

SERGIO JOSÉ BARBOSA DUARTE

REAÇÕES NUCLEARES RELATIVÍSTICAS E O  
MÉTODO DE CASCATAS INTRANUCLEAR

Tese de

DOUTORADO

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

Rio de Janeiro

- 1983 -

- ā Alba

- a meus país

## AGRADECIMENTOS

ao Takeshi Kodama, orientador e amigo, sempre presente, não apenas no andamento deste trabalho, mas sobretudo na minha formação profissional. Meu reconhecimento, que acredito ser de todos os colegas que estão conosco, pelo seu esforço continuado, durante quase dez anos de convívio, por estabelecer um grupo coeso, ligado por um forte interesse profissional dentro da Física Nuclear. Essa tarefa vem encontrando aliados aqui no CBPF e mesmo fora dele, e ao que tudo indica, começando a frutificar;

aos professores Raul Donangelo, Rui A.M.S. Nazareth e Chung K. Cheong, pelas discussões conjuntas mantidas durante o andamento deste trabalho;

aos participantes do nosso grupo de Física Nuclear Teórica pelo ambiente propício a discussões em torno das Reações Nucleares com íons pesados, que vem se estabelecendo como interesse comum;

ao prof. Emil de L. Medeiros, pela leitura cuidadosa dos manuscritos e discussões mantidas durante todo o tempo praticamente de escrita desta tese;

ao prof. Wilton B. de Melo, amigo que esteve sempre presente nos bastidores deste trabalho como incentivador incansável;

ao prof. Luiz Reis, por nos desvencilhar em tantas ocasiões dos apuros computacionais com que nos envolvemos;

ã Helena de S. Ferreira, pela dedicação demonstrada na datilografia esmerada deste trabalho. Esmero que mesmo eu por ocasiões relegava a segundo plano e ela nunca o permitiu.

Ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, CBPF/CNPq.

## RESUMO

O método de cascata intranuclear é analisado quando na sua utilização como instrumento de abordagem das questões relacionadas às reações nucleares relativísticas com íons pesados . Os efeitos de concentração dos nucleons durante a colisão são discutidos, e é mostrado explicitamente que a ocorrência de colisões não binárias entre as partículas não é de maneira nenhuma desprezível, a despeito do fato de que as versões convencionais do método apenas levem em conta as colisões binárias entre as partículas. Outro ponto em discussão neste trabalho diz respeito à invariância ou não dos resultados oferecidos pelo método, quando se estende sua aplicação para colisões a energias cada vez mais altas. Muitos dos procedimentos utilizados dentro do método convencional, podem perfeitamente conduzir a resultados diferentes quando ele é utilizado em diferentes sistemas de referências. Discute-se da razão desta não invariância, e apresenta-se propostas de alteração dos procedimentos dentro do método, no sentido de que seus resultados possam então apresentar uma maior confiabilidade.

## SUMMARY

The intranuclear cascade (INC) procedure is analysed as a method to describe the processes of relativistic heavy ions collisions. The effects caused by nucleon concentration during the collision are discussed. It is shown explicitly that the occurrence of nonbinary collisions among particles is not at all negligible, in spite of the fact that the conventional INC only permits nucleon-nucleon binary collisions. Other point we discuss in this work is related to the question of relativistic invariance of the results obtained by the INC method. This is especially important when the method is applied for much higher energies. Many of conventional procedures in the method will give certainly different predictions depending on what system of reference is used. We discuss the origin of such non-invariance nature of INC calculations and propose an alternative way of defining the INC procedure which presents a better credibility with respect to the relativistic invariance property.

## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
AGRADECIMENTO .....	iii
RESUMO .....	iv
SUMMARY .....	v
LISTA DE FIGURAS .....	viii
<u>INTRODUÇÃO</u> .....	1
<u>CAPÍTULO I</u> - REAÇÕES DE ÍONS PESADOS RELATIVÍSTICOS – ASPECTOS EXPERIMENTAIS E TEÓRICOS .....	9
1.1 - ASPECTOS EXPERIMENTAIS .....	10
1.1.1 - O Desenvolvimento dos Aceleradores e os Novos Projetos .....	10
1.1.2 - Algumas das Direções em que Apontam os Dados Experimentais .....	12
1.2 - ASPECTOS TEÓRICOS - OS VÁRIOS MODELOS .....	22
<u>CAPÍTULO II</u> - O MÉTODO DE CASCATA INTRANUCLEAR .....	36
2.1 - A ESCOLHA DE CONDIÇÕES INICIAIS PARA A SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE COLISÃO DOS NÚCLEOS .....	39
2.2 - DAS COLISÕES ENTRE AS PARTÍCULAS DOS NÚCLEOS .....	42
2.3 - O ANDAMENTO NO TEMPO DO PROCESSO .....	49
2.4 - RESULTADOS DA CASCATA CONVENCIONAL EM CONFRONTO COM OS DADOS EXPERIMENTAIS .....	50
<u>CAPÍTULO III</u> - ANÁLISE DA HIPÓTESE DE COLISÕES BINÁRIAS NO MÉTODO DE CASCATA INTRANUCLEAR RELATIVÍSTICA .....	53
3.1 - UMA VERSÃO DO MÉTODO INCLUINDO A POSSIBILIDADE DE COLISÕES NÃO BINÁRIAS .....	55
3.2 - ALGUNS RESULTADOS DA AVALIAÇÃO .....	58
<u>CAPÍTULO IV</u> - ASPECTOS RELATIVÍSTICOS DO MÉTODO .....	63
4.1 - A NÃO-INVARIÂNCIA DE RESULTADOS OFERECIDOS PELO MÉTODO .....	65

	<u>Pág.</u>
4.2 - UM CRITÉRIO LORENTZ INVARIANTE PARA A COLISÃO ENTRE PARTÍCULAS .....	69
4.3 - DA ORDENAÇÃO DAS COLISÕES: UMA PROPOSTA ALTERNATIVA	72
4.4 - A ORDENAÇÃO CAUSAL DAS COLISÕES ENTRE PARTÍCULAS DENTRO DO MÉTODO .....	77
<u>CAPÍTULO V</u> - CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	83
5.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO..	83
5.2 - CONSIDERAÇÕES SOBRE PONTOS ESPECÍFICOS DO TRABALHO.	86
5.3 - ALGUNS ASPECTOS AINDA POR EXPLORAR .....	88
<u>APÊNDICE A</u> - SORTEIOS SEGUNDO UMA FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO ESTABELE - CIDA .....	90
<u>APÊNDICE B</u> - DISTRIBUIÇÃO ISOTRÓPICA DE MOMENTOS FINAIS NA COLI - SÃO DE N-PARTÍCULAS .....	93
<u>APÊNDICE C</u> - EXPRESSÃO DO PARÂMETRO DE IMPACTO DA COLISÃO .....	95
<u>APÊNDICE D</u> - EXPRESSÃO DE $\delta\tilde{t}_{ik}(i)$ .....	100
<u>APÊNDICE E</u> - DA DEFINIÇÃO DOS EVENTOS - COLISÃO DE UM PAR DE PARTÍCULAS .....	104
<u>BIBLIOGRAFIA</u> .....	107

## LISTA DE FIGURAS

<u>Fig.</u>	<u>Pág.</u>
1.1.2.1 - Espectro inclusivo de prótons na reação $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ , dados experimentais.....	14
1.1.2.2 - Espectro inclusivo de prótons na reação $^{20}\text{Ne}+^{238}\text{U}$ , dados experimentais.....	14
1.1.2.3 - Espectro em rapidez de dêuterons e trítio em diferentes reações, dados experimentais .....	15
1.1.2.4 - Representação de espectadores e participantes.....	16
1.1.2.5 - Espectro inclusivo de prótons em diferentes reações...	17
1.1.2.6 - Resultado e esquematização da situação experimental na medida de correlações de partículas espalhadas.....	19
1.1.2.7 - Distribuição angular de prótons em eventos de alta e baixa multiplicidade, dados experimentais .....	21
1.1.2.8 - Ilustração da imagem sugerida pelos dados de alta multiplicidade na colisão Ne+U .....	22
1.2.1 - Esquematização da imagem feita no modelo de "fire-streak" .....	25
1.2.2 - Comparação dos resultados de modelos térmicos com dados experimentais .....	26
1.2.3 - Resultados de modelos hidrodinâmicos de um fluido ....	29
1.2.4 - Resultados de modelos hidrodinâmicos de dois fluidos..	30
1.2.5 - Comparação de espectros oferecidos por modelos hidrodinâmicos com dados experimentais .....	31
2.1.1 - Configuração inicial de uma história simulativa .....	40
2.1.2 - Reprodução da densidade nuclear por superposição de configurações de nucleons .....	41

<u>Fig.</u>	<u>Pág.</u>
2.1.3 - Configuração inicial evidenciando a contração de Lorentz do projétil .....	42
2.2.1 - Ajuste da seção de choque nucleon-nucleon .....	46
2.2.2 - Resultado do ajuste de seções de choque diferenciais ...	48
2.4.1 - Resultado do cálculo de espectros com o método de casca ta por Cugnon et al. ....	51
2.4.2 - Confronto de resultados do método com dados experimen - tais .....	52
2.4.3 - Distribuição de densidade das partículas ao longo do tem po calculadas através do método .....	52
3.2.1 - Nossos resultados para avaliação da contribuição de coli sões não binárias no caso da reação $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ .....	59
3.2.2 - Nossos resultados para avaliação da contribuição de coli sões não binárias no caso da reação $^{20}\text{Ne}+^{238}\text{U}$ .....	59
3.2.3 - Nossos resultados para espectro de prótons na reação $^{12}\text{C}+^{12}\text{C} \rightarrow \text{p}+\text{X}$ .....	60
3.2.4 - Percentual de contribuição de partículas que sofreram co lísões a m nucleons dentro do rendimento a $15^\circ$ na rea - ção $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ (800 MeV/nucleon) .....	60
3.2.5 - Distribuição angular de prótons inclusivos na colisão central $^{20}\text{Ne}+^{238}\text{U}$ (393 MeV/nucleon) .....	61
3.2.6 - Distribuição angular de prótons no caso da reação $^{20}\text{Ne}+^{238}\text{U}$ .....	62
4.1.1 - Número médio de colisões por partícula em função da ener gia, com o critério de colisão de Cugnon et al. compara - dos com aqueles oferecidos pelo método convencional.....	68
4.2.1 - Número médio de colisões para as partículas na reação $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ em diferentes energias de incidência, usando o nosso critério de colisão .....	71
4.4.1 - Número médio de colisões por partícula em função da ener gia do feixe usando nossa proposta de ordenação causal..	77
4.4.2 - Ilustração do estilo determinístico atrativo .....	79

<u>Fig.</u>	<u>Pág.</u>
4.4.3 - Número médio de colisões por partícula em função da energia do feixe usando o estilo determinístico .....	80
4.4.4 - Número médio de colisões por partícula em função da energia usando o estilo determinístico atrativo e a ordenação causal .....	81
4.4.5 - Levantamento das colisões numa história simulativa no sistema de laboratório e no de centro de massa dos núcleos .....	82
B.1 - Esquematização da sequência de decaimento de partículas que geram a configuração final de momentos isotropicamente distribuídos no espaço de fase .....	93

*Tem uma pedra no caminho...  
tinha outra no meu sapato.  
O passo sem desalinho  
é a história deste relato*

*A do caminho é desafio  
que de todos merece acato.  
É quem sabe nos anos dois mio  
não se anda só no tato ?*

*Vai ter dados pr'a todo gosto  
experimentos vai ser um fato.  
De simulações não vou ver rosto,  
pr'a teoria seu ultimato.*

(quadras de Cordel  
Nordeste brasileiro)

S.B.D.

## INTRODUÇÃO

O principal objetivo deste trabalho consiste em discutir alguns aspectos do método de simulação, através da cascata intranuclear, do processo de colisão de íons pesados a energias relativísticas.

A primeira questão que se coloca então, diz respeito ao que se espera obter da física envolvida nos experimentos de colisões relativísticas de núcleos. Tentamos encaminhar uma resposta a esta questão tecendo alguns comentários sobre o que gira em torno destes experimentos.

O ponto crucial é o comportamento dos núcleos durante a colisão quando olhados como porções de matéria nuclear em interação. Embora os núcleos sejam sistemas finitos de nucleons, algumas propriedades nucleares têm sido mais facilmente compreendidas quando as atribuímos à natureza da matéria nuclear. Lembremos, por exemplo, a questão fundamental da estabilidade do sistema nuclear, o problema da obtenção de sua energia de ligação (fórmulas de massa), bem como o esclarecimento do fenômeno da fissão e muitos dos aspectos dos modos coletivos dos núcleos. Como vemos, o conceito de matéria nuclear esteve sempre presente ao longo de todas as fases do desenvolvimento da Física Nuclear, fazendo-se acompanhar de vários estudos teóricos de suas propriedades na densidade de equilíbrio observada,  $\rho_0 \approx 0.15$  nucleon/fm<sup>3</sup>.

Entretanto, a busca da compreensão das propriedades da matéria nuclear fora da densidade e temperatura dos núcleos

( $T \sim 0^{\circ}\text{K}$ ), nunca se colocou como uma necessidade real, no âmbito da Física Nuclear. Os experimentos tradicionalmente utilizados<sup>(\*)</sup>, embora fornecendo informações muito ricas no que se refere, por exemplo, à estrutura nuclear, representam, dentro da concepção de um estado de equilíbrio para a matéria nuclear nos núcleos, pequenas perturbações a esta situação. Com estes métodos simplesmente realizamos estados nucleares em que ou a energia de excitação é baixa ou apenas uma perturbação local é criada. Desta maneira dificilmente poderíamos obter informações sobre as propriedades globais da matéria nuclear.

Hoje, com o advento dos aceleradores de grande porte capazes de acelerar até mesmo o Urânio a velocidades relativísticas, inicia-se talvez uma nova era da Física Nuclear.

Neste domínio, uma primeira meta que se procura alcançar é a obtenção de informação sobre a equação de estado da matéria nuclear sob condições extremas de densidade e temperatura.

Ao lado disto, no domínio das reações nucleares relativísticas a colisão é acompanhada da produção múltipla de diversos hadrons, o que nos leva a crer que estamos lidando muito mais com a matéria hadrônica que mesmo com a matéria nuclear propriamente dita. Esperamos assim, obter também informações sobre as interações fundamentais entre os hadrons e seus constituintes mais fundamentais apontados pelas teorias mais recentes para a interação forte, isto é, os quarks e gluons. Cabe aqui entretanto a pergunta: Que vantagens se apresentam neste domínio,

---

(\*)Estamos nos referindo aqueles experimentos sobre os quais se fundamenta a espectroscopia nuclear, onde partículas elementares (prótons, elétrons, neutrons, etc) bem como íons leves a baixas energias foram utilizados no bombardeamento dos núcleos.

em relação aos métodos convencionais da Física de Partículas Elementares, tais como a utilização do espalhamento  $p+p$ ,  $e+e^+$  ou entre outras partículas, para o estudo de interações mais fundamentais entre hadrons ?

À primeira vista, parece algo contraditório utilizar sistemas tão complexos como núcleos para tentar estudar as propriedades de interações fundamentais entre suas partículas.

De fato, a Física de Partículas Elementares traz a opção simplificadora de, através dos processos de colisão direta cada vez mais energéticos entre as partículas, tentar penetrar na intimidade das mesmas. Mas, o aumento da energia, também aí, leva à produção de várias outras partículas, denunciando que mesmo a interação direta envolve processos essencialmente de muitos corpos, agora ao nível da própria estrutura das partículas. E, como que por capricho, o detalhe desta estrutura se esconde por trás de transições imediatas entre estados ligados de seus constituintes<sup>(\*)</sup>. Este fato lança, de certo modo, uma sombra escura sobre a esperança de encontrar, nesses experimentos, um trecho limpo refletindo processos tipicamente fundamentais da interação entre quarks e gluons, como foi por exemplo, para os "bons velhos tempos" da Eletrodinâmica Quântica, o segmento experimental representado pelo espalhamento Compton – um nítido reflexo de processos fundamentais no contexto da interação eletromagnética.

As idéias atuais para o estudo das propriedades da interação entre os constituintes mais fundamentais da matéria hadrônica mesmo sob a existência do mecanismo de confinamento, con

---

(\*) referimo-nos ao confinamento estabelecido pela cromodinâmica quântica.

siste na realização de um equilíbrio termodinâmico da matéria hadrônica numa região mais extensa que as de um hadron isolado. Isto é o que se espera obter dentro dos experimentos com reações nucleares relativísticas entre núcleos pesados. A primeira vantagem de uma situação de equilíbrio termodinâmico é que inúmeros aspectos dos processos de muitos corpos ficam extremamente simplificados, facilitando a identificação de alguma manifestação dos constituintes mais fundamentais da matéria. E em segundo lugar, alguns processos associados à propriedade da matéria hadrônica podem revelar a natureza da interação de maneira explícita. A transição de fase é um processo desta natureza, e muitas discussões teóricas têm sido realizadas nesta direção <sup>(1,2)</sup>. A condensação de píons, a existência de estados isômeros da matéria nuclear e mesmo a transição de fase da matéria hadrônica para o plasma de quarks e gluons, são alvos sempre em mira dentro destas discussões.

Apesar de tantas perspectivas, é esta a primeira vez que, dentro do desenvolvimento da Física Nuclear, reações nucleares se colocam como uma possível fonte de pesquisa dos constituintes mais fundamentais da matéria hadrônica e de suas interações.

É bem verdade que colisões nucleares na faixa de energia dos aceleradores atuais e até mesmo a energias bem superiores, já vinham sendo observadas na análise de componentes pesados em raios cósmicos <sup>(3,4)</sup>. Aí, a grande vantagem é a de que praticamente não temos limitações na faixa de energia do feixe. Mas, a falta de controle sobre os experimentos com raios cósmicos, é que desaconselhava então um maior empenho no estudo sistemático dessas reações neste âmbito. Muito, no entanto, pode

ser explorado dos eventos esporádicos que nos são dados a conhecer<sup>(\*)</sup>. Mas, sem dúvida que é a possibilidade de em laboratório se realizar experimentos controlados, com feixes altamente energéticos, que estabelece a grande expectativa em torno das reações nucleares relativísticas. As informações que se procura extrair delas se ligam diretamente a outras áreas da física. Por exemplo, as informações sobre a equação de estado da matéria nuclear quente e densa são subsídios muito importantes para a Astrofísica Nuclear no que se refere à compreensão das explosões de supernovas e na compreensão da formação e estrutura das estrelas de neutrons. Para a física de Partículas Elementares e Teorias de Campo qualquer informação concreta sobre quarks e gluons e sobre suas interações, que possam surgir destes experimentos serão muito bem vindas. Mesmo a física de Raios Cósmicos, com eventos considerados ainda incógnitos<sup>(\*\*)</sup>, requisita da física nuclear o estudo de reações mais e mais energéticas. Assim, ao que tudo indica, a física de Íons Pesados Relativísticos coloca-se como uma possível interfase entre a Física Nuclear e as disciplinas que lhes são correlatas.

Por outro lado, o estudo das colisões entre núcleos pesados em energias tão elevadas, ainda requer um grande esforço tanto teórico como experimental no sentido de dar um esclarecimento do próprio mecanismo da reação. Ao grande número de

---

(\*) Lembramos que esta é uma das atividades de grande interesse da física que se desenvolve no nosso País, e que muito se poderia fazer conjuntamente na associação da física de reações nucleares de altas energias que começa a se estabelecer, com a física de raios cósmicos já bem reconhecida.

(\*\*) O evento Centauro, com a formação de uma bola-de-fogo de decaimento unicamente bariônico, quando a predominância é de mésons no decaimento destes objetos, é um exemplo destes eventos ainda inexplicados.

graus de liberdade existente, junta-se a produção de partículas (mésons, ressonâncias bariônicas, etc), dificultam em muito a compreensão dos aspectos relevantes do processo. Além disto, de vemos lembrar que os estados finais detectados nos experimentos não necessariamente carregam informações limpas sobre o auge da colisão. Vários outros processos da fase final da reação obscurcem, nos dados experimentais, possíveis manifestações de natureza inédita da matéria hadrônica.

Dentro de uma gama enorme de questões que se pode levantar em torno da física de colisões nucleares relativísticas, a mais importante é sem dúvida a de se realmente um estado de equilíbrio termodinâmico é alcançado com as densidades e temperaturas produzidas através do processo de colisão. Considerando o tamanho limitado dos núcleos envolvidos, mesmo no caso daqueles tão pesados quanto o Urânio, a resposta não é trivial. A abordagem teórica rigorosa deste problema exige uma formulação quantum-relativística da teoria de muitos corpos, onde graus de liberdade de campos hadrônicos estejam explicitamente incluídos. A esperança é de que a Cromodinâmica Quântica venha a servir de base para uma tal formulação.

Ao lado de uma teoria tão poderosa, ainda distante, precisamos também de especificações sobre os graus de liberdade realmente relevantes para um imediato esclarecimento do processo, como primeiro passo na viabilização de aplicações práticas de uma tal teoria. Em outras palavras, a questão é descobrir quais os graus de liberdade que realmente necessitam de um tratamento explícito e quais aqueles que poderiam ser tratados implicitamente dentro de formulações simplificadoras que não tragam prejuízos à compreensão do processo.

Dentro do espírito de uma procura dos graus de liberdade relevantes para o processo, dois pontos de vista extremos têm sido utilizados nas abordagens teóricas das reações nucleares relativísticas: uma visão mais macroscópica, enfatizando graus de liberdade coletivos dos núcleos, com bases em idéias termodinâmicas e hidrodinâmicas; e outra onde a ênfase é dada ao movimento dos nucleons nos núcleos e às suas interações durante a colisão.

Apesar de tão diferenciadas em suas suposições físicas fundamentais e nas técnicas matemáticas utilizadas, estas abordagens se tornam de alguma forma complementares dentro da filosofia de suas utilizações. A idéia é levar os resultados por elas oferecidos a um confronto com os dados experimentais e assim, num reconhecimento do papel dos graus de liberdade já incluídos, poderemos destacar o que realmente de novo podem as reações nucleares relativísticas estar oferecendo.

O método de Cascata Intranuclear é quase que único representante de abordagens microscópicas dos problemas. No presente trabalho, pretendemos discutir duas dificuldades intrínsecas das abordagens que utilizam o método de cascata intranuclear convencional e analisar alternativas no sentido de contornar estas dificuldades. A saber: a suposição de colisões puramente binárias entre as partículas dos núcleos e o problema da invariância relativística da simulação do processo de colisão dos núcleos.

Concretamente, a estrutura desta tese segue a linha descrita nos parágrafos seguintes.

No Capítulo I, por estarmos tratando de um campo ainda em estruturação procuramos reportar, a nível de informação,

alguns aspectos do desenvolvimento atual do estudo das reações de íons relativísticos que se referem à sua situação experimental e teórica.

No Capítulo II, concentramos nossas discussões sobre o método de simulação das colisões nucleares relativísticas através da cascata intranuclear. O método convencional de cálculo de cascata é apresentado com detalhes no sentido de ressaltar dentro dele os problemas com os quais estaremos envolvidos. Serão esclarecidas também algumas particularidades da versão por nós implantada a nível computacional.

No Capítulo III, apresentamos um dos objetivos desta tese, a análise da hipótese da bineariedade das colisões entre nucleons no método de cascata. Aí, uma forma de incluir os processos não binários na simulação é sugerida. O outro objetivo será discutido no Capítulo IV, quando tentamos esclarecer os efeitos relativísticos no processo de cascata intranuclear.

Finalmente, no Capítulo V são apresentadas as conclusões a que fomos levados pelo trabalho e uma análise das discussões desenvolvidas ao longo dos dois outros capítulos que o precedem, e que por sua vez constituem a parte central desta tese.

Alguns cálculos e algum material acessório são lançados como apêndices anexos ao texto.

## CAPÍTULO I

### REAÇÕES DE ÍONS PESADOS RELATIVÍSTICOS - ASPECTOS EXPERIMENTAIS E TEÓRICOS

Despertando um grande interesse tanto do ponto de vista teórico como experimental, o campo das reações nucleares relativísticas vem-se estabelecendo num rápido desenvolvimento. Em pouco mais de uma década apenas, um grande número de informações tem sido extraído dos experimentos, apesar da ainda pequena disponibilidade existente.

Em resposta ao grande volume de dados já proporcionado pela corrida dos experimentais, muitos modelos e abordagens teóricas aparecem procurando explicar os diferentes aspectos destes dados. Os resultados experimentais, no entanto, não nos oferecem ainda prerrogativas suficientes para um julgamento adequado de qual desses diferentes modelos teóricos melhor se ajusta à realidade.

Desta maneira a tarefa de apresentar os aspectos experimentais e teóricos desta área torna-se algo bastante delicado. Se de um lado os experimentos são ainda pouco conclusivos, os modelos teóricos por sua vez assumem um caráter até certo ponto especulativo. Deste modo, a escolha de uma amostragem de dados experimentais relevantes, bem como das abordagens teóricas representativas no presente estágio é algo ainda flexível, sob

influência de critérios pessoais.

Neste capítulo destacamos inicialmente as facilidades experimentais disponíveis em termos dos aceleradores em operação e projetos em andamento. Em seguida, procuramos por evidência, através da apresentação de dados experimentais, algumas das direções em que apontam as informações extraídas dos espectros de partículas (prótons, dêuterons, píons, etc) produzidas nas reações. Finalmente, os aspectos teóricos são apreciados por intermédio da apresentação das idéias centrais de alguns dos diferentes modelos correntemente utilizados.

## 1.1 - ASPECTOS EXPERIMENTAIS

### 1.1.1 - O DESENVOLVIMENTO DOS ACELERADORES E OS NOVOS PROJETOS

As primeiras tentativas a obter êxito na aceleração de íons pesados a energias relativísticas foram realizadas nos Estados Unidos em 1970-71, no Acelerador de Partículas de Princeton - PPA ("Penn-Princeton-Accelerator") -, e em Berkeley no Bevatron do LBL ("Lawrence Berkeley Laboratory"), quando então partículas compostas e feixes de íons até o  $^{12}\text{C}$  com energias na faixa 0.1-2.1 GeV por nucleon tornaram-se disponíveis<sup>(\*)</sup>. Um desenvolvimento similar tinha lugar em Dubna na União Soviética no Instituto de Pesquisas Nucleares JINR ("Joint Institute for Nu-

---

(\*) As faixas de energias citadas de agora por diante são de energia cinética no sistema de laboratório, salvo quando especificado em contrário.

clear Research"), onde o Synchrotron começava a operar em 1970, acelerando até o  $^{20}\text{Ne}$  a energias de 4 GeV/nucleon <sup>(4,5)</sup>.

Em 1974, usando um acelerador linear, o SuperHILAC, como injetor do feixe para o Bevatron de Berkeley, completava-se o projeto do Bevalac, com possibilidades de acelerar até o  $^{56}\text{Fe}$  na faixa de energia anteriormente referida. A partir de 1982, com a melhora do sistema de vácuo do Bevatron, feixes de  $^{207}\text{Pb}$  e  $^{238}\text{U}$  até 1 GeV/nucleon começaram a ser utilizados <sup>(6)</sup>.

Em termos de projetos, buscando inclusive uma qualidade de feixes muito superior às até agora obtidas, desenvolve-se na Alemanha, em Darmstadt, o projeto de um sincrotron com energias de 0.8 GeV/nucleon para Urânio e 2.0 GeV/nucleon para íons leves.

No CERN, propostas de modificações na fonte de íons e no Acelerador Linear estão em discussão e, se forem levadas a efeito, feixes de íons pesados até o  $^{40}\text{Ar}$  com energias da ordem de 100 GeV/nucleon serão então disponíveis <sup>(6)</sup>.

Quanto aos projetos dos dois centros atualmente em operação, Dubna e Berkeley, temos conhecimento de que em Dubna existe o projeto Nuklotron, para energia de feixe entre os 15-20 GeV/nucleon, enquanto que em Berkeley dois outros projetos estão em discussão. Um deles é a proposta de construção de um sincrotron de energia variável, o projeto VENUS ("Variable-Energy Nuclear Synchrotron"), capaz de varrer toda a faixa de 20 MeV/nucleon a 20 GeV/nucleon, no centro de massa, acelerando desde o próton ao  $^{238}\text{U}$ . A outra proposta lançada mais recentemente (dezembro de 1982) e ao que tudo indica de prazo de execução bem menor, é o projeto do Tevalac <sup>(7)</sup>. Muitas das facilidades já existentes, em particular o SuperHILAC com aperfeiçoamen

tos no seu sistema de pré-ionização, serão utilizadas no sentido de nos anos 1990 podermos dispor de feixes de Urânio aos 10 GeV/nucleon, atendendo à grande expectativa que gira em torno desta situação <sup>(7)</sup>.

### 1.1.2 - ALGUMAS DAS DIREÇÕES EM QUE APONTAM OS DADOS EXPERIMENTAIS

Antes mesmo de discorrermos sobre este ponto, vale a pena uma advertência sobre a natureza dos dados de que dispomos. Isto porque o grande número de canais abertos pelo processo colisional na faixa de energia em questão, associado à alta multiplicidade de partículas produzidas, dificultam o processo de discriminação de todos os produtos, de seus estados de energia e de suas distribuições angulares. Desta maneira, os experimentos foram submetidos à opção simplificadora de ater-se à detecção de um particular fragmento ou partícula, sem a especificação dos canais a que estão acoplados. Os espectros assim obtidos, ditos inclusivos, constituem a grande massa de dados disponíveis.

Alguns eventos observados através de câmara de bolhas evidenciam a produção de 50 ou mais partículas numa única colisão <sup>(8)</sup>. Devemos, pois, estar atentos para as limitações dos dados de detecção de uma única partícula, onde possivelmente grande parte das informações são perdidas. Apesar disto, um enorme esforço tem se desenvolvido no sentido de extrair destes dados o maior número de informações possível, na busca de subsídios para esclarecimento do mecanismo da colisão, e também de

indícios da ocorrência de novos fenômenos.

Devido à pouca potencialidade dos dados de espectros inclusivos de partículas simples para a elucidação do mecanismo da reação, os experimentos voltam-se para a obtenção de correlações entre os estados finais das partículas espalhadas<sup>(9)</sup>. Ao mesmo tempo desenvolve-se a construção de equipamentos capazes de possibilitar a obtenção de dados exclusivos<sup>(10)</sup>. Em Berkeley, por exemplo, está em andamento a construção de um espectrômetro supercondutor de 30 Kilogauss, para discriminação dos fragmentos rápidos, juntamente com a construção de um sistema esférico de paredes detectoras plásticas para, em coincidência com cerca de 800 telescópios de posição dispostos através dela ("Plastic Ball-Wall"), realizar medidas exclusivas dos fragmentos.

— Uma Imagem Geométrica: Conceito de Espectadores e Participantes

As Figuras 1.1.2.1 e 1.1.2.2 são exemplos de dados que denunciam a existência de fontes de emissão de prótons, durante o processo de colisão, com velocidades próximas da do projétil e da do alvo. A primeira destas figuras apresenta dados da colisão  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  a 1.05 GeV/nucleon, mostrando os espectros inclusivos de prótons a  $180^\circ$  e  $0^\circ$ . A segunda mostra dados semelhantes para o caso bem assimétrico de  $^4\text{He}$  a 2.1 GeV/nucleon contra o cobre, apresentando-se com características muito semelhantes.

Um outro conjunto de dados obtidos de diferentes colisões mas apontando ainda na mesma direção das anteriores, é apresentado na Fig. 1.1.2.3. Trata-se da seção de choque inclusiva

Figura 1.1.2.1 - Espectro inclusivo de prótons a  $180^\circ$  e  $0^\circ$  do  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ , extraído da referência (6).

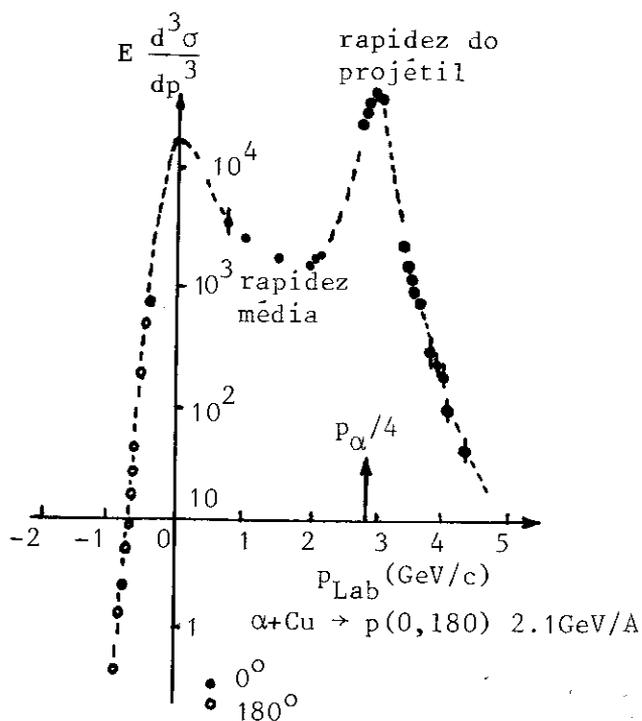
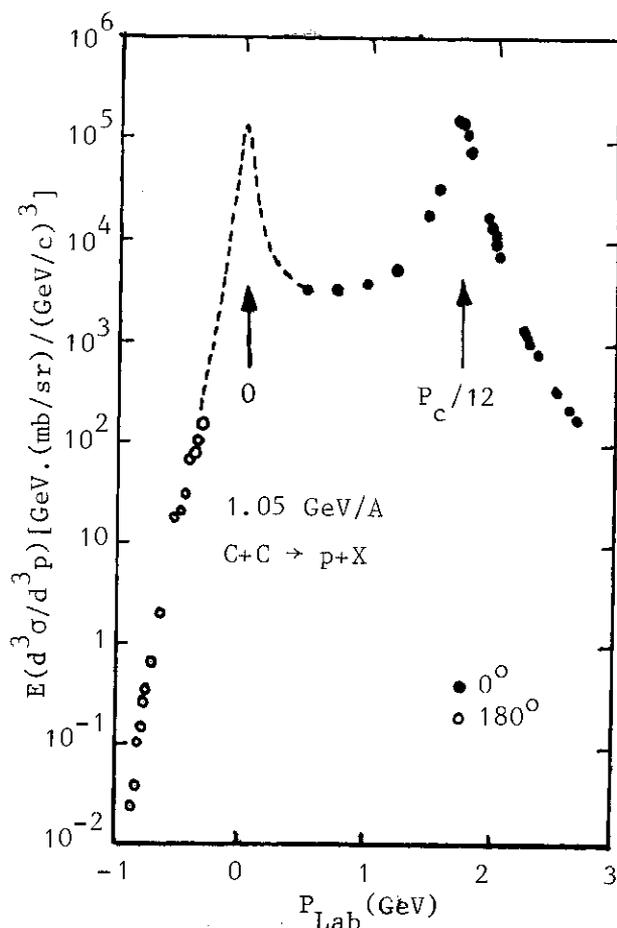
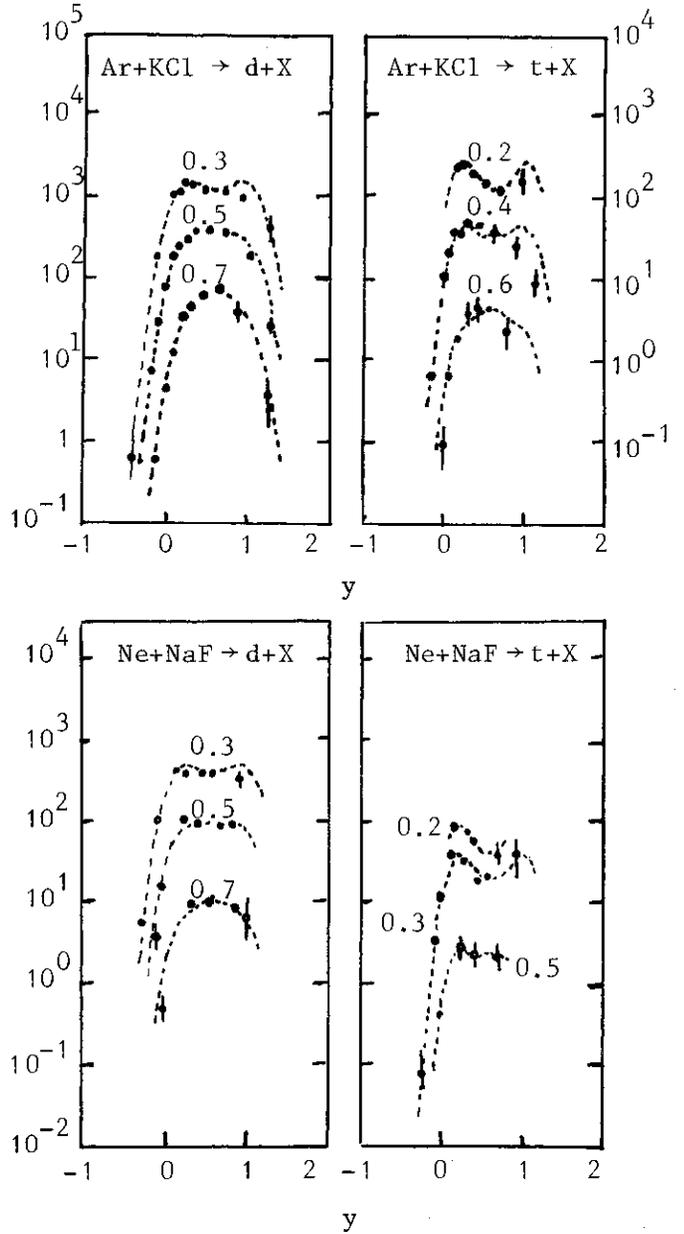


Figura 1.1.2.2 - Espectro inclusivo de prótons a  $180^\circ$  e  $0^\circ$  para a reação  $^4\text{He}$  (2.1 GeV/nucleon) +  $^{63}\text{Cu}$ , retirado da referência (4).

Figura 1.1.2.3 - Dados experimentais para a produção de dêu-  
teron e trítio para as coli-  
sões Ar + KCl e Ne + NaF, a  
800 MeV/nucleon, extraídos da  
referência (11).

de dêuteron e trítio con-  
tra a rapidez<sup>(\*)</sup>,  $y$ , des-  
tas partículas nas rea-  
ções Ar + KCl e Ne + NaCl.  
Os pequenos números sobre  
as curvas apresentadas re-  
presentam a velocidade  
transversal,  $p_t/E$ , onde o  
momento transversal,  $p_t$ ,  
é tomado em MeV/c e a ener-  
gia total em MeV. Para o  
caso de pequenas veloci-  
dades transversais, o que



corresponde a emissões próximas à direção longitudinal, podemos  
notar dois picos análogos aos referidos nos exemplos anteriores.  
O segundo, menos nítido que o primeiro, é posto em realce pela

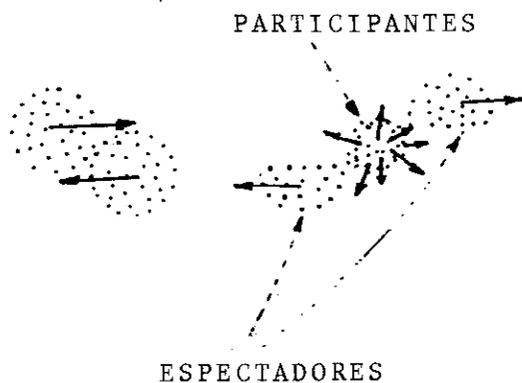
(\*) A rapidez  $y \equiv 1/2 \ln [(E+p_{\parallel}c)/(E-p_{\parallel}c)] = \tanh^{-1} p_{\parallel}c/E$  é apenas uma va-  
riável cinemática útil. Note, por exemplo, que transformações de Lorentz en-  
tre dois sistemas que se movem na direção do feixe com velocidade relativa  
 $v_0$  simplesmente lhe adiciona uma constante  $y_0 = \tanh^{-1} v_0/c$ , deixando a for-  
ma dos gráficos de seção de choque versus  $y$  invariantes. Na expressão de rap-  
idez  $E$  é a energia da partícula e  $p_{\parallel}$  a componente longitudinal do seu momen-  
to.

simetrização dos dados em relação à rapidez do centro de massa do sistema projétil-alvo, uma vez que os íons-alvo (K ou Cl para a primeira e Na ou F na segunda) apresentam massas próximas a dos respectivos projéteis.

Para grandes valores de velocidades transversais, o valor máximo da seção de choque invariante se situa em torno da rapidez do centro de massa, portanto intermediária entre a rapidez do alvo e a do projétil. Isto sugere a existência também de uma fonte emissora que acompanha o centro de massa.

Apesar de se tratar de dados sem especificação dos parâmetros de impacto das colisões, representando na verdade a superposição de todas as possíveis situações de incidência, estes dados sugerem uma imagem geométrica do processo colisional: as porções dos núcleos fora da região de superposição geométrica prosseguiriam sem grandes perturbações, deixando

para trás, em forte interação, o conjunto de nucleons contido nas porções do projétil e alvo superponíveis por translação ( Figura 1.1.2.4). Surge daí a classificação dos nucleons como participantes e espectadores do processo. As re-



giões de espectadores darí am origem aos fragmentos

Figura 1.1.2.4 - Representação esquemática da situação dos nucleons espectadores e participantes, vista no sistema do centro de massa dos núcleos.

com rapidez próxima a do projétil e do alvo, observados na direção longitudinal. A região de participantes por outro lado, on-

de estaria depositada uma energia muito superior à energia de ligação de seus nucleons, terminaria por fragmentar-se em partículas elementares energéticas observadas em uma larga faixa de ângulos, com rapidez intermediária entre a do projétil e alvo.

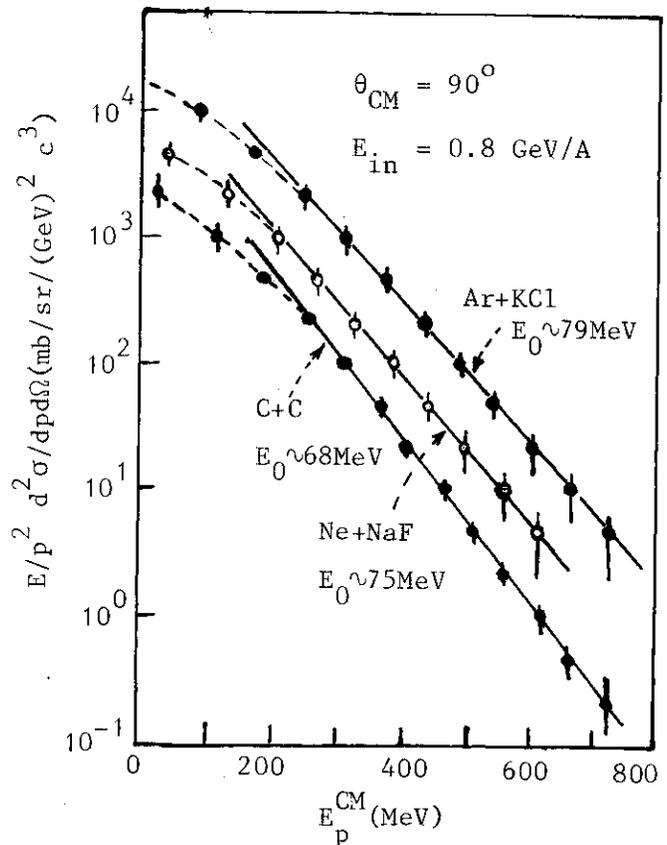
Esta imagem de espectadores e participantes tem sido muito explorada na interpretação de dados dentro da literatura (12,13,14), muito embora a separação entre espectadores e participantes baseando-se apenas numa visão geométrica deixa muito a desejar.

- Colisões Múltiplas Entre os Nucleons e Outros Aspectos Dinâmicos da Colisão

Consideremos, inicialmente, o conjunto de dados da Figura 1.1.2.5, onde são mostrados os espectros de prótons para

$\theta_{cm} = 90^\circ$  nas reações C+C, Ne+NaF e Ar+KCl com energia nominal de feixe de 800MeV/nucleon. Um primeiro ponto a notar é o fato de que apesar do número

Figura 1.1.2.5 - Espectro inclusivo de prótons para  $\theta_{cm} = 90^\circ$  das colisões C+C, Ne+NaF e Ar+KCl com uma energia de feixe de 800 MeV/nucleon (dados extraídos da ref. (12)).



de massa dos sistemas projétil-alvo serem tão diferenciados para as três reações, a forma do espectro se apresenta praticamente inalterada. Isto determina que a energia por nucleon é uma característica do feixe muito mais representativa que sua energia total, no que diz respeito ao mecanismo da colisão. Mas, de maior realce aqui, no entanto, é o fato de que estes espectros se estendem a energias muito superiores à energia por nucleon do feixe ( $\sim 182$  MeV no C.M.), o que dificilmente seria esclarecido por simples colisões diretas de dois nucleons. Desta maneira o processo de re-espalhamento através de colisões múltiplas entre estes nucleons deve ser o responsável pela produção de prótons com momento transversal muito alto. A questão que se coloca em -  
tão, é de se estas colisões múltiplas seriam ou não capazes de produzir uma termalização dos nucleons.

A realização de experimentos de medida de correlação no espectro de partículas espalhadas tem tentado ajudar a elucidar a questão <sup>(15,16,17)</sup>. A Figura 1.1.2.6 apresenta de maneira esquemática o arranjo experimental para este tipo de medida e um resultado característico obtido através dela. O propósito é essencialmente extrair informações sobre o plano de espalhamento de prótons emitidos simultaneamente. Assim, a contagem em coincidência entre os medidores S-R, S-U e S-D nos permite estabelecer valores para a grandeza  $C \equiv 2 \times SR / (SU + SD)$ . Nesta expressão SR representa a contagem em coincidência entre o espectrômetro S e o telescópio da direita R, contido no mesmo plano de S com a direção do feixe. Enquanto SU e SD são contagens em coincidência, de S com cada um dos outros dois telescópios, dispostos em oposição, num plano ortogonal ao primeiro. Observemos que, se as partículas são provenientes de processos térmicos es

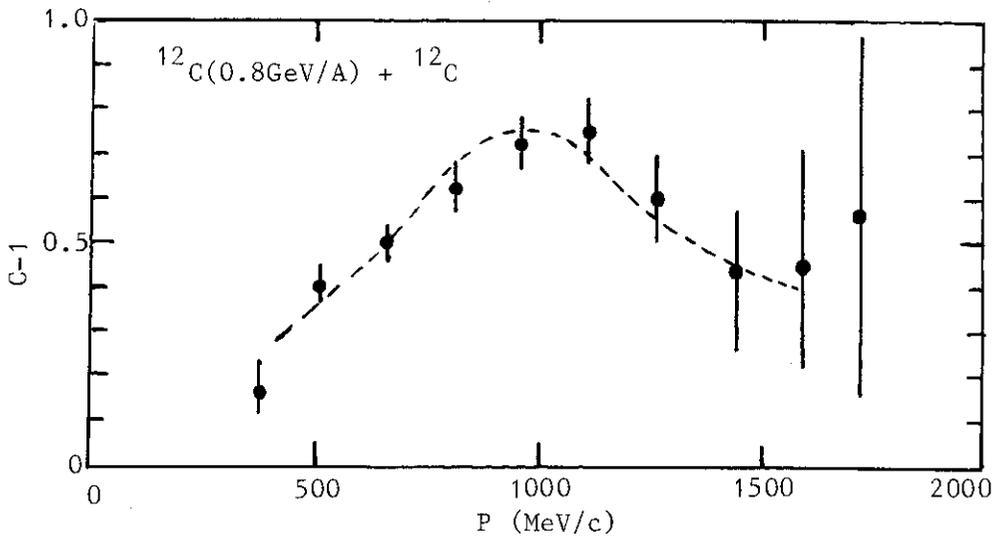
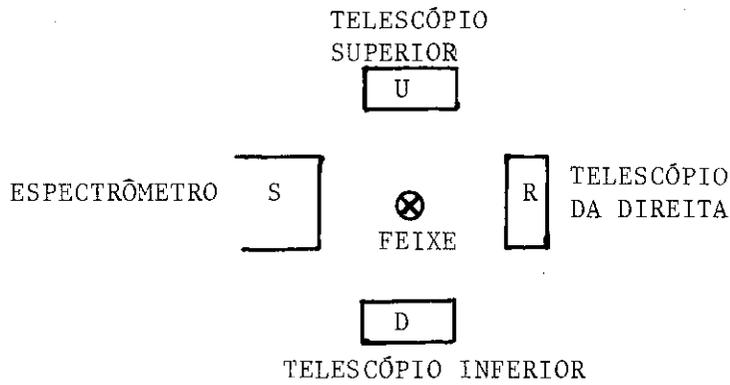


Figura 1.1.2.6 - Valores de C (definido no texto) subtraído de uma unidade, como função do momento do próton medido pelo espectrômetro S. As detecções são feitas para  $\theta_{lab} = 40^\circ$ , ver referência (15) para maiores detalhes experimentais.

tas seriam espalhadas estatisticamente, podendo ser detectadas com igual probabilidade por qualquer dos medidores, deixando  $SR = SU = SD$  ( $C = 1$ ). Por outro lado, se apenas processos de colisões simples entre um par de nucleons são responsáveis pela produção dos prótons, o espalhamento elástico nucleon-nucleon, induzindo a emissão destes em um mesmo plano, privilegiaria a contagem SR em relação às outras duas, feitas em planos ortogonais. Em consequência, os valores de C observados seria maiores que um.

O que os dados indicam para a reação  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  a 800MeV/

/nucleon (Figura 1.1.2.6) é realmente valores de  $C > 1$  com um máximo justamente para valores de momento esperados do espalhamento elástico nucleon-nucleon, o que poderia levar-nos a pensar na predominância destes processos. Mas este não é o caso, pois, os valores de  $C$  esperados para processos de colisões elásticas simples são pelo menos seis vezes maiores que os observados <sup>(15)</sup>. Assim, o que estes experimentos realmente demonstram é que a correlação de coplanaridade no espalhamento nucleon-nucleon é bastante diluída pela presença das colisões múltiplas entre eles, competindo com os processos de colisões simples.

Na presença de colisões múltiplas entre os nucleons, sobretudo sob condições de livre percurso médio inferior às dimensões da região de participantes da colisão, é de se esperar manifestações hidrodinâmicas para o movimento dos nucleons. Obviamente a utilização de projéteis e alvo massivos propiciaria uma melhor apreciação destas manifestações. Se, além disto, é feita a seleção de eventos de pequeno parâmetro de impacto, onde possivelmente as dimensões da região efetiva de interação é aumentada, isto contribuiria para uma maior evidência deste fato. Estes eventos em que a colisão é mais violenta tendem a apresentar uma alta multiplicidade de partículas espalhadas, o que é aproveitado como critério experimental para a seleção dos mesmos. A seleção dos eventos de alta multiplicidade pode ser feita, por exemplo, através da detecção do maior número possível de partículas espalhadas pela distribuição de um grande número de contadores em coincidência em torno do alvo <sup>(18,19)</sup>, tendo por base o espalhamento a  $\theta_{CM} = 90^\circ$ .

Outra possibilidade é a utilização de recursos visuais para a detecção dos resultados da colisão, isto é, a utili-

zação de emulsões e câmaras de bolha. Neste caso temos uma cobertura completa dos  $4\pi$  esfero-radianos nos ângulos de espalhamento e uma bastante razoável resolução de carga e energia dos fragmentos, mas temos também bons prejuízos no levantamento estatístico dos eventos. No entanto, foram assim, as primeiras tentativas de análise experimental de reações de alta multiplicidade, onde a distribuição angular de partículas- $\alpha$  parecia indicar um pico lateral <sup>(20)</sup>, sugerindo a existência de ondas de choque nuclear durante a colisão. Mais tarde, porém, experimentos similares foram repetidos <sup>(21)</sup> sem a confirmação do primeiro resultado. Mais recentemente uma outra pista para os movimentos

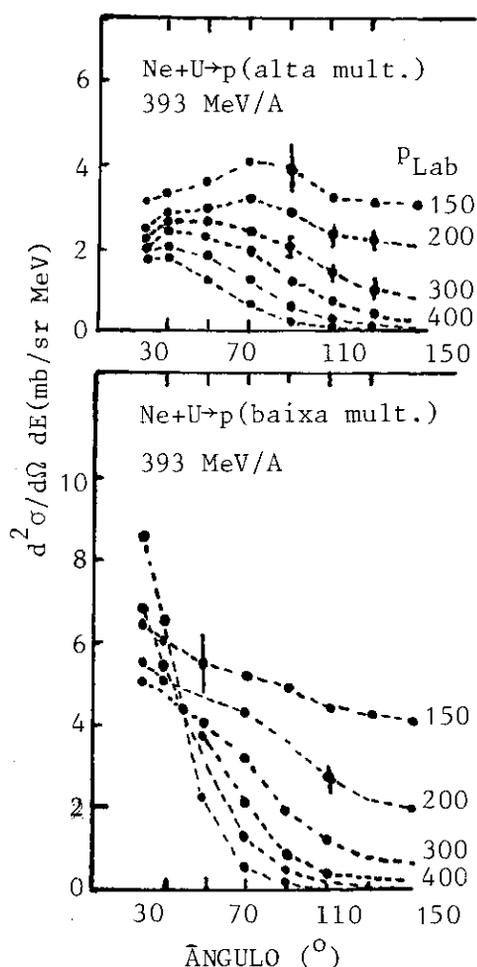


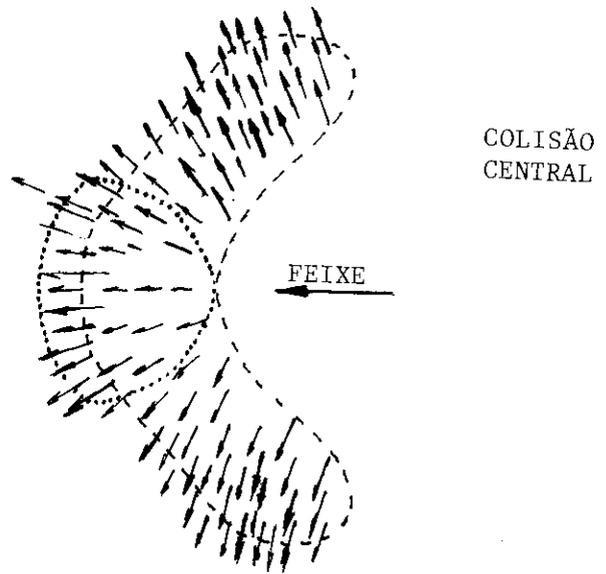
Figura 1.1.2.7 - Distribuição angular de prótons para eventos de alta e baixa multiplicidade na colisão de  $^{20}\text{Ne}$  a 393 MeV/nucleon sobre  $^{238}\text{U}$ .

coletivos aparece quando os experimentos de contagem, apresentando grande estatística para os eventos de alta multiplicidade, foram então realizados. A Fig. 1.1.2.7 apresenta os dados de Stöck et al. <sup>(19)</sup>, extraídos destes experimentos para a colisão Ne+U a 393 MeV/nucleon. Os dados são essencialmente o espectro inclusivo de prótons para eventos de alta e de baixa multiplicidade. No primeiro caso, percebemos que os prótons de momento em torno dos 150 MeV/c (sistema laboratório) apresentam um pi

co alargado na seção de choque para ângulos laterais ( $\theta_L \approx 70^\circ - 90^\circ$ ), e as emissões dianteiras são fortemente suprimidas. A imagem que se forma em torno destes dados é a de um comportamento fluido do núcleo-alvo muito massivo, que devido ao impacto na região central procura um escoamento lateral. A Figura 1.1.2.8 ilustra esta imagem.

Figura 1.1.2.8 - Ilustração da imagem sugerida pelos dados de alta multiplicidade na colisão Ne+U.

Infelizmente, estes dados não são ainda conclusivos em favor da ocorrência de processos hidrodinâmicos durante a colisão. As incertezas estatísticas nos dados ainda alcançam os 30%; além disto, erros sistemáticos não foram completamente eliminados para ângulos dianteiros (ver refs. (5) e (16) para discussões destes experimentos).



## 1.2 - ASPECTOS TEÓRICOS - OS VÁRIOS MODELOS

Nenhum esquema de cálculo rigoroso para as reações de íons pesados relativísticos é ainda disponível. Por este motivo, muitos modelos fenomenológicos e procedimentos aproximados de cálculo, têm sido utilizados, procurando incorporar o maior número possível de efeitos passíveis de ocorrência. A esperança é

de que, pelas variações de parâmetros ou mesmo das suposições dentro dos modelos, possamos isolar os elementos mais essenciais para o esclarecimento do mecanismo da reação. Nas subseções seguintes apresentamos alguns destes modelos que apesar de estarem longe de resolver a questão, possibilitam a reflexão sobre a utilização dos conceitos envolvidos em cada um deles.

#### - Modelos Termodinâmicos

Os mais simples desta classe de modelos e ao mesmo tempo envolvendo suposições mais fortes é o modelo de Bola-de-Fogo<sup>(22,23)</sup> ("Fire-ball"). Seus ingredientes básicos são: a geometria esférica, de superfície bem definida, para os núcleos em colisão e, claro, a utilização de idéias e conceitos termodinâmicos para a descrição da dinâmica da colisão.

O número de nucleons que entram para a formação da bola de fogo é determinado geometricamente, admitindo, para cada parâmetro de impacto  $b$ , um corte cilíndrico ao longo da direção do feixe, sobre a esfera alvo. A cinemática relativística permite, então, determinar o momento por nucleon,  $p_{cm}(b)$ , e a energia de excitação por nucleon,  $E_{cm}^*(b)$ , em termos da energia do feixe  $E$ . Finalmente, supõe-se a completa termalização da distribuição de momento dos nucleons, especificada pela temperatura  $T(b)$ :

$$f(p,b) = [2\pi mT(b)]^{-3/2} \exp\{-[p-p_{cm}(b)]^2/2mT(b)\} \quad . \quad (1.2.1)$$

Gradientes de temperatura e de velocidade ao longo da

região quente são completamente desprezados e a equação de estado de gás ideal é utilizada para relacionar a temperatura com a energia cinética por nucleon no sistema do centro de massa.

A seção de choque de nucleons integrada em parâmetros de impacto pode então ser determinada de maneira simples

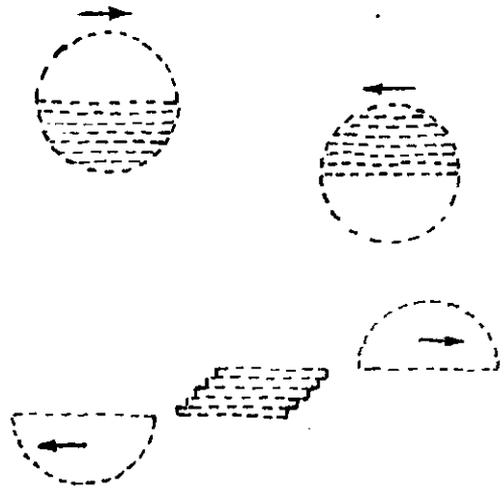
$$\frac{d^3\sigma}{dp^3} = \int_0^{R_P+R_T} 2\pi b N(b) f(p, b) db \quad (1.2.2)$$

onde,  $N(b)$  é o número de nucleons participantes, estes resultados podendo ser imediatamente confrontados com dados experimentais. Os pions e outras partículas (d, t,  $\alpha$ , etc) podem também ser incluídos nos cálculos <sup>(24)</sup>. Neste caso admite-se ainda o equilíbrio químico das possíveis reações entre as partículas presentes para a determinação de suas concentrações na temperatura  $T(b)$ . Através de um processo de autoconsistência, se procura preservar a conservação da energia e de número bariônico.

Uma extensão do modelo de bola-de-fogo, no sentido de incluir gradientes de temperatura e de velocidades, para a região quente, consiste no modelo de "tiras-de-fogo" ("Firestreak"), introduzido por Myers <sup>(25)</sup>. A região de participantes dos núcleos projétil e alvo é então dividida numa série de tubos paralelos à direção do feixe (Figura 1.2.1). Cada tubo do projétil funde com um correspondente no alvo e o resultado é um conjunto de regiões a diferentes temperaturas,  $T_i(b)$ . Assim, a suposição tão restrigente de um equilíbrio termodinâmico global para a região de interação é atenuada com a introdução de um gradiente de temperatura na direção transversal.

Os espectros inclusivos de nucleons podem ser obtidos

Figura 1.2.1 - Modelo de tiras-de-fo  
go, onde cada tubo  
do projétil funde com uma que lhe é  
correspondente no alvo, alcançando  
diferentes temperaturas,  $T_i$ .



de maneira completamente se-  
melhante ã descrita na equa-  
ção (1.2.2), apenas substi-  
tuindo-se  $N(b)f(p,b)$  por  
 $\sum_i N_i(b)f_i(p,b)$ .

Pions e outras partí

culas compostas podem também ser incluídas nos cálculos, com a  
hipótese adicional de que o equilíbrio químico é estabelecido  
para as reações entre partículas de um mesmo tubo.

Claramente, muitos aspectos da dinâmica da colisão es-  
tão fora das possibilidades destes modelos. Por exemplo, nenhu-  
ma referência é feita sobre como o sistema evoluiu para a situa-  
ção de equilíbrio termodinâmico. Além disto, mesmo em se trata-  
ndo de modelos macroscópicos, eles não podem dar conta de efei-  
tos tão importantes como a compressibilidade dos núcleos e os  
efeitos dissipativos durante a colisão. A grande virtude destes  
modelos reside essencialmente na simplicidade de seus cálculos  
fornecendo inclusive resultados que apresentam uma concordân-  
cia relativamente boa com os dados experimentais de espectros  
inclusivos de partículas. A Figura 1.2.2 apresenta um exemplo  
de uma comparação onde podemos apreciar este fato para reações  
na faixa de energias de algumas centenas de MeV/nucleon.

Para reações a energias da ordem de alguns GeV/nucle-  
on, a persistência do movimento longitudinal na colisão entre  
nucleons apontada pelos dados de seção de choque nucleon-nucle-

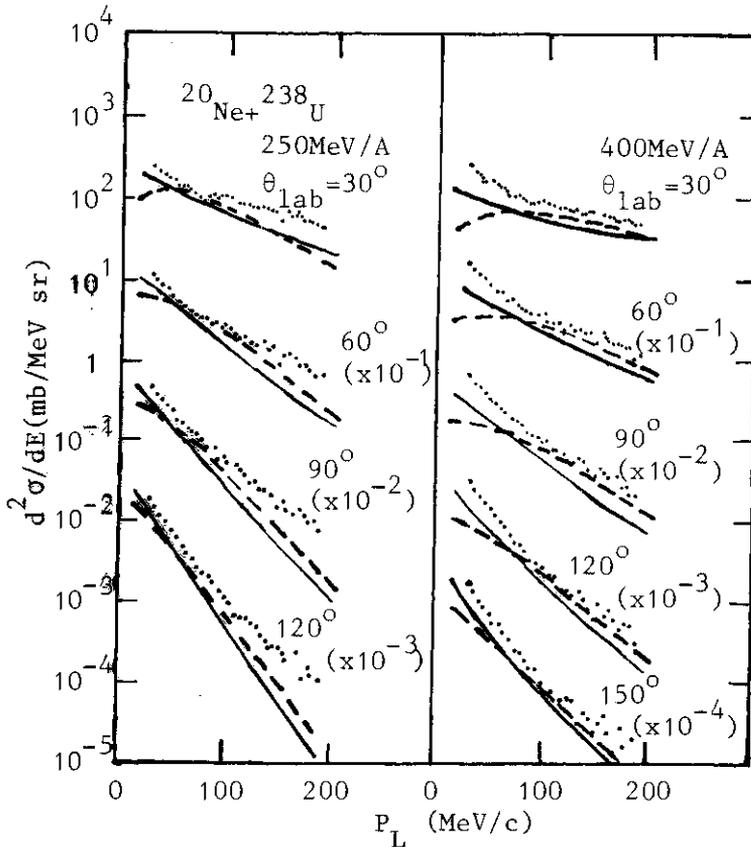


Figura 1.2.2 - Espectro inclusivo de prótons para  $Ne+U$  a 250 e 400 MeV/nucleon, levando a uma comparação com os resultados dos modelos de "Fireball" e "Firestreak". As curvas cheias representam os resultados do primeiro e as tracejadas do segundo. Comparação da ref. (26).

on dificilmente se conciliaria com as idéias contidas nestes modelos. Note-se também o quebra-cabeças que se forma em torno destes modelos. Ob

servemos, por exemplo, a Fig. 1.1.2.5, da seção anterior. Os valores de  $E_0$  que aparecem ao lado das linhas retas representam os valores da temperatura (KT) que melhor ajustam os dados a um modelo de bola-de-fogo. E o que se observa? Justamente na região de prótons térmicos do espectro é que os dados experimentais se desviam forte e sistematicamente da previsão!

#### - Modelos Hidrodinâmicos

As condições para a utilização de abordagens hidrodinâmicas, requerendo um livre percurso médio para os nucleons suficientemente pequeno e uma escala de tempo da colisão que permita o estabelecimento pelo menos de um equilíbrio termodinâmico local são ainda bastante discutíveis (6,26,27). No entanto, pelo fato de lidarem diretamente com a equação de estado da matéria nu-

clear, em torno da qual se colocam grandes expectativas, os modelos hidrodinâmicos têm sido também utilizados para a descrição da evolução dinâmica da colisão.

Para um cálculo rigoroso da dinâmica do fluido nuclear seria necessário levar em conta muitos aspectos que só podem ser incluídos através da consideração explícita nas equações de movimento de efeitos de viscosidade, condutividade térmica, de produção de partículas, bem como a perda de energia radiativa do sistema. Tais considerações inevitavelmente terminariam por recair no problema de acoplamentos de graus de liberdade coletivos e microscópicos do sistema, o que dificultaria sobremaneira a obtenção de resultados.

Considerando como dominante apenas os efeitos cinemáticos compressionais e térmicos, o modelo de um único fluido se apresenta como uma primeira aproximação para o tratamento hidrodinâmico do sistema. As equações hidrodinâmicas relativísticas que devem ser resolvidas expressam simplesmente a conservação do número de nucleons, do momento e energia, para uma equação de estado especificada. Em unidades de  $c = 1$ , estas equações apresentam a seguinte forma <sup>(28,29)</sup>

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}N) = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v} \cdot \mathbf{p}) = - \nabla P \quad (1.2.3)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v}E) = - \nabla (P\mathbf{v})$$

onde  $N$ ,  $\mathbf{p}$ , e  $E$  são respectivamente a densidade de nucleons, densidade de momento e densidade de energia (incluindo energia de

repouso) no sistema de laboratório, e  $\mathbf{v}$  representa o campo de velocidade do movimento relativo.

Com a especificação da equação de estado e das condições iniciais, as equações (1.2.3) são então resolvidas numericamente através da utilização de uma malha tridimensional que transforma estas equações em equações de diferenças finitas (29, 30). O cálculo é continuado até que a energia térmica por nucleon em cada célula, que diminui com a expansão do sistema, caia a valores menores que um limite inferior, préfixado.

Uma melhoria no modelo hidrodinâmico de um único fluido é introduzida a partir de um tratamento em separado para projétil e alvo como dois fluidos distintos. As equações (1.2.3) são aplicadas com ligeiras modificações a cada um dos fluidos. Estas modificações consistem simplesmente na inclusão de termos que traduzem a transferência de momento e energia entre os fluidos fazendo ao mesmo tempo o acoplamento no movimento dos mesmos (27, 29, 30).

Com a quantidade de matéria espalhada nas várias direções, e dentro da suposição de que a relação carga-massa se mantém para todas as porções dos fluidos, a seção de choque de partículas carregadas que emerge da colisão é então determinada. Como ilustração as Figuras 1.2.3 e 1.2.4 mostram a evolução da colisão entre  $^{20}\text{Ne}$  e  $^{238}\text{U}$  com energia de bombardeamento 250MeV/nucleon no laboratório, para três diferentes parâmetros de impacto. A primeira delas, mostra o resultado do cálculo dentro do modelo de um único fluido, e a segunda, para as mesmas situações de incidência, apresenta o resultado do cálculo para o modelo de dois fluidos.

Na Figura 1.2.5 os histogramas das seções de choque

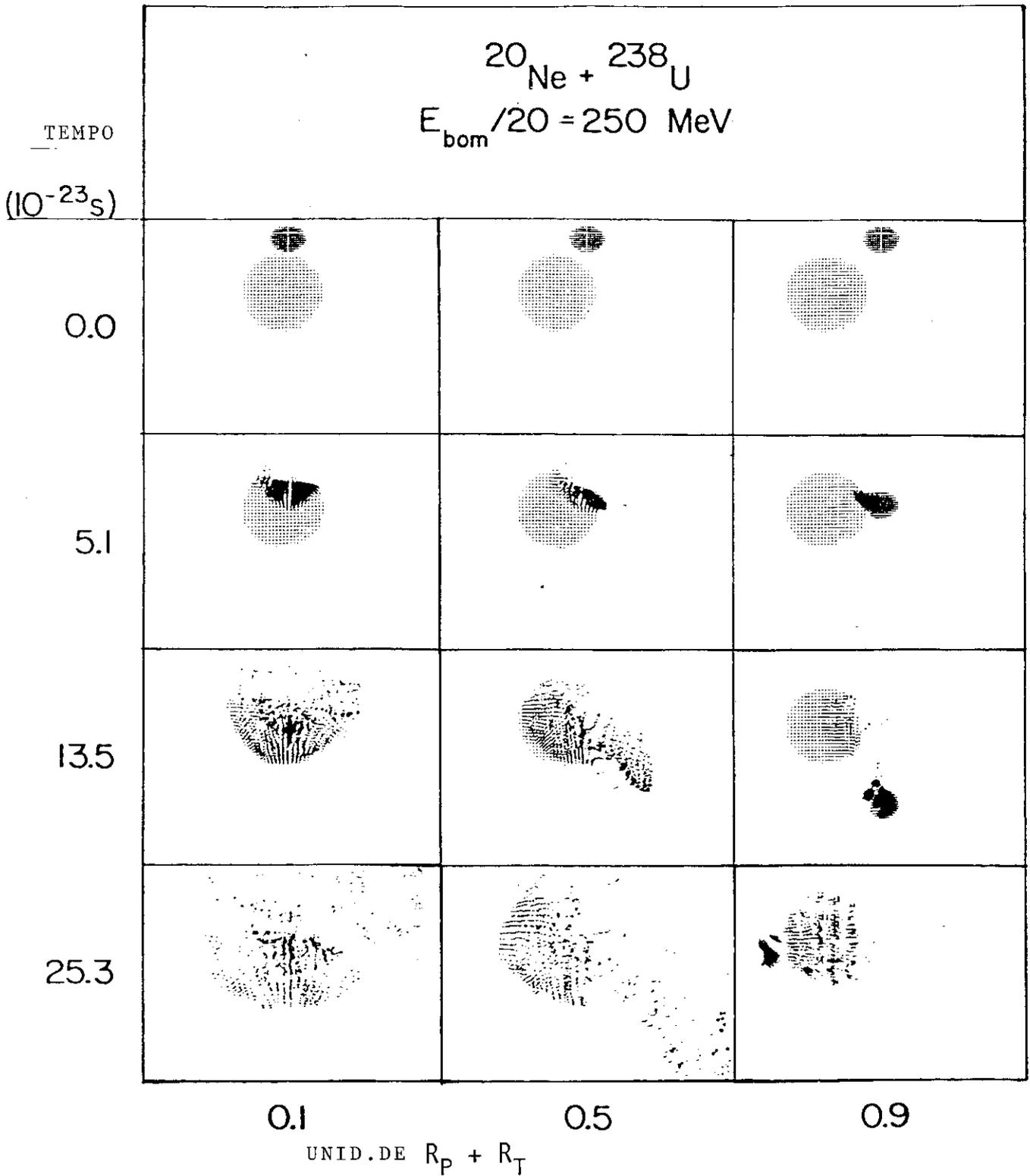


Figura 1.2.3 - Evolução temporal da distribuição de matéria, calculada por Amsden et al. (31), para três valores diferentes de parâmetro de impacto usando o modelo de um fluido.

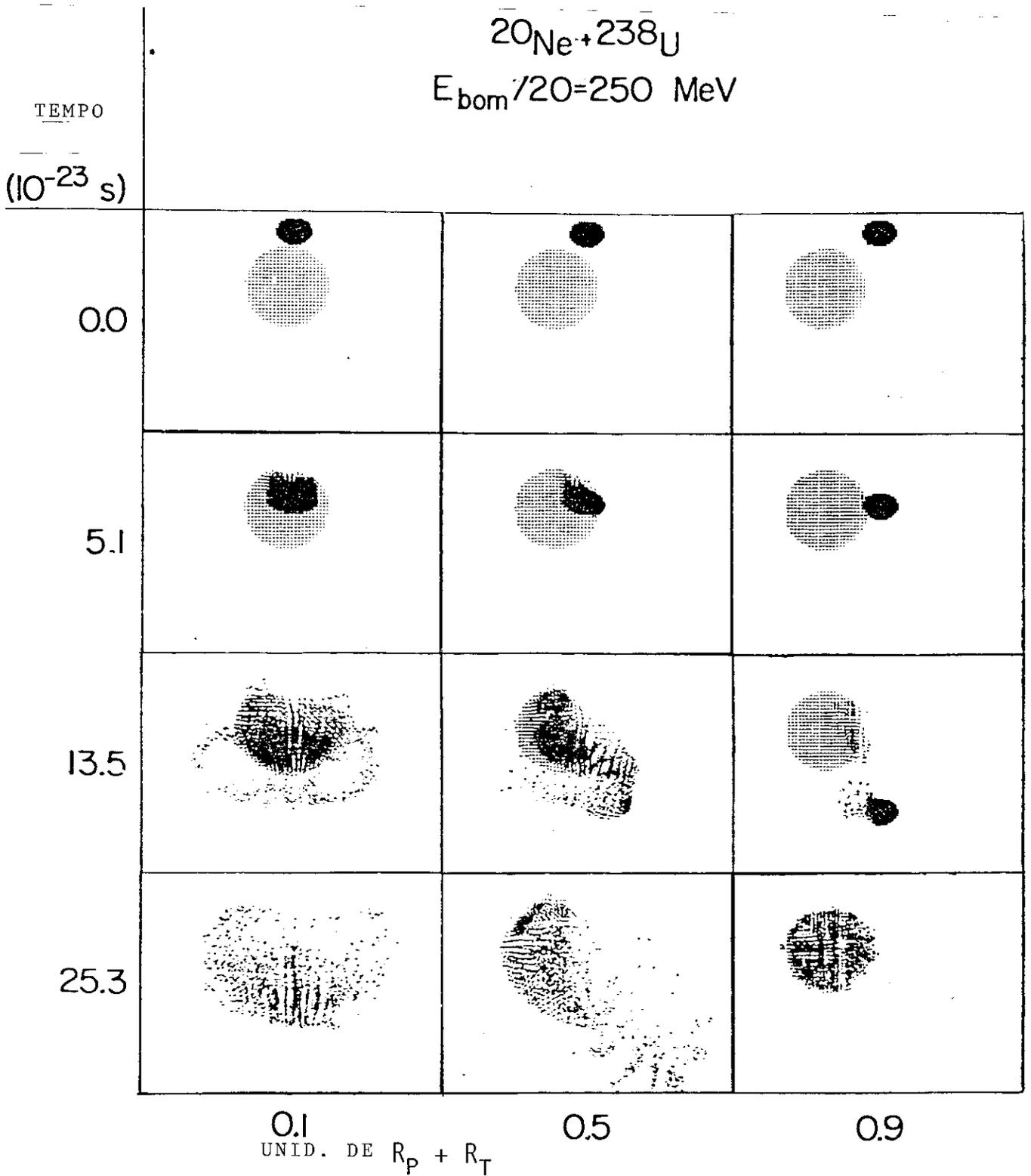


Figura 1.2.4 - Evolução temporal da distribuição de matéria calculada dentro do modelo de dois fluidos por Amsden et al. (33), para três parâmetros de impacto diferentes. Nesta, como na figura anterior, as regiões mais escuras representam uma maior densidade.

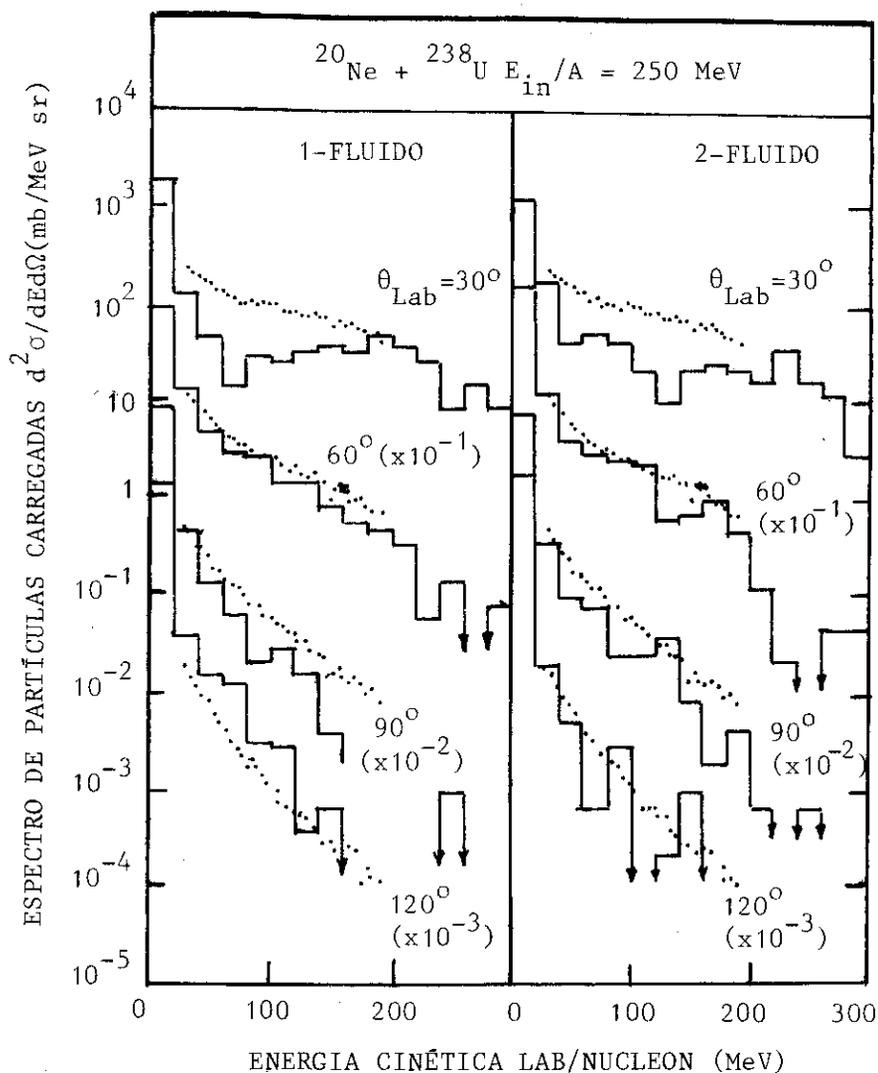


Figura 1.2.5 - Comparação de espectros de energia das partículas carregadas espalhadas na reação do Neônio contra Urânio a 250 MeV/nucleon. Os histogramas da esquerda são resultados do modelo de um fluido oferecido pela referência (31) e os da direita para o caso da utilização do modelo de dois fluidos (33). Os pontos representam os dados experimentais (32).

de partículas carregadas, integradas sob todos os parâmetros de impacto, são levadas a um confronto experimental. Os dados da seção de choque consideram ao mesmo tempo o rendimento na produção de prótons, dêuterons, trítio,  $^3\text{He}$  e  $^4\text{He}$ , medidos diretamente, além da contribuição relativamente pequena de fragmentos mais pesados, levados em conta através de avaliações indiretas (32).

As discrepâncias entre dados experimentais e os cálculos dos modelos hidrodinâmicos para os espectros de partículas carregadas, sobretudo para pequenos ângulos e baixas energias, são também observadas para outras reações já estudadas por este modelo <sup>(10,31,33)</sup>. No caso da reação  $^{20}\text{Ne} + ^{238}\text{U}$  com energia de bombardeamento de 2.1 GeV/nucleon, o modelo de dois fluidos consegue descrever adequadamente os dados para baixas energias do espectro, no entanto, em altas energias as divergências já são bastante acentuadas <sup>(33)</sup>.

É claro que imprecisões dos cálculos numéricos, os erros experimentais nos dados ( $\cong 35\%$  para aqueles apresentados na Figura 1.2.5), bem como a inadequação das equações de estado utilizadas, são pontos a serem explorados na justificativa dos desajustes entre os cálculos e os dados. Porém, não podemos perder de vista o fato de que a própria validade da aplicação de modelos hidrodinâmicos é uma questão ainda em aberto.

#### - Modelos Microscópicos

A imagem da colisão muda radicalmente neste caso. Agora as atenções se voltam completamente para o movimento dos nucleons e das partículas que aparecem por ocasião de suas interações. O objetivo no entanto, não se prende à tentativa de resolver a situação das reações nucleares relativísticas a este nível. O que se busca em essência é trazer uma resposta para a questão fundamental de se há ou não a possibilidade de realização de um estado termodinâmico do sistema durante a colisão. As abordagens a nível do movimento das partículas e de suas in-

terações, funcionam como instrumentos teóricos desta procura.

A necessidade deste tipo de abordagem se faz notar de maneira ainda mais acentuada, quando nos apercebemos que é a de tecção do estado final do movimento das partículas a única via concreta de acesso ao mecanismo das reações. No entanto, aí se incluem não apenas informações sobre o auge da colisão, já completamente desconfigurado, mas sobretudo incluem-se informações sobre muito de outros aspectos de menor interesse da colisão. Lembremos por exemplo, as características cinemáticas e geométricas, as possíveis aglutinações de partículas num único estado ligado (o fenômeno de coalescência na fase final do processo de reação), além dos possíveis efeitos de campo médio sobre as partículas que participam menos efetivamente da colisão. Estes entre outros, são alguns dos aspectos não novos mas também nada triviais que, sem dúvida, podem obscurecer a manifestação de al go de novo ocorrido durante a colisão. Impõe-se, portanto, a ne cessidade de por em realce, fora desta malha intrincada de fenô menos de fundo, aonde afinal reside a memória do sistema no que se refere ao que de inédito anteriormente lhe tenha acontecido.

Recentemente, com a utilização da função distribuição para o espaço de fase quântico do sistema de muitas partículas, tratamento introduzido por Wigner<sup>(34)</sup> em 1932, surge a tentati va de um equacionamento analítico da situação<sup>(35)</sup>. Mas, mesmo com todas as aproximações simplificadoras, uma cinética quântica, que é o que se procura neste tipo de formulação, nos deixa ainda muito longe de uma utilização prática com os propósitos aqui colocados.

Face às necessidades tão prementes referidas anteriormente, não podemos permitir que entraves no tratamento do pro -

blema de muitos corpos, bem como o pouco conhecimento das interações dos nucleons nos núcleos, venham a servir de limitações definitivas para a elaboração de algum instrumento teórico utilizável. Precisamos sim de métodos simples que sejam capazes de incorporar o maior número possível de processos de interação entre as partículas e que venham a atender a estas necessidades. Assim parece ter surgido a idéia de realizar simulações teóricas para a colisão entre os núcleos, fazendo uso do método de cascata intranuclear.

Possivelmente, espelhando-se em utilizações anteriores dentro da Física Nuclear, uma primeira adaptação do método para as reações nucleares relativísticas consistia numa simples superposição das cascatas independentes de cada partícula do projétil incidindo sobre um alvo contínuo <sup>(36-37)</sup>. As interações das partículas do projétil com o alvo, sendo feitas logo após uma caminhada  $\Delta x$ , escolhida aleatoriamente segundo uma lei exponencial ( $\sim e^{-\Delta x/\lambda(E)}$ ), tendo por base o livre percurso médio  $\lambda(E)$  para a energia incidente da partícula. Não eram consideradas as interações entre partículas do projétil e nem as interações entre as partículas do alvo espalhadas em diferentes ramificações. Além disso, as interações entre as partículas do alvo não atingidas pela cascata, ou não eram levadas em conta ou eram precariamente incorporadas através de um rearranjo súbito da densidade <sup>(36)</sup>. Desta maneira o número de colisões entre partículas, tão importante para a termalização do sistema, é subestimado e os efeitos de compressão dos núcleos ficam de difícil avaliação.

Embora pagando um maior tributo computacional o método evoluiu com a inclusão de interações entre duas quaisquer par

tículas que se façam presentes durante as histórias simulativas da colisão entre os núcleos e, mais ainda, possibilitando um acompanhamento temporal explícito de todo o processo. O interesse por diferentes grandezas, distribuido pelos vários trabalhos que utilizam o método, tem levado a versões particulares do método servindo aos interesses de cada um deles. Mas, quando por vezes nos referirmos ao método de cascata intranuclear convencional estaremos, na verdade, fazendo referência aos elementos comuns a estas várias versões.

No próximo capítulo apresentaremos o método e situaremos melhor os pontos a serem discutidos no presente trabalho.

## CAPÍTULO II

### O MÉTODO DE CASCATA INTRANUCLEAR

Dentro do estudo das reações nucleares relativísticas, o método de cascata intranuclear vem ocupando lugar especial como instrumento teórico simples e de grande capacidade de predição. Uma das suas grandes vantagens advém do fato de que seus resultados não são dependentes de parâmetros de modelo, livres ou ajustáveis, dos quais não teríamos bons valores nem bons dados para ajuste, diante da situação teórica e experimental presente. Além disso, o método se fundamenta em aspectos microscópicos do sistema, e com isto apresenta grandes possibilidades de estabelecer as principais características dos fenômenos decorrentes da interação das partículas nos núcleos, que apesar de intrincado esclarecimento, não representam nenhum aspecto inédito no comportamento dos núcleos. No entanto, estes inevitavelmente se incluem em nos dados experimentais, obscurecendo as manifestações destes aspectos nos resultados experimentais. Assim, qualquer grande discrepância entre dados experimentais e os resultados oferecidos pelo método, passa a constituir um indício da ocorrência de algum fenômeno novo importante, que teve lugar durante a colisão. Mas, neste caso, devemos estar seguros com relação ao fato de que o método não está a nos fornecer informações ambíguas para este confronto. Isto porque, os resultados dos cálculos le

vados à comparação com os dados experimentais, são na verdade extraídos de processos de média envolvendo variáveis aleatórias, que podem vir a mascarar considerações pouco realísticas dentro do método.

Em linhas gerais, o método consiste simplesmente na realização de um grande número de histórias simulativas da colisão entre os núcleos, onde em cada uma delas os núcleos são representados por um conjunto de partículas puntiformes que evoluem no tempo por trajetórias retilíneas entre as suas sucessivas colisões. As seções de choque extraídas de dados do espalhamento nucleon-nucleon são então utilizadas para estabelecer o critério de colisão entre as partículas e seus estados de movimento após a colisão. Com o acompanhamento cronológico de cada história simulativa, os valores médios das grandezas dinâmicas de interesse num dado instante podem ser obtidos através de uma média que tem por ensemble o conjunto de "flashes" de cada história tomados naquele instante.

Antes mesmo de apresentar passo-a-passo os detalhes sobre a estrutura do método, gostaríamos de por em destaque duas suposições básicas do método e que funcionam como hipóteses de trabalho. A saber: a suposição de que as colisões entre as partículas são puramente binárias, e a de que o andamento do processo se faz segundo a ordenação no tempo dessas sucessivas colisões no sistema de observação em que se desenvolve a simulação. Em outras palavras, logo de início, pressupõe-se que as interações das partículas se faz aos pares, eliminando-se "a priori" a possibilidade de ocorrência de interações a três ou mais corpos que possam se fazer presentes durante o processo. Ao mesmo tempo que se prende o andamento simulativo do processo a um

particular sistema de referência, o que nos leva a um questionamento da invariância dos resultados oferecidos pelo método. A discussão destes pontos é a motivação central deste trabalho, ao que dedicaremos os dois próximos capítulos. A idéia do presente capítulo é apenas oferecer a possibilidade de uma familiaridade com o método, fazendo uma apresentação do mesmo dentro dos padrões com que ele é utilizado convencionalmente.

Um outro ponto de caráter geral do método mas um pouco delicado, é a questão de como estabelecer contatos do método com formulações teóricas analíticas. Em muitos dos seus aspectos, o método lembra as colocações para a obtenção de uma equação cinética tipo Boltzmann. Observe-se porém, que com as suas saídas (posição e momento de todas as partículas em cada instante de tempo), por uma média como a descrita anteriormente podemos, em princípio, extrair informações não apenas sobre a função distribuição de uma partícula mas também sobre as funções distribuição de uma, duas, três, n-partículas:

$$\begin{aligned} f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) &= \frac{1}{W} \sum_w \sum_i \delta[\vec{r} - \vec{r}_{iw}(t)] \delta[\vec{p} - \vec{p}_{iw}(t)] \\ f_2(\vec{r}, \vec{p}, \vec{r}', \vec{p}', t) &= \frac{1}{W} \sum_w \sum_i \sum_{j \neq i} \delta[\vec{r} - \vec{r}_{iw}(t)] \delta[\vec{r}' - \vec{r}_{jw}(t)] \\ &\quad \delta[\vec{p} - \vec{p}_{iw}(t)] \delta[\vec{p}' - \vec{p}_{jw}(t)] \\ &\quad \vdots \\ &\quad \vdots \\ &\quad \vdots \end{aligned} \tag{2.1}$$

Os índices  $i$  e  $j$  nestas expressões varrem as partículas e o somatório em  $w$  cobre todos os "flashes" tomados no mesmo instante  $t$  de cada uma das  $W$  histórias. A questão de se as funções dis -

tribuição de ordem superior assim extraídas podem ou não ser fatoradas em um produto das de ordem menor, é um dos pontos que ainda reclamam por um esclarecimento<sup>(38)</sup>. Assim, não podemos garantir de imediato que  $f_2$  pode ser fatorada como o produto  $f_1 f'_1$  como se estabelece para a formulação de Boltzmann, mas não é nossa pretensão, pelo menos neste trabalho, procurar estabelecer paralelos entre o método e formulações analíticas que dele se aproximam. Também, adiamos nossa preocupação com uma melhor fundamentação teórica do método. A preocupação presente se prende aos aspectos funcionais do método.

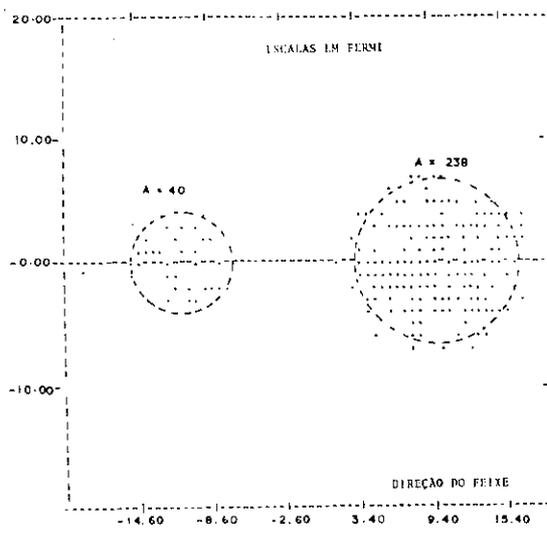
Nas seções que se seguem passaremos a descrever a estrutura do método aproveitando para também apresentar alguns dos procedimentos que utilizamos na elaboração das versões que nos serviram de ponto de partida para as discussões desenvolvidas neste trabalho.

## 2.1 - A ESCOLHA DE CONDIÇÕES INICIAIS PARA A SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE COLISÃO DOS NÚCLEOS

As posições iniciais dos nucleons nos núcleos em interação são geradas aleatoriamente (método de Monte Carlo) segundo uma função distribuição que traduza o comportamento da densidade nuclear. O sorteio é feito separadamente para os nucleons do projétil e do alvo em seus respectivos sistemas de repouso, supondo uma distribuição esfericamente simétrica da densidade. Com isto, as coordenadas  $\theta$  e  $\phi$  dos nucleons com relação ao centro de massa dos núcleos a que pertencem, são sorteadas de for-

ma a reproduzir a isotropia da densidade, através dos sorteios do  $\cos\theta$ , segundo uma distribuição uniforme, no intervalo -1 a 1 e sorteando  $\phi$  uniformemente no intervalo 0 a  $2\pi$ . Quanto à coordenada  $r$  esta é sorteada segundo uma distribuição radial da densidade nuclear<sup>(\*)</sup>. Em muitos trabalhos, por simplicidade, os núcleos são tomados com superfícies bem definidas<sup>(39,40,41)</sup>, enquanto que em outros a difusão da superfície é considerada<sup>(36,42)</sup> este, no entanto, é um ponto de menor relevância, sobretudo quando os núcleos envolvidos são suficientemente pesados. Parte-se portanto de configurações de posição dos nucleons como a colocada na Fig. 2.1.1, geradas dentro de nossas simulações.

Figura 2.1.1 - Representação de uma possível configuração inicial de posições de nucleons em cada um dos núcleos para uma dada história simulativa. A configuração é vista através de uma de suas projeções ortogonais, com os núcleos em repouso.



A Figura 2.1.2 apresenta o resultado da superposição de um grande número de configurações sorteadas evidenciando a reprodução bastante razoável da distribuição de densidade nuclear pelos procedimentos por nós utilizados.

(\*) O sorteio de uma variável aleatória, segundo uma distribuição conhecida, é um procedimento corriqueiro na utilização do método de Monte Carlo. Muitos procedimentos numéricos já estão inclusive catalogados na forma de códigos computacionais. Preferimos, no entanto, usar para o nosso trabalho dos procedimentos o mais simples, mas sob nosso completo domínio a nível de codificação (veja o Apêndice A para a fundamentação estatística do procedimento por nós utilizado).

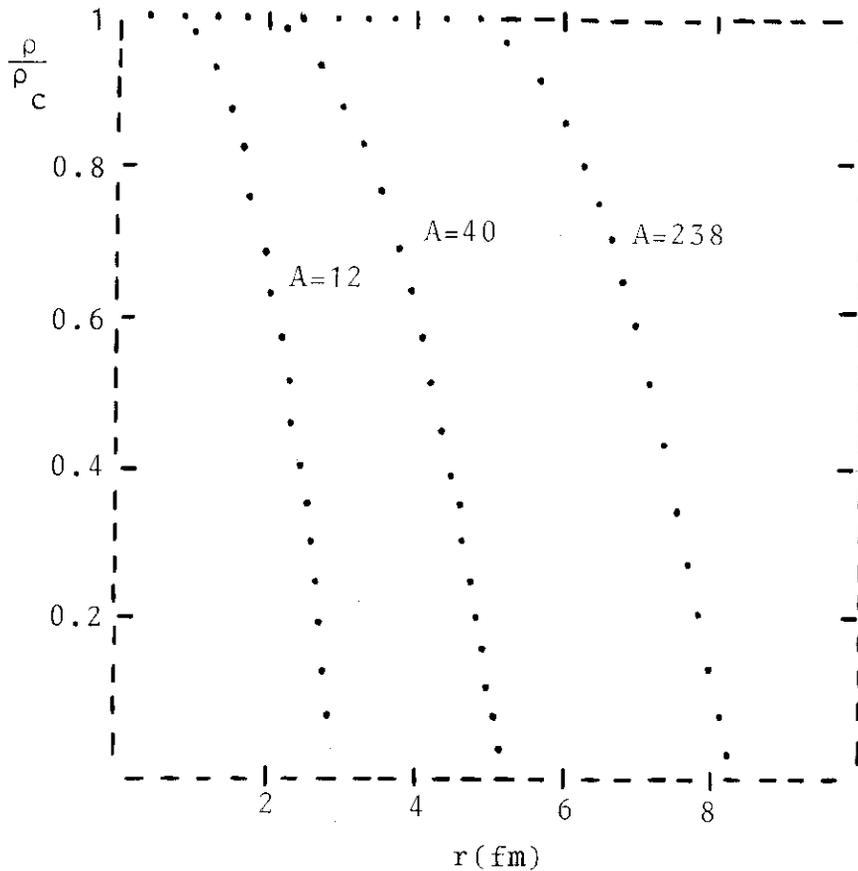
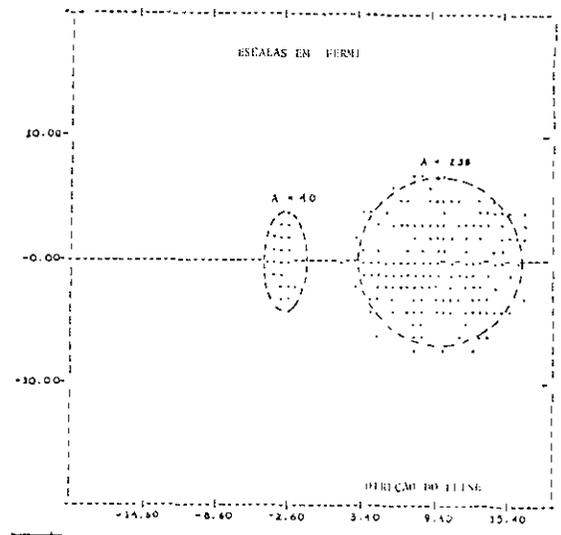


Figura 2.1.2 - Reprodução da densidade nuclear para  $A = 238, 40, 12$  com a superposição de configurações de posições dos nucleons sorteadas no sistema de repouso dos núcleos.

Quanto à configuração inicial de momento das partículas, esta é feita por atribuições de momentos aleatoriamente distribuídos de forma a reproduzir uma distribuição de gás de Fermi completamente degenerado. Uma questão que pode surgir neste caso, é a da expansão espúria dos núcleos durante a fase inicial da colisão se não se introduzir um potencial que aprisione os nucleons. Em alguns trabalhos a expansão é considerada como irrelevante, argumentando-se com o fato de que a duração da colisão entre os núcleos é bastante curta a energias relativísticas <sup>(39,43)</sup>. Em nosso caso, preferimos contornar o problema, "congelando" a configuração dos núcleos na fase inicial, isto é, inibindo artificialmente o movimento relativo dos nucleons em cada um dos núcleos só liberando-os no instante em que sofrerem uma primeira colisão.

De posse das configurações de momento e posição dos nucleons no sistema de repouso dos núcleos estas são levadas por uma transformação de Lorentz para o sistema de referência em que se deseja desenvolver a simulação (sistema de observação). A Figura 2.1.3 mostra o resultado deste procedimento quando o sistema de observação é o sistema de repouso do alvo (sistema laboratório).

Figura 2.1.3 - Configuração inicial de posição das partículas mostrada na figura 2.1.2 vista no sistema laboratório, quando a energia do projétil é de 2 GeV/nucleon. Apresentamos aqui apenas a projeção que evidencia a contração do projétil.



## 2.2 - DAS COLISÕES ENTRE AS PARTÍCULAS DOS NÚCLEOS

Dois pontos, neste caso, merecem um esclarecimento maior. Primeiro, - como decidir se duas partículas sofrem ou não uma interação? Segundo, - como processar estas interações, tendo em mãos apenas dados de seções de choque que só nos dão informações da situação assintótica das partículas?

Aqui pretendemos apenas apresentar os procedimentos relativos a estes pontos dentro do método de cascata intranuclear convencional. Voltaremos a enfocá-los nos capítulos seguintes.

tes, mas desta feita com um espírito crítico, sugerindo inclusive algumas modificações que então satisfaçam nossos propósitos.

- O Critério de Colisão

Como admite-se dentro do método colisões binárias entre as partículas e como em qualquer instante de tempo dispomos das posições e momento de todas as partículas presentes, procede-se de maneira bastante simples para a decisão de se ocorre e quando ocorre a colisão das partículas. Seja, por exemplo,  $(\vec{r}_i, \vec{p}_i)$  e  $(\vec{r}_j, \vec{p}_j)$  as coordenadas e momentos de um par qualquer de partículas  $(i, j)$ , no sistema de observação, no instante  $t$ . Tendo-se em conta que estas partículas se movem livremente entre as suas sucessivas colisões, podemos determinar suas posições em qualquer instante  $t'$ , posterior a  $t$ :

$$\vec{r}_i(t') = \vec{r}_i + \frac{\vec{p}_i}{E_i} (t' - t) \quad (2.2.1)$$

$$\vec{r}_j(t') = \vec{r}_j + \frac{\vec{p}_j}{E_j} (t' - t)$$

com  $E_i$  e  $E_j$  representando a energia total de cada uma das partículas. Se a distância relativa entre as mesmas passa por um mínimo,  $d_{ij}$ , inferior ou igual ao alcance efetivo da interação, então diz-se que o par colide. O alcance efetivo é escolhido como sendo

$$r_{ef} = (\sigma_{ij}/\pi)^{1/2} \quad (2.2.2)$$

acreditando-se que a seção de choque experimental  $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(s)*}$  sirva para trazer uma estimativa do alcance efetivo da interação, propiciando inclusive uma dependência em energia para o mesmo. Em resumo, temos:

$$d_{ij} = \min |\vec{r}_i(t') - \vec{r}_j(t')| \leq (\sigma_{ij}/\pi)^{1/2} \quad \text{par-ij colide.} \quad (2.2.3)$$

Da condição de minimização da separação relativa entre as partículas, isto é,

$$\left. \frac{d}{dt'} |\vec{r}_i(t') - \vec{r}_j(t')| \right|_{t'=t_{ij}^c} = 0, \quad (2.2.4)$$

obtém-se o instante de colisão para o par-ij, que fica dado por

$$t_{ij}^c = t - \frac{1}{\vec{v}_{ij}^2} [\vec{v}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij}(t)] \quad (2.2.5)$$

Observe-se que  $\vec{v}_{ij} = \vec{p}_i/E_i - \vec{p}_j/E_j$  é a velocidade relativa das duas partículas no sistema de observação e que  $\vec{r}_{ij}(t)$  é a posição relativa da partícula i em relação à partícula j no instante t. Com  $t_{ij}^c$  determinado como em (2.2.5) a distância de máxima aproximação quadrática fica dada por

$$d_{ij}^2 = \vec{r}_{ij}^2(t) - \frac{1}{\vec{v}_{ij}^2} [\vec{v}_{ij} \cdot \vec{r}_{ij}(t)]^2 \quad (2.2.6)$$

restando apenas a comparação dela com  $\sigma_{ij}/\pi$  para a decisão da ocorrência ou não da colisão do par-ij. Para uma maior eficiên-

---

(\*) Veja-se Apêndice C para a definição de s, a massa invariante quadrática de um sistema de duas partículas relativísticas.

cia nesta comparação necessita-se de um ajuste analítico das seções de choque total como função da energia ou momento das partículas.

Em trabalhos que deixam abertos canais inelásticos das interações nucleon-nucleon <sup>(39,40,41)</sup>, dando margem assim ao aparecimento de diferentes partículas, deve-se fazer a especificação dos tipos de partículas que se está a julgar a ocorrência da colisão. Para estes julgamentos necessita-se então, das seções de choque de colisão dos diferentes tipos de partículas que se façam presentes durante o desenrolar do processo.

Em nosso caso, procuramos não nos envolver com esta situação mais trabalhosa, que apesar de essencial quando se procura extrair resultados através do método, não nos traz vantagens compensatórias quando na análise das questões postas em discussão neste trabalho. Assim, inibimos artificialmente esses canais inelásticos preservando a composição hadrônica inicial do sistema — somente nucleons se fazem presentes em nossas simulações. Admitimos também por simplicidade a degenerescência no estado de carga dos nucleons por ocasião de suas colisões. O ajuste da seção de choque total nucleon-nucleon, utilizado por nós quando se fez necessário vem apresentado na Figura 2.2.1.

#### - O Processamento das Colisões das Partículas

Seja por exemplo a colisão elástica entre um par de nucleons  $i-j$  a ser processada no instante  $t_{ij}^c$ , dado pela eq. (2.2.5). Nesse instante suas posições são bem definidas e os seus momentos devem sofrer uma brusca mudança, representando com

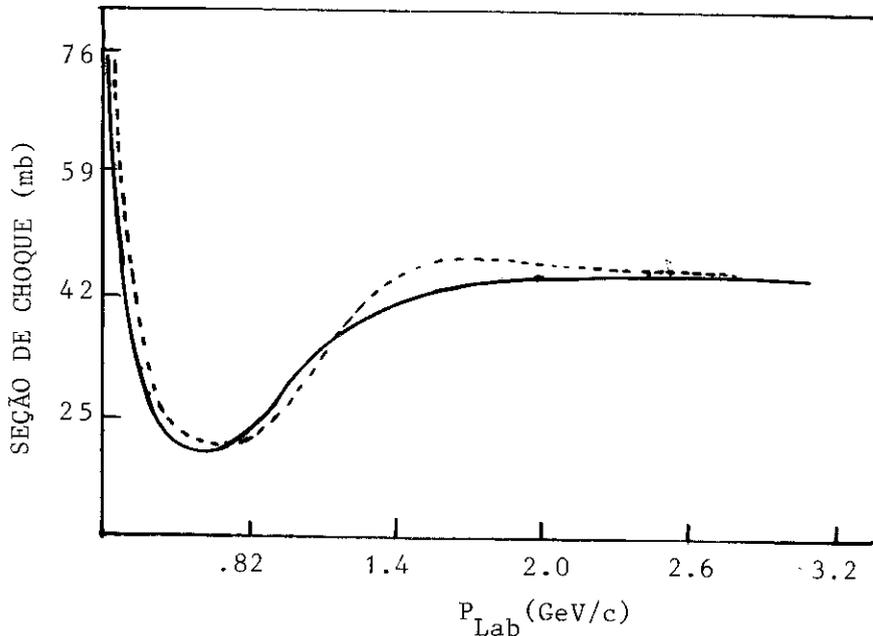


Figura 2.2.1 - Ajuste da seção de choque total nucleon-nucleon, representado pela curva contínua. Os dados experimentais são de seção de choque p-p extraídas da ref. (44), tem seu andamento representado pela curva tracejada.

isso a colisão sofrida. Os momentos finais das partículas são então sorteados aleatoriamente no sistema centro de massa do par de nucleons, segundo a seção de choque diferencial elástica, extraída também de um ajuste dos dados experimentais. A conservação do momento e energia é considerada explicitamente com o sorteio do momento de apenas um dos participantes da colisão. O do outro fica determinado através desta conservação. Obtidos os momentos finais no sistema de centro de massa das partículas, estes são transformados, a Lorentz, de volta para o sistema em que se desenvolve a simulação.

Quando canais inelásticos são também considerados na interação nucleon-nucleon, antes mesmo de se proceder à determinação dos momentos finais das partículas, deve-se estabelecer qual é o canal de saída da colisão. Faz-se então um sorteio prévio deste canal atribuindo pesos que lhe são dados pela razão entre as seções de choque destes canais e a seção de choque total da colisão.

O que se procura com este tipo de procedimento para o processamento das colisões é uma certa fidelidade ao que se conhece das interações de pares de nucleons. Mesmo assim, alguns aspectos ficam ainda prejudicados, como por exemplo a conservação do momento angular orbital na colisão. De fato, o sorteio do ângulo de espalhamento, estando o parâmetro de impacto estabelecido, impõe uma variação do momento angular, face à mudança abrupta da trajetória das partículas, no instante da colisão<sup>(\*)</sup>. Uma suavização das trajetórias como tentativa de preservação da conservação do momento angular, além de levar a grandes complicações a nível do processamento das colisões, deixam em aberto a questão do instante de colisão uma vez que estas passariam a ter uma duração, o que foge completamente ao espírito do método. O que se espera é que no cômputo das diferentes histórias da colisão núcleo-núcleo o erro cometido pela não conservação do momento angular nas colisões nucleon-nucleon, sejam cancelados estatisticamente. Claro é que argumentando em termos estatísticos outras maneiras para o processamento das colisões podem ser utilizadas dentro do método<sup>(45,46)</sup>. A estas diferentes maneiras de processar as colisões nos referiremos como "estilos" das colisões. Ao processamento convencional, envolvendo sorteios das direções de espalhamento das partículas, chamaremos de "estilo estocástico" em oposição ao que no Capítulo IV definiremos como sendo um "estilo determinístico".

Para a realização dos sorteios das direções de espalhamento quando em nosso trabalho utilizamos o estilo estocástico, fizemos uso de um ajuste de seções de choque diferenciais

---

(\*) Observe-se a colisão no sistema de centro de massa das partículas para melhor clareza da situação.

levando em conta também sua dependência em energia (ver expressão analítica utilizada para o ajuste, eq. (4.1.2)).

Para fins de ilustração da qualidade do ajuste apresentamos na Fig. 2.2.2 um confronto com resultados experimentais, em energias bem diferenciadas dentro da faixa de interesse.

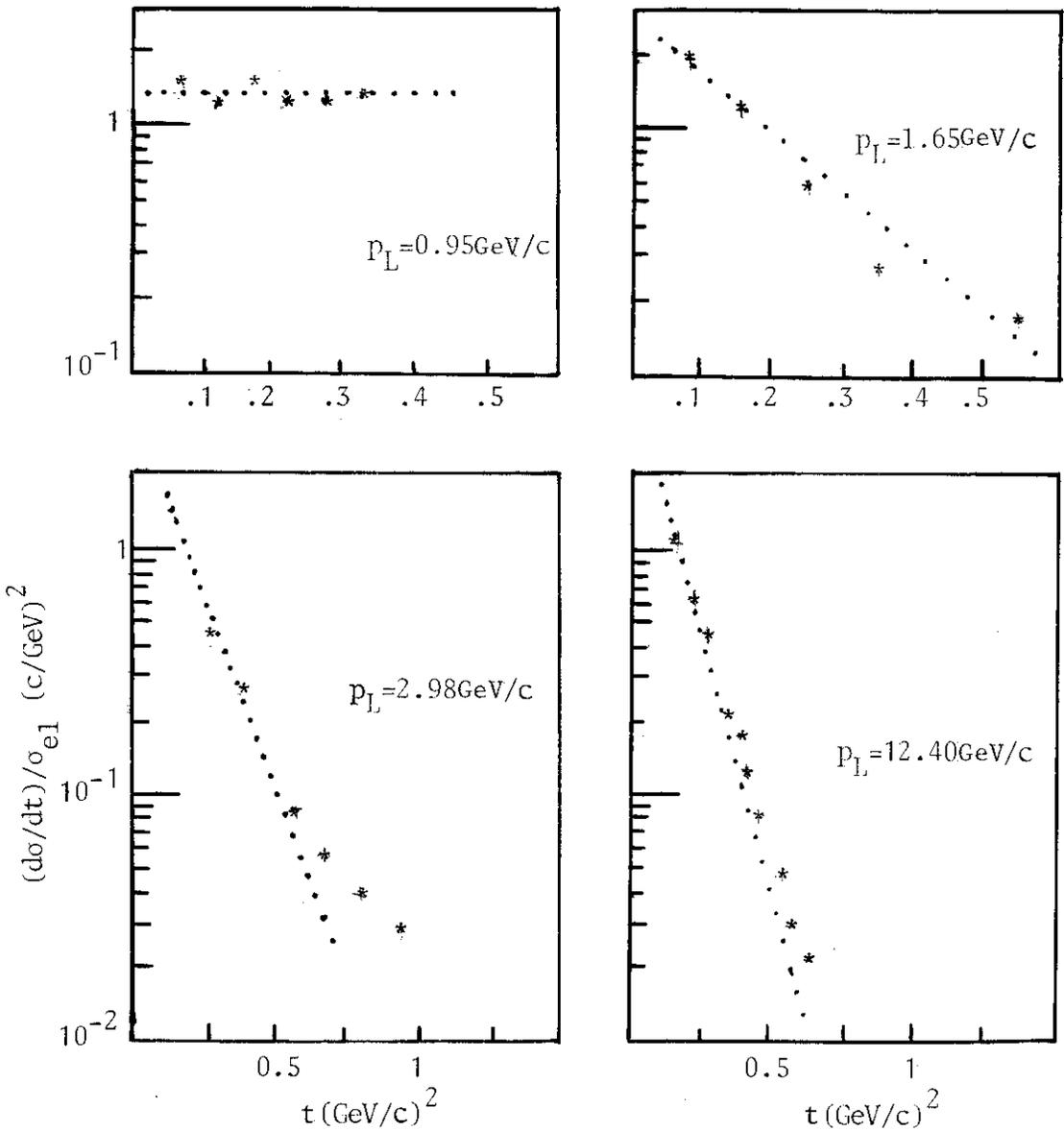


Figura 2.2.2 - Resultado do ajuste de seções de choque diferenciais p-p no sistema centro de massa das partículas. Na abscissa estão lançados os valores dos quadrados dos módulos dos momentos transferidos e as seções de choque, na ordenada, são normalizadas às seções de choque totais. As curvas pontilhadas são do ajuste, e o andamento dos dados (44) é representado por asteriscos.

## 2.3 - O ANDAMENTO NO TEMPO DO PROCESSO

Aproveitando a suposição de colisões binárias entre as partículas, no método convencional de cascata intranuclear, o andamento no tempo de cada história simulativa da colisão entre os núcleos é feito por passos que representam o intervalo de tempo entre duas colisões sucessivas no sistema; trata-se apenas de uma questão de ordenação no tempo das colisões entre as partículas.

Sabemos que num dado instante  $t$ , que pode mesmo ser o instante inicial, dispõe-se das posições e momentos de todas as partículas presentes. Isto então possibilita a determinação de todos os possíveis pares- $ij$  de partículas que podem colidir, fazendo-se uso do critério de colisão estabelecido na Seção 2.2. Ao mesmo tempo, passa-se a conhecer todos os instantes de colisão,  $t_{ij}^c$ . Elabora-se uma lista de colisões com  $t_{ij}^c > t$ , que não obrigatoriamente vão ser processadas, as quais chamaremos de colisões condicionais<sup>(\*)</sup>. Desta lista escolhe-se somente uma, aquela mais iminente, qual seja a de menor valor de  $t_{ij}^c$ . Esta sim, tem a sua ocorrência então assegurada e é efetivamente processada no instante  $t_{\min}^c = \min\{t_{ij}^c\}$ . As demais partículas apenas continuam, sem perturbação em seus movimentos, até suas novas posições no instante  $t_{\min}^c$ . A lista de colisões condicionais é agora re-estruturada no sentido de levar em conta os novos estados de movimento das duas últimas partículas que colidiram. Isto feito, extrai-se dela um novo par de partículas cuja colisão será ou -

---

(\*) Nesta lista de colisões condicionais não se incluem colisões entre partículas de um mesmo núcleo sem que estas partículas tenham sido perturbadas por, pelo menos, uma colisão com alguma das partículas do outro. Estas colisões entre partículas de mesmo núcleo já estão sendo levadas em conta, estatisticamente, no movimento de Fermi dos nucleons e não são decorrentes da colisão entre núcleos.

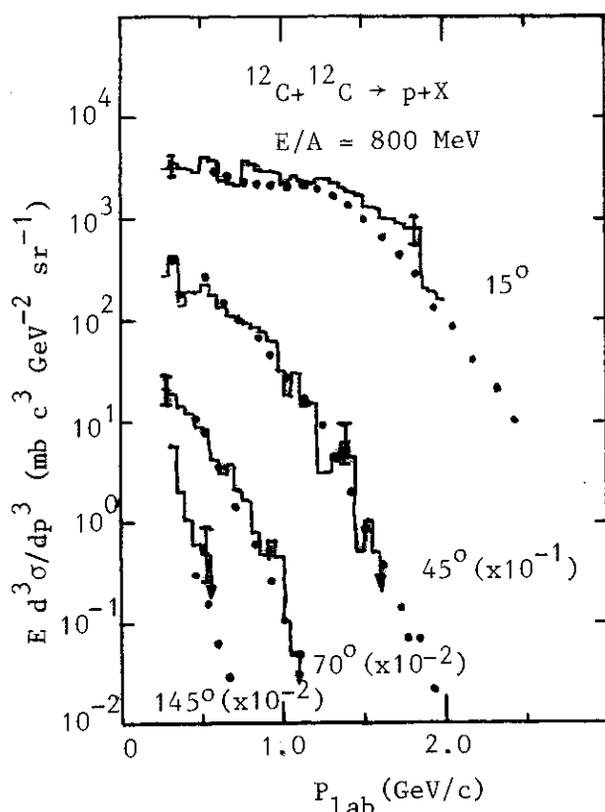
tra vez a mais iminente. Assim, colisão a colisão, cada história caminha, autodefinindo seu passo no tempo. Como vemos, esta maneira simples e eficiente de acompanhar-se todas as colisões ocorridas é possibilitada pela suposição de que apenas colisões binárias podem ocorrer em cada história. Uma história é considerada finda quando a lista de colisões condicionais se esvazia.

No Capítulo III questionaremos o próprio caráter binário das colisões e, conseqüentemente, o andamento temporal de nossas simulações não serão como o descrito acima. No Capítulo IV apesar de retomarmos a suposição de colisão binária para a análise dos aspectos relativísticos do método, veremos que o andamento do processo simulativo é um ponto que requer maiores cuidados.

## 2.4 - RESULTADOS DA CASCATA CONVENCIONAL EM CONFRONTO COM DADOS EXPERIMENTAIS

Achamos interessante como finalização deste capítulo, apresentar alguns exemplos de resultados extraídos de cálculos de cascata, levados a um confronto experimental. Observe-se, no entanto, que como no caso dos modelos apresentados no Capítulo I, é ainda algo precipitado buscar neste confronto informações conclusivas sobre o mecanismo envolvido na colisão entre os núcleos. Lembramos aqui, mais uma vez, a limitação imposta pelo caráter inclusivo dos dados experimentais. Além disso, a maioria dos cálculos de cascata ou não incluem efeitos de ligações entre partículas ou o fazem de forma muito aproximada<sup>(42)</sup>. Alguns

trabalhos apenas limitam-se no confronto de dados e resultados de cálculos a correções dos espectros experimentais de prótons tendo em conta o espectro de dêuterons da reação. Ora, estes efeitos de ligação entre partículas, ao que tudo indica, são fundamentais na fase final da reação, sobretudo no que se refere à determinação do espectro a baixas energias das partículas emergentes.



As Figs. 2.4.1 e 2.4.2 ilustram um confronto de espectros inclusivos de partículas extraído de um cálculo de cascata com os respectivos dados experimentais.

Figura 2.4.1 - Seção de choque invariante para  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  a 800 MeV/nucleon. O resultado do cálculo apresentado em histograma (que não leva em conta efeitos de ligação entre partículas) foram obtidos por Cugnon et al. (41). Os dados experimentais também livres de correção são da Ref. (49).

Não apenas os resultados de espectro têm despertado interesse na utilização do método. A análise da evolução de muitas grandezas dinâmicas tem feito do método de cascata seu instrumento básico na busca de resposta para a questão da termalização do sistema e para a questão do aumento da densidade durante a colisão dos núcleos (40,45,46,47). A Fig. 2.4.3 ilustra um resultado típico de cálculos de densidade durante uma reação.

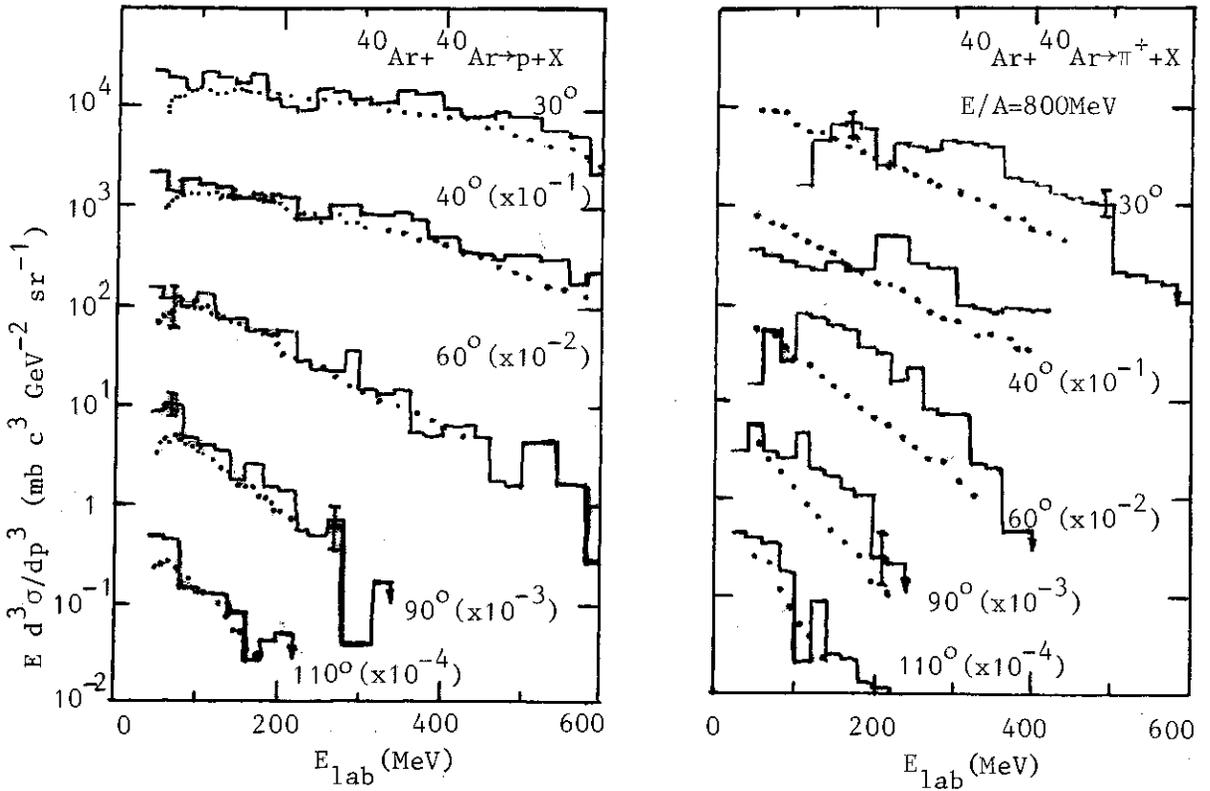
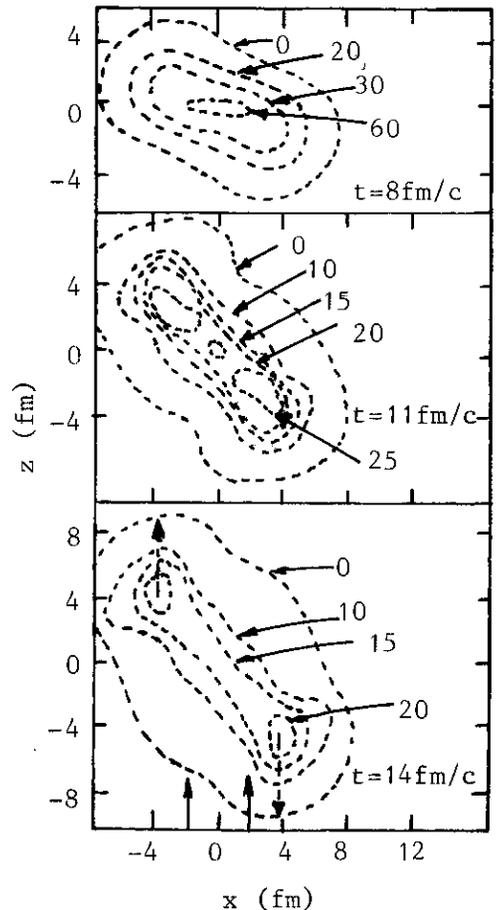


Figura 2.4.2 - O mesmo confronto da Fig. 2.4.1, inclusive para a mesma energia. Os histogramas e dados experimentais são das mesmas fontes. (a) espectro inclusivo de prótons, (b) o de pions.

Figura 2.4.3 - Curvas de densidade constantes no plano de reação. Cálculo da Ref. (40) para a reação  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ , com parâmetro de impacto  $b = 3.83 \text{ fm}$  e com energia de  $1 \text{ GeV/nucleon}$ . As setas tracejadas indicam o movimento das porções esperadas dos núcleos e as setas na escala inferior estabelecem o limite geométrico para expectadores e participantes. A densidade é dada em unidades de  $1/18 \rho_0$ .



## CAPÍTULO III

### ANÁLISE DA HIPÓTESE DE COLISÕES BINÁRIAS NO MÉTODO DE CASCATA INTRANUCLEAR RELATIVÍSTICA

A atribuição de uma evolução dinâmica para o sistema de dois núcleos em interação, através de colisões puramente binárias entre as suas partículas é na verdade uma hipótese de trabalho do método. No entanto, mesmo tendo em conta os propósitos pouco pretensiosos com que se utiliza o método, quais sejam, o de fazer levantamentos daquilo que no mínimo podemos esperar das reações nucleares relativísticas cabe pelo menos uma questão: será que mesmo com suposições tão simplificadoras o método é capaz de fazer este levantamento mínimo? Note-se por exemplo que admitir apenas colisões puramente binárias entre as partículas dos núcleos como único mecanismo microscópico da dinâmica do sistema, corresponde a admitir que os núcleos em interação são suficientemente rarefeitos para que se comportem como um gás ideal. É bem verdade que o aumento da energia favorece esse comportamento para o núcleo alvo diante das colisões com os nucleons do projétil, se estes nucleons fossem lançados isoladamente uma vez que o comprimento de onda da partícula incidente diminui. Mas, a simples superposição geométrica da região dos núcleos em interação já apontam no sentido oposto com o aumento da densidade de partículas nessa região. E ainda, se por outro la-

do observarmos que o intervalo de tempo médio entre colisões sucessivas dos nucleons diminui com o aumento da energia do projétil, aperceberemo-nos de situações em que, enquanto duas partículas interagem outras podem incidir na região de interação e interferir no processo. Assim, mesmo quando a energia incidente é suficientemente alta para que o comprimento de onda de Broglie dos nucleons do projétil seja menor que a interdistância média entre os nucleons do alvo dificilmente devemos esperar que toda evolução dinâmica do sistema se faça apenas por intermédio de colisões binárias sucessivas entre as partículas.

Acreditamos ser desejável uma avaliação dos processos de colisões não binárias dentro da utilização do método e da possível influência deles sobre os resultados. Isto porque, pelas dificuldades de se levar em conta estes processos de colisões não binárias dentro de qualquer abordagem microscópica analítica, seria dentro de um método de simulações estatísticas onde poderia surgir algum espaço, ainda não explorado, para introduzir modelos semi-fenomenológicos no tratamento dessas colisões. A vantagem que vemos aí é a de que impondo correlações mais fortes no movimento dos nucleons, talvez possamos viabilizar também um levantamento do "background" hidrodinâmico do sistema através do método.

O primeiro passo portanto deve ser a avaliação desse espaço disponível dentro do método, ou seja, qual a incidência de processos de colisões não binárias e qual as suas possíveis influências sobre os resultados que extraímos através do método. Nisto consiste o objetivo deste capítulo e nas seções seguintes descreveremos o procedimento utilizado e os resultados obtidos nesta análise.

### 3.1 - UMA VERSÃO DO MÉTODO INCLUINDO A POSSIBILIDADE DE COLISÕES NÃO BINÁRIAS

No sentido de conseguirmos uma avaliação da incidência de colisões não binárias e dos seus possíveis efeitos nos resultados oferecidos pelo método, elaboramos uma versão que em alguns de seus aspectos foge aos padrões do método convencional. Em particular, as modificações relevantes se referem ao andamento no tempo das histórias simulativas da colisão núcleo-núcleo e no processamento das colisões entre partículas <sup>(50)</sup>.

*O Andamento no Tempo* - Como estamos interessados no acompanhamento de todas as partículas observando se as colisões entre elas são ou não afetadas pela interferência de outras partículas, escolhemos um andamento temporal por intervalos de tempo constante e imposto externamente (no método convencional ele é ditado pelas próprias colisões binárias que vão se sucedendo, veja Seção 2.3). Com isto, se permite uma resolução tão boa quanto se queira no sentido de podermos observar o início e fim de qualquer colisão binária que não seja afetada. Neste sentido, basta escolhermos o andamento no tempo de nossas simulações em termos de intervalos de tempo com valores típicos da escala de tempo de colisão nucleon-nucleon, por exemplo,  $\Delta t = \tau_{nn} \sim 1-2 \text{ fm}/c$ .

#### *A Detecção da Ocorrência de Colisões Não Binárias* -

Com este objetivo fomos levados a, em cada passo  $\Delta t$ , averiguar quão populada se fazia a vizinhança de cada nucleon, e a partir daí ver quais das colisões binárias presentes não tinham sido afetadas pela presença de algum nucleon adicional, e quais aquelas

em que isto aconteceu, caracterizando-as como colisões não-binárias. Procuramos estabelecer um critério extremo para dizer se uma dada colisão se faz a 3, 4, ..., n-corpos. Procedendo desta maneira dentro da avaliação da incidência de processos de colisões não binárias, estaremos na verdade fazendo uma estimativa por baixo, isto é, nossos resultados devem ser olhados como limites inferiores para a multiplicidade das colisões envolvidas no processo. Para apreciarmos este fato podemos observar explicitamente este critério, o qual foi estabelecido nos seguintes termos:

- a) inicialmente procuramos analisar a vizinhança de cada nucleon durante o intervalo de tempo  $\Delta t$ . A vizinhança do nucleon  $i$  é estabelecida como sendo todos os nucleons  $j$  que alcançam a distância de máxima aproximação de  $i$ ,  $d_{ij}$  (ver eq. (2.2.6)), dentro do intervalo  $\Delta t$  satisfazendo a condição  $d_{ij} < \sqrt{\frac{\sigma(E_{ij})}{\pi}}$ . Com isto podemos determinar e classificar as diferentes concentrações de nucleons que se podem formar dentro do intervalo  $\Delta t$ ;
- b) dentro de uma dada concentração selecionamos aquele par  $i-j$  que apresenta menor comprimento de onda associado ao seu movimento relativo,  $\lambda_{\min}^{i-j}$ . A este par juntamos apenas aqueles nucleons da concentração que estão a uma distância de  $i$  ou de  $j$  menor que  $\lambda_{\min}^{i-j}$ , dizendo que somente estes participam de uma colisão não binária com  $i$  e  $j$ . A multiplicidade da colisão é tomada como o número de nucleons, dentro deste critério, que dela participa. O processo é repetido para os demais nucleons da concen

tração, até que esta fique completamente resolvida em termos da multiplicidade das colisões entre seus nucleons.

Como vemos, a condição b) é bastante restritiva no que se refere à multiplicidade das colisões, uma vez que nucleons um pouco mais afastados que  $\lambda_{\min}^{ij}$  podem perfeitamente contribuir para uma maior multiplicidade da colisão.

*O Processamento das Colisões* - Sem dúvida este é o ponto que tem afastado as especulações em termos da inclusão de processos de colisões não binárias no método de cascata intranuclear. Em princípio, correlações quânticas devem ser levadas em conta, e infelizmente nem informações teóricas nem experimentais são disponíveis para este fim. Mesmo assim, como nossos propósitos são de simplesmente verificar a incidência desses processos dentro do método, como mera tentativa, simulamos estas colisões como um decaimento isotrópico de um estado de  $n$  nucleons que participam da colisão. Especificamente atribuímos momentos finais a cada uma das partículas gerando-os aleatoriamente no sistema centro de massa dos mesmos, segundo uma distribuição isotrópica no espaço de fase invariante desses nucleons (veja Apêndice B). Procedendo dessa maneira, claro é que não estamos levando em conta nenhuma correlação quântica relacionada à colisão. Possivelmente, esta configuração final de momentos poderia ser perfeitamente gerada por uma média entre todas as possíveis configurações de estados finais de colisões binárias entre as participantes da colisão. Isso nos possibilita dizer que não estamos nos afastando muito do método convencional e que no

fundo estamos averiguando quão adequada se faz a hipótese de trabalho do método dentro de sua utilização.

Quanto às colisões puramente binárias que acontecem, estas são processadas como no método convencional (veja Seção 2.2, o processamento de colisões a que nos referimos como sendo o "estilo estocástico").

### 3.2 - ALGUNS RESULTADOS DA AVALIAÇÃO

Escolhemos aqui os resultados referentes a duas reações já estudadas através do método. Uma delas envolvendo núcleos leves, isto é, a reação  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  (800 MeV/nucleon no sistema laboratório) <sup>(41)</sup> e outra envolvendo sistemas bem mais pesados, como por exemplo a reação  $^{20}\text{Ne}+^{238}\text{U}$  (393 MeV/nucleon, sistema laboratório) <sup>(49,42)</sup>. O que encontramos em ambos os casos é uma suficientemente grande e até mesmo inesperada ocorrência de colisões não binárias, mesmo para sistemas leves como  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ . As Figuras 3.2.1 e 3.2.2 mostram a percentagem de colisões binárias e não binárias (% do número médio de colisões processadas por histórias simulativas) ao longo da evolução no tempo da colisão entre os núcleos. O que percebemos é um comportamento onde a ocorrência de colisões de diferentes multiplicidades atingem um máximo ao mesmo tempo sugerindo que a ocorrência destas colisões se dá, de fato, na fase de compressão dos núcleos. Sendo assim, isto vem a refletir o fato de que nossa definição de colisões não binárias está coerente com o efeito de aumento de densidade dos nucleons.

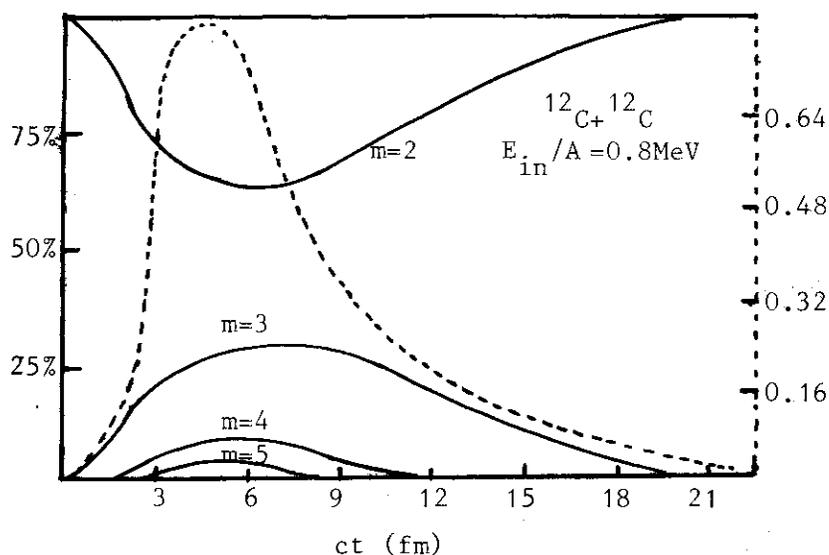


Figura 3.2.1 - Percentual de colisões a  $m$ -nucleons na reação  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  (800 MeV/nucleon) ao longo do tempo. O parâmetro de impacto para a colisão dos núcleos é sorteado para cada história simulativa. A curva tracejada representa o número médio de colisões processadas por história simulativa (lido na escala da direita).

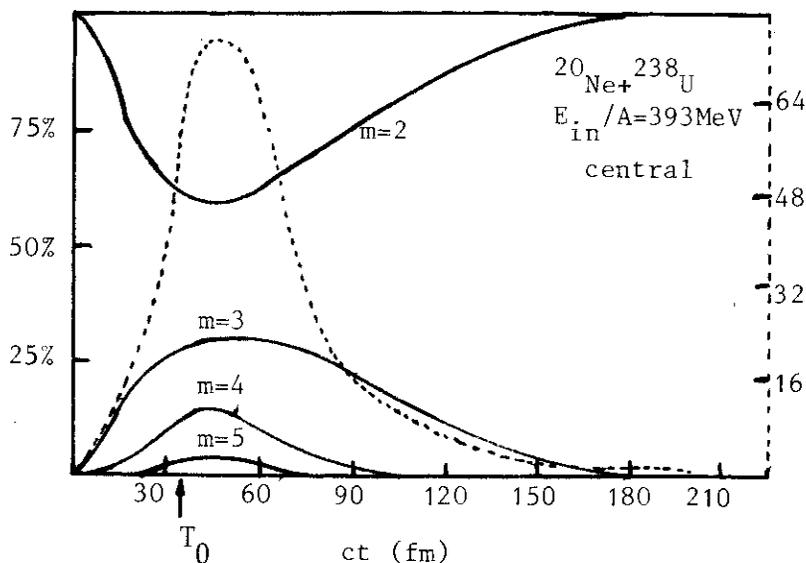
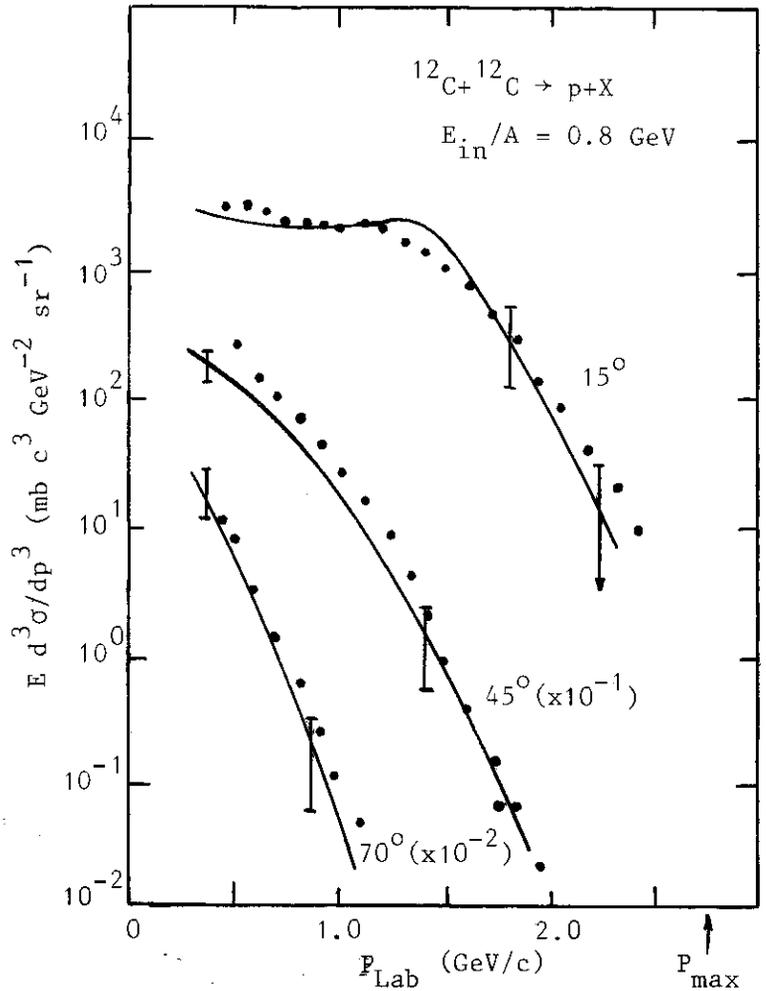


Figura 3.2.2 - O mesmo resultado da figura anterior para o caso  $^{20}\text{Ne} + ^{238}\text{U}$  (393 MeV/nucleon). Neste caso o parâmetro de impacto é fixado e somente colisões centrais são computadas.  $T_0$  é o tempo necessário para que os núcleos atravessem um pelo outro passando por uma superposição sem que houvesse interação.

No sentido de avaliar a possível contribuição de colisões não binárias no resultado do método levantamos o espectro inclusivo de prótons da reação  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ . A figura 3.2.3 mostra nosso resultado levado a um confronto experimental, como no caso da Figura 2.4.1, que é o resultado de um cálculo convencional, fechando os olhos à ocorrência de colisões não binárias. Observando os dois resultados percebemos a boa concordância dos

Figura 3.2.3 - Espectro inclusivo de prótons para a reação  $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$  (800 MeV / nucleon). A linha contínua é o resultado do nosso cálculo onde as barras cor respondem à dispersão estatística. Os pontos são os mesmos dados experimentais que aparecem na Figura 2.4.1.

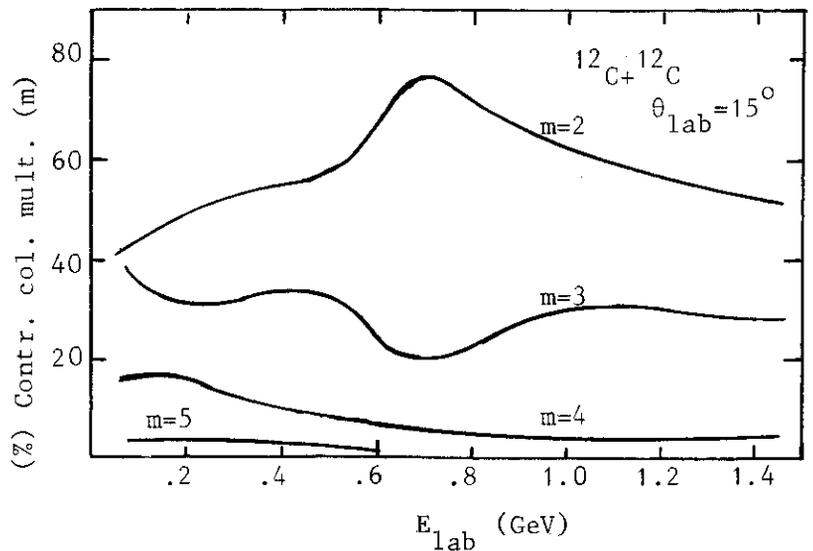


dois métodos com os dados experimentais, portanto, concordando entre si. Isto apenas nos mostra que espectros inclusivos são realmente pouco sensíveis a processos dinâmicos do sistema. Por outro lado,

o levantamento da contribuição de partículas que sofreram colisões não binárias para o rendimento mostra que o número de partículas que passaram por estes processos de colisão não é nada desprezível. A Figura

3.2.4 mostra a percentagem de contribuição dessas partículas

Figura 3.2.4 - Percentual de contribuição de partículas que sofreram colisões a m nucleons dentro do rendimento a  $15^\circ$  do espectro da figura anterior.



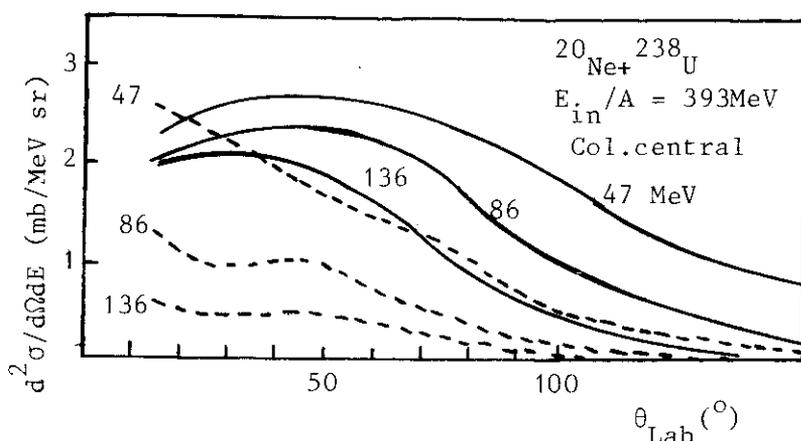
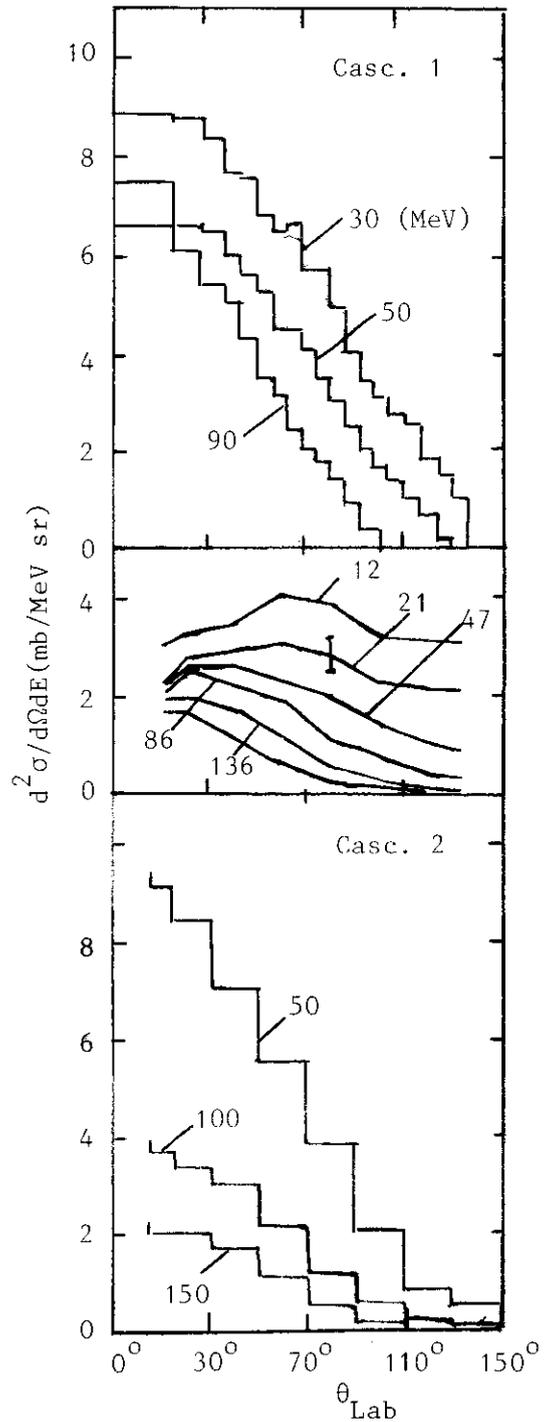


Figura 3.2.5 - Distribuição angular de prótons inclusivos na colisão central  $^{20}\text{Ne} + ^{238}\text{U}$  (393 MeV/nucleon). As linhas contínuas representam o andamento dos dados experimentais e as tracejadas o resultado do nosso cálculo. Os números sobre as curvas são a energia da partícula espalhada em MeV.

no rendimento a  $15^\circ$  no sistema laboratório nas diferentes energias do espectro. Percebemos ainda que é na região de energia correspondente ao espalhamento elástico de colisões binárias que o percentual correspondente a elas atinge um máximo. Isto indica uma contribuição relativamente grande de prótons de "knock-out" neste ângulo.

Para a reação  $^{20}\text{Ne} + ^{238}\text{U}$ , central, levantamos também a distribuição angular dos prótons espalhados. O resultado vem apresentado na Fig. 3.2.5. A Figura 3.2.6 mostra um cálculo similar oferecido por outros trabalhos, usando versões convencionais do método, portanto, tendo apenas sido consideradas colisões binárias. O que observamos na comparação é que a inclusão de colisões não binárias entre os nucleons muda sensivelmente os resultados. E mesmo uma mera tentativa de tratamento dessas colisões já trazem os resultados do cálculo para a região em que os dados experimentais se manifestam.

Figura 3.2.6 - O mesmo resultado da Figura 3.2.5 para duas diferentes versões do método. Casc. 1 são resultados da ref. (49) e Casc. 2 da ref. (42); a região central da figura representa o andamento dos dados experimentais (48).



## CAPÍTULO IV

### ASPECTOS RELATIVÍSTICOS DO MÉTODO

Ao lado da questão levantada no capítulo anterior sobre uma das hipóteses básicas do método de cascata convencional, destacamos aqui alguns outros aspectos também fundamentais do método, que requisitam pelo menos uma reflexão cuidadosa, sobretudo, quando se pretende estender a utilização do mesmo a energias cada vez mais altas.

O fato é que apesar de se respeitar uma cinemática relativística na conservação de energia-momento nas colisões entre partículas (como se observa no processamento das colisões na seção 2.2) e também de se levar em conta os efeitos cinemáticos sobre a geometria dos núcleos na configuração inicial (ver seção 2.1), ainda sobram pontos sobre a interação das partículas dentro do processo que depõem contra uma coerência das simulações aos preceitos da relatividade restrita<sup>(51)</sup>.

Observe-se por exemplo o critério de colisões entre partículas. Aí, é a distância de máxima aproximação entre as partículas no sistema de observação que define a ocorrência ou não da colisão entre elas. Isto é nitidamente um critério não invariante para a decisão da colisão.

Podemos observar também que o futuro de cada história simulativa é ditado pela primeira das possíveis próximas coli-

sões entre nucleons, onde a lista de "colisões condicionais" é ordenada no tempo do sistema de observação (ver seções 2.2, 2.3), com os instantes de colisão determinados pela eq. (2.2.5). Muito embora nesta última seja usada uma velocidade relativa  $\vec{v}_{ij}$  compatível com a cinemática relativística, a idéia implícita é puramente galileana. Toma-se o tempo do sistema de observação como tempo universal e minimiza-se neste sistema a separação relativa  $|\vec{r}_{ij}(t)|$ . Portanto, a ordenação dessas colisões condicionais é dependente do sistema de observação e a escolha da primeira próxima colisão é portanto algo não invariante. Claro é que a ordenação das colisões não necessariamente deve ser um aspecto invariante de um sistema de partículas em interação. Mas, o que acontece dentro do método é que o andamento de cada história simulativa se faz colisão por colisão com o resultado da próxima dependendo do da anterior. Assim as histórias simulativas ficam completamente presas ao particular sistema de observação utilizado no desenvolvimento da simulação, fato nada agradável do ponto de vista físico, e que pelo menos compromete a invariância dos resultados obtidos pelo método.

Neste capítulo pretendemos discutir estes pontos com mais cuidado, pois afinal não estamos diante de um método analítico do qual se possa simplesmente verificar a covariância de suas equações. Além disso, trata-se de um método de caráter estatístico, onde as múltiplas variáveis aleatórias utilizadas dificultam demasiadamente uma previsão de variações de seus resultados, pela mudança de um ou outro aspecto das simulações. Assim, somente efetivamente processando as simulações podemos discutir estas variações.

De início, gostaríamos de ressaltar que os pontos

aqui levantados não dizem respeito à natureza das partículas envolvidas nas colisões nem mesmo ao número de partículas que delas participam. Assim sendo, apesar das energias consideráveis a que estaremos nos referindo ao longo do capítulo, para maior objetividade das discussões nos restringiremos a um sistema de nucleons interagindo elasticamente, como se isso traduzisse a interação entre os núcleos. Ou seja, artificialmente, inibimos os canais inelásticos das interações nucleon-nucleon com a produção de píons, ressonâncias e demais partículas, que só complicariam o esclarecimento das questões levantadas. Além disso, apesar da hipótese de binariedade das colisões ser razoavelmente precária, como vimos no capítulo anterior, pelo fato de não termos ainda uma idéia clara de como considerar as colisões não binárias, acataremos nas discussões presentes esta hipótese de trabalho do método. Contudo, o espírito é justamente o de uma preparação no sentido de podermos eliminá-la de uma maneira satisfatória, aprendendo um pouco como fazer simulações de colisões de dois sistemas de partículas relativísticas, a despeito do fato de que seja preliminarmente dentro de suposições mais simples.

#### 4.1 - A NÃO-INVARIÂNCIA DE RESULTADOS OFERECIDOS PELO MÉTODO

A princípio pode parecer que os argumentos postos em evidência já sejam suficientes para por completamente em dúvida a validade do método. Porém vale à pena advertirmo-nos de que estes argumentos são baseados na maneira pela qual cada história é gerada, e do ponto de vista estatístico eles podem ser pou

co relevantes, dependendo de como as variáveis estocásticas do método atuam sobre seus resultados.

Resolvemos então verificar o comportamento do número médio de colisões por partícula ao longo da interação dos núcleos, levando a efeito as simulações em diferentes sistemas de referência. Esta é uma grandeza que nitidamente deve se manter invariante, e que além disso depende do estado de movimento relativo de pares de partículas ao longo da interação dos núcleos, portanto uma grandeza relacionada com a dinâmica do sistema. Dentro das simulações a definimos da seguinte maneira:

$$\langle N_{col} \rangle = \frac{\sum_w \sum_{i=1}^N N_{col}(i,w)}{N \times N^o \text{ Histórias}} \quad (4.1.1)$$

onde  $N_{col}(i,w)$  representa o número de colisões sofridas pelo nucleon  $i$  ao longo de toda história,  $w$ , e  $N$  é o número total de partículas envolvidas no processo.

A situação tomada para teste da invariância do número médio de colisões por partícula foi a colisão frontal  $^{12}C+^{12}C$  em diferentes energias na faixa de 1-20 GeV/nucleon. A seção de choque total nucleon-nucleon foi fixada num valor típico  $\sigma_{nn} = 40$  mb. Ao mesmo tempo, para não nos afastarmos muito da fenomenologia das colisões elásticas nucleon-nucleon, a distribuição angular no processamento das colisões (sorteio de momentos finais dos nucleons após a colisão) foi tomada a partir de dados experimentais <sup>(45)</sup>. A menos de pequenas diferenças em ajuste e das fontes de dados, podemos considerá-la como idêntica à dos padrões convencionais do método. A expressão analítica utilizada em nossos ajustes, e cujos resultados oferecidos por ela

são levados a um confronto experimental na Fig. 2.2.2 é a seguinte:

$$\frac{d\sigma}{dt} = 0.5 \sigma_{tot} \alpha \cosh\alpha(t-t_m/2)/\sinh(\alpha t_m/2) \quad (4.1.2)$$

onde  $t = 2p^2(1-\cos\theta)$  é o módulo quadrático do momento transferido no sistema centro de massa nucleon-nucleon, com  $p$  representando o módulo do momento de uma das partículas nesse sistema. Ainda, a função  $\alpha$ , dependendo só de energia, é expressa em termos da massa invariante quadrática,  $s$ , das partículas em colisão

$$\alpha = 8.637(s-s_0)^{0.1933} \quad \text{para } s > s_0 \quad (4.1.3)$$

com  $s_0 = 4.49 \text{ GeV}^2$

Para valores de  $s$  inferiores ou iguais ao valor correspondente ao limite inferior,  $s_0$ , na expressão (4.1.3), a seção de choque é tomada como isotrópica para refletir o comportamento dos dados experimentais. Os números na expressão de  $\alpha$  são apenas "bons valores" de ajuste. Além destes aspectos, procuramos seguir, em todos os demais, os padrões de um método convencional, para as simulações desenvolvidas, numa primeira verificação. Em particular mantivemos o critério de colisão entre partículas definido em termos da máxima aproximação no sistema de observação.

Das simulações feitas no sistema de repouso do alvo (LAB) e no sistema centro de massa dos núcleos (CM) em diferentes energias extraímos o número médio de colisão por partícula definido como na eq. (4.1.1). Os resultados vêm mostrados na Figura 4.1.1, através das curvas C1.

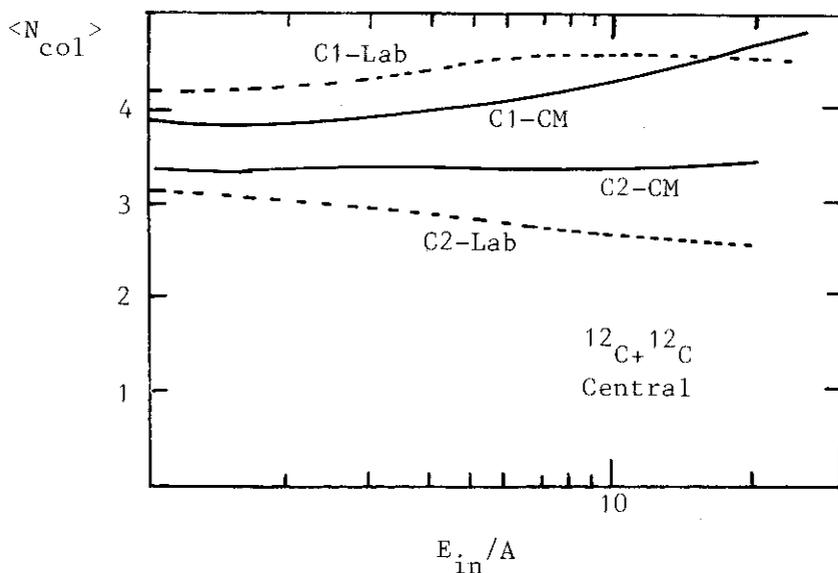


Figura 4.1.1 - Número médio de colisões por partícula em função da energia do feixe no laboratório. As curvas C1 são o resultado para o método convencional com o critério de máxima aproximação para a decisão das colisões. As curvas C2 são o mesmo resultado usando-se o critério estabelecido por Cugnon (ref. (40) ) corrigindo a distância de máxima aproximação para o sistema centro de massa nucleon-nucleon.

Ao mesmo tempo, tendo em vista a observação feita por Cugnon et al. (40) sobre a possível não invariância dos resultados oferecidos pelo método, oferecendo inclusive uma proposta para a minimização das variações, resolvemos então submeter a proposta lançada por eles ao teste em questão. A proposta destes autores consiste em simplesmente substituir no critério de colisão, a distância de máxima aproximação entre as partículas vista no sistema em que se desenvolve a simulação, por sua transformada no sistema de centro de massa do par de partículas que se deseja decidir da ocorrência da colisão. Em outras palavras, substituir  $d_{ij}$  na expressão (2.2.3) por  $r_{ij}^*$  dado pela expressão:

$$r_{ij}^{*2} = d_{ij}^2 + \gamma_{cm}^{ij2} [\vec{v}_{cm}^{ij} \cdot \vec{r}_{ij}(t_{ij}^c)]^2 \quad (4.1.4)$$

onde  $\vec{r}_{ij}(t_{ij}^c)$  é o vetor posição relativa, no sistema de observação, por ocasião da máxima aproximação das partículas neste sistema e  $\gamma_{cm}^{ij}$  é o fator de Lorentz da transformação para o centro de massa das partículas, que se move com velocidade  $\vec{v}_{cm}^{ij}$ . Não podemos deixar de notar algo de estranho neste procedimento. Afinal  $|\vec{r}_{ij}^*|$  é o módulo da parte espacial do transformado a Lorentz de  $[\vec{r}_{ij}(t_{ij}^c), 0]$ , que é no centro de massa das partículas a distância entre os pontos pelos quais elas passam em instantes diferentes. Mas, deixemos isto por enquanto de lado, e vejamos que resultados obtemos para  $\langle N_{col} \rangle$ , através do método assim modificado. Veja-se então as curvas C2 na Fig. 4.1.1, onde podemos observar que a proposta de Cugnon et al. não oferece nenhuma melhora, pelo menos no que se refere à invariância do número médio de colisões por partícula. Observe-se ainda, que para energias acima de 5 GeV por nucleon a diferença entre as curvas de  $\langle N_{col} \rangle$ , com a correção proposta, já vai se aproximando dos 20% do número médio de colisões no laboratório, continuando a crescer pouco a pouco com o aumento da energia. Esta situação embaraçosa nos lançou inicialmente na busca de um critério de colisão mais precisamente definido.

## 4.2 - UM CRITÉRIO LORENTZ INVARIANTE PARA A COLISÃO ENTRE PARTÍCULAS

Em termos de colisões binárias um escalar de Lorentz que pode ser utilizado no critério de colisão entre partículas

é o parâmetro de impacto da colisão. Vale salientar que mesmo quando num dado sistema de observação duas partículas apresentarem estados de movimento quaisquer, isto é, uma orientação dos momentos genérica, podemos ainda definir o parâmetro de impacto da colisão como sendo aquele de um sistema em que as partículas se apresentem com momentos paralelos. Isto pode, sem dúvida, ser conseguido não apenas no sistema centro de massa das partículas, mas também em qualquer outro sistema que se mova paralelamente a ele. Nestes sistemas a distância de máxima aproximação é então o próprio parâmetro de impacto. Este, por sua vez, é o parâmetro geométrico invariante da colisão.

Decidir colisões em termos do parâmetro de impacto que as partículas apresentam para colisão é portanto um bom passo no sentido de buscar características invariantes para os procedimentos dentro do método. Modificamos então o critério de colisão do método convencional, com base na distância entre partículas no sistema de observação, para um critério em termos do parâmetro de impacto. Assim, a colisão entre um par  $ij$  é dita ocorrer se

$$b_{ij} \leq \sqrt{\frac{\sigma(s_{ij})}{\pi}} .$$

Para maior comodidade no desenvolvimento dos cálculos procuramos expressar este parâmetro de impacto em termos de grandezas do sistema de observação (ver Apêndice C), sendo sua expressão dada por:

$$b_{ij}^2 = r_{ij}^2 + \frac{4\{s_{ij}(\vec{p}_i \cdot \vec{r}_{ij})(\vec{p}_j \cdot \vec{r}_{ij}) - m^2[(\vec{p}_i + \vec{p}_j) \cdot \vec{r}_{ij}]^2\}}{s_{ij}(s_{ij} - 4m^2)} \quad (4.2.1)$$

onde  $\vec{p}_i$  e  $\vec{p}_j$  são os momentos das partículas e  $\vec{r}_{ij}$  é a posição relativa entre elas no sistema de observação no instante em que se deseja decidir a ocorrência da colisão. Nesta expressão, ainda,  $s_{ij}$  e  $m$  são, respectivamente, a massa invariante quadrática das partículas e a massa de repouso de cada uma delas.

Com este critério, eliminamos, pelo menos, um dos pontos vulneráveis do método no que se refere à possível não invariância dos seus resultados.

Não podemos nos esquecer do outro ponto levantado no início deste capítulo, aquele que se refere à ordenação temporal das colisões tendo por base o tempo do sistema de observação. No entanto, é válido, neste ponto, olharmos como se comporta o resultado do número médio de colisões por partícula, como feito na seção anterior, quando agora mudamos o critério de colisão do método convencional pelo acima descrito.

A Figura 4.2.1 mostra o resultado obtido, e o que observamos é que o número médio de colisão por partícula se apre-

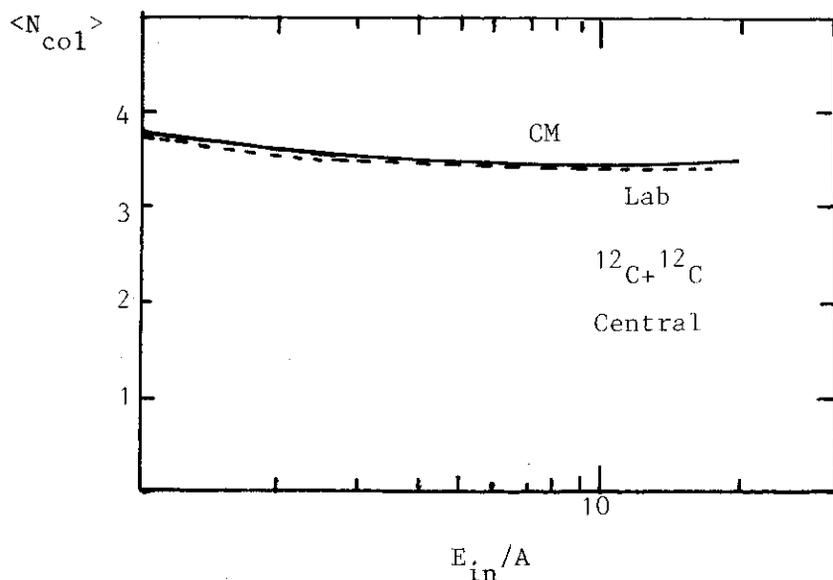


Figura 4.2.1 - Número médio de colisões para as partículas na reação  $^{12}C + ^{12}C$  em diferentes energias de incidência. O cálculo foi realizado no sistema de laboratório e no sistema centro de massa dos núcleos utilizando, dentro do método convencional, um critério de colisão entre partículas definido em termos do parâmetro de impacto da colisão.

senta praticamente invariante. Note-se no entanto, que a verifica-

ção estatística da invariância de uma particular grandeza pode ser algo bastante ilusório do ponto de vista da invariância do método. Em outras palavras, a invariância do número médio de colisões não necessariamente implica na invariância de uma ou outra qualquer grandeza extraída como resultado do método. Como não podemos garantir a invariância de todo e qualquer resultado obtido através do método, resolvemos perseguir a idéia de tornar invariante os procedimentos utilizados dentro das histórias simulativas do método. Restando para tanto resolver a questão da ordenação das colisões, o que passaremos a discutir.

#### 4.3 - DA ORDENAÇÃO DAS COLISÕES: UMA PROPOSTA ALTERNATIVA

Como temos nos referido, o caminho a percorrer é o da busca de procedimentos que gerem histórias simulativas que sejam livres da influência do particular sistema de observação em que se desenvolve a simulação, e não o da busca de histórias invariantes. Mesmo porque, os próprios sorteios envolvidos na geração de estados finais de movimento das partículas em colisão já impossibilitariam este fato, e, mesmo que fugíssemos ao espírito do método, fazendo a evolução das histórias por procedimentos determinísticos no processamento das colisões, nos depararíamos com uma dificuldade ainda maior: as condições impostas pelo teorema da não interação da dinâmica de partículas relativísticas<sup>(52,53)</sup>. O teorema estabelece a existência de uma restrição muito forte para a covariância de um sistema de muitas partículas como o que se apresenta em uma história do método. Especificamente, o teorema mostra a impossibilidade de uma

covariância de um sistema de muitas partículas em interação a menos que graus de liberdade de campo sejam incluídos explicitamente. A covariância de um sistema de muitas partículas sem a inclusão destes graus de liberdade só é demonstrável quando as partículas não interagem. De onde se conclui que é realmente impossível se obter histórias simulativas invariantes para o método. Mas também não é isto o que pretendemos. O que precisamos é, na verdade, nos libertar, na medida do possível, de uma ordenação das colisões presa ao tempo do sistema de observação. Podemos tentar isto, estabelecendo um tratamento mais compatível com os conceitos da relatividade restrita.

Como primeiro passo, devemos expressar as sucessivas colisões de uma dada partícula como uma sequência de eventos espaço-temporal ("world events"), mas neste caso devemos associar a cada colisão nucleon-nucleon dois eventos, um para cada partícula, pois a colisão é não local. Agora podemos perceber o porquê da atitude simplificadora do método convencional. O ponto delicado é lidar com o problema da simultaneidade de eventos não locais, agravado ainda mais pelo fato de que no contexto relativístico não é possível ordenar de forma invariante eventos deste tipo. Por outro lado, apesar da impossibilidade de uma ordenação completamente invariante de todos os eventos-colisão, existe pelo menos a possibilidade de uma ordenação parcial dos mesmos impondo uma preservação da causalidade nas sucessivas colisões de uma dada partícula. É justamente este o ponto que procuramos explorar na proposta de um procedimento para a ordenação das colisões entre partículas dentro das simulações.

Para levar a efeito a preservação da causalidade para as colisões a serem processadas, resolvemos nos reportar ao

sistema de repouso de cada uma das partículas, a cada passo do desenvolvimento das histórias simulativas. Isto é, fixando-nos no sistema de repouso de uma dada partícula verificamos suas possíveis colisões causais com as demais, e repetimos esta verificação varrendo todas as partículas. Por exemplo, se tomarmos o sistema de repouso da partícula  $i$  definimos aí os eventos colisão desta partícula,  $x_{ik}^{C-i}$ , com as demais indexadas por  $k$ , onde o critério de colisão é o estabelecido na seção anterior. Para definirmos os eventos-colisão de  $i$  com as demais partículas adotamos então os instantes de seu tempo próprio determinados pela equação (2.2.5). Claro que sendo assim, as coordenadas e momentos das demais partículas são transformadas a Lorentz para o sistema de repouso de  $i$ . Explicitamente o instante de tempo próprio de  $i$  registrado para o evento  $x_{ik}^{C-i}$  é dado por:

$$\tilde{t}_{ik}^C(i) = \tilde{t}_i + \delta\tilde{t}_{ik}(i)$$

com

$$\delta\tilde{t}_{ik}(i) = - \frac{\tilde{\mathbf{v}}_{ik}(i) \cdot \tilde{\mathbf{r}}_k(i)}{|\tilde{\mathbf{v}}_{ik}(i)|^2} \quad (4.3.1)$$

onde  $\tilde{t}_i$  é o instante de tempo próprio de  $i$  em que foi efetivamente processada sua última colisão (este funciona como uma coordenada adicional atribuída às partículas ao longo da simulação). O til sobre cada uma das grandezas indica que elas estão expressas no sistema de repouso da partícula especificada entre parênteses. Assim, trabalhando no sistema de repouso de  $i$  para definir suas possíveis colisões, fica fácil preservar a causalidade nas colisões de  $i$ , basta para tanto apenas excluir aquelas colisões em que

$$\delta\tilde{t}_{ik}(i) < 0 \quad . \quad (4.3.2)$$

Note-se que temos dessa maneira uma ordenação invariante dos eventos-colisão de  $i$  com os seus diferentes parceiros. No entanto, nada podemos afirmar da ordenação dos eventos-colisão destes parceiros quando eles colidem entre si. Daí porque temos apenas uma ordem parcial para as colisões.

Como estamos interessados em extrair deste procedimento apenas a primeira próxima colisão a ser processada, usamos esta ordenação parcial para obter esta informação. Da lista de colisões causais de  $i$  tomamos a primeira delas na ordem de seu tempo próprio, qual seja, aquela de  $\delta\tilde{t}_{ik}(i)$  mínimo positivo. Repetimos o procedimento para o sistema de repouso de todas as partículas. Das colisões assim selecionadas escolhemos ainda somente aquelas "concordantes", isto é, excluimos colisões em que  $i$  primeiro colide com  $j$ , e no entanto, a primeira colisão de  $j$  é com outra partícula diferente de  $i$ . Deste conjunto final, qual seja, o conjunto das primeiras colisões causais concordantes entre as partículas, é que tomamos aquela colisão que no sistema de observação acontece primeiro, para dar andamento na particular história simulativa que se desenvolve. Com isto, procuramos minimizar tanto quanto possível os efeitos da ordenação temporal do sistema de observação sobre as nossas simulações, ao mesmo tempo, estabelecemos uma consistência interna para o caráter causal dos eventos-colisão de cada uma das partículas envolvidas no processo.

Em resumo, o que propomos é na verdade uma alternativa para o andamento das histórias simulativas do método que apesar das dificuldades de lidar com múltiplas coordenadas tempo -

rais, deixa como saldo o fato de que não estamos violando causalidade nas colisões processadas e deixa também uma influência mínima do particular sistema de referência em que se desenvolve a simulação.

Para fins de maior simplicidade dos cálculos procuramos expressar  $\delta\tilde{t}_{ik}(i)$  na equação (4.3.1) em termos de coordenadas e momentos das partículas no sistema de observação (ver Apêndice D), obtendo a seguinte expressão:

$$\delta\tilde{t}_{ik}(i) = p_i \cdot (x_k - x_i) / m - B_{ik} / A_{ik}$$

com

$$B_{ik} = p_i \cdot (x_k - x_i) / m - mp_k \cdot (x_k - x_i) / p_i p_k \quad (4.3.3)$$

e

$$A_{ik} = 1 - (m^2 / p_i \cdot p_k)^2$$

onde  $p_i$  e  $p_k$  são respectivamente os quadri-momento das partículas  $i$  e  $k$  no sistema de observação, com  $x_i$  e  $x_k$  representando as coordenadas espaço-tempo das partículas também neste sistema. Na expressão,  $m$  é a massa de repouso das partículas.

No Apêndice E mostramos que não há nenhuma incoerência em definirmos os eventos colisão associados a cada uma das partículas de um par em colisão, em sistemas de referência diferentes, quando estes são os respectivos sistemas de repouso de cada uma delas. Finalmente, vale salientar que o critério de colisão estabelecido na seção anterior nos dá a garantia de que se uma colisão ocorre para uma partícula do par no seu sistema de repouso também acontece no sistema de repouso da outra.

#### 4.4 - A ORDENAÇÃO CAUSAL DAS COLISÕES ENTRE PARTÍCULAS DENTRO DO MÉTODO

Com uma versão do método utilizando a proposta lançada na seção anterior, procuramos também verificar a invariância do número médio de colisões por partícula, como feito nas seções 4.1 e 4.2. A Figura 4.4.1 mostra o resultado de um cálculo

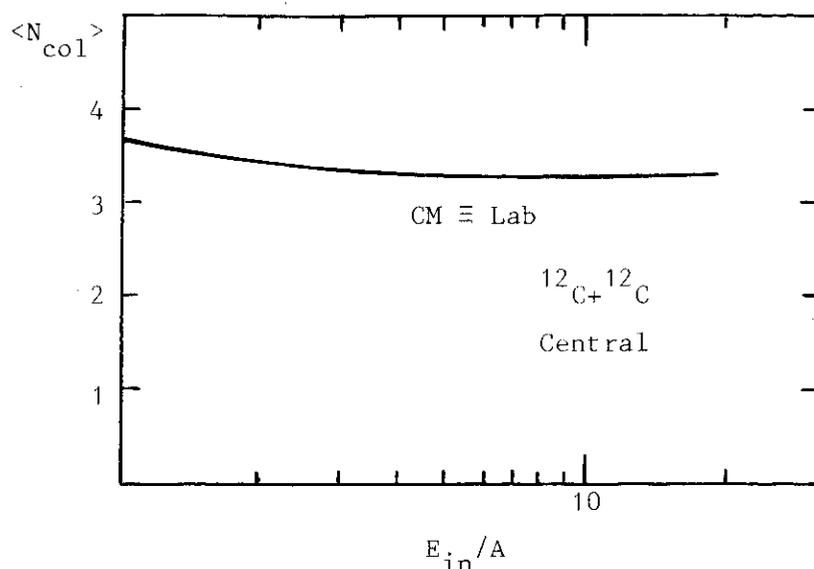


Figura 4.4.1 - Número médio de colisões por partícula em função da energia do feixe no laboratório utilizando-se a ordenação causal para o processamento das colisões entre as partículas. O critério invariante da seção 4.2 é também incluído.

para o sistema de laboratório e para o sistema de centro de massa dos núcleos. A concordância é perfeita neste caso, mas ela já era bastante satisfatória apenas pela mudança do critério de colisão, como percebemos na seção 4.2 (Fig. 4.2.1). O que ocorre, na realidade, é que com a suposição da não existência de correlações entre as sucessivas colisões permitindo inclusive um sorteio aleatório dos estados finais de duas quaisquer partículas em colisão, consegue-se que estatisticamente as influências

da ordenação dada pelo método convencional sejam praticamente irrelevantes. Entretanto, o que dizer da situação em que se introduz dentro do método correlações entre os estados finais das partículas em colisão? Lembramos aqui que um dos nossos propósitos futuros consiste justamente num tratamento de processos de colisões não-binárias possivelmente introduzindo correlações nos estados finais das partículas em colisão. Podemos então perceber o motivo pelo qual nos cercamos de uma certa cautela com relação à possível não invariância dos resultados oferecidos pelo método devido à ordenação das colisões a serem processadas.

Vejam, por exemplo, o que acontece quando eliminamos os sorteios dos estados finais das partículas em colisão e impomos mais que uma simples correlação cinemática para o estado final das partículas, o que pode ser feito através da utilização de um particular estilo de colisão. Isto é, diremos, embora com certa arbitrariedade, que o estado final das partículas está relacionado com o estado inicial de uma forma determinística aproveitando a seção de choque nucleon-nucleon dada pelos experimentos para estabelecer esta relação. O aspecto determinístico é então estabelecido de forma que a relação

$$\int_0^t \frac{1}{\sigma_{\text{tot}}} \frac{d\sigma}{dt} dt = 2 \int_b^{b_{\text{max}}} \frac{b}{b_{\text{max}}^2} db \quad , \quad \text{com } \sigma_{\text{tot}} = \pi b_{\text{max}}^2 \quad (4.4.1)$$

seja satisfeita. O que com ela se procura traduzir é uma equivalência das chances de que a colisão se faça segundo um certo momento transferido no centro de massa, com as chances de que a colisão aconteça segundo um certo parâmetro de impacto. Ob -

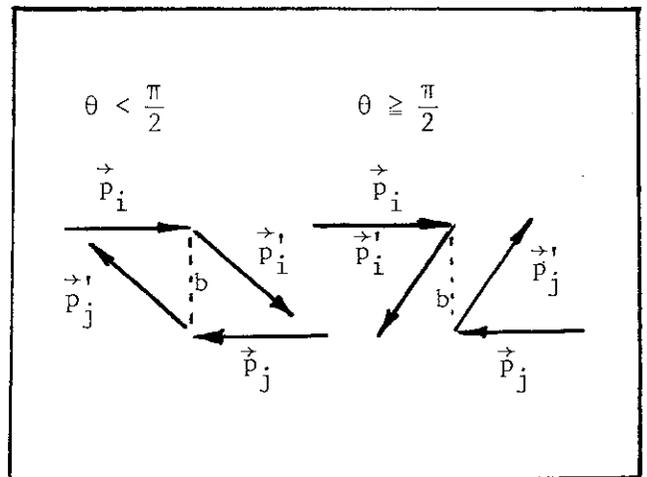
serve-se que se estabelece nesta equivalência que quando o momento transferido é máximo é porque o parâmetro de impacto é nulo, e que quando o primeiro é nulo, o segundo é o máximo permitido. A expressão (4.1.2) para a seção de choque diferencial permite-nos então obter de (4.4.1) uma função deflexão para o espalhamento das partículas

$$\cos\theta = - \frac{2}{\alpha t_{\max}} \sinh^{-1} \{ [1 - 2(b/b_{\max})^2] \sinh(\alpha t_{\max}/2) \} \quad , \quad (4.4.2)$$

onde  $b$  é o parâmetro de impacto da colisão e onde  $\alpha$  e  $t$  são como definidos para a expressão (4.1.2).

Além do aspecto determinístico, imporemos também para o estilo da colisão um caráter atrativo. Este é conseguido estabelecendo-se que os momentos finais das partículas são tais que sempre ocorre uma posterior aproximação das partículas, isto é, as colisões são do tipo das ilustradas na Figura 4.4.2.

Figura 4.4.2 - Colisões nucleon-nucleon vista no centro de massa das partículas para o estilo determinístico-atrativo referido no texto. O ângulo  $\theta$  é determinado por (4.4.2) conhecendo-se o parâmetro de impacto  $b$ . No plano da colisão se impõe que a situação de espalhamento seja tal que sempre haja uma aproximação das partículas imediatamente após a colisão.



Usando o estilo de-

terminístico-atrativo descrito acima, o critério de colisão invariante da seção 4.2, e a ordenação convencional do método para o processamento das colisões, realizamos um cálculo demonstrativo das influências dos efeitos de não-invariância da ordenação convencional para o processamento das colisões. A Figura

4.4.3 mostra o resultado no sistema de laboratório, e do sistema centro de massa dos núcleos, onde o padrão de comparação é o de sempre, qual seja a colisão  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ .

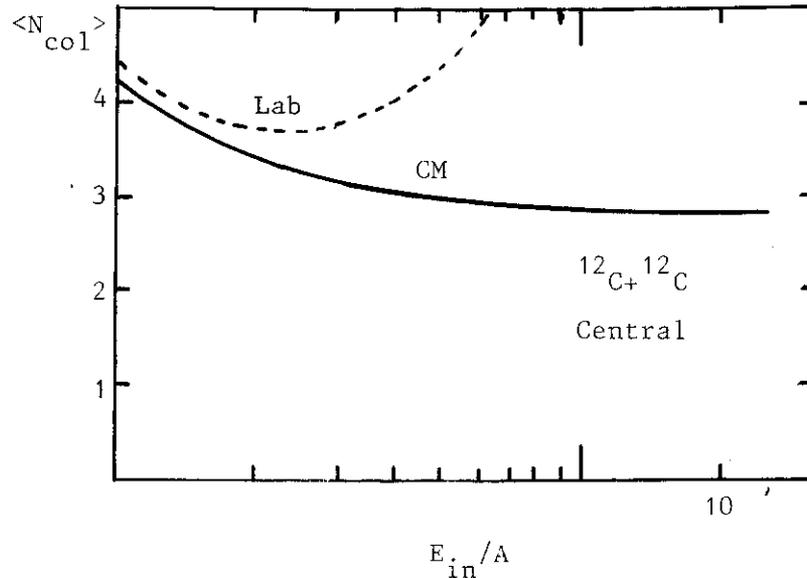


Figura 4.4.3 - Número médio de colisões por partícula em função da energia do feixe no laboratório para um cálculo desenvolvido no sistema de laboratório e no sistema de centro de massa dos núcleos. O estilo da colisão é o determinístico atrativo e a ordenação para o processamento das colisões é a convencional.

Neste caso, fica então evidente a forte influência do sistema de observação sobre o número médio de colisões por partícula. O que está acontecendo é que acima dos 2 GeV/nucleon um grande número de "colisões fictícias" se origina no sistema de laboratório, devido simplesmente ao problema da ordenação das colisões. Por isto, quando repetimos o mesmo cálculo usando a ordenação causal, a invariância do número médio de colisões é completamente recuperada. A Figura 4.4.4 mostra o resultado.

Como neste cálculo não existem sorteios no desenrolar de uma dada história simulativa, pois apenas a configuração inicial é sorteada, fizemos um levantamento comparativo das colisões processadas nos diferentes sistemas de referência, quando

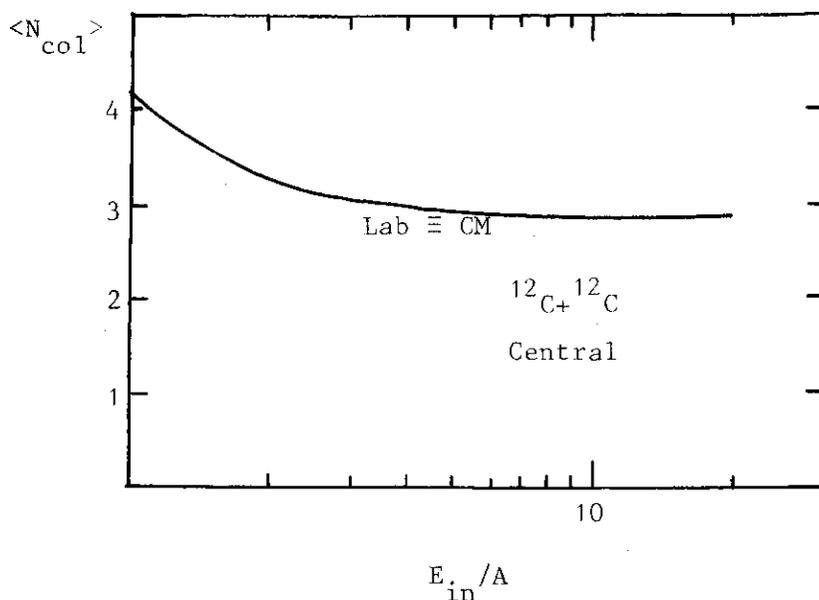


Figura 4.4.4 - Número médio de colisões por partícula em função da energia do feixe no laboratório usando a ordenação causal para o processamento das colisões. O estilo da colisão é o determinístico-atrativo e o resultado do laboratório coincide perfeitamente com o de centro de massa.

se usa a ordenação convencional e quando se usa a ordenação causal. A configuração inicial é a mesma para todos os casos do levantamento esquematizado na Figura 4.4.5 referente a uma história simulativa. De um lado estão as colisões processadas no sistema centro de massa dos núcleos, de outro aquelas processadas no sistema de laboratório. Em (a) usa-se a ordenação do método convencional, e em (b) a ordenação causal. Os pequenos círculos cheios ligados por linhas contínuas são a representação de uma colisão que foi processada num sistema tendo sua correspondente imagem processada no outro. Os pequenos círculos vazios sem ligações representam as "colisões fictícias", ou seja, aquelas que são próprias do sistema em que se desenvolve a simulação, portanto sem correspondente no outro. Os círculos vazios, com ligações tracejadas, representam colisões que se correspondem em termos das partículas envolvidas mas não nos estados de movimento

das mesmas.

O que observamos, finalmente, é que a ordenação causal desempenha dentro do método um papel bastante satisfatório no que diz respeito à invariância das colisões processadas.

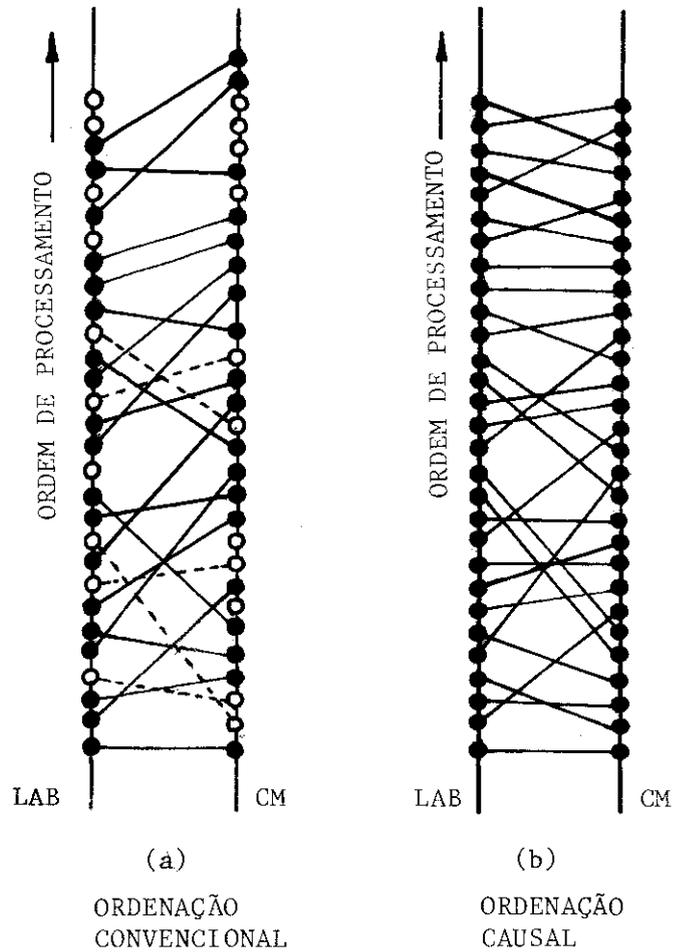


Figura 4.4.5 - Representação esquemática de um levantamento das colisões entre partículas numa história simulativa usando o estilo determinístico-atrativo. A seta indica o sentido da ordem de processamento das colisões. No texto se esclarece as convenções usadas para o esquema.

## CAPÍTULO V

### CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Longe da pretensão de apresentar respostas conclusivas para os problemas envolvidos nas reações nucleares relativísticas, as idéias e discussões desenvolvidas e apresentadas neste trabalho representam essencialmente o resultado de uma reflexão sobre a funcionalidade do método de cascata intranuclear relativística. Trata-se de um estudo preliminar no sentido de estarmos mais seguros da operacionalidade do método como instrumento útil de abordagem dos problemas que se colocam.

Algumas considerações gerais sobre a utilização do método de cascata intranuclear e sobre pontos específicos de nosso trabalho são aqui usados como elementos de um capítulo de finalização. No entanto, muitos pontos estão ainda por se discutir e explorar, e aqui aproveitamos a oportunidade para nomear alguns que reclamam uma imediata retomada para a continuidade de nosso trabalho.

#### 5.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO

Como tivemos oportunidade de perceber ao longo de todo o desenvolvimento do trabalho, o ingrediente básico para as simulações é essencialmente os dados de espalhamento nucleon-nu

cleon livres, incluindo no máximo, em algumas versões, as características dos canais inelásticos. Na medida em que o mecanismo de interação das partículas é simulado através de um conhecimento a priori do que vai acontecer com as partículas o método apresenta-se essencialmente como instrumento de levantamento daquilo que não representa nenhum fato novo dentro das reações nucleares relativísticas. Este é um ponto para o qual já chamamos atenção em ocasiões anteriores, mas que queremos deixar explícito nestas considerações finais. Na verdade, é nos contrastes entre dados experimentais e resultados oferecidos pelo método, que buscamos alguma informação importante. Se, embora pessimisticamente, admitirmos que as simulações com mais e mais ingredientes, provenientes de fontes teóricas ou experimentais já consagradas, conseguem explicar completamente os dados é porque realmente nada de novo se deve esperar nesta área. O curioso, portanto, é que em melhorando as simulações a esperança reside não na concordância dos resultados dos cálculos com os experimentos mas sim nos seus desacordos. São estes desacordos que podem mostrar que reações nucleares relativísticas não são somente aquilo que se está a imitar.

Um outro ponto a considerar se refere não aos propósitos com que se utiliza o método mas à sua funcionalidade, isto é, a qualidade dos resultados que ele oferece. O fato é que, nitidamente, as histórias simulativas utilizadas traduzem muito pouco do que diz respeito ao comportamento dos nucleons dentro dos núcleos em interação, refletindo quando muito, aspectos puramente clássicos (não quânticos) do que pode então ocorrer. O nosso ponto de vista é que este fato não deve trazer nenhum grande prejuízo para os resultados oferecidos pelo método. Afinal,

a situação das partículas ao longo de uma história isolada não se propõe a ser uma imagem da evolução do sistema. Os estágios pelos quais passa cada uma delas representam na verdade apenas uma maneira de gerar o "ensemble" estatístico associado a cada um dos sucessivos estados intermediários do sistema. O que o método se propõe é apresentar valores médios das grandezas de interesse, através de médias nestes ensembles gerados por suas histórias simulativas. O que parece ser importante, neste caso, é que estas histórias simulativas não sejam tendenciosas, trazendo consigo "maus vícios" devido, por exemplo, a um particular critério de colisão, a um particular critério de ordenação no processamento das colisões, a um particular estilo de colisão, enfim, devido às suas particularidades.

Observemos que tendo em vista as considerações feitas no parágrafo anterior, se nos detivermos apenas na obtenção de informações pouco discriminativas da situação das partículas, como é o caso dos espectros e distribuições angulares inclusivos, também pouco precisamos requerer dos processos envolvidos no desenvolvimento de cada história simulativa. Acreditamos que, sendo apenas este o interesse, aqueles procedimentos de um método convencional já são satisfatórios. Devemos nos prevenir, no entanto, naqueles casos em que o método é utilizado para extrair resultados de grandezas dinâmicas do sistema. Fica assim uma advertência explícita neste sentido.

Um último ponto a considerar aqui se refere ao caráter puramente clássico atribuído ao método, pelo fato de que nele se faz incluir a idéia de trajetórias para as partículas. Na verdade, alguns autores (6,38) chamam a atenção para o fato de

que os sorteios envolvidos no desenrolar de cada história simulativa podem de uma certa maneira estar levando em conta incertezas quânticas nos momentos das partículas, e como os deslocamentos são feitos por seu intermédio teremos também incertezas de posição. O argumento não é bem justificado e pode ser colocado apenas qualitativamente, dizendo-se que não há graves incompatibilidades quânticas com a utilização da idéia de trajetórias clássicas quando estas são utilizadas no sentido de obter possíveis situações do sistema para um tratamento estatístico do mesmo.

## 5.2 - CONSIDERAÇÕES SOBRE PONTOS ESPECÍFICOS DO TRABALHO

Após a leitura do Capítulo IV, e revendo a maneira pela qual no Capítulo III se fez o levantamento da ocorrência de colisões não binárias, podemos ser levados a concluir que os resultados ficaram prejudicados pelo fato de que foi então utilizada uma versão do método muito próxima da do método convencional, sendo o levantamento feito num único sistema de referência, a saber, o sistema de laboratório. Contudo, se observarmos com detalhe o critério utilizado para a determinação da ocorrência de colisões binárias ou não binárias (Seção 3.1), este envolve como ponto decisivo a comparação entre o comprimento de onda associado ao movimento relativo das partículas e as suas interdistâncias. Assim, a mudança ocorrida pela troca de sistema de referência sobre as interdistâncias são acompanhadas de uma mudança no mesmo sentido de comprimentos de onda. Essencialmente introduz-se no critério de colisão uma condição bastante restriti

va com características invariantes, possibilitando-nos afirmar com segurança que a incidência de processos de colisões não binárias não se deve a nenhum defeito de simulação.

Dois pontos a considerar ainda dentro dos procedimentos desenvolvidos no Capítulo III. O primeiro refere-se ao intervalo de tempo  $\Delta t$  correspondente ao passo de andamento do processo, naquele caso identificado à escala de tempo de colisões nucleon-nucleon. Reduzindo-se este intervalo de tempo realmente, conseguiremos restringir todas as colisões a colisões puramente binárias. Em compensação, imagine-se qual a escala de tempo que deveríamos associar às interações nucleon-nucleon!? Algo da ordem de  $10^{-3} - 10^{-4}$  fm/c !

O segundo ponto consiste na observação de que a introdução de um espalhamento isotrópico para os estados finais das partículas que colidem não binariamente, no tratamento dado ao processamento das mesmas, possibilita que no limite de  $\Delta t$  muito grande com um grande raio efetivo de interação entre os nucleons, se reproduza simulativamente o modelo de fire-ball para a colisão entre os núcleos.

No que se refere aos procedimentos desenvolvidos no Capítulo IV, temos a observar que em tentando preservar a idéia simplificadora de colisões sem duração do método convencional, nos deparamos com dificuldades contornadas apenas por critérios de comodidade. Por exemplo, a escolha do sistema de repouso dos nucleons para a definição dos eventos-colisão de cada um deles na colisão de um dado par (ver Seção 4.3), foi apenas para que mais convenientemente pudéssemos preservar a causalidade nas colisões. Na verdade não há e nem pode haver nenhum privilégio destes sistemas para a definição dos eventos-colisão

quando estes são definidos corretamente. Mas o que é fato é que isto não podemos fazer numa visão tão simplória das interações das partículas, sem a introdução de algum mecanismo para as interações entre as partículas, implicando numa duração para as mesmas. Isto, sem dúvida, nos deixaria mais confortavelmente colocados diante do ponto de vista teórico das interações, contudo, tornaria o método praticamente inviável do ponto de vista computacional ou incluiria arbitrariedades outras que talvez não compensassem.

### 5.3 - ALGUNS ASPECTOS AINDA POR EXPLORAR

Muitos dados experimentais de espectros de pions e outras partículas produzidas nas reações nucleares relativísticas constituem elementos relevantes para o esclarecimento da situação. A inclusão de canais inelásticos das colisões entre nucleons e a inclusão de interações de partículas de naturezas diferentes, essencialmente mésons e ressonâncias bariônicas dentro do método, tem seu espaço já conquistado por alguns trabalhos utilizando o método convencional. O interessante seria então retomar a inclusão destes canais inelásticos tendo em vista algumas das propostas lançadas neste trabalho. Algum esforço já vem sendo dedicado a este problema dentro das atividades em andamento nesta área aqui no Grupo de Física Nuclear do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas.

Além disto, gostaríamos de ressaltar que não é somente a inclusão de procedimentos que possam caracterizar a formação de partículas compostas no estágio final do processo (isto

é, a inclusão de mecanismos de coalescência), que reclamam pela inclusão de processos de colisões não binárias dentro do método. Também o próprio auge da colisão requer este tipo de tratamento para a interação entre partículas. Neste caso, é dentro de versões do método que levem em conta as idéias discutidas dentro do Capítulo IV deste trabalho, que vemos a possibilidade disto ser concretizado. Subsídios para o encaminhamento deste problema acreditamos serem encontrados na fenomenologia das colisões de nucleons com núcleos leves. Por exemplo, da análise dos dados de reações nucleon-dêuteron, talvez possamos obter os elementos mais essenciais para o processamento de colisões a três corpos dentro das simulações.

## APÊNDICE A

### SORTEIOS SEGUNDO UMA FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO ESTABELECIDADA

O procedimento por nós utilizado consiste na aplicação do que se conhece como o método de inversão da função distribuição acumulativa. Para alcançarmos maior eficiência computacional procuramos acomodar as nossas necessidades a situações em que essas funções distribuição acumulativas pudessem ser obtidas analiticamente e serem facilmente invertidas. Isto, no entanto, não nos trás na prática nenhum prejuízo para os processos simulativos, pois a opção por distribuições mais simples foi feita apenas quando a questão era de detalhes pouco relevantes. Assim por exemplo, preferimos uma composição de uma função constante com uma polinomial para a densidade dos núcleos à uma distribuição de Fermi ou gaussiana, quando por ocasião dos sorteios das posições dos nucleons na configuração inicial (Seção 2.1). O mesmo tipo de comportamento se reflete no ajuste das seções de choque diferenciais nucleon-nucleon (Seção 2.2), quando procuramos estabelecer este ajuste através de combinações de funções exponenciais do momento transferido (veja eq. (4.1.2)). Note-se que neste último caso, o sorteio dos momentos das partículas após a colisão são tão frequentes que devemos diminuir ao máximo o custo operacional deste sorteio.

- Descrição e Fundamentação do Método

Suponhamos que se deseje sortear  $x$  segundo uma função distribuição  $p(x)$  previamente estabelecida. A prescrição do método para a situação mais simples é a seguinte:

a) Tomemos a função distribuição acumulativa

$$P(x) = \int_{x_{\min}}^x p(x) dx \quad (A.1)$$

com a integral feita analiticamente e em seguida invertendo a função  $P(x)$ , de forma que para cada valor  $y$  de  $P(x)$  imediatamente se possa determinar

$$x = P^{-1}(y) \quad (A.2)$$

b) Proceda-se então o sorteio de  $y$  segundo uma função distribuição uniforme,

$$\eta(y) = \begin{cases} 1 & 1 > y > 0 \\ 0 & y \geq 1 \text{ ou } y \leq 0 \end{cases} \quad (A.3)$$

que é de fácil obtenção computacional.

Os valores de  $x$  que se fazem corresponder por (A.2) aos  $y$  sorteados estarão distribuídos segundo  $p(x)$ .

Para uma fundamentação do método relembremos um dos teoremas estatísticos sobre as funções de variáveis aleatórias contínuas, o qual nos diz que: Se  $x = f(x)$  é uma função biunívoca de uma variável aleatória  $y$ , então a função distribuição de  $x$ ,

$\xi(x)$ , é dada por

$$\xi(x) = \eta(y) \left| \frac{dy}{dx} \right|$$

onde  $\eta(y)$  é a função distribuição de  $y$  (\*).

Em nosso caso, com  $\eta(y)$  dada por (A.3) e  $f(y) \equiv P^{-1}(y)$  (o que equivale a fazer  $y = P(x)$ ), teremos  $\left| \frac{dy}{dx} \right| = p(x)$ .

---

(\*) Quando  $f$  é um mapeamento de variáveis aleatórias,  $f: x_i = f_i(y_1, y_2, \dots, y_n)$  ( $i = 1, \dots, n$ ), o módulo da derivada é substituído pelo módulo do Jacobiano do mapeamento inverso,  $\left| \partial(y_1, y_2, \dots, y_n) / \partial(x_1, x_2, \dots, x_n) \right|$ .

## APÊNDICE B

### DISTRIBUIÇÃO ISOTRÓPICA DE MOMENTOS FINAIS NA COLISÃO DE N-PARTÍCULAS

Como chamamos a atenção no texto, a atribuição de momentos finais isotropicamente distribuídos no espaço de fase in variante do sistema de n-partículas em interação é meramente uma tentativa, que está longe de refletir os mecanismos envolvidos na colisão. A maneira mais simples de gerar este estado final consiste em utilizar um procedimento recursivo que se baseia na imagem física traduzida na Figura B-1. Qual seja, a sucessão de decaimentos partícula por partícula do sistema, como se este constituísse um estado ligado das mesmas.

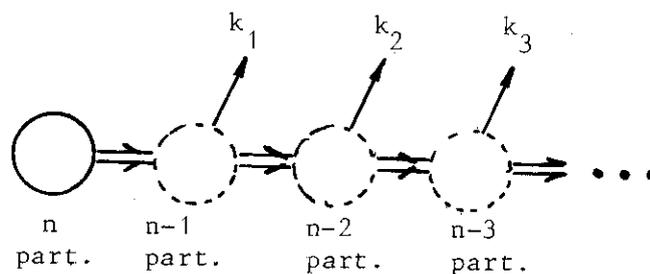


Figura B-1 - Esquemática da seqüência de decaimento de partículas que geram a configuração final de momentos.

O procedimento consiste em realizar as seguintes etapas: Começando-se com as n-partículas de momentos e energias conhecidas, escolhemos aquela que primeiro processaremos o decai-

mento, seja por exemplo a  $k_1$ -ésima partícula. Isolamos  $k_1$  das demais, fazendo-se como se as restantes constituíssem um sistema independente. No centro de massa de  $k_1$  com as  $(n-1)$ -restantes, sorteamos isotropicamente o momento da partícula  $k_1$ , que através de uma transformação de Lorentz adequada é levado de volta para o sistema em que se desenvolve a simulação. A conservação de momento energia é utilizada para determinação do momento das  $(n-1)$ -instantes como um todo. Escolhe-se em seguida dentre as  $(n-1)$ -restantes, a segunda próxima partícula a decair, por exemplo,  $k_2$ ; repete-se o procedimento em relação ao sistema de  $k_2$  e as  $(n-2)$ -restantes, prosseguindo-se até esgotar as  $n$ -partículas. As configurações de momentos finais geradas desta maneira quando superpostas estatisticamente, se apresentam como isotrópica no espaço de fase invariante do sistema. O texto sobre cinemática relativística, apresentado na referência (54), oferece uma justificativa detalhada para este procedimento.

## APÊNDICE C

### EXPRESSÃO DO PARÂMETRO DE IMPACTO DA COLISÃO

Num sistema de referência em que os dois nucleons em colisão se apresentam com momentos paralelos, a distância de máxima aproximação das partículas corresponde ao parâmetro de impacto da colisão.

Seja por exemplo o sistema do centro de massa das partículas o escolhido. Neste caso, quando no instante  $t$  do sistema de observação as partículas estão em posição  $\vec{r}_i$  e  $\vec{r}_j$ , no sistema centro de massa a situação corresponde às coordenadas espaço-tempo,  $x_i^*$  e  $x_j^*$  dadas por:

$$x_i^* = \begin{pmatrix} \vec{r}_i^* \\ t_i^* \end{pmatrix} = \Lambda_{\text{cm-ij}} \begin{pmatrix} \vec{r}_i \\ t \end{pmatrix} \tag{C-1}$$

e

$$x_j^* = \begin{pmatrix} \vec{r}_j^* \\ t_j^* \end{pmatrix} = \Lambda_{\text{cm-ij}} \begin{pmatrix} \vec{r}_j \\ t \end{pmatrix}$$

A matriz de Lorentz da transformação,  $\Lambda_{\text{cm-ij}}$ , satisfaz à seguinte propriedade:

$$\Lambda_{\text{cm} \rightarrow \text{ij}} \begin{pmatrix} \vec{p}_i + \vec{p}_j \\ E_i + E_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{s} \end{pmatrix} \tag{C-2}$$

onde  $\vec{p}_i$  e  $\vec{p}_j$  são momentos das partículas no sistema de observação, sendo  $E_i$  e  $E_j$  as energias correspondentes. A grandeza  $s$  é definida como

$$s = (\vec{P}_i + \vec{p}_j)^2 - (E_i + E_j)^2$$

que é um invariante da colisão de dois corpos (no centro de massa representa o quadrado da energia total das partículas).

A minimização do módulo de  $\vec{r}_{ij}^*(t^*) = \vec{r}_j^*(t^*) - \vec{r}_i^*(t^*)$  com

$$\vec{r}_j^*(t^*) = \vec{r}_j^* + \vec{v}_j^*(t^* - t_j^*)$$

e

$$\vec{r}_i^*(t^*) = \vec{r}_i^* + \vec{v}_i^*(t^* - t_i^*)$$

é feita como nas eqs. (2.2.1), só que agora num sistema em que os momentos são paralelos.

Deste procedimento ficamos com a distância de máxima aproximação, i.é, o parâmetro de impacto dado por:

$$b_{ij}^2 = r_{ij}^{*2} - \frac{1}{v_{ij}^{*2}} (\vec{v}_{ij}^* \cdot \vec{r}_{ij}^*)^2 \quad (C-3)$$

onde  $\frac{1}{2} v_{ij}^* = \vec{v}_i^* = \vec{v}_j^*$ , com  $\vec{v}_i^* = \vec{p}_i^*/E_i^*$ .

Procuremos expressar  $b_{ij}$  em termos das coordenadas e momentos das partículas no sistema de observação. Para isso tomamos cada um dos termos de (C-3) separadamente. Por exemplo, tomando o primeiro termo podemos escrever que:

$$\vec{r}_{ij}^{*2} = |\vec{r}_j^* - \vec{r}_i^*|^2 = (x_j^* - x_i^*)^2 + (t_j^* - t_i^*)^2$$

quando se usa a métrica  $\mathbf{g} = \begin{bmatrix} 1 & \\ & -1 \end{bmatrix}$  nos produtos escalares. Co

mo no sistema de observação

$$x_j - x_i = \begin{pmatrix} \vec{r}_{ij} \\ 0 \end{pmatrix},$$

fazendo uso da invariância do produto escalar de 4-vetores, ficamos com

$$\vec{r}_{ij}^{*2} = \vec{r}_{ij}^2 + (t_j^* - t_i^*)^2.$$

Onde agora precisamos apenas nos preocupar com a componente temporal do resultado da transformação

$$x_j^* - x_i^* = \Lambda_{cm-ij} \begin{pmatrix} \vec{r}_{ij} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

A matriz  $\Lambda_{cm-ij}$  tem a forma

$$\Lambda_{cm-ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\beta\gamma \\ 0 & 0 & -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{e}_1 \\ \hat{e}_2 \\ \hat{p} \\ 0 \end{pmatrix}$$

com  $\gamma = (E_1 + E_2) / \sqrt{s}$  e  $\beta\gamma = |\vec{p}_1 + \vec{p}_2| / \sqrt{s}$ .

A segunda matriz representa a rotação espacial no sentido de orientar o eixo-z das coordenadas de observação na direção do movimento do centro de massa. A primeira é uma transformação de "boost". Ficamos portanto com:

$$x_j^* - x_i^* = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \gamma & -\beta\gamma \\ & & -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{e}_1 \\ \hat{e}_2 \\ \hat{p} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{r}_{ij} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\beta\gamma \\ 0 & 0 & -\beta\gamma & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{e}_1 \cdot \vec{r}_{ij} \\ \hat{e}_2 \cdot \vec{r}_{ij} \\ \hat{p} \cdot \vec{r}_{ij} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \hat{e}_1 \cdot \vec{r}_{ij} \\ \hat{e}_2 \cdot \vec{r}_{ij} \\ \gamma \hat{p} \cdot \vec{r}_{ij} \\ -\gamma \beta \hat{p} \cdot \vec{r}_{ij} \end{pmatrix}$$

cuja parte temporal nos dá

$$t_j^* - t_i^* = -\gamma \beta \hat{p} \cdot \vec{r}_{ij} = -(\vec{p}_i + \vec{p}_j) \cdot \vec{r}_{ij} / \sqrt{s} \quad .$$

Finalmente teremos para  $\vec{r}_{ij}^{*2}$ , expresso como queríamos, o seguinte resultado:

$$\vec{r}_{ij}^{*2} = \vec{r}_{ij}^2 + \frac{1}{s} [(\vec{p}_i + \vec{p}_j) \cdot \vec{r}_{ij}]^2 \quad (C-3a)$$

Da relação

$$E_i^{*2} - p_i^{*2} = m^2$$

e tendo em conta  $\vec{v}_{ij}^{*2} = 4\vec{v}_i^{*2}$ , teremos

$$\vec{v}_{ij}^{*2} = 4 \left( \frac{\vec{p}_i^{*2}}{E_i^{*2}} \right) = 4 \left( 1 - \frac{4m^2}{s} \right) \quad (C-3b)$$

Falta-nos apenas expressar o produto escalar  $\vec{v}_{ij}^* \cdot \vec{r}_{ij}^*$ .  
Veamos então:

$$\begin{aligned} \vec{v}_{ij}^* \cdot \vec{r}_{ij}^* &= \left( \frac{\vec{p}_j^*}{E_j^*} - \frac{\vec{p}_i^*}{E_i^*} \right) \cdot \vec{r}_{ij}^* \\ &= \frac{2}{\sqrt{s}} \begin{pmatrix} \vec{p}_j^* - \vec{p}_i^* \\ 0 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{r}_{ij}^* \\ t_j^* - t_i^* \end{pmatrix} \end{aligned}$$

A menos do fator  $2/\sqrt{s}$  o que temos é o produto escalar  $(\vec{p}_j^* - \vec{p}_i^*) \cdot (\vec{x}_j^* - \vec{x}_i^*)$ , que pode ser determinado nas coordenadas do sistema original. Ficamos desta maneira com

$$\vec{v}_{ij}^* \cdot \vec{r}_{ij}^* = \frac{2}{\sqrt{s}} \begin{pmatrix} \vec{p}_j - \vec{p}_i \\ E_j - E_i \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{r}_{ij} \\ 0 \end{pmatrix}$$

que por sua vez nos dá

$$\vec{v}_{ij}^* \cdot \vec{r}_{ij}^* = \frac{2}{\sqrt{s}} (\vec{p}_j - \vec{p}_i) \cdot \vec{r}_{ij} \quad . \quad (C-3c)$$

Reunindo os resultados de (C-3a), (C-3b) e (C-3c) em (C-3), ficamos com a expressão de  $b_{ij}^2$  dada por:

$$b_{ij}^2 = r_{ij}^2 + \frac{4\{s_{ij}(\vec{p}_i \cdot \vec{r}_{ij})(\vec{p}_j \cdot \vec{r}_{ij}) - m^2[(\vec{p}_i + \vec{p}_j) \cdot \vec{r}_{ij}]^2\}}{s_{ij}(s_{ij} - 4m^2)}$$

que é a expressão apresentada no texto (eq. (4.2.1)).

## APÊNDICE D

### EXPRESSÃO DE $\delta\tilde{t}_{ik}(i)$

Observemos que na eq. (4.3.1) todas as grandezas que nela comparecem estão expressas no sistema de repouso da partícula i. Esta equação é decorrente da minimização da separação espacial entre as partículas i e k neste sistema. No sentido de obter uma expressão conveniente para os cálculos computacionais, procuraremos aqui proceder de forma explícita este processo de minimização.

Seja a situação de i e k no sistema de observação no seu instante de tempo  $t$  dada por:

$$x_i = \begin{pmatrix} \vec{r}_i \\ t \end{pmatrix} \quad p_i = \begin{pmatrix} \vec{p}_i \\ E_i \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad x_k = \begin{pmatrix} \vec{r}_k \\ t \end{pmatrix} \quad p_k = \begin{pmatrix} \vec{p}_k \\ E_k \end{pmatrix} \quad ;$$

isto quando os tempos próprios de cada uma delas marcam respectivamente os instantes  $\tilde{t}_i$  e  $\tilde{t}_k$ . Nesta situação, as coordenadas espaço-tempo de k no instante  $t$  no sistema de repouso de i pode ser determinada como sendo:

$$\tilde{x}_k(\tilde{t}) = \tilde{x}_k(i) + \frac{1}{\tilde{E}_k(i)} \tilde{p}_k(i) [\tilde{t} - \tilde{t}_k(i)] \quad (\text{D-1})$$

onde  $\tilde{x}_k(i)$  é o transformado a Lorentz de  $x_k - x_i$  e  $\tilde{t}_k(i)$  representa sua componente temporal. O que esta expressão traduz é sim -

plesmente o resultado da transformação de Lorentz seguida de uma translação espaço-temporal no sentido de localizar  $\underline{k}$  no instante  $\tilde{t}$  no sistema de repouso de  $\underline{i}$ . Ainda, como podemos escrever que

$$\begin{aligned}\tilde{x}_k(i) &= \Lambda_i(x_k - x_i) + \frac{1}{m} \tilde{p}_i \tilde{t}_i \\ &= \Lambda_i(x_k - x_i + \frac{1}{m} p_i \tilde{t}_i) \quad ,\end{aligned}$$

com  $\Lambda_i$  sendo a transformação que satisfaz

$$\Lambda_i p_i = \tilde{p}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ m \end{pmatrix} \quad ,$$

voltando a (D-1) podemos reescrevê-la da seguinte forma:

$$\tilde{x}_k(\tilde{t}) = \Lambda_i [x_{ik} + \frac{1}{m} p_i \tilde{t}_i - \frac{1}{\tilde{E}_k(i)} p_k \tilde{t}_k(i) + \frac{1}{\tilde{E}_k(i)} p_k \tilde{t}] \quad (D-2)$$

onde usamos que  $\tilde{p}_k(i) = \Lambda_i p_k$  e definimos  $x_k - x_i$  como sendo  $x_{ik}$ .

Sabemos que fazendo uso da invariância dos produtos escalares  $\tilde{p}_i \cdot \tilde{x}_{ik}(i)$  podemos escrever

$$\tilde{t}_k(i) = \tilde{t}_i + \frac{1}{m} (p_i \cdot x_{ik}) \quad (D-3)$$

Alertamos que a métrica usada aqui é

$$g = \begin{bmatrix} -1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & +1 \end{bmatrix} \quad .$$

Como o objetivo é a minimização da distância  $\tilde{r}_{ik}(\tilde{t})$ , que por

sua vez  $\tilde{e}$  o m3dulo da parte espacial de  $\tilde{x}_k(\tilde{t})$ , este ser3 alcan-  
gado quando

$$\frac{d}{d\tilde{t}} |\tilde{r}_{ik}(\tilde{t})|^2 = 0 .$$

Como

$$|\tilde{r}_{ik}(\tilde{t})|^2 = -\tilde{x}_k^2(\tilde{t}) + \tilde{t}^2 ,$$

tendo em conta a express3o (D-2), ficaremos com

$$\begin{aligned} |\tilde{r}_{ik}(\tilde{t})|^2 &= \left(1 - \frac{m^2}{\tilde{E}_k(i)}\right) \tilde{t}^2 - 2\tilde{t} \left[ \frac{p_i \cdot x_{ik}}{\tilde{E}_k(i)} + \left(1 - \frac{m^2}{\tilde{E}_k(i)}\right) \tilde{t}_i \right. \\ &\quad \left. - \frac{m}{\tilde{E}_k^2(i)} p_i \cdot x_{ik} \right] - x_{ik}^2 - 2x_{ik} \left[ \frac{p_i}{m} \tilde{t}_i \right. \\ &\quad \left. - \frac{p_k}{\tilde{E}_k(i)} \tilde{t}_k(i) \right] - \left[ \frac{1}{m} p_i \tilde{t}_i - \frac{1}{\tilde{E}_k(i)} p_k \tilde{t}_k(i) \right]^2 . \end{aligned}$$

Agora minimizado esta express3o em rela33o a  $\tilde{t}$ , tendo feito uso do resultado de (D-3), teremos que o instante de tempo pr3prio de  $i$  em que ocorre a m3xima aproxima33o das part3culas (o qual admitimos ser o instante de colis3o neste sistema) ser3 dado por:

$$\tilde{t}_{ik}^c(i) = \tilde{t}_i + \frac{p_i}{m} x_{ik} + \frac{1}{1 - \left[\frac{m}{\tilde{E}_k(i)}\right]^2} \left[ \frac{p_k \cdot x_{ik}}{\tilde{E}_k(i)} - \frac{p_i \cdot x_{ik}}{m} \right] .$$

Assim,  $\delta\tilde{t}_{ik}(i) = \tilde{t}_{ik}^c(i) - \tilde{t}_i$  se apresenta como:

$$\delta\tilde{t}_{ik}(i) = p_i \cdot (x_k - x_i) / m - B_{ik} / A_{ik} ,$$

onde fizemos

$$B_{ik} = p_i \cdot (x_k - x_i) / m - p_k \cdot (x_k - x_i) / \tilde{E}_k(i)$$

e

$$A_{ik} = 1 - [m / \tilde{E}_k(i)]^2 .$$

Tendo em conta a invariância do produto escalar  $\tilde{p}_i \cdot \tilde{p}_k(i)$  podemos expressar  $\tilde{E}_k(i)$  da seguinte maneira:

$$\tilde{E}_k(i) = (p_i p_k) / m .$$

Finalmente, com isto, a expressão de  $\delta t_{ik}(i)$  se reduz àquela apresentada no texto.

## APÊNDICE E

### DA DEFINIÇÃO DOS EVENTOS-COLISÃO DE UM PAR DE PARTÍCULAS

Seja a situação no sistema de repouso da partícula  $i$  do par- $ik$ , do qual se deseja decidir a colisão, traduzida pelos quadrivetores posição e momento abaixo:

$$\tilde{x}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tilde{t}_i \end{pmatrix} \quad p_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ m \end{pmatrix} \quad e \quad x_k = \begin{pmatrix} 0 \\ b \\ -z \\ \tilde{t}_i \end{pmatrix} \quad p_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p \\ E \end{pmatrix} \quad (E.1)$$

Observe-se que a colocação de uma situação como esta no sistema de repouso de  $i$  não particulariza em nada a situação das partículas no sistema de observação escolhido para o desenvolvimento das simulações. Isto porque qualquer que seja as coordenadas espaço-tempo e quadrimomentos das partículas no sistema de observação, podemos sempre alcançar aquela descrita por (E.1) através de uma transformação de Lorentz adequada, seguida de uma translação de  $k$  para localizá-la no instante  $\tilde{t}_i$ .

No Capítulo IV verificamos que a colisão de um par de partículas ficou caracterizada também por um par de eventos, um para cada partícula, sendo eles definidos no sistema de repouso de cada uma delas. A saber: o evento colisão da partícula  $i$ ,  $x_{ik}^{C-i}$  é definido no sistema de repouso de  $i$ , e o evento

colisão de  $k$ ,  $x_{ik}^{c-k}$  no sistema de repouso de  $k$ .

Dentro da situação colocada na expressão (E-1) o evento colisão da partícula  $i$  se traduz em seu sistema de repouso como:

$$\bar{x}_{ik}^{c-i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{t}_i + \delta\bar{t}_{ik}(i) \end{pmatrix}$$

com  $\delta\bar{t}_{ik}(i)$  dado pela expressão (4.3.1) com os produtos escalares podendo ser determinados através da situação posta em (E-1). O que nos oferece para  $\delta\bar{t}_{ik}(i)$  o valor

$$\delta\bar{t}_{ik}(i) = \frac{zE}{p} \quad . \quad (E-2)$$

Podemos determinar o intervalo de tempo próprio de  $k$  transcorrido no seu sistema de repouso desde a sua última colisão até aquela com  $i$ , por uma simples troca de índices em (4.3.3) e com os produtos escalares também determinados pela situação colocada em (E-1). Assim procedendo vamos encontrar

$$\delta\bar{t}_{ki}(k) = \frac{zm}{p} \quad . \quad (E-3)$$

Podemos perceber de (E-2) e (E-3) que

$$\delta\bar{t}_{ik}(i) = \gamma \delta\bar{t}_{ki}(k) \quad \text{com} \quad \gamma = \frac{E}{m} \quad ,$$

o que significa dizer que apesar dos eventos colisões de  $i$  e de  $k$  estarem definidos em sistemas de referências distintos, quan-

do no sistema de repouso de  $i$ , a partícula  $i$  "diz" colidir com  $k$ , no sistema de repouso de  $k$  esta também "diz" colidir com  $i$ . Em outras palavras, o evento-colisão de  $k$ ,  $x_{ik}^{c-k}$ , no seu sistema de repouso nada mais é do que aquele visto no sistema de repouso de  $i$ , levado por uma transformação de Lorentz ao sistema de repouso de  $k$ . O mesmo podemos dizer do evento-colisão de  $i$ ,  $x_{ik}^{c-i}$ , com a devida troca de índices na afirmação anterior. Observe-se que isto não é uma conclusão imediata uma vez que os eventos-colisão de cada uma das partículas foram definidos em separado em sistemas de referências distintos. O que estamos querendo mostrar aqui é que apesar disto, quando os sistemas de referências tomados são os sistemas de repouso das partículas e os eventos-colisão são definidos como o fizemos, existe uma coerência entre os dois eventos.

## BIBLIOGRAFIA

- (1) - Lee, T.D. and G.C. Wick, Phys. Rev. D9(1974)2291; Lee, T. D., Rev. Mod. Phys. 47(1975)267.
- (2) - Migdal, A.B., Nucl. Phys. B52(1973)483; M. Gyulassy and W. Greiner, Ann. Phys. 109(1977)485.
- (3) - Freier, P., Lofgren, E.J., Ney, E.P., Oppenheimer, F., Bradt, H.L., Peters, B., Phys. Rev. 74(1948)213-17; Freier, P., Lofgren, E.J., Ney, E.P., Oppenheimer, F., Phys. Rev. 74(1948) 1818-27; Alfvén, H., Nature 143(1939)435.
- (4) - Scott, D.K., "Towards Relativistic Heavy Ion Collisions by..." - Proceedings of the International School of Nuclear Physics, Erice, 26 March - 6 April, 1979.
- (5) - Nagamiya, S. and Gyulassy, M., "High-Energy Nuclear Collisions", Preprint LBL 14035 (1982).
- (6) - Goldhaber, A.S. and Herckman, H.H., Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 28(1978)161-205.
- (7) - The Tevalac - A National Facility for Relativistic Heavy-Ion Research to 10 GeV per Nucleon with Uranium. LBL,PUB 5081 (1982); Friedlander, E.M., Heckman, H.H. and Karant, Y.J., "Nuclear Collisions of Uranium Nuclei up to ~10GeV/nucleon", Preprint LBL - 15444 (1982).
- (8) - Schoeder, L.S. - "High Energy Nucleus-Nucleus Studies at the Berkeley Bevalac" - Preprint LBL 5082 (1976).
- (9) - Ianihata, I., Lemaire, M.C., Schnetzer, S., Phys. Lett. 97B (1980) 363; Ianihata, I., Nagamiya, S., Schnetzer, S. and Steiner, H., Phys. Lett. 100B(1981)121.

- (10) - Gyulassy, M., Nucl. Phys. A354(1981) 395c-412c.
- (11) - Manko and Nagamiya, S., - "Kinematical Analysis of the Experimental Data on Nucleus-Nucleus Collisions at 800MeV /Nucleon" - Preprint LBL-14032 (1982).
- (12) - Nagamiya, S., - "What can we Learn from Inclusive Spectra ?", preprint LBL-12950 (1981).
- (13) - Hufner, J. and Mathiae, G., Nucl. Phys. B21(1970)135.
- (14) - Nagamiya, S., Nucl.Phys. A355(1980)517-526.
- (15) - Nagamiya, S., "Particle Correlations in Proton-Nucleus and Nucleus-Nucleus Collision" - preprint LBL-14034(1982).
- (16) - Sandoval, A., Stock, R., Stelzer, H.E., Renfadt, R.E., Harris, J.W., Branniggan, J.P., Geaga, J.V., Rosenberg, L. J., Schroeder, L.S. and Wolf, K.L., Phys. Rev. Lett. 45(1980)874.
- (17) - Lu, J.J., Beaves, D., Fung, S.Y., Gorn, W., Huie, A., Kieran, G.P., Poe, R.T. and VanDahlen, G., Phys. Rev. Lett. 46(1981)898.
- (18) - Nagamiya, S., Lemaire, M.C., Schnetzer, S., Steiner, H. and Ianihata I., Phys. Rev. Lett. 45(1980)602.
- (19) - Stock, R., Tutbrod, H.H., Meyer, W.G., Poskazer, A.M., Sandoval, A., Gosset, J., King, C.H., King, G., Lucker, Ch., Nguyen Van Sen, Westfall, G.D. and Wolf, K.L., Phys. Rev. Lett. 44(1980)1243.
- (20) - Baumgardt, H.G., Schott, J.U., Sakamoto, Y., Schopper, E., Stöcker, H., Hofmann, J., Scheid, W. and Greiner, W., Z. Physik A273(1975)359.
- (21) - Herckman, H.H., Crawford, H.J., Guiner, D.E., Lindstrom, P.J. and Lance W. Wilson, Phys. Rev. C17(1978)1651.
- (22) - Gosset, J., Kapusta, J.I. and Westfall, G.D., Phys. Rev. C18(1971)844.

- (23) - Gupta, S. Das and Mekjian, A.Z., Phys. Rep. (Rev. Sec. of Phys. Lett.) 72, N<sup>o</sup> 3 (1981)131-183.
- (24) - Kapusta, J.I., Phys. Rev. C16(1977)1493; Mekjian, A.Z., Phys. Rev. Lett. 38(1977)640.
- (25) - Myers, W.D., Nucl. Phys. A296(1978)177.
- (26) - Gyulassy, M., "Comparison of Models of High Energy Heavy Ion Collision", LBL 6594 (1977).
- (27) - Csernai, L.P., Buchwald, G., Graebner, G., Muruhin, J.A., Greiner, W., Frankel, K., Gyulassy, M., Shürmann, B., Westfall, G., Stevenson, J.D., Nix, J.R. and Strottman, D., Phys. Rev. Lett. V47, N<sup>o</sup> 25 (1981) 1807.
- (28) - Nix, J.R., Prog. Part. Nucl. Phys. 2 (1979)237.
- (29) - Nix, J.R. and Strottman, D., Phys. Rev. C23(1981)2548.
- (30) - Nix, J.R. - "Theory of High-Energy Heavy-Ions Collision", preprint LA-UR-77-2952 (1977).
- (31) - Amsden, A.A., Harlow, F.H. and Nix, J.R., Phys. Rev. C15(1977)2059.
- (32) - Gosset, J., Gutbrod, H.H. Meyer, W.G., Poskanzer, A.M., Sandoval, A., Stock, R. and Westfall, G.D., Phys. Rev. C16(1977)629.
- (33) - Amsden, A.A., Goldhaber, A.S., Harlow, I.H., Nix, J.R., Phys. Rev. 17(1978)2080.
- (34) - Wigner, E.P., Phys. Rev. 40(1932)749.
- (35) - Carruthers, P. and Zachariasen, F. - "Quantum Collision Theory with Phase Space Distribution", Report of California Inst. of Technology, CALT-68-856.
- (36) - Yariv, Y. and Fraenkel, Z., Phys. Rev. C20(1979)2227.
- (37) - Amsden, A.A., Ginocchio, J.N., Nix, J.R., Danos, M., Halbert, E.C. and Smith, Jr. R.K., Phys. Rev. Lett. 38(1977)1055.

- (38) - Cugnon, J., Nucl. Phys. A387(1982)191c-204c.
- (39) - Cugnon, J., Phys. Rev. C22(1980)1885.
- (40) - Cugnon, J., Mizutani, T., Vandermeulen, J., Nucl.Phys. A352(1981)505-534.
- (41) - Cugnon, J., Mizutani, T. and Vandermeulen, J., Lett.al Nuovo Cimento, 28, N° 2(1980)55-59.
- (42) - Yariv, Y. and Frankel, Z., Phys. Rev. C24(1981)488.
- (43) - Bondorf, J.P., Siemens, P.J., Garpaman, S., Halbert, E.C., Z. Physik A279(1976)385-394.
- (44) - Particle Data, NN and ND Interaction (above 0.5GeV/c). A Compilation (Report No. UCRL-20000 NN, 1970).
- (45) - Halbert, E.C., Phys. Rev. C23(1981)295.
- (46) - Bondorf, J.P., Feldmeyer, H.T., Garpman, S. and Halbert E.C., Phys. Lett. 65B(1976)217.
- (47) - Cugnon, J. and L'Hote, D., Nucl. Phys. A397(1983)519-543.
- (48) - Stöcker, H., Maruhn, J.A. and Greiner, W., Phys.Rev.Lett. 44(1980)725.
- (49) - Stevenson, J.D., Phys. Rev. Lett. 41(1978)1702.
- (50) - Kodama, T., Duarte, S.B., Chung K.C., Nazareth, R.A.M.S., Phys. Rev. Lett. 49(1982)536-539.
- (51) - Kodama, T., Duarte S.B., Chung, K.C., Donangelo, R., Nazareth, R.A.M.S., Preprint CBPF NF-026/83. Submetido a Phys. Rev.
- (52) - Shandarshan, E.C.G., Mukunda, N., "Classical Dynamics: A Modern Perspective", John Wiley & Sons, 1974.
- (53) - Mann, Ronald A., "The Classical Dynamics of Particles", Academic Press, N. York, 1974.

- (54) - Byckling, E., Kajantie, K., "Particle Kinematics", John Wiley & Sons, New York, 1973.

Tese apresentada ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, fazendo parte da Banca Examinadora os seguintes professores:



Takeshi Kodama - Presidente



Raul Donangelo



Diogenes Galetti



Luiz Carlos Gomes



Chung Kai Cheong

Rio de Janeiro, 08 de dezembro de 1983