

RUBEM P. MONDAINI

RESSONÂNCIA GIGANTE DE DIPOLO PELA TEORIA DE MUITOS NÍVEIS

TESE DE MESTRADO

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

Rio de Janeiro, janeiro de 1977

- AGRADECIMENTOS -

Desejo agradecer a muitas pessoas que ajudaram diretamente na confecção deste trabalho

Ao Prof. T.Kodama, pela paciência demonstrada para com o candidato, pelas discussões sobre o tema, e pela grande ajuda em cálculo numérico.

Ao Prof. L.Tauhata, com quem foram mantidas úteis discussões, sobre este e outros assuntos, sempre que possível. Agradeço ainda sua ajuda na confecção das figuras.

A Maria Perpétua N.Mondaini, pela ajuda dedicada no trabalho de datilografia.

Ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, pela acolhida em seu ambiente científico.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pela bolsa de estudos concedida durante os anos de 1974 e 1975.

Ao pessoal da Divisão de Processamento de dados do C.B.P.F., pela colaboração prestada.

- RESUMO -

Neste trabalho, intentamos aplicar a teoria de muitos níveis de M. Yamada, K. Takahashi e S. Koyama no efeito fotonuclear, particularmente na ressonância gigante de dipolo.

No 1º capítulo fazemos uma revisão de absorção fotonuclear de dipolo, fazendo a comparação com o caso atômico. Em seguida, apresentamos, a dedução das regras de soma, e a modificação das mesmas pela introdução dos conceitos de cargas e massas efetivas. É feita uma apresentação do teorema de Siegert, com o propósito de servir de apoio para a aproximação de não levar em conta as forças nucleares no tratamento aqui exposto.

No 2º capítulo, é feita uma exposição elementar da referida teoria de muitos níveis, onde se discutem ainda, os principais conceitos introduzidos.

No 3º e último capítulo, escrevemos algumas regras de soma de maior utilização no formalismo da teoria usada. Discutem-se os resultados obtidos e são apresentadas tabelas, e algumas figuras, que comparam as distribuições experimentais com os resultados obtidos por ajustamento de curvas, assim como mostram a variação dos parâmetros introduzidos na teoria com o número de massa (A).

"Acho que os mais ignorantes são sempre os mais temerários e os mais dispostos a escrever. Parecem expor sua mercadoria à venda, como os mascates, que mostram primeiro o que tem de pior. Diz-se que ninguém é mais manhoso do que o diabo, mas acho que ele é deixado para trás, quando comparado a esses tipos astuciosos."

B.de Espinosa

(Correspondência)

SUMÁRIO

1. <u>RESSONÂNCIA GIGANTE DE DIPOLO</u>	
1.1 INTRODUÇÃO	1
1.2 REVISÃO DE FOTOABSORÇÃO NO CASO ATÔMICO	5
A) SECCÃO DE CHOQUE DE ABSORÇÃO	5
B) REGRAS DE SOMA	8
1.3 CASO NUCLEAR	13
A) CARGAS EFETIVAS	14
B) MASSAS EFETIVAS	20
1.4 TEOREMA DE SIEGERT	24
2. <u>FUNDAMENTOS DE UMA TEORIA ESTATÍSTICA PARA PROCESSOS NUCLEARES</u>	
2.1 INTRODUÇÃO	30
2.2 CONCEITOS INICIAIS	30
2.3 ANÁLISE DOS CONCEITOS INTRODUZIDOS	32
2.4 DETERMINAÇÃO DOS LIMITES DE INTEGRAÇÃO E DA DENSIDADE DE NÍVEIS	38
2.5 DISCUSSÃO DA NORMALIZAÇÃO A SER USADA	40
3. <u>APLICAÇÃO DO FORMALISMO USADO NA RESSONÂNCIA GIGANTE DE DIPOLO</u>	
3.1 TRADUÇÃO DAS REGRAS DE SOMA	43
3.2 "POSIÇÃO" DOS PICOS DAS DISTRIBUIÇÕES	46
3.3 ESCOLHA E NORMALIZAÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES $D^0(E; e)$	49
3.4 EXPRESSÃO DA SECCÃO DE CHOQUE	52
3.5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS E SUGESTÕES PARA CONTINUAÇÃO DO TRABALHO	54

A) COMENTÁRIOS SOBRE O MÉTODO DE CÁLCULO USADO	54
B) DISCUSSÃO ACERCA DOS RESULTADOS OBTIDOS POR AJUSTAMENTO	55
C) DISCUSSÃO SOBRE A APROXIMAÇÃO DO OSCILADOR	56
D) DISCUSSÃO SOBRE A NORMALIZAÇÃO E A PARAMETRIZAÇÃO USADAS EM $D(E, \epsilon)$	57
E) SUGESTÕES PARA MELHORIA DO MÉTODO EMPREGADO	58
F) UNIDADES E CONSTANTES	59
FIGURAS	61
TABELAS	68
REFERÊNCIAS	70

CAPÍTULO 1

RESSONÂNCIA GIGANTE DE DIPOLO

1.1. INTRODUÇÃO

Costumamos denominar de ressonância gigante ao pico de largura considerável que aparece na secção de choque de absorção de raios gama por núcleos. A energia do pico de ressonância costuma ficar entre 13 e 25 Mev, aproximadamente, sendo uma função monótona do número de massa; a largura do pico fica entre 3 e 10 Mev; para núcleos não esféricos, a largura é maior, e menor para núcleos de camada fechada. Tais dados conjuntamente com o fato de que a absorção na região de ressonância gigante é bastante pronunciada, parecem indicar que a ressonância observada é causada por um efeito de carácter coletivo de grande intensidade no núcleo. Vários modelos nucleares foram usados na explicação do fenômeno de ressonância gigante, do que foi exposto, poderíamos inferir que o modelo coletivo seria o mais conveniente, (1,2), no entanto, bons resultados têm sido obtidos na aplicação de outros modelos; o modelo de camadas foi aplicado, com o sustento da interação partícula-buraco, fornecendo resultados razoáveis (3). O estudo das características intrínsecas do fenômeno conduz a descobrir as possíveis conexões entre os modelos nucleares.

As primeiras experiências que demonstraram a existência da ressonância gigante, foram feitas por Baldwin e Klaiber que estudaram a secção de choque de reações tipo (γ, n) em núcleos C^{12} e Cu^{63} , em função da energia. Modêlos primitivos da resso-

nância gigante previam que o fenômeno era devido à absorção de dipolo elétrico (E1) dos raios gama incidentes, e isto ficou evidenciado, após os cálculos de regras de soma de Lvinger e Bethe(4). A teoria estatística de reações nucleares, foi também aplicada à descrição deste efeito fotonuclear, no entanto, as experiências de Hirzel e Wäffler, os quais trabalharam com uma energia de cerca de 17,6 Mev, mostraram que o valor predito pela teoria estatística para a razão das secções de choque $\sigma(\gamma, p)/\sigma(\gamma, n)$ era 10^3 vezes menor, com isto houve como que uma mudança nos métodos de ataque para a explicação da ressonância gigante, os quais eram até então feitos em torno de mecanismos compostos de reações, ou seja, utilizando-se sempre a hipótese de Bohr, segundo a qual, uma reação do tipo (γ, a) , processa-se em dois estágios: 1) É criado um estado de energia de excitação $E = K\omega$, correspondente à absorção de um quantum luminoso; 2) O núcleo composto assim formado pode decair através de canais diferentes com as respectivas probabilidades. A secção de choque para a reação considerada pode então ser escrita:

$$\sigma(\gamma, a) = \sigma(\gamma) g_a \quad (1.1.1)$$

Sendo g_a a probabilidade de decaimento através da partícula (a) do estado composto intermediário e $\sigma(\gamma)$, a secção de choque de absorção para uma determinada frequência; g_a é determinado das expressões da teoria estatística de reações; o processo mais provável costuma ser a emissão de um neutron, a emissão posterior de mais partículas, correspondente a reações $(\gamma, 2n)$, $(\gamma, 3n)$, (γ, np) , etc... fica condicionada ao estado de excitação do núcleo. A falha do modelo estatístico fez com que se utilizassem os métodos das reações diretas, desenvolvidos para

o efeito fotonuclear por Courant(5,6) , Os métodos diretos deram resultados razoáveis, como o de Courant, contudo, este último fez hipóteses no método usado, que o torna bastante grosseiro: 1) o potencial nuclear é considerado como de poço quadrado; 2) são desprezadas as distorções das ondas de proton pelos potenciais nuclear e coulombiano em conjunto.

O modelo de camadas, quando aplicado ao efeito fotonuclear forneceu maus resultados para as energias dos picos de ressonância gigante; Brown retificou estas discrepâncias com cálculos baseados no modelo partícula-buraco(3); os resultados conseguidos para núcleos leves de camada fechada são bastante aceitáveis.

A seção de choque de interesse, é, geralmente falando, a soma de todas as seções de choque correspondentes aos processos parciais, ou :

$$\begin{aligned} \sigma(E) = & \sigma(\gamma, n) + \sigma(\gamma, p) + \sigma(\gamma, 2n) + \sigma(\gamma, np) + \sigma(\gamma, \alpha) + \\ & + \sigma(\gamma, \gamma') + \sigma(\gamma, f) + \end{aligned} \quad (1.1.2)$$

onde $\sigma(\gamma, f)$ corresponde à foto-fissão.

Pelo modelo estatístico, todas as seções de choque parciais aqui escritas, têm a mesma conformação característica da ressonância gigante. Com exceção da saída de partícula alfa, em núcleos pesados a emissão de partículas carregadas é dificultada pelo alto valor da barreira coulombiana; a não ser que tais núcleos sejam ricos em protons.

Uma das interpretações mais aceitas para a ressonância gigante de dipolo foi a de Wilkinson(6) baseada no modelo de camadas; de acordo com esta interpretação, a absorção do fóton conduz a um estado em que um único nucleon é excitado a um estado em um

poço de potencial. Wilkinson fez notar a grande simplificação introduzida neste modelo, uma vez que na região característica de energias para absorção do fóton (15 a 25 Mev), o núcleo possui muitos níveis de núcleo composto por unidade de energia (Mev). Brink (7) tentou conciliar a descrição coletiva e a do modelo de camadas, notando que em casos especiais, nas transições características de modelo de camadas, certas relações de fase podem conduzir a uma espécie de oscilação coletiva.

Não nos deteremos no exame detalhado das várias aproximações ao efeito de ressonância gigante, procurando nos concentrar a seguir, na analogia possível que o efeito apresenta com o caso atômico, e com as diferenças fundamentais entre os dois casos.

Na 1a. parte deste trabalho fazemos uma revisão de fotoabsorção no caso atômico, e introduzimos a consideração das regras de soma, a seguir, iniciamos o tratamento de um sistema de partículas de massas aproximadamente iguais, introduzindo cargas e massas efetivas, e daí modificando as regras de soma já deduzidas para aplicações a um tal sistema. Ainda nesta primeira parte, provamos o importantes teorema de Siegert(8,9), relacionado diretamente ao caso nuclear, particularmente com a influência das interações nucleares nas interações electromagnéticas aqui estudadas. O capítulo seguinte é dedicado à exposição de uma teoria estatística de muitos níveis, em suas linhas gerais, aplicável a processos descritos por operadores de um corpo. Expusemos apenas o essencial, com o único intuito da aplicação ao efeito fotonuclear. Tal método foi exposto originariamente por Yamada, Takahashi e Koyama(10,11) e aplicado ao decaimento beta; mais tarde Taka-

hashi, utilizou-o na descrição da fotoabsorção nuclear(12). O 3º e último capítulo, trata detalhadamente a aplicação da teoria esquematizada no capítulo 2 ao efeito que estudamos, seguindo o trabalho de Takahashi. Estudamos cerca de 22 núcleos com os métodos introduzidos, para energias de 0 a 30 Mev, e o comportamento das curvas de secção de choque em função dos parâmetros, comparadas com as distribuições experimentais retiradas do atlas de Berman, de Livermore(13). Em conclusão são apresentados comentários do trabalho realizado, sugestões para trabalho futuro, e discussões relativas a suporte teórico de algumas considerações utilizadas.

1.2. REVISÃO DE FOTOABSORÇÃO NO CASO ATÔMICO

A) SECÇÃO DE CHOQUE DE ABSORÇÃO

Os estudos da interação da radiação electromagnética com a matéria é convenientemente tratado pela teoria semi-clássica da radiação, dentro de tal conceito, os processos de absorção e emissão induzida possuem descrições satisfatórias. Para tratar o problema da emissão espontânea, necessitamos de uma teoria quântica do campo. Com o objetivo de visualizar as analogias e diferenças existentes entre o caso atômico e o nuclear, faremos a seguir uma revisão do primeiro.

A equação de Schroedinger para uma massa (m) puntiforme de carga (e), em um campo electromagnético descrito por \vec{A} é :

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{2m} \left(\hat{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 \psi + \hat{V} \psi \quad (1.2.1)$$

tornando para V , o potencial, que pode ser construído da aproximação de campo central, mesmo tratando o problema de muitas partículas carregadas, no caso atômico.

Consideremos que $\frac{e^2}{c^2} A^2 \cong 0$, com o que hamiltoniano de perturbação, aqui se explicita por :

$$H' (r, t) = \frac{e}{mc} \vec{A} \cdot \vec{p} \quad (1.2.2)$$

Estamos considerando um gauge dos potenciais, tal que $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$; $\phi = 0$, uma vez que não nos interessa a presença das fontes do campo electromagnético, e, assim, o potencial vetor \vec{A} fica unívocamente determinado pelas equações de Maxwell para o vácuo.

Com isto, \vec{A} pode ser escrito :

$$\vec{A} = \vec{K}_0 \int e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} + \text{c. c.} = \text{Re} \left[2 \vec{K}_0 \int e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \right] \quad (1.2.3)$$

Resultando para os campos :

$$\vec{E} = \text{Re} (i \vec{k} \times \vec{A}) ; \vec{H} = \text{Re} (i \vec{k} \times \dot{\vec{A}}) , \quad k = \frac{\omega}{c} \quad (1.2.4)$$

No limite de baixas energias em que temos interesse, o campo elétrico é aproximadamente constante sobre o átomo. Da expansão em múltiplos do campo electromagnético, seleccionamos como o principal causador da interação, o dipolo elétrico ($E1$), o qual por sua vez, selecciona do campo do fóton, a parte correspondente à paridade ímpar, e momento angular $\ell = 1$. Logo o sistema atômico muda de paridade e seu momento angular varia de

de acordo com as regras usuais de adição de momentos angulares.

Na aproximação de dipolo El, $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} = 1$, e assim, para calcular a amplitude de transição, considerando que a perturbação H' passa a agir em $t=0$, temos :

$$a_j(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_0^t \langle \psi_j | H' | \psi_0 \rangle e^{i\omega_{0j} t'} dt', \quad \text{onde } \omega_{0j} = \frac{E_j - E_0}{\hbar}$$

sendo E_j , E_0 as energias dos estados estacionários.

O elemento de matriz $\langle \psi_j | H' | \psi_0 \rangle$, resulta, utilizando

$$\vec{A} = \text{Re} (2\vec{A}_0 e^{-i\omega t'}) :$$

$$\langle \psi_j | H' | \psi_0 \rangle = \frac{e}{mc} \text{Re} e^{-i\omega t'} \langle \psi_j | 2\vec{A}_0 \cdot \vec{p} | \psi_0 \rangle$$

ou ainda, utilizando a identidade :

$$\langle \psi_j | p | \psi_0 \rangle = i m \omega_{0j} \langle \psi_j | \vec{r} | \psi_0 \rangle \quad (1.2.5)$$

temos:

$$\langle \psi_j | H' | \psi_0 \rangle = e \text{Re} e^{-i\omega t'} \langle \psi_j | \vec{E}_0 \cdot \vec{r} | \psi_0 \rangle \quad (1.2.6)$$

onde usamos a primeira e a terceira das relações (1.2.4).

Tomando \vec{E}_0 na direção do eixo dos z, podemos ainda escrever:

$$\langle \psi_j | H' | \psi_0 \rangle = e E_0 \cos \omega t' \langle \psi_j | z | \psi_0 \rangle \quad (1.2.7)$$

Isto feito, temos para a probabilidade de transição :

$$|a_j(t)|^2 = e^2 E_0^2 |\langle \psi_j | z | \psi_0 \rangle|^2 \frac{\text{sen}^2(\omega_{0j} - \omega)t/2}{\hbar^2 (\omega_{0j} - \omega)^2} \quad (1.2.8)$$

Onde apenas levamos em consideração, o processo de absorção. O número de transições na unidade de tempo será determinado por :

$$N = \frac{1}{t} \int |a_j(t)|^2 d\omega = e^2 E_0^2 |\langle \psi_j | z | \psi_0 \rangle|^2 \frac{\pi}{2\hbar^2} \quad (1.2.9)$$

Para calcular a secção de choque temos :

$$\sigma = (\text{nº de transições por segundo} / \text{fluxo de f\u00f3tons}) = N/\phi$$

$$\text{Tomando para o fluxo } \phi = \frac{c}{8\pi} \frac{E_0^2}{E}, \text{ sendo } E = \hbar\omega = E_j - E_0,$$

teremos para a secção de choque integrada sobre a linha de absorção :

$$\int \sigma d\omega = \frac{4\pi^2 e^2 E |\langle \psi_j | z | \psi_0 \rangle|^2}{\hbar^2 c} = \frac{2\pi^2 e^2}{mc} \frac{2m}{\hbar^2} E |\langle \psi_j | z | \psi_0 \rangle|^2$$

Costuma-se conceituar aqui, a matriz intensidade de oscilador harm\u00f4nico, ou :

$$f_{0j} = \frac{2m(E_j - E_0)}{\hbar^2} |\langle \psi_j | z | \psi_0 \rangle|^2 \quad (1.2.10)$$

Com isto, podemos escrever para a secção de choque total:

$$\sigma(E) = \int \sigma dE = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{mc} f_{0j} = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{mc} \frac{2mE}{\hbar^2} |\langle \psi_j | z | \psi_0 \rangle|^2 \quad (1.2.11)$$

B)- REGRAS DE SOMA (4,17,18,19,20)

Apresentaremos alguns resultados, os quais derivam exclusi

vamente da completeza dos estados sejam discretos ou contínuos..

A última equação escrita, permite concluir que o elemento de matriz f_{0j} , nada mais é que a intensidade de transição entre os estados ψ_0 e ψ_j

Tomando em consideração esta função intensidade de transição, podemos conceituar aqui, os momentos estatísticos de energia :

$$\mu_n = \sum_j E_j^n f_{0j} \quad , \quad E^n = (E_j - E_0)^n \quad (1.2.12)$$

Se o espectro for contínuo, deveremos ter :

$$\mu_n = \int_0^\infty E^n \frac{df}{dE} dE$$

Onde representamos por df/dE a intensidade de transição por unidade de energia. Geralmente são considerados os seguintes valores de n : ± 2 ; ± 1 ; 0 ; 3 .

Faremos a seguir, os cálculos explícitos de regras de soma, para os valores de n indicados :

$$\mu_{-2} = \sum_j f_{0j} / \hbar^2 \omega_{0j}^2 \quad (1.2.13)$$

Costumamos também escrever μ_{-2} através de :

$$\mu_{-2} = \frac{m\alpha}{e\hbar^2}$$

onde α é a polarizabilidade do sistema de partículas, ou seja, a razão entre o momento de dipolo induzido e o campo elétrico; a mesma aqui se expressa evidentemente por :

$$\alpha = \frac{e^2}{m} \sum_j f_{0j} / \omega^2_{0j}$$

Migdal(14,15,16) e sua escola realizaram cálculos explícitos da absorção de dipolo, utilizando o conceito de polarizabilidade nuclear. Em núcleos deformados esta grandeza comporta-se como um tensor, e o cálculo com esta consideração, também é feito(16) seguindo a linha de desenvolvimento em teoria nuclear de Migdal.

Para o cálculo de μ_{-1} , temos :

$$\mu_{-1} = \frac{2m}{\hbar^2} \sum_j \langle \psi_j | z | \psi_0 \rangle^* \langle \psi_j | z | \psi_0 \rangle = \frac{2m}{\hbar^2} \langle \psi_0 | z^2 | \psi_0 \rangle = \frac{2m}{3\hbar^2} \langle \psi_0 | r^2 | \psi_0 \rangle \quad (1.2.14)$$

uma vez que z é hermitiano, e o estado ψ_0 é isotrópico.

O momento μ_0 pode ser deduzida usando uma identidade (equação 1.2.5).

$$\begin{aligned} \mu_0 &= \frac{2m}{\hbar^2} \sum_j (E_j - E_0) z_{0j}^* z_{0j} = \frac{m}{\hbar^2} \sum_j \left\{ (E_j - E_0) z_{0j}^* z_{0j} + z_{0j}^* (E_j - E_0) z_{0j} \right\} \\ &= \frac{m}{\hbar^2} \sum_j \langle \psi_j | z | \psi_0 \rangle^* \langle \psi_j | [H, z] | \psi_0 \rangle + \frac{m}{\hbar^2} \sum_j \langle \psi_j | [H, z] | \psi_0 \rangle^* \langle \psi_j | z | \psi_0 \rangle \\ &= \frac{-m}{\hbar^2} \langle \psi_0 | \left[[H, z], z \right] | \psi_0 \rangle \end{aligned}$$

uma vez que da hermiticidade de H e z , têm-se: $[H, z]^+ = -[H, z]$

Se o hamiltoniano for escrito como: $H = \frac{p^2}{2m} + V(r)$, então :

$$\left[H, z \right] = \frac{-\hbar^2}{m} p_z, \text{ daí temos:}$$

$$\mu_0 = 1 \quad (1.2.15)$$

Isto corresponde à chamada regra de soma TRK.

Com a mesma identidade usada acima, pode-se calcular μ_1 :

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{2m}{\hbar^2} \sum_j (E_j - E_0)^2 z_{0j}^* z_{0j} = \frac{-2m}{\hbar^2} \sum_j \langle \psi_0 | \left[H, z \right] | \psi_j \rangle \langle \psi_j | \left[H, z \right] | \psi_0 \rangle \\ &= \frac{2}{m} \langle \psi_0 | p_z^2 | \psi_0 \rangle = \frac{2}{3m} \langle \psi_0 | p^2 | \psi_0 \rangle \end{aligned}$$

$$\text{ou,} \quad \mu_1 = \frac{4}{3} \langle \psi_0 | T | \psi_0 \rangle \quad (1.2.16)$$

onde T é a energia cinética da partícula.

Para o cálculo de μ_2 utilizamos a seguinte identidade :

$$(E_j - E_0)^2 z_{0j}^* z_{0j} = \langle \psi_j | \left[H, \left[H, z \right] \right] | \psi_0 \rangle = \frac{\hbar^2}{m} \langle \psi_j | \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} | \psi_0 \rangle \quad (1.2.17)$$

onde a segunda igualdade provém de :

$$\left[H, z \right] = -i \hbar \hat{z}, \text{ e portanto} \quad \left[H, \left[H, z \right] \right] = -\hbar^2 \ddot{z} = \frac{\hbar^2}{m} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

da proporcionalidade entre a força e a aceleração.

Desta forma, temos :

$$\begin{aligned} \mu_2 &= \frac{2m}{\hbar^2} \sum_j (E_j - E_0)^3 z_{0j}^* z_{0j} = \frac{m}{\hbar^2} \sum_j \left((E_j - E_0) z_{0j}^* (E_j - E_0)^2 z_{0j} + (E_j - E_0)^2 z_{0j}^* \times \right. \\ &\quad \left. \times (E_j - E_0) z_{0j} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{-m}{\hbar^2} \sum_j \left(\langle \psi_0 | [H, z] | \psi_j \rangle \langle \psi_j | [H, [H, z]] | \psi_0 \rangle - \langle \psi_0 | [H, [H, z]] | \psi_j \rangle \langle \psi_j | [H, z] | \psi_0 \rangle \right) \\
 &= \frac{-m}{\hbar^2} \langle \psi_0 | \left([H, z], [H, [H, z]] \right) | \psi_0 \rangle = \frac{i\hbar}{m} \langle \psi_0 | \left[p_z, \frac{\partial V}{\partial z} \right] | \psi_0 \rangle
 \end{aligned}$$

$$\text{ou: } \mu_2 = \frac{\hbar^2}{m} \langle \psi_0 | \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} | \psi_0 \rangle = \frac{\hbar^2}{3m} \langle \psi_0 | \nabla^2 V | \psi_0 \rangle \quad (1.2.18)$$

Calculando μ_3 , utilizamos duas vezes a identidade (1.2.17)

$$\begin{aligned}
 \mu_3 &= \frac{2m}{\hbar^2} \sum_j \langle E_j - E_0 \rangle^2 z_0 \cdot \langle E_j - E_0 \rangle z_0 = \frac{2\hbar^2}{m} \sum_j \langle \psi_j | \frac{\partial V}{\partial z} | \psi_0 \rangle \langle \psi_j | \frac{\partial V}{\partial z} | \psi_0 \rangle \\
 &= \frac{2\hbar^2}{m} \langle \psi_0 | \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 | \psi_0 \rangle = \frac{2}{3} \frac{\hbar^2}{m} \langle \psi_0 | (\nabla V)^2 | \psi_0 \rangle \quad (1.2.19)
 \end{aligned}$$

A dedução das regras acima, foi feita para um sistema de um único elétron; para o caso de um sistema de Z elétrons, considerados sem interação, tomemos como exemplo a regra para μ_0 :

$$\sum_j f_{0j} = \frac{2m}{\hbar^2} \sum_j \langle E_j - E_0 \rangle \langle \psi_j | \sum_n z_n | \psi_0 \rangle^2$$

z_n sendo o deslocamento ao longo da direção de polarização do n-ésimo elétron; têm-se:

$$\sum_j f_{0j} = \frac{-m}{\hbar^2} \langle \psi_0 | \left([H, \sum_n z_n], \sum_n z_n \right) | \psi_0 \rangle$$

O hamiltoniano do sistema, pode ser escrito

$$H = \sum_{n''} T_{n''} + V(r_j) \quad \text{com} \quad \left[V(r_j), z_n \right] = 0 \quad \text{para quaisquer } n, j; \quad j = 1, \dots, Z \quad (1.2.20)$$

Onde, como já dissemos antes $V(n_j)$ corresponde ao potencial da aproximação de campo central.

Temos também que :

$$\left(\left(T_{n''}, z_n \right) ; z_{n'} \right) = -\hbar^2 \frac{\partial^2 T_{n''}}{\partial P_{n'} \partial P_{n'}} = \frac{-\hbar^2}{m} \delta_{nn''} \delta_{n'n''}$$

Com o que podemos escrever finalmente:

$$\sum_j f_{0,j} = -\frac{m}{\hbar^2} \left(\frac{-\hbar^2}{m} \right) \langle \psi_0 | \sum_n \sum_{n'n''} \delta_{n'n''} \delta_{nn''} | \psi_0 \rangle = Z \quad (1.2.21)$$

As outras regras podem da mesma forma ser modificadas.

As regras de soma até agora escritas, podem ser utilizadas para obter informação sobre a secção de choque, calculando seus momentos de energia; para isto basta avaliar o lado direito das mesmas por algum modelo. Isto constitui também um bom teste para os modelos usados.

1.3. CASO NUCLEAR

Uma profunda quebra de analogia entre os casos atômico e nuclear é a quase equivalência das massas de neutron e proton; assim como o fato que não podemos considerar sempre que os nucleons presentes no núcleo, possuam propriedades de partícula única. No caso atômico, consideramos os elétrons como ligados a um núcleo infinitamente pesado, ou seja a massa do elétron é muito pequena se comparada à massa nuclear, e desta forma podemos desprezar o movimento do centro de massa do sistema. No entanto, quando tratamos um sistema de partículas cujas massas sejam

aproximadamente iguais, temos que levar em conta, quando por exemplo da interação com um fóton, o efeito de recuo que faz com que o centro de massa das partículas fique inalterável. Se o sistema considerado for o núcleo, surgem ainda outras dificuldades, como por exemplo o fato do potencial nuclear de dois corpos não comutar com as coordenadas relativas, o que invalida a aproximação (1.2.20) feita na dedução de (1.2.21), geralmente o comutador do potencial nuclear com as coordenadas relativas torna-se difícil de ser calculado, é por esta razão que introduziremos a seguir certas considerações bastante conhecidas no tratamento deste problema. Desejamos frisar mais uma vez que nosso trabalho se restringe a baixas energias (0 a 30 Mev) e, desta forma, negligenciamos os efeitos mesônicos. Consideramos também que a interação entre o núcleo e o campo magnético exterior pode ser descrita unicamente em termos das coordenadas nucleônicas(8)

A conclusão a que se chega, é que tornam-se necessárias modificações dos valores das cargas, das massas, e dos momentos magnéticos quando tratamos um sistema de partículas de massas idênticas interagindo com o campo electromagnético. Introduzem-se então, os "valores efetivos" destas grandezas.

A) - CARGAS EFETIVAS (21)

O elemento de matriz do hamiltoniano de perturbação H' , é proporcional a:

$$\langle \psi_j | H' | \psi_0 \rangle \sim \int \psi_j \sum_n e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_n} \frac{-\partial \psi_0}{\partial x_n} d\tau$$

Consideramos que as funções ψ_0, ψ_j , correspondentes ao estado fundamental e um qualquer dos excitados, dependem apenas das coordenadas relativas com relação ao centro de massa do sistema, sem nos referirmos à coordenada absoluta deste último.

Sejam x_n, R , as coordenadas das partículas e do centro de massa respectivamente, temos:

$$\vec{R} = \sum_n m_n \vec{r}_n / \sum_n m_n$$

Com isto as coordenadas relativas podem ser escritas :

$$\vec{\rho}_n = \vec{r}_n - \vec{R}$$

Sejam x_n, x, ξ_n , as projeções de \vec{r}_n, \vec{R} , e $\vec{\rho}_n$ em uma direção x arbitrária; com o que temos :

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial x_n} = \sum_n \frac{\partial \psi_0}{\partial \xi_n} \frac{\partial \xi_n}{\partial x_n} = \sum_n \frac{\partial \psi_0}{\partial \xi_n} \frac{\partial}{\partial x_n} \left(x_n - \frac{\sum_i m_i x_i}{M} \right)$$

$$\text{ou: } \frac{\partial \psi_0}{\partial x_n} = \sum_n \frac{\partial \psi_0}{\partial \xi_n} \delta_{nn} - \frac{1}{M} \sum_n \frac{\partial \psi_0}{\partial \xi_n} \sum_i m_i \frac{\partial x_i}{\partial x_n} = \frac{\partial \psi_0}{\partial \xi_n} - \frac{m_n}{M} \sum_i \frac{\partial \psi_0}{\partial \xi_i}$$

Do que resulta :

$$\sum_n \frac{e_n}{m_n} \frac{\partial \psi_0}{\partial x_n} = \sum_n \frac{e_n}{m_n} \frac{\partial \psi_0}{\partial \xi_n} - \frac{\sum_i e_i}{M} \sum_n \frac{\partial \psi_0}{\partial \xi_n}$$

$$\text{ou: } \sum_n \left(\frac{e_n}{m_n} - \frac{e_i}{M} \right) \frac{\partial \psi_0}{\partial \xi_n} = \sum_n \frac{e'_n}{m_n} \frac{\partial \psi_0}{\partial \xi_n} \quad (1.3.1)$$

Desta forma a transformação a coordenadas relativas, conduz

a introduzir de acôrdo com (1.3.1), para carga aparente das partículas :

$$e'_n = e_n - \frac{m_n}{M} q \quad (1.3.2)$$

onde $q = \sum_i e_i$ é a carga total.

Em um sistema como o núcleo, em que as partículas têm aproximadamente a mesma massa, temos :

$$M = \sum_n m_n = A m_n$$

sendo A o número de massa; temos também :

$$q = \sum_i e_i = e Z$$

Do que resulta para (1.3.2), ou seja, a carga efetiva das partículas:

$$e'_n = e_n - \frac{eZ}{A} \quad (1.3.3)$$

Assim, para prótons ($e_n = e$), têm-se

$$e'_{np} = e \left(\frac{1-Z}{A} \right) = e \frac{N}{A} \quad (1.3.4)$$

resultando também para nêutrons ($e_n = 0$) :

$$e'_{nN} = - e \frac{Z}{A} \quad (1.3.5)$$

Utilizaremos o que foi exposto para escrever o hamiltoniano de perturbação, ou :

$$H' = e \epsilon_0 \sum_n z_n = e \epsilon_0 \left(\frac{N}{A} \sum_{n_p} z_{n_p} + \frac{Z}{A} \sum_{n_p} z_{n_p} \right) \quad (1.3.6)$$

A expressão acima pode ser escrita :

$$H' = e \epsilon_0 \left(\frac{N}{A} \sum_{n_p} z_{n_p} - \frac{Z}{A} \sum_{n_N} z_{n_N} + \frac{Z}{A} \sum_{n_N} z_{n_N} + \frac{Z}{A} \sum_{n_p} z_{n_p} \right) \quad (1.3.7)$$

Os índices (p) e (N) significam proton e neutron respectivamente.

Os primeiros dois termos em (1.3.7) correspondem ao movimento relativo, respondem pela absorção fotônica dentro do núcleo, ou seja, o hamiltoniano efetivo de interação pode se escrever :

$$\underline{H}' = e \epsilon_0 \left(\frac{N}{A} \sum_{n_p} z_{n_p} - \frac{Z}{A} \sum_{n_N} z_{n_N} \right) \quad (1.3.8)$$

Os outros dois termos correspondem à parte do hamiltoniano responsável pela interação do núcleo inteiro com o campo electro magnético, esta parte é a que descreve o espalhamento de Thomson; podemos escrevê-la como :

$$H'' = e \epsilon_0 Z \bar{z}, \text{ onde } \bar{z} = \frac{1}{A} \left(\sum_{n_p} z_{n_p} + \sum_{n_N} z_{n_N} \right)$$

Vamos reescrever, como uma aplicação, a regra de soma (1.2.21) no formalismo das cargas efetivas :

Seja \underline{H}' , o hamiltoniano de interação e $(f_p)_0$, e $(f_n)_0$, as

intensidades de transição para proton e neutron respectivamente, temos :

$$(f_p)_j = \frac{2mE}{\hbar} |\langle \psi_j | z_p | \psi_0 \rangle|^2 ; \quad (f_n)_j = \frac{2mE}{\hbar} |\langle \psi_j | z_n | \psi_0 \rangle|^2$$

No caso que tratamos temos :

$$\langle \psi_j | z_p | \psi_0 \rangle = \frac{N}{A} \langle \psi_j | \sum_{n_p} z_{n_p} | \psi_0 \rangle, \quad \langle \psi_j | z_n | \psi_0 \rangle = -\frac{Z}{A} \langle \psi_j | \sum_{n_N} z_{n_N} | \psi_0 \rangle$$

A intensidade de transição para todo o sistema pode escrever se :

$$f_{o,j} = (f_p)_{o,j} + (f_n)_{o,j}$$

$$\text{ou : } f_{o,j} = \frac{2mE}{\hbar^2} \left\{ \left(\frac{N}{A} \right)^2 |\langle \psi_j | \sum_{n_p} z_{n_p} | \psi_0 \rangle|^2 + \left(-\frac{Z}{A} \right)^2 |\langle \psi_j | \sum_{n_N} z_{n_N} | \psi_0 \rangle|^2 \right\} \quad (1.3.9)$$

Temos então :

$$\begin{aligned} \sum_j f_{o,j} &= \frac{2m}{\hbar} \left(\frac{N}{A} \right)^2 \sum_j (E_j - E_0) \left(\sum_{n_p} z_{n_p} \right)_{o,j}^* \left(\sum_{n_p} z_{n_p} \right)_{o,j} + \\ &+ \frac{2m}{\hbar} \left(-\frac{Z}{A} \right)^2 \sum_j (E_j - E_0) \left(\sum_{n_N} z_{n_N} \right)_{o,j}^* \left(\sum_{n_N} z_{n_N} \right)_{o,j} \end{aligned}$$

Semelhantemente ao que foi feito na dedução de (1.2.21), temos ainda :

$$\begin{aligned} \sum_j f_{o,j} &= \frac{-m}{\hbar^2} \left(\frac{N}{A} \right)^2 \langle \psi_0 | \left[\left(\sum_{n_p} z_{n_p} \right), \left(\sum_{n_p} z_{n_p} \right) \right] | \psi_0 \rangle - \\ &- \frac{m}{\hbar^2} \left(-\frac{Z}{A} \right)^2 \langle \psi_0 | \left[\left(\sum_{n_N} z_{n_N} \right), \left(\sum_{n_N} z_{n_N} \right) \right] | \psi_0 \rangle \end{aligned}$$

O hamiltoniano do sistema escrever-se-á :

$$H: = \sum_{n''} T_{n''} P + \sum_{n''} T_{n''} N + V(r_1, \dots, r_A) \quad (1.3.10)$$

Utilizando as seguintes identidades :

$$\left(T_{n''}, z_n \right) = i\hbar \left(T_{n''}, \frac{\partial}{\partial p_n} \right) = -i\hbar \frac{\partial T_{n''}}{\partial p_n}$$

$$e \quad \left(\left(T_{n''}, z_n \right), z_{n'} \right) = -\hbar^2 \frac{\partial^2 T_{n''}}{\partial p_n \partial p_{n'}} \quad , \quad \text{com } T_{n''} = \frac{p_n^2}{2m} \quad ,$$

Esta relação pode ser ainda escrita :

$$\left(\left(T_{n''}, z_n \right), z_{n'} \right) = \frac{-\hbar^2}{m} \delta_{nn''} \delta_{n'n''}$$

Considerando em primeira aproximação, que V comuta com os z_{n_p} e z_{n_N} , poderemos escrever, se utilizarmos as identidades acima:

$$\sum_j f_{0,j} = \left(\frac{N}{A}\right)^2 \sum_{n_p} \sum_{n'_p} \sum_{n''_p} \delta_{n_p n''_p} \delta_{n'_p n''_p} + \left(\frac{-Z}{A}\right)^2 \sum_{n_N} \sum_{n'_N} \sum_{n''_N} \delta_{n_N n''_N} \delta_{n'_N n''_N}$$

$$\text{ou :} \quad \sum_j f_{0,j} = \left(\frac{N}{A}\right)^2 Z + \left(\frac{-Z}{A}\right)^2 N = \frac{N \cdot Z}{A} \quad (1.3.11)$$

A regra de soma (1.2.21). permanecerá imodificada, se incluímos a parte \bar{H}' do hamiltoniano no tratamento feito acima. Esta parte, correspondente a espalhamento elástico, têm para intensidade de transição (Z^2/A) , o que se for combinado ao resultado

(1.3.10) reproduzirá (1.2.21). Sendo puro cálculo, e sem muita utilidade no objetivo deste trabalho, não apresentaremos as modificações nas outras regras de soma, na aproximação de cargas efetivas.

B. MASSAS EFETIVAS

A introdução do conceito de massa efetiva torna-se necessário no estudo do movimento de nucleons da matéria nuclear(22)A apresentaremos a seguir, algumas justificativas para a introdução deste conceito.

Vamos supor a matéria nuclear uniforme. A energia potencial de uma partícula que aí se esteja movendo, é uma função de seu momentum, e desta maneira, a energia da partícula pode escrever-se :

$$E(p) = \frac{p^2}{2m} + V(p) \quad (1.3.12)$$

Ou seja, deve existir uma lei de dispersão, relacionando E e p para a matéria nuclear. Quando utilizamos o modelo de camadas, ao menos em suas hipóteses iniciais, considera-se que o potencial seja independente do estado da partícula; geralmente, esta consideração não é válida. O conceito de energia potencial surge na interação da partícula em questão com as que lhe estão mais próximas no meio nuclear, daí o fato de atribuímos a esta energia uma dependência genérica em relação ao momentum.

Se considerarmos que a interação entre nucleons não depende da energia dos mesmos, a energia de partícula única no meio nuclear, será escrita como a soma da energia cinética com a

energia de ligação dos nucleons, sendo esta última constante. Entretanto, quando a velocidade relativa entre os nucleons aumenta, a força entre eles torna-se repulsiva; assim, a energia de ligação do nucleon na matéria nuclear diminui com o aumento de momentum, e a relação de dispersão aí existente, pode ser escrita como (1.3.12), onde $V(p)$ é uma função crescente de p . Precisamos saber qual a forma mais conveniente da expressão analítica da dependência em p .

Uma sugestão de Wheeler permite simplificar um pouco este tratamento: suponhamos que se deseje avaliar a energia potencial da partícula próximo a $p=0$; então, uma expansão da forma abaixo, torna-se possível, uma vez que $V(p)$ deve ser um escalar:

$$V(p) = V_0 + a p^2 + \dots \dots \quad (1.3.13)$$

Em alguns casos de mais interesse, só necessitamos considerar estes dois termos. $V(0)$, o termo dominante da expansão, deve ser negativo e a "correção quadrática" a p^2 deve ser positiva em geral. Desta forma (1.3.11) resulta:

$$E(p) = \frac{p^2}{2m} + V(0) + a p^2 = \frac{p^2}{2m^*} + V(0)$$

conceituando aqui o que usualmente se chama de massa efetiva, por:

$$m^* = \frac{m}{1 + 2a m} \quad (1.3.14)$$

Vemos então, que fazendo a transformação $m \rightarrow m^*$, escrevemos o hamiltoniano genérico do sistema, como sempre é feito, ou ain

da, podemos supor o potencial nuclear constante, se modificarmos a massa do nucleon.

Uma melhor caracterização da massa efetiva seria :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial p^2} = \frac{1}{m^*} \quad (1.3.15)$$

A exemplo do que fizemos, no caso das cargas efetivas, apresentaremos aqui as modificações a serem introduzidas em algumas regras de soma :

A regra TRK , pode agora ser escrita :

$$\sum_j f_{0j} = \frac{-m}{\hbar^2} \langle \psi_0 | \left[\left[H, z \right], z \right] | \psi_0 \rangle = \frac{m}{\hbar^2} \langle \psi_0 | \frac{\partial^2 H}{\partial p^2} | \psi_0 \rangle = \frac{m}{m^*} \quad (1.3.16)$$

Fica claro que sempre temos em conta, a não comutatividade do operador z , e de H , o hamiltoniano nuclear, uma vez que z não comuta com a parte referente a forças de troca, e também com a parte de energia cinética. O formalismo da massa efetiva, permite contornar esta dificuldade; como estamos admitindo que o potencial de interação para uma única partícula dependa quadraticamente do momentum, como em (1.3.12), podemos incluir a parte não comutável do hamiltoniano na aproximação de massa efetiva para o nucleon. (1.3.15) é portanto a modificação da regra TRK, supondo válida a forma admitida do potencial de interação.

Vamos escrever ainda mais uma regra dentro deste conceito, a regra μ_1 :

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \sum_j (\bar{E}_j - E_0) f_{0j} = \frac{2m}{\hbar^2} \sum_j \langle \psi_j | [H, z] | \psi_0 \rangle^* \langle \psi_j | [H, z] | \psi_0 \rangle \\ &= -\frac{2m}{\hbar} \langle \psi_0 | [H, z]^2 | \psi_0 \rangle \quad \text{e com } H = \frac{p^2}{2m^*} + V(o), \end{aligned}$$

temos :

$$\mu_1 = \frac{-2m}{\hbar^2} (i\hbar)^2 \langle \psi_0 | \left[H, \frac{\partial}{\partial p_z} \right]^2 | \psi_0 \rangle = -\frac{2m}{\hbar^2} \frac{-\hbar^2}{(2m^*)^2} \langle \psi_0 | \left[p_z^2, \frac{\partial}{\partial p_z} \right]^2 | \psi_0 \rangle$$

e portanto :

$$\mu_1 = \frac{-2m}{\hbar^2} \frac{-\hbar^2}{4m^{*2}} \langle \psi_0 | \left[\frac{\partial p_z^2}{\partial p_z} \right]^2 | \psi_0 \rangle = \frac{2m}{m^{*2}} \langle \psi_0 | p_z^2 | \psi_0 \rangle$$

temos então :

$$\mu_1 = \frac{2m}{3m^{*2}} \langle \psi_0 | p^2 | \psi_0 \rangle \quad (1.3.17)$$

Podemos já notar o resultado evidente, que exteriormente ao núcleo, onde $m^*=m$, estas regras de soma reduzem-se às deduzidas na analogia atômica. No capítulo 3, tornaremos a apresentar estas expressões para as regras de soma, dentro do formalismo desenvolvido no capítulo 2.

O capítulo presente poderia ser continuado, comentando os tratamentos diversos do fenômeno de ressonância gigante, especialmente, uma descrição detalhada das duas principais linhas de tratamento: a microscópica, baseada na interação partícula-buraco, e na teoria de dispersão do efeito fotonuclear (3,24); e a macroscópica ou hidrodinâmica (25,26). Nossa preocupação agora é a exposição do teorema de Siegert, constituindo na prova do mesmo e na introdu-

ção de alguns comentários.

1.4 TEOREMA DE SIEGERT

Seja H o hamiltoniano do núcleo; consideremos que o mesmo só contém variáveis nucleônicas, tais como o deslocamento r_j de um nucleon, relativo ao centro de massa, momentum do nucleon, etc. Isto têm claramente como resultado, que a coordenada do centro de massa comuta com todas as variáveis de nucleon presentes em H . Na presença de um potencial vetor oriundo de fontes externas, denotaremos tal hamiltoniano por $H\{A\}$, onde com tal notação queremos dizer que H é uma funcional de $A(r)$. A origem das coordenadas, em vista da comutação mencionada acima deve ser o próprio centro de massa.

Consideremos que a interação do núcleo com o campo electro-magnético pode ser descrita em termos das coordenadas de posição e spin dos nucleons somente. Assim sendo, efeitos de correntes de mésons, são negligenciados, o que parece ser uma aproximação bastante grosseira para altas energias do fóton, onde existe uma produção considerável de píons. No limite de baixas energias, consideramos que os efeitos mesônicos, se existirem, são adiabáticos, ou seja, que o movimento dos mésons é tão rápido do comparado ao dos nucleons que podemos tomar uma média de tais movimentos. Uma vez que a interação com o campo electromagnético é pouco intensa. ($e^2/\hbar c \approx 1/137$), teremos a expansão de $H\{A\}$:

$$H\{A\} = H_0 + H^{(1)}\{A\} + \frac{1}{2} H^{(2)}\{A\} + \frac{1}{6} H^{(3)}\{A\} + \dots \quad (1.4.1)$$

O termo genérico $H^{(n)}\{A\}$ depende da potência n-ésima de A, e deve satisfazer a certas restrições, provenientes do fato de que as correntes existentes dentro do núcleo devem obedecer a uma equação de continuidade. Na análise destas restrições, consideraremos a invariância do hamiltoniano por uma transformação de "gauge". Ou seja, como é sabido, após uma transformação de gauge dos potenciais, existe uma transformação unitária, a qual restabelece a forma do hamiltoniano; ou :

$$H\{A + \nabla G\} = e^{\frac{i}{\hbar c} D} H\{A\} e^{-\frac{i}{\hbar c} D} \quad (1.4.2)$$

sendo G, arbitrária, e $D = \sum_j e_j G(r_j)$ (1.4.3)

onde e_j é a carga do j-ésimo nucleon.

A transformação unitária (1.4.2) não é simples, em razão de H estar relacionado com os momenta dos nucleons.

Cabe aqui uma observação, a de que a condição de invariância aqui estudada; é aquela para uma partícula que carrega uma carga puntiforme; isto já está implícito na forma da expressão (1.4.3) acima e foi utilizado por Sachs e Austern em sua prova do teorema de Siebert. Torna-se difícil examinar a invariância de gauge de uma teoria, que descreva partículas com as quais está associada uma distribuição de carga. Foldy contorna esta dificuldade na prova do teorema, referindo-se explicitamente à equação de continuidade e ao princípio de superseleção para a carga elétrica (9). No entanto, no exame preliminar de uma teoria como a desejada utilizando a invariância de gauge, podemos substituir (1.4.3) por :

$$D = \int \rho(x) G(x,t) dx$$

sendo $\rho(x)$ o operador de densidade de carga para o sistema .
 $\rho(x)$ não é função apenas das variáveis de posição dos nucleons,
 podendo abranger ainda outras, como por exemplo as de spin(8).

Desenvolvendo o lado direito do (1.4.2), temos :

$$e^{\frac{i}{\hbar c} D} H \{A\} e^{-\frac{i}{\hbar c} D} = H + \frac{i}{\hbar c} \left[D, H \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{i}{\hbar c} \right)^2 \left[D, \left[D, H \right] \right] + \dots \quad (1.4.4)$$

No caso particular $A = 0$, deveremos ter de (1.4.2) :

$$H \{VG\} = H_0 + \frac{i}{\hbar c} \left[D, H_0 \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{i}{\hbar c} \right)^2 \left[D, \left[D, H_0 \right] \right] + \dots \quad (1.4.5)$$

onde $H_0 = H \{0\}$

De (1.4.1) podemos também escrever

$$H \{VG\} = H_0 + H^{(1)} \{VG\} + \frac{1}{2} H^{(2)} \{VG\} + \dots \quad (1.4.6)$$

Do que resulta, por simples comparação :

$$H^{(1)} \{VG\} = \frac{i}{\hbar c} \left[D, H_0 \right] \quad ; \quad H^{(2)} \{VG\} = \left(\frac{i}{\hbar c} \right)^2 \left[D, \left[D, H_0 \right] \right] ; \dots (1.4.7)$$

O termo $H^{(1)} \{A\}$ é o responsável pela absorção ou emissão de um único fóton, sendo portanto, o que nos mais interessa. Sendo linear em relação a seu argumento, podemos escrever :

$$H^{(1)} \{A + VG\} = H^{(1)} \{A\} + \frac{i}{\hbar c} \left[D, H_0 \right] = H^{(1)} \{A\} - \frac{D}{C} \quad (1.4.8)$$

O potencial vetor pode ser escrito por :

$$\vec{A}_{\mathbf{k}, \mathbf{u}} = C \left(\frac{2\pi\hbar}{\omega V} \right)^{1/2} \vec{u} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (1.4.9)$$

onde a normalização é referente a um foton no volume V do campo quantizado. \vec{k} é o vetor de propagação, e \vec{u} , especifica a direção de polarização.

A probabilidade de transição, é proporcional, no caso da absorção ou emissão de um único fóton, a $|\langle \psi_j | H^{(1)} \{A_{\mathbf{k}, \mathbf{u}}\} | \psi_0 \rangle|^2$ o que resulta, uma vez que $H^{(1)}$ é linear :

$$|\langle \psi_j | H^{(1)} \{A_{\mathbf{k}, \mathbf{u}}\} | \psi_0 \rangle|^2 = C^2 \frac{2\pi\hbar}{\omega V} |\langle \psi_j | 0 | \psi_0 \rangle|^2 \quad (1.4.10)$$

onde $0 = H^{(1)} \{ \vec{u} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} \}$

Para que possamos obter a expansão em múltipolos, o argumento da funcional $H^{(1)}$ acima, deve ser expandido convenientemente em potências de $(\vec{k} \cdot \vec{r})$. Para fazer isso, introduzamos a identidade :

$$\vec{u} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} = \int_0^1 \left(\vec{u} e^{-is\vec{k} \cdot \vec{r}} + is \vec{r} \times (\vec{k} \times \vec{u}) e^{-is\vec{k} \cdot \vec{r}} \right) ds \quad (1.4.11)$$

Expandindo as exponenciais em (1.4.11), e fazendo a integração em cada termo obtido, teremos :

$$\vec{u} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} = \sum_{\ell=1}^{\infty} (-ik)^{\ell-1} \left(\vec{u} G_{\ell} + i (\vec{u} \times \vec{k}) \times \vec{r} W_{\ell} \right) \quad (1.4.12)$$

sendo $G_{\ell} = \frac{1}{\ell!} (\vec{u} \cdot \vec{r}) \left(\frac{\vec{k}}{k} \cdot \vec{r} \right)^{\ell-1}$; $W_{\ell} = \frac{\ell}{(\ell+1)!} \left(\frac{\vec{k}}{k} \cdot \vec{r} \right)^{\ell-1}$

Com isto, o operador de transição 0, resulta :

$$0 = \sum_{\ell=1}^{\infty} (-ik)^{\ell-1} H^{(1)} \{ \vec{\nabla} G_{\ell} + i (\vec{u} \times \vec{k}) \times \vec{r} W_{\ell} \} \quad (1.4.13)$$

onde a linearidade de $H^{(1)}$ foi novamente usada..

Utilizando agora a equação (1.4.8), teremos :

$$0 = \sum_{\ell=1}^{\infty} (-ik)^{\ell-1} \left(i H^{(1)} \{ (\vec{u} \times \vec{k}) \times \vec{r} W_{\ell} \} - \frac{1}{c} \dot{D}_{\ell} \right) \quad (1.4.14)$$

onde $D_{\ell} = \frac{1}{4\pi r^2} \int_j e_j(\vec{u} \cdot \vec{r}_j) \left(\frac{\vec{k}}{k} \cdot \vec{r}_j \right)^{\ell-1}$

é o operador de momento elétrico de 2^{ℓ} - polo.

Usando a relação $\langle \psi_j | D_{\ell} | \psi_0 \rangle = i\omega \langle \psi_j | \dot{D}_{\ell} | \psi_0 \rangle$, uma vez que $E_j - E_0 = \hbar\omega$, teremos :

$$0 = \sum_{\ell=1}^{\infty} (-ik)^{\ell} (D_{\ell} + M_{\ell}) \quad (1.4.15)$$

onde $M_{\ell} = - \frac{\ell}{(\ell+1)!} H^{(1)} \left\{ \left(\vec{u} \times \frac{\vec{k}}{k} \right) \times \vec{r} \left(\frac{\vec{k}}{k} \cdot \vec{r} \right)^{\ell-1} \right\}$ é o operador de momento magnético de 2^{ℓ} - polo.

D_{ℓ} e M_{ℓ} são elementos de tensores de ℓ -ésima ordem, possuindo no entanto, paridades opostas, respectivamente $(-1)^{\ell}$ e $(-1)^{\ell+1}$

Da expressão para M_{ℓ} , vemos que o mesmo depende diretamente da forma de $H\{\Lambda\}$, o mesmo não se dando para D_{ℓ} , o qual é independente, ou seja, os operadores de momento de multipolo elétri

-co, são independentes da forma de $H(A)$, o que significa dizer, que não seriam afetados pela interação nuclear. Esta conclusão é como que um teste para hipótese feita de que o hamiltoniano de movimento interno não envolveria explicitamente as coordenadas dos mésons. Uma interpretação do teorema poderia ser dada, observando que a distribuição de carga, à qual determina os momentos elétricos de multipolo, é por sua vez determinada por $|\psi|^2$, sendo ψ a função de onda escolhida. Então, as possíveis relações existentes entre a função de onda e a distribuição de carga nada têm a ver com as interações. Entretanto, os momentos de multipolo magnéticos dependem também das distribuições de corrente, que devem obedecer à equação de continuidade, e esta última deve ser uma consequência da invariância da equação de Schrodinger sob a transformação de gauge; estando portanto diretamente relacionada com as interações. Assim, as interações nucleares, sobre as quais pouco ainda conhecemos, influem nas relações entre a função de onda e a distribuição de correntes. Na medida em que procuramos trabalhar com uma função de onda aproximada, sem levar em conta as interações nucleares explicitamente, o teorema é válido. Desta forma, podemos usá-lo para testar as funções de onda sugeridas, comparando taxas de transição, ou os próprios momentos de multipolo elétrico calculados e observados.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS DE UMA TEORIA ESTATÍSTICA PARA PROCESSOS NUCLEARES:

2.1. INTRODUÇÃO

O método que apresentamos a seguir, foi desenvolvido originalmente para o decaimento beta, por M. Yamada, K.Takahashi, e S.Koyama(11), no entanto, pode ser aplicado a vários processos, que em sua descrição usem operadores de um corpo apenas, ou soma de operadores de um corpo. No capítulo seguinte, será feita a aplicação do método ao efeito foto nuclear, o que K.Takahashi já havia começado a fazer(12). Neste capítulo, pretendemos expor as partes formais e a explicação sumária dos conceitos, e, desejamos acentuar aqui, que uma melhor apresentação seria construir a teoria na forma de segunda quantização; todavia, não o fizemos, uma vez que isto não influi no trabalho que realizamos, e preferimos apenas expor o essencial.

2.2. CONCEITOS INICIAIS

Suporemos de início, a grande quantidade de níveis, assim sendo, quando calculando uma soma discreta sobre níveis finais, podemos substituí-la por uma integração. Um outro aspecto do tratamento, é que não nos concentramos na análise, como é geralmente feito, de cada elemento da matriz de transição em separado, trabalhando, ao contrário, com a média do quadrado do valor absoluto dos elementos de matriz multiplicados pela densidade dos níveis finais. Chamaremos a esta grandeza, função de inten

-sidade, e a denotaremos por $|M(E)|^2$, sendo E, a diferença de energia entre os estados inicial e final (na absorção fotonuclear, E, será a energia do fóton), temos então, simbolicamente :

$$|M(E)|^2 = \overline{|\langle \psi_j | 0 | \psi_0 \rangle|^2 \rho_j} \quad (2.2.1)$$

O que descrevemos, foi a hipótese essencial do método adotado. Precisamos definir agora, que processo de média é feito na relação acima, onde ψ_j e ψ_0 , são os estados final e inicial do núcleo, e 0 é o operador responsável pela transição. No processo de média que nos interessa, precisamos somar sobre todos os estados finais do núcleo, ou seja, dado um estado final de energia E_j e estados finais E_j' em torno do mesmo, podemos tomar uma banda de largura $2 \Delta E$ na distribuição das energias dos estados finais, e representar, a média (2.2.1), através de :

$$|M(E)|^2 = \frac{1}{2 \Delta E} \int_{E_j' - \Delta E}^{E_j' + \Delta E} |\langle \psi_j | 0 | \psi_0 \rangle|^2 \rho(E_j') \quad (2.2.2)$$

onde $E_j' - \Delta E < E_j < E_j' + \Delta E$

Usando a hipótese fundamental do método, devemos substituir a soma acima por uma integração. Introduziremos alguns conceitos, na tentativa de fazer esta aproximação. As energias de nucleon serão denotadas por ϵ , para serem diferenciadas das energias de núcleo E. Chamaremos $D(E, \epsilon)$, a probabilidade de transição de cada nucleon no nível ϵ , transição esta, efetuada através de um operador de um corpo, ou uma soma de operadores de um corpo.

Desta forma podemos escrever :

$$|M(E)|^2 = \int_{\epsilon}^E D(E, \epsilon) \frac{dn}{d\epsilon} d\epsilon \quad (2.2.3)$$

sendo $\frac{dn}{d\varepsilon}$ é a densidade de nucleons no nível ε . Os limites de integração $\underline{\varepsilon}$ e $\bar{\varepsilon}$ serão discutidos depois.

Temos então, que a função de intensidade $|M(E)|^2$ fica escrita como uma integral sobre ε , da distribuição de probabilidade $D(E, \varepsilon)$ multiplicada pela densidade de níveis de nucleon com possibilidade de fazer a transição.

A consideração necessária do princípio de exclusão faz-se introduzindo-o no limite inferior do domínio de integração, ao invés de fazer isto no integrando, como é geralmente feito (por exemplo através do uso de uma distribuição $\theta(\varepsilon - \varepsilon_F)$ onde ε_F é a energia do nível de Fermi). Consideramos que a função de intensidade para o núcleo, é a soma das funções de intensidade para prótons e para neutrons. Assim como foi feito no capítulo 1, desprezamos então, fenômenos quânticos de interferência.

As distribuições $D(E, \varepsilon)$, devem obedecer a certas condições, derivadas das regras de soma, e são escolhidas a partir de distribuições padrão, de conformação não muito distanciada das curvas obtidas de dados experimentais. Na escolha destas distribuições, devemos guiar-nos também pela simplicidade. O trabalho de Dyson, citado nas referências, contém outras considerações a respeito. Uma vez escolhidas as formas de distribuições mais convenientes, fazemos com que dependam de um ou mais parâmetros convenientemente definidos. No capítulo 3, serão discutidas as restrições a serem impostas às $D(E, \varepsilon)$.

2.3. ANÁLISE DOS CONCEITOS INTRODUZIDOS

Como já foi mencionado, o operador descrevente do efeito têm que ser um operador de um corpo, ou ainda, uma soma de operadores de um corpo. Consideraremos a energia ϵ , de nucleon constituída basicamente de dois termos, ou $\epsilon = \epsilon_K + \epsilon_U$, onde ϵ_K - energia cinética de nucleon. ϵ_U - energia potencial do nucleon considerado em relação a todos os restantes. Com a consideração dos operadores de um corpo, a energia E de núcleo pode ser tomada como a diferença de energia de um único nucleon depois e antes da interação, considerando a transição de um único nucleon. Existem efeitos quânticos de interferência, com relação ao facto do operador responsável pela transição, não ser em realidade um operador de um corpo, mas sim uma soma de operadores desta forma; no que segue tais efeitos de interferência são desprezados.

Com estas considerações, o modelo de camadas é bastante conveniente na determinação das energias de nucleon ϵ . Deve-se no entanto fazer com que a teoria não fique restrita ao uso de um único modelo.

A visualização que usualmente fazemos da distribuição de nucleons, ou melhor, da distribuição das energias ϵ dos nucleons, é como se os tivéssemos todos dentro de um vaso, e fizéssemos as considerações sobre os níveis de energia dos mesmos. O vaso é deformável de acordo com os valores das energias ϵ . Consideramos a contagem (ordenação) das energias do fundo para a "boca do vaso", a qual coincide com as superfícies de Fermi para proton e neutron(12); o fundo do vaso pode mudar com o tempo, sendo uma superposição de estados diferentes de nucleons, o que pode ser visto do efeito de minimização da energia total dentro do

vaso. Se desprezarmos, em primeira aproximação, a interação entre nucleons, consideraremos os níveis de Fermi para proton e neutron bem determinados. No caso real, a interação entre nucleons, torna difusa as superfícies de Fermi. Em relação à visualização dada, o número de nucleons dentro do vaso pode ser dado através de :

$$n = \int_{\epsilon_{\min}}^{\epsilon_{\max}} \frac{dn}{d\epsilon} d\epsilon \quad (2.3.1)$$

A energia do núcleo, pode então ser dada por :

$$E = \int_{\epsilon_{\min}}^{\epsilon_{\max}} \epsilon \frac{dn}{d\epsilon} d\epsilon \quad (2.3.2)$$

chamando de ϵ_{\min} , a energia de um único nucleon no fundo do vaso, e ϵ_{\max} , a máxima energia correspondente aos níveis preenchidos de nucleon único; desta forma $dn/d\epsilon$, corresponde à densidade de níveis de nucleon que tenham possibilidade de fazer a transição, ou seja, que não sejam inibidos pelo princípio de exclusão. Pela interação, a energia do núcleo muda a partir do estado fundamental E_0 .

É de se notar que ao longo da exposição, fizemos a hipótese que qualquer nucleon, com qualquer energia, podia sofrer a interação, e nem ao menos conjecturamos, se considerações energéticas simples ou mesmo o princípio de exclusão não proibiam ou dificultavam a transição deste nucleon. A adoção desta conjectura é mais uma característica do método adotado, tornando-o bastante diferente de tratamentos microscópicos.

Seja como sempre E , a energia nuclear e ϵ , a energia de um nucleon, antes da interação. Então, após a interação, a energia de um nucleon será $(\epsilon + E)$ e esta energia deve superar a energia máxima de um nucleon no vaso anteriormente considerado (ϵ_{\max}) para que haja transição de ao menos um nucleon. Assim sendo, nucleons que possuam energias tais que $\epsilon < \epsilon_{\max} - E$ não participarão na transição.

Podemos modificar um pouco a equação (2.2.3), levando em conta a difusão possível das superfícies de Fermi de neutron e proton. Para fazer isto, acrescentamos um fator no integrando, ou seja, uma função $f(E, \epsilon)$, sendo $0 \leq f(E, \epsilon) \leq 1$, denominada genericamente "função pêso", a qual traduzirá a disponibilidade dos estados finais em serem preenchidos, estando portanto intimamente conectada ao princípio de exclusão. Consideremos novamente, as superfícies de Fermi bem definidas, o princípio de exclusão é aplicado estritamente e $f(E, \epsilon)$, comporta-se como a função degrau θ , ou :

$$f(E, \epsilon) = \theta(E + \epsilon - \epsilon_{\max}) \quad (2.3.3)$$

No caso geral, teremos então :

$$|M(E)|^2 \approx \int_{\underline{\epsilon}}^{\bar{\epsilon}} D(E, \epsilon) f(E, \epsilon) \frac{dn}{d\epsilon} d\epsilon \quad (2.3.4)$$

Se houver boa definição das superfícies, podemos usar (2.3.3), e assim (2.3.4) reduzir-se-á a (2.2.3). Então, o princípio de exclusão poderá ser representado inteiramente pelo limite inferior da integral (2.2.3), e a energia mínima de um nucleon de

ve ser $(\epsilon_{\max} - E)$, a qual deve ser comparada a ϵ_{\min} , a energia de nucleons no fundo do vaso. Rigorosamente falando, o limite inferior de energias fica mais seguramente expresso por :

$$\underline{\epsilon} = \text{Max} (\epsilon_{\min}, \epsilon_{\max} - E) \quad (2.3.5)$$

O estado final do núcleo $|\tilde{\psi}\rangle$, após a transição, pode ser dado por :

$$|\tilde{\psi}\rangle = \sum_j C_j |\psi_j\rangle \quad (2.3.6)$$

O mesmo pode ainda ser escrito como uma combinação linear dos auto-estados $|\psi_j\rangle$ do hamiltoniano, ou :

$$|\tilde{\psi}\rangle = \sum_j C_j |\psi_j\rangle \quad (2.3.7)$$

onde o coeficiente C_j é dado de forma aproximada por :

$$|C_j|^2 = \int D(E, \epsilon) \frac{dn}{d\epsilon} d\epsilon \quad (2.3.8)$$

O quadrado da norma do estado $|\tilde{\psi}\rangle$ será então :

$$\langle \tilde{\psi} | \tilde{\psi} \rangle = \sum_j |C_j|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} dE \int D(E, \epsilon) \frac{dn}{d\epsilon} d\epsilon \quad (2.3.9)$$

Para uma melhor caracterização do estado nuclear $|\tilde{\psi}\rangle$ podemos conceituar como acima, o quadrado da norma e alguns momentos da distribuição de energia, assim sendo, temos :

a) quadrado da norma :

$$\langle \tilde{\psi} | \tilde{\psi} \rangle = \langle \psi_0 | 0^+ | \psi_0 \rangle = \sum_j \langle \psi_0 | 0^+ |\psi_j\rangle \langle \psi_j | 0 | \psi_0 \rangle = \sum_j |\langle \psi_j | 0 | \psi_0 \rangle|^2 \quad (2.3.10)$$

b) valor esperado de energia :

$$\langle \tilde{\psi} | (H - E_0) | \tilde{\psi} \rangle / \langle \tilde{\psi} | \tilde{\psi} \rangle = \langle \psi_0 | O^+ [H, O] | \psi_0 \rangle / \langle \psi_0 | O^+ O | \psi_0 \rangle \quad (2.3.11)$$

c) segundo momento da distribuição de energia :

$$\langle \tilde{\psi} | (H - E_0)^2 | \tilde{\psi} \rangle / \langle \tilde{\psi} | \tilde{\psi} \rangle = \langle \psi_0 | [O^+, H] [H, O] | \psi_0 \rangle / \langle \psi_0 | O^+ O | \psi_0 \rangle \quad (2.3.12)$$

De forma genérica, podemos escrever :

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\psi} | (H - E_0)^n | \tilde{\psi} \rangle &= \sum_j \langle \tilde{\psi} | \psi_j \rangle \langle \psi_j | (H - E_0)^n | \tilde{\psi} \rangle \\ &= \sum_j \langle \tilde{\psi} | \psi_j \rangle (E_j - E_0)^n \langle \psi_j | \tilde{\psi} \rangle \\ &= \sum_j (E_j - E_0)^n |\langle \psi_j | \tilde{\psi} \rangle|^2 = \sum_j (E_j - E_0)^n |\langle \psi_j | O | \psi_0 \rangle|^2 \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

Dentro das hipóteses do método, temos $E_j - E_0 \approx E$, e assim, poder-se-á escrever a expressão acima como :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} E^n |\langle \psi(E) | O | \psi_0 \rangle|^2 \rho(E) dE = \int_{-\infty}^{+\infty} E^n |M(E)|^2 dE \quad (2.3.14)$$

onde fizemos a aproximação essencial de substituir a soma sobre níveis finais por uma integração para todas as energias.

Com isto, os momentos de energia definidos em (2.3.11) e (2.3.12), resultam :

$$b) \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} E |M(E)|^2 dE}{\int_{-\infty}^{+\infty} |M(E)|^2 dE} \quad ; \quad c) \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} E^2 |M(E)|^2 dE}{\int_{-\infty}^{+\infty} |M(E)|^2 dE} \quad (2.3.15)$$

2.4. DETERMINAÇÃO DOS LIMITES DE INTEGRAÇÃO E DA DENSIDADE DE NÍVEIS.

Deve-se notar que as formas específicas de $dn/d\epsilon, \epsilon_{\max}$, e mesmo $D(E, \epsilon)$, não foram dadas ao longo da exposição até aqui feita; já mencionamos que as $D(E, \epsilon)$ devem ser escolhidas entre distribuições convenientemente parametrizadas e normalizadas, de acordo com as considerações de teorias estatísticas de muitos níveis como sumarizadas por F.J.Dyson(27); de acordo com isto, escolhemos a forma gaussiana como ponto de partida. O processo de normalização das distribuições $D(E, \epsilon)$ depende da fenomenologia de cada efeito, no qual estejamos usando as mesmas. Para o efeito fotonuclear, que nos interessa, uma discussão de normalização será iniciada no próximo parágrafo e continuada no capítulo seguinte, onde serão apresentadas as possíveis normalizações ainda existentes para as $D(E, \epsilon)$, mesmo que o efeito de interesse já tenha sido especificado.

Para determinar $dn/d\epsilon, \epsilon_{\max}$, podemos usar um modelo estatístico para o núcleo, e, por simplicidade usamos o modelo do gás de Fermi. Sem entrar em considerações que supomos ser perfeitamente conhecidas neste modelo elementar, teremos:

$$\frac{dn}{d\epsilon} = \frac{4\pi V}{h^3} (2m^*)^{3/2} \epsilon^{1/2}$$

onde V é o volume de normalização $V = \frac{4}{3} \pi r_0^3 A$; m^* é a massa efetiva de nucleon, já interpretada no capítulo 1; aqui não fazemos distinção ainda entre prótons e nêutrons.

Escrevendo $dn/d\epsilon$, mais diretamente relacionado a nosso ca-

so, onde existe um limite inferior de energias ϵ_{\min} , temos :

$$\frac{dn}{d\epsilon} = \frac{2V}{(2\pi \hbar)^3} 4\pi \left(2m^*{}^3 (\epsilon - \epsilon_{\min}) \right)^{1/2} \quad (2.4.1)$$

onde ϵ_{\min} fica determinado através de $\epsilon_F = \epsilon_{\max} - \epsilon_{\min}$, sendo :

$$\epsilon_F = \hbar^2 K_F^2 / 2m^* = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(3\pi^2 \frac{n}{V} \right)^{2/3} \quad (2.4.2)$$

n é o número de nucleons .

Desta forma, a função intensidade, resulta :

$$|M(E)|^2 = \frac{2V}{(2\pi \hbar)^3} 4\pi (2m^*{}^3)^{1/2} \int_{\underline{\epsilon}}^{\epsilon_{\max}} D(E, \epsilon) (\epsilon - \epsilon_{\min})^{1/2} d\epsilon$$

$$\text{ou : } |M(E)|^2 = \frac{2V}{(2\pi \hbar)^3} 4\pi (2m^*{}^3)^{1/2} \epsilon_F^{1/2} \int_{\underline{\epsilon}}^{\epsilon_{\max}} D(E, \epsilon) \left(1 - \frac{\epsilon_{\max} - \epsilon}{\epsilon_F} \right)^{1/2} d\epsilon$$

O limite inferior pode ser escolhido de acordo a (2.3.14). No entanto, da própria forma da integral na equação (2.4.3), vemos que do fato que as partes não-cinéticas das energias de nucleon são constantes, poderemos fazer a integração unicamente sobre as energias cinéticas, e assim, os limites de integração serão expressos por :

$$\text{a) } \underline{\epsilon} = \text{Max} \left(\epsilon_{K_{\min}}, \epsilon_{K_{\max}} - E \right) ; \quad \text{b) } \bar{\epsilon} = \epsilon_{K_{\max}} = \epsilon_F \quad (2.4.4)$$

Sendo a), o limite inferior, deduzido através das identidades ,

$$\epsilon_{\max} = \epsilon_{K_{\max}} + \epsilon_U \quad \text{e} \quad \epsilon_{\min} = \epsilon_{K_{\min}} + \epsilon_U ,$$

e considerando (2.3.5).

O limite superior b), utiliza as mesmas identidades e

$$\epsilon_U = \epsilon_{\max} - \epsilon_F$$

Com isto podemos escrever a função intensidade $|M(E)|^2$, como:

$$|M(E)|^2 = \frac{2 V 4\pi}{(2\pi \hbar)^3} (2m^*z)^{1/2} \epsilon_F^{1/2} \int_{\epsilon}^{\epsilon_F} D(E, \epsilon_K) \left(1 - \frac{\epsilon_F - \epsilon}{\epsilon_F}\right)^{1/2} d\epsilon_K \quad (2.4.5)$$

2.5. DISCUSSÃO DA NORMALIZAÇÃO A SER USADA

A parte nuclear do operador de interação, O , no caso da reação fotonuclear, deve ser escrita :

$$O = q z \quad (2.5.1)$$

sendo q , a carga efetiva de nucleon em consideração, em unidades de e , a carga do electron; z , a variável de posição do nucléon.

Como pode se concluir da definição dada a $D(E, \epsilon)$, temos que $D(E, \epsilon) dE$, representa genericamente a probabilidade que a energia nuclear aumente de uma quantidade E , a partir de um valor fundamental E_0 . A energia final fica em uma faixa de largura dE . Assim, podemos escrever :

$$D(E, \epsilon) dE = \sum_j | \langle \psi(E_j) | O | \psi(E_0) \rangle |^2 dE \quad (2.5.2)$$

onde :

$$E_0 - dE < E_j < E_0 + dE$$

Da hipótese de simetria de carga, sabemos que a única diferença explícita entre os elementos de matriz de próton e nêutron, reside na carga efetiva.

Vamos introduzir agora uma forma de $D(E, \epsilon)$ que se relacione indistintamente a nêutrons e prótons, ou seja, separamos os efeitos coletivos associados ao conceito de cargas efetivas, das distribuições $D(E, \epsilon)$. Seja $D^0(E, \epsilon)$ a nova distribuição por nucleon; assim, a exemplo de (2.5.2), teremos :

$$D^0(E, \epsilon) dE = \sum_j | \langle \psi(E_j) | z | \psi(E_0) \rangle |^2 dE \quad (2.5.3)$$

Através (2.5.1), a separação desejada será então :

$$D(E, \epsilon) = q^2 D^0(E, \epsilon) \quad (2.5.4)$$

Da completeza dos estados, resulta :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} D(E, \epsilon) dE = \langle \psi(E_0) | 0^+ 0 | \psi(E_0) \rangle \quad (2.5.5)$$

e

$$\int_{-\infty}^{+\infty} D^0(E, \epsilon) dE = \langle \psi(E_0) | z^2 | \psi(E_0) \rangle \quad (2.5.6)$$

Para calcular o membro direito de (2.5.6), e assim conseguir uma primeira condição de normalização às distribuições $D^0(E, \epsilon)$, podemos considerar o auto-estado $|\psi(E_0)\rangle$ como o estado fundamental $|\psi_0\rangle$ de um sistema de partículas de carga q , distribuídas com densidade uniforme ρ_0 , em uma região esférica de raio R , ou :

$$\rho = \rho_0 \quad , \quad r \leq R \quad ; \quad \rho = 0 \quad , \quad r > R$$

onde $\rho_0 = q / \frac{4}{3} \pi R^3$.

Com isto, teremos :

$$\langle \psi_0 | z^2 | \psi_0 \rangle = \frac{1}{3} \langle \psi_0 | r^2 | \psi_0 \rangle = \frac{4\pi}{3} \int_0^R \psi_0^* \psi_0 r^4 dr = \frac{R^2}{5}$$

uma vez que : $q \psi_0^* \psi_0 = \rho_0$.

A normalização das distribuições $D^0(E, \epsilon)$ fica então dada por :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} D^0(E, \epsilon) dE = \frac{R^2}{5} \quad (2.5.7)$$

CAPÍTULO 3

APLICAÇÃO DO FORMALISMO USADO NA RESSONÂNCIA GIGANTE DE DIPOLÓ

3.1. TRADUÇÃO DAS REGRAS DE SOMA

Utilizando a aproximação essencial da teoria de muitos n_i veis, esquematizada no capítulo anterior, vamos escrever as regras de soma já deduzidas no primeiro capítulo, e referentes ao caso nuclear(12)

Com a normalização adotada das distribuições D(E,ε) e a interpretação dada a D⁰(E,ε)dE, a primeira regra de soma escrever-se-á por :

$$\mu_{-1} = \sum_j (E_j - E_0)^{-1} f_{0j} = \frac{2m}{\hbar^2} \langle \psi_0 | z^2 | \psi_0 \rangle \cong \frac{2m}{\hbar^2} \int_{-\infty}^{+\infty} D^0(E, \epsilon) dE = \frac{2m}{3\hbar^2} \frac{3R^2}{5}$$

ou seja :

$$\mu_{-1} \cong \frac{2m}{\hbar^2} \int_{-\infty}^{+\infty} D^0(E, \epsilon) dE = \frac{2mR^2}{5\hbar^2} \quad (3.1.1)$$

onde utilizamos :

$$\int dE \langle \psi(E_0) | z | \psi(E_0 + E) \rangle \langle \psi(E_0 + E) | z | \psi(E_0) \rangle \rho(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} D^0(E, \epsilon) dE$$

Para a regra seguinte, temos :

$$\mu_0 = \sum_j f_{0j} = \frac{2m}{\hbar^2} \sum_j (E_j - E_0) |\langle \psi_j | z | \psi_0 \rangle|^2 = \frac{m}{m^*}$$

$$\text{ou :} \quad \mu_0 \cong \frac{2m}{\hbar^2} \int_{-\infty}^{+\infty} E D^0(E, \epsilon) dE = \frac{m}{m^*} \quad (3.1.2)$$

usando as considerações anteriores, e a aproximação $E_j - E_0 \cong E$.

Para a outra regra de soma, já considerada no capítulo 1, e que possui interesse no desenvolvimento subsequente, temos :

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{2m}{\hbar^2} \sum_j (E_j - E_0)^2 |\langle \psi_j | z | \psi_0 \rangle|^2 \cong \frac{2m}{\hbar^2} \int_{-\infty}^{+\infty} E^2 D^0(E, \epsilon) dE = \\ &= \frac{2m}{3m^*} \langle \psi_0 | p^2 | \psi_0 \rangle \end{aligned}$$

$$\text{ou : } \mu_1 \cong \frac{2m}{\hbar^2} \int_{-\infty}^{+\infty} E^2 D^0(E, \epsilon) dE = \frac{4m}{3m^*} \langle \psi_0 | T | \psi_0 \rangle \quad (3.1.3)$$

Sendo T, a energia cinética efetiva de um único nucleon, ou :

$$T = p^2 / 2m^*$$

Com esta nova forma de expressão das regras de soma, vamos conceituar agora, o valor esperado de energia, o desvio médio quadrático, etc, uma vez que consideramos $D^0(E, \epsilon)$ como uma distribuição sobre E.

Para valor esperado de energia, podemos escrever :

$$\bar{A} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} E D^0(E, \epsilon) dE}{\int_{-\infty}^{+\infty} D^0(E, \epsilon) dE}$$

o que resulta, utilizando (3.1.1) e (3.1.2) :

$$\bar{A} = \mu_0 / \mu_{-1} = \frac{5\hbar^2}{2m^* R^2} \quad (3.1.4)$$

O desvio quadrático médio, aqui se expressa por :

$$\overline{\sigma^2} = \overline{\Delta^2} - (\overline{\Delta})^2 \quad (3.1.5)$$

onde $\overline{\Delta^2}$ é o segundo momento da distribuição de energia, ou :

$$\overline{\Delta^2} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} E^2 D^0(E, \epsilon) dE}{\int_{-\infty}^{+\infty} D^0(E, \epsilon) dE}$$

$$\overline{\Delta^2} = \mu_1 / \mu_{-1} = \frac{4m}{3m^*} T / \frac{2m R^2}{5M^2} = \frac{4}{3} T \overline{\Delta}$$

Com isto, o desvio médio para as distribuições $D(E, \epsilon)$ escrever-se-á por :

$$\overline{\sigma^2} = \overline{\Delta} \left(\frac{4}{3} T - \overline{\Delta} \right) \quad (3.1.6)$$

Notamos, que do fato de $\overline{\sigma^2} \geq 0$, teremos

$$T \geq \frac{3}{4} \overline{\Delta} \quad (3.1.7)$$

O que nos conduz a considerar na teoria, uma energia cinética mínima de nucleon, ou seja :

$$T_{\min} = \frac{3}{4} \overline{\Delta} \quad (3.1.8)$$

O desenvolvimento acima já evidencia a grande utilidade das regras de soma. A arbitrariedade inicial, na escolha das distribuições $D(E, \epsilon)$, fica um tanto restrita já que as mesmas devem sa

tisfazer às formas escritas das regras, como também obedecer aos princípios esquematizados no fim do parágrafo 2.2.

3.2. "POSIÇÃO" DOS PICOS DAS DISTRIBUIÇÕES

Como já foi dito $D(E, \epsilon)$ é a probabilidade que um nucleon faça a transição causada pela absorção do fóton ; $D(E, \epsilon)$ deve ter um pico associado a essa absorção ressonante de partícula única. Por outro lado, da electrodinâmica quântica sabemos que dois tipos de gráficos de Feynman contribuem para os elementos de matriz deste tipo de processo fundamental, sendo que um fornece ressonância em $+\hbar\omega$, e o outro em $-\hbar\omega$.

Através da exposição da teoria, utilizamos o potencial do oscilador harmônico clássico, fazendo em seguida uma avaliação de quanto esta aproximação é boa. Em núcleos leves, sabemos que o potencial do oscilador fornece bons resultados. Adiante serão apresentados os resultados obtidos com os núcleos usados neste trabalho, utilizando a aproximação do oscilador, comparados com os conseguidos por ajustamento de curvas.

Precisamos então saber qual será a abscissa do pico da distribuição $D^0(E, \epsilon)$. K.Takahashi, utilizou inicialmente uma distribuição com pico em $E=0$, e os resultados obtidos não foram satisfatórios. Para sanar esta dificuldade, considerem-se distribuições $D_+^0(E, \epsilon)$ e $D_-^0(E, \epsilon)$, as quais possuem picos em respectivamente $\hbar\omega$ e $-\hbar\omega$; utilizaremos uma distribuição $D^0(E, \epsilon)$, que seja uma combinação destas duas, ou seja :

$$D^0(E, \epsilon) = a D_+^0(E, \epsilon) + b D_-^0(E, \epsilon) \quad (3.2.1)$$

com $a + b = 1$.

Chamemos Δ o valor absoluto da abscissa do pico das distri-
buições, ou seja :

$$\Delta = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} E D_+^0 (E, \epsilon) dE}{\int_{-\infty}^{+\infty} D_+^0 (E, \epsilon) dE}$$

$$-\Delta = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} E D_-^0 (E, \epsilon) dE}{\int_{-\infty}^{+\infty} D_-^0 (E, \epsilon) dE}$$

e, utilizando para normalização de $D_{\pm}^0 (E, \epsilon)$ a mesma que foi usa-
da para $D^0 (E, \epsilon)$, ou :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dE D_{\pm}^0 (E, \epsilon) = \frac{R^2}{2}$$

$$\text{obteremos : } a = (\Delta + \bar{\Delta}) / 2\Delta ; \quad b = (\Delta - \bar{\Delta}) / 2\Delta \quad (3.2.2)$$

Se escrevermos $a \equiv 1/(1 + \chi)$ teremos $b \equiv \chi/(1 + \chi)$.

$$\text{onde : } \chi = (\Delta - \bar{\Delta}) / (\Delta + \bar{\Delta}) \quad (3.2.3)$$

O desvio quadrático para estas distribuições, se expressa
por :

$$\sigma^2 = \bar{\Delta}^2 - (\Delta)^2 \quad (3.2.4)$$

com o que, teremos :

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}^2 + (\bar{\Delta})^2 - (\Delta)^2$$

De (3.2.3), temos :

$$\Delta = \bar{\Delta} (1 + \chi)/(1 - \chi)$$

do que resulta :

$$\sigma^2 = \bar{\Delta} \left(\frac{4}{3} T - \bar{\Delta} \right) + (\bar{\Delta})^2 - (\bar{\Delta})^2 \left(\frac{1 + \chi}{1 - \chi} \right)^2 = \bar{\Delta} \left(\frac{4}{3} T - \left(\frac{1 + \chi}{1 - \chi} \right)^2 \bar{\Delta} \right) \quad (3.2.5)$$

De $\sigma^2 \geq 0$, notamos , que precisamos modificar, face ao uso das distribuições $D_{\pm}^0(E, \epsilon)$, o valor da energia cinética mínima de nucleon, ou :

$$T_{\min} = \frac{3}{4} \left(\frac{1 + \chi}{1 - \chi} \right)^2 \bar{\Delta} \quad (3.2.6)$$

Já havíamos mencionado, no capítulo 2, a incerteza que havia no valor mínimo de nucleon no fundo do "vaso nuclear", isto fica evidenciado através da desigualdade que conduz a (3.2.5).

Para que tenhamos uma visualização da ordem de grandeza de $\Delta = \hbar\omega$, podemos comparar a energia do último nucleon ligado em um potencial de oscilador harmônico, com a expressão geral do potencial, que fornece a constância do espaçamento entre as camadas(28). Podemos também comparar o valor de : $\langle \psi_0 | r^2 | \psi_0 \rangle$, utilizando autofunções do oscilador harmônico, com o valor aproximado para este elemento de matriz deduzido no capítulo 2, ou seja $\frac{3}{5} r_0^2 A^{2/3}$

Utilizando a massa efetiva nos potenciais escritos, e expressando os resultados no sistema (Mev, fm,seg),teremos :

$$\Delta \simeq \frac{42,08}{\Lambda^{1/3}} \frac{m}{m^*} \quad (3.2.7)$$

com $r_0 = 1,2 \text{ fm}$.

Sabemos que para núcleos leves, a variação da energia de ressonância com A (22,32), é mais acentuada que $A^{-1/3}$, podemos então, corrigir a fórmula acima, fazendo :

$$\Delta \approx 42,08 \frac{m}{m^*} \left(\frac{1}{A^{1/3}} + \frac{1}{A^{4/3}} \right) \quad (3.2.8)$$

o que pode ser esperado valer para qualquer A .

3.3 ESCOLHA E NORMALIZAÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES $D^0(E, \epsilon)$:

Na escolha da forma das distribuições $D^0(E, \epsilon)$, seguimos as considerações do trabalho de Dyson, e como também já dissemos, o uso das regras de soma, limita um pouco a possibilidade de escolha, pois é de todo desejável que possamos fazer as integrais que as definem. Da forma destas integrais, tomando em consideração os limites $(-\infty \text{ a } +\infty)$, podemos tentar realizar a integração por resíduos, e assim as distribuições $D^0(E, \epsilon)$ devem ser analíticas em um domínio fechado (o semi-plano superior) exceto em um certo número de singularidades aí existentes. As formas de $D^0(E, \epsilon)$ que escolhermos são a gaussiana (12,27) e a lorentziana modificada, ou :

$$D_G^0(E, \epsilon) \sim e^{-g(E - \Delta)^2/2} ; \quad D_L^0(E, \epsilon) \sim \frac{1}{\left((E-\Delta)^2 + \lambda_1^2 \right) \left((E-\Delta)^2 + \lambda_2^2 \right)} \quad (3.3.1)$$

onde g, λ_1, λ_2 são funções de ϵ , a energia de nucleon, e parâmetros na integração feita com as distribuições (3.3.1), a serem

determinados depois.

Vamos nos concentrar inicialmente na normalização de forma lorentziana modificada, uma vez que a da gaussiana é trivial.

Os polos na integral $\int_{-\infty}^{+\infty} D_L^0(E, \epsilon) dE$, são evidentemente $i\lambda_1$, e $i\lambda_2$, e os resíduos respectivos :

$$(r)_{i\lambda_1} = -i \frac{1}{2\lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1)} ; \quad (r)_{i\lambda_2} = -i \frac{1}{2\lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2)} \quad (3.3.2)$$

Com o que :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} D_L^0(E, \epsilon) dE &= -2\pi \left(\frac{1}{2\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_1)} - \frac{1}{2\lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1)} \right) = \\ &= \frac{\pi}{\lambda_1 \cdot \lambda_2 (\lambda_2 + \lambda_1)} \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

A distribuição $D_L(E, \epsilon)$ pode ser escrita então em sua forma normalizada :

$$D_L^0(E, \epsilon) = \frac{R^2}{5} \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)}{\pi} \frac{1}{\left[(E - \Delta)^2 + \lambda_1^2 \right] \left[(E - \Delta)^2 + \lambda_2^2 \right]} \quad (3.3.4)$$

Para a integral associada ao segundo momento de energia, te remos :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} E^2 D_L^0(E, \epsilon) dE = \pi \left(\frac{-\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} + \frac{-\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \right) = \frac{\pi}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (3.3.5)$$

Com isto, o desvio quadrático, determinado através (3.2.4),

resulta :

$$\sigma^2 = \lambda_1 \lambda_2 \quad (3.3.6)$$

Assim, devemos escrever :

$$\lambda_1 = \sigma^{2-n}/\gamma, \quad \lambda_2 = \sigma^n \gamma \quad \text{ou} \quad \lambda_1 = \sigma^{2-n}\gamma, \quad \lambda_2 = \sigma^n/\gamma \quad (3.3.7)$$

onde n é qualquer nº real e γ é um parâmetro adicional.

As duas escolhas para λ_1 e λ_2 são equivalentes, uma vez que λ_1 e λ_2 aparecem simetricamente em (3.3.4), fornecendo para o valor da secção de choque, em $E = \Delta$, uma vez que a mesma é proporcional a (2.4.5) :

$$\sigma(\Delta) \sim \frac{R^2}{5\pi\gamma} \int_{\underline{\epsilon}}^{\epsilon_F} \epsilon^{1/2} \frac{(\alpha\epsilon - \beta)^{n-1} + \gamma^2}{(\alpha\epsilon - \beta)^{n/2}} d\epsilon \quad (3.3.8)$$

$$\text{onde : } \alpha = \frac{4}{3} \bar{\Delta}, \quad \beta = \left(\frac{1 + \chi}{1 - \chi} \right) \bar{\Delta}^2 \quad \text{por (3.2.5)}$$

$$\text{temos também : } \alpha \underline{\epsilon} - \beta = 0 \quad (3.3.9)$$

uma vez que podemos considerar $\underline{\epsilon}$ como a energia cinética mínima de nucleon.

Em virtude de (3.3.9), a integral acima somente converge para $0 < n < 2$.

Escolhendo $n = 1$, poderemos escrever (3.3.4), como :

$$D_{L\pm}^0(E, \epsilon) = \frac{R^2}{5\pi} \sigma^3 \left(\gamma + \frac{1}{\gamma} \right) \frac{1}{\left[(E_{\mp}\Delta)^2 + \sigma^2 \gamma^2 \right] \left[(E_{\mp}\Delta)^2 + \frac{\sigma^2}{\gamma^2} \right]} \quad (3.3.10)$$

Para a gaussiana, teremos :

$$D_{G\pm}^0(E, \epsilon) = \frac{R^2}{5\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} e^{-(E\mp\Delta)^2/2\sigma^2} \quad (3.3.11)$$

A forma escolhida de $D_{G\pm}^0(E, \epsilon)$, corresponde à "lei de distribuição normal" (29) em teoria da probabilidade; a normalização de (3.3.11) é imediata, em razão das integrais envolvidas serem padronizadas.

3.4. EXPRESSÃO DA SECÇÃO DE CHOQUE

Dentro da aproximação essencial do método usado, e explicitada em (2.2.2), a fórmula da secção de choque deduzida no capítulo 1, resulta :

$$\sigma(E) = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{mc} \frac{2mE}{\hbar^2} |M(E)|^2 \quad (3.4.1)$$

$$\text{onde : } |M(E)|^2 = \int_{\underline{\epsilon}}^{\bar{\epsilon}} \bar{D}(E, \epsilon) f(E, \epsilon) \frac{dn}{d\epsilon} d\epsilon$$

A função intensidade que nos interessa aqui, é a soma das funções intensidade para cada nucleon. Para as funções intensidade de todos os protons e todos os neutrons, teremos respectivamente :

$$|M(E)|_Z^2 = \int_{\underline{\epsilon}}^{\bar{\epsilon}} q_Z^2 D^0(E, \epsilon) f(E, \epsilon) \frac{dZ}{d\epsilon} d\epsilon \quad (3.4.2)$$

$$|M(E)|_N^2 = \int_{\underline{\epsilon}}^{\bar{\epsilon}} q_N^2 D^0(E, \epsilon) f(E, \epsilon) \frac{dN}{d\epsilon} d\epsilon \quad (3.4.3)$$

uma vez que $D_Z(E, \epsilon) = q_Z^2 D^0(E, \epsilon)$ e $D_N(E, \epsilon) = q_N^2 D^0(E, \epsilon)$ por

(2.5.4).

Desta forma a função intensidade $|M(E)|^2$ para todos os nucleons, resulta :

$$|M(E)|^2 = \int_{\underline{\epsilon}}^{\overline{\epsilon}} \left(q_Z^2 \frac{dZ}{d\epsilon} + q_N^2 \frac{dN}{d\epsilon} \right) D^0(E, \epsilon) f(E, \epsilon) d\epsilon \quad (3.4.4)$$

onde:
$$\frac{dZ}{d\epsilon} = \frac{2V}{(2\pi \hbar)^3} 4\pi \left(2m^{*3} (\epsilon - \epsilon_{\min}^Z) \right)^{1/2} \quad (3.4.5)$$

$$\frac{dN}{d\epsilon} = \frac{2V}{(2\pi \hbar)^3} 4\pi \left(2m^{*3} (\epsilon - \epsilon_{\min}^N) \right)^{1/2} \quad (3.4.6)$$

As equações (3.4.2) e (3.4.3), podem ainda ser escritas, utilizando (3.4.5) e (3.4.6), como :

$$|M(E)|_Z^2 = \left(\frac{N}{A} \right)^2 \frac{2V 4\pi}{(2\pi \hbar)^3} (2m^{*3})^{1/2} \epsilon_{F_Z}^{1/2} \int_{\underline{\epsilon}}^{\epsilon_{F_Z}^Z} \epsilon^{1/2} D^0(E, \epsilon) d\epsilon$$

$$|M(E)|_N^2 = \left(\frac{Z}{A} \right)^2 \frac{2V 4\pi}{(2\pi \hbar)^3} (2m^{*3})^{1/2} \epsilon_{F_N}^{1/2} \int_{\underline{\epsilon}}^{\epsilon_{F_N}^N} \epsilon^{1/2} D^0(E, \epsilon) d\epsilon$$

onde $f(E, \epsilon) = 1$ (boa definição das superfícies de Fermi), e ϵ_{F_Z} , ϵ_{F_N} , podem ser determinados pelo gás de Fermi, por :

$$(\epsilon_{F_Z}^Z)^{3/2} = \frac{\hbar^3}{(8m^{*3})^{1/2}} \frac{9\pi}{4} \frac{N}{r_o^3 A} ; (\epsilon_{F_N}^N)^{3/2} = \frac{\hbar^3}{(8m^{*3})^{1/2}} \frac{9\pi}{4} \frac{Z}{r_o^3 A}$$

com o que temos :

$$|M(E)|_N^2 = \frac{3}{2A} \frac{NZ}{A} Z \frac{1}{\epsilon_{F_N}} I_N \quad (3.4.7)$$

$$|M(E)|_Z^2 = \frac{3}{2A} \frac{NZ}{A} N \frac{1}{\epsilon_{F_Z}} I_Z \quad (3.4.8)$$

Onde representamos por I_N , I_Z , as integrais :

$$I_{N,Z} = \int_{\underline{\epsilon}}^{\epsilon_{F_{N,Z}}} \epsilon^{1/2} D^0(E, \epsilon) d\epsilon \quad (3.4.9)$$

Desta forma, temos finalmente a expressão da secção de choque :

$$\sigma(E) = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{mc} \frac{2m}{\hbar^2} \frac{3E}{2A} \frac{NZ}{A} \left(Z \frac{I_N}{\epsilon_{F_N}} + N \frac{I_Z}{\epsilon_{F_Z}} \right) \quad (3.4.10)$$

3.5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS E SUGESTÕES PARA CONTINUAÇÃO DO TRABALHO

A) COMENTÁRIOS SOBRE O MÉTODO DE CÁLCULO USADO

Na obtenção da secção de choque de absorção fotonuclear (3.4.10), temos que avaliar numêricamente as integrais I_N , I_Z em (3.4.9). As distribuições $D^0(E, \epsilon)$ são dadas por (3.2.1), onde a e b são dados em (3.2.2). As expressões para $D_{\pm}^0(E, \epsilon)$ são fornecidas para o caso lorentziano em (3.3.10), e para o caso gaussiano; em (3.3.11), onde Δ e γ são parâmetros ajustáveis. As integrais foram avaliadas pelo método de Simpson, onde escolhemos o incremento de forma a que o erro no valor da integral resultasse menor que 0,1%. Os resultados com a distribuição gaussiana são piores que com a lorentziana, e não foram apresentados aqui.

Para a determinação dos valores ótimos dos parâmetros, aplicamos um método tipo mínimos quadrados para a curva de secção de choque $\sigma(E)$ de cada núcleo. Assim, o processo de otimização dos parâmetros fica dado por :

$$\text{Min} \sum_i w_i \left[\sigma_{\text{exp}}(E_i) - \sigma_{\text{calc}}(E_i) \right]^2 \quad (3.5.1)$$

Utilizamos cerca de 10 valores de energias E_i , à esquerda e à direita do pico de secção de choque para cada núcleo, retiradas das curvas experimentais apresentadas na referência 13. Os ω_i denotam os "pesos" associados aos pontos experimentais, e aqui todos considerados como $\omega_i = 1,0$.

Mais explicitamente, aplicamos no processo de minimização acima, o programa baseado no método Powell. No caso lorentziano, em que se necessita ajustar dois parâmetros (Δ e γ), foi necessário empregar cerca de 20 minutos para cada núcleo, com o objetivo de atingir uma melhor convergência dos resultados conseguidos com a máquina IBM 370/C.B.P.F.

B) DISCUSSÃO ACERCA DOS RESULTADOS OBTIDOS POR AJUSTAMENTO

Em razão do tempo de cálculo, foram escolhidos apenas 22 núcleos do atlas de B.L.Berman(13); aqui são apresentados os gráficos correspondentes a 5 deles.

Os núcleos Mg_{12}^{25} , Sn_{50}^{117} , Au_{79}^{197} , correspondentes às figuras 1,3,4, deram bons resultados. A fig. 5, mostra que o resultado para o núcleo Pb_{82}^{208} não é muito bom. Um exemplo de um núcleo para o qual o método empregado é bastante inadequado é o Si_{14}^{28} , apresentado na fig. 2.

Podemos concluir, que para núcleos de camada fechada, a teoria evidentemente falha. Uma exceção existe para núcleos pesados, devido à maior quantidade de níveis. Uma vez que estamos tratando excitações de dipolo, torna-se possível a transição de neu-

trons ou protons, e assim, os resultados obtidos não são tão bons para núcleos que possuam camadas fechadas seja apenas de neutrons ou de protons.

Para baixas energias de separação de neutrons, deveríamos ter considerado a contribuição à seção de choque total, de termos tais como $\sigma(\gamma, \gamma')$. As seções de choque experimentais, retiradas do atlas citado, são constituídas de $\sigma(\gamma, n)$, $\sigma(\gamma, 2n)$, $\sigma(\gamma, 3n)$. A consideração de mais uma parcela como $\sigma(\gamma, \gamma')$ forneceria uma melhor concordância no lado esquerdo inferior dos picos de seção de choque calculados.

C) DISCUSSÃO SOBRE A APROXIMAÇÃO DO OSCILADOR

As abscissas dos picos das distribuições $D^0(E, \epsilon)$ denotadas por Δ , têm sido tratadas como parâmetros no método de ajustamento utilizado. Entretanto, um sentido físico mais explícito pode ser dado a Δ , caracterizando-a pela energia de ressonância no modelo do oscilador harmônico. Assim Δ fica dado aproximadamente por (3.2.8).

Na fig. 6, os pontos correspondem aos melhores valores de Δ obtidos por ajustamento com os núcleos utilizados; a curva contínua corresponde à aproximação do oscilador (3.2.8). Vemos que negligenciando os núcleos para os quais o ajustamento não foi bom, obteremos uma boa concordância entre o comportamento analítico da curva do oscilador harmônico e os pontos ajustados.

Na determinação do Δ da equação (3.2.8), fazemos uma avaliação

ção de n^2 entre funções de onda do oscilador harmônico(27,31), e isto é um procedimento já esquematizado no capítulo 1, através da regra de soma (1.2.14). Assim, vemos que a obediência a esta regra de soma é bastante acentuada em relação ao processo de ajustamento feito. A teoria aqui exposta, inclui outras regras de soma, as quais devem também ser obedecidas, e ficam transcritas através dos momentos de energias em relação à função de intensidade $|M(E)|^2$, ou às distribuições $D(E, \epsilon)$. Grosseiramente falando, a concordância dos resultados da teoria com a aproximação do oscilador harmônico, faz com que concluamos, que o tratamento estatístico que caracteriza aquela, é coerente em fenômenos relacionados a reações fotonucleares.

D) DISCUSSÃO SOBRE A NORMALIZAÇÃO E A PARAMETRIZAÇÃO USADAS EM $D(E, \epsilon)$.

Quanto à normalização das distribuições $D(E, \epsilon)$, uma discussão pormenorizada é apresentada no parágrafo 3.3. Quando tratamos a aproximação do oscilador harmônico, utilizamos como o fêz erroneamente K.Takahashi, o valor $n = 2$ em (3.3.7), com o que a secção de choque $\sigma(E)$ diverge quando $E = \Delta$, onde Δ é o valor dado através (3.2.8). A exemplo do que foi feito para Δ , utilizou-se o método de ajustamento na determinação dos valores ótimos do parâmetro adicional γ , escolhendo $n = 1$, o que garante a convergência das integrais (3.3.8), em todos os pontos. Na fig. 7, apresentamos os valores de γ para todos os núcleos usados; nota-se que é difícil apresentar uma sistemática destes valores, da análise da figura, o que é devido à escolha de $n = 1$ na nor-

ção de r^2 entre funções de onda do oscilador harmônico(27,31), e isto é um procedimento já esquematizado no capítulo 1, através da regra de soma (1.2.14). Assim, vemos que a obediência a esta regra de soma é bastante acentuada em relação ao processo de ajustamento feito. A teoria aqui exposta, inclui outras regras de soma, as quais devem também ser obedecidas, e ficam transcritas através dos momentos de energias em relação à função de intensidade $|M(E)|^2$, ou às distribuições $D(E,\epsilon)$. Grosseiramente falando, a concordância dos resultados da teoria com a aproximação do oscilador harmônico, faz com que concluamos, que o tratamento estatístico que caracteriza aquela, é coerente em fenômenos relacionados a reações fotonucleares.

D) DISCUSSÃO SOBRE A NORMALIZAÇÃO E A PARAMETRIZAÇÃO USADAS EM $D(E,\epsilon)$.

Quanto à normalização das distribuições $D(E,\epsilon)$, uma discussão pormenorizada é apresentada no parágrafo 3.3. Quando tratamos a aproximação do oscilador harmônico, utilizamos como o fez erroneamente K.Takahashi, o valor $n = 2$ em (3.3.7), com o que a secção de choque $\sigma(E)$ diverge quando $E = \Delta$, onde Δ é o valor dado através (3.2.8). A exemplo do que foi feito para Δ , utilizou-se o método de ajustamento na determinação dos valores ótimos do parâmetro adicional γ , escolhendo $n = 1$, o que garante a convergência das integrais (3.3.8), em todos os pontos. Na fig. 7, apresentamos os valores de γ para todos os núcleos usados; nota-se que é difícil apresentar uma sistemática destes valores, da análise da figura, o que é devido à escolha de $n = 1$ na nor-

malização. Isto produz uma perda de flexibilidade no ajustamento dos pontos.

Já foi sugerido antes (12), que uma melhor forma para as distribuições $D(E, \epsilon)$ seria uma combinação do tipo gaussiano e do lorentziano modificado. Mais pormenorizadamente, a particular combinação que procuramos não deve ser uma distribuição que se afaste muito das configurações das que a produzem; por outro lado, se as distribuições componentes são limitadas na faixa de energias de interesse, a certos valores, é de toda conveniência que a combinação obtida das mesmas também o seja. Assim, pensamos em procurar a nova distribuição através de um produto de convolução das até aqui usadas, já que este satisfaz a todos os requisitos impostos, ou :

$$D(E, \epsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} D_G(E', \epsilon) D_L(E-E', \epsilon) dE' \quad (3.5.2)$$

Para calcular a nova $D(E, \epsilon)$, pela teoria do produto de convolução, calculamos a transformada inversa do produto simples das transformadas de Fourier de $D_G(E, \epsilon)$ e $D_L(E, \epsilon)$. A distribuição obtida deve ser parametrizada convenientemente, como o foram as componentes.

E) SUGESTÕES PARA MELHORIA DO MÉTODO EMPREGADO

Poder-se-iam introduzir maiores refinamentos no tratamento das diferenças existentes entre núcleos par-par, ímpar-ímpar, par-ímpar e ímpar-par; isto foi esquematizado recentemente por um dos autores do método aqui utilizado (29). Não levamos em

consideração tais diferenças no trabalho que realizamos. É necessário ainda estudar como os efeitos de camada influem na função intensidade.

Um outro ponto a considerar, é a suposição feita, que as superfícies de Fermi, eram bem definidas, e assim $f(E, \epsilon) = 1$. Considerando a possível difusão destas superfícies, $f(E, \epsilon)$ deve ser escolhida no intervalo $0 \leq f(E, \epsilon) \leq 1$, como já foi anunciado na pág. 35. Torna-se então necessário um estudo do grau de difusão das superfícies de Fermi de nêutron e próton.

Também é conveniente observar, que os resultados poderiam ser melhorados, modificando o valor aqui usado para a massa efetiva $m^* = 0,6m$; trabalhos recentes fornecem um valor $m^* = 0,7m$ (26); para reação fotonuclear. A razão de não o termos feito, foi para não introduzir mais um parâmetro na teoria, uma vez que já havia dois parâmetros a ajustar (Δ e γ).

As densidades de nível, em (3.4.5) e (3.4.6), poderiam ter sido calculadas, com o uso de outro modelo mais rigoroso que o gás de Fermi, como por exemplo, o modelo Thomas-Fermi, para matéria nuclear (31)

Acreditamos que o uso do modelo Thomas-Fermi, em conjunto com as sugestões dadas e com a forma descrita acima de associar as distribuições em uma única, fornecerá resultados bem melhores ao problema proposto.

F) UNIDADES E CONSTANTES

Utilizamos em todos os cálculos, o sistema (Mev, fm, seg), desprezando a diferença de massa entre neutron e proton, $m_n c^2 = m_p c^2 = mc^2$, com o que temos os valores usados das constantes :

$$e^2 = 1,44 \text{ Mev. fm}$$

$$r_0 = 1,2 \text{ fm}$$

$$mc^2 = 940 \text{ Mev}$$

$$\hbar^2/m = 41,8 \text{ Mev. fm}^2$$

$$\hbar c = 197,3 \text{ Mev. fm}$$

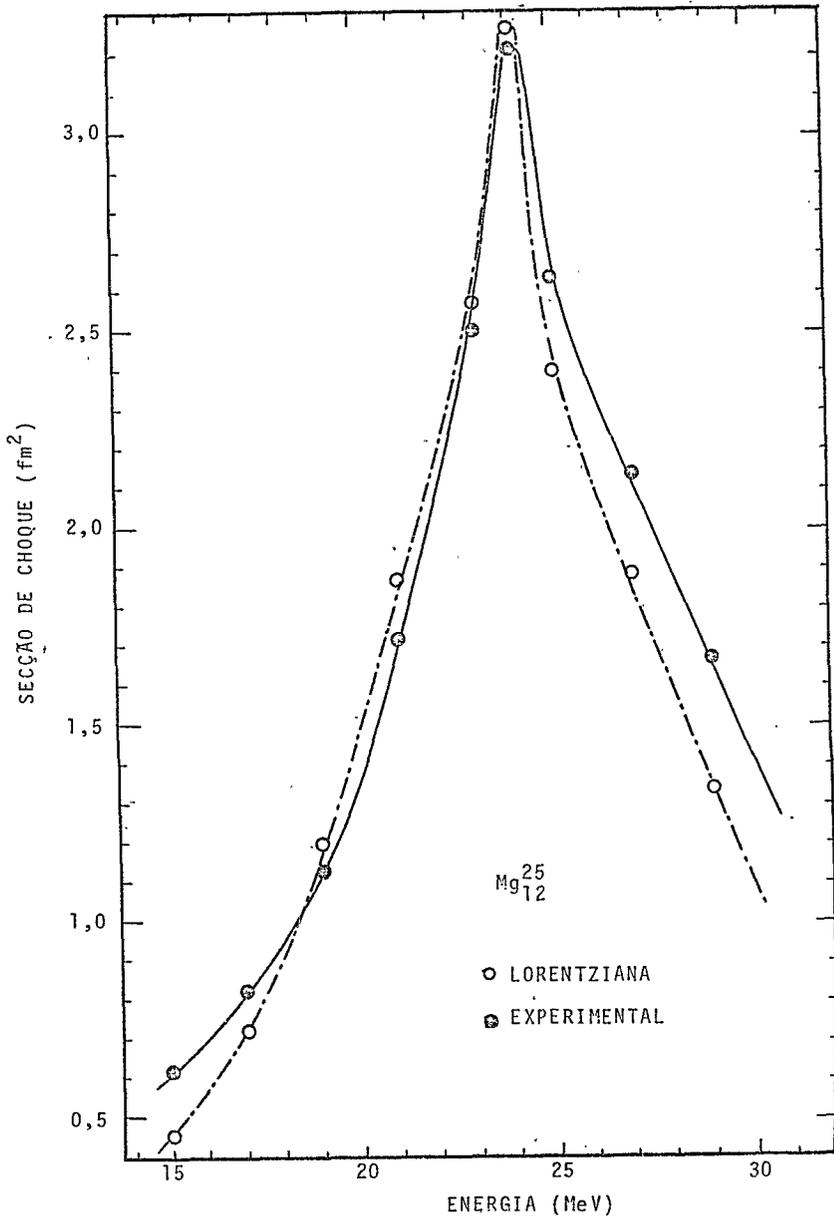


Fig. 1 - Ajustamento de curvas para o núcleo Mg_{12}^{25}

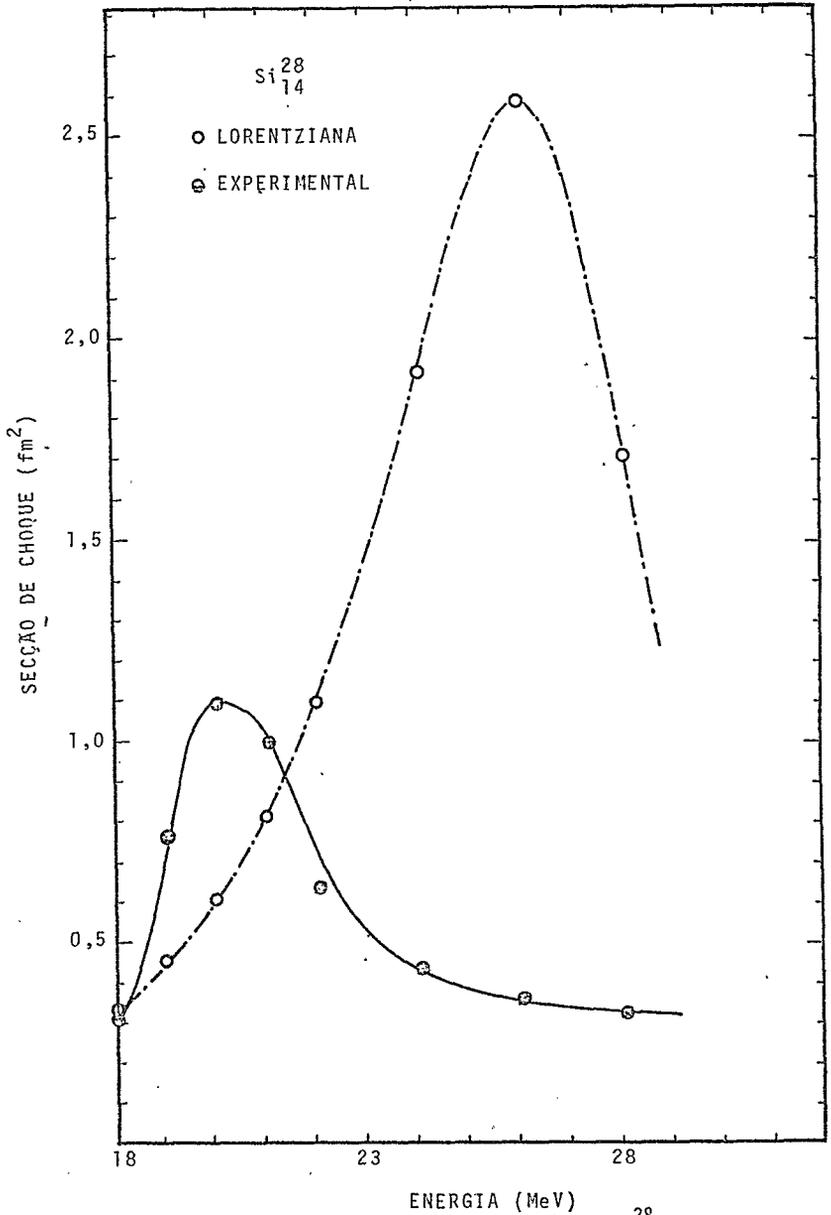


Fig. 2 - Ajustamento de curvas para o núcleo Si₁₄²⁸

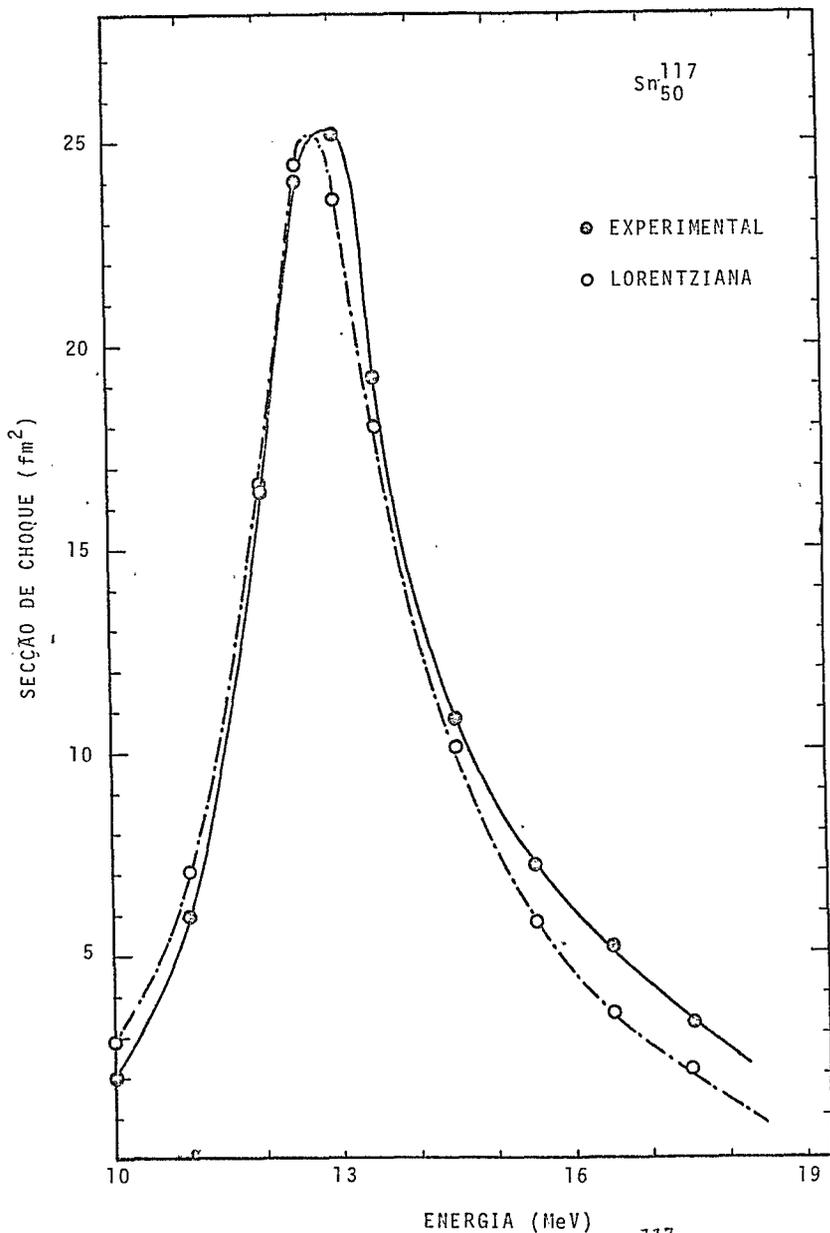


Fig. 3 - Ajustamento de curvas para o núcleo $^{117}_{50}\text{Sn}$

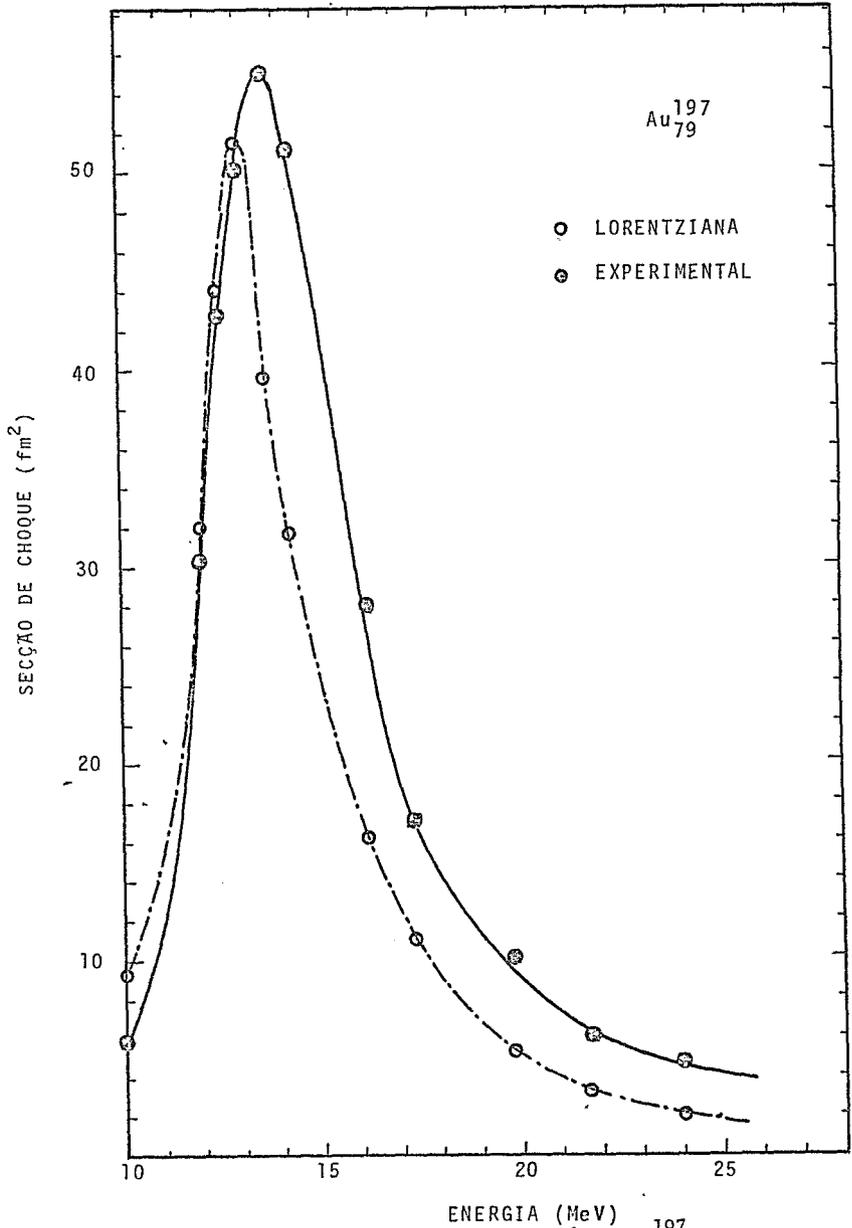


Fig. 4 - Ajustamento de curvas para o núcleo Au¹⁹⁷₇₉

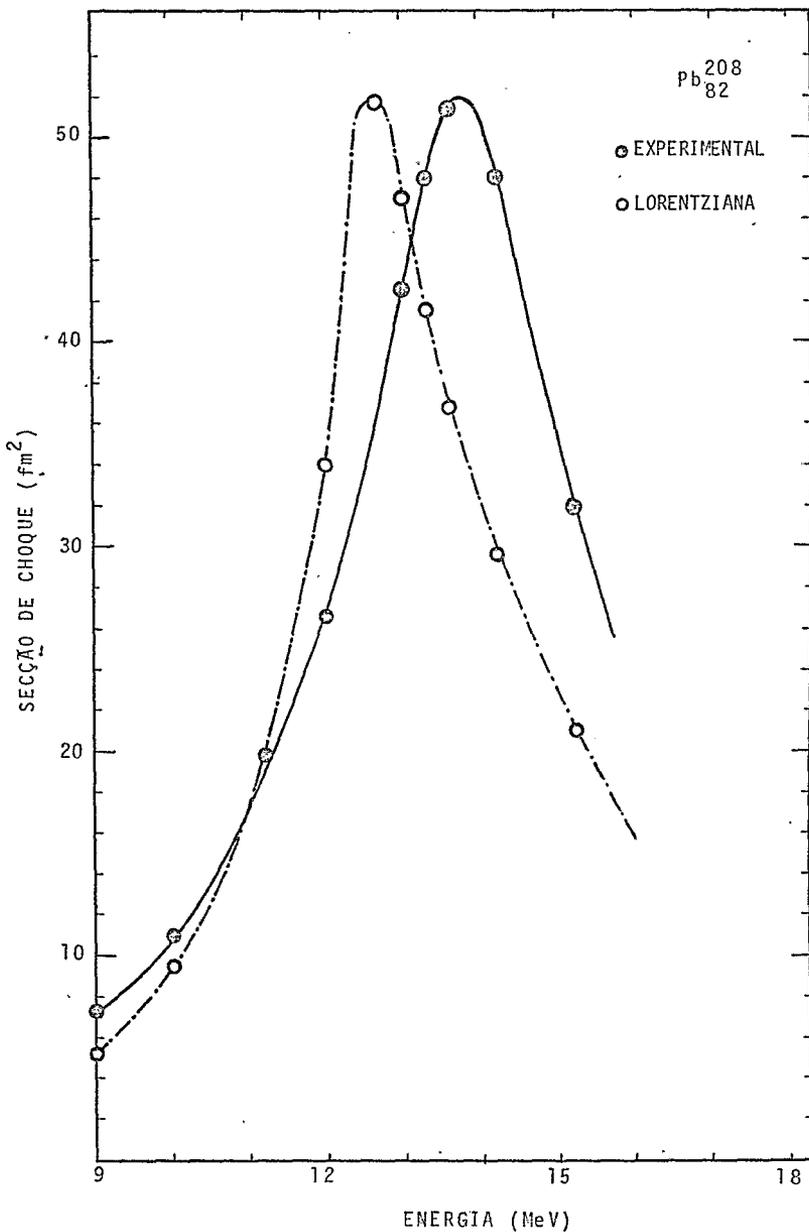


Fig. 5 - Ajustamento de curvas para o núcleo Pb_{82}^{208}

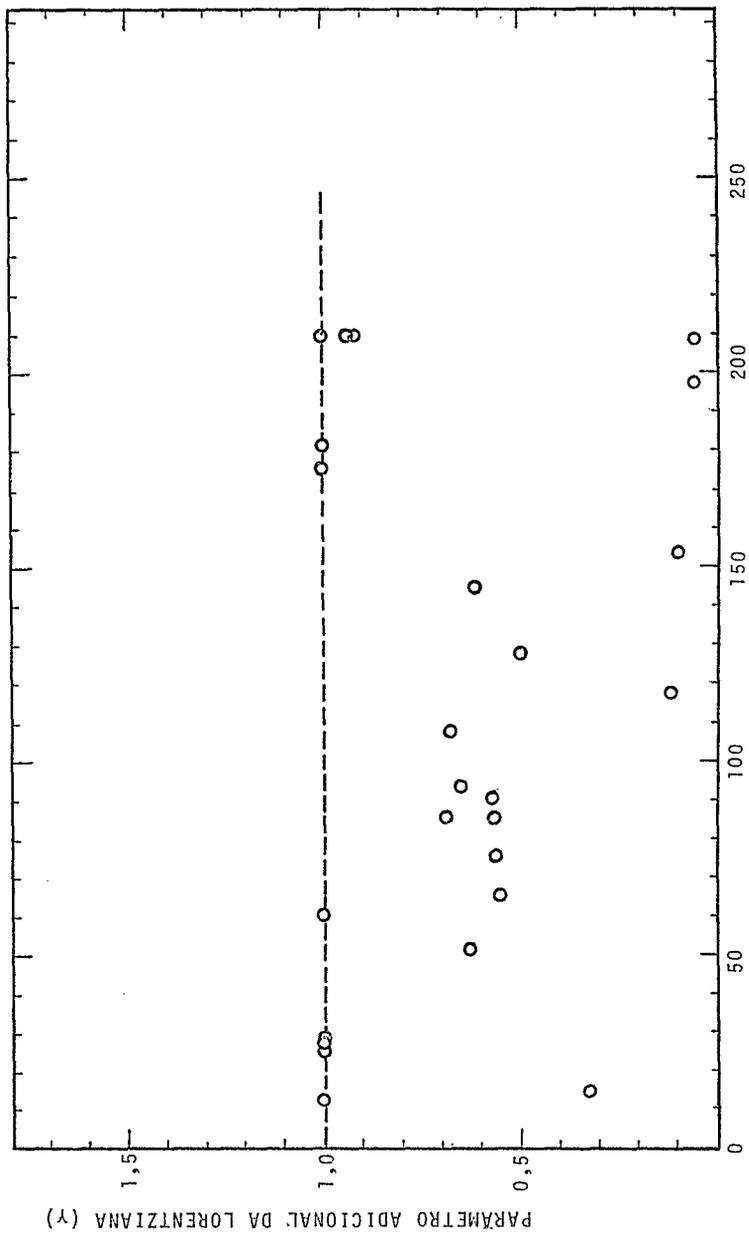


Fig. 7 - Valores do parâmetro adicional γ , ajustado para os diversos núcleos

TABELA

As duas primeiras colunas representam o núcleo analisado. As três colunas seguintes são referentes à altura máxima (ordenada do pico), semi-largura, e energia de ressonância, para as curvas de secção de choque experimentais. A 6a., 7a. e 8a. colunas representam essas mesmas grandezas obtidas através do método usado de ajustamento de curvas (método Powell). A coluna seguinte mostra os melhores valores das abscissas das distribuições lorentzianas obtidos por ajustamento. A última coluna corresponde aos melhores valores de γ , o parâmetro adicional das lorentzianas. A normalização usada para estas últimas foi a de $n = 1$, no texto.

- TABELA - AJUSTAMENTO DE CURVAS

		EXPERIMENTAIS			DISTRIBUIÇÃO LORENTZIANA				
A	Z	h_{max}	$\frac{\Gamma}{2}$	E_{res}	h_{max}	$\frac{\Gamma}{2}$	E_{res}	PARÂMETROS	
								Δ_0	γ
12	6	0,71	4,2	23,0	-	-	-	30,2	1,00
14	7	1,45	5,3	23,0	1,16	14,4	24,0	21,4	0,33
16	8	0,91	4,3	23,0	-	-	-	20,1	0,02
25	12	2,70	9,5	23,7	1,61	8,8	24,0	23,8	1,00
27	13	1,40	11,2	21,4	2,03	7,8	26,3	26,1	1,00
28	14	1,07	4,3	20,4	2,58	7,0	26,0	23,7	1,00
51	23	6,80	7,0	18,3	7,80	8,0	19,5	19,4	0,63
60	28	7,00	7,0	17,3	9,80	6,9	19,0	18,8	1,00
65	29	7,70	7,0	16,6	6,40	13,5	17,0	13,1	0,55
75	33	9,60	7,8	16,2	9,60	10,5	16,7	13,9	0,56
85	37	19,50	4,7	16,8	19,50	4,7	16,7	16,6	0,56
90	40	18,00	4,0	16,8	19,60	4,4	16,7	16,8	0,57
93	41	20,00	5,7	16,2	19,60	5,2	16,5	16,3	0,65
107	47	15,20	6,5	15,2	19,00	4,7	16,3	16,3	0,68
117	50	25,20	4,5	15,8	25,20	5,0	15,4	15,2	0,12
127	53	31,40	5,5	14,8	31,50	5,8	15,0	14,6	0,50
153	63	24,75	7,8	14,5	20,10	8,0	14,0	11,1	0,10
175	71	36,00	6,7	14,0	33,60	5,8	13,0	13,0	1,00
181	73	38,80	6,1	14,6	38,40	5,4	13,0	12,7	1,00
197	79	55,00	4,0	13,7	51,30	3,0	13,0	12,8	0,06
208	82	51,50	3,6	13,4	51,80	3,0	12,7	12,7	0,06
209	83	51,00	4,0	13,4	42,79	4,4	13,0	12,6	0,91

h_{max} : altura do pico de secção de choque $\sigma(E)$ (fm²)

$\Gamma/2$: semi-largura (Mev).

E_{res} : abscissa do pico da secção de choque (energia de ressonância) (Mev).

Δ_0 : valor da abscissa do pico das distribuições $D(E, \epsilon)$ obtida por ajustamento de curvas (Mev).

γ : parâmetro adicional da distribuição lorentziana.

REFERÊNCIAS

1. H.Steinwedel, J.H.D.Jensen - "Hydrodynamik von Kerndipol-schwingungen" - Z.Naturf. 5a (1950) 413
2. M.Goldhaber, E.Teller - "On Nuclear Dipole Vibrations " - Phys. Rev. 74 (1948) 1046
3. G.E.Brown, M.Bolsterli - "Dipole State in Nuclei" - Phys. Rev. Lett. 3 (1959) 472
4. J.S.Levinger, H.A.Bethe - "Dipole Transitions in the Nuclear Photo-Effect" - Phys. Rev. 78 (1950) 115
5. E.D.Courant - "Photoelectric Production of Protons in Nuclei" - Phys. Rev. 74 (1948) 1226
6. D.H.Wilkinson - "Nuclear Photodisintegration" - Physica. 22 (1956) 1039
7. D.M.Brink - "Individual Particle and Collective Aspects of the Nuclear Photoeffect" - Nuc. Phys. 4 (1957) 215
8. R.G.Sachs, N.Austern - "Consequences of Gauge Invariance for Radiative Transitions" - Phys. Rev. 81 (1950) 705
9. L.L.Foldy - "Matrix Elements for the Nuclear Photoeffect" - Phys. Rev. 92 (1953) 178
10. K.Takahashi, M.Yamada - "Gross Theory of Nuclear Beta-Decay" - Prog. Theor. Phys. 41 (1969) 1470
11. S.Koyama, K.Takahashi, M.Yamada - "Gross Theory of Beta-Decay and its Application to the Fermi Matrix Element" - Prog. Theor. Phys. 44 (1970) 663
12. K.Takahashi - "Gross Theory of First Forbidden Beta-Decay"- Prog. Theor. Phys. 45 (1971) 1466
13. B.L.Berman - UCRL Preprint, n^o 74622 - Atlas of Photoneutron Cross Sections - Univ. of California, (1973)

14. A.B.Migdal, A.A.Lushnikov, D.F.Zaretsky - "Theory of Dipole Photoabsorption of Nuclei" - Nuc. Phys. 66 (1965) 193
15. A.A.Lushnikov, D.F.Zaretsky - "Giant Resonance in Heavy Nuclei" - Nuc. Phys. 66 (1965) 35
16. A.B.Migdal - Nuclear Theory: The Quasiparticle Method - W.A. Benjamin, Inc. (1968), cap.7
17. J.S.Levinger - Nuclear Photo-Disintegration - Oxford Univ. Press, (1960)
18. J.S.O'Connell - "Electromagnetic Sum Rules" - Asilomar Conference on Photonuclear Reactions (Proceedings) vol.1, Ed.By B.L.Berman, (1973), pag. 71
19. M.Gell-Mann, M.L.Goldberger, W.Thirring - "Use of Causality Conditions in Quantum Theory" - Phys. Rev. 95 (1954) 1612
20. W.Weise - "Discussions of Possible Modifications of the Gell-Mann - Goldberger - Thirring Sum Rule" - Asilomar Proceedings vol. 1, pag. 95
21. W.Weise - "Photonuclear Sum Rules" - Interaction Studies in Nuclei - North Holland, (1975), H.Jochim - B.Ziegler, Editor pag. 679
22. H.A.Bethe - "Nuclear Physics - B.Nuclear Dynamics, Theoretical" - Revs. of Mod. Phys. 9 (1937) 69
23. K.A.Brueckner - "Two-Body Forces and Nuclear Saturation.III. Details of the Structure of the Nucleus" - Phys. Rev. 97 (1955) 1353
24. G.E.Brown, J.S.Levinger - "Dispersion Theory of the Direct Photoeffect" - Proc. Phys. Soc. LXXI,5 (1958) 733
25. N.Auerbach, A.Yeverechyahu - "Nuclear Viscosity and Widths of Giant Resonances" - Ann. Phys. (N.Y.) 95 (1975) 35

26. W.D.Myers, T.Kodama - "The Droplet Model of the Giant Dipole Resonance" - Preprint - C.B.P.F. (1976)
27. F.J.Dyson - "Statistical Theory of the Energy Levels of Complex Systems.I" - Journ. Math. Phys. 3 (1962) 140
28. G.Eder - Nuclear Forces - M.I.T. Press, (1968)cap.19
29. B.Gnedenko - The Theory of Probability - MIR Publishers Moscow, (1969), cap. 4
30. K.Takahashi - Correspondência Privada com T.Kodama
31. H.A.Bethe - "Thomas-Fermi Theory of Nuclei" - Phys. Rev. 167 (1968) 879
32. A.Bohr, B.R.Mottelson - Nuclear Structure - Vol 1. Benjamin, N.Y. (1969),cap. 2

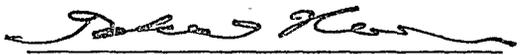
Prof. Takeshi Kodama

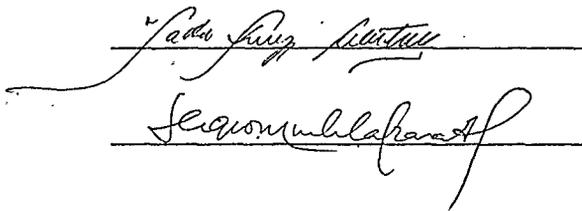
Prof. Jader Benuzzi Martins

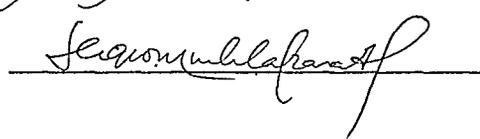
Prof. Sérgio Murilo Calzavara Alves

Rio de Janeiro, 07 de março de 1977.

Tese apresentada ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas
do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tec-
nológico, fazendo parte da Banca Examinadora os seguintes
professores:

A handwritten signature in black ink, written over a horizontal line. The signature is highly stylized and cursive, appearing to be 'D. de K.' or similar.

A handwritten signature in black ink, written over a horizontal line. The signature is cursive and appears to be 'J. de S. P.' or similar.

A handwritten signature in black ink, written over a horizontal line. The signature is cursive and appears to be 'S. de M. L.' or similar.