

*SERGIO JOSÉ BARBOSA DUARTE*

DESEQUILÍBRIO  $(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$  NO PROCESSO-R DE NUCLEOSÍNTese

Tese de

MESTRADO

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS

Rio de Janeiro

- 1977 -

- ā Alba

- a meus pais

## AGRADECIMENTOS

- Ao Prof. Takeshi Kodama, pelo apoio e incentivo aliados ao seu constante interesse na orientação do presente trabalho, transmitindo valiosa contribuição para o meu conhecimento científico; a ele, o meu apreço.

- Aos colegas do Grupo de Física e Astrofísica do CBPF, pela cooperação que me foi prestada dentro do convívio que mantivemos. Em particular, meus agradecimentos ao Prof. Chung Kai Cheong, pela leitura paciente que fizemos dos manuscritos, e pelas discussões mantidas, que foram tão úteis para a melhor apresentação deste nosso trabalho.

- À Helena de Souza Ciccarino, pelo esmero e dedicação no trabalho de datilografia, que veio a emoldurar esta tese.

- À Divisão de Processamento de Dados do CBPF, pela valiosa colaboração prestada.

- Às Entidades:

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pela oportunidade concedida.

## R E S U M O

O principal objetivo deste trabalho consiste em analisar a aproximação de equilíbrio para as reações de captura e foto-emissão de neutrons dentro do processo-r de nucleosíntese. Esta análise é levada a efeito para toda a faixa de densidade de neutrons e de temperatura que possibilita a ocorrência do processo. Desta forma, faz-se necessário o conhecimento de taxas de captura e foto-emissão para cerca de 2000 núcleos.

O balanço detalhado é utilizado na relação de taxas das referidas reações, e sua aplicação, sob as condições de temperatura e densidade de neutrons de interesse, é então discutida. Discutimos, também, os demais parâmetros nucleares utilizados, face ao grande afastamento da linha de estabilidade- $\beta$  com que se encontram os núcleos envolvidos no processo-r.

Como resultado, são apresentadas as condições de temperatura e densidade de neutrons a partir das quais a aproximação de equilíbrio não é mais aplicável. Apresentamos ainda, o procedimento a ser utilizado na aplicação de nossos resultados em modelos dinâmicos de processo-r, recentemente desenvolvidos.

## SUMÁRIO

Pág.

AGRADECIMENTOS .....	
RESUMO .....	
LISTA DE FIGURAS .....	
INTRODUÇÃO .....	1
<u>CAPÍTULO I</u> - EVOLUÇÃO ESTELAR E NUCLEOSÍNTESE .....	6
1.1 - Evolução Estelar e Diagrama H-R .....	6
1.2 - Processos de Nucleosíntese Estelar .....	12
1.3 - Explosão de Supernova .....	19
<u>CAPÍTULO II</u> - PROCESSO-R DE NUCLEOSÍNTESE .....	24
2.1 - Características Gerais do Processo-r .....	25
2.2 - Processo-r em Equilíbrio das Reações $(n,\gamma) \rightleftharpoons (\gamma,n)$ ..	28
2.3 - A Fissão e o Congelamento do Processo-r .....	35
2.4 - Modelos de Processo-r .....	41
<u>CAPÍTULO III</u> - DESEQUILÍBRIO $(n,\gamma) \rightleftharpoons (\gamma,n)$ NO PROCESSO-R .....	47
3.1 - Tempos de Equilíbrio $(n,\gamma) \rightleftharpoons (\gamma,n)$ .....	48
3.2 - Taxas de Captura e Fotoemissão de Neutrons .....	51
3.3 - Demais Parâmetros Nucleares Utilizados .....	56
3.4 - Apresentação dos Resultados .....	60
3.5 - Comentários e Sugestões de Aplicação dos Resulta - dos .....	68
<u>CONCLUSÕES</u> .....	76
<u>APÊNDICE A</u> - BALANÇO DETALHADO .....	77
A.1 - Reversibilidade Microscópica .....	77
A.2 - Balanço Detalhado e Equação de Saha .....	81
<u>APÊNDICE B</u> - PROCEDIMENTO DE CÁLCULO DAS TAXAS $\lambda_{n\gamma}$ .....	85
<u>APÊNDICE C</u> - AVALIAÇÃO DOS TEMPOS DE EQUILÍBRIO $(n,\gamma) \rightleftharpoons (\gamma,n)$ .....	88
REFERÊNCIAS .....	91

Eficientes mecanismos de ejeção explosiva (supernova) são os principais responsáveis por esta distribuição. Existem, ainda, outros mecanismos menos violentos do ponto de vista energético, porém mais frequentes, de ejeção de matéria em novas, e a lenta perda de massa através da superfície (ventos estelares). O material espalhado pode então ser incorporado à formação de estrelas de segunda geração, sendo novamente transformado e re-ejetado. Dessa forma, o meio interestelar é gradualmente enriquecido com os produtos dos vários processos de síntese do interior das estrelas.

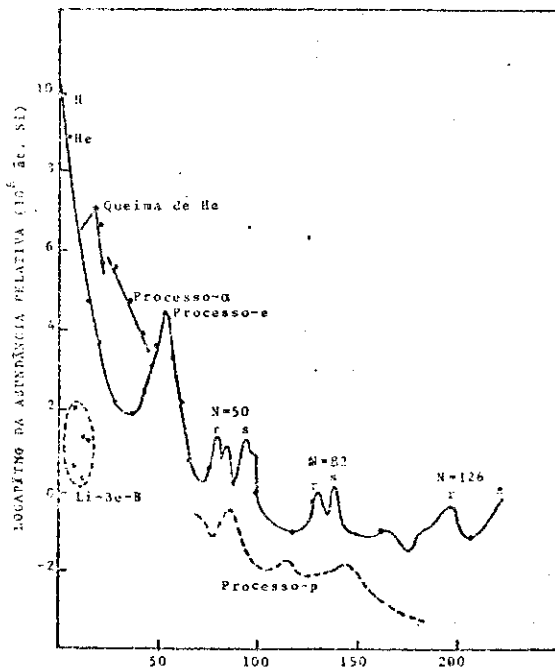
Dentre os vários processos de nucleossíntese, é o processo-r, onde neutrons são capturados a uma rápida escala de tempo, o responsável pela formação de elementos bastante pesados, sobretudo aqueles além do Pb.

Neste trabalho, nós nos deteremos na apresentação detalhada do processo-r, e analisaremos a competição entre as reações de captura e foto-emissão de neutrons pelos núcleos, com o decaimento- $\beta$  dos mesmos dentro do processo.

Tendo em vista situar a ocorrência do processo-r na teoria de evolução estelar, no capítulo I apresentamos as principais linhas evolutivas estelares e os processos de nucleossíntese que as acompanham. Como verificaremos no decorrer do referido capítulo, apenas os traços marcantes destas linhas de evolução são evidenciados. A análise detalhada das mesmas só seria possível através de um tratamento hidrodinâmico completo, levando em conta as condições de estabilidade e o balanceamento de energia do sistema, o que nos afastaria do objetivo de nosso trabalho.

estabelecer as principais características da curva de abundância dos elementos. Posteriormente, Burbidge, Burbidge, Fowler e Hoyle<sup>(4)</sup>, em um trabalho-base para a teoria de nucleosíntese estelar, caracterizaram os principais processos de nucleosíntese capazes de justificar o comportamento desta curva da abundância. Mais recentemente, através de dados obtidos por técnicas de análise mais refinadas, Cameron<sup>(5)</sup> procurou atualizar esta curva de abundância, que passa a ser o único suporte experimental aos trabalhos desenvolvidos nesta área.

A fig. 1 apresenta as características da curva de abundância para os dados de Suess e Urey<sup>(3)</sup>, com os processos de nucleosíntese de Burbidge et al. nela assinalados ( - queima de hidrogênio; - queima de hélio; - o processo- $\alpha$ ; - o processo-e; - o processo-s; - o processo-r e - o



processo-p).

Os elementos lítio, berílio e boro apresentam abundâncias anômalas, que teorias de atmosfera estelar e o bombardeamento do gás interestelar por raios cósmicos tentam esclarecer. Exceto estes elementos e boa parte do hélio observado, é geralmente admitido que todos os demais elementos são sintetizados nas estrelas a partir do hidrogênio, e distribuídos por todo o espaço.

Fig. 1 - Curva de abundância construída através dos dados de Suess e Urey, e reproduzida do trabalho de Burbidge et al. (ref.(4)) com os processos de nucleosíntese por estes estabelecidos.

As teorias mais recentes, por outro lado, procuram estabelecer uma justificativa coerente para a formação e atuais abundâncias dos elementos, valendo-se do fato bem conhecido de que reações nucleares estão correntemente acontecendo no interior estelar. Certamente, a evidência de elementos bastante instáveis na composição de algumas estrelas (obtida através de dados espectroscópicos), constitui um forte argumento a favor da nucleosíntese estelar. Apresentando pequenas meias-vidas, face à idade estimada para o Universo, estes elementos não poderiam sobreviver com suas atuais abundâncias, a menos que tenham sido sintetizados recentemente, acompanhando os estágios evolutivos estelares.

O balanceamento entre a energia gerada pelas contrações gravitacionais e reações nucleares do interior estelar com a energia irradiada através da superfície, sob a condição de equilíbrio quase-estático para a estrutura, delimita a faixa de energia de interação entre as partículas. Exceto para estados catastróficos da evolução estelar, a energia armazenada no interior das estrelas permite tão somente que as interações de suas partículas se façam a energias da ordem de 10 - 100 KeV . Com isto, apenas processos nucleares de baixas energias devem ser considerados para a nucleosíntese estelar.

No sentido de compreender a sequência de eventos ligados à formação dos elementos durante a evolução estelar, um considerável esforço tem sido dedicado à obtenção de dados sobre suas abundâncias. Através da análise da composição da Terra e dos meteoros, além dos dados oferecidos pela espectroscopia estelar e da composição solar, Suess e Urey<sup>(3)</sup> conseguiram



## INTRODUÇÃO

A Astrofísica, com o auxílio da Cosmologia e dos resultados acumulados pela Física Nuclear, procura esclarecer a evolução no tempo das estruturas materiais que preenchem o Universo. Estas estruturas são o enorme número de galáxias, e o imenso número de estrelas e outros corpos celestes de que, por sua vez, estas são constituídas.

Um importante aspecto do esclarecimento destes processos evolutivos consiste em explicar a maneira pela qual o material que entrou para a formação das galáxias e, conseqüentemente, para a formação das estrelas, tenha vindo a atingir uma composição que exhibe quase toda a variedade de espécies nucleares conhecidas. Assim, associado a esses processos evolutivos, encontramos o problema da formação dos elementos. Na solução deste problema, as teorias desenvolvidas devem justificar não somente a variedade, mas inclusive a abundância dos elementos no material observado.

As primeiras teorias<sup>(1,2)</sup> partiram da suposição de que todos os elementos teriam sido sintetizados durante a fase inicial de expansão do Universo. Entretanto, as condições iniciais para esta fase, da qual muito pouco é conhecida, seriam muito restritas para que um grande número de reações nucleares, capazes de sintetizar todos os elementos, tenha vindo a ocorrer.

## LISTA DE FIGURAS

<u>Fig.</u>	<u>Pág.</u>
1 .....	3
1.1.1 .....	11
1.3.1 .....	21
1.3.2 e 1.3.3 .....	23
2.2.1 .....	33
2.2.2 .....	34
2.2.3 .....	35
2.3.1 .....	40
2.3.2 .....	41
3.2.1 .....	55
3.3.1 .....	58
3.4.1 .....	61
3.4.2 .....	62
3.4.3 .....	63
3.4.4 .....	64
3.4.5 .....	65
3.4.6 .....	67
3.5.1 .....	69
C.1 .....	90

Examinada a situação astrofísica de ocorrência do processo-r, procuramos no capítulo II avaliar as condições de densidade de neutrons, bem como apresentamos o tratamento estatístico aplicado aos neutrons na determinação das taxas de captura dos mesmos. Nas condições de temperatura apresentadas pela situação astrofísica de ocorrência do processo-r, verificamos que, devido aos neutrons capturados se encontrarem fracamente ligados aos núcleos, a reação de foto-emissão de neutrons ( $\gamma, n$ ) passa a competir com a de captura ( $n, \gamma$ ). É, então, dada ênfase à fase do processo em que estas reações podem ser tratadas em equilíbrio. No mesmo capítulo, apresentamos os modelos dinâmicos do processo-r, realçando o aspecto de que, devido à queda da densidade de neutrons e da temperatura, a aproximação de equilíbrio para as referidas reações não pode ser aplicada ao longo de todo o transcurso do processo.

No capítulo III calculamos os tempos de equilíbrio ( $n, \gamma$ )  $\neq$  ( $\gamma, n$ ), necessários para a análise da aproximação de equilíbrio, ao mesmo tempo que apresentamos os parâmetros nucleares utilizados (seções de choque, taxas de decaimento- $\beta$  e fórmula de massa). Acompanham ainda, os resultados e discussões sobre o procedimento usado no tratamento do problema que nos propomos a analisar.

Achamos oportuno anexar três apêndices, onde no apêndice A apresentamos a relação entre as taxas das reações ( $\gamma, n$ ) e ( $n, \gamma$ ) (balanço detalhado). Nos outros dois, apêndices B e C, são discutidos os procedimentos computacionais necessários para a obtenção de uma maior eficiência nos cálculos.

## CAPÍTULO I

### EVOLUÇÃO ESTELAR E NUCLEOSÍNTESE

No sentido de delinear uma possível situação astrofísica de ocorrência do processo-r, dentro da teoria de evolução estelar, discutimos neste capítulo os aspectos gerais desta teoria (seção 1.1), associando a ocorrência do processo-r a explosões de supernova (seção 1.3).

Apresentamos na seção 1.2 as principais características dos demais processos de nucleosíntese, visto que são eles que estabelecem a composição alcançada pela configuração de pré-supernova, fixando, com isso, a mais provável região da sua estrutura onde pode ocorrer o processo-r. Desta forma, esclarecemos a suposição geralmente admitida de que o processo-r (precedido pela ocorrência do processo-e), tem por "núcleos sementes" isótopos de Fe e de elementos vizinhos.

#### 1.1 - Evolução Estelar e Diagramas H-R

##### a) - Principais Aspectos da Teoria de Evolução Estelar

Muito pouco podemos afirmar sobre o mecanismo pelo qual porções da imensa massa gasosa inicial, que veio a formar

as galáxias, tenham chegado a se isolar e, gradualmente, colapsar sobre si mesmas, vindo a formar as estrelas. A razão disto é que durante esta fase as concentrações gasosas apresentam pequena luminosidade. Em consequência, a teoria de evolução estelar no esclarecimento desta fase não pode ir além de suposições razoáveis para a configuração inicial das estrelas, fixando as suas massas para a análise de posteriores estágios de suas evoluções.

Admite-se, como configuração inicial, um gás rarefeito composto predominantemente de hidrogênio, podendo eventualmente apresentar pequenas percentagens de elementos mais pesados. A instabilidade gravitacional provoca a lenta auto-contracção do gás, que passa a apresentar fortes movimentos convectivos, devido a não-homogeneidade de sua densidade. A energia gravitacional gerada, é então quase totalmente utilizada pelos movimentos convectivos e, mesmo quando estes movimentos se restringem a suas camadas mais externas, a ionização do gás passa a consumir grande parte da energia gerada. Por esta razão, é que as estrelas apresentam, durante esta fase, pequena luminosidade.

Quando um caroço substancialmente radiativo é formado, ao mesmo tempo que os movimentos convectivos se limitam às camadas mais externas, a maior parte da estrutura continua a se contrair através de estados sucessivos de equilíbrio quase-estático (devido a grande massa encerrada pelo sistema, as contrações acompanham a perda de energia por irradiação e, como a opacidade é elevada, esta perda se faz lentamente). O teorema virial nos assegura que, neste estágio, pelo menos metade da

energia gravitacional gerada pela contração é armazenada sob a forma de energia térmica. A temperatura pode então alcançar valores que possibilitam a ocorrência de reações nucleares com o hidrogênio ( $\sim 10^6$  °K). Quando a queima de hidrogênio passa a se tornar uma eficiente fonte de energia, estabelece-se um estado estacionário para os processos de produção e perda por irradiação. Praticamente cessam as contrações e o tamanho, a luminosidade e a temperatura variam lentamente por um longo período de tempo da evolução da estrela (cerca de  $10^9 - 10^5$  anos, dependendo de sua massa). É a fase de maior duração de sua evolução, e é denominada de *sequência principal*.

Esgotada a reserva de hidrogênio no seu interior, surge em seguida, a possibilidade de reações com o hélio formado. Entretanto, estas reações no início não são suficientemente efetivas para promover novos estágios evolutivos. A formação do  $\text{Be}^8$  (meia vida de decaimento- $\alpha$  da ordem de  $10^{-16}$  s), é acompanhada de sua imediata decomposição. Ao mesmo tempo reações a três corpos,  $3\text{He}^4 \rightarrow \text{C}^{12}$ , capazes de se tornar uma eficiente fonte de energia, são de pequena probabilidade de ocorrência. Em consequência, a estrela aguarda na fase de sequência principal que novamente contrações gravitacionais aumentem a densidade de hélio, possibilitando a queima do mesmo, através do mecanismo que vem descrito em b) da seção 1.2.

A energia, que é então gerada pela queima do hélio, provoca a expansão das camadas externas constituídas de hidrogênio, tendo em vista as suas menores densidades. A estrela alcança grandes raios e, com a expansão, as camadas externas apresentam menor opacidade à radiação luminosa, o que aumenta sua luminosidade. A estrela passa à fase de *subgigante, gigante*,

*gigante vermelha* ou *supergigante*, dependendo de sua massa. A transição para estas fases, bem como entre elas, apenas poderia ser acompanhada através de cálculos para a estrutura estelar com suposições para sua massa e composição inicial. Isto porque, ao atingir esta situação, a região central da estrela apresenta condições que permitem a queima de elementos mais pesados que poderão então estar presentes (queima do carbono, do oxigênio, etc), e de maneira autoconsistente processos nucleares e estrutura estelar sofrem grandes variações.

Estrelas bastante massivas ( $\sim 4 - 8 M_{\odot}$ ), chegam, durante suas fases mais avançadas de evolução, a formar um caroço central bastante enriquecido pelos produtos pesados dos vários processos nucleares, até então ocorridos. A região central não suporta a pressão gravitacional (condição de Chandrasekhar<sup>(10)</sup>) e um rápido colapso acontece. Acompanhando este colapso, a captura eletrônica provoca a neutronização do material, ao mesmo tempo que tem lugar a explosão da estrutura (seção 1.3). Esta explosão pode vir a deixar para trás um caroço suficientemente massivo, e bastante rico em neutrons, que ao atingir uma configuração estável vem a formar uma *estrela de neutrons*. Para estrelas supermassivas (por exemplo de massa muito superior a  $8 M_{\odot}$ ), o colapso de sua estrutura pode vir a se prolongar indefinidamente, podendo originar os conhecidos *buracos negros*.

Estrelas de pequenas massas, no entanto, têm sequências evolutivas que não alcançam situações tão catastróficas. Seguindo a queima de hidrogênio, a massa de sua região central não consegue reter a expansão de suas camadas externas, que então lhe escapam. Com a perda de massa da estrela, sua região

central de alta temperatura ( $\sim 10^{6-7}$  °K) consegue suportar o peso de sua própria estrutura, constituída de matéria degenerada de alta densidade ( $\sim 10^6$  g/cm<sup>3</sup>). Assumindo uma configuração estável de pequenos raios ( $\sim 10^{3-5}$  km), passa a estrela à fase que denominamos de *aná branca*.

b) - Diagrama H-R

A teoria de evolução estelar encontra sua confirmação através de uma importante correlação estatística entre as grandezas que caracterizam as estrelas observadas. Esta correlação se apresenta quando são representadas as referidas grandezas em diagrama.

Lançando a energia irradiada através de sua superfície - a luminosidade<sup>(\*)</sup>, versus a temperatura de superfície<sup>(\*\*)</sup> das estrelas, construímos os conhecidos "diagramas Hertzsprung-Russel" ou simplesmente, diagramas H-R (fig. 1.1.1). Tais diagramas constituem, devido à grande escala de tempo associada aos estágios evolutivos (comparadas à escala da vida humana), uma espécie de "instantâneo" da dinâmica evolutiva do conjunto de estrelas tomadas para representação.

---

(\*) Outras grandezas tais como: a magnitude visual e a magnitude bolométrica (preservadas pelos seus valores históricos para os dados astronômicos), são utilizadas em lugar da luminosidade. A definição formal da relação destas grandezas com a luminosidade (fazendo uso da lei empírica de Pogson) é encontrada na maioria dos textos básicos de Astronomia e mesmo de Astrofísica (refs. (6,7)).

(\*\*) Também a temperatura de superfície pode ser substituída por grandezas que com ela se relacionem, tais como: classe espectral e índice de cor. Referimos também os textos acima para a definição destas grandezas.



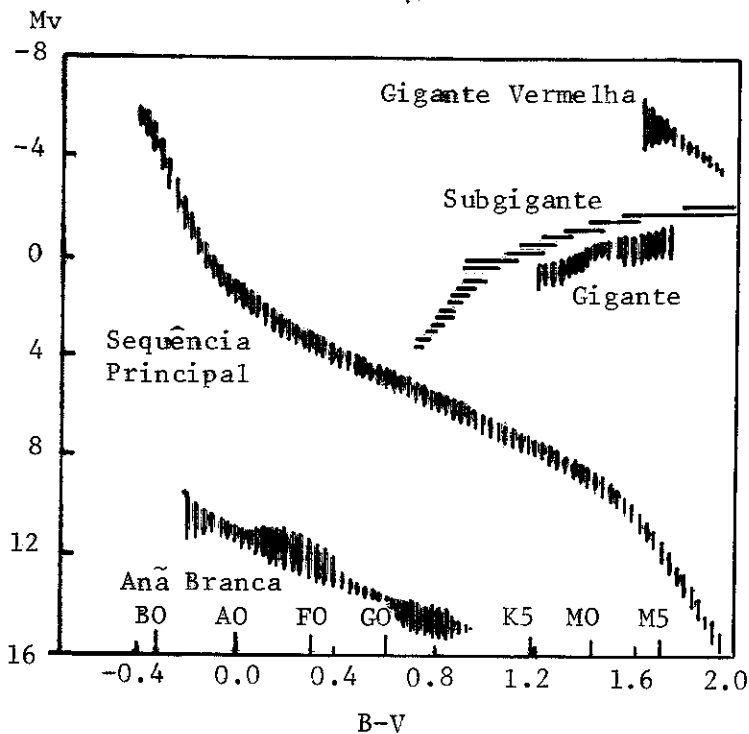


Fig. 1.1.1 - Diagrama H-R, apresentando esquematicamente as regiões das principais concentrações de estrelas observadas. No eixo vertical são representadas as magnitudes e no eixo horizontal o índice de cor ou classe espectral.

telares, claramente definidos através da observação, nos permite levar a efeito a análise de diagramas H-R de maneira bem mais simplificada. Para estes aglomerados, a suposição de que suas estrelas tenham vindo a se formar de porções de uma mesma massa gasosa inicial permite que possamos considerá-las com praticamente a mesma composição inicial e mesma idade. Com isto, apenas a massa estelar é o parâmetro a ser considerado na justificativa de tais diagramas H-R (8).

O que se observa, vindo a justificar o fato de que o maior período de tempo da evolução das estrelas é despendido na fase de *sequência principal*, é que a grande maioria das estrelas vem a se dispor (no diagrama) em uma estreita faixa que

Certamente, a análise de diagramas H-R para estrelas na vizinhança solar, torna-se uma difícil tarefa. Isto porque, estrelas de diferentes massas, diferentes composições iniciais e de diferentes idades, estariam nelas representadas. Por outro lado, a suposição geralmente admitida para a formação de estrelas que compõem os aglomerados es

se estende do canto esquerdo superior ao direito inferior (fig. 1.1.1).

A concentração menos densa que se observa de grande luminosidade e baixa temperatura de superfície (ou equivalentemente altas magnitudes e altos índices de cor), canto direito superior do diagrama, é a evidência de que estrelas mais massivas alcançaram a fase de *sequência principal* mais rapidamente, já se encontrando em estágios mais avançados de evolução (*gigantes*, *gigantes vermelhas*).

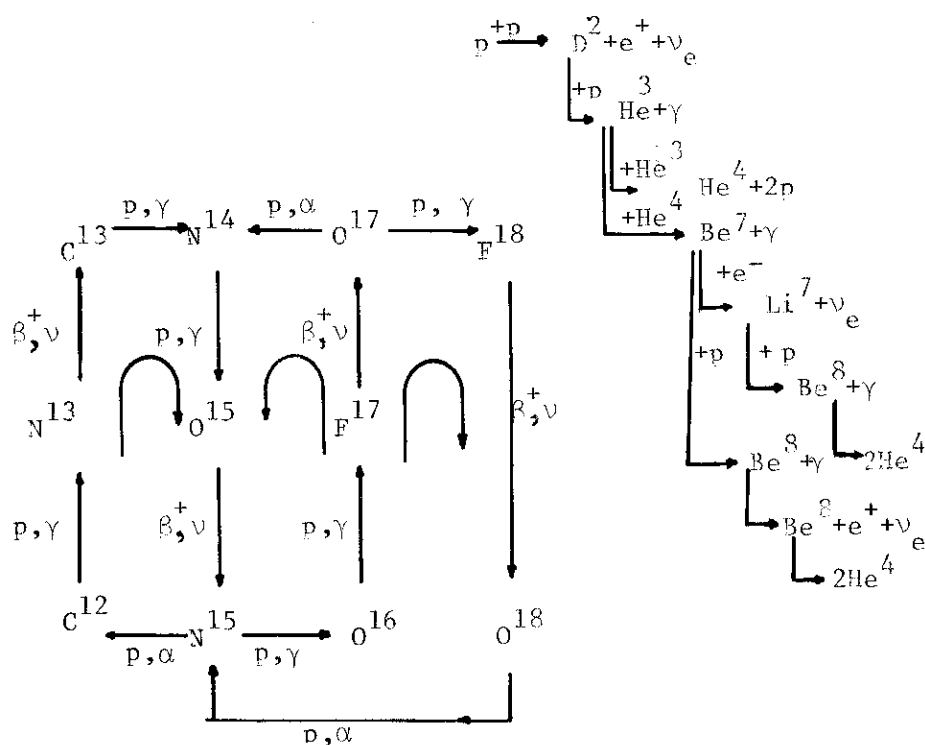
Com pequena luminosidade e alta temperatura (ou o equivalente: baixa magnitude e baixo índice de cor), encontramos uma pequena concentração de pontos, constituindo a evidência da fase de *anã branca*.

## 1.2 - Processos de Nucleosíntese Estelar

### a) - Queima de Hidrogênio

Durante quase todo o período de permanência na fase de *sequência principal*, estrelas produzem a maior parte de sua energia através de reações com o hidrogênio existente. Várias são as reações capazes de na temperatura reinante ( $\sim 10^7 - 5 \times 10^7$  °K) transformar o hidrogênio tendo como produto final o hélio, liberando energia. Estas reações são geralmente agrupadas em cadeias denominadas PPI, PPII e PPIII, e no conhecido ciclo CNO.

As seções de choque destas reações, na faixa de energia estelar, são razoavelmente bem conhecidas.



A - Ciclo CNO

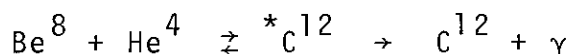
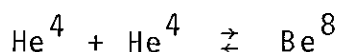
B - Cadeias PPI, PPII e PPIII

Dentre as cadeias de reações referidas, são as PPI e PPII as dominantes, do ponto de vista da produção de energia, e a cadeia PPIII apresenta interesse, sobretudo no cálculo da taxa de produção de neutrinos nesta fase da evolução estelar. Este interesse se justifica pelo fato de que um grande esforço tem sido dedicado ao problema dos neutrinos solares, onde os experimentos e previsões teóricas apresentam ainda grandes discordâncias.

b) - Queima do Hélio

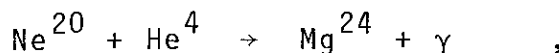
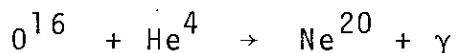
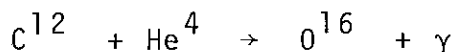
Quando a temperatura no interior estelar se aproxima de  $10^8$  K e a densidade de hélio resultante da queima do hidro-

gênio é suficientemente elevada, reações com o hêlio presente passam a constituir a principal fonte de energia da estrela. Como já nos referimos na seção anterior, reações diretas, envolvendo três núcleos de hêlio para formação do carbono, têm pequena incidência, e a produção de  $C^{12}$  é preferivelmente realizada através das duas etapas



Apesar da pequena meia-vida do  $Be^8$ , sua abundância em equilíbrio com a densidade de hêlio, então presente, é suficiente para que a segunda etapa ocorra.

Eventualmente, a concentração de carbono formado, face à grande densidade de hêlio, pode ainda possibilitar a captura de partículas- $\alpha$  pelos núcleos de carbono e pelos produtos desta captura,

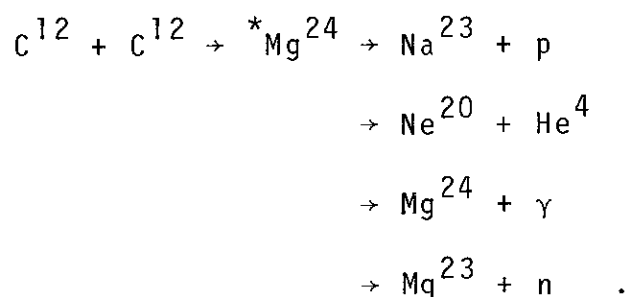


desta forma vindo a surgir núcleos ainda mais pesados.

### c) - Queima do Carbono

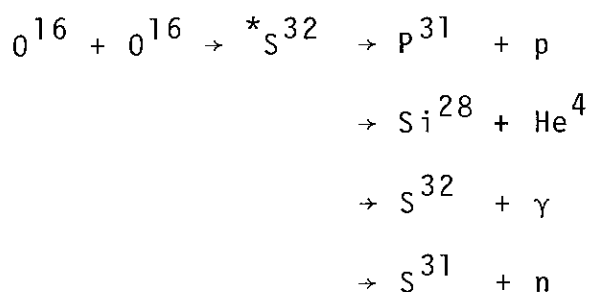
À medida que a região central é enriquecida pelo carbono, resultante da queima do hêlio, e a temperatura alcança

valores próximos de  $6 \times 10^8$  °K, reações com o carbono passam também a constituir uma outra fonte de energia. Neste processo um estado de núcleo composto do  $Mg^{24}$  é formado, decaindo por vários canais e produzindo em um deles neutrons livres que podem vir a ser capturados por outros núcleos (como discutiremos na sub-seção g) ) ,



d) - Queima do Oxigênio

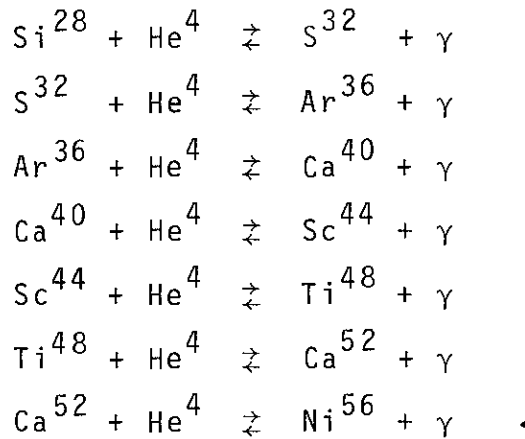
De modo análogo ao anterior, a queima do oxigênio , exigindo temperatura mais elevada ( $3 \times 10^9$  °K), se faz através da formação do núcleo composto  $*S^{32}$ , decaindo por diversos canais. Dentre eles um também liberando neutrons,



e) - Processo- $\alpha$

e) - Processo- $\alpha$

O aumento da temperatura não consegue promover reações de síntese entre núcleos mais pesados, devido à alta barreira Coulombiana que estes apresentam, e grande parte do  $\text{Si}^{28}$  presente é fotodesintegrado em sete partículas- $\alpha$ , aumentando a densidade destas partículas no meio. Estas são capturadas em competição com a fotoemissão das mesmas, constituindo uma cadeia de reações que pode chegar a se estender até o  $\text{Ni}^{56}$ ,



Para este último, a fotoemissão é bastante efetiva, não permitindo o prosseguimento do processo. A situação de equilíbrio para estas reações não chega a se estabelecer. O decaimento- $\beta$  e outras reações, que possam ocorrer com os núcleos envolvidos, alteram significativamente as suas abundâncias.

f) - Processo-e

Se as condições de temperatura do meio estelar alcançam valores extremos ( $3-4 \times 10^9$  °K), a excitação térmica das partículas- $\alpha$ , prótons e neutrons, tornam as reações de captura

destas partículas bastante eficientes, mesmo para núcleos pesados. Ao mesmo tempo, a densidade de fótons suficientemente energéticos deixa as reações  $(\gamma, \alpha)$ ,  $(\gamma, p)$  e  $(\gamma, n)$  competindo com a captura destas partículas. Em consequência, se a escala de tempo do processo é pequena, o suficiente para que o decaimento- $\beta$  não venha a interferir representativamente, uma situação de equilíbrio estatístico entre as configurações nucleares se estabelece. As configurações de energia de ligação mais alta são favorecidas, o que produz uma pronunciada abundância para o  $\text{Fe}^{56}$  e elementos vizinhos.

Este processo procura justificar o comportamento da curva de abundância na região destes elementos, geralmente referidos como "Grupo do Ferro".

As condições extremas de temperatura e densidade, requeridas pelo processo, indicam que provavelmente este processo ocorre nos estágios bastante avançados da evolução estelar e em camadas explosivas de supernova. Isto vem a esclarecer a suposição geralmente admitida de que processos de captura de neutrons, no sentido de sintetizar elementos ainda mais pesados, tem por "núcleos semente" núcleos do Grupo do Ferro.

#### g) - Processo-s

Algumas estrelas, durante ainda as últimas fases de suas evoluções, chegam a apresentar traços em suas composições de elementos bastante pesados, além mesmo do Grupo do Ferro.

A formação destes elementos é justificada, em parte, através do processo-s, referindo-se à lenta ("slow") captura de

neutrons pelos núcleos presentes. A captura é dita lenta, face à meia-vida de decaimento- $\beta$  dos isótopos formados. A meia-vida característica de decaimento- $\beta$  dos núcleos formados varia entre frações de segundo a alguns dias, enquanto a escala de tempo de captura de neutrons varia entre alguns meses a anos. Desta forma, à medida que neutrons são capturados, formando isótopos beta-radiativos, logo em seguida o decaimento- $\beta$  transfere estes isótopos para o elemento beta-estável de número atômico seguinte.

Ao atingir o  $\text{Bi}^{209}$ , a pequena meia-vida, face ao decaimento- $\alpha$  do  $\text{Bi}^{210}$ , não permite que o processo tenha continuidade.

É através do processo-s, levando em conta o efeito de camadas fechadas sobre as seções de choque de captura de neutrons, que se procura justificar os picos da curva de abundância dos elementos centrados em  $A = 90, 138$  e  $208$ .

#### h) - Processo-r

A formação e abundância de elementos além do  $\text{Pb}^{208}$  são explicadas através da rápida captura de neutrons, face ao decaimento- $\beta$  dos isótopos formados, constituindo o principal aspecto do processo que denominamos de processo-r.

O intenso fluxo de neutrons e a pequena escala de tempo de ocorrência deste processo, nos leva a tomar as explosões de supernova como uma provável situação astrofísica para o mesmo, como melhor esclareceremos na seção seguinte.

Os detalhes deste processo são analisados no decor -



rer do capítulo II, onde os problemas associados ao seu tratamento são discutidos.

i) - Processo-p

A existência de elementos estáveis, ricos em prótons ( $\text{Se}^{74}$ ,  $\text{K}^{78}$  e outros), provavelmente seria justificada por um processo similar ao processo-r, onde prótons  $\bar{e}$  que seriam capturados rapidamente. No entanto, as dificuldades em encontrar situações astrofísicas para a ocorrência deste processo, não têm permitido um estudo detalhado do mesmo.

1.3 - Explosão de Supernova

Dentre as teorias que tentam esclarecer o mecanismo de explosões de supernova, predomina a idéia introduzida por Colgate e White<sup>(9)</sup>, que fizeram a primeira tentativa de obter resultados quantitativos para o problema.

Aproximadamente ao fim do estágio de gigantes vermelhas, estrelas massivas possuem um caroço central, bastante enriquecido pelos produtos dos diversos processos nucleares até então ocorridos. Quando esta região atinge uma densidade crítica definida pelo limite de massa de Chandrasekhar<sup>(10)</sup>, o gás de elétrons degenerados não consegue suportar a pressão gravitacional, e um rápido colapso da estrutura  $\bar{e}$  desencadeado.

A contração da estrutura provoca a captura eletrônica

pelos núcleos presentes,  $(Z,A) + e^- \rightarrow (Z-1,A) + \nu$ , e o desaparecimento de elétrons, juntamente com a perda de energia transportada pelos neutrinos para as camadas mais externas, diminuem a pressão interna. O colapso é acelerado, intensificando a captura, o que por sua vez propicia ainda mais o colapso da estrutura.

O enorme número de neutrinos produzidos no interior, devido às condições de densidade e temperatura, dificilmente consegue escapar livremente da estrutura (apesar de suas pequenas seções de choque de interação com a matéria,  $\sim 10^{-20}$  barn). Admite-se que estes depositem suas energias nas camadas subsequentes, que, em queda aproximadamente livre, se chocam com o caroço de alta densidade, o que faz surgir uma onda de choque que progride em direção ao exterior. A passagem desta onda, através das camadas ainda em queda, esquenta o material e inverte o sentido de suas velocidades. Estas passam a se expandir explosivamente, deixando para trás um caroço que continua a colapsar. Dependendo da massa da região em colapso, este colapso poderá se prolongar indefinidamente, dando origem aos chamados buracos negros, ou poderá ver surgir um gradiente de pressão (devido à matéria de neutrons degenerados de seu interior) capaz de parar o movimento de colapso, dando origem a uma configuração estável. É a chamada estrela de neutrons de raio aproximadamente 10 km e de densidade central da ordem da densidade da matéria nuclear em equilíbrio.

A fig. 1.3.1 apresenta esquematicamente um possível modelo de pré-supernova, capaz de permitir a ocorrência do processo-r por ocasião da explosão, e de deixar uma estrela de neu

trons como remanescente.

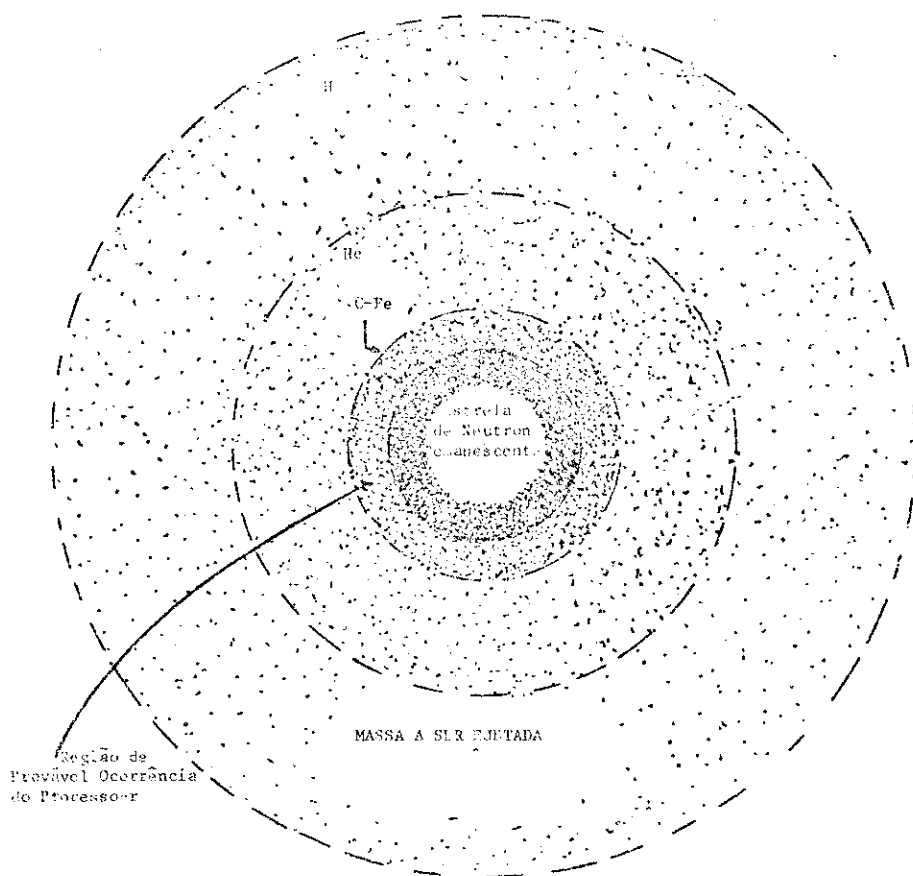


Fig.1.3.1-Corte transversal esquemático de uma provável pré-supernova que possibilite a ocorrência do processo-r, com a indicação da região onde provavelmente esteve nela a ocorrer, possibilitando também a formação de uma estrela de neutrons remanescente.

A passagem da frente de onda pelas camadas mais internas da envoltória leva à compressão destas camadas, de modo que a neutronização do material por captura eletrônica é localmente acelerada, e em seguida, com a temperatura alcançando valores da ordem de  $10^{10-11}$  °K, os núcleos se decompõem por fotodesintegração. Seguindo a passagem da frente de onda, um rápido esfriamento acontece, ocasionado pela grande velocidade de expansão (esta se processa quase que adiabaticamente, com uma velocidade de aproximadamente 1/10 da velocidade da luz). Durante este esfriamento, neutrons e prótons voltam a se reassociarem para formar núcleos (provavelmente devido à alta temperatura, podendo ocorrer o processo-e). Quando a temperatura cai a valores infe-

riores a  $3 \times 10^9$  °K, reações entre partículas carregadas são rapidamente suprimidas, face à barreira Coulombiana, e os núcleos então presentes, e estando o meio altamente neutronizado, começam a capturar neutrons rapidamente, tendo lugar o processo-r.

As figs. 1.3.2 e 1.3.3, tomadas dos resultados obtidos por Hillebrandt, Takahashi e Kodama<sup>(11)</sup>, apresentam o comportamento do meio, por ocasião da passagem da frente de onda através de suas camadas. A região por eles estabelecida para a ocorrência do processo-r é compreendida entre as camadas de raio  $10^7 - 10^9$  cm, de forma a corresponder à região mais interna da envoltória da configuração de pré-supernova por eles utilizada.

Outros mecanismos para o esclarecimento de explosões de supernova tem sido também considerados<sup>(12,13)</sup>, persistindo ainda grandes dificuldades no tratamento deste problema e continuam não muito boas as concordâncias entre os vários trabalhos publicados.

A grande dificuldade nos modelos, como o aqui descrito, consiste no tratamento da interação de neutrinos com a matéria e, conseqüentemente, na análise do transporte de energia pelos mesmos.

Explosões de supernova se apresentam na atualidade como um campo de grande interesse de investigações teóricas.

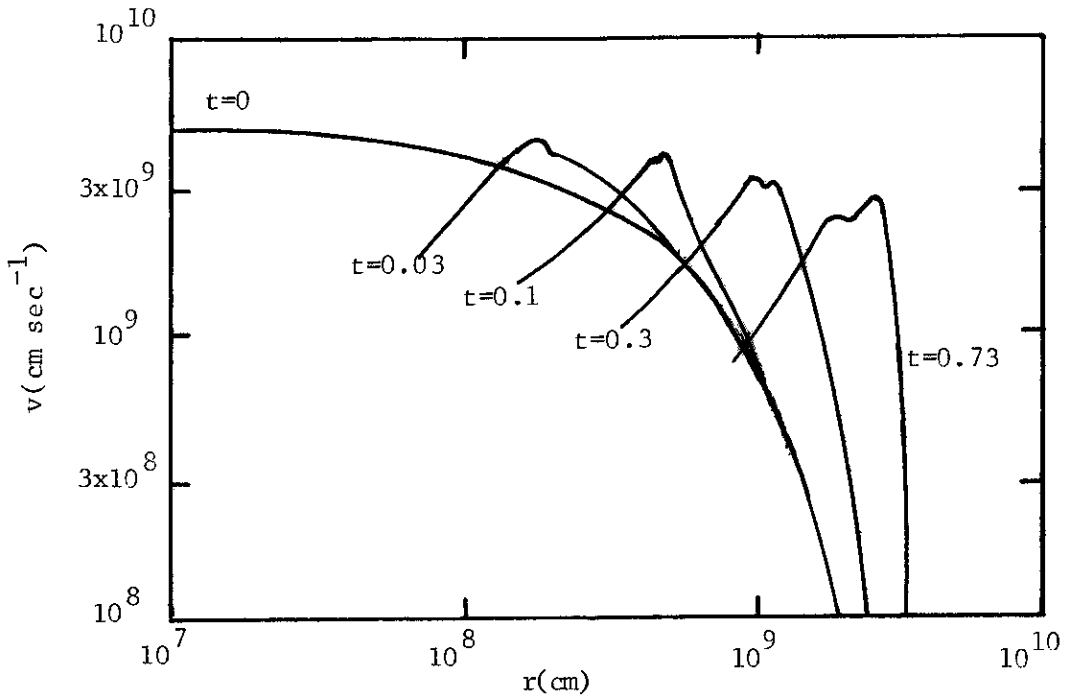


Fig. 1.3.2 - Evolução no tempo das velocidades de expansão das camadas de interesse para a ocorrência do processo-r, por ocasião da passagem da onda de choque. Resultado obtido por Hillebrandt, Takahashi e Kodama (ref. (11)).

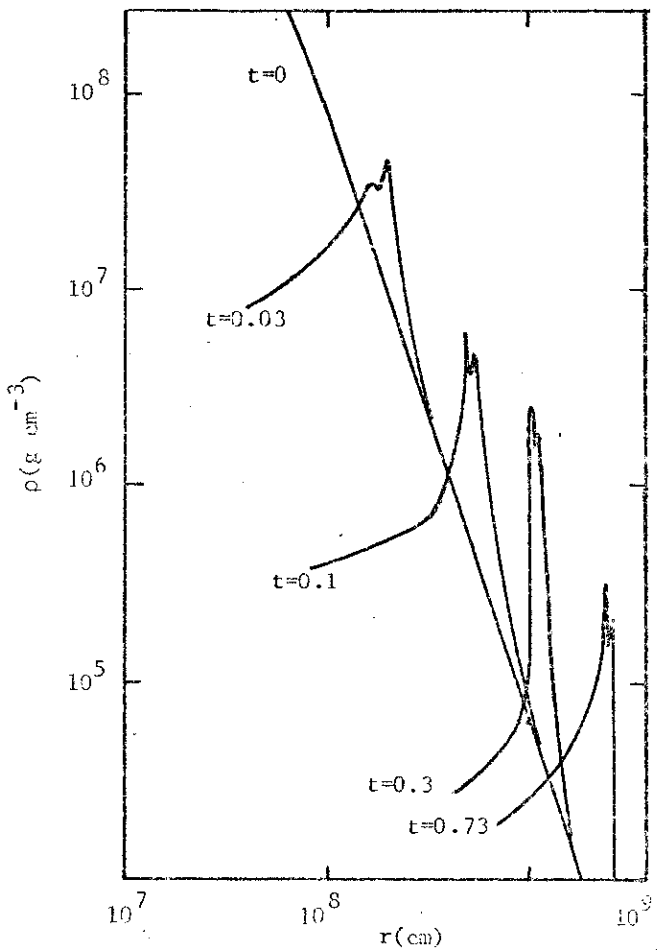


Fig. 1.3.3 - A variação da densidade para a região de ocorrência do processo-r, por ocasião da passagem da onda de choque. Resultado também apresentado por Hillebrandt, Takahashi e Kodama (ref. (11)).

## CAPÍTULO II

### PROCESSO-R DE NUCLEOSÍNTESE

Neste capítulo, procuramos inicialmente avaliar a ordem de grandeza da densidade de neutrons, que é necessária à ocorrência do processo-r, mostrando que, sob as condições de temperaturas consideradas, a reação de fotoemissão de neutrons vem a competir com a captura dos mesmos (seção 2.1).

A hipótese de equilíbrio entre as referidas reações é introduzida, enfatizando o papel da equação de Saha, no sentido de definir as características da distribuição de abundâncias em equilíbrio dos isótopos formados no decorrer do processo (seção 2.2).

Em seguida, é apresentada a influência dos processos de fissão, bem como é discutida a situação em que a densidade de neutrons e a temperatura não mais permitem a continuação do processo, dando origem à fase de "congelamento" do processo-r, (seção 2.3).

Finalmente, abordamos o tratamento dado à variação da densidade de neutrons e da temperatura ao longo do processo, segundo os vários modelos existentes (seção 2.4).

## 2.1 - Características Gerais do Processo-r

O aspecto fundamental que caracteriza o processo-r, como já nos temos referido, é a grande densidade de neutrons que se faz necessária. Uma estimativa dessa densidade pode ser feita rapidamente, com o auxílio das seções de choque características de captura para os núcleos ( $\sigma_{n\gamma} \sim 10 - 10^3$  milibarn), e das suas meias-vidas de decaimento- $\beta$  ( $\tau_{\beta} \sim 10^{-1} - 10^{-2}$ s).

A escala de tempo de captura de neutrons é dada por

$$\tau_{n\gamma} = \frac{1}{\lambda_{n\gamma}} = \frac{1}{n_n \langle \sigma_{n\gamma} v \rangle} , \quad (2.1.1)$$

sendo  $\lambda_{n\gamma}$  a taxa de captura de neutrons para a densidade de neutrons  $n_n$  e  $\langle \sigma_{n\gamma} v \rangle$  é o valor médio do produto da seção de choque pela velocidade térmica de incidência do neutron.

Em primeira aproximação, podemos tomar como valor médio do produto  $\sigma_{n\gamma} v$  o produto da seção de choque estimada acima pela velocidade térmica média  $\bar{v}$ . Para as temperaturas de interesse ( $\sim 10^9$  °K, como vimos na seção 1.3),  $\bar{v} = 3 \times 10^8$  cm/s. Assim a condição  $\tau_{n\gamma} \ll \tau_{\beta}$ , com o auxílio da eq. (2.1.1) nos fornece

$$n_n \gg 10^{20} \text{ neutrons/cm}^3 .$$

Tomando  $n_n$  como um parâmetro ajustável nos cálculos de processo-r, como discutiremos na seção 2.4, são encontrados valores que melhor reproduzem as abundâncias observadas dos elementos, estes valores encontrando-se na faixa

$$n_n \sim 10^{26} - 10^{28} \text{ neutrons/cm}^3 ,$$

com a temperatura da ordem de  $10^9$  °K. Sob estas condições de densidade e temperatura, o número de neutrons por volume térmico de de Broglie é

$$n_n^{\text{ter.-neut.}} = \frac{n_n \hbar^3}{(3m_n kT)^{3/2}} \sim 10^{-8} - 10^{-10} \text{ neut./cm}^3, \quad (2.1.2)$$

onde  $m_n$  é a massa de repouso do neutron,  $\hbar$  a constante de Planck dividida por  $2\pi$ , T a temperatura e k a constante de Boltzman. Como vemos, os neutrons estão muito rarefeitos do ponto de vista microscópico, e as restrições quânticas são ainda desprezíveis no espaço de fase dos mesmos. Desta forma um tratamento estatístico clássico, através da distribuição de Maxwell-Boltzman, é perfeitamente aplicável para a distribuição de velocidades dos neutrons, como é feito no decorrer deste trabalho.

Outro aspecto que aqui gostaríamos de salientar é que, devido à rápida captura de neutrons, os núcleos formados vão se encontrar bastante afastados da linha de estabilidade beta (cerca de 10 - 20 unidades de número de massa). O afastamento da linha de estabilidade beta, em geral, diminui as energias de separação de neutrons para os núcleos, dados por

$$S_n(Z, A+1) = B(Z, A+1) - B(Z, A) = \left[ M(Z, A) - M(Z, A+1) + m_n \right] c^2 \text{ MeV} . \quad (2.1.3)$$

Nesta expressão  $B(Z, A)$  é a energia de ligação do núcleo  $(Z, A)$ ,  $M(Z, A)$  a sua massa e c a velocidade da luz.

Quando  $S_n$  alcança valores da ordem de 2 - 3 MeV (valor característico para o afastamento referido anteriormente),



as reações de fotoemissão para os núcleos com esta energia de separação, nas condições de temperatura aqui consideradas tornam-se bastante eficientes. Com efeito, o número de fótons por unidade de volume, capazes de fotoemitir neutrons destes núcleos, é então obtido da distribuição estatística de fótons,

$$n_f(E \geq S_n) = \frac{8\pi}{c^3} \int_{S_n/h}^{\infty} \frac{\nu^2}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu, \quad (2.1.4)$$

onde  $\nu$  é a frequência da radiação. Como a exponencial se mantém na integração  $\gg 1$ , a expressão acima reduz-se a

$$n_f(E \geq S_n) \approx \frac{8\pi}{c^3} \int_{S_n/h}^{\infty} \nu^2 e^{-h\nu/kT} d\nu, \quad (2.1.5)$$

onde lembramos que  $kT \sim 0.1$  MeV. Avaliando a ordem de grandeza de  $n_f$ , encontramos  $n_f \sim 10^{22-18}$  fótons/cm<sup>3</sup> ( $S_n \approx 2 - 3$  MeV).

Levando em conta este resultado, juntamente com os valores característicos de seção de choque de fotoemissão ( $\sigma_{\gamma n} \sim 10 - 10^3$  milibarn), obtemos para as taxas desta reação

$$\lambda_{\gamma n} = c \sigma_{\gamma n} n_f \approx 10^{8-2} \text{ s}^{-1}. \quad (2.1.6)$$

Estabelecendo, por exemplo,  $n_n = 10^{26}$  na eq. (2.1.1), vemos que  $\lambda_{\gamma n}$ , acima, chega a alcançar valores competitivos com os de  $\lambda_{n\gamma}$  ( $\sim 10^{10-8} \text{ s}^{-1}$ ).

Por outro lado, a fotoemissão de prótons ou mesmo a

dupla fotoemissão de neutrons apresentam limiares bastante elevados de modo que os fôtons em equilíbrio térmico com o meio, a temperaturas de interesse para o processo-r, não conseguem torná-las representativas.

A captura e fotoemissão de um único neutron juntamente com o decaimento beta são, portanto, os principais processos nucleares a serem levados em consideração no tratamento do processo-r, durante a maior parte do seu desenrolar.

## 2.2 - Processo-r em Equilíbrio das Reações $(n,\gamma) \rightleftharpoons (\gamma,n)$

Durante a fase em que são apenas os processos de captura e fotoemissão de neutrons, juntamente com o decaimento- $\beta$ , que determinam o andamento do processo, as abundâncias dos núcleos envolvidos têm suas variações no tempo descritas por

$$\frac{d}{dt} n(Z,A) = - \lambda_{\beta}(Z,A) n(Z,A) + \lambda_{n\gamma}(Z,A-1) n(Z,A-1) - \left[ \lambda_{n\gamma}(Z,A) + \lambda_{\gamma n}(Z,A) \right] n(Z,A) + \lambda_{\beta}(Z-1,A) n(Z-1,A) \quad , \quad (2.2.1)$$

originando um sistema de equações acopladas em Z e em A. Nesta equação  $n(Z,A)$  é a abundância do isótopo de número atômico Z e número de massa A, num dado instante de tempo, e  $\lambda_{n\gamma}(Z,A)$ ,  $\lambda_{\gamma n}(Z,A)$  e  $\lambda_{\beta}(Z,A)$  representam suas taxas de captura, fotoemissão e decaimento- $\beta$ , respectivamente.

No entanto, como as taxas de captura e fotoemissão se

mantêm muito superiores às de decaimento- $\beta$  (o que equivale dizer que os tempos característicos para as duas primeiras reações  $\tau_{n\gamma}, \tau_{\gamma n} \ll \tau_{\beta}$ ), uma importante simplificação é levada a efeito na eq. (2.2.1). Isto é feito no sentido de evitar a necessidade do conhecimento das seções de choque  $\sigma_{n\gamma}$  e  $\sigma_{\gamma n}$ , e de simplificar os cálculos. Esta simplificação consiste em considerar que as reações  $(n,\gamma) \rightleftharpoons (\gamma,n)$ , entre isótopos de um mesmo elemento, alcançam a situação de equilíbrio, antes mesmo que o decaimento- $\beta$  se torne eficiente para estes isótopos.

Com esta simplificação, apenas as variações no tempo da abundância isotópica total de um dado elemento,  $n_Z = \sum_A n(Z,A)$ , são acompanhadas ao longo do processo

$$\frac{d}{dt} n_Z = - \lambda_{\beta}(Z) n_Z + \lambda_{\beta}(Z-1) n_{Z-1} \quad (2.2.2)$$

Nesta expressão, para melhor representar a quantidade de isótopos do elemento  $Z-1$ , transferidos para isótopos do elemento  $Z$ , por unidade de tempo, toma-se uma média,  $\lambda_{\beta}(Z)$ , entre as taxas de decaimento- $\beta$  dos isótopos que sofrem este decaimento. Os pesos com que as taxas de cada isótopo, isoladamente, participam da média, são especificados pelas abundâncias de equilíbrio  $(n,\gamma) \rightleftharpoons (\gamma,n)$  para estes isótopos, normalizados à abundância isotópica total. Desta forma, na eq. (2.2.2),  $\lambda_{\beta}(Z)$  vem dado por

$$\lambda_{\beta}(Z) = \sum_A \lambda_{\beta}(Z,A) p(Z,A) \quad , \quad (2.2.3)$$

com  $p(Z,A) = n^{eq}(Z,A)/n_Z$ , onde  $n^{eq}$  representa a abundância do

isótopo em equilíbrio das reações  $(n,\gamma) \rightleftharpoons (\gamma,n)$ . Como para a de terminação dos pesos  $p(Z,A)$  necessitamos, apenas, de relações entre abundâncias, estes pesos são estabelecidos através da equação de Saha (apêndice A)

$$\log \frac{n^{eq}(Z,A+1)}{n^{eq}(Z,A)} = \log \frac{W(Z,A+1)}{W(Z,A)} + \log n_n - 34.075 - \\ - 3/2 \log \left( \frac{A}{A+1} T_9 \right) + \frac{5.04}{T_9} S_n(Z,A+1) . \quad (2.2.4)$$

Nesta última expressão os logarítmos são tomados em base decimal,  $W(Z,A) = \sum_i (2J_i+1)e^{-E_i/kT}$  é a função de partição para os níveis de energia interna dos núcleos, onde  $E_i$  representa a energia do estado de spin  $J_i$  destes núcleos. Os valores da densidade de neutrons,  $n_n$ , são tomados em unidade de neutrons/cm<sup>3</sup>, a temperatura  $T_9$  é expressa em unidades de 10<sup>9</sup> °K, e a energia de separação em MeV.

O conhecimento das funções de partição  $W(Z,A)$  é equivalente à resolução teórica do problema da espectroscopia nuclear para a larga faixa de núcleos envolvidos no processo. No entanto, os modelos nucleares, até então desenvolvidos, estão longe de uma aplicação tão extensiva que possibilite a determinação destas funções. Estimativas fenomenológicas para as funções de partição de núcleos próximos à linha de estabilidade- $\beta$  (14,15), oferecem valores próximos da unidade para a razão  $W(Z,A+1)/W(Z,A)$ . A atribuição do valor unitário para esta razão, na região de núcleos de interesse, constitui uma aproximação que conduz a erros irrelevantes do ponto de vista dos resultados que obteremos para as abundâncias em equilíbrio dos isó-

topos. Isto porque, os valores das energias de separação,  $S_n$ , que é o parâmetro representativo na eq. (2.2.4) (devido à forma logarítmica desta equação), são apenas aproximados em consequência dos erros inerentes às fórmulas de massa.

Desprezando, então, os logarítmos dos termos da ordem de unidade na eq. (2.2.4), que por sua vez não teriam grandes significados, podemos escrever para esta equação

$$\log \frac{n^{eq}(Z, A+1)}{n^{eq}(Z, A)} = \log n_n - 34.075 + 3/2 \log T_9 + 5.04/T_9 S_n(Z, A+1) \quad (2.2.5)$$

onde vemos que, fixadas a temperatura e densidade de neutrons, a distribuição de abundâncias entre os isótopos de uma dada família de número atômico  $Z$  depende exclusivamente do comportamento da energia de separação ao longo da família.

Este comportamento é decrescente, quando são considerados apenas os termos de variação suave, com a mudança do número de massa, nas energias de ligação nuclear (o termo de simetria domina a variação de  $B(Z, A)$  ao longo de  $Z$  constante). A descontinuidade de  $S_n$  por ocasião da ocorrência de um número mágico de neutrons (20, 28, 50, 82, 126 e 184) e oscilações par-ímpar das energias de separação são ainda mais ampliadas pela eq. (2.2.5) para as abundâncias em equilíbrio. Com isto, um pico bastante pronunciado se verifica na distribuição de abundância de uma dada família, por ocasião da incidência de um número mágico de neutrons para algum de seus isótopos.

Passemos a discutir brevemente a maneira pela qual o equilíbrio se estabelece. Para tanto, antecipemos o resultado

obtido no apêndice A, reproduzindo a eq. (A.2.9)

$$\log \frac{\lambda_{n\gamma}(Z,A)}{\lambda_{\gamma n}(Z,A+1)} = \log n_n + \log \frac{W(Z,A+1)}{W(Z,A)} - 34.075 - \\ - 3/2 \log \left( \frac{A}{A+1} T_9 \right) + \frac{5.04}{T_9} S_n(Z,A+1) \quad ,$$

com as aproximações já consideradas, i.ê., desprezando termos da ordem da unidade, esta equação assume a forma:

$$\log \frac{\lambda_{n\gamma}(Z,A)}{\lambda_{\gamma n}(Z,A+1)} = \log n_n - 34.075 + 3/2 \log T_9 + \\ + 5.04/T_9 S_n(Z,A+1) \quad , \quad e \quad (2.2.6)$$

por exemplo, enquanto os valores de  $S_n$  se mantêm relativamente altos, de forma que pela expressão acima  $\lambda_{n\gamma}$  permaneça muito maior que  $\lambda_{\gamma n}$ , a captura é mais efetiva, proporcionando a formação de isótopos mais ricos em neutrons. Se, por outro lado,  $S_n$  alcança valores pequenos, a fotoemissão prevalece e a situação se inverte. A competição termina por favorecer a abundância, em equilíbrio, do isótopo (Z,A), para o qual a relação  $\lambda_{n\gamma}(Z,A)/\lambda_{\gamma n}(Z,A+1)$  tem valor próximo de um, o que determina de modo aproximado a localização do pico da distribuição. Conclui-se, então, que a maior parte dos isótopos transferidos pelo decaimento- $\beta$ , da família Z-1 para a família Z, acomodam-se, face a situação de equilíbrio que se estabelece, como isótopos do pico desta última família. Aí, aguardam que um novo decaimento- $\beta$  os transfira para a família Z+1, e assim sucessivamente (fig. 2.2.1).

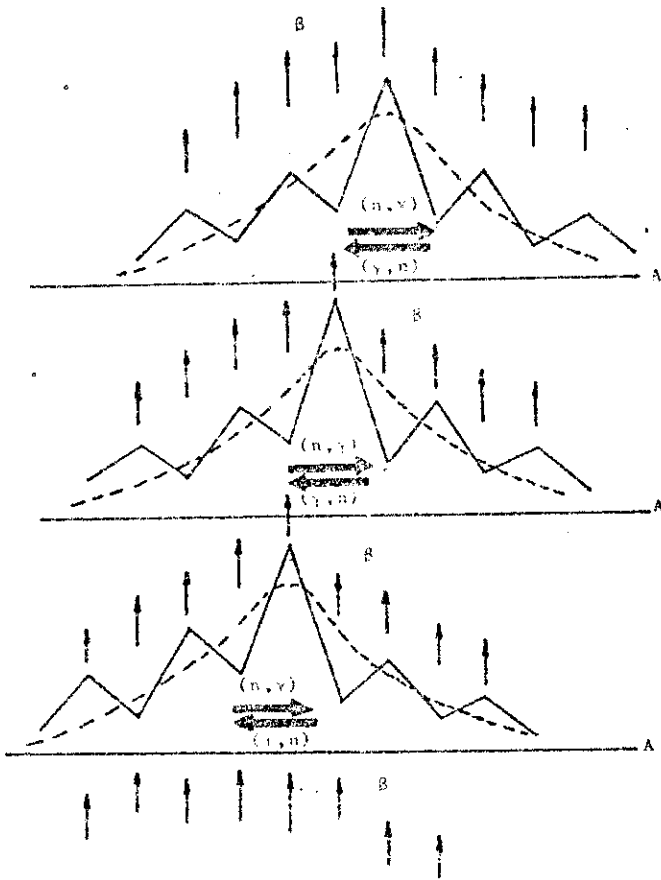


Fig. 2.2.1 - De forma esquemática, o comportamento das distribuições de abundâncias em equilíbrio  $(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$  das famílias de isótopos, dentro do processo-r. As abundâncias são lançadas, fora de escala, na vertical, e o número de massa na horizontal. O papel do decaimento- $\beta$  é indicado, e a curva tracejada representa o comportamento que teria a distribuição, por uma variação suave de  $S_n$  com o número de massa.

Os núcleos envolvidos no processo-r situam-se desta forma, em uma faixa de número de massa em torno do pico das distribuições. A disposição dos picos no plano Z-A (ou Z-N) define o que denominamos de "percurso do processo-r". Com a condição estabelecida para a localização aproximada dos picos  $(\lambda_{n\gamma}(Z,A)/\lambda_{\gamma n}(Z,A+1)) \sim 1$ , para a temperatura e densidade de neutrons fixadas, verificamos pela eq. (2.2.6) que estes percursos seguem aproximadamente as linhas de  $S_n = \text{const.}$ , de valores

$$S_n^P \approx (34.075 - \log n_n + 3/2 \log T_9) T_9 / 5.04 \quad , \quad (2.2.7)$$

onde por  $S_n^P$  indicamos o fato de que este é o valor aproximado.

para a energia de separação de neutrons dos isótopos representativos dos picos das distribuições.

O aumento da temperatura na eq. (2.2.7) eleva o valor de  $S_n^P$  aproximando o percurso à linha de beta estabilidade, o que vem a refletir o fato de que as reações de fotoemissão se tornam mais efetivas para todas as famílias. Por outro lado, o aumento da densidade de neutrons afasta estes percursos da linha de beta estabilidade, como reflexo da maior predominância das reações de captura.

As figs. 2.2.2 e 2.2.3, tomadas do trabalho de Cameron, Delano e Truran<sup>(16)</sup>, traduzem a aproximação e afastamento destes percursos pelas variações referidas.

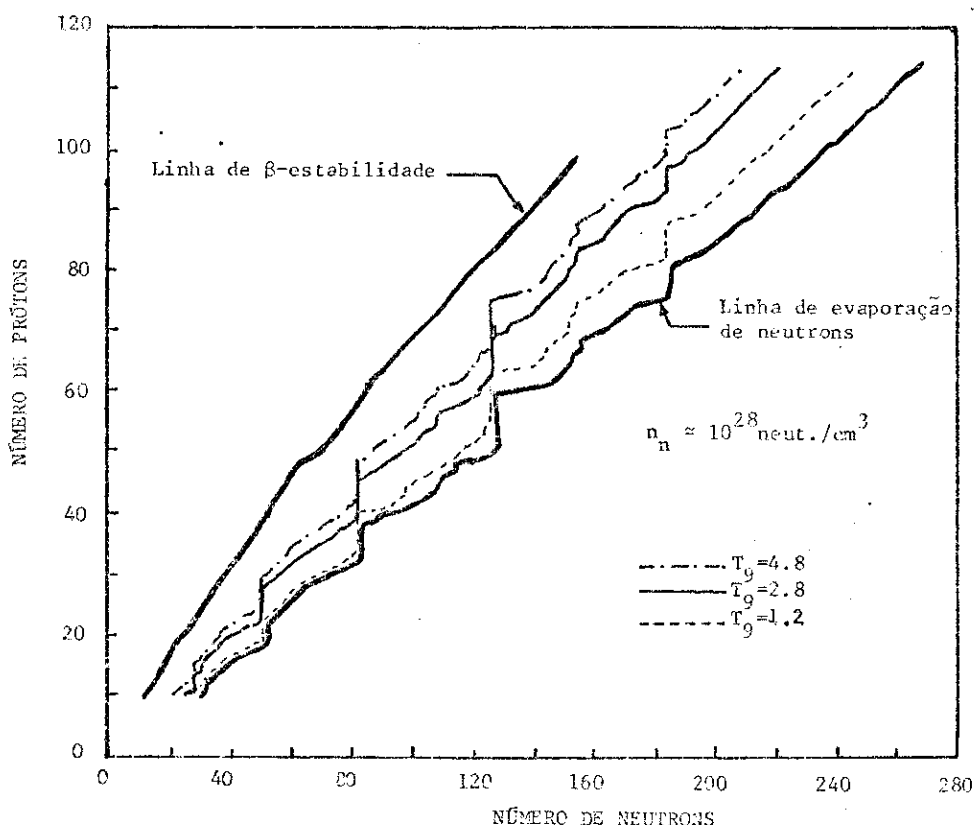


Fig. 2.2.2 - A aproximação dos percursos do processo-r à linha de estabilidade-β devido à variação de temperatura, apresentada por Cameron, Delano e Truran(ref. (16)), para os valores de  $T_9$  e  $n_n$  indicados na figura. Note-se que a escala horizontal é a metade da escala vertical.



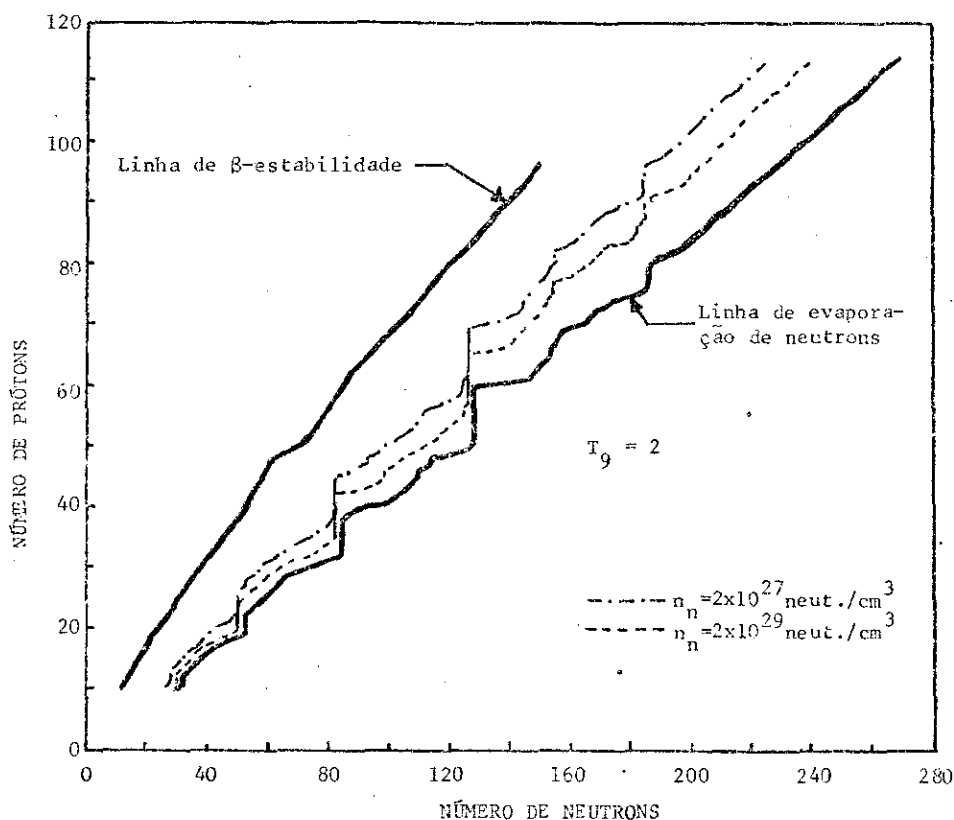


Fig. 2.2.3 - O afastamento da linha de estabilidade- $\beta$  dos percursos do processo-r devido ao aumento da densidade de neutrons, também apresentado por Cameron, Delano e Truran (ref.(16)).  $T_9$  e  $n_n$  tem seus valores indicados na figura e as escalas são como na fig. anterior (fig. 2.2.2).

### 2.3 - A Fissão e o Congelamento do Processo-r

Durante a fase em que os núcleos envolvidos no processo não atingem números atômicos muito elevados, a captura de neutrons, suas fotoemissões e o decaimento- $\beta$ , determinam o rumo a ser tomado pelo percurso do processo. A temperatura e densidade de neutrons estabelecem a maior ou menor tendência a números de massas crescentes no plano Z-A, e o decaimento- $\beta$  age

no sentido de elevar cada vez mais o número atômico dos núcleos envolvidos.

Se as condições de temperatura e densidade de neutrons se prolongarem por um período de tempo suficiente, núcleos fissionáveis vão ser formados e, tanto a fissão espontânea como, sobretudo, a fissão induzida por neutrons, tornam-se eficientes canais de decaimento. Com isto o percurso é interrompido e ocorre uma realimentação no processo, por intermédio dos fragmentos que vêm a se colocar ao longo do percurso seguido pelo processo. O tempo necessário para que esta situação venha a acontecer é o que denominamos de tempo de "ciclo do processo-r".

O fato de que os fragmentos de fissão venham a se colocar sobre o percurso seguido pelo processo resulta da observação de que, sendo os núcleos que fissionam bastante ricos em neutrons, seus fragmentos apresentam também esta característica. Estes colocam-se próximos ao percurso, em sua região de menor número atômico, e rapidamente a captura e fotoemissão de neutrons os incorporam ao processo. Como a situação de equilíbrio para estas reações é dominante, a assimetria de massa dos fragmentos é irrelevante, sendo apenas a assimetria de carga o aspecto de interesse para o processo de realimentação.

O tempo de ciclo do processo-r, com a grande eficiência das reações de captura e fotoemissão, depende quase que exclusivamente dos tempos médios de decaimento- $\beta$  das famílias formadas ( $\tau_\beta = 1/\lambda_\beta(Z)$ ) até a situação de fissionabilidade ser alcançada.

Os efeitos dos processos de fissão e, conseqüentemen-

te, da realimentação introduzida no processo-r, podem ser tratados pela adição do termo  $q_{Z_i, Z_{f+1}} \lambda_{\beta}(Z_f) n(Z_f, t)$  na eq.(2.2.2). Neste termo,  $q_{Z_i, Z_{f+1}}$  é a probabilidade de que um fragmento de carga  $Z_i$  seja formado pela fissão do núcleo  $Z_{f+1}$ . A simples adição deste termo na equação referida pressupõe que os processos de fissão ocorram instantaneamente.

Através de um tratamento grosseiro da influência dos termos macroscópicos (energia Coulombiana, energia de superfície e correções de simetria sobre esta última) nas barreiras de fissão, Seeger, Fowler e Clayton<sup>(14)</sup> apresentam, para  $T_9$  entre 1 - 3 e densidade de neutrons entre  $10^{18}$ - $10^{32}$  neutrons/cm<sup>3</sup>,  $Z_f \approx 93$ . Estabelecem também que as duas regiões de maior provável realimentação pelos fragmentos são de  $Z_1 \approx 40$  e  $Z_2 \approx 54$ . Analisam as contribuições dos processos de fissão, dentro da suposição de que a duração do processo-r é superior ou comparável ao tempo de ciclo, que através de valores aproximados para as taxas de decaimento- $\beta$ , foi estimado ser da ordem de  $10$ - $10^2$  segundos.

A obtenção de dados razoáveis sobre os processos de fissão, necessários à determinação do alcance máximo do processo-r, constitui por si só um problema em aberto, extensivamente discutido na literatura. Erros de pequena percentagem na altura e largura das barreiras de fissão, bem como nos parâmetros de inércia, induzem a erros maiores que uma ordem de grandeza nas taxas de fissão<sup>(17)</sup>. O problema encontra ainda maior interesse quando em conexão com a análise da possibilidade de existência dos elementos superpesados<sup>(18)</sup>.

A hipótese de síntese destes elementos através do pro

cesso-r, o que parece ser uma suposição razoável, tem sido objeto de discussões detalhadas em muitos trabalhos <sup>(19,20,21)</sup>. A maioria destes trabalhos apresentam resultados desfavoráveis a esta hipótese, no entanto, com as incertezas nos parâmetros de fissão utilizados, não se pode dar uma resposta em definitivo para esta questão.

Retomemos os aspectos mais gerais do desenrolar do processo-r, analisando o seu estágio final, em que as condições de temperatura e de densidade de neutrons diminuíram, não mais permitindo a sobrevivência do processo. Com isto, o decaimento- $\beta$  torna-se dominante e os núcleos, isoladamente, buscam a linha de beta estabilidade. É a fase que denominamos de "congelamento" do processo-r. Se apenas os decaimentos- $\beta$  forem considerados nesta fase, as abundâncias relativas para os vários isotopos estáveis, formados pelo processo-r, seriam simplesmente obtidos por

$$n(A) = \sum_Z p(Z,A) n_Z(\tau) \quad (2.3.1)$$

onde  $\tau$  é o tempo decorrido até o congelamento e  $n_Z(\tau)$  constitui a abundância isotópica total do elemento de número atômico  $Z$  no instante  $\tau$ . A soma na eq. (2.3.1) é feita para todos os núcleos de diferentes famílias com o mesmo número de massa  $A$ .

Durante a fase de congelamento, um importante aspecto do decaimento- $\beta$ , sobretudo para núcleos bastante ricos em neutrons, vem a se evidenciar, alterando de maneira construtiva, para a obtenção de melhores resultados, o procedimento descrito pela eq. (2.3.1). Este consiste no seguinte: os núcleos resul -

tantes dos processos de decaimento- $\beta$  (com grandes valores  $Q$ ) são deixados a níveis de excitações bastante elevados; se a energia de excitação destes núcleos for superior à energia de separação de neutrons, a emissão de neutrons segue o decaimento, num fenômeno típico de evaporação nuclear. Este mecanismo, similar à emissão de neutrons retardados dos processos de fissão, é então também referido como "emissão de neutrons retardados do decaimento- $\beta$ ".

O grande interesse em relação a esta emissão de neutrons que acompanha o decaimento- $\beta$  deve-se ao fato de que, interligando as abundâncias de isótopos vizinhos de um mesmo elemento, as oscilações nas "abundâncias congeladas" ( $p(Z,A)n_Z(\tau)$ ) destes isótopos são naturalmente suavizadas<sup>(22,23)</sup>. Com isto, evita-se a suavização artificial das curvas de abundâncias, como levada a efeito por Seeger, Fowler e Clayton<sup>(14)</sup>. Neste sentido é que nos referimos à contribuição deste mecanismo de emissão de neutrons retardados como construtiva a melhoria dos resultados.

Para os núcleos mais pesados, a situação de congelamento é ainda mais crítica. Processos de fissão induzida por neutrons, pelo decaimento- $\beta$  e espontânea, bem como o decaimento- $\alpha$  devem ser levados em conta, interferindo na cascata de decaimento- $\beta$  dos núcleos mais pesados.

A fig. 2.3.1, do artigo de Kodama e Takahashi<sup>(23)</sup>, ilustra os processos nucleares a serem considerados na determinação das abundâncias resultantes do congelamento.

Para confrontar os resultados das abundâncias finais, obtidos através do processo-r, com os dados experimentais, ne-

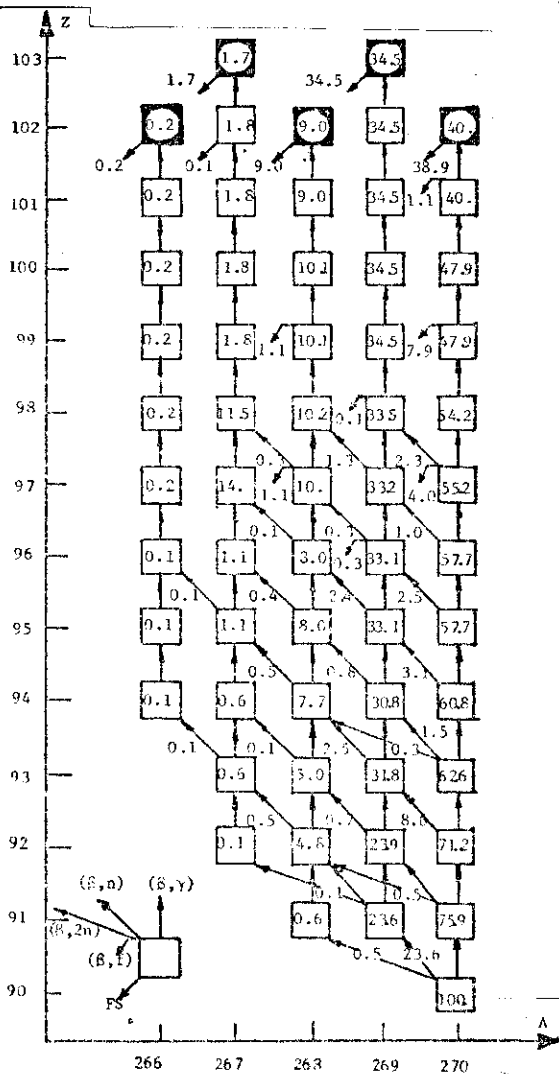


Fig. 2.3.1 - Os processos nucleares que interferem na cascata de decaimento- $\beta$  do  $\text{Th}^{270}$ , por ocasião do congelamento do processo-r. Resultado apresentado por Kodama e Takahashi (ref. (23)). Os valores no interior de cada quadrado representativo dos núcleos, são as percentagens em abundâncias e os sobre as setas indicam a percentagem de eficiência de cada canal.

cessitamos subtrair as contribuições de outros processos de nucleosíntese que também sejam capazes de formar os mesmos elementos. Assim,

as contribuições do processo-s devem ser subtraídas das abundâncias experimentais, e a curva assim obtida, é dita "curva de abundância do processo-r", sendo a fig. 2.3.2 o resultado apresentado por Seeger, Fowler e Clayton (14) para esta curva.

De posse destas curvas de abundâncias experimentais e dos resultados oferecidos pelo processo-r, a questão sugerida por Rutherford em 1929 (24) e posteriormente retomada por Fowler e Hoyle em 1961 (25), mostra-se recentemente de grande interesse (26). Esta questão consiste em tomar os elementos radiativos de longa vida para estimar a idade de nossa galáxia. Os núcleos que se prestam a tal objetivo são:  $\text{I}^{129}$ ,  $\text{Pu}^{244}$ ,  $\text{U}^{235}$ ,  $\text{U}^{238}$ ,  $\text{Th}^{232}$ ,  $\text{Re}^{187}$  e o  $\text{Rb}^{87}$ , em ordem crescente de meias-vidas, e todos sendo formados pelo processo-r. Partindo da razão entre

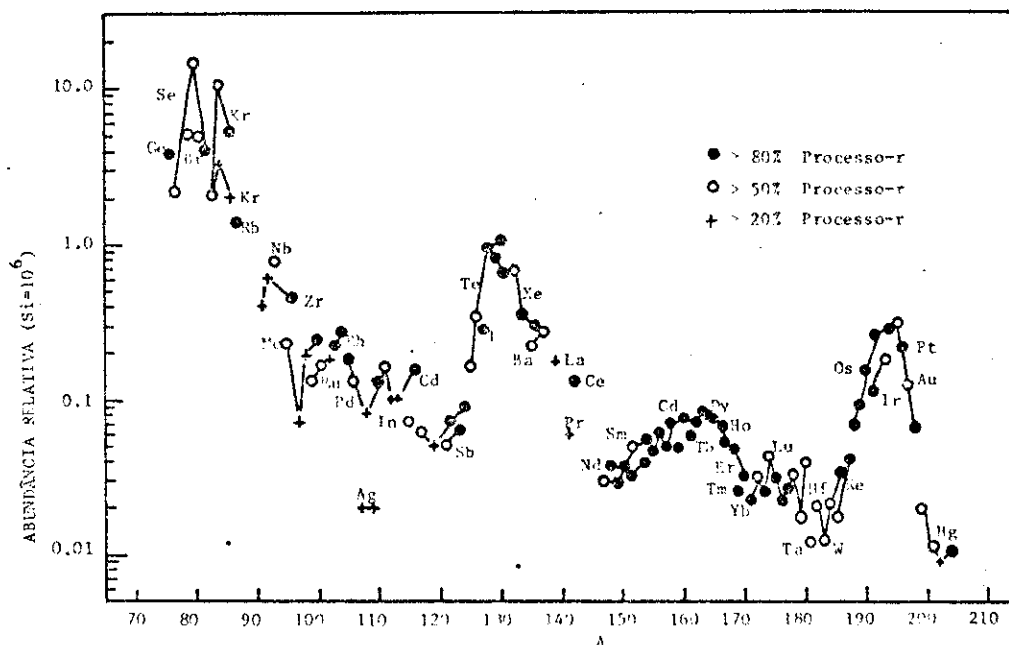


Fig. 2.3.2 - Curva de abundância experimental do processo-r , obtida por Seeger, Fowler e Clayton (ref. (14) ), com a qual são comparados os resultados do processo-r.

suas atuais abundâncias no sistema solar e da razão com que são produzidos através do processo-r, procura-se obter informações sobre a duração da nucleosíntese nas galáxias antes da formação do sistema solar, e com isto, avaliar suas idades.

Este método de obtenção da idade da Galáxia, a partir das abundâncias dos elementos radiativos, é denominado de "cosmocronologia nuclear" ("nucleocosmochronology").

#### 2.4 - Modelos de Processo-r

O comportamento da densidade de neutrons e da temperatura, face às modificações dinâmicas sofridas pelo meio, é aqui

tratado dentro do que denominamos "modelos de processo-r".

Os dois aspectos fundamentais deste comportamento, apenas referidos de passagem nas seções anteriores, consistem no seguinte:

- 1) - Por um lado, durante a fase inicial de ocorrência do processo, a densidade de neutrons e a temperatura devem manter-se a níveis suficientemente altos para que, inclusive, as aproximações de equilíbrio entre as reações de captura e fotoemissão de neutrons seja aplicável.
- 2) - A formação de elementos da linha de beta estabilidade, através do processo-r, por outro lado, requer a queda da densidade de neutrons e temperatura (congelamento), deixando o decaimento -  $\beta$  como dominante.

No sentido de traduzir estes dois diferentes aspectos do comportamento das grandezas em questão, tem-se introduzido uma grosseira aproximação. Supõe-se que a temperatura e densidade de neutrons se mantêm constante por um certo período de tempo, após o qual são imediatamente colocados iguais a zero. A simplicidade de cálculos é a principal justificativa para a aplicação desta aproximação, que vem a constituir o conhecido "modelo estático" ou "clássico" do processo-r. Este modelo tem sido utilizado em um grande número de trabalhos que procuram analisar a fase de equilíbrio e congelamento do processo-r, descritas nas seções anteriores. No trabalho de Kodama e Takahashi<sup>(23)</sup>, a duração do período em que a temperatura e densidade de neutrons são mantidas inalteradas e os valores destas grandezas são toma



dos como parâmetros de ajuste das curvas de abundâncias calculadas.

Na verdade, porém, o modelo estático não é apropriado, quando associamos a ocorrência do processo-r a explosões de supernova. Uma tentativa de representar as variações de temperatura e densidade de neutrons em camadas de supernova em expansão é introduzida em 1973 por Schramm<sup>(27)</sup>. Isto é feito através da simulação destas variações, dentro da suposição de que a escala de tempo de expansão das referidas camadas não difere muito da escala de tempo de queda livre das mesmas, sob a ação de seu próprio peso. Schramm estabelece, então, um decaimento exponencial da densidade destas camadas, face à expansão,

$$\rho(r) = \rho_0(r) \exp(-t/\tau_{\text{exp}}) \quad (2.4.1)$$

onde  $\rho_0$  é a densidade de massa inicial e  $\tau_{\text{exp}}$  é o tempo característico de expansão, relacionado ao tempo de queda livre por  $\tau_{\text{exp}} = f \tau_{\text{q.livre}}$ , sendo  $f$  um parâmetro ajustável. O tempo de queda livre é

$$\tau_{\text{q.livre}} \approx 1/(2\pi G\rho_0)^{1/2} = \frac{446}{\rho_0^{1/2}} \text{ s} \quad , \quad (2.4.2)$$

sendo  $G$  a constante gravitacional. A variação da temperatura neste modelo é simulada pela suposição de que a expansão das camadas se faz adiabaticamente, segundo  $\rho \propto T^3$ , i.é, com a densidade proporcional ao cubo da temperatura. Conhecida a densidade de matéria a cada instante, a densidade de neutrons, que é o que interessa para o processo-r, é obtida através de

$$n_n(t) = N_A f_n \rho(t) \quad , \quad (2.4.3)$$

sendo  $N_A$  o número de Avogadro e  $f_n$  a fração bariônica dos neutrons livres. Como os processos nucleares envolvidos não alteram a densidade bariônica do sistema, esta fração é determinada em cada instante através de

$$f_n(t) + f_\alpha(t) + f_N(t) = 1 \quad (2.4.4)$$

onde  $f_\alpha$ ,  $f_N$  são respectivamente as frações bariônicas encerradas pelas partículas- $\alpha$  e núcleos presentes em cada instante. Desta forma, estabelecendo condições iniciais para a densidade de matéria a temperatura, a densidade de partículas- $\alpha$  e de núcleos sementes, então a variação de temperatura e densidade de neutrons pode ser acompanhada. Schramm, neste seu trabalho, aplica a condição de equilíbrio  $(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$  ao longo de todo o processo, levantando, contudo, o problema de sua aplicabilidade, quando as condições de temperatura e densidade de neutrons de crescem substancialmente.

Cálculos similares, seguindo mais ou menos o mesmo modelo, foram realizados posteriormente em 1974 por Sato<sup>(28)</sup>, que levantou a restrição de adiabaticidade, levando em conta as energias geradas pelos processos nucleares envolvidos (predominantemente geradas pelo decaimento- $\beta$ ), bem como a perda de energia devido ao escape de neutrinos que são produzidos.

Recentemente, Hillebrandt, Takahashi e Kodama<sup>(11)</sup> desenvolveram um modelo bastante realístico para o tratamento do processo-r em explosões de supernova. Partindo dos resultados,

atē então conhecidos, estabeleceram como provável região de ocorrência do processo as camadas mais internas da envoltória do modelo de pré-supernova por eles utilizado. A propagação de ondas de choque é simulada através da introdução de um termo de viscosidade na expressão da equação de estado, e a equação de Saha, eq. (2.2.4), as equações de síntese (2.2.2) são acopladas às equações hidrodinâmicas junto com a equação de estado. As equações hidrodinâmicas, em coordenadas Lagrangeanas, utilizadas foram:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - G \frac{M(r)}{r^2} \quad (\text{conservação da quantidade de movimento}) \\ \frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad (\text{conservação da massa}) \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial t} - \left( \frac{p+\epsilon}{\rho} \right) \frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial \epsilon}{\partial n_i} \frac{\partial n_i}{\partial t} = - q_\nu + q_{rn} \quad (\text{conservação da energia}) \end{array} \right. \quad (2.4.5)$$

onde a pressão  $p$  e a densidade de energia  $\epsilon$  são, para cada etapa do processo de resolução numérica, obtidos em concordância com a equação de estado estabelecida para o meio,  $p = p(\rho, T, n_i)$  ou  $\epsilon = \epsilon(\rho, T, n_i)$ .

Nas equações hidrodinâmicas (2.4.5),  $v$  é a velocidade de expansão da camada especificada pelo raio  $r$ ,  $M(r)$  a massa das camadas encerradas pelo raio  $r$ ,  $\rho$  a densidade de massa e  $q_\nu$ ,  $q_{rn}$  respectivamente, as taxas de perda de energia por neutrinos e de produção de energia pelas reações nucleares.

A utilização da equação de Saha ao longo de todo o processo, feita no trabalho a que estamos nos referindo, supõe a aplicação da aproximação de equilíbrio  $(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$ , o que certamente constitui um ponto fraco para os seus resultados (30).

## CAPÍTULO III

### DESEQUILÍBRIO $(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$ NO PROCESSO-R

A condição que deve ser satisfeita a fim de a aproximação de equilíbrio entre os processos de captura e fotoemissão de neutrons ser válida, é que o tempo de equilíbrio de cada família de isótopos formada se mantenha muito inferior ao tempo médio de decaimento- $\beta$  da mesma ( $\tau_{\beta} \gg \tau_{eq}$ ). Com isto, como chamamos a atenção na seção 2.2, a situação de equilíbrio se estabelece entre seus isótopos, antes mesmo que o decaimento- $\beta$  destes isótopos se torne eficiente.

Fundamentalmente, o que se faz necessário para levar a efeito a análise da validade desta aproximação de equilíbrio, é o conhecimento das taxas de decaimento- $\beta$  de cada isótopo envolvido (seção 3.3) e o tempo de equilíbrio de cada família de isótopos formada (seção 3.1 e apêndice C).

Na determinação dos tempos de equilíbrio, precisamos das taxas de captura e fotoemissão de neutrons para cada núcleo que participa do processo-r (seção 3.2 e apêndice B).

Na seção 3.4, apresentamos os resultados de nossos cálculos, delineando as condições até onde ainda se pode admitir a aproximação de equilíbrio.

A discussão destes resultados e sugestões de sua apli

cação a modelos dinâmicos de processo-r são feitas na seção 3.5 , onde também procuramos analisar a influência da consideração do desequilíbrio nos resultados até então apresentados por estes modelos.

### 3.1 - Tempos de Equilíbrio (n,γ) ≠ (γ,n)

Consideremos uma dada família de isótopos de número atômico Z, onde o equilíbrio entre os processos de captura e fotoemissão de neutrons não chega a ser significativamente perturbado pelo decaimento-β destes isótopos. Durante o intervalo de tempo em que está se estabelecendo a situação de equilíbrio, a variação das abundâncias dos isótopos nos é dada pelo seguinte sistema de equações diferenciais acopladas,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dn_1}{dt} = - \lambda_{n\gamma}^1 n_1 + \lambda_{\gamma n}^2 n_2 \\ \frac{dn_2}{dt} = \lambda_{n\gamma}^1 n_1 - (\lambda_{n\gamma}^2 + \lambda_{\gamma n}^2) n_2 + \lambda_{\gamma n}^3 n_3 \\ \frac{dn_i}{dt} = \lambda_{n\gamma}^{i-1} n_{i-1} - (\lambda_{n\gamma}^i + \lambda_{\gamma n}^i) n_i + \lambda_{\gamma n}^{i+1} n_{i+1} \\ \frac{dn_m}{dt} = \lambda_{n\gamma}^{m-1} n_{m-1} - \lambda_{\gamma n}^m n_m \end{array} \right. \quad (3.1.1)$$

onde  $n_i$  representa a abundância  $n(Z, A_i, t)$  do isótopo de número de massa  $A_i$ , no instante t, ordenados em valores crescentes, e



Devido à conservação da abundância isotópica total da família, enquanto se estabelece o equilíbrio, pelo menos um autovalor de  $\Lambda$  é nulo, sendo os demais positivos. Isto nos permite explicitar, fazendo  $\lambda_1 = 0$  na eq. (3.1.4), o termo estacionário e o termo transiente em (3.1.4) que pode ser escrita da forma

$$n_i(t) = n_i^{est.} + \sum_{r=2}^m \langle \lambda_r | n(0) \rangle | \lambda_r \rangle_i e^{-\lambda_r t} \quad (3.1.5)$$

onde  $n_i^{est.} = \langle \lambda_1 | n(0) \rangle | \lambda_1 \rangle_i$ . Assim, à medida que o tempo passa, o somatório em (3.1.5), devido ao decaimento exponencial de cada uma de suas parcelas, torna-se cada vez menos representativa. No entanto, o tempo necessário para que o somatório se torne desprezível dependerá da análise dos autovalores  $\lambda_i$  da matriz  $\Lambda$ , e é quase que independente de variações nas condições iniciais, pelo menos em ordem de grandeza. O valor deste intervalo de tempo é o que tomaremos como "tempo de equilíbrio do sistema". Porém, processos computacionais de diagonalização da matriz  $\Lambda$  são pouco sistemáticos, devido ao fato de que sua ordem varia de família para família, bem como devido à grande variação de ordem de grandeza dos elementos de  $\Lambda$ . Ao mesmo tempo, a determinação dos tempos de equilíbrio, seguindo este procedimento computacional, se torna bastante ineficiente. Isto porque, pelo menos 75 matrizes (chegando algumas delas à ordem  $10 \times 10$ ) devem ser diagonalizadas para cada condição de temperatura e densidade de neutrons estabelecidas (da ordem de 5000 - 6000 diferentes condições).



Outra alternativa mais sistemática, porém ainda menos eficiente do ponto de vista do tempo computacional, seria a resolução numérica do sistema de eqs. (3.1.1). Analisando então a variação no tempo das abundâncias, pode-se determinar o instante a partir do qual é possível considerar o sistema em equilíbrio. Isto foi feito por nós para algumas famílias, e sob determinadas condições de temperatura e densidade de neutrons, para fins de comparação com o procedimento por nós utilizado, que é descrito no apêndice C.

### 3.2 - Taxas de Captura e Fotoemissão de Neutrons

Na determinação do tempo de equilíbrio da cada família, faz-se necessário o conhecimento das taxas das reações de captura e fotoemissão de neutrons para cada isótopo isoladamente. O tratamento estatístico por nós utilizado para os neutrons envolvidos nestes processos, como discutido na seção 2.1, é feito através da distribuição de Maxwell-Boltzman, ficando as taxas de captura  $\lambda_{n\gamma}$  calculadas por,

$$\lambda_{n\gamma} = n_n \langle \sigma_{n\gamma} v \rangle = 4\pi \left( \frac{\mu}{2\pi kT} \right)^{3/2} n_n \int_0^{\infty} (v \sigma_{n\gamma}) v^2 \exp\left(-\frac{\mu v^2}{2kT}\right) dv \quad .$$

(3.2.1)

Nesta expressão  $\mu$  é a massa reduzida do sistema neutron-núcleo, que é praticamente a massa do neutron, uma vez que os núcleos tratados são suficientemente pesados.

Os valores das seções de choque de captura  $\sigma_{n\gamma}(Z,A,E)$  para diferentes energias, correspondendo a diferentes velocidades de incidência  $v$ , foram obtidos através da expressão tomada do artigo de Schramm e Black<sup>(29)</sup> :

$$\sigma_{n\gamma}(Z,A) = \frac{2\pi(A+1)0.656}{AE} \sum_{\ell} (2\ell+1) \frac{[\Gamma_{\ell}(n)/D] [\Gamma(\gamma)/D]}{\Gamma_{\ell}(n)/D + \Gamma(\gamma)/D} \quad (3.2.2)$$

Nesta expressão, os valores das seções de choque são obtidos em barns, a energia deve ser tomada em MeV. A razão entre a largura de estados de onda  $\ell$  do neutron incidente e o espaçamento médio entre os níveis nucleares é dado por,

$$\frac{\Gamma_{\ell}(n)}{D} = \frac{1 - \exp(-\tau_{\ell})}{2\pi} \quad , \quad (3.2.3)$$

sendo  $\tau_{\ell}$  o coeficiente de transmissão para ondas  $\ell$  através de um potencial tipo poço quadrado, dentro do modelo ótico, determinado por Vog<sup>(31)</sup>, e é dado por

$$\tau_{\ell} = \frac{4\pi S f}{KR [j_{\ell}^2(KR) + n_{\ell}^2(KR)]} \quad . \quad (3.2.4)$$

Nesta última expressão,  $j_{\ell}(KR)$ ,  $n_{\ell}(KR)$  são respectivamente, funções esféricas de Bessel e Neumann para valores de  $KR$ , sendo  $K$  o número de onda dos neutrons e  $R$  o valor aproximado para o raio nuclear. Em (3.2.4), temos para os vários parâmetros,

$$K = (1/4.57)(E \frac{A}{A+1})^{1/2} \quad ; \quad R = 1.25 A^{1/3} + 0.1$$

$$f = 2.7 \quad \text{e} \quad S = \left[ \pi \left( \frac{A}{A+1} \right)^{1/2} \right]^{-1} \quad (3.2.5)$$

A largura de decaimento de fôtons em (3.2.1) é determinada por expressão semiempírica, proposta por Michaud e Fowler<sup>(31)</sup>,

$$\log \left[ \frac{\Gamma(\gamma)}{D} \right] = - 3.72 + 3.33 \log(A+1) + 0.2B6 \left[ (A+1)B' \right]^{1/2} + 3.95 \left[ (A+1)B' \right]^{-1/2}, \quad (3.2.6)$$

onde  $B' = E + B - \Delta$ , sendo  $B$  a energia de separação de neutrons do núcleo composto formado e  $\Delta$  uma correção devido a efeitos de camada, emparelhamento e deformação nuclear e que vem dada por,

$$\Delta = 1.8 \left[ E'_{ee}(Z, N - \delta(N)) \right] + C \text{ MeV} \quad (3.2.7)$$

Sendo  $E'_{ee}$  a energia de excitação para o primeiro estado excitado que também é determinada semiempiricamente<sup>(32)</sup>,

$$E'_{ee} = 0.69848 - 5.4196 \times 10^{-3} N + 5.0946 \times 10^{-3} Z - 0.4992 S(N, Z) + \delta(N) \text{ MeV}, \quad (3.2.8)$$

sendo  $S(N, Z)$  a correção de camada de Myers e Swiatecki<sup>(33)</sup> em unidades de 5.8 MeV, e  $\delta(N)$  dado como,

$$\delta(N) = \begin{cases} 0.75 - 0.00725 N & N \leq 92 \\ 0.08 & N > 92 \end{cases} \quad (3.2.9)$$

A constante C da expressão (3.2.7) é dada por

$$C = \begin{cases} 0 & \text{para núcleos ímpar-ímpar} \\ 3.8 \delta(N) & \text{para núcleos par-ímpar, ímpar-par} \\ 3.8 \delta(N) & \text{para núcleos par-par} \end{cases} \quad (3.2.10)$$

De posse desta expressão para as seções de choque de captura, fizemos uma comparação dos valores por ela obtidos com valores experimentais. Isto foi feito, inicialmente calculando o valor médio térmico da seção de choque,

$$\tilde{\sigma}_{n\gamma} = \frac{\langle \sigma_{n\gamma} v \rangle}{\tilde{v}} \quad (2.3.11)$$

onde  $\tilde{v}$  é o valor mais provável para as velocidades de incidência do neutron, dado por  $\tilde{v} = (2kT/\mu)^{1/2}$ . Os resultados são apresentados na fig. 3.2.1, onde os dados experimentais foram tomados do artigo de B.J. Allen, J.H. Gibbons e R.L. Macklin<sup>(34)</sup>, com os valores de  $\tilde{\sigma}_{n\gamma}$  determinados para  $kT = 30$  KeV. Apenas os valores da seção de choque térmica média para os núcleos de Z-ímpar, apresentados por este artigo, foram tomados para confronto. Núcleos de Z-par apresentam suas seções de choque determinadas com largos erros, havendo grandes discordâncias entre dados experimentais e, para muitos deles, nem existem dados.

Infelizmente, o cálculo direto das seções de choque, através da eq. (3.2.1), para a determinação das taxas de captura de cada núcleo, é extremamente inviável do ponto de vista do tempo de computação. A razão é que o número de passos no processo de integração numérica da eq. (3.2.1), o número de núcleos

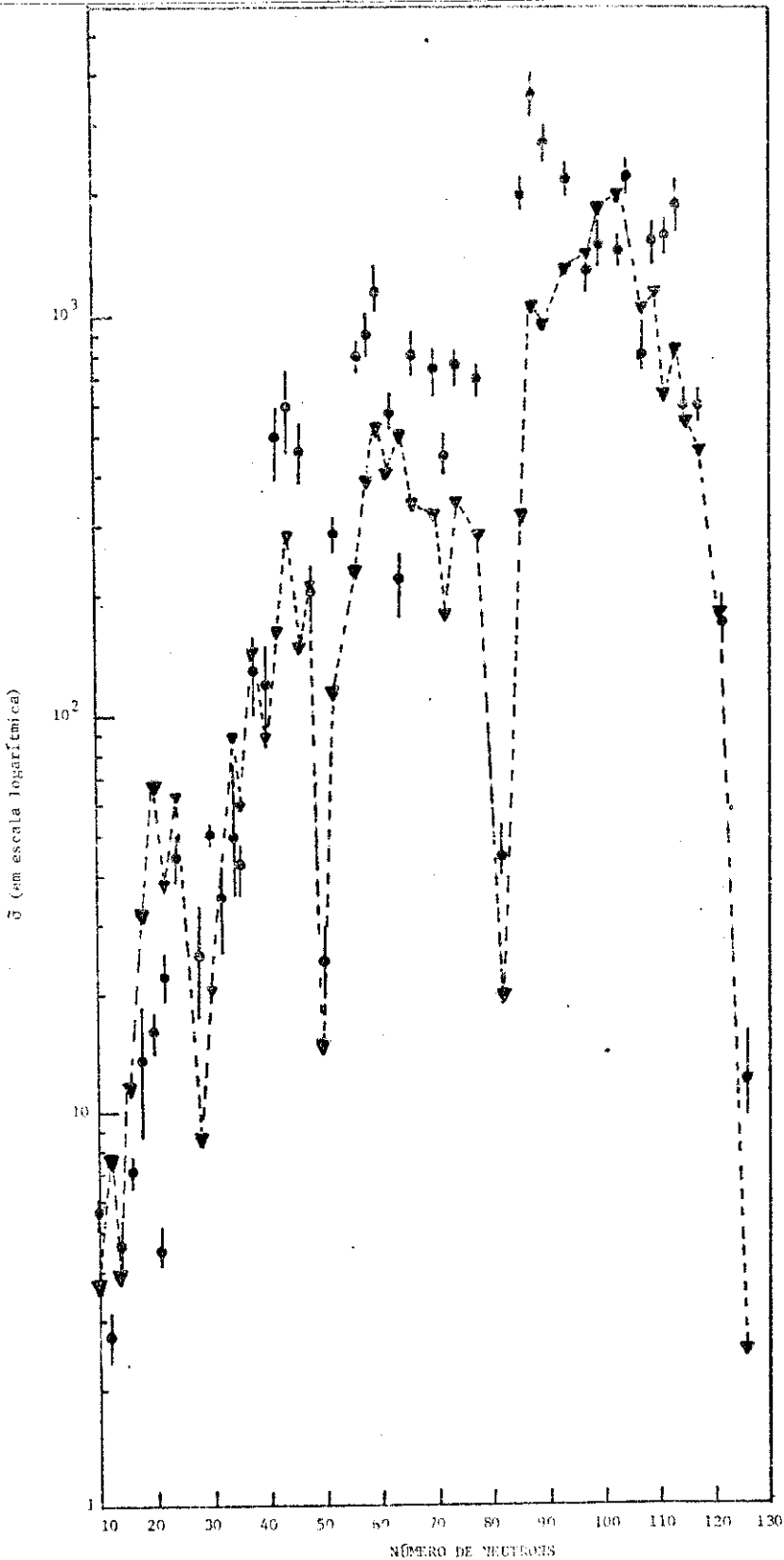


Fig. 3.2.1 - Seção de choque térmica média de captura de neutrons, calculada através da expressão estabelecida por Schramm e Black (ref. (29)), confrontada com dados experimentais de B.J.Allen, J.H. Gibbons e R.L. Macklin (ref. (34)), para núcleos de Z-ímpar, com  $kT = 30$  KeV.

envolvidos (cerca de 5 - 6 núcleos em média por família), e finalmente o número de etapas de nossos cálculos, estendem o tempo de cálculo direto até um número proibitivamente grande. Frente a estas dificuldades, o cálculo é computacionalmente realizado através do procedimento descrito no apêndice B.

As taxas de fotoemissão,  $\lambda_{\gamma n}$ , são determinadas a partir do conhecimento das taxas de captura, com o auxílio do balanço detalhado, que é estabelecido no apêndice A, eq.(A.2.9). Assim temos,

$$\begin{aligned} \log \lambda_{\gamma n}(Z,A) = \log \lambda_{n\gamma}(Z,A-1) - \log n_n - \log \frac{W(Z,A+1)}{W(Z,A)} + \\ + 34.075 + 3/2 \log\left(\frac{A-1}{A} T_g\right) - \frac{5.04}{T_g} S_n(Z,A) \end{aligned} \quad (3.2.12)$$

A utilização do balanço detalhado deixa a equação de Saha trivialmente satisfeita para a situação de equilíbrio do sistema (3.2.1) .

### 3.3 - Demais Parâmetros Nucleares Utilizados

#### a) - Taxas de Decaimento- $\beta$

Seguindo a teoria de Fermi para o decaimento- $\beta$  nuclear (34), as taxas de decaimento são dadas através de,

$$\lambda_{\beta} = \frac{1}{2\pi^3} \sum_f |\langle \Psi_f | \Omega | \Psi_i \rangle|^2 f(E_i - E_f) \quad , \quad (3.3.1)$$

onde  $|\Psi_i\rangle$  e  $|\Psi_f\rangle$  são as funções de onda dos estados inicial e final do núcleo,  $\Omega$  o operador de decaimento- $\beta$ ,  $f$  a função integral de Fermi,  $E_i$  e  $E_f$  as energias dos estados inicial e final. A grande dificuldade na aplicação desta expressão consiste na determinação dos elementos de matriz  $\langle\Psi_f|\Omega|\Psi_i\rangle$ . Modelos nucleares até então desenvolvidos estão, também aqui, longe de uma utilização prática. A sugestão proposta por Yamada e Takahashi<sup>(35)</sup> é um tratamento semiempírico, estabelecendo uma formulação estatística para o comportamento dos elementos de matriz, dentro da suposição de que um grande número de níveis nucleares são envolvidos no processo de decaimento. Desta forma, se o valor  $Q$  do decaimento é suficientemente elevado, existem tantos estados finais que a soma destes estados na eq. (3.3.1) pode ser substituída por uma integral na energia destes estados, obtendo-se

$$\lambda_\beta = \frac{1}{2\pi^3} \int_0^Q d(E_f - E_i) D(E_i, E_f) f(E_i - E_f) \quad , \quad (3.3.2)$$

com a suposição de que  $|\Psi_f|\Omega|\Psi_i\rangle^2$  se distribui continuamente sobre o intervalo de energia  $E_f - E_i$ , sendo esta distribuição representada grosseiramente por uma função contínua  $D(E_f, E_i)$ . Apenas os estados energeticamente acessíveis são considerados na determinação da forma destas funções  $D$ . A fig. 3.3.1 ilustra a suposição admitida neste tratamento, que recebe a designação de "teoria grossa" do decaimento- $\beta$ .

Com o uso da propriedade de fechamento para os estados finais, os mais baixos momentos da diferença da energia

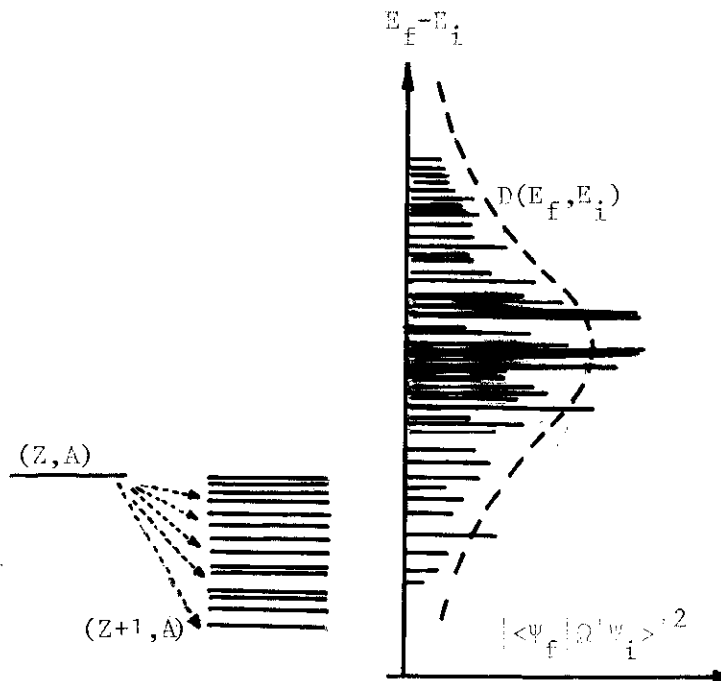


Fig. 3.3.1 - O comportamento esquemático da função distribuição  $D(E_f, E_i)$  traduzindo estatisticamente as probabilidades de transição  $|\langle \Psi_f | \Omega | \Psi_i \rangle|^2$  dentro da suposição da "teoria grossa" de decaimento- $\beta$ .

$E_i - E_f$  em relação à distribuição  $D(E_i, E_f)$  (que nos dá seu valor médio e largura), são ajustados aos dados de decaimento -  $\beta$  observados.

Devido à natureza das suposições admitidas para a teoria grossa de decaimento- $\beta$ , quanto mais se afastam os núcleos da linha de estabilidade- $\beta$ , mais apropriada é a sua aplicação, o que vem a justificar a sua utilização no tratamento do processo-r.

Em nossos cálculos, utilizamos os resultados da teoria grossa, para a determinação das taxas de decaimento- $\beta$ , que



são apresentadas por Takahashi e Kodama<sup>(15)</sup> .

b) - Massas Nucleares

O conhecimento do valor  $Q = c^2 [M(Z,A) - M(Z+1,A)]$  para a determinação das taxas de decaimento- $\beta$ , bem como o conhecimento das energias de separação de neutrons dos núcleos (necessárias no cálculo dos pesos  $p(Z,A)$  e das taxas  $\lambda_{n\gamma}$  e  $\lambda_{\gamma n}$ ), exige uma fórmula de massa que seja adequada, tanto quanto possível, aos núcleos de interesse.

Usualmente as previsões de massas nucleares, dentro da Física Nuclear, são feitas através de fórmulas de massa contendo parâmetros ajustáveis às massas nucleares observadas, em consequência, limitadas à região da linha de estabilidade- $\beta$ . A extrapolação destas fórmulas para núcleos bastante afastados da linha de estabilidade- $\beta$  torna-se então temerária.

No tratamento do processo-r, precisamos de fórmulas de massa, baseadas fundamentalmente nas propriedades da matéria nuclear e nas características gerais da estrutura nuclear. Neste sentido, utilizamos em nossos cálculos a fórmula de massa, baseada no modelo da gotícula, de Myers e Swiatecki<sup>(36)</sup>, apresentado no artigo de Myers<sup>(37)</sup>. Esta fórmula leva em conta os efeitos das distribuições de prótons e de neutrons sobre a energia de ligação nuclear, contendo ainda vários parâmetros ajustáveis. Porém, alguns deles são relacionados, não somente às massas do estado fundamental, mas também a fenômenos ligados à estrutura nuclear e propriedades da matéria nuclear (barreira de fissão, compressibilidade nuclear e ressonâncias gi-

gantes), permitindo uma extrapolação menos perigosa.

### 3.4 - Apresentação dos Resultados

A temperatura de desequilíbrio de cada família, ao longo dos vários percursos estabelecidos, é determinada através da interpolação no gráfico  $\tau_{\beta}/\tau_{eq}$  versus a temperatura. Consideramos que, para  $\tau_{\beta}/\tau_{eq} \leq 10$ , a situação de equilíbrio não consegue se estabelecer para uma dada família. A fig. 3.4.1 apresenta ilustrativamente o processo de interpolação para a determinação da temperatura de desequilíbrio de algumas famílias.

Os valores encontrados para as temperaturas de desequilíbrio de todas as famílias são lançados em um gráfico versus o número atômico da família, para percursos dentro da faixa de interesse (fig. 3.4.2). O que se verifica é que, para algumas famílias, as temperaturas de desequilíbrio, em cada percurso, são bem inferiores às temperaturas de desequilíbrio das demais. O que equivale dizer que, num modelo dinâmico de processo, o decréscimo da temperatura ao longo do tempo, pode vir a desequilibrar estas últimas famílias, que constituem a maioria, deixando as primeiras ainda em equilíbrio.

Ao lançarmos os picos de todas as famílias no plano Z-N, determinando os percursos referidos pelos valores de  $S_n^P$  da fig. 3.4.2, verificamos que são justamente as famílias cujos picos são representados por isótopos de número mágico de neutrons, que mais dificilmente vem a se desequilibrar. A sequência de figs. 3.4.3, 3.4.4 e 3.4.5, mostra a progressão do desequilíbrio diante do decréscimo da temperatura para os percursos to -

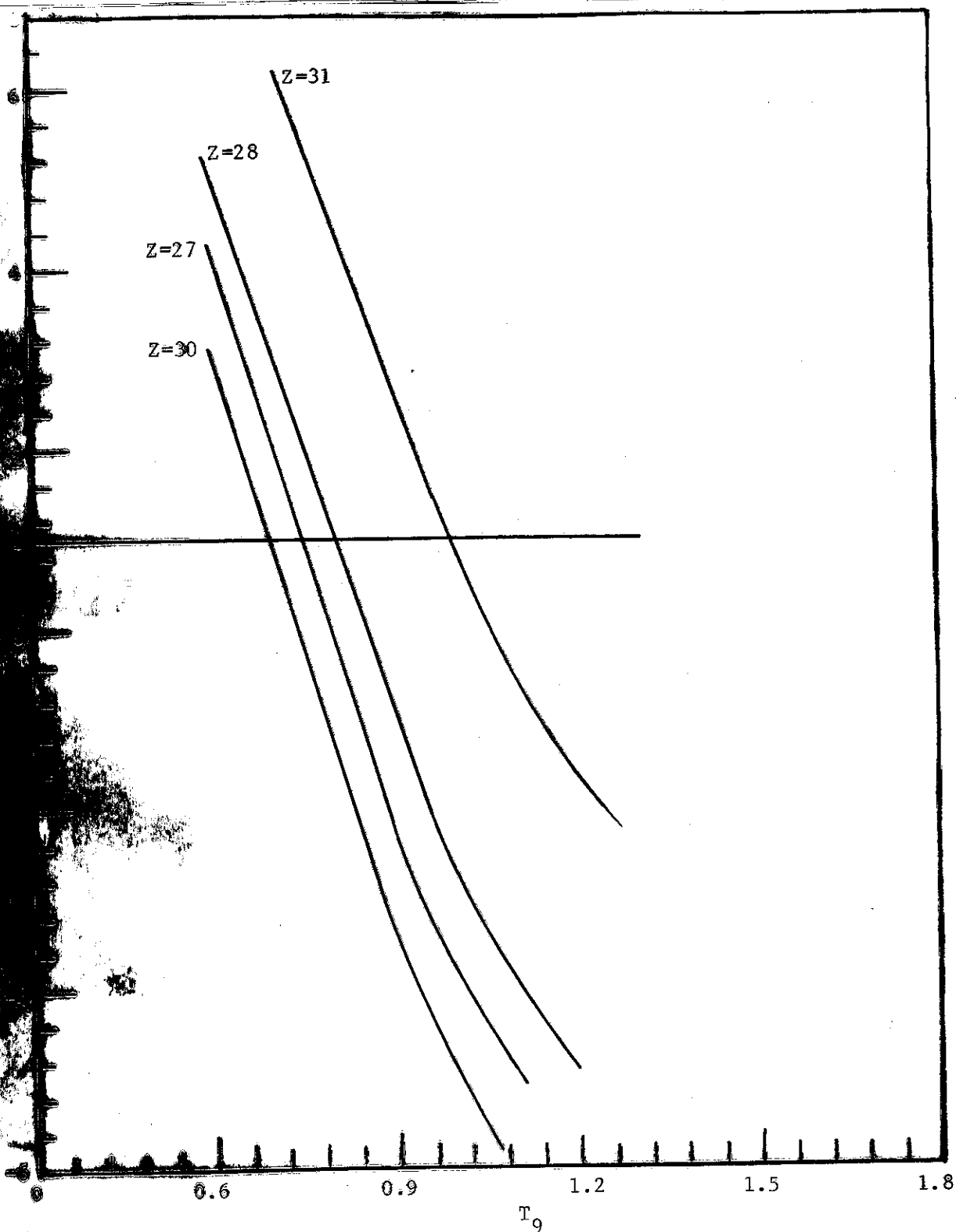


Fig. 3.4.1 - A relação  $\tau_\beta/\tau_{eq}$  para as famílias de número atômico assinalado, onde as temperaturas, tomadas em unidades de  $10^9$  °K, são estabelecidas sobre o percurso de  $S_n^P = 2.25$  MeV. A reta horizontal para  $\log \tau_\beta/\tau_{eq} = 1$  representa a condição de desequilíbrio estabelecida.

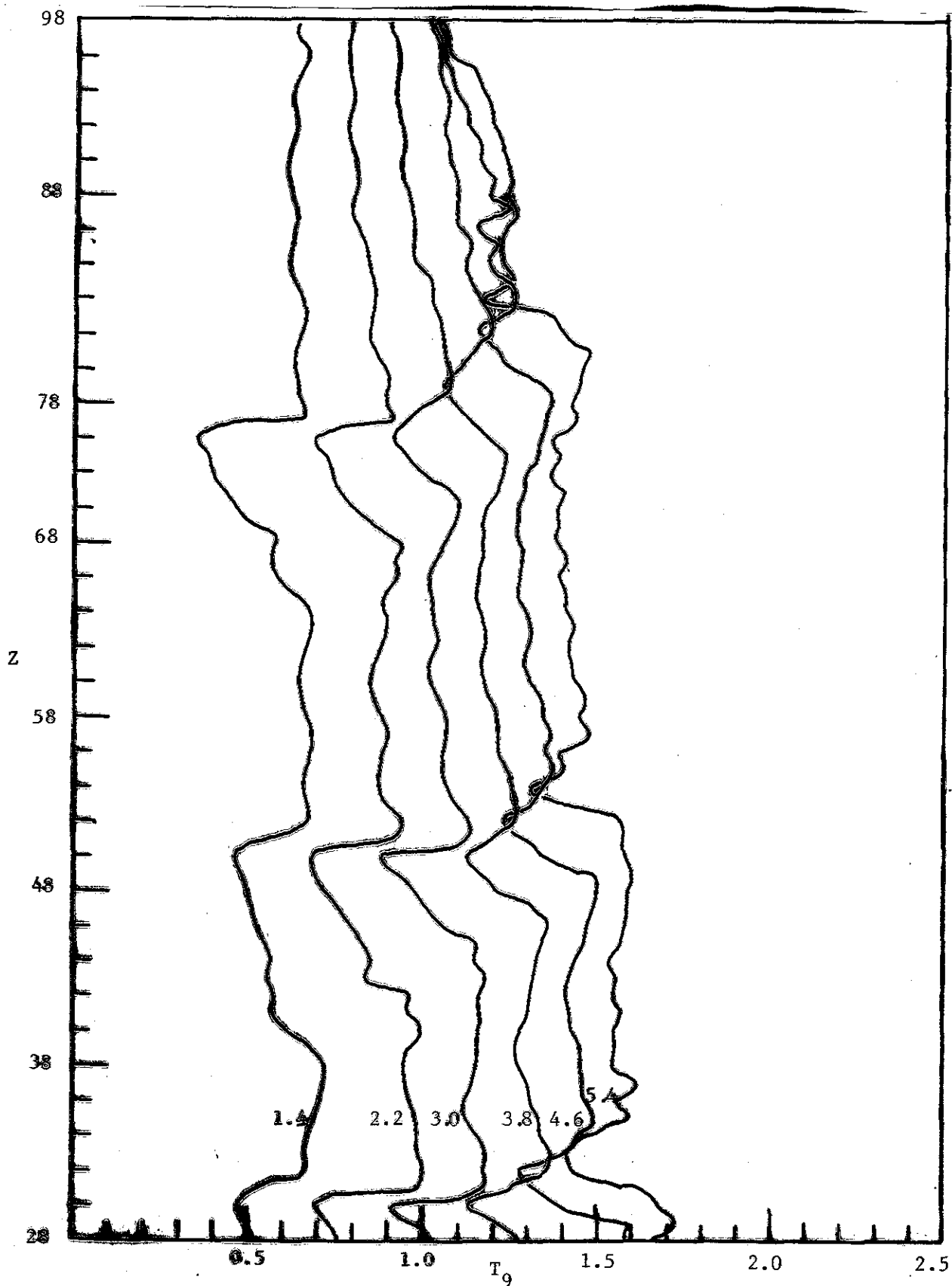


Fig. 3.4.2 - Temperaturas de desequilíbrio para todas as famílias, para os percursos de interesse escolhidos, com os respectivos valores de  $S_n^P$  indicados.

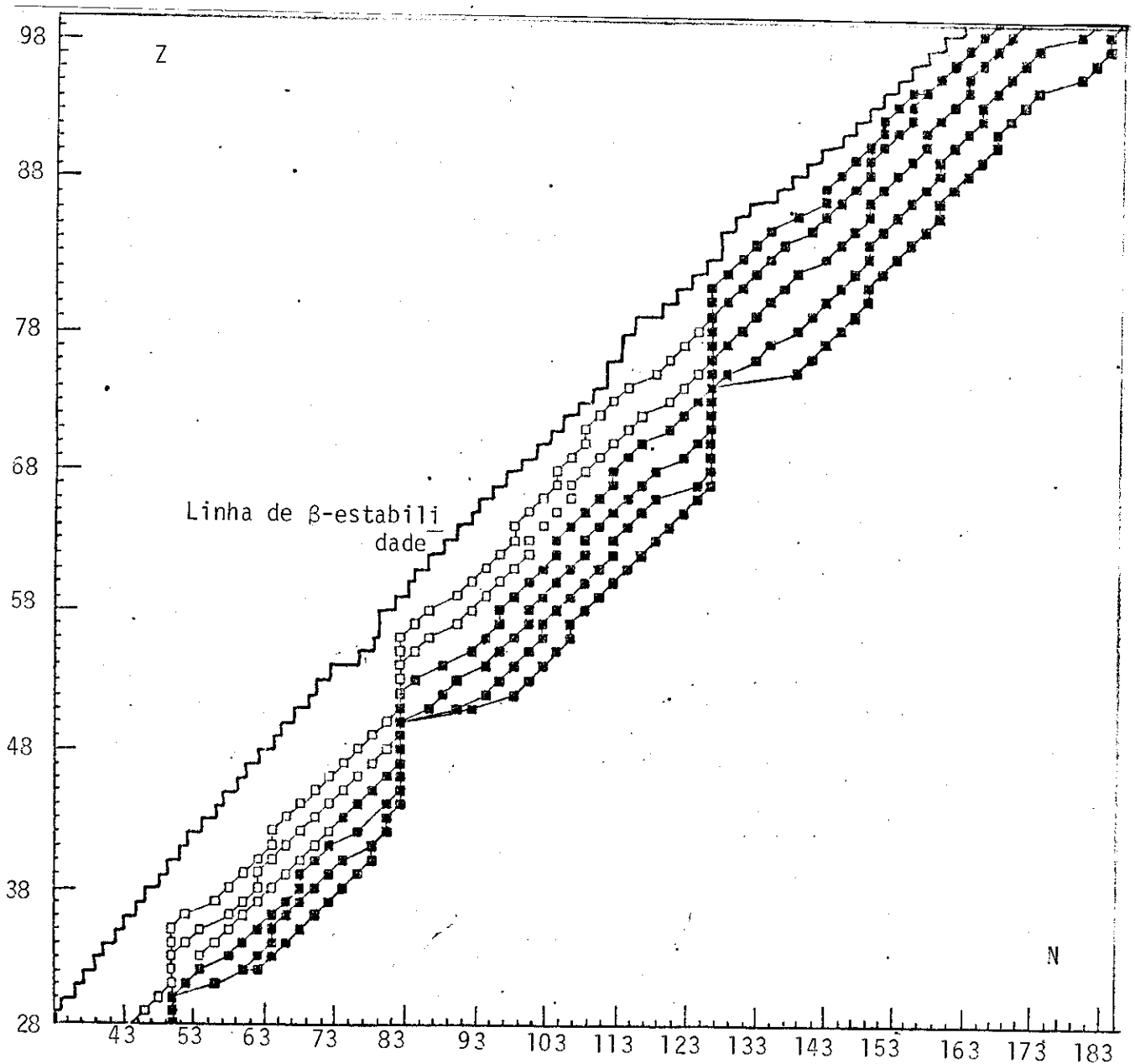


Fig. 3.4.3 - Região do plano Z-N com os percursos, seguidos pelo processo-r, de  $S_n^P = 5.4, 4.6, 3.0, 2.2, 1.4$ , estes valores correspondendo à ordenação dos percursos do superior ao inferior, na temperatura  $T_0 = 1.25$ . As famílias cujos picos são representados por quadrinhos escuros são as em equilíbrio.

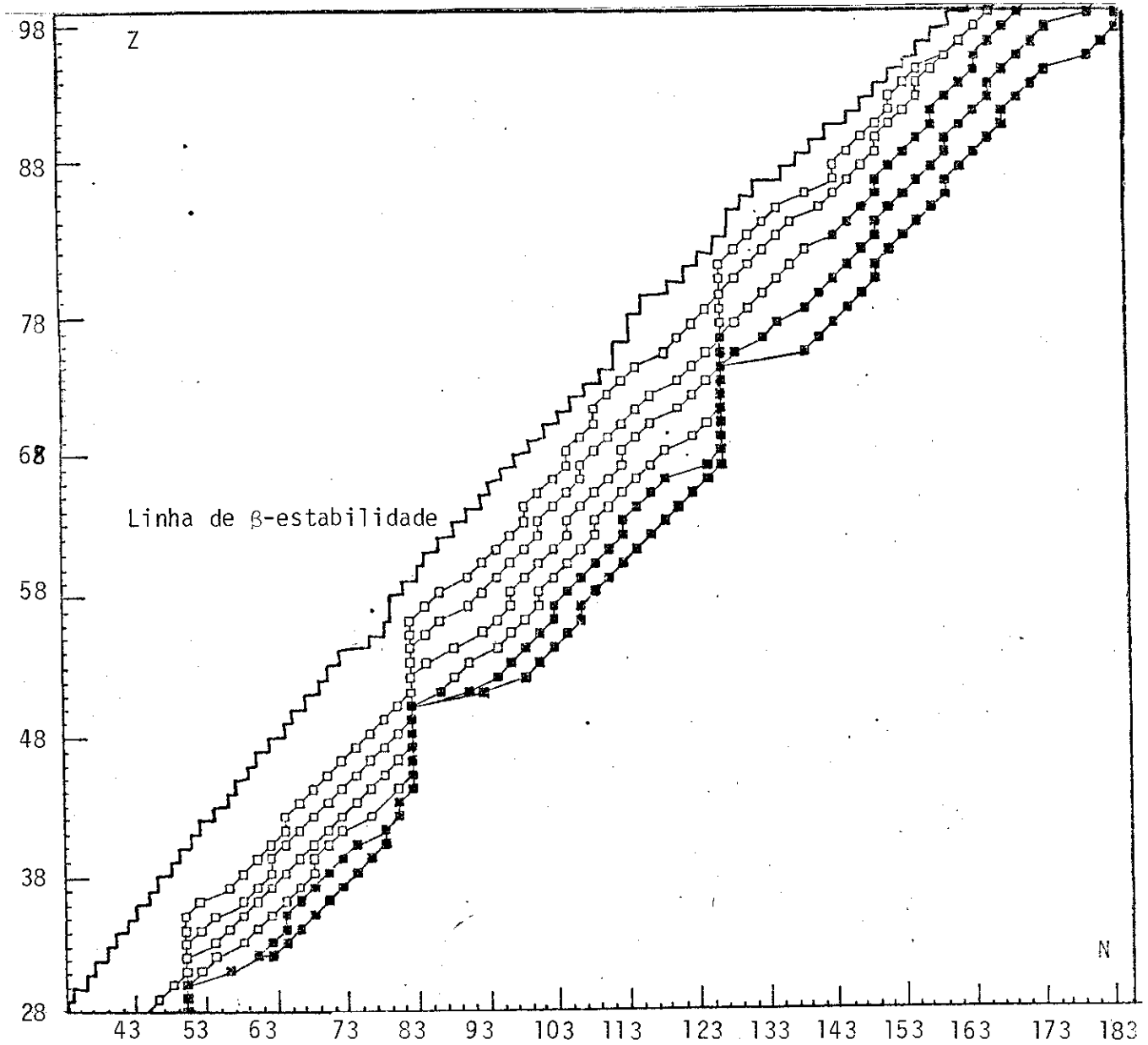


Fig. 3.4.4 - Região do plano Z-N com os percursos, seguidos pelo processo-r, de  $S_n^P = 5.4, 4.6, 3.0, 2.2, 1.4$ , estes valores correspondendo à ordenação dos percursos do superior ao inferior, na temperatura  $T_0 = 1.0$ . As famílias, cujos picos são representados por quadrinhos escuros, são aquelas ainda em equilíbrio.

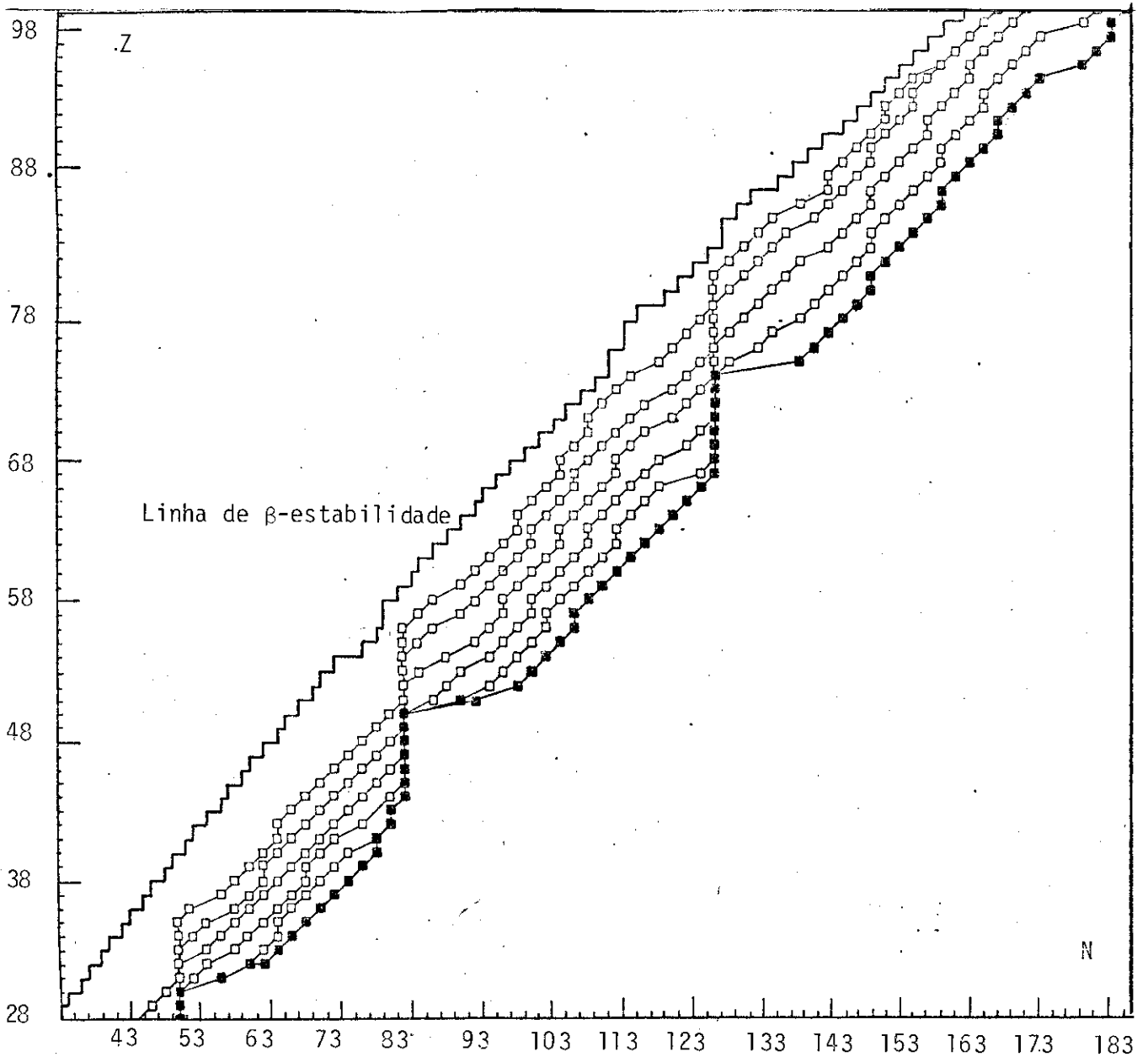


Fig. 3.4.5 - Região do plano Z-N com os percursos, seguidos pelo processo-r, de  $S_n^P = 5.4, 4.6, 3.0, 2.2, 1.4$ , estes valores correspondendo à ordenação dos percursos do superior ao inferior, na temperatura  $T_0 = 0.75$ . As famílias cujos picos são representados por quadrinhos escuros são aquelas ainda em equilíbrio.

cados. Os isótopos assinalados em quadradinhos escuros são os picos das famílias que ainda se mantêm em equilíbrio para a temperatura especificada na figura.

O fato de que são as regiões de número mágico dos percursos que mais dificilmente se desequilibram constitui um resultado bastante razoável. Isto porque as famílias desta região são quase que constituídas por isótopos de número mágico de neutrons (picos bastante pronunciados na distribuição de abundâncias de equilíbrio), apresentando por isso maior estabilidade- $\beta$ , ao mesmo tempo que, devido à grande diferença nas taxas de captura e fotoemissão entre os isótopos do pico e isótopos vizinhos, nelas rapidamente se estabelece o equilíbrio.

As densidades de neutrons correspondentes a cada temperatura, tomada para a análise da situação de equilíbrio sobre cada percurso estabelecido, são determinadas através da eq. (2.2.7). Para estes percursos, os valores de temperatura e densidade de neutrons são mostrados na fig. 3.4.6. Neste gráfico lançamos também as condições de temperatura e densidade de neutrons, a partir das quais: algumas famílias começam a se equilibrar (curva  $D^{(1)}$ ); pelo menos 70% das famílias formadas estão em desequilíbrio (curva  $D^{(2)}$ ); e ainda nenhuma família permanece em equilíbrio (curva  $D^{(3)}$ ).

### 3.5 - Comentários e Sugestões de Aplicação dos Resultados

- a) - Comentários Sobre a Condição de Desequilíbrio que Estabelecemos



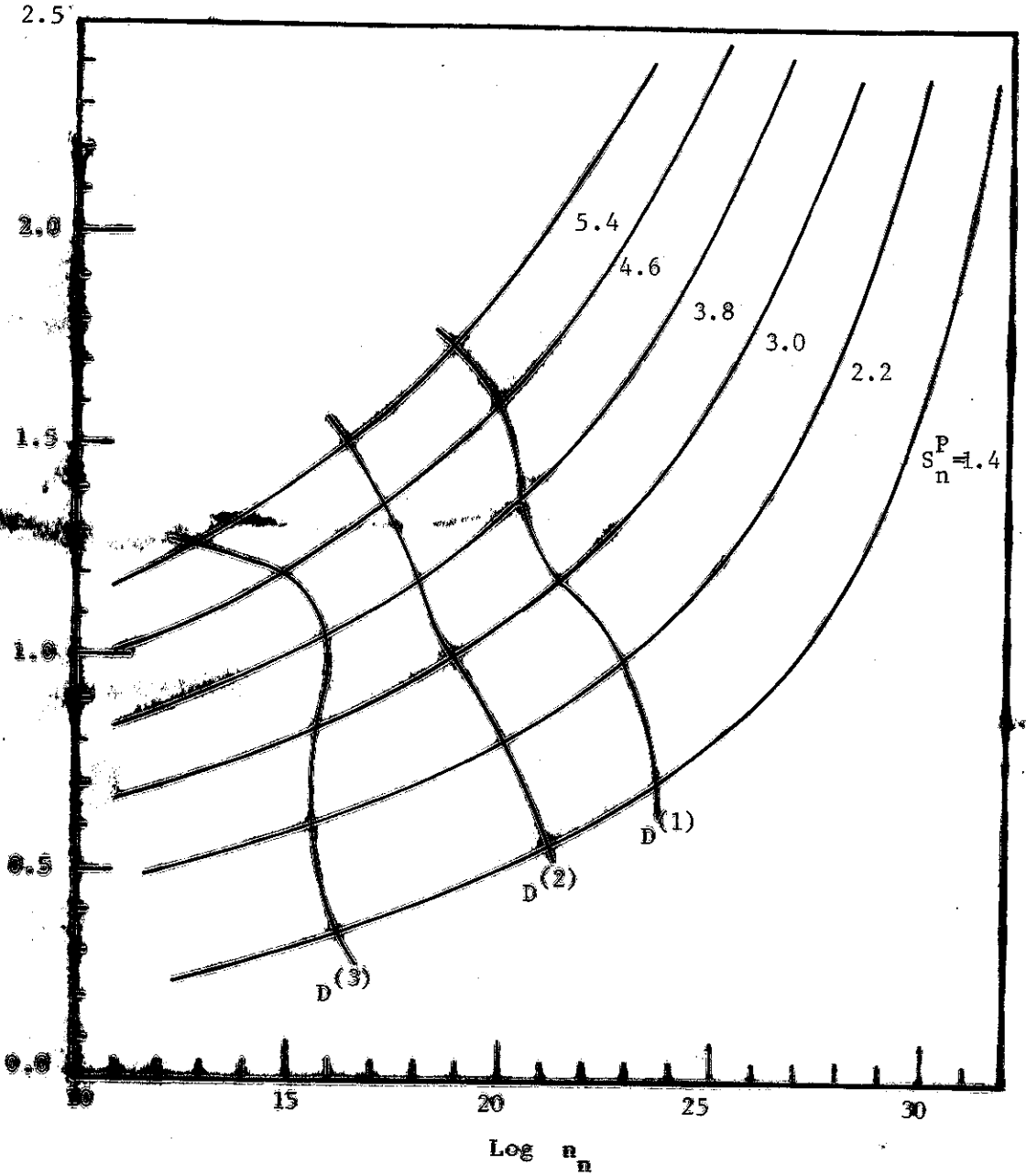


Fig. 3.4.6 - Temperatura em  $10^9$  °K, versus o logarítmo da densidade de neutrons em  $\text{cm}^{-3}$ , para os percursos de  $S_n^P$  tomados para a fig. 3.4.2. A curva  $D^{(1)}$  delimita as condições de temperatura e densidade, a partir das quais o desequilíbrio começa a se manifestar,  $D^{(2)}$  delimita as condições abaixo das quais, pelo menos, 70% das famílias estão em desequilíbrio, e a partir de  $D^{(3)}$  todas as famílias estão em desequilíbrio.

### 3.5 - Comentários e Sugestões de Aplicação dos Resultados

#### a) - Comentário Sobre a Condição de Desequilíbrio que Estabelecemos

Utilizamos, para obtenção das temperaturas de desequilíbrio de cada família, a condição de que para valores de  $\tau_{\beta}/\tau_{eq} \leq 10$  estas famílias se encontravam em desequilíbrio. Esta condição nos permitiu explorar o fato de que apenas para valores muito baixos de temperatura é que a região de números mágicos de neutrons de cada percurso vem a se desequilibrar. Estas regiões é que, por ocasião do congelamento do processo-r, vêm a formar os picos das curvas de abundâncias do processo-r. Com isto podemos levar a efeito a crítica dos resultados teóricos que utilizam modelos dinâmicos de processo-r, onde a aproximação do equilíbrio é levada em conta durante todo o processo.

Face aos nossos resultados, tomemos, por exemplo, a curva de abundância obtida por Hillebrandt, Takahashi e Kodama<sup>(11)</sup> (fig. 3.5.1). Percebemos que, apesar da introdução de um modelo dinâmico bem mais realístico, persiste ainda um deslocamento entre dados teóricos e experimentais na previsão da localização dos picos da curva de abundância. No referido trabalho, a equação de Saha é aplicada na determinação das abundâncias, até o ponto em que estas não são significativamente alteradas pela variação da temperatura e densidade de neutrons. Neste ponto, então, o processo é congelado, i.é., é eliminada a possibilidade de captura ou fotoemissão posterior.

Devido ao fato de que os picos são predominantemente provenientes dos efeitos de número mágico na fase de equilíbrio

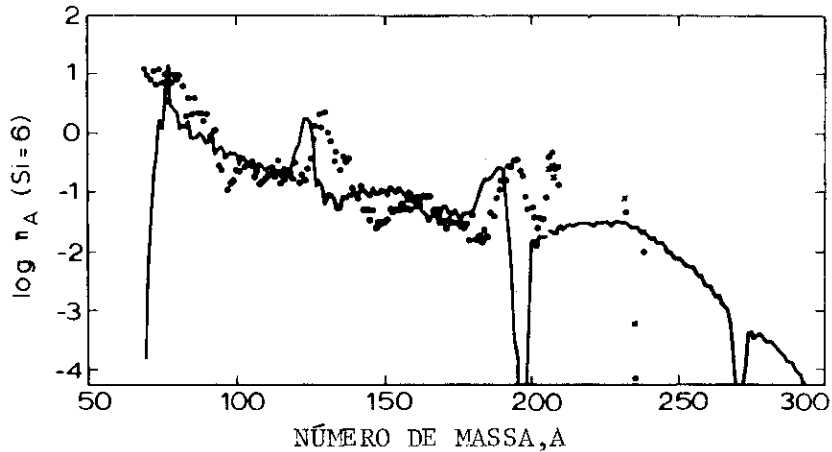


Fig. 3.5.1 - Curva de abundância para o processo-r. Os pontos são os dados de abundância observada no sistema solar (ref.(34)). A curva é o resultado teórico obtido por Hillebrandt, Takahashi e Kodama (ref. (11)).

$(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$ , e como as regiões de número mágico são mais dificilmente desequilibradas, a introdução de correções, considerando o desequilíbrio em modelos dinâmicos, provavelmente não deverá alterar a localização e abundância dos picos previstos, se persistem condições de congelamento externas. No entanto, se o congelamento das reações é atingido naturalmente, seguindo as condições ditadas pela hidrodinâmica, provavelmente a reação de fotoemissão, como discutida em f) desta seção, vem a se congelar mais rapidamente que a de captura, possibilitando que processos de captura em desequilíbrio<sup>(29)</sup> venham a deslocar os picos no sentido da obtenção de melhores resultados. Devendo-se, ainda, aplicar cuidadosamente a equação de Saha para a fase de equilíbrio, como é discutido em d) desta seção.

Além de possibilitar a nítida distinção para o desequilíbrio na região de números mágicos, a condição de equilíbrio que estabelecemos é justificada através de considerações

dos resultados obtidos na seção 3.1. Assim, podemos verificar que com o critério de desequilíbrio que utilizamos ( $\tau_{\beta}/\tau_{eq} \leq 10$ ) a equação de Saha pode ser então aplicada com precisão da ordem de  $1/e^{10}$  (eq. (3.1.5)) para as abundâncias dos núcleos nas famílias consideradas em equilíbrio. Tal precisão é mais que suficiente para os cálculos de processo-r.

Uma condição de desequilíbrio mais forte (tal como  $\tau_{\beta}/\tau_{eq} \leq 100, 1000$ ) provoca o desequilíbrio de famílias que têm as abundâncias de seus isótopos dadas pela equação de Saha com precisão da ordem de  $1/e^{100}, 1/e^{1000}$ , que seguramente estão ainda em equilíbrio. Por outro lado, uma condição mais fraca,  $\tau_{\beta}/\tau_{eq} \leq 1$ , seria pouco realística, uma vez que ao atingir  $\tau_{\beta}$  da ordem de  $\tau_{eq}$  o equilíbrio já não consegue se manter.

b) - Sugestão de Aplicação de Nossos Resultados a Modelos Dinâmicos de Processo-r

Poderíamos, ao invés de estabelecermos "a priori" condições de temperatura e densidade de neutrons para a análise da validade da aproximação de equilíbrio, ter tomado estas condições de um modelo dinâmico de processo-r. Levados, no entanto, por uma maior simplicidade de cálculos, e pelo fato de que estes modelos não são ainda definitivos ou, pelo menos, bastante seguros na tradução da evolução dinâmica do meio onde possa vir a ocorrer o processo-r, preferimos deixar nossos resultados independentes dos mesmos. Por outro lado, a aplicação destes resultados a tais modelos torna-se imediata. Com efeito, os valo-

res de temperatura e densidade de neutrons, ao longo do tempo, podem ser lançados na fig. 3.4.6, estabelecendo um percurso dinâmico para os valores destas grandezas e, quando este percurso alcança a curva  $D_{eq}^{(1)}$  da referida figura, a aproximação de equilíbrio torna-se crítica, devendo a partir daí, ser testada passo a passo no procedimento de cálculo, para todas as famílias então presentes. Caso não seja válida para algumas delas, a variação na abundância de cada um de seus isótopos deve ser tratada através da eq. (2.2.1).

c) - Comentário Sobre a Não Consideração da Interferência de Processos de Fissão em Nossos Cálculos

Aqui vale salientar que a fase de congelamento do processo-r, onde estes processos podem vir a contribuir representativamente, não é levada em consideração em nossos cálculos. Ao mesmo tempo, visando à aplicação a modelos dinâmicos, com a pequena escala de tempo das explosões de supernova (inferior mesmo ao tempo de ciclo de fissão), a fase de equilíbrio  $(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$  não é alterada significativamente pela realimentação produzida pelos processos de fissão. Isto é evidenciado por Hillebrandt, Takahashi e Kodama (11), afirmando que o processo-r é finalizado (dentro do modelo dinâmico desenvolvido), antes mesmo pela queda de densidade de neutrons e temperatura, que pela formação de núcleos fissionáveis.

d) - Crítica à Aplicação da Equação de Saha para Famílias com Isótopos de  $S_n \leq 0$

Os trabalhos até então publicados limitam o número de massa máximo das famílias pelo isótopo de número par de neutrons que primeiro atinge  $S_n \leq 0$ , devido ao fato de que são os isótopos de número par de neutrons os de abundância em equilíbrio mais representativos. Isto permite que isótopos de número ímpar de neutrons com  $S_n \leq 0$  participem da família, e se o isótopo de número par seguinte tem  $S_n \geq 0$ , devido às oscilações par-ímpar, este último é considerado com abundância representativa. A formação de isótopos de N-par com  $S_n \geq 0$ , tendo como precedente um isótopo de N-ímpar com  $S_n \leq 0$  só poderia ser justificada através da dupla captura de neutrons. Esta reação é de pequena probabilidade de ocorrência, e se ocorrer, o decaimento- $\beta$ , sendo mais eficiente que ela, logo transfere o isótopo formado para a família de número atômico seguinte.

Este aspecto da aplicação indiscriminada na equação de Saha deve trazer consequências que devem modificar os resultados teóricos, até então apresentados, uma vez que, pelo que verificamos, estas considerações são bastante evidentes na região de número mágico do percurso do processo-r.

e) - Comentários Sobre a Utilização do Balanço Detalhado

Na determinação das taxas de fotoemissão de neutrons a partir das de captura, utilizamos a relação dada pelo balanço

detalhado, que vem descrita no apêndice A. Na determinação da referida relação, foi admitida a suposição de que os níveis de excitação nuclear, dos núcleos envolvidos nas reações  $(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$ , eram mantidos em equilíbrio térmico com o sistema. Além disso, não foram consideradas, na distribuição estatística de fótons, flutuações, sobretudo no ramo extremo de energia, devidas aos fótons provenientes das transições nucleares ocorridas no meio.

O decréscimo da temperatura dificilmente invalidaria a suposição de equilíbrio entre os níveis de excitação nuclear, uma vez que apenas aqueles de energia da ordem de 200 KeV ( $kT \sim 100$  KeV) são representativamente populados. Por outro lado, com o decréscimo da temperatura, as flutuações na distribuição de fótons, sobretudo para energias da ordem de MeV, devem passar a ser de interesse na determinação das taxas  $\lambda_{\gamma n}$ , face ao limiar de fotoemissão. Porém, dificilmente se poderia levar em conta estas flutuações, devido não somente às dificuldades computacionais, mas sobretudo, às dificuldades relacionadas ao conhecimento da estrutura dos níveis nucleares. Assim, o cálculo em separado das taxas das referidas reações, não deverá oferecer melhores resultados que os obtidos pelo balanço detalhado.

A utilização do balanço detalhado, é também presuposta na equação de Saha, que no equilíbrio é a solução trivial do sistema (3.1.1). Com isto, a transição da fase de equilíbrio para o desequilíbrio pode ser tratada apenas levantando a condição de equilíbrio das reações na equação de Saha, ficando desta forma as taxas relacionadas pelo balanço detalhado. Pelo me

nos do ponto de vista teórico, este tratamento parece-nos ser bastante coerente.

f) - Justificativa da Determinação das Taxas  $\lambda_{\gamma n}$ , a Partir de  $\lambda_{n\gamma}$  e Não Inversamente

Uma vez que as reações fotonucleares são muito mais extensivamente estudadas na literatura, surge a questão de por que não partimos do conhecimento das seções de choque  $\sigma_{\gamma n}$  e conseqüentemente das taxas desta reação para determinar, através do balanço detalhado, as taxas da reação inversa? Dois fatores contribuem para a justificativa de nosso procedimento:

1 - Com o decréscimo da temperatura, uma vez que não consideramos as perturbações à distribuição estatística, apenas fótons de energias próximas ao limiar de fotoemissão são ainda representativos, do ponto de vista estatístico, na determinação das taxas desta reação. As seções de choque  $\sigma_{\gamma n}$  oferecidas, por exemplo, pelos estudos das ressonâncias gigantes nucleares apresentam boas concordâncias apenas para energias próximas ao pico das ressonâncias (2 - 3 vezes a energia limiar). Partindo das taxas  $\lambda_{\gamma n}$ , onde os valores de interesse da seção de choque seriam justamente próximos ao limiar, estas conteriam grandes erros que seriam transferidos às taxas  $\lambda_{n\gamma}$ , para qualquer condição de temperatura, deixando seus valores sem grande significado.

2 - Ainda, com o decréscimo da temperatura, as reações de fotoemissão são "congeladas" (devido a seus limiares) antes



mesmo que as reações de captura, quando então não teriam nenhum sentido as determinações das taxas da segunda a partir da primeira, para os núcleos onde esta situação ocorre.

g) - Comentários Sobre a Extrapolação dos Valores dos Parâmetros Nucleares

As discussões anteriores procuram justificar a coerência de nosso trabalho e resultados, abstraindo os erros inerentes à extrapolação da fórmula de massa, taxas de decaimento- $\beta$  e seção de choque  $\sigma_{n\gamma}$ , devido ao afastamento à linha de estabilidade- $\beta$  dos núcleos envolvidos. Em particular, na seção 3.2, face ao tratamento semiempírico de muitos parâmetros na determinação das seções de choque  $\sigma_{n\gamma}$  dos núcleos, estes parâmetros são ajustados à linha de estabilidade- $\beta$ . Testada a sua aplicação para esta região (fig. 3.3.1), encontramos valores razoáveis. Porém, o que nos assegura que estas seções de choque também estão nos oferecendo valores razoáveis para a região de núcleos de interesse? Ao mesmo tempo, como testar esta razoabilidade, uma vez que não dispomos de dados para esta região?

## CONCLUSÕES

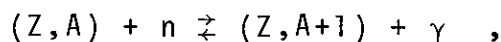
Deste trabalho concluimos que, mesmo na fase de equilíbrio a aplicação indiscriminada da equação de Saha, como tem sido feita, deve ter conduzido a erros nos resultados até então publicados, como vem discutido no comentário d), seção 3.5. Concluimos também, que a consideração do desequilíbrio  $(n, \gamma) \neq (\gamma, n)$  deverá influir no sentido de melhor concordar os resultados teórico das abundâncias dos elementos produzidos pelo processo -r com os dados experimentais. Com isto, acreditamos que nossos resultados desempenhem um importante papel no desenvolvimento de modelos dinâmicos de processo-r. Necessitaremos, contudo, no tratamento do desequilíbrio, de uma melhor expressão para a seção de choque  $\sigma_{n\gamma}$ , o mais livre possível de parâmetros ajustados à linha de estabilidade- $\beta$ .

Das discussões feitas, a utilização do balanço detalhado na relação entre taxas  $\lambda_{n\gamma}$  e  $\lambda_{\gamma n}$ , parece ser bem razoável, constituindo um instrumento bastante útil no tratamento teórico da fase de equilíbrio e desequilíbrio  $(n, \gamma) \neq (\gamma, n)$ .

## APÊNDICE A

### BALANÇO DETALHADO

Consideremos a reação de nosso interesse,



processando-se nos dois sentidos, sob as condições de temperatura e densidade de neutrons características de ocorrência do processo-r ( $n_n \sim 10^{27} - 10^{28} \text{ cm}^{-3}$  ,  $T_0 \sim 1 - 3$ ).

O princípio quantum-mecânico, conhecido como "reversibilidade microscópica", nos permite relacionar a seção de choque da reação direta com a da reação inversa. A relação entre as taxas das respectivas reações é o que aqui denominaremos de "balanço detalhado" (\*).

#### A.1 - Reversibilidade Microscópica

A simetria, sob a inversão no tempo da equação de Schrödinger, nos permite relacionar as probabilidades de transição entre estados quânticos inicial e final do sistema <sup>(39)</sup>. A

---

(\*) Encontramos no livro de Blatt-Weiskopf <sup>(39)</sup>, a designação "balanço detalhado", como referindo-se à reversibilidade microscópica aplicada a reações de partículas com spin.

inversão temporal da equação de movimento do sistema (na ausência de campos magnéticos externos) consiste não apenas na mudança no sinal dos estados de movimento das partículas, mas também na inversão do sinal de seus momentos angulares. Daí, como consequência da simetria da matriz de transição entre estados quânticos do sistema, conclui-se que a probabilidade de transição entre os estados inicial e final do sistema é igual à probabilidade da transição inversa no tempo (39). Esta igualdade é, então traduzida, no nosso caso, da seguinte forma:

$$\omega_{n\gamma}(i, j \rightarrow m, l; p_n; \Omega) = \omega_{\gamma n}(l^+, m^+ \rightarrow i^+, j^+; p_\phi, \Omega^+) \quad (\text{A.1.1})$$

onde  $i, j, l, m$  são os estados de momento angular interno das partículas e  $+$  indica inversão temporal;  $\Omega$  é o ângulo sólido do canal de saída. A notação  $(i, j \rightarrow m, l)$ , refere-se à transição entre estados de momento angular das partículas, e  $p_n, p_\phi$  são os estados de momentum associados à incidência de neutrons e de fôtons, respectivamente.

No sentido de relacionar estas probabilidades, com as seções de choque respectivas de cada processo, lembramos que seus valores representam a probabilidade de transferência por unidade de tempo de um estado quântico inicial para outro final, bem definido. Por outro lado, as seções de choque são a probabilidade de transferência (por fluxo de estados incidentes) de um estado inicial para um final compreendido no intervalo de ângulo sólido  $d\Omega$  e de energia  $dE$ , compatíveis com a conservação de energia e momento do sistema. Desta forma, as

seções de choque para cada processo podem ser obtidas a partir das probabilidades  $\omega$ , multiplicando-se as mesmas pelo número de estados finais compreendidos no intervalo  $d\Omega$  e  $dE$ , ao mesmo tempo, dividindo o resultado pelo fluxo incidente. Para a reação direta (captura de neutrons), por exemplo, o fluxo incidente normalizado a um volume  $V$  é dado por  $v_n/V$ , onde  $v_n = p_n/\mu$ , e o número de estados finais  $\rho d\vec{p}_\phi$  no intervalo de ângulo sólido  $d\Omega$  do volume  $V$ , correspondente ao intervalo de momento  $d\vec{p}_\phi$  é  $V p_\phi^2 dp_\phi d\Omega/h^3$ . Assim temos:

$$\sigma_{n\gamma}(i, j \rightarrow m, l; p_n, \Omega) dE_f d\Omega \delta(E_f - E_i) = \omega_{n\gamma}(i, j \rightarrow m, l; p_n, \Omega)$$

$$\left(\frac{V}{v_n}\right) \left(\frac{V p_\phi^2 dp_\phi d\Omega}{h^3}\right), \quad (A.1.2)$$

onde  $E_i$ ,  $E_f$  são as energias total dos estados inicial e final do sistema, incluindo as energias de ligação dos núcleos envolvidos.

A seção de choque para o processo inverso no tempo é obtida de forma análoga, encontrando-se

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma n}(m^\dagger, l^\dagger \rightarrow i^\dagger, j^\dagger; p_n, \Omega^\dagger) dE_i d\Omega^\dagger \delta(E_f - E_i) = \\ = \omega_{\gamma n}(m^\dagger, l^\dagger \rightarrow i^\dagger, j^\dagger; p_n, \Omega) \left(\frac{V}{c}\right) \left(\frac{V p_n^2 dp_n d\Omega^\dagger}{h^3}\right). \end{aligned} \quad (A.1.4)$$

Pelo fato de que não existem campos magnéticos externos aplicados ao sistema, não havendo por isso nenhuma direção privilegiada, podemos fazer a equivalência dos ângulos sólidos  $\Omega$  e  $\Omega^\dagger$ ,

e das eqs. (A.1.1), (A.1.2) e (A.1.4), escrever

$$\sigma_{n\gamma}(i, j \rightarrow m, l; p_n, \Omega) \frac{v_n}{p_\phi^2 dp_\phi} = \sigma_{\gamma n}(m^\dagger, l^\dagger \rightarrow i^\dagger, j^\dagger; p_\phi, \Omega) \frac{c}{p_n^2 dp_n} \quad (\text{A.1.5})$$

Da conservação de energia podemos escrever  $v_n dp_n = c dp_\phi$ , ficando com a expressão anterior

$$\sigma_{n\gamma}(i, j \rightarrow m, l; p_n, \Omega) p_n^2 = \sigma_{\gamma n}(m^\dagger, l^\dagger \rightarrow i^\dagger, j^\dagger; p_\phi, \Omega) p_\phi^2, \quad (\text{A.1.6})$$

sendo esta a tradução da reversibilidade microscópica para estes estados quânticos não degenerados. No entanto, os experimentos e cálculos de seções de choque não contêm informações detalhadas, tal como admitida quando escrevemos  $\sigma_{n\gamma}(i, j \rightarrow l, m; p_n, \Omega)$ , onde os estados de momento angular são completamente especificados. Com efeito, a ausência de campos magnéticos externos deixa os feixes de partículas não polarizados, conduzindo a resultados que são na verdade uma média nos estados de componente-z do momento angular das partículas. Neste sentido, torna-se mais útil relacionar seções de choque média entre estados de momento angular degenerados.

Seja então  $J_i$  o momento angular total do estado  $i$  e  $m_i$  sua projeção no eixo-z. Lembrando que o estado  $i^\dagger$  apresenta momento  $J_i$  e componente  $-m_i$ , e efetuando a soma sobre os estados de componente-z de momento angular de todas as partículas reagentes e produtos da eq. (A.1.1), podemos escrever

$$\sum_{\substack{m_i, m_j \\ m_m, m_\ell}} \omega_{n\gamma}(i, j \rightarrow m, \ell; p_n, \Omega) = \sum_{\substack{m_i, m_j \\ m_m, m_\ell}} \omega_{\gamma n}(m, \ell \rightarrow i, j; p_\phi, \Omega) \quad . \quad (A.1.7)$$

onde as componentes  $m_k$  tem seus  $2J_k + 1$  valores compreendidos entre  $-J_k$  e  $J_k$ . Definindo a seção de choque média para transições  $\bar{i}, \bar{j} \rightarrow \bar{m}, \bar{\ell}$ , entre estados degenerados de momento angular como

$$\bar{\sigma}_{n\gamma}(\bar{i}, \bar{j} \rightarrow \bar{m}, \bar{\ell}; p_n, \Omega) = \frac{1}{g_i g_j} \sum_{\substack{m_i, m_j \\ m_m, m_\ell}} \sigma(i, j \rightarrow m, \ell; p_n, \Omega) \quad , \quad (A.1.8)$$

onde  $g_i = 2J_i + 1$ , correspondendo ao número de estados não degenerados encerrados pelo estado  $\bar{i}$  de momento angular  $J_i$  do núcleo  $(Z, A)$ , e  $g_j = 2$  correspondendo aos dois estados de spin do neutron incidente. De forma equivalente, definindo  $\bar{\sigma}_{\gamma n}(\bar{m}, \bar{\ell} \rightarrow \bar{i}, \bar{j}; p_\phi, \Omega)$ , obteremos por (A.1.2), (A.1.4) e (A.1.7) ,

$$p_n^2 g_i g_j \bar{\sigma}_{n\gamma}(\bar{i}, \bar{j} \rightarrow \bar{m}, \bar{\ell}; p_n, \Omega) = p_\phi^2 g_m g_\ell \bar{\sigma}_{\gamma n}(\bar{m}, \bar{\ell} \rightarrow \bar{i}, \bar{j}; p_\phi, \Omega) \quad . \quad (A.1.9)$$

Sendo  $g_m = 2J_m + 1$ , correspondendo ao número de estados não degenerados com  $J_m$  para momento angular do núcleo  $(Z, A+1)$ , e  $g_\ell = 2$  correspondendo aos dois estados de polarização do fóton na reação inversa. A exp. (A.1.9) é a versão da reversibilidade microscópica que utilizamos.

## A.2 - Balço Detalhado e Equação de Saha

No tratamento estatístico das reações consideradas ,

vamos estabelecer que não somente os estados de movimento das partículas mas também os níveis de energia interna dos núcleos se encontram em equilíbrio térmico com o meio. Desta forma, os pesos estatísticos, associados a cada um dos estados degenerados  $J_i$  de momento angular do núcleo  $(Z,A)$ , é dado por

$$p_{\bar{x}} = \frac{g_i}{W(Z,A)} \exp(-E_{\bar{x}}/kT) \quad (A.2.1)$$

onde  $W(Z,A) = \sum_{\bar{x}} g_i \exp(-E_{\bar{x}}/kT)$  é a função de partição entre níveis de energia  $E_{\bar{x}}$ . Ao mesmo tempo, podemos utilizar a distribuição de Maxwell-Boltzmann para o tratamento estatístico da incidência de neutrons (seção 2.1), e a taxa de reação de captura é então dada por:

$$\lambda_{n\gamma} = \frac{4\pi n_n/2}{(2\pi\mu kT)^{3/2}} \int_0^{\infty} v_n \left\{ \sum_{\bar{i}, \bar{j}} \sum_{\bar{m}, \bar{\ell}} p_n^2 \bar{\sigma}_{n\gamma}(\bar{x}, \bar{j} \rightarrow \bar{m}, \bar{\ell}; p_n) \frac{g_i g_j}{W(Z,A)} \exp(-E_{\bar{x}}/kT) \right\} \exp(-p_n^2/2\mu kT) dp_n \quad (A.2.2)$$

A reação inversa é desencadeada apenas por fótons suficientemente energéticos. A quantidade de movimento do sistema é devido ao movimento dos fótons e a distribuição estatística para estes fótons (não levando em conta os seus dois estados de polarização) é dada por

$$\rho(p_\phi, T) d\vec{p}_\phi = \frac{4\pi}{h^3} p^2 e^{-p_\phi^2/kT} dp_\phi \quad (A.2.3)$$



Esta expressão, como na seção 2.1, é aplicável para energias superiores à energia de separação do núcleo  $(Z, A + 1)$ , quando  $kT \sim 100$  KeV.

Assim, as taxas de fotoemissão ficam dadas por

$$\lambda_{\gamma n} = \frac{4\pi}{h^3} \int_0^{\infty} c \left\{ \sum_{\bar{m}, \bar{\ell}} \sum_{\bar{\lambda}, \bar{j}} p_{\phi}^2 \bar{\sigma}_{\gamma n}(\bar{m}, \bar{\ell} \rightarrow \bar{\lambda}, \bar{j}; p_{\phi}) \frac{g_m g_{\ell}}{W(Z, A+1)} \exp(-E_{\bar{m}}/kT) \right\} \exp(-p_{\phi}/ckT) dp_{\phi} \quad (A.2.4)$$

O limite da integração pode ser estendido a zero, uma vez que para  $E_{\phi} < S_n(Z, A+1)$ ,  $\bar{\sigma}_{\gamma n} = 0$ . A conservação da energia nos permite escrever além de  $v_n dp_n = c dp_{\phi}$ , que

$$\frac{p_n^2}{2\mu} = \frac{p_{\phi}}{c} + \Delta E^0 + E_{\bar{m}} - E_{\bar{j}} \quad , \quad (A.2.5)$$

onde  $\Delta E^0$  é a diferença entre as energias dos estados fundamentais dos núcleos

$$\Delta E^0 = B(Z, A+1) - B(Z, A) \quad . \quad (A.2.6)$$

Com estas considerações de conservação de energia, comparando as exps. (A.2.4) e (A.2.2), obtemos

$$\frac{\lambda_{n\gamma}}{\lambda_{\gamma n}} = \frac{n_n}{2} \left( \frac{h^2}{2\pi\mu kT} \right)^{3/2} \frac{W(Z, A+1)}{W(Z, A)} \exp(\Delta E^0/kT) \quad (A.2.7)$$

Agrupando convenientemente os termos, e introduzindo os valores das constantes em unidades de MeV para energia,  $10^9 \text{K}$  para temperatura e cm para o comprimento, a unidade de massa atômica em  $\text{MeV}/c^2$ , obteremos, tomando o logarítmo de (A.2.7),

$$\begin{aligned} \log \frac{\lambda_{n\gamma}}{\lambda_{\gamma n}} &= \log n_n + \log \frac{W(Z, A+1)}{W(Z, A)} - 34.075 - \\ &- 3/2 \log \left( \frac{A}{A+1} T_9 \right) + \frac{5.04}{T_9} \Delta E^0 \quad . \quad (A.2.9) \end{aligned}$$

Esta é a expressão por nós utilizada para o balanço detalhado das reações de captura e fotoemissão de neutrons dos núcleos . Com a condição adicional de equilíbrio das reações  $n(Z, A) \lambda_{n\gamma} = n(Z, A+1) \lambda_{\gamma n}$  chegamos à expressão da equação de Saha, eq. (2.2.4).

## APÊNDICE B

### PROCEDIMENTO DE CÁLCULO DAS TAXAS $\lambda_{n\gamma}$

A determinação das taxas de captura, partindo diretamente da integração numérica da eq. (3.1.1), não nos possibilita uma eficiência computacional de cálculo. Assim, fazendo uso do comportamento das seções de choque, eq. (3.2.2), para baixas energias (lembramos que, em nosso caso, as energias de incidência de neutrons são da ordem de 0.1 MeV), conseguimos diminuir o tempo computacional, possibilitando a execução de nosso trabalho dentro dos recursos de que dispomos.

Assim, na exp.(3.2.2), fazendo  $E \rightarrow 0$  apenas a onda  $\ell = 0$  é considerada, ficando

$$\sigma_{n\gamma}(Z,A,E \rightarrow 0) \approx \frac{2\pi(A+1)0.656}{AE} \frac{(\Gamma_0/D)(\Gamma_\gamma/D)}{\Gamma_0/D + \Gamma_\gamma/D} \text{ barn} \quad (\text{B.1})$$

Da eq. (3.2.4)  $\tau_0 \propto kR$ , deixando  $\Gamma_0/D$ , eq.(3.2.3), proporcional a  $\tau_0$ , conseqüentemente proporcional a  $\sqrt{E}$ .

Da eq. (3.2.6) e da definição de seus parâmetros, temos  $\Gamma_\gamma/D \rightarrow \text{const}$ , quando  $E \rightarrow 0$ . Com estes resultados, temos para (B.1)

$$\sigma_{n\gamma}(Z,A,E \rightarrow 0) \propto 1/\sqrt{E} \quad (B.2)$$

Como  $v \propto \sqrt{E}$ , o produto das seções de choque pela velocidade em (3.2.1) tende para um valor constante. Para facilidade de cálculo, estabelecemos que esta tendência se faz aproximadamente através de uma função parabólica da energia

$$v\sigma_{n\gamma}(Z,A,E) \approx A + BE + CE^2 \quad (B.3)$$

Integrando diretamente, apenas com mudanças de variável convenientes, a eq. (3.2.1) fica

$$\lambda_{n\gamma}(Z,A,T) = n_n \left[ A + 3/2(kT)B + 15/4 (kT)^2 \right] \quad (B.4)$$

Os parâmetros A, B e C são ajustados para cada núcleo, tomando três valores do produto  $v\sigma_{n\gamma}(Z,A,E)$ , correspondentes a três valores convenientemente escolhidos de E (no nosso caso, escolhemos  $E_1 = 0.1$  MeV,  $E_2 = 0.3$  MeV e  $E_3 = 0.6$  MeV). O cálculo da seção de choque para estes valores de energia escolhidos é feito através da exp. (3.2.2). Os valores dos três produtos  $v\sigma_{n\gamma}$  de cada núcleo foram armazenados antes da execução do programa de cálculo, a fim de possibilitar a execução do mesmo dentro dos recursos que dispomos.

Os valores de A, B e C para o ajuste aos três pontos

escolhidos nos  $\bar{e}$  dado por:

$$\left\{ \begin{aligned} C(Z,A) &= \frac{1}{E_1 - E_3} \left[ \frac{v_1 \sigma_{n\gamma}(E_1) - v_2 \sigma_{n\gamma}(E_2)}{E_1 - E_2} - \frac{v_2 \sigma_{n\gamma}(E_2) - v_3 \sigma_{n\gamma}(E_3)}{E_2 - E_3} \right] \\ B(Z,A) &= \frac{E_1 + E_2}{E_1 - E_3} \left[ \frac{v_2 \sigma_{n\gamma}(E_2) - v_3 \sigma_{n\gamma}(E_3)}{E_2 - E_3} \right] - \frac{E_2 + E_3}{E_1 - E_3} \left[ \frac{v_1 \sigma_{n\gamma}(E_1) - v_2 \sigma_{n\gamma}(E_2)}{E_1 - E_2} \right] \\ A(Z,A) &= 1/3(v_1 \sigma_{n\gamma}(E_1) + v_2 \sigma_{n\gamma}(E_2) + v_3 \sigma_{n\gamma}(E_3)) - 1/3(E_1 + E_2 + E_3)B - 1/3(E_1^2 + E_2^2 + E_3^2)C . \end{aligned} \right.$$

(B.5)

Os resultados de  $\lambda_{n\gamma}$ , obtidos através da eq. (B.4), foram comparados aos valores para os mesmos núcleos e mesmas condições de densidade de neutrons e temperatura encontrados pela integração numérica da eq. (3.2.1), solicitando o cálculo de  $\sigma_{n\gamma}$ , a cada passo, através da eq. (3.2.2). Os resultados apresentam boa concordância e deixam uma grande vantagem no tempo computacional para o cálculo através de (B.4).

## APÊNDICE C

### AVALIAÇÃO DOS TEMPOS DE EQUILÍBRIO $(n, \gamma) \rightleftharpoons (\gamma, n)$

Retomemos, aqui, a notação utilizada na seção 3.1, para abundâncias e taxas das reações entre os isótopos de uma dada família. Observando que, no sistema de eqs. (3.1.1), a abundância  $n_i$  é acoplada diretamente apenas às abundâncias  $n_{i-1}$  e  $n_{i+1}$ , as taxas das reações que interligam as abundâncias dos isótopos vizinhos sofrem oscilações em consequência do efeito par-ímpar (balanço detalhado). Desta forma, cada isótopo da família apresenta diferentes capacidades de transferência a seus vizinhos da perturbação à sua abundância de equilíbrio. Definindo o tempo de transferência de perturbação de cada isótopo como sendo o tempo de equilíbrio entre ele e seus vizinhos, na ausência dos demais isótopos da família, determinamos o valor do tempo de equilíbrio da família, como sendo o máximo tempo de transferência ocorrido entre seus isótopos. Com isto, reduzimos o problema da diagonalização da matriz  $\Lambda$ , em (3.1.3), à diagonalização das matrizes  $\Lambda^i$ , envolvendo apenas taxas dos isótopos  $i - 1$ , e,  $i + 1$ .

$$\Lambda^i = \begin{bmatrix} \lambda_{n\gamma}^{i-1} & -\lambda_{\gamma n}^i & 0 \\ -\lambda_n^{i-1} & (\lambda_{n\gamma}^i + \lambda_{\gamma n}^i) & -\lambda_{\gamma n}^{i+1} \\ 0 & \lambda_{n\gamma}^i & \lambda_{\gamma n}^{i+1} \end{bmatrix} \quad (C.1)$$

O inverso do maior autovalor não nulo desta matriz tomamos como o tempo de transferência do isótopo  $i$ . Feito isto para todos os isótopos da família, escolhemos o maior destes tempos como uma avaliação do tempo de equilíbrio do sistema.

Para fins de comparação, apresentamos na fig. C.1, a evolução no tempo dos isótopos da família  $Z = 80$ , obtida pela resolução numérica do sistema de eqs. (3.1.1) para  $n_n = 10^{27} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_9 = 1.8$ . O tempo de equilíbrio  $\tau_{eq}$ , pela figura, podemos ver que é de  $\tau_{eq} \approx 7 \times 10^{-7} \text{ s}$ . O resultado para as mesmas condições, encontrado pelo procedimento aproximado que utilizamos em nossos cálculos, é  $\tau_{eq} \approx 4 \times 10^{-7} \text{ s}$ . Como podemos perceber, os valores utilizados estão dentro da mesma ordem de grandeza, que é a precisão necessária.

REFERÊNCIAS

- 1 - Alpher, R.A.; Bethe, H.A.; Gamow, G. - "The Origin of Chemical Elements" - Phys. Rev., 73 (1948), 803.
- 2 - Alpher, R.A. - "A Neutron-Capture Theory of the Formation and Relative Abundance of the Elements" - Phys. Rev., 74 (1948), 1577.
- 3 - Suess, H.E.; Urey, H.C. - "Abundances of the Elements" - Revs. Modern Phys., 28 (1956), 53.
- 4 - Burbidge, E.M.; Burbidge, G.R.; Fowler, W.A.; Hoyle, F. - "Synthesis of the Elements in Stars" - Revs. Modern Phys., 29 (1957), 547.
- 5 - Cameron, A.G.W. - "Origin and Distribution of Elements" - ed. L.H. Ahrem (Pergamon Press, Oxford, 1967) pag. 125.
- 6 - Clayton, D.D. - "Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis" - McGraw-Hill Book Company (New York, 1968) , pg. 7.
- 7 - Martin, H. - "Astrophysical Concepts" - John Wiley & Sons (New York, 1973) pag. 508.
- 8 - Hayashi, C.; Hōshi, R.; Sugimoto, D. - "Evolution of the Stars" - Progr. Theor. Phys., 22 (1962), 1.
- 9 - Colgate, S.A.; White, R.H. - "The Hydrodynamic Behavior of Supernovae Explosions" - Astrophys. J., 143 (1966), 626.
- 10 - Chandrasekhar, S. - "An Introduction to the Study of Stellar Structure" - (The University of Chicago Press, Chicago 1939, and Dover Publication, New York, 1957).
- 11 - Hillebrandt, W.; Takahashi, K.; Kodama, T. - "R-Process Nucleosynthesis: A Dynamical Model" - Astron. & Astrophys. , 52 (1976), 63.
- 12 - Arnett, W.D. - "Gravitational Collapse and Weak Interactions" - Can. J.Phys., 44 (1966), 2553.

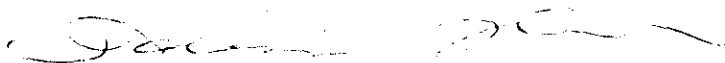


- 13 - Leblanc, J.M.; Wilson, J.R. - "A Numerical Example of Collapse of Rotating Magnetized Star" - *Astrophys. J.*, 161, (1970), 541.
- 14 - Seeger, P.A.; Fowler, W.A.; Clayton, D.D. - "Nucleosynthesis of Heavy Elements by Neutron Capture" - *Astrophys. J. Suppl.* n<sup>o</sup> 97, 11 (1965), 121.
- 15 - Kodama, T.; Takahashi, K. - "R-Process Nucleosynthesis and Nuclei far from the Region of  $\beta$ -Stability" - *Nucl. Phys.*, A239 (1975), 489.
- 16 - Cameron, A.G.W.; Delano, M.D.; Truran, J.W. - "The Dynamics of the Rapid Neutron Capture Process" - *Proc. Int. Conf. on the Properties of Nuclei far from the Region of Beta-Stability*, (Leysin, 1970, CERN Report 70-30, 1970, vol. 2, pag. 735).
- 17 - Fiset, E.O.; Nix, J.R. - "Calculation of Half-Lives for Superheavy Nuclei" - *Nucl. Phys.*, A193 (1972), 647.
- 18 - Nilsson, S.G.; Tsang, C.F.; Sobiczewski, A.; Szymanski, Z.; Wycech, S.; Gustafsson, C.; Lamm, J.L.; Möller, P.; Nilsson, B. - "On the Nuclear Structure and Stability of Heavy and Superheavy Elements" - *Nucl. Phys.* A131 (1969), 1.
- 19 - Boleu, R.; Nilsson, S.G.; Sheline, R.K.; Takahashi, K. - "On the Termination of R-Process and the Synthesis of Superheavy Elements" - *Phys. Lett.*, 40 (1972), 517.
- 20 - Schramm, D.N.; Fiset, E.O. - "Superheavy Elements and R-Process" - *Astrophys. J.*, 180 (1973), 551.
- 21 - Brueckner, K.A.; Chirico, J.H.; Jorna, S.; Meldner, H.W.; Schramm, D.N.; Seeger, P.A. - "Superheavy Elements from R-Process Calculations with an Energy-Density Mass Formula" - *Phys. Rev.*, C7 (1973), 2123.
- 22 - Black, J.B.; Schramm, D.N. - "Some Effects of Delayed-Neutron Emission on R-Process Abundances" - *Astrophys. Lett.*, 14 (1973), 207.
- 23 - Kodama, T.; Takahashi, K. - "On the Delayed Neutrons at the Final Stage of R-Process" - *Phys. Lett.* 43B (1973), 167.

- 24 - Rutherford, E. - "Origin of Actinium and Age of the Earth" - Nature, 123 (1929) 313.
- 25 - Fowler, W.A.; Hoyle, F. - "Nuclear Cosmochronology" - Ann. Phys., 10 (1961), 280.
- 26 - Tinsley, B.M. - "Nucleochronology and Chemical Evolution" - Astrophys. J., 198 (1975), 145.
- 27 - Schramm, D.N. - "Explosive R-Process Nucleosynthesis" - Astrophys. J., 185 (1973), 293.
- 28 - Sato, K.; Nakazawa, K.; Ikeuchi, S. - "Formation of Elements in Neutron Rich Ejected Matter of Supernovae" - Progr. Theor. Phys., 49 (1973), 1166.  
- Sato, K. - "Formation of Elements in Neutron Rich Ejected Matter of Supernovae II" - Progr. Theor. Phys., 51 (1973), 726.
- 29 - Black, J.B.; Schramm, D.N. - "Post-Event Neutron Exposure of R-Process Material" - Astrophys. J., 179 (1973), 569.
- 30 - Hillebrandt, W. - "The Rapid Neutron-Capture Process and Synthesis of Heavy and Neutron-Rich Elements" - Preprint Institut für Kernphysik Darmstadt - IKDA 76/24.
- 31 - Vogt, E. - "Advances in Nuclear Physics" - ed. Baranger, M.; Vogt, E - Plenum Press, New York (1968), pg. 261.
- 32 - Michaud, G.; Fowler, W.A. - "Thermonuclear-Reaction Rates at High Temperature" - Phys. Rev., C2 (1970), 2041.
- 33 - Myers, W.D.; Swiatecki, W.J. - "Nuclear Masses and Deformations" - Nucl. Phys., 81 (1966), 1.
- 34 - Allen, B.J.; Gibbons, J.H.; Macklin, R.L. - "Nucleosynthesis and Neutron-Capture Cross Sections" - Adv. Nucl. Phys., 4 (1971), 205.
- 35 - Schopper, H.F. - "Weak Interaction and Nuclear Beta Decay" - North Holland (1966).
- 36 - Takahashi, K.; Yamada, M. - "Gross Theory of Nuclear Beta - Decay" - Progr. Theor. Phys., 41 (1969), 1470.  
- Koyama, S.; Takahashi, K.; Yamada, M. - "Gross Tehory of Beta-Decay and its Application to the Fermi Matrix Elements" - Progr.Theor.Phys., 44 (1970), 663.

- 37 - Myers, W.D.; Swiatecki, W.J. - "Average Nuclear Properties"  
- Ann. Phys., 55 (1969), 395.
- 38 - Myers, W.D. - "Droplet Model Description of Nuclear Masses,  
Fission Barriers and Radii" - Report of Lawrence Berkeley  
Laboratory, LBL-3428, (1974).
- 39 - Blatt, J.M.; Weisskopf, V.F. - "Theoretical Nuclear Physics"  
- John Wiley & Sons, New York (1956), cap. 8 e 10.

Tese apresentada ao Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas  
do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tec-  
nológico, fazendo parte da Banca Examinadora os seguintes  
professores:



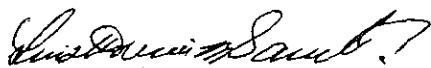
---

Takeshi Kodama - Presidente



---

Jader Benuzzi Martins



---

Luiz Muniz Barreto

Rio de Janeiro, 23 de agosto de 1977