Notas de Física Vol. IV - Nº 1

BEZIEHUNGEN ZWISCHEN KLASSISCHEN UND RELATIVISTISCHEN INVARIANZ-OPERATIONEN

H. Zocher und C. Török
Laboratorio da Produção Mineral

und

G. Beck
Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

Rio de Janeiro, D.F.

ZUSAMMENFASSUNG: Es wird gezeigt, dass die frueher klargestellten Symmetrieeigenschaften der physikalischen Groessen in Bezug auf die Zeit in der klassischen Physik der Invarianz ihrer Grundgleichungen gegenueber der Substitution t →- t entsprechen. Diese Invarianz laesst sich aus den entsprechenden relativistischen Gleichungen nicht unmittelbar herleiten, wegen charakteristischer, auf dem Auftreten mehrdeutiger Funktionen beruhender Unbestimmtheiten der letzteren, welche auch zu scheinbaren Widerspruechen bezueglich der zeitlichen Symmetrieeigenschaften fuehren. Es besteht aber keine Schwierigkeit eine verallgemeinerte Invarianzeigenschaft der relativistischen Gleichungen zu finden, welche die zeitlichen Symmetrieeigenschaften der klassischen Theorie

auch im Bereich der Relativitaetstheorie sicherstellt. Die Mehrdeutigkeit der relativistischen Groessen fuehrt zu neuen Invarianzeigenschaften, welche mit der Darstellung von Antiteilchen und Erscheinungen von der Art der Paarerzeugung zusammenhaengen, deren Rolle jedoch noch nicht in befriedigender Weise klargestellt werden kann.

1.) <u>Einleitung</u>. In vorangehenden Arbeiten[1] wurde die raumzeitliche Symmetrie physikalischer Groessen und Systeme untersucht, und ihre Asymmetrie als positive physikalische Eigenschaft gekennzeichnet.

Die in erster Linie zu betrachtenden Symmetrien, sind die Invanianz der Groessen gegenueber dem Vorzeichenwechsel der raumzeitlichen Koordinaten (raeumliche Drehungen entsprechen einer geraden Anzahl raeumlicher Spiegelungen). Gleichungssysteme, welche Beziehungen zwischen den verschiedenen Groessen darstellen, muessen die diesen Symmetrieeigenschaften entsprechenden Invarianzen besitzen.

Waehrend die - in jeder Theorie fuer irgendein Phaenomen stets massgebenden - Symmetrieeigenschaften der physikalischen Groessen zu Beginn dieses Jahrhunderts, besonders durch P. Curie und W. Voigt, eingehend untersucht wurden, trat in der weiteren Entwicklung der theoretischen Physik die Invarianz der Gleichungssysteme in den Vordergrund, ohne Betonung der damit verbundenen Symmetrieverhaeltnisse der einzelnen physikalischen Groessen. Infolgedessen wurde trotz der erfolgreichen Anwendung der Zeitumkehr als Operator durch verschiedene Autoren[2] die von Curie und Voigt uebersehene Zeit<u>a</u>symmetrie bzw. Symmetrie der physikalischen Groessen nicht erschoepfend untersucht. Die Erkenntnis von der Notwendigkeit einer solchen Differenzierung gestattete uns, eine Reihe von Fehlschluessen und Unsicherheiten in der frueheren Literatur zu beseitigen und physikalisch wesentliche Aussagen zu machen.

Bezueglich des Wesens der Zeitumkehr hat es Watanabe besonders klar zum Ausdruck gebracht, dass es sich dabei nicht etwa um eine eigentliche Umkehr der Zeit handelt, sondern um die Umkehr der Geschwindigkeiten, sodass bis auf diesen Vorzeichenunterschied der Anfangszustand des invertierten Vorganges dem Endzustand des nicht invertierten gleicht und umgekehrt.

Wesentlich unterscheidet sich die Zeitumkehr von den in der ueblichen Weise definierten raeumlichen Umkehrungen dadurch, dass gemaess dem zweiten Hauptsatz ihr Resultat nicht immer in gleicher Weise moeglich ist, sondern nur bei reversiblen Vorgaengen. Betrachten wir z.B. die irreversiblen Vorgaenge der elektrischen Leitung nach dem Ohm'schen Gesetz

$$\vec{j} = \sigma . \vec{E} \; ; \qquad \sigma > 0 \tag{1}$$

so ergibt sich aus diesen durch Zeitumkehr die Beziehung

$$\vec{j}' = \sigma' . \vec{E}' \tag{1'}$$

wobei $\vec{j}' = -\vec{j}$, $\vec{E}' = \vec{E}$ und $\sigma' = -\sigma$, $\sigma' < 0$ ist.

In den Vorgaengen nach (1') steht der dem Potential entgegenlaufende Strom J' nicht in dem vom Ohm'schen Gesetz geforderten kausalen Zusammenhang mit der Potentialdifferenz E', diese Vorgaenge sind in Wirklichkeit "unmoeglich". Gleichung (1') unterscheidet sich vom Ohm'schen Gesetz dadurch, dass σ' nicht den Sinn einer Leitfaehigkeit besitzt, welche stets positiv ist. Die Leitfaehigkeit ist also keine zeitasymmetrische Eigenschaft, die bei Umkehr der zeitlichen Reihenfolge ihr Vorzeichen wechselt, wie etwa die Kerr'sche Drehung der Lichtschwingungsrichtung bei Reflexion an den Polen eines Magneten. Zeitasymmetrische Leitfaehigkeit kann man nur bei zeitasymmetrischen Systemen erwarten, z.B. solchen, durch welche ein Waermestrom fliesst, oder bei magnetisierten, eventuell enantiomorphen Systemen.[3]

Das Beispiel irreversibler Vorgaenge zeigt, dass im Bereich der makroskopischen Vorgaenge (und nur dort) die Invarianz der physikalischen Gleichungen gegenueber Zeitspiegelung kein allgemein gueltiges Prinzip darstellt, dass also eine der beiden Zeitrichtungen vor der anderen ausgezeichnet ist. Eine derartige Asymmetrie in Bezug auf die Raumkoordinaten oder in Bezug auf den raemlichen Drehsinn ist bisher nicht in Erscheinung getreten.

2) Die Zeitinvarianz der klassischen Grundgleichungen. Wir betrachten nun die nicht relativistischen mechanischen und elektrodynamischen Gleichungen

$$m \cdot \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = c \left(\vec{E} + \frac{1}{c}\frac{dr}{dt} \times \vec{H}\right) \tag{2}$$

$$\begin{aligned} &\operatorname{div}\vec{E} = 4\pi\rho \;; \qquad \operatorname{div}\vec{H} = 0 \\ &\operatorname{rot}\vec{H} - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} \;; \qquad \operatorname{rot}\vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

$$-\frac{2im}{\hbar}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \left[\left(\operatorname{grad} - \frac{ic}{\hbar c}\vec{A}\right)^2 - \frac{2m}{\hbar^2}\left(e\phi + \mu\vec{\sigma}.\vec{H}\right)\right]\psi \tag{4}$$

Da die Symmetrie des betrachteten Systems untersucht werden soll, darf seine physikalische Natur nicht veraendert werden, d.h. m und e, und damit auch de $= \sqrt{-g}\,\rho$ dx dy dz sind gegenueber den Koordinatentransformationen - insbesondere der Zeitunkehr - als invariant anzusehen.

Aus den Gleichungen (2), (3) und (4) koennen wir nun ohne weiteres ablesen, dass sie bei Substitution t' = - t ihre Form beibehalten, wenn wir in ihnen gleichzeitig

$$\frac{d\vec{r}}{dt'} = - \frac{d\vec{r}}{dt} \tag{5}$$

$$\vec{E}' = \vec{E} \; ; \; \vec{H}' = - \vec{H} \tag{6}$$

$$\psi' = i\sigma_y \psi^* \tag{7}$$

setzen, $\vec{E}$ ist also zeitsymmetrisch, $\vec{H}$ zeitasymmetrisch, wie frueher anschaulich abgeleitet wurde. Waehrend bisher nur Faelle betrachtet wurden, in denen die Zeitasymmetrie in einem gleichzeitigem Vorzeichenwechsel eindeutiger reeller Groessen bestand,[4] zeigt Gleichung (7) infolge des Auftretens komplexer Groessen eine andere Art von Zeitasymmetrie. Im Falle komplexer Groessen, kann man ausser dem totalen Vorzeichenwechsel, auch erwarten dass der reelle und imaginaere Anteil, von einander unabhaengig, ihr Vorzeichen wechseln, dass also der Uebergang in einen dazu konjugierten Wert erfolgt. Im vorliegendem Falle tauschen ausserdem die Komponenten der hyperkomplexen Groessen ihre Werte aus. Diese Asymmetrien sollen in vorliegender Betrachtung welche in erster Linie das Verhalten von $\vec{E}$ und $\vec{H}$ zum Gegenstand hat nicht weiter untersucht werden. Die Gleichungen (5), (6) und (7) beschreiben nach der oben gegebenen Definition, reversible Vorgaenge. Gleichzeitig erkennt man dass die Gleichungen (2), (3) und (4) miteinander konsistent sind, d.h. dass sich bei der betrachteten Zeitumkehr mechanische (einschliesslich wellenmechanische) Groessen, physikalisch gleicher Art, in gleicher Weise transformieren (z.B. Stromdichten, Impulsdichten zeitasymmetrisch, Energiedichten etz. zeitsymmetrisch).

3) Ladungsumkehr. Neben den eben betrachteten Transformationen auf verschiedene raumzeitliche Bezugssysteme, erlauben die Gleichugen, trivialer-Weise, auch den Uebergang zu Systemen entgegengesetzter Ladung, d. h. sie sind invariant in Bezug auf den Uebergang

$$e' = -e \quad ; \quad \vec{E}' = -\vec{E} \quad ; \quad \vec{H}' = -\vec{H}.$$

im Gegensatz zu vorher bleibt das Bezugssystem hier unveraendert, die betrachteten Objekte werden ausgetauscht, die beeinflussten und die felderzeugenden Ladungen durch die entgegengesetzten ersetzt. Bei unveraendertem m bedeutet Ladungsumkehr im Falle von Elementarpartikeln den Uebergang zu Antiteilchen[5].

4) Relativistische Verallgemeinerung. Wir haben num zu untersuchen, welche Rolle die Invarianz der klassischen Gleichungen gegenueber der "klassischen Zeitumkehr" im Rahmen der entsprechenden relativistischen Gleichungen spielt. Wir lassen im Augenblick die relativistischen Wellengleichungen ausser Betracht und werden auf dieselben weiter unten kurz zurueckkommen. Die Gleichungen (2) und (3) lauten nun in der ueblichen relativistischen, kovarianten Schreibweise

$$m_o c^2 . \left(\frac{d^2 x^\mu}{dx^2} - \Gamma^\mu_{\lambda\nu} \frac{dx^\lambda}{ds} . \frac{dx^\nu}{ds} \right) = e . F^{\mu\nu} \frac{dx_\nu}{ds} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \sqrt{-g}\, F^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = 4\pi . \sqrt{-g} . \rho_0 . \frac{dx^\mu}{ds}$$

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} + \frac{\partial F_{\nu\lambda}}{\partial x^\mu} + \frac{\partial F_{\lambda\mu}}{\partial x^\nu} = 0 \quad (9)$$

Wobei die $\Gamma^\mu_{\lambda\nu}$ die aus der Metrik resultierenden Traegheitskraefte darstellen, $\sqrt{-g}$ die Funktionaldeterminante der Transformation,

$\binom{m}{e} = \iiint \sqrt{-g} \cdot \binom{\mu_0}{\rho_0} \cdot \frac{dx^o}{ds} \cdot dx \cdot dy \cdot dz.$, μ_o und ρ_o sollen als Invariant gegen alle betrachteten Operationen angesehen werden. Die Gleichungen (8) und (9) sind ihrer Konstruktion gemaess invariant gegenueber der allgemeinen Gruppe der Koordinatentransformationen, welche die quadratische Form

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu \, dx^\nu \tag{10}$$

invariant laesst. Trotzdem wir uns auf orthogonale Transformationen beschraenken (Drehungen und Reflexionen) haben wir in (8), (9) und (10) die allgemeine kovariante Schreibweise gewaehlt, um die bei Transformationen der Determinante -1 (Reflexionen) vorliegenden Verhaeltnisse von einem einheitlichen Standpunkt aus uebersehen zu koennen.

Die Gleichungen (8), (9) und (10) enthalten zwei, fuer die relativistische Kinematik, charakteristische Unbestimmtheiten, naemlich die Wahl der Wurzelvorzeichen ~~in~~

$$ds = \sqrt{g_{\mu\nu} \, dx^\mu \, dx^\nu} \quad \text{und} \quad \sqrt{-g}\,, \tag{11}$$

welche auf Grund physikalischer Kriterien gesondert festzulegen sind.

Diese Gleichungen beschreiben demgemees mehr Vorgaenge als die klassischen Gleichungen (2) und (3), welche in ihnen als der Spezialfall positiver Energie ($\varepsilon > 0$) bei $v \ll c$ enthalten sind.

Das Vorzeichen von $\sqrt{-g}$ kann festgelegt werden durch die Forderung dass das Volumelement

$$\sqrt{-g} \cdot dx_0 \cdot dx_1 \cdot dx_2 \cdot dx_3$$

stets positiv sein soll. Diese Festsetzung ist invariant gegen Koordinatentransformationen und fuehrt mit sich dass das dreidimensionale Volumelement

$$\sqrt{-g} \cdot dx_1 \cdot dx_2 \cdot dx_3$$

bei der Umkehr von x_0 sein Vorzeichen wechselt. Setzen wir fest, dass das Vorzeichen von s bei einer orthogonalen Koordinatentransformation unveraendert gehalten werden soll, (dass z. B. stets das positive Vorzeichen verwendet werden soll), so besitzen die Gleichungen (8) und (9) Tensorcharakter und legen die Werte der in ihnen vorkommenden Tensorkomponenten nach der Transformation eindeutig fest.

Ausser den eben betrachteten Koordinatentransformationen koennen wir in den Gleichungen (8) und (9) noch die Operationen $s \to -s$ und $\sqrt{-g} \to -\sqrt{-g}$ gesondert betrachten, welche die Gleichungen (8) und (9) wiederum unveraendert lassen.

Die Operation

$$\sqrt{-g} \longrightarrow -\sqrt{-g} \quad ; \quad s \longrightarrow s \quad ; \quad x^0 \longrightarrow x^0 \tag{12}$$

impliziert, dass sowohl des drei - als auch das vierdimensionale Volumelement und damit auch die Stromdichte

$$\sqrt{-g} \; \rho_0 \frac{dx^\mu}{ds}$$

und die Dichte des Massenstroms

$$\sqrt{-g} \; \mu_0 \frac{dx^\mu}{ds}$$

ihr Vorzeichen wechseln, so dass nach (12)

$$e \longrightarrow -e, \quad m \longrightarrow -m$$

gehen. Ebenso kehrt sich bei dieser Operation das Vorzeichen der mechanischen und elektromagnetischen Energieimpulstensordichte um. Die Operation (12) fuehrt Loesungen negativer Ladung und positiver Energie von (8) und (9) in solche positiver Ladung und negativer Energie ueber und vice versa.

$$\sqrt{-g} \longrightarrow -\sqrt{-g} \quad ; \quad s \longrightarrow -s \; ; \quad x^o \longrightarrow x^o \; , \tag{13}$$

welche wir als "Umkehr der Eigenzeit" bezeichnen wollen. (13) fuehrt nach (8) und (9) den Vorzeichenwechsel des elektromagnetischen Feldtensors mit sich.

$$F^{\mu\nu} \longrightarrow -F^{\mu\nu} \; ,$$

laesst hingengen die Stromdichte von Ladung und Masse unveraendert, so dass

$$e \longrightarrow e \; ; \quad m \longrightarrow m$$

gehen.

Unter den Koordinatentransormationen ist fuer uns in erster Linie die "relativistische Zeitumkehr"

$$\sqrt{-g} \longrightarrow -\sqrt{-g} \; ; \quad s \longrightarrow s \; ; \quad x^o \longrightarrow -x^o \tag{14}$$

von Interesse. Die relativistische Zeitumkehr laesst die Vorzeichen von Ladung und Masse unveraendert, kehrt jedoch das Vorzeichen der Energie und eines Teils der Feldkomponenten um

$$F^{o\alpha} \longrightarrow -F^{o\alpha} \; ; \quad F^{\alpha\beta} \longrightarrow F^{\alpha\beta} \; ; \quad \alpha,\beta = 1,2,3$$

Es ist nun leicht zu verifizieren, dass die Operation, welche gemaess (8) und (9), der klassischen Zeitumkehr entspricht und im Grenzfall kleiner Geschwindigkeiten in sie uebergeht, der gleichzeitige Umkehr von relativistischer und Eigenzeit ist,

$$\sqrt{-g} \longrightarrow \sqrt{-g} \quad ; \quad s \longrightarrow -s; \quad x^o \longrightarrow -x^o. \tag{15}$$

Es ist bemerkenswert, dass die Operation (15), welche der klassischen Zeitumkehr in der Relativitaetstheorie entspricht, nicht der Gruppe der orthogonalen Koordinatentransformationen angehoert, im Gegensatz zur Umkehrung der raeumlichen Koordinaten. Die Zeit nimmt somit, auch in der Relativitaetstheorie eine Sonderstellung ein. Im Gegensatz zum relativistischen Zeitumkehr und zum Umkehr der Eigenzeit, verbindet die klassische Zeitumkehr nur Loesungen gleichen Energievorzeichens und ist darum von allen Schwierigkeiten frei, welche mit Problemen der Existenz von Antiteilchen zusammenhaengen.

Die Existenz der Invarianzoperation (15) der Gleichungen (8) und (9), welche der klassische Zeitumkehr verallgemeinert, garantiert dass alle Symmetriebetrachtungen, welche aus der Invarianz der Gleichungen (2) und (3) gegenueber der klassischen Zeitumkehr gewonnen wurden, auch bei Erscheinungen in welchen hohem Geschwindigkeiten eine Rolle spielen, unveraendert erhalten bleiben. Diese Symmetriebetrachtungen werden dann erst unvollstaendig, wen wir es mit Erscheinungen zu tun haben, bei welchen die Existenz von Antiteilchen und Paarerzeugungen mitspielen.

5) <u>Die relativistischen Wellengleichungen</u>. Dieselben Symmetrieeigenschaften wie in den relativistischen Gleichungen (8) und (9) koennen wir auch in der Dirac'schen Theorie des Elektrons wiederfinden. Zu diesem Zweck schreiben wir:

$$\gamma^{\mu}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x^{\mu}} - \frac{ie}{\hbar c}\cdot A_{\mu}\psi\right) + i\,\mathcal{H}_0\psi = 0$$

$$\left(\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial x^{\mu}} + \frac{ie}{\hbar c}\cdot A_{\mu}\,\bar{\psi}\right) - i\,\mathcal{H}_0\,\bar{\psi} = 0 \qquad (16)$$

mit

$$1/2\cdot(\gamma^{\mu}\cdot\gamma^{\nu} + \gamma^{\nu}\cdot\gamma^{\mu}) = g^{\mu\nu}$$

und

$$\frac{\partial\sqrt{-g}\,F^{\mu\nu}}{\partial x^{\nu}} = 4\pi e\cdot\sqrt{-g}\cdot\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi \qquad (17)$$

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x^{\lambda}} + \frac{\partial F_{\nu\lambda}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial F_{\lambda\mu}}{\partial x^{\nu}} = 0 \tag{18}$$

ψ ist in (16) nur bis auf das Vorzeichen festgelegt und kann in der ueblichen Representation der γ - Matrizen in der Form

$$\bar{\psi} = \pm \psi^{*} \circ \beta$$

geschrieben werden. Diese Beziehung ist jedoch gegenueber den zu betrachtenden Transformationen nicht invariant. Um unsere Beziehungen eindeutig zu gestalten, muessen wir das fuer $\bar{\psi}$ zu waehlende Vorzeichen in einem Bezugssystem festlegen. Die getroffene Wahl legt dann das Vorzeichen in allen anderen Bezugssystemen durch die Transformationseigenschaften von $\bar{\psi}$ eindeutig fest. Bei einer orthogonalen Koordinatentransformation transformieren sich die Matrizen γ^{μ} gemaess

$$\gamma^{\mu'} = T^{-1} \gamma^{\mu} T$$

und, wenn wir an Stelle der γ^{μ} die Wellenfunktionen ψ und $\bar{\psi}$ transformieren

$$\begin{aligned} \psi' &= T\psi \\ \bar{\psi}' &= \bar{\psi} \circ T^{-1} \end{aligned} \tag{19}$$

Die Transformation (19) hat den Vorteil, bei der Beschraenkung auf reele orthogonale Koordinatentransformationen, die Beziehung (17) aufrecht zu erhalten und ausserdem den Tensorcharakter der Dirac'schen Stromausdruecke

$$j^{\mu} = e\, \bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi \tag{20}$$

und der uebrigen in der Dirac'schen Theorie gebildeten bilinearen Form zu garantieren.[6]

Der Umkehr der Eigenzeit (13) entspricht nun die Ladungskonjugation, welche durch

$$C^{-1} \circ \gamma^{\mu} \circ C = -\gamma^{\mu T} \tag{21}$$

definiert ist, wobei $\gamma^{\mu T}$ die zu γ^{μ} transformierte Matrix bedeutet. Setzen wir

$$\psi'' = C \cdot \bar{\psi} \quad ; \qquad \bar{\psi}'' = \psi \cdot C^{-1} \tag{22}$$

so gilt

$$\gamma^{\mu} \left(\frac{\partial \psi''}{\partial x^{\mu}} - \frac{i}{\hbar} \frac{e}{c} A_{\mu} \psi'' \right) + i \varkappa \psi'' = 0 \tag{23}$$

$$\left(\frac{\partial \bar{\psi}''}{\partial x^{\mu}} - \frac{ie}{\hbar c} A_{\mu} \bar{\psi}'' \right) \gamma^{\mu} - i \varkappa \bar{\psi}'' = 0$$

$$\bar{\psi}'' \gamma^{\mu} \psi'' = - \bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi \tag{24}$$

Die Transformation (21) entspricht in jeder Beziehung der Umkehrung der Eigenzeit (13) in den relativistischen Gleichungen (8) und (9). Insebsondere aendert sich bei der Ladungskonjugation (21) weder die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$\sqrt{-g} \quad \bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi$$

noch die Ladungsdichte.

Die sukzessive Anwendung der relativistischen Zeitumkehr

$$x^{o} \longrightarrow - x^{o} \quad , \quad T = \gamma^{1} \gamma^{2} \gamma^{3}$$

und der Ladungskonjugation (21) mit $C = \gamma^{o} \gamma^{2}$ entsprichen wiederum der klassischen Zeitumkehr (7) der nicht relativistischen Gleichungen (4). Die aus Raumspiegelungen und klassischer Zeitumkehr gewonnene Schluesse, bleiben somit auch im Geltungsbereich der Gleichungen (16) und (18) aufrecht.

Wir haben somit gesehen dass die Relativitaetstheorie von den Invarianzoperationen der klassischen Gleichungen, als Folge des Auftretens mehrdeutiger Funktionen, zwei weitere Operatoren hinzufuegt:

 1

Die Umkehrung der Eigenzeit (Ladungskonjugation) und die Operation (12). Physikalisch bedeutet dies, dass auch den Erscheinungen, welche mit der Erzeugung von Paaren verknuepft sind, bestimmte Symmetrieeigenschaften zuzuschreiben sind. Die Klarstellung dieser Symmetrieeigenschaften erfordert jedoch, vom hier geschilderten Standpunkt aus, eine Untersuchung ueber die Zusammenhaenge zeischen der genannten relativistischen Invarianzoperationen und der Loechertheorie.

Dem Nazionalen Forschungsrat Brasiliens (Conselho Nacional de Pesquisas) sind wir fuer die uns gewaehrte Hilfe zu Dank verpflichtet.

1 a.) Zocher H. und C. Török: Proc. Nat. Acad. Wash. 39 ,681,(1953).

b.) Zocher, H. unter Mitwirkung von C. Török: Z. Physik. 139, 147,(1954).

c.) Zocher, H. unter Mitarbeit von C. Török: Z. Physik, 142,607,(1955).

2 a.) Onsager, L. Phys. Rev. 37, 405,(1931).

b.) Wigner, E.P. Nachr. Ges. Wiss. Goettingen.31 ,546 (1932).

c.) Watanabe, G. Phys. Rev. 84, 1008, (1951).

d.) Lueders, G. Z. Physik 138, 325, (1932).

3. l.c. Z. Physik 139, 159-163, (1954).

4. Ein solches Verhalten wird mitunter als "Antisymmetrie" bezeichnet. Eine Aenderung der Absolutwerte besitzt jedoch keine andere physikalische Bedeutung, da sie dem Sinne nach identisch ist mit dem Vorzeichenwechsel der Differenz gegenueber dem arithmetischen Mittel. Wir behalten daher die Bezeichnung "Assymmetrie" bei.

5. Gegenueber partieller Ladungsumkehr, d.h. Umkehr nur der beeinflussten oder nur der felderzeugenden Ladungen, z.B. $e' = e$; $\vec{E}' = -\vec{E}$; $\vec{H}' = -\vec{H}$ ist Gleichung (2) nicht invariant.

6. In der ueblichen Formulierung wird gefordert, dass in (19) stets das positive Vorzeichen gelte. Dies hat zur Folge, dass sich (22) und analoge Groessen bei relativistischer Zeitumkehr nicht wie Tensorkomponenten transformieren.