot{\alpha} \rangle && = \text{energia cinética} \\ V &= \frac{1}{2} \langle \alpha | C | \alpha \rangle && = \text{energia potencial} \\ F &= \frac{1}{2} \langle \dot{\alpha} | D | \dot{\alpha} \rangle && = \text{função dissipação de Rayleigh} \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

$|\alpha\rangle$  = vetor de parâmetro dinâmico do sistema

Na equação (4.2.1), B e C são matrizes (4x4), descritas pelas ex

pressões (2.2.29) e (2.3.36), respectivamente. A matriz D é obtida de modo semelhante, sendo seu detalhamento descrito mais à frente.

Para uma equação de movimento do tipo (4.2.1) tem-se uma forma de solução geral para a energia e semilargura de ressonância dada por,

$$E_0 = \hbar \operatorname{Re}(\omega) \quad (4.2.3)$$

$$\Gamma = 2 \hbar \operatorname{Im}(\omega)$$

onde  $\omega$  é a frequência complexa, tal que,  $|\alpha(t)\rangle = e^{i\omega t} |\alpha\rangle$  e ainda,

$$\omega = \omega_0 + Z \quad (4.2.4)$$

sendo,

$$|Z/\omega_0| \ll 1$$

e  $\omega_0$  é a frequência de oscilação do sistema não amortecido, e

$$\det | -\omega_0^2 B + C | = 0 \quad (4.2.5)$$

Chamando de  $|\alpha\rangle$  a solução da equação (4.2.1) tem-se,

$$( -\omega^2 B + C + i \omega D ) |\alpha\rangle = 0 \quad (4.2.6)$$

$$\text{como } ( -\omega_0^2 B + C ) |\omega_0\rangle = 0$$

se B não é singular,

$$(B^{-1} C) |\omega_0\rangle = \omega_0^2 |\omega_0\rangle \quad (4.2.7)$$

e assim, pode se escrever a equação (4.2.6) sob a forma,

$$(B^{-1} C + i \omega B^{-1} D) |\alpha\rangle = \omega^2 |\alpha\rangle \quad (4.2.8)$$

Chamando de,

$$H_0 = B^{-1} C \quad (4.2.9)$$

$$H_1 = i \omega B^{-1} D$$

substituindo em (4.2.8) tem-se,

$$(H_0 + H_1) |\alpha\rangle = \omega^2 |\alpha\rangle \quad (4.2.10)$$

Considerando que,

$$H_0 \gg H_1 \quad (4.2.11)$$

pode-se utilizar o Método das Perturbações para o cálculo dos au tovalores e autovetores. Assim, fazendo,

$$|\alpha\rangle = |\omega_0\rangle + \delta |\alpha\rangle \quad (4.2.12)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \delta \omega^2$$

levando em (4.2.10) tem-se,

$$(H_0 + H_1) \{ |\omega_0\rangle + \delta |\alpha\rangle \} = (\omega_0^2 + \delta\omega^2) \{ |\omega_0\rangle + \delta |\alpha\rangle \} \quad (4.2.13)$$

Desenvolvendo e desacoplando as expressões em (4.2.13) obtem-se,

$$H_0 |\omega_0\rangle = \omega_0^2 |\omega_0\rangle \quad (4.2.14)$$

que representa a solução do sistema não perturbado, e até termos de 1.ª ordem,

$$H_1 |\omega_0\rangle + H_0 \delta |\alpha\rangle = \omega_0^2 \delta |\alpha\rangle + \delta\omega^2 |\omega_0\rangle \quad (4.2.15)$$

ou

$$(H_0 - \omega_0^2) \delta |\alpha\rangle = (\delta\omega^2 - H_1) |\omega_0\rangle \quad (4.2.16)$$

Introduzindo o vetor,

$$\langle \tilde{\omega}_0 | H_0 = \omega_0^2 \langle \tilde{\omega}_0 | \quad (4.2.17)$$

devido ao fato do operador  $H_0 = B^{-1} C$  não ser hermitiano, implica de (4.2.14) que,

$$\langle \omega_0 | H_0 \neq \omega_0^2 \langle \omega_0 | \quad (4.2.18)$$

Assim, calculando o valor de  $\delta\omega^2$  fazendo o produto escalar de (4.2.15), tem-se,

$$\langle \tilde{\omega}_0 | \{ \delta\omega^2 - H_1 \} |\omega_0\rangle = 0 \quad (4.2.19)$$

$$\delta\omega^2 = \frac{\langle \tilde{\omega}_0 | H_1 | \omega_0 \rangle}{\langle \tilde{\omega}_0 | \omega_0 \rangle} \quad (4.2.20)$$

O vetor  $|\tilde{\omega}_0\rangle$  introduzido é nada mais do que,

$$|\tilde{\omega}_0\rangle = k B |\omega_0\rangle \quad (4.2.21)$$

onde  $k$  é uma constante.

Com efeito, tomando a relação transposta da expressão (4.2.17),

$$H_0^T |\tilde{\omega}_0\rangle = \omega_0^2 |\omega_0\rangle \quad (4.2.22)$$

e lembrando que,

$$H_0^T = (B^{-1} C)^T = C^T (B^{-1})^T = C B^{-1} \quad (4.2.23)$$

pois  $B$  e  $C$  são matrizes reais e simétricas.

Então, de,

$$C B^{-1} |\tilde{\omega}_0\rangle = \omega_0^2 |\tilde{\omega}_0\rangle$$

multiplicando ambos os lados por  $B^{-1}$  obtém-se,

$$B^{-1} C B^{-1} |\tilde{\omega}_0\rangle = \omega_0^2 B^{-1} |\tilde{\omega}_0\rangle \quad (4.2.24)$$



Comparando com a equação (4.2.7) e supondo que não existam degenerescências, tem-se finalmente que,

$$|\tilde{\omega}_0\rangle = k B |\omega_0\rangle \quad (4.2.25)$$

Levando este valor na expressão de  $\delta\omega^2$  em (4.2.20), tem-se,

$$\begin{aligned} \delta\omega^2 &= \frac{i \omega_0 \langle \omega_0 | B B^{-1} D | \omega_0 \rangle}{\langle \omega_0 | B | \omega_0 \rangle} = \\ &= i \frac{\omega_0 \langle \omega_0 | D | \omega_0 \rangle}{\langle \omega_0 | B | \omega_0 \rangle} \end{aligned} \quad (4.2.26)$$

Como o valor da frequência de oscilação, pela teoria das perturbações, é dado por,

$$\begin{aligned} \omega &= (\omega_0^2 + \delta\omega^2)^{1/2} \approx \omega_0 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\delta\omega^2}{\omega_0^2} \right) = \\ &= \omega_0 + i \frac{\omega_0}{2\omega_0} \frac{\langle \omega_0 | D | \omega_0 \rangle}{\langle \omega_0 | B | \omega_0 \rangle} \end{aligned} \quad (4.2.27)$$

Lembrando a definição de semilargura dada por (4.2.3), obtém-se,

$$\Gamma = 2 \hbar \text{Im}(\omega) = \hbar \frac{\langle \omega_0 | D | \omega_0 \rangle}{\langle \omega_0 | B | \omega_0 \rangle} \quad (4.2.28)$$

Onde D é uma matriz definida em termos da função dissipação de Rayleigh.

Os elementos de matriz de  $D$  são definidos pelas contribuições levadas em consideração na composição da semilargura da ressonância, isto é, contribuições de forças devido à interação de um corpo, dois-corpos, efeito da viscosidade, compressibilidade ou não do núcleo. Estas contribuições serão descritas a seguir.

#### 4.2.1 - FUNÇÃO DISSIPACÃO DE RAYLEIGH

A função dissipação de Rayleigh  $F$ , introduzida como fator de amortecimento do sistema de osciladores acoplados em (4.2.2) para a definição da semilargura da ressonância, pode ser determinada supondo tres possíveis contribuições:

- a)- dissipação de energia devido ao movimento das "paredes" do núcleo, ou componente de um corpo (one-body),  $F_1$  ;
- b)- dissipação devido à viscosidade, supondo um fluido incompressível e irrotacional, mas com fronteiras deformáveis do núcleo, ou componente de dois-corpos,  $F_2$  ;
- c)- dissipação devido às flutuações, no tempo, da densidade dos fluidos de prótons e neutrons,  $F_3$ .

a)- Cálculo de  $F_1$

Devido ao movimento das paredes do núcleo, ou então, às colisões dos prótons e neutrons com a superfície nuclear, surge uma taxa de dissipação de energia. Esta taxa é calculada como numa aproximação

mação p̄s-adiabática de ḡs de Fermi,

$$F_1 = - \frac{1}{2} \left( \frac{dE}{dt} \right)_{\text{sup}} = - \frac{1}{2} \left( \frac{dE}{dt} \right)_{\text{um-corpo}} =$$

$$= \frac{m}{2} \bar{v} \rho \int_{\text{sup}} (\vec{v} \cdot \vec{n})^2 d\sigma \quad (4.2.1.1)$$

Isto fornece,

$$F_1 = \frac{m}{2} \bar{v} \rho R_0^2 \int \dot{R}^2 d\Omega = \frac{m}{2} \bar{v} \rho R_0^2 \int (R_0 \ddot{\alpha}_\lambda Y_\lambda)^2 d\Omega =$$

$$= \frac{m}{2} \bar{v} \rho R_0^4 |\dot{\alpha}_\lambda|^2 \quad (4.2.1.2)$$

que s̄o contribui para o modo GT, como era de se esperar.

Considerando os fluidos de neutrons e pr̄tons e uma multipolarida de λ de oscilaç̄o, tem-se,

$$F_1 = \frac{3m}{8\pi} r_0 A^{4/3} \bar{v} \left\{ (1+\epsilon) \dot{x}_\lambda^2 - 2 \frac{NZ}{A} \eta \dot{x}_\lambda \dot{y}_\lambda + \right.$$

$$\left. + \frac{NZ}{A^2} \left( 1+\epsilon + \frac{N-Z}{A} \eta \right) \dot{y}_\lambda^2 \right\} \quad (4.2.1.3)$$

onde a velocidade m̄dia dos nucleons ̄ dada por,

$$\bar{v} = \frac{3}{4} v_F = \frac{3}{4} \frac{\hbar (3\pi^2 \rho)^{1/3}}{m} = 0,2584023 c \quad (4.2.1.4)$$

para,

$$\rho = \left( \frac{4\pi}{3} r_0^3 \right)^{-1} \quad \text{e} \quad r_0 = 1,18 \text{ fm}$$

sendo,

$$c = \text{velocidade da luz}$$

b)- Cálculo de  $F_2$

A contribuição para a semilargura, supondo os fluidos de prótons e neutrons, incompressíveis, irrotacionais e com baixa viscosidade, é obtida segundo R.Hasse<sup>93</sup>, resolvendo a equação linearizada de Navier-Stokes.

Assim, a taxa de dissipação de energia por este processo será,

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \mu \int d\vec{r} \sum_{ij} \pi_{ij}^2 \quad (4.2.1.5)$$

onde,

$$\pi_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \quad (4.2.1.6)$$

Considerando que, no caso,

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \quad (4.2.1.7)$$

tem-se,

$$-\frac{dE}{dt} = \mu \int d\vec{S} \cdot \vec{v}^2 \quad (4.2.1.8)$$

Integrando a expressão (4.2.1.8), tem-se, segundo R.Hasse<sup>93</sup>,

$$-\frac{dE}{dt} = \sum_{\lambda} \bar{z}_{\lambda} |\dot{\alpha}_{\lambda}|^2 \quad (4.2.1.9)$$

onde,

$$\bar{z}_\lambda = 2 \mu \frac{R_{0i}^3}{\lambda} (\lambda-1)(2\lambda+1) \quad (4.2.1.10)$$

Tendo em vista que,

$$F_2 = - \frac{1}{2} \frac{dE}{dt} \quad (4.2.1.11)$$

substituindo (4.2.1.5) e expressando em função dos parâmetros dinâmicos,  $x_\lambda$ ,  $u_\lambda$ ,  $y_\lambda$  e  $v_\lambda$ , tem-se,

$$F_2 = \mu \frac{(\lambda-1)(2\lambda+1)}{\lambda} r_0^3 A \left[ (1+3\epsilon) \dot{x}_\lambda^2 - \right. \\ \left. - 4 \frac{NZ}{A^2} \eta \dot{x}_\lambda \dot{y}_\lambda + \frac{NZ}{A^2} \left( 1+3\epsilon + 2 \frac{N-Z}{A} \eta \right) \dot{y}_\lambda^2 \right] \quad (4.2.1.12)$$

onde,  $\mu$  é o coeficiente de viscosidade da matéria nuclear e foi considerado que,

$$\mu_N = \mu \frac{\rho_{0N}}{\rho_0} \quad (4.2.1.13)$$

$$\mu_Z = \mu \frac{\rho_{0Z}}{\rho_0}$$

c)- Cálculo de  $F_3$

A contribuição devido às flutuações da densidade no tempo, pode ser obtida utilizando o formalismo de H.Lamb<sup>90</sup>, onde a função de dissipação é deduzida como sendo,

$$F_3 = \frac{1}{2} \frac{4}{3} \mu \int d\tau (\nabla \cdot \vec{v})^2 \quad (4.2.1.14)$$

Lembrando a equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \vec{v}) \quad \text{ou} \quad \nabla \cdot \vec{v} = -\frac{\dot{\rho}}{\rho_0} \quad (4.2.1.15)$$

e substituindo em  $F_3$ ,

$$F_3 = \frac{2}{3} \mu \frac{1}{\rho_0} \int d\tau (\dot{\rho})^2 \quad (4.2.1.16)$$

como,

$$\dot{\rho} = \rho_0 \dot{c}_{\lambda\nu} j_\lambda Y_{\lambda\nu}$$

obtem-se,

$$\begin{aligned} F_3 &= \frac{2}{3} \mu \int r^2 dr d\Omega |c_{\lambda\nu} j_\lambda Y_{\lambda\nu}|^2 = \\ &= \frac{2}{3} \mu |c_{\lambda\nu}|^2 \frac{1}{k_\lambda^3} \int x^2 dx \{j_\lambda(x)\}^2 \end{aligned} \quad (4.2.1.17)$$

Utilizando as propriedades das funções de Bessel, a integral fica,

$$\int_0^x x^2 dx \{j_\lambda(x)\}^2 = j_\lambda^2 \frac{\alpha_\lambda}{2} \left( \alpha_\lambda^2 - \lambda(\lambda+1) \right) \quad (4.2.1.18)$$

onde,

$$x = \alpha_\lambda = k_\lambda R_0$$

Lembrando que,

$$\dot{c}_\lambda = N_\lambda B_\lambda = \frac{1}{j_\lambda} \left( \frac{\alpha_\lambda^2}{\lambda} \right) B_\lambda \quad (4.2.1.19)$$

tem-se,

$$F_3 = \frac{1}{3} \mu \frac{\alpha_\lambda^2}{\lambda^2} \left( \alpha_\lambda^2 - \lambda(\lambda+1) \right) R_0^3 |B_\lambda|^2 \quad (4.2.1.20)$$

Calculando para N e Z, expressando em termos das variáveis  $u_\lambda$  e  $v_\lambda$ , obtem-se, finalmente,

$$F_3 = \frac{1}{3} \mu \frac{\alpha_\lambda^2}{\lambda^2} \left( \alpha_\lambda^2 - \lambda(\lambda+1) \right) r_0^3 A \{ (1+3\varepsilon) \dot{u}_\lambda^2 - \\ - 2 \frac{NZ}{A^2} \eta \dot{u}_\lambda \dot{v}_\lambda + \frac{NZ}{A^2} (1+3\varepsilon) \dot{v}_\lambda^2 \} \quad (4.2.1.21)$$

Assim, utilizando as contribuições de (4.2.1.3), (4.2.1.12) e de (4.2.1.21) para a função dissipação de Rayleigh F, ou seja,

$$F = F_1 + F_2 + F_3 \quad (4.2.1.22)$$

e expressando em forma de matriz (4x4), tem-se,

$\dot{x}_\lambda$	$\dot{u}_\lambda$	$\dot{y}_\lambda$	$\dot{v}_\lambda$	$\dot{x}_\lambda$
$\frac{3m^*}{8\pi} \frac{A^{1/3}}{r_0} \bar{v} (1+\epsilon)$	0	$-\frac{3m^*}{8\pi} \frac{A^{1/3}}{r_0} \bar{v} \frac{NZ}{A} \eta$	0	$\dot{x}_\lambda$
0	$\frac{1}{3} \mu \frac{\alpha_\lambda^2}{\lambda^2} (\alpha_\lambda^2 - \lambda(\lambda+1)) (1+3\epsilon)$	0	$-\frac{1}{3} \mu \frac{\alpha_\lambda^2}{\lambda^2} (\alpha_\lambda^2 - \lambda(\lambda+1)) \frac{NZ}{A} \eta$	$\dot{u}_\lambda$
$F \dot{x} \dot{y}$	0	$\mu \frac{(\lambda-1)(2\lambda+1)}{\lambda} \frac{NZ}{A} (1+3\epsilon) + 2 \frac{N-Z}{A} \eta + \frac{3m^*}{8\pi} \frac{A^{1/3}}{r_0} \bar{v} \frac{NZ}{A} \eta$ $\{1+\epsilon + (N-Z)/A \cdot \eta\}$	0	$\dot{y}_\lambda$
0	$F \dot{u} \dot{v}$	0	$\frac{\mu \alpha_\lambda^2}{3 \lambda^2} (\alpha_\lambda^2 - \lambda(\lambda+1)) \frac{NZ}{A} (1+3\epsilon)$	$\dot{v}_\lambda$

$F=r_0^3 A$



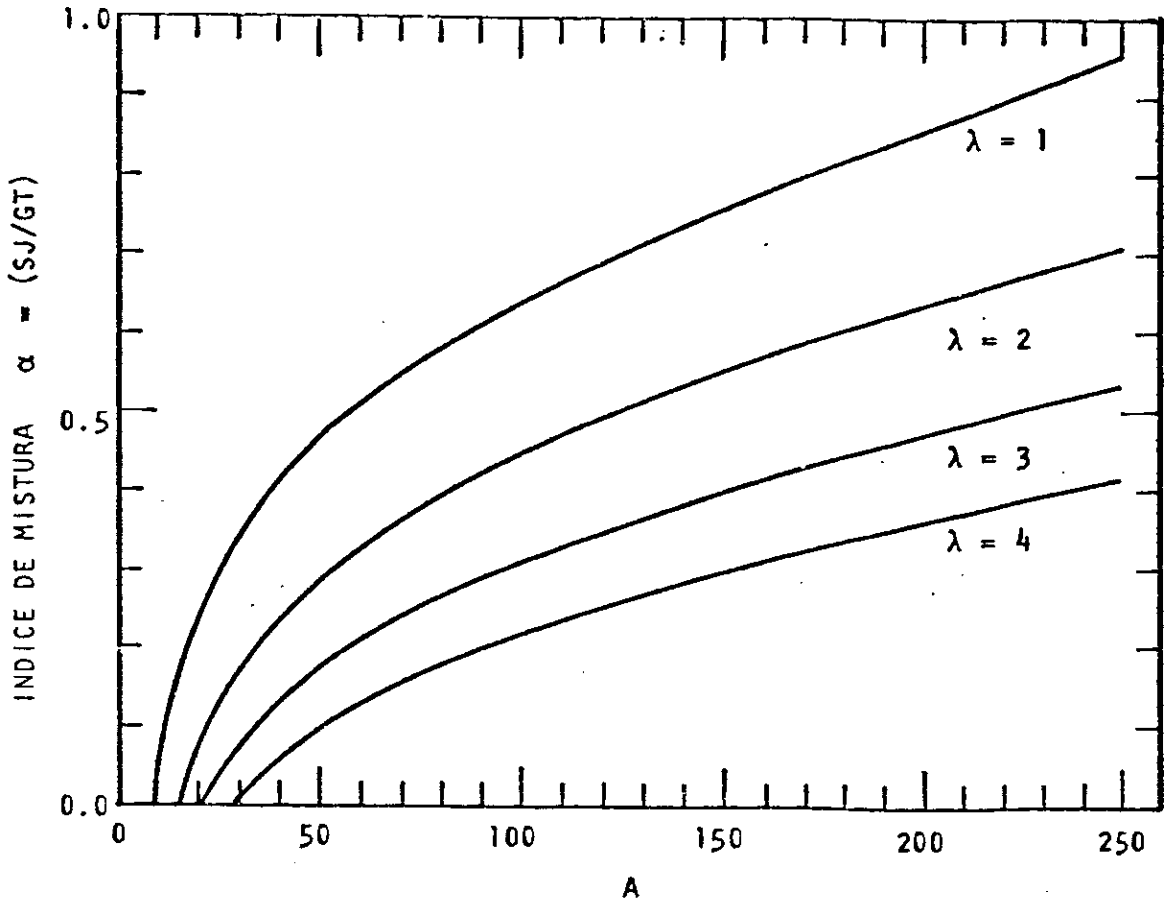


Figura 4.3.1 - Índice de Mistura de modos de ressonância  $\alpha$ , em função do número de massa  $A$ , para cada multipolaridade  $\lambda$  e o conjunto (a) de parâmetros do modelo da Gotícula, discriminado na Tabela 1.1.1

### 4.3 - RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os valores numéricos da semilargura, para as diversas multipolaridades, são obtidos através da expressão (4.2.28), onde D e B são as matrizes definidas em (4.2.2) e (2.2.39) e  $|\omega_0\rangle$  são os autovetores obtidos, no sistema não perturbado, quando do cálculo da energia de ressonância.

Devido às peculiaridades do problema e aos valores relativos dos elementos de matriz de D e B, existem duas maneiras similares de se calcular a semilargura, usando a expressão (4.2.28).

A primeira, utiliza a solução exata, onde  $|\omega_0\rangle$  é um autovetor de dimensão (4x1), D e B matrizes (4x4); sendo que, no caso dipolar, (3x1) e (3x3) respectivamente.

A segunda maneira, utiliza uma aproximação, onde as semilarguras das ressonâncias isoscalares e isovetoriais são calculadas desacopladas e em separado. Para isso, utilizam-se matrizes D e B (2x2) obtidas das (4x4), desprezando-se a influência dos elementos não diagonais. Às linhas e colunas  $x_\lambda$  e  $u_\lambda$  são atribuídas os parâmetros de oscilações isoscalares e às linhas e colunas  $y_\lambda$  e  $v_\lambda$  os associados às oscilações isovetoriais, da mesma maneira que para o cálculo da energia de ressonância, descrito no item 2.4. Neste caso, o autovetor utilizado é uma matriz (2x1) da forma  $\begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \end{pmatrix}$ , onde  $\alpha$  é o índice de mistura dos modos de Steinwedel-Jensen e Goldhaber-Teller, obtido da Figura 4.3.1 para cada multipolaridade, conforme desenvolvimento de Myers-Swiatecki-Kodama et al<sup>52</sup>.

Pelo fato da aproximação (2x2) ter fornecido resultados para a energia de ressonância e índice de mistura  $\alpha$ , para qualquer multipolaridade, bem consistentes com os dados experimentais, determinou-se também os valores da semilargura, utilizando tal aproximação. Por questão de coerência, foram utilizados os mesmos valores da massa efetiva que os do cálculo da energia de ressonância conforme indicado na Figura 3.4.2.

Para valor da constante de viscosidade da matéria nuclear  $\mu$ , foi adotado o valor de J.R.Nix e A.S.Sierk<sup>45</sup>, de 1980, usado no cálculo dos parâmetros da ressonância gigante isoscalar de multipolo elétrica, ou seja,

$$\mu = (0,03 \pm 0,01) \text{ TP}$$

$$\text{onde, TP} = 6,24 \cdot 10^{-22} \text{ MeV.s/fm}^3$$

Os resultados do presente trabalho, para a semilargura de ressonância isovetorial de multipolo elétrica, são apresentados a seguir.

#### 4.3.1 - SEMILARGURA DA RESSONÂNCIA E1 ISOVETOR

Para  $m^* = 0,8 m_0$  e valores de  $c$  retirados da Figura 4.3.1, os resultados do cálculo da semilargura para ressonância gigante do tipo E1 isovetor, estão apresentados na Figura 4.3.1.1.

Os valores obtidos para  $\Gamma$  são semelhantes aos obtidos por Hasse e Nerud<sup>47</sup>, e cerca de 30% abaixo dos obtidos por N.Auerbach e

A.Yeverechyahu<sup>46</sup>, para núcleos pesados ( $A=150$ ). Com relação aos dados experimentais, obtidos por B.L.Berman<sup>86</sup>, os resultados destes dois últimos pesquisadores são os que se ajustam melhor, conforme se pode observar pela Figura 4.3.1.1.

#### 4.3.2 - SEMILARGURA DA RESSONÂNCIA E2 ISOVETOR

Utilizando  $m^* = 0,62 m_0$  e valores de  $\alpha$  retirados da Figura 3.3.1, os resultados do cálculo da semilargura para a ressonância gigante do tipo E2 isovetor estão apresentados na Figura 4.3.2.1.

Para este caso, os resultados do presente trabalho superestimam os valores da semilargura em relação aos dados experimentais obtidos por R.Pitthan<sup>78</sup>, B.S.Dolbilkin et al<sup>82</sup> e os condensados no trabalho de F.R.Bertrand<sup>84</sup>.

#### 4.3.3 - SEMILARGURA DA RESSONÂNCIA E3 ISOVETOR

Usando  $m^* = 0,49 m_0$  e valores de  $\alpha$  da Figura 3.3.1, os resultados do cálculo são apresentados na Figura 4.3.3.1, onde os valores da semilargura são comparados com os previstos por Auerbach e Yeverechyahu<sup>46</sup> e Hasse e Nerud<sup>47</sup>, uma vez que ainda não se dispõe de valores experimentais.

#### 4.3.4 - SEMILARGURA DA RESSONÂNCIA E4 ISOVETOR

Utilizando  $m^* = 0,35 m_0$  e valores de  $\alpha$  da Figura 3.3.1, os resultados são apresentados comparativamente com outras previsões teóricas, na Figura 4.3.4.1.

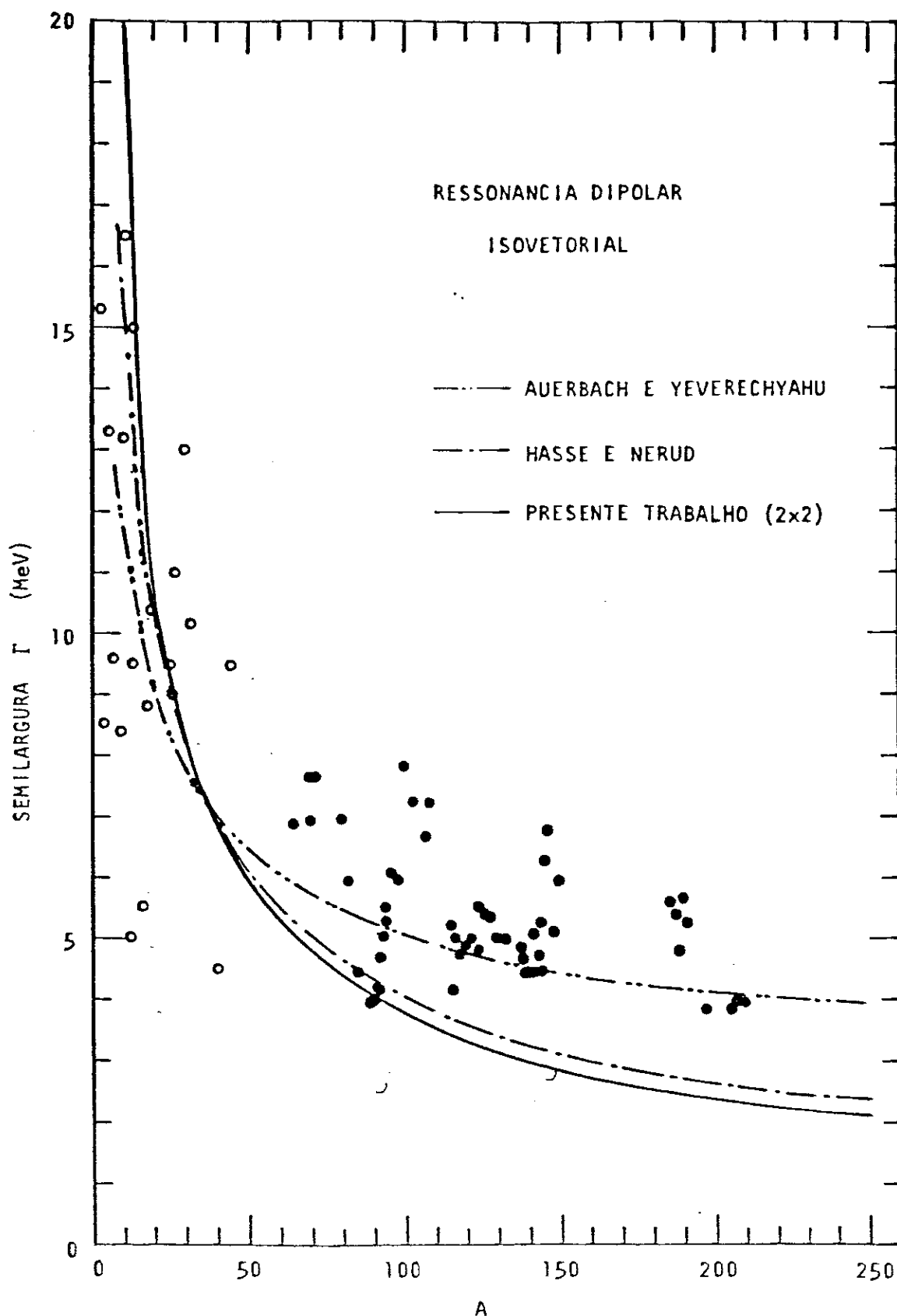


Figura 4.3.1.1 - Semilargura da ressonância El isovetor em função de A, calculada por diferentes modelos e comparada com dados de B.L.Berman<sup>86</sup>, onde os pontos com círculos vazios foram estimados pelos gráficos.

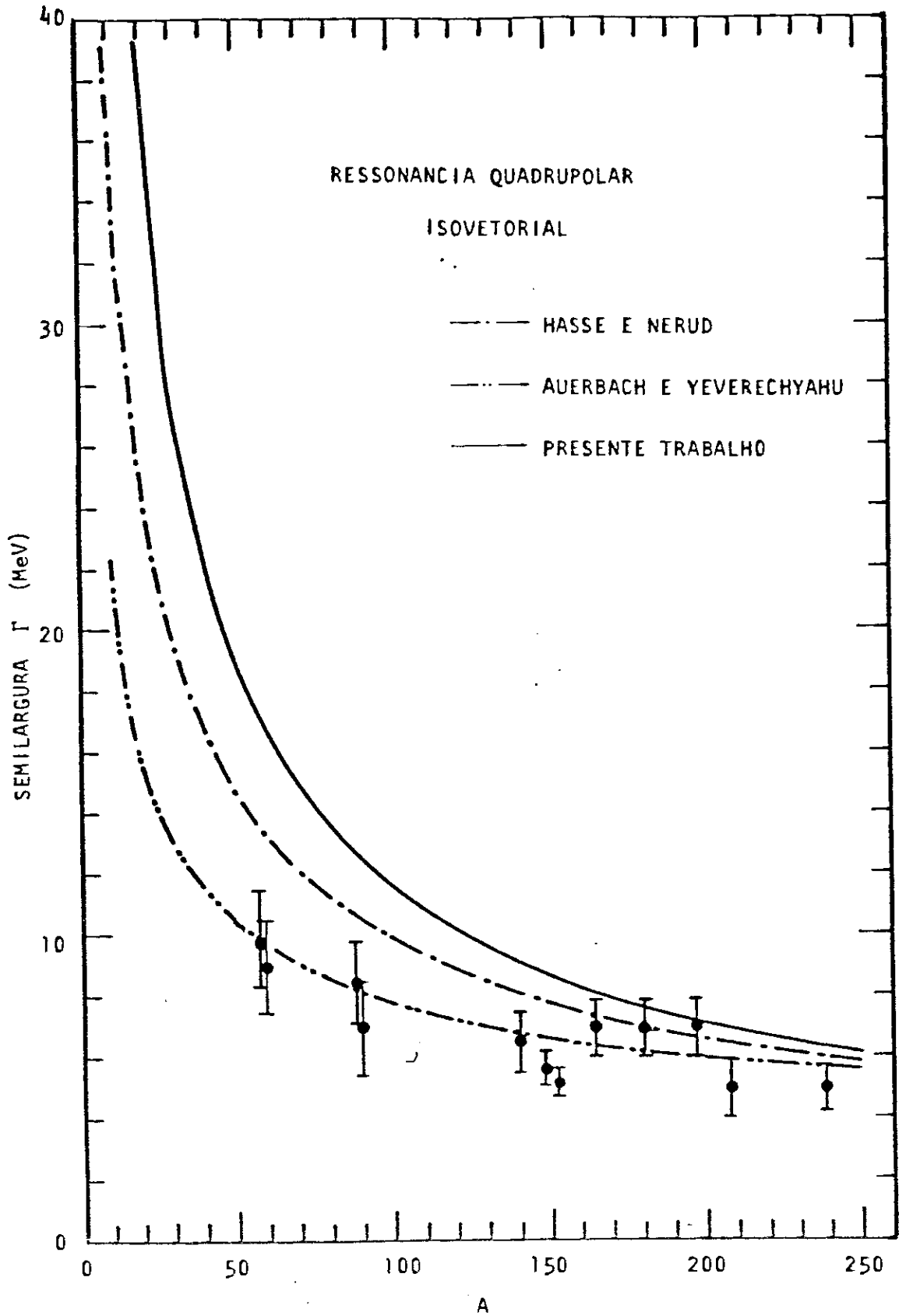


Figura 4.3.2.1 - Comparação entre os valores calculados da semilargura E2 isovetor e as medidas de R.Pitthan<sup>78</sup> e B.S.Dolbilkin et al<sup>82</sup>

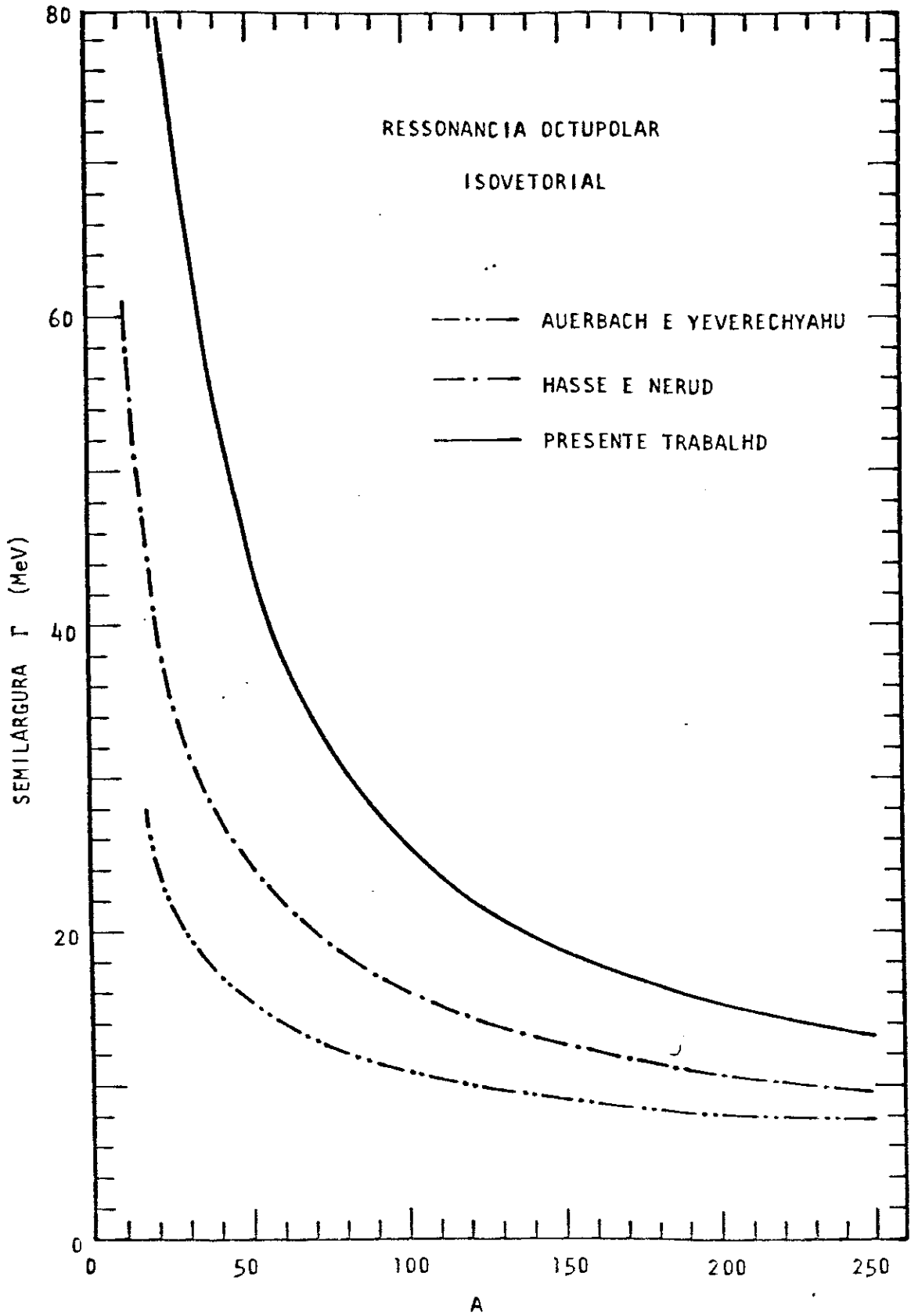


Figura 4.3.3.1 - Valores comparativos das previsões teóricas para a semilargura de ressonância E3 isovetor

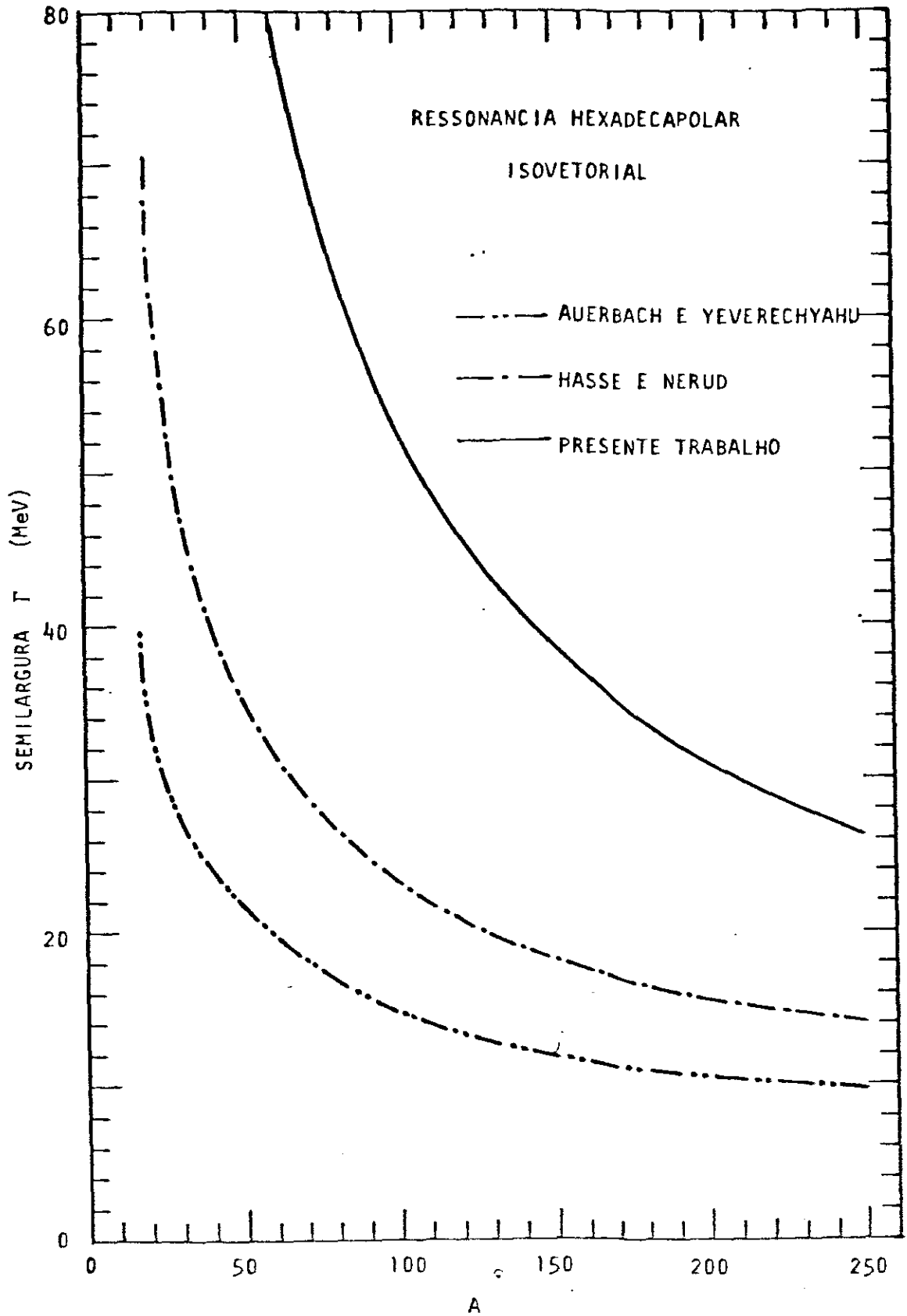


Figura 4.3.4.1 - Valores comparativos das previsões teóricas para a semilargura de ressonância E4 isovetor



## CAPÍTULO V

### CONCLUSÕES GERAIS

- 1)- O enfoque macroscópico, por utilizar imagens físicas simples, na descrição da fenomenologia da ressonância gigante nuclear, por facilitar a distinção entre as oscilações tipo isoscalar e isovetorial e por permitir avaliar a energia e a semilargura com boa acuidade, continua válido, principalmente pelo fato de permitir fixar a sistemática para todos os núcleos.
- 2)- O modelo da Gotícula aplicado às ressonâncias de multipolo elétrico isovetoriais teve um excelente desempenho, englobando os modelos de Goldhaber-Teller e Steinwedel-Jensen de forma complementar através do índice de mistura. Os valores do índice, calculados pela razão das amplitudes de oscilação do modo normal do sistema, é passível de comparação com dados experimentais, através dos fatores de forma obtidos nas experiências de espalhamento inelástico de partículas carregadas, usando a análise DWBA.
- 3)- A formulação do modelo da Gotícula para ressonância gigante elétrica, generalizando o modelo de Myers-Swiatecki et al<sup>52</sup>, realizada neste trabalho, foi válida, no sentido de conseguir o mesmo êxito na previsão dos valores da energia de ressonância, do índice de mistura de modos e na estimativa da semilargura. A inclusão das contribuições das energias Coulombiana, de superfície, assimetria, efeito da difusão da superfície nu

clear e outras contribuições finas, permitiu melhorar o ajuste dos resultados experimentais e estimar o valor da contribuição relativa destes termos.

- 4)- Os efeitos das energias Coulombiana e de superfície tendem a se compensar em relação à energia de ressonância, conforme ilustra a Figura 5.1, gerando um efeito líquido de 3 a 5%. Entretanto, a sua maior influência está no fato de provocar a mistura das amplitudes dos modos SJ e GT e os componentes i soscalar e isovetor, consideravelmente. A compensação é compreensível, pois uma parte do efeito de superfície, por exemplo, a existência da "casca" de neutrons, é na verdade, devida à energia Coulombiana.
  
- 5)- Foi observado, neste trabalho, que a massa efetiva  $m^*$  para a ressonância gigante decresce com a multipolaridade. Pelo fato da massa efetiva estar relacionada com a parte não-local das interações de muitos-corpos<sup>94</sup>, esta tendência é consistente, uma vez que as altas multipolaridades na ressonância refletem o efeito de correlação de nucleons distantes.
  
- 6)- A extensão do modelo da Gotícula para o cálculo da semilargura da ressonância, incluindo a viscosidade da matéria nuclear, forneceu uma imagem ilustrativa da origem da semilargura. Entretanto, quando os valores calculados são comparados com os experimentais, percebe-se uma tendência de superestimativa, para multipolaridades maior que um. Por outro lado, o modelo permite diagnosticar a contribuição dos modos SJ e GT

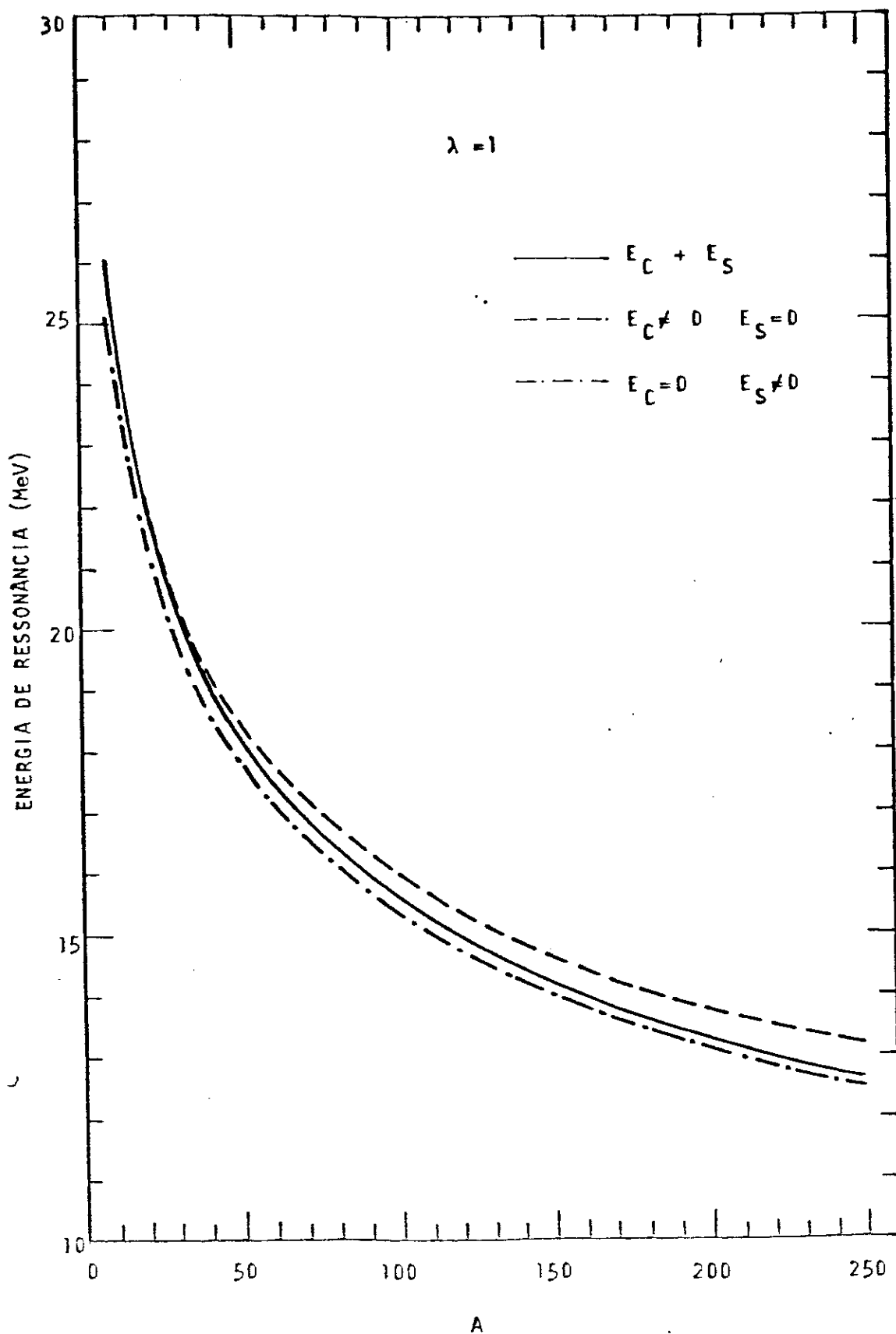


Figura 5.1 - Contribuição relativa e, em separado, das energias Coulombiana e de superfície para a energia de ressonância elétrica de dipolo.

para a semilargura. No modo GT, o mecanismo de fricção de um-corpo é predominante, sendo que, para o modo SJ, a fricção de dois-corpos é importante.

- 7)- Para a função de dissipação de Rayleigh utilizada neste trabalho, as semilarguras tendem ser superestimadas em relação aos valores experimentais. Este resultado não deve ser considerado como sendo falha do modelo da Gotícula desenvolvido, mas que a função de dissipação adotada deve ser re-estudada. Neste sentido, será de grande interesse estudar a interrelação das linguagens micro e macroscópica na definição da semilargura e a participação do mecanismo de dissipação, conforme sugerem C.Yannouleas et al<sup>95</sup> e de Haro, R.Jr.<sup>96</sup>. Tal estudo deverá fornecer melhor compreensão da estrutura da semilargura e do mecanismo de dissipação nos movimentos coletivos com multipolaridade maior ou igual a 2. Como no caso da massa efetiva, é muito provável que o coeficiente de viscosidade dependa da multipolaridade, desde que ele é devido a colisões entre núcleons, e as forças efetivas contem os efeitos não-locais. Para  $\lambda=1$ , a estimativa feita é um pouco baixa em relação aos valores experimentais. Isto pode ser interpretado como a falta de um termo, na função de dissipação, que dependa da diferença de velocidades dos fluidos de prótons e nêutrons. Tal termo,  $(dE/dt) \propto -(v_p - v_n)^2$  foi proposto por Auerbach e Yevrechyahu<sup>46</sup>, através de argumento fenomenológico, mas contra-argumentado por R.Hasse<sup>47,48</sup>, no contexto do formalismo de Navier-Stokes. Entretanto, a simples consideração de mecanismo de fricção de dois-corpos originado nas colisões entre nucle

ons numa matéria nuclear em movimento coletivo, leva à uma função de dissipação deste tipo. É interessante investigar a possibilidade da existência deste termo.

## APÊNDICE A

### RESSONÂNCIA DE MONOPOLO ELÉTRICO

Com a finalidade de ilustrar a potencialidade do modelo da Gotí cula na aplicação em reações fotonucleares, neste apêndice, faz-se a extensão do formalismo, desenvolvido no Capítulo II, para a ressonância de monopolo elétrica.

Para adaptar o procedimento desenvolvido no Capítulo II para a oscilação de monopolo elétrica, parametrizou-se a distribuição de densidade sob a forma,

$$\rho_i(r) = \rho_{0i} \left\{ 1 + a_i + b_i \left[ \left( \frac{r}{R_{0i}} \right)^2 - \frac{3}{5} \right] \right\} \quad (\text{A.1})$$

onde,  $a_i$  e  $b_i$  são variáveis adimensionais associadas às amplitudes de oscilação e  $i=N,Z$ .

#### A.1 - ENERGIA CINÉTICA

A energia cinética é obtida a partir da definição,

$$T = \frac{m}{2} \int \rho v^2 dV \quad (\text{A.1.1})$$

onde os campos de velocidade definidos, permitem obter,

$$\vec{v}_{a_i} = \frac{r}{3} \dot{a}_i \vec{e}_r \quad (\text{modo de oscilação } a_i)$$

(A.1.2)

$$\vec{v}_{b_i} = \frac{r}{5} \left( \frac{r^2}{R^2} - 1 \right) B_i \vec{e}_r \quad (\text{modo de oscilação } b_i)$$

Substituindo em (A.1.1) tem-se a expressão da energia cinética total,

$$T = \frac{m r_0^2}{20} A^{5/3} \left[ \frac{1}{3} (\dot{a}_N^2 + \dot{a}_Z^2) - \frac{4}{35} (\dot{a}_N B_N + \dot{a}_Z B_Z) - \frac{8}{525} (B_N^2 + B_Z^2) \right] \quad (\text{A.1.3})$$

## A.2 - ENERGIA POTENCIAL

Conforme o modelo da Gotícula, a energia potencial pode ser escrita, em termos de sua variação devido às oscilações, como,

$$U = \left[ J (d\bar{\delta})^2 + \frac{1}{2} K (d\bar{\epsilon})^2 \right] A - \rho_0 \int_V \left[ J (d\tilde{\delta})^2 + \frac{1}{2} K (d\tilde{\epsilon})^2 \right] dV + \frac{1}{3} \rho_0 r_0 \int_S [H (d\tau)^2 + 2P d\tau d\delta - G (d\delta)^2]. \quad (\text{A.2.1})$$

onde foram tomados somente os termos principais (ordem zero) nos parâmetros da Gotícula, e desprezadas as contribuições de  $E_C$  e da energia de deformação.

Como,

$$d\delta = d\bar{\delta} + d\tilde{\delta}$$

$$d\epsilon = d\bar{\epsilon} + d\tilde{\epsilon} \quad (\text{A.2.2})$$

$$d\tau = dt/r_0$$

onde os parâmetros, expressos em termos de  $a_i$  e  $b_i$ , valem,

$$d\epsilon = -\frac{1}{6} [ (a_N + a_Z) + (b_N + b_Z) \left( \frac{r^2}{R^2} - \frac{3}{5} \right) ]$$

$$d\delta = \frac{1}{2} [ (a_N - a_Z) + (b_N - b_Z) \left( \frac{r^2}{R^2} - \frac{3}{5} \right) ] \quad (\text{A.2.3})$$

$$dt = -\frac{R}{3} (a_N - a_Z)$$

Substituindo em (A.2.1), calculando para neutrons e prótons, fica

$$U = [ \frac{J}{4} (a_N - a_Z)^2 + \frac{1}{72} K (a_N + a_Z)^2 ] A + \frac{12}{175} A [ \frac{J}{4} (b_N - b_Z)^2 +$$

$$+ \frac{K}{72} (b_N + b_Z)^2 ] + A^{2/3} [ \frac{H}{9} A^{2/3} (a_N - a_Z)^2 -$$

$$- \frac{2}{3} P A^{1/3} (a_N - a_Z) \left( \frac{a_N - a_Z}{2} - \frac{b_N - b_Z}{5} \right) -$$

$$- G \left( \frac{a_N - a_Z}{2} - \frac{b_N - b_Z}{5} \right)^2 ] \quad (\text{A.2.4})$$

### A.3 - AUTOVALORES DE ENERGIA

Para facilitar o cálculo dos autovalores da energia de ressonância, introduz-se, como no Capítulo II, o conjunto de variáveis  $(x, y, u, v)$ , definido por,



$$\begin{aligned}
 x &= a_N + a_Z \\
 y &= a_N - a_Z \\
 u &= b_N + b_Z \\
 v &= b_N - b_Z
 \end{aligned}
 \tag{A.3.1}$$

com as relações,

$$\begin{aligned}
 \dot{a}_N^2 + \dot{a}_Z^2 &= \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \\
 \dot{b}_N^2 + \dot{b}_Z^2 &= \frac{1}{2} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2) \\
 \dot{a}_N \dot{b}_N + \dot{a}_Z \dot{b}_Z &= \frac{1}{2} (\dot{x} \dot{u} + \dot{y} \dot{v})
 \end{aligned}
 \tag{A.3.2}$$

O Hamiltoniano para a oscilação de monopolo se separa em 2 partes, nestas novas variáveis, ou seja,

$$H_{\text{mono}} = H_{xu} + H_{yv}
 \tag{A.3.3}$$

onde,

$$\begin{aligned}
 H_{xu} &= \frac{m r_0^2 A^{5/3}}{20} \left( \frac{1}{6} \dot{x}^2 - \frac{2}{35} \dot{x} \dot{u} - \frac{4}{525} \dot{u}^2 \right) + \\
 &+ \frac{K A}{72} \left( x^2 + \frac{12}{175} u^2 \right)
 \end{aligned}
 \tag{A.3.4}$$

$$\begin{aligned}
 H_{yv} &= \frac{m r_0^2 A^{5/3}}{20} \left( \frac{1}{6} \dot{y}^2 - \frac{2}{35} \dot{y} \dot{v} + \frac{4}{525} \dot{v}^2 \right) + \\
 &+ \left( \frac{5}{4} + \frac{H A^{1/3}}{9} - \frac{P}{3} - \frac{G}{4} A^{-1/3} \right) A y^2 -
 \end{aligned}$$

$$- \left( \frac{2 P}{15} + \frac{G A^{-1/3}}{25} \right) A y v + \left( \frac{3 J}{175} - \frac{G A^{-1/3}}{25} \right) A v^2 \quad (\text{A.3.5})$$

Conforme foi visto, para equação do tipo,

$$H = \frac{1}{2} \langle \dot{\alpha} | B | \dot{\alpha} \rangle + \frac{1}{2} \langle \alpha | C | \alpha \rangle \quad (\text{A.3.6})$$

as frequências de ressonâncias são dadas por,

$$\omega = \sqrt{\frac{D \pm \sqrt{D^2 - 4 \det(B) \cdot \det(C)}}{2 \det(B)}} \quad (\text{A.3.7})$$

onde,  $D = B_{11} C_{22} - 2 B_{12} C_{12} + B_{22} C_{11}$

Assim, a energia de ressonância da parte  $H_{xu}$ , correspondente ao "breathing mode", fica,

$$E = \hbar \omega = 6,795 \frac{\sqrt{K}}{r_0} A^{-1/3} \text{ MeV} \quad (\text{A.3.8})$$

Utilizando o valor de  $K = 240$  do modelo da Gotícula (Tabela 1.1.1) obtem-se para a energia,

$$E = 89,2 A^{-1/3} \text{ MeV} \quad (\text{A.3.9})$$

Este valor está na mesma ordem de grandeza que  $E = 80 A^{-1/3} \text{ MeV}$ , ajustada para os dados experimentais resumidos por F. Bertrand<sup>84</sup> para ressonância de monopolo isoscalar. Sem usar o conceito de

massa efetiva, e utilizando um valor de  $K=200$ , obtem-se,

$$E = 81,4 A^{-1/3} \text{ MeV} \quad (\text{A.3.10})$$

o que é consistente com o modelo da Góticula e com os dados experimentais.

O modo de oscilação  $\gamma$ -v de monopolo (neutron-proton slaving modo) apresenta uma dependência em  $A$  mais complexa. Ela pode, ser obtida, utilizando a equação secular (A.3.7), com

$$\begin{aligned} B_{11} &= \frac{1}{60} B_0 & \text{onde } B_0 &= m r_0^2 A^{5/3} \\ B_{12} &= -\frac{1}{350} B_0 \\ B_{22} &= \frac{1}{1312,5} B_0 \\ C_{11} &= -3,17 A + 3,66 A^{4/3} - 4,5 A^{2/3} \\ C_{12} &= -1,13 A - 4,09 A^{2/3} \\ C_{22} &= 1,1 A - 1,64 A^{2/3} \end{aligned} \quad (\text{A.3.11})$$

onde foram utilizados os valores dos parâmetros do modelo da Góticula,

$$\begin{aligned} H &= 16,47 \\ P &= 8,5 \\ G &= 20,47 \\ J &= 38,11 \end{aligned} \quad (\text{A.3.12})$$

Os valores da energia de ressonância devem ser calculados para cada valor de  $A$ .

Estes parâmetros da Gotícula não são todos obtidos no ajuste das massas nucleares, no estado fundamental; alguns deles não aparecem explicitamente, devido a existência de relações entre eles, como,

$$\begin{aligned} P &= \frac{3}{2} J \left(1 - \frac{H}{Q}\right) \\ G &= \frac{3}{2} P \frac{J}{Q} \end{aligned} \tag{A.3.13}$$

O valor de H, por exemplo, pode ser utilizado, dentro de uma certa faixa de valores, como parâmetro livre para ajustes. O uso de outro modelo, por exemplo, o de Thomas-Fermi para a matéria nuclear, pode fixar o valor de H.

## BIBLIOGRAFIA

- (1) - J.Chadwick, M.Goldhaber - Nature, 134 (1934) 234-238
- (2) - L. Szilard, T.A.Chalmers - Nature, 134 (1934) 494
- (3) - W. Gentner - C.R., 199 (1934) 199
- (4) - J.Chadwick, M.Goldhaber - Proc.R.Soc., A151 (1935) 479
- (5) - H.Bethe, R.Peierls - Proc.R.Soc., A148 (1935) 146-156
- (6) - N.Bohr - Nature, 137 (1936) 344
- (7) - W.Bothe, W.Gentner - Naturwissensch, 25 (1937) 90; Zs.f. Phys., 106 (1937) 232
- (8) - W.Y.Chang, M.Goldhaber, R.Sagane - Nature, 139 (1937) 962
- (9) - N.Bohr - Nature, 141 (1938) 326
- (10) - W.Bothe, W.Gentner - Zs.f.Phys., 112 (1939) 45
- (11) - H.W.Koch - Ph.D. thesis -1944 - University of Illinois
- (12) - G.C.Baldwin, G.S.Klaiber - Phys.Rev., 71 (1947) 3 ; Phys. Rev., 73 (1948) 1156
- (13) - M.L.Perlman, G.Friedlander - Phys.Rev., 72 (1947) 1272
- (14) - R.Montalbetti, L.Katz, J.Goldemberg - Phys.Rev., 91(1953) 659-664, 671-673
- (15) - A.J.F.Siegert - Phys.Rev., 52 (1937) 787-789
- (16) - H.Bethe - Rev.Mod.Phys., 9 (1937) 69
- (17) - A.Migdal - J.Phys.USSR, 8 (1944) 331
- (18) - H.Bethe, H.A.R.F.Bacher - Rev. Mod.Phys., 8 (1936) 82
- (19) - M.Goldhaber, E.Teller - Phys.Rev., 74 (1948) 1046
- (20) - H.Steinwedel, J.H.D.Jensen - Z.Naturforsch, 5a (1959) 413
- (21) - M.Danos - Nucl.Phys., 5 (1958) 264 ; K.Okamoto, Phys.Rev. 110 (1958) 143
- (22) - E.G.Fuller, R.S.Weiss - Phys.Rev., 112 (1958) 560

- (23) - O.Hirzel, H.WHffler - Helv.Phys.Acta, 20 (1947) 373
- (24) - E.D.Courant - Phys.Rev., 74 (1948) 1226; Phys.Rev., 82  
(1951) 703
- (25) - D.H.Wilkinson - Physica, 22 (1956) 1039 -1040; 1043-1052;  
1056 - 1061
- (26) - J.P.Elliott, B.N.Flowers - Proc.R.Soc., A242 (1957) 57
- (27) - D.M.Brink - Nucl.Phys., 4 (1957) 215
- (28) - G.E.Brown, M.Bolsterli - Phys.Rev.Letters, 3 (1959) 472
- (29) - G.E.Brown, L.Castillejo, J.A.Evans - Nucl.Phys., 22(1961)1
- (30) - B.L.Berman, S.C.Fultz - Rev.Mod.Phys., 47 (1975) 713
- (31) - B.R.Mottelson - Proc.Int.Conf.Nucl.Structure - Kingston ,  
(1960) - Univ.Toronto Press - North Holland  
A.Bohr - Int.Conf. an Nuclear Structure - Ed.R.Becker, C.  
Goodman, P.Etelson, A.Zucker - Academic Press (1967)
- (32) - R.Pitthan, Th.Walcher - Phys.Lett., 36B (1971) 563
- (33) - F.R.Buskirk, H.D.GrHf, R.Pitthan, H.Theissen, O.Title, Th.  
Walcher - Phys.Letters, 42B (1972) 194
- (34) - F.R.Buskirk, H.D.GrHf, H.Theissen, O.Title, Th.Walcher -  
Proc.Int.Conf.Photonuclear Reactions and Applications -  
Azilomar (1973) - Ed.B.L.Berman, Laurence Livermore Labo  
ratory - Univ.of California - Berkeley (1973)
- (35) - R.Pitthan, H.Hass, D.H.Meyer, F.R.Buskirk, J.N.Dyer -  
Phys.Rev. , C19 (1979) 1251; Phys.Rev.Lett., 41(1978)1278
- (36) - M.Nagao, Y.Torizuka - Phys.Rev.Lett., 30 (1973) 1068
- (37) - M.Sasao, Y.Torizuka - Phys.Rev., C15 (1977) 217
- (38) - H.Miura, Y.Torizuka - Phys.Rev., C16 (1977) 1688
- (39) - J.D.T.Arruda Neto, S.B.Herdade, B.S.Bhandari, I.C.Nascimen  
to - Phys.Rev., C18 (1978) 863

- (40) - E.Wolyneec, M.N.Martins, G.Moscatti - Phys.Rev.Lett., 37  
(1976) 585
- (41) - G.F.Bertsch - Nucl.Phys., A249 (1975) 253
- (42) - G.F.Bertsch - Proc.of Summer School of Theoretical Physics  
- Les Houches, France (1977) - Ed.R.Balian, M.Rho, G.Ripka  
- North Holland - Amsterdam (1978) vol.I,p.175
- (43) - J.P.Blaizot - Phys.Lett., 78B (1978) 367
- (44) - H.Sagawa, G.Holzwarth - Prog.Theor.Phys., 59 (1978) 1213
- (45) - J.R.Nix, A.J.Sierk - Phys.Rev., C21 (1980) 396
- (46) - N.Auerbach, A.Yeverechyahu - Ann.Phys., 95 (1975) 35
- (47) - R.W.Hasse, P.Nerud - J.Phys., G2 (1976) 101
- (48) - R.W.Hasse - Rep.Prog.Phys., 41 (1978) 1027
- (49) - T.J.Deal, F.Fallieros - Phys.Rev., C7 (1973) 1709
- (50) - G.F.Bertsch, G.F.Tsai - Phys.Reports - Phys.Lett., D18  
(1975) 126
- (51) - W.D.Myers, W.J.Swiatecki - Ann.Phys., 55 (1969) 395
- (52) - W.D.Myers, W.J.Swiatecki, T.Kodama, L.J.El Jaick, E.R.  
Hilf - Phys.Rev., C15 (1977) 2035
- (53) - G.Gamow - Proc.Roy.Soc., 126 (1930) 632
- (54) - E.Wigner - Phys.Rev., 43 (1933) 252
- (55) - W.Heisenberg - Z.Phys., 96 (1935) 473
- (56) - C.F.von Weizsäcker - Z.Phys., 96 (1935) 431
- (57) - H.A.Bethe, R.F.Bacher - Rev.Mod.Phys., 8 (1936) 82
- (58) - W.D.Myers, W.J.Swiatecki - Nucl.Phys., 81 (1966) 1
- (59) - N.Zeldes, N.Gronau, L.Lev - Nucl.Phys., 63 (1965) 1
- (60) - J.H.Mattauch, W.Thiele, A.H.Wapstra - Nucl.Phys., 67  
(1965) 1
- (61) - P.A.Seeger - Proc.Int.Conf.Prop.Nucl.far from Region Beta  
Stability - Leysin (1970) 217

- (62) - W.J.Swiatecki - Proc.Conf. on Nuclidic Masses - Vienna - (1963) - Ed. by W.H.Johnson,Jr. - Springer Verlag (1964) p.58 - N.Y.
- (63) - V.M.Strutinsky - Nucl.Phys., A95 (1967) 420
- (64) - N.Zeldes, A.Grill, A.Smievic - Mat.Fys.Dan.Did.Selsk., 3 (1967) 1
- (65) - M.Uno, M.Yamada - Prog.Theor.Phys., 63 (1975) 987
- (66) - W.D.Myers, W.J.Swiatecki - Ann.Phys., 55 (1969) 395
- (67) - W.D.Myers, W.J.Swiatecki - Ann.Phys., 84 (1974) 186
- (68) - M.N.S.Araujo, T.Kodama - Tese de Mestrado (1977) CBPF
- (69) - T.Kodama, R.A.M.S.Nazareth, P.Müller, J.R.Nix - LA-UR-77-1887 (1977) - Los Alamos
- (70) - W.D.Myers - Atomic Data and Nuclear Data Tables, 17(1976) 411
- (71) - H.V.Groote, E.R.Hilf, K.Takahashi - Atomic Data and Nuclear Data Tables, 17 (1976) 418
- (72) - K.H.Schmidt - INKA - Conf.-79-001-048 - Fission Barriers of Heavy Nuclei - Proc. Int.Workshop on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations (1979)
- (73) - W.D.Myers - Droplet Model of Atomic Nuclei - IFI/Plenum - New York (1977)
- (74) - W.D.Myers - Proc.Int.Workshop (1975) 211
- (75) - T.Kodama, R.A.M.S.Nazareth, J.R.Nix - Exact Calculation of the Penetrability for a very simple two-dimensional barrier - CBPF, 146 (1975)
- (76) - K.Takahashi - Nuclear Information Necessary for the Heavy Elements Nucleosynthesis - Proc.Int.Workshop - AED-Conf.-75-009-000 (1975) 152



- (77) - E.Hilf, H.V.Groote - Massic Neutron-Rich Nuclei - Proc. Int.Workshop (1975) 230
- (78) - R.Pitthan - Nucleonika, 24 (1979) 449 - School in Nuclear Physics - Mikolajki - Poland (1978)
- (79) - R.Pitthan, F.R.Bus Kirk, J.N.Dyer, E.E.Hunter, G.Pozinsky - Phys.Rev., C21 (1980) 147
- (80) - R.Pitthan, F.R.Bus Kirk, W.A.Houk, R.W.Moore - Phys. Rev., C21 (1980) 28
- (81) - V.P.Sinichkin, L.Sh.Shekhter - Sov.J.Nucl.Phys., 35(6), June (1982) 805
- (82) - B.S.Dolbilkin, S.Ohsawa, Y.Torizuka, T.Saito, Y.Mizuno, K.Saito - Phys.Rev., 25C (1982) 2255
- (83) - T.Yamagata, S.Kishimoto, K.Yuasa, K.Iwamoto, B.Saeki, M.Tanaka, T.Fukuda, I.Miura, M.Inoue, H.Ogata - Phys.Rev., C23 (1981) 937
- (84) - F.E.Bertrand - Nucl.Phys., A334 (1981) 129
- (85) - A.Bohr, B.R.Mottelson - Nuclear Structure - vol.II - Benjamin Reading, Mass. (1975)
- (86) - B.L.Berman - Atlas of Photonuclear Cross Sections Obtained with Monoenergetic Photons - UCRL - 78482 (1976)-  
Livermore
- (87) - R.de Haro, S.Krewald, J.Speth - Nucl.Phys., A388 (1982) 265-302
- (88) - K.F.Liu, G.E.Brown - Nucl.Phys., A265 (1976) 385-915
- (89) - G.R.Satcher - Phys.Reports, 14 n° 3 (1974) 97-127
- (90) - Horace Lamb - Hydrodynamics - Dover Pub.(1932) p.581 - N.Y.
- (91) - J.R.Nix - Nucl.Phys., A130 (1969) 241

- (92) - R.Wieczorek, R.W.Hasse, G.Süssmann - Proc.Third Int.Symp.  
on the Physics and Chemistry of Fission - Rochester (1973)  
IAEA - Vienna- vol.5 p.523
- (93) - R.W.Hasse - Ann.Phys., 93 (1975) 68-87
- (94) - E.J.V.de Passos, F.F.de Souza Cruz - Phys.Rev.C,24 (1981)  
690-702
- (95) - C.Yannouleas, M.Dworzecka, J.J.Griffin - Nucl.Phys.,A388  
(1982) 265-302
- (96) - R.de Haro Jr. - Resumos 35a. Reunião Anual da SBPC, 1983  
09-D.1.5 - Belem -Pa.

# **“RESSONÂNCIA GIGANTE DE MULTIPOLO ELÉTRICO PELO MODELO DA GOTÍCULA”**

**LUIZ TAUHATA**

Tese apresentada no Centro  
Brasileiro de Pesquisas Físicas, do Conselho  
Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico, fazendo parte da Banca Exa-  
minadora os seguintes Professores:

Takeshi Kodama/CBPF

Antonio Fernando Ribeiro de Toledo Piza/USP

Eliza Wolynech/USP

Emerson José Veloso de Passos/USP

Ségio Joffily/CBPF

Rio de Janeiro, 30 de julho de 1984